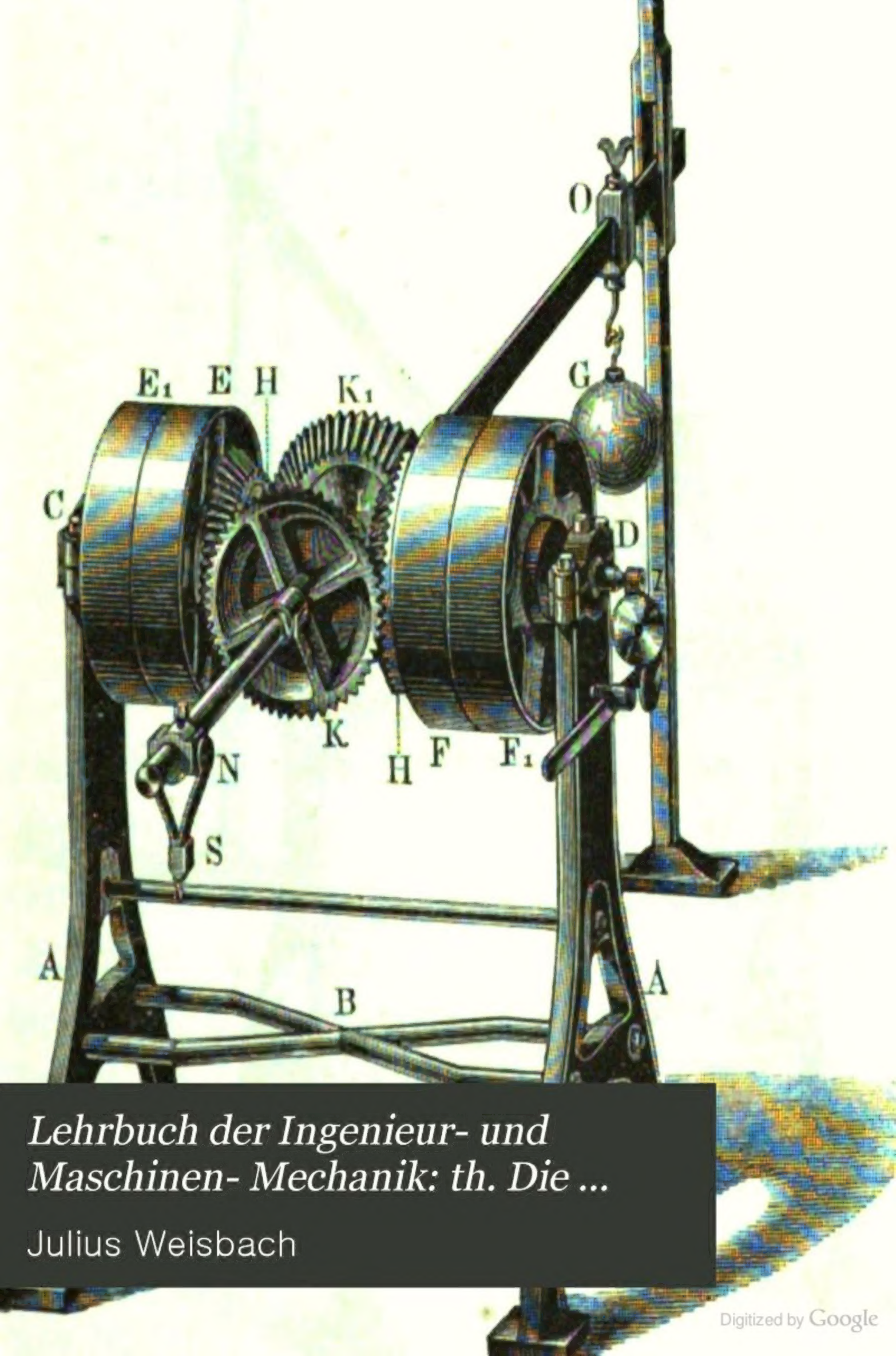
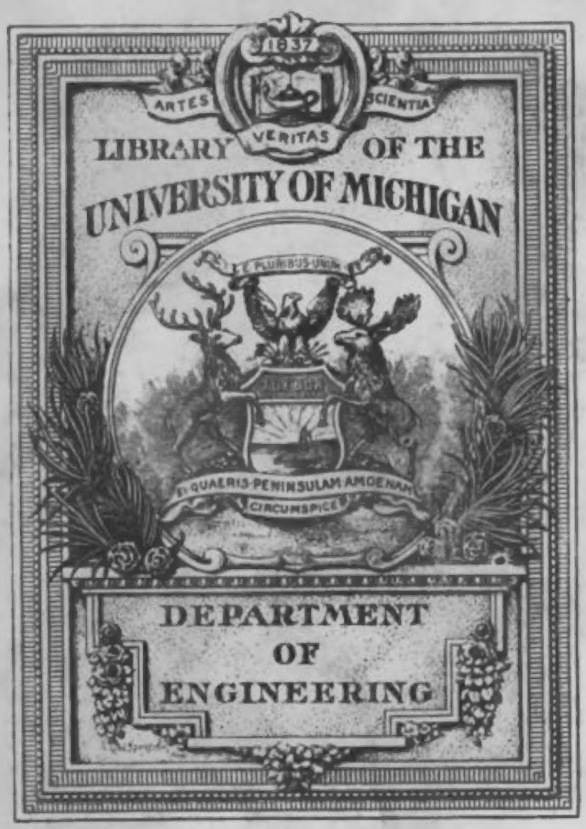


Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen- Mechanik: th. Die ...

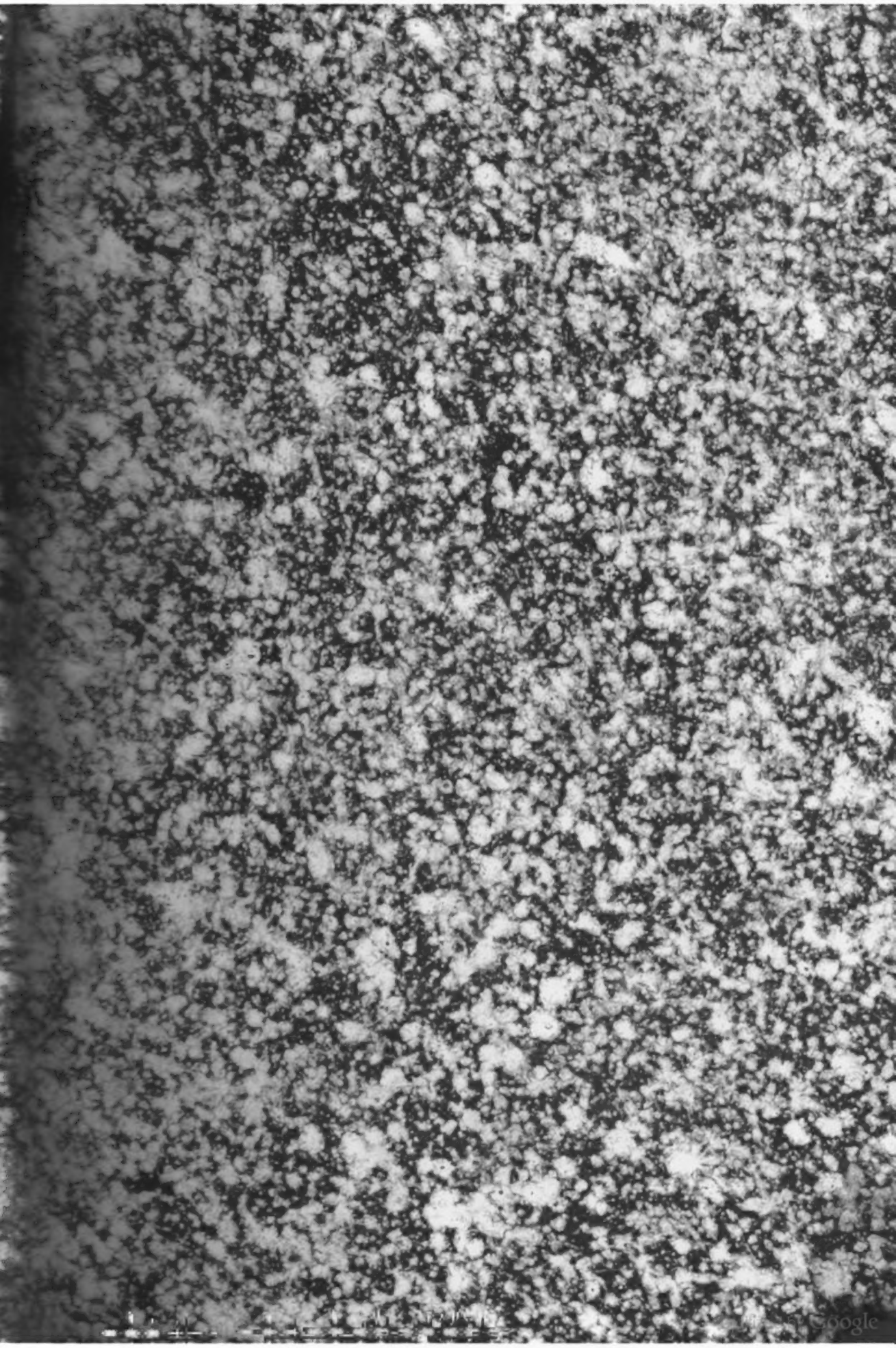
Julius Weisbach

Digitized by Google



THE GIFT OF
Mr. A. E. Kiefer

Digitized by Google



Digitized by Google

TA
350
.W43
1875
cop. 2

Digitized by Google

Digitized by Google

Holzstiche
aus dem xylographischen Atelier
von Friedrich Vieweg und Sohn
in Braunschweig.

Papier
aus der mechanischen Papier-Fabrik
der Gebrüder Vieweg zu Wendhausen
bei Braunschweig.

Digitized by Google

Lehrbuch

der

Ingenieur- und Maschinen-Mechanik.

Mit den nöthigen Hülfslehren aus der Analysis

für den

Unterricht an technischen Lehranstalten

sowie zum

Gebrauche für Techniker

bearbeitet

von

Dr. phil. **Julius Weisbach,**

Königl. sächsischer Bergrath und Professor an der königl. sächsischen Bergakademie zu Freiberg; Ritter des königl. sächsischen Verdienstordens und des kaiserl. russ. St. Annenordens II. Classe, correspondirendes Mitglied der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg; Ehrenmitglied des Vereins deutscher Ingenieure, sowie correspondirendes Mitglied des Vereins für Eisenbahnkunde u. s. w.

In drei Theilen.

Zweiter Theil:

Statik der Bauwerke und Mechanik der Amtriebsmaschinen.

Mit gegen 900 in den Text eingedruckten Holzstichen.

Vierte verbesserte und vervollständigte Auflage.

Braunschweig,

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.

1865 — 1868.

Digitized by Google

Lehrbuch

der

Statik der Bauwerke

und der

Mechanik

der

Umtriebsmaschinen.

Mit den nöthigen Hülfslehren aus der Analysis

für den

Unterricht an technischen Lehranstalten

sowie zum

Gebrauche für Techniker

bearbeitet

von

Dr. phil. **Julius Weisbach,**

Königl. sächsischer Bergrath und Professor an der königl. sächsischen Bergakademie zu Freiberg; Ritter des königl. sächsischen Verdienstordens und des kaiserl. russ. St. Annenordens II. Classe, correspondirendes Mitglied der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg; Ehrenmitglied des Vereins deutscher Ingenieure, sowie correspondirendes Mitglied des Vereins für Eisenbahnkunde u. s. w.

Vierte verbesserte und vervollständigte Auflage.

Mit gegen 900 in den Text eingedruckten Holzstichen.

Braunschweig,

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.

1865 — 1868.

Digitized by Google

Die Herausgabe einer Ueberſetzung in franzöſiſcher und engliſcher Sprache, ſowie in anderen modernen Sprachen wird vorbehalten.

Digitized by Google

Vorrede zur ersten Auflage.

Bei der Bearbeitung dieses zweiten Bandes meiner Ingenieur- und Maschinen-Mechanik bin ich den schon in der Vorrede des ersten Bandes ausgesprochenen und in diesem Bande befolgten Ansichten möglichst nachgegangen. Ich weiß zwar, daß diese Ansichten nicht von Allen getheilt werden, daß zumal von Manchen eine allgemeinere Darstellung und gelehrtere Behandlung in diesem Werke vermißt wird, allein ich habe auch die Erfahrung zur Seite, daß der in diesem Buche eingeschlagene elementare und mehr populäre Weg leicht von Jedem verfolgt werden kann, welcher nicht im Besitze ausgedehnter analytisch-mathematischer Kenntnisse ist, und deshalb auch dahin führt, der Mechanik mehr Eingang und Anwendung und dadurch wieder mehr Werth und Geltung in der Technik zu verschaffen, als es bis jetzt der Fall gewesen ist.

Man findet noch immer sehr häufig, daß Praktiker bei ihren Ausführungen die Anwendung der wissenschaftlichen Mechanik verschmähen und es vorziehen, den Weg der Empirie einzuschlagen; entweder haben dieselben nicht das erforderliche Zutrauen zu den Regeln der Wissenschaft, oder sie finden die betreffenden Schriften nicht genügend, um sie als Rathgeber und Führer bei Anordnung und Berechnung ihrer Constructionen gebrauchen zu können. Wenn man nun weiß, wie viel in so vielen Hinsichten darauf ankommt, daß Maschinen und Bauwerke allen Anforderungen vollkommen entsprechend ausgeführt werden, und erwägt, daß dies nur durch richtige Anwendung richtig begründeter Regeln der Wissenschaft möglich ist, so wird

242910

man auch das Beſtreben des Verfaſſers, den ausgeſprochenen Mängeln entgegenzuwirken, zu würdigen wiſſen.

Richtige Begründung und Einfachheit ſind gewiß die Haupterforderniſſe von einem Werke, welches Praktikern als Lehrer und Führer dienen ſoll. Mangel an beiden ſind aber die vorzüglichſten Urſachen, welche der Anwendung der Mechanik auf die Praxis bis jetzt noch ſo viel Eintrag gethan haben. Wenn bei Entwickelung von Regeln unſichere oder unzuläſſige Vorausſetzungen gemacht werden, wenn hierbei nicht das Weſentliche vom Unweſentlichen, das Ueberwiegende von dem Untergeordneten gehörig getrennt wird, wenn endlich wichtige Verhältniſſe oder Einflüſſe außer Acht gelaſſen, dagegen untergeordnete in Betracht gezogen werden, ſo können natürlich auch die Regeln ſelbſt, ſo richtig auch deren Ableitungen ſein mögen, nicht die für die Anwendung hinreichende Brauchbarkeit beſitzen. Leider wird gerade auf dieſe Weiſe von Schriftſtellern oft gefehlt, und es iſt daher kein Wunder, wenn Praktiker ſehr oft theoretiſche Regeln unrichtig oder wenigſtens unzulänglich finden. Daher kommt es auch, daß Praktiker nicht ſelten von einer unrichtigen Theorie ſprechen, während doch nur von einer unangemeſſenen Begründung und Anwendung derſelben die Rede ſein kann. Es iſt allerdings nicht immer leicht, ſachgemäße und richtige Regeln und Formeln zum Gebrauche der praktiſchen Mechanik aufzufinden; es gehört hierzu nicht nur eine genaue Bekanntſchaft mit der Natur des Gegenſtandes, die zuweilen nur durch beſondere Beobachtungen oder Verſuche verſchafft wird, ſondern auch eine beſondere Aufmerkſamkeit und ſelbſt eine gewiſſe geiſtige Fähigkeit. Der Verfaſſer hat beim Aufſetzen des vorliegenden zweiten Bandes, wo es darauf ankam, praktiſch brauchbare Theorien zu entwickeln, ſein Augenmerk vorzüglich auf dieſen Gegenſtand gerichtet; er hat ſich wenigſtens nach Kräften bemüht, in dem vorliegenden Buche Praktikern den zur Sprache gebrachten Rathgeber und Führer zu verſchaffen, ermißt aber recht wohl, daß ihm dies nicht vollkommen gelungen iſt.

Auch der Mangel an Einfachheit und die große Allgemeinheit in der Behandlung der Wiſſenſchaft und der von ihr entwickelten Formeln iſt der allgemeineren Einführung der Mechanik in die Praxis ſehr hinderlich. Nicht ſelten findet man, daß ſelbſt mathematiſch vorgebildete Praktiker in

ihrem Berufe die Hülfe der wissenschaftlichen Mechanik vernachlässigen, weil ihnen dieselbe zu umständlich und beschwerlich ist, und daß Diejenigen, welche keine umfassende Kenntniß in der Mathematik oder wenig Fertigkeit in der Behandlung derselben besitzen, die Anwendung der wissenschaftlichen Mechanik auf die Praxis aus demselben Grunde ganz verschmähen. Um einer allgemeineren Anwendung der wissenschaftlichen Mechanik auf die Praxis Vorschub zu leisten, ist es daher nöthig, den Vortrag dieser Wissenschaft zu populariſiren und die durch diese gewonnenen Regeln möglichst zu vereinfachen. Man hat aus diesem Grunde z. B. statt einer großen allgemeinen Formel oft mehrere kleine und vereinfachte Specialformeln aufzustellen oder, nach Befinden, statt derselben vereinfachte Näherungsformeln zu entwickeln, ferner durch Einführung von Coefficienten eine größere Vereinfachung der Formeln zu erstreben u. s. w.

Der vorliegende zweite Band meiner Mechanik zerfällt in zwei Abtheilungen, von denen die eine die Anwendung der Mechanik auf Bauwerke, die zweite aber die auf Maschinen, und zwar insbesondere die Theorien und kurze Beschreibungen der sogenannten Kraft- oder Umtriebsmaschinen enthält. Vielleicht finden Manche die erste Abtheilung zu kurz, die zweite hingegen zu lang. In Betreff der ersten muß ich allerdings gestehen, daß es mir jetzt selbst leid thut, nicht tiefer in die Theorien der hölzernen und steinernen Brücken eingegangen zu sein, namentlich auch Ardant's Abhandlung über die Sprengwerke nicht benutzt zu haben, da dieser Gegenstand durch die vielen Eisenbahnanlagen jetzt eine besondere Wichtigkeit erlangt hat. Was aber die zweite Abtheilung anlangt, so glaube ich, daß hier nur bei wenigen Artikeln eine größere Kürze möglich ist, ohne den Werth des Buches zu beeinträchtigen. Es kann sein, daß mancher Leser das Capitel über Wassersäulenmaschinen zu groß findet, weil die Anwendung dieser Maschinen fast nur auf den Bergbau eingeschränkt ist. Ich habe allerdings bei Bearbeitung dieses Gegenstandes im Auge gehabt, daß hier eine Lücke in der Literatur auszufüllen sei, da in allen Lehr- und Handbüchern über Mechanik wenig oder so viel wie nichts über diese Maschinen gesagt wird, und zugleich gehofft, dadurch den Berg-Ingenieuren einen Dienst zu erweisen. Das Capitel über Turbinen wird vielleicht auch von einigen zu ausgedehnt

gefunden, zumal da dasselbe auch eine Monographie der älteren Stoß- und Druckturbinen enthält. Ich glaube jedoch, daß in diesem Capitel ein Weglassen oder Abkürzen nur von Nachtheil gewesen sein würde, aus dem Grunde, daß gerade zur Beurtheilung des Werthes einer vollkommenen Maschine es nöthig ist, die Theorie und also auch die Mängel anderer ähnlichen unvollkommenen Maschinen zu kennen. Uebrigens wird der Gebrauch unvollkommener Maschinen nie aufhören, da es immer Orte und Verhältnisse geben wird, wo auf eine Oekonomie der Arbeitskraft nichts, wohl aber auf die Wohlfeilheit der Maschine selbst sehr viel ankommt. In dem Capitel über das Messen der Arbeitskräfte u. s. w. hätte ich vielleicht etwas ausführlicher über die Dynamometer sprechen sollen; wäre zur Zeit der Bearbeitung Morin's Leçons de mécanique pratique in meinen Händen gewesen, so würde ich es vielleicht auch gethan haben. Am meisten Schwierigkeiten hat mir die Bearbeitung des zweiten Abschnittes, zumal aber die des Capitels über Dampfmaschinen, verursacht, und ich befürchte auch noch, daß dieser Abschnitt nicht allenthalben den Anforderungen des Lesers entsprechen werde. Vielleicht hätte ich das Capitel über Wärme kürzer fassen oder dasselbe ganz weglassen können, da es in der Regel dem Vortrage über Physik überlassen wird; wenn ich indessen bedenke, daß ich hierin nur das abgehandelt habe, was für die Baukunst und für die Maschinenlehre, zumal aber für die Dampfmaschinen von Wichtigkeit ist, so scheint mir allerdings dieser Gegenstand mit Recht eine Stelle in diesem Buche einzunehmen. Bei der Bearbeitung des Capitels über Dampfmaschinen habe ich sowohl von der Poncelet-Morin'schen Coefficiententheorie als auch von der neueren Pambour'schen Theorie Gebrauch gemacht; zugleich bin ich hierin auch meinen eigenen Ansichten gefolgt, und kann hoffen, daß meine Bearbeitung dieses Gegenstandes nicht als eine bloße Compilation wird angesehen werden können.

Wesentliche Dienste haben mir bei Bearbeitung dieses Werkes die Ergebnisse meiner hydraulischen Versuche geleistet, da ich mit Hülfe der durch diese erlangten Widerstandscoefficienten in den Stand gesetzt worden bin, die Arbeitsverluste zu berechnen, welche aus den hydraulischen Hindernissen bei den Turbinen, Wassersäulen- und Dampfmaschinen entspringen. Ich kann

behaupten, daß dadurch der Entwickelung brauchbarer Theorien dieſer Maſchinen ein beſonderer Vorſchub geleiſtet wird.

Es bleibt mir nun noch übrig, dem geehrten Leſer darüber Rechenſchaft abzulegen, daß ich das ganze Werk mit dieſem zweiten Bande, wie anfänglich beabſichtigt wurde, nicht zum Schluſſe bringe, und daß ich noch einen dritten Band hinzuzufügen mich genöthigt ſehe. Allerdings iſt mir hier ein Irrthum untergelaufen, welcher darin beſteht, daß ich den Umfang des vorliegenden Materials zu klein geſchätzt habe. Nachdem ich aber einmal mit der Bearbeitung des Werkes weiter fortgeſchritten, und mir darüber von ſo vielen Seiten Beweiſe des Beifalls zu Theil geworden waren, ſo blieb mir nichts weiter übrig, als auf der betretenen Bahn fortzugehen, und nun entweder am Plane des Werkes abzuſchneiden oder am Umfange deſſelben zuzuſetzen. Das Erſtere zu thun, konnte ich mich aber deshalb nicht entſchließen, weil gerade die noch fehlenden Gegenſtände, nämlich die Zwiſchen- und Arbeitsmaſchinen, in den vorhandenen Werken über Mechanik ſehr ſtiefmütterlich behandelt ſind, und es an einem vollſtändigeren Werke über die letzteren Maſchinen ganz fehlt. So hoffe ich denn durch die Hinzufügung eines dritten Bandes einem Bedürfniſſe abzuhelfen.

Bei der Reviſion des Druckes haben mich die Herren Bornemann und Röting weſentlich unterſtützt, und gewiß hat die Correctheit des Buches dieſen Herren Vieles zu danken, was ich hier auszuſprechen nicht unterlaſſen darf.

Freiberg, den 1. December 1847.

Julius Weisbach.

Vorrede zur zweiten Auflage.

Dieſer zweiten Auflage vom zweiten Bande der Ingenieur- und Maſchinen-Mechanik ſind mehrfache Verbeſſerungen und Ergänzungen zu Theil geworden. In der erſten Abtheilung, der Statik der Bauwerke, ſind beſonders die Brücken viel ausführlicher behandelt worden, als in der erſten Auflage, und es haben auch Röhrenbrücken aus Eiſenblech, welche in der neueſten Zeit von den Engländern conſtruirt worden ſind, in dieſer Auflage einen Platz gefunden. Es hat ferner der Verfaſſer in dem Capitel über die verticalen, und insbeſondere über die oberſchlägigen Waſſerräder mehrfache Ergänzungen und Berichtigungen angebracht, und es iſt auch das Capitel über Reactionsräder und Turbinen, zumal durch die Reſultate der an dieſen Maſchinen in der neueſten Zeit angeſtellten Verſuche, bereichert worden. Endlich hat noch die Lehre von der Wärme und von den Dämpfen einige weſentliche Ergänzungen erhalten, da bei der Reviſion derſelben die neueſten Verſuche von Regnault (ſ. Mémoire de l'académie royale des sciences de l'institut de France, T. XXI.) benutzt werden konnten. Durch die Hinzufügung guter Abbildungen von der Gölzſchthalbrücke und der Britanniabrücke, ſowie von einem Tangentialrade, von einer Sims'ſchen Dampfmaſchine u. ſ. w. hat dieſe neue Auflage ebenfalls an Werth gewonnen. Uebrigens ſtimmt ſowohl im Ganzen als auch in der Behandlungsweiſe dieſe zweite Auflage mit der erſten vollkommen überein.

Freiberg, den 24. Mai 1851.

Julius Weisbach.

Vorrede zur dritten Auflage.

Auch in der vorliegenden dritten Auflage vom zweiten Bande meiner Ingenieur- und Maschinen-Mechanik sind die nöthig gewordenen Berichtigungen und Verbesserungen, sowie die den Fortschritten der Wissenschaft entsprechenden Ergänzungen angebracht, und, mit Beseitigung des Ueberflüssigen und Unbrauchbargewordenen, mehrfach vollständige Umarbeitungen vorgenommen worden. Ich kann versichern, daß ich auf die Bearbeitung dieser Auflage viel Mühe und Sorgfalt verwendet habe, und wenn ich trotzdem in derselben den Wünschen des geehrten Publicums nicht allenthalben entsprechen sollte, so bitte ich zu bedenken, daß die Auswahl, Zusammenstellung und Bearbeitung der wichtigsten Gegenstände aus dem kaum mehr zu übersehenden Gebiete der praktischen Mechanik eine schwierige, mühsame und zeitraubende ist.

In der ersten Abtheilung, welche die Statik der Bauwerke enthält, hat sowohl die Theorie des Erddruckes als auch die der Gewölbe einige wichtige Ergänzungen erhalten, und es ist die Theorie der Holz- und Eisenconstruction größtentheils ganz umgearbeitet worden. In der zweiten Abtheilung, welche die Mechanik der Umtriebsmaschinen behandelt, habe ich das Capitel über die Dynamometer ausführlicher behandelt als in der zweiten Auflage, ferner das Capitel über die verticalen Wasserräder zum Theil umgearbeitet und vervollständigt, sowie das Capitel über horizontale Wasserräder durch die Beschreibung und theoretische Betrachtung neuer Turbinen ergänzt. Auch das Capitel über die Wassersäulenmaschinen habe ich mit Weglassung einer

Maſchine nach älterem Principe, durch die Beſchreibung und Behandlung neuer Waſſerſäulenmaſchinen bereichert. Weſentliche Umänderungen und Vervollſtändigungen ſind im Abſchnitte über Dampfmaſchinen angebracht worden, wiewohl ich hier noch weiter gegangen wäre, wenn es der Raum geſtattet hätte. Auf die neueren Theorien der Wärme und ihre Anwendung auf die Dampfmaſchinen bin ich nicht ſpeciell eingegangen, da ſie wohl noch nicht dahin gelangt ſind, um ſie mit Sicherheit und Vortheil bei der Theorie der Dampfmaſchinen zu Grunde legen zu können.

Die Abbildungen dieſer neuen Auflage ſind größtentheils neu gezeichnet und neu geſtochen, auch iſt die Anzahl derſelben ſehr vermehrt worden. Die Güte und Richtigkeit derſelben möchte wohl nur in ſeltenen Fällen etwas zu wünſchen übrig laſſen.

Freiberg, den 24. April 1859.

Julius Weisbach.

Vorrede zur vierten Auflage.

Die vierte Auflage des zweiten Bandes meiner Ingenieur- und Maſchinenmechanik, welche ich hiermit in die Oeffentlichkeit ſchicke, iſt zwar in Hinſicht auf Plan und Anordnung von der dritten Auflage nicht verſchieden, zeichnet ſich aber ſowohl in ihrem äußeren Gewande, als auch durch die in ihr angebrachten Verbeſſerungen, Ergänzungen und Zuſätze vor den älteren Auflagen deſſelben aus. Was die äußere Erſcheinung dieſer neuen Auflage betrifft, ſo ſind die Abbildungen in derſelben größtentheils neu angefertigt, und die auf ſchwarzem Grunde durch andere auf weißem Grunde erſetzt worden, wie es auch bereits in der vierten Auflage des erſten Bandes geſchehen iſt. In Betreff des Inhalts derſelben habe ich Folgendes mitzutheilen. Der vorliegende zweite Band beſteht auch in der vierten Auflage aus zwei Abſchnitten, der eine die Statik der Bauwerke, der andere die Mechanik der Kraft- oder Umtriebsmaſchinen enthaltend. In beiden Abſchnitten iſt in den letzten Jahren die Literatur bedeutend angewachſen, zumal in den Capiteln über Holz- und Eiſenconſtructionen und in denen über Wärme, Dämpfe, Dampfkeſſel und Dampfmaſchinen. Wenn ich bei Bearbeitung dieſer neuen Auflage nicht in dem Umfange von den Novitäten in der Literatur Gebrauch gemacht habe, als vielleicht von Vielen gewünſcht wird, ſo hat dies ſeinen Grund darin, daß ich es für zweckmäßig halte, in einem elementaren Werke, wie die Ingenieur- und Maſchinenmechanik iſt, nur diejenigen Lehren aufzu-

nehmen, welche bereits eine allgemeine Anwendung gefunden und von mehreren Seiten her in Unterſuchung gezogen worden ſind, oder ſich in der Praxis als hinreichend und zuverläſſig bewährt haben. Jedenfalls iſt es oft beſſer, neue theoretiſche Anſichten und Lehren zunächſt nur Journalen und Monographien zu überlaſſen und dann erſt in techniſchen Lehrbüchern aufzunehmen, wenn ſich dieſelben in dem Läuterungsproceß der Praxis bewährt haben. Wie im mündlichen, ſo auch im ſchriftlichen Unterricht, ſollte man immer darauf bedacht ſein, die Zuhörer und Leſer durch Einfachheit, Kürze und paſſende Vergleiche für den Gegenſtand zu gewinnen und nicht durch weitläufige, ſchwierige und unpraktiſche Speculationen denſelben die Luſt zum Studium einer für das praktiſche Leben ſehr wichtigen Wiſſenſchaft zu benehmen. Aus dieſen Gründen habe ich bei der Beſtimmung des Erddrucks und Gewölbſchubs, noch die alte Theorie von Coulomb beibehalten, und nur bei den Holz- und Eiſenconſtructionen bewährten neueren Fortſchritten in der Elaſticitätslehre Rechenſchaft getragen, ſowie die Theorien einiger neuen Brückenſyſteme, z. B. der Charnierbrücken, Pauli's Bogenbrücken u. ſ. w. mit aufgenommen. In der Mechanik der Umtriebsmaſchinen iſt eine kurze Theorie des Schönemann'ſchen Horizontaldynamometers, ſowie die von mir ſchon vor nahe 30 Jahren aufgeſetzte Theorie der Staucurven und die Beſtimmung der Drucklinie in Röhrenleitungen mit aufgenommen worden. In den beiden Capiteln über die hydrauliſchen Umtriebsmaſchinen ſind die Strahlturbinen des Verfaſſers, ſowie die Turbinen von Hänel und von Schiele mit abgehandelt worden, auch hat hier die Althanſe'ſche Waſſerſäulenmaſchine auf der Grube Centrum bei Eſchweiler einen paſſenden Platz gefunden. Von den neuen Abhandlungen Pambours über die Theorie der Waſſerräder, welche in den Comptes rendues der Pariſer Academie mitgetheilt worden ſind, habe ich hier keinen Gebrauch gemacht, weil dieſelben in der Hauptſache nichts Neues enthalten. In den Capiteln über Wärme und Dämpfe ſind nur mehrfache Ergänzungen, Zuſätze und Verbeſſerungen angebracht worden, da eine gänzliche Umarbeitung derſelben nach der mechaniſchen Wärmetheorie noch nicht hinreichend gerechtfertigt zu ſein ſchien. Bei Berechnung der theoretiſchen Leiſtung von Dampfmaſchinen ſind nicht nur die älteren Formeln von Poncelet-Morin und Pambour, ſondern auch die

Näherungsformeln der mechaniſchen Wärmetheorie von Rankine und Zeuner in Anwendung gebracht worden. Außerdem habe ich noch einen Abriß der mechaniſchen Wärmetheorie nach Zeuner und deren Anwendung auf die Berechnung der Arbeitsfähigkeit einer Dampfmaſchine (§. 484 bis §. 487), ſowie zum Schluß Einiges über die im Vergleich mit Dampfmaſchinen ſehr geringe Leiſtung der caloriſchen- und Gaskraftmaſchinen u. ſ. w. mitgetheilt.

Freiberg, im Monat November 1868.

Julius Weisbach.

Digitized by Google

Inhalt des zweiten Theiles.

Erste Abtheilung.

Die Anwendung der Mechanik auf Bauwerke.

Erstes Capitel.

Von dem Zusammenhange und Drucke lockerer Massen.

§.		Seite
1	Lockere oder halbflüssige Massen, natürliche Böschung u. s. w.	3
2	Erddruck, activer und passiver, Erdwiderstand, Hebekraft der Erde	4
3	Prisma des größten und kleinsten Erddruckes	7
4	Erddruck und Wasserdruck	9
5	Cohäsion lockerer Massen	10
6	Moment des Erddruckes	12
7— 8	Belastete oder überschüttete Erdmasse	14
(9—10)	Allgemeinere Theorie des Erddruckes	18
11	Futtermauern	23
12	Widerstandslinie der Futtermauern	24
13	Gleiten der Futtermauern	26
14	Kippen der Futtermauern	28
15	Poncelet's Tabelle über die Stärke der Futtermauern	29
16	Geböschte Futtermauern	32
17	Geneigte Futtermauern, Literatur	34

Zweites Capitel.

Die Theorie der Gewölbe.

18	Gewölbe, Gewölbsteine, Widerlager u. s. w.	37
19	Gleichgewicht der Gewölbsteine ohne Reibung	38
20	Gewölblinien	40
21—22	Gleichgewicht der Gewölbsteine mit Rücksicht auf Reibung	42
23—24	Gleichgewicht der Gewölbsteine in Hinsicht auf Kippen oder Drehung	45
25—26	Widerstandslinie der Gewölbe, Angriffspunkte des Gewölbschubes	49

Digitized by Google

§.		Seite
27	Stabilität der Widerlager und Pfeiler	54
28	Belastete Gewölbe	56
(29)	Allgemeine Theorie des Gewölbschubes	58
30	Gewölbstärke	61
31	Prüfung der Gewölbe, Specielle Berechnung eines Gewölbes	62
32	Tabellen des Gewölbschubes	66
33—35	Steinerne Brücken, Brückenpfeiler u. s. w.	71
36	Unsymmetrische Tonnengewölbe	78
37	Schiefe Tonnengewölbe, Kellerhalsgewölbe u. s. w.	79
38	Kloster-, Kreuz- und Kuppelgewölbe, Literatur	81

Drittes Capitel.

Die Theorie der Holz- und Eisenconstructionen.

39—40	Holz- und Eisenconstructionen überhaupt	84
41—43	Unterstützung der Balken durch Säulen	87
(44)	Allgemeine Theorie der Biegung der Balken durch mehrere Kräfte	96
45	Balken mit Zwischensäulen	99
46—48	Unsymmetrische Unterstützung durch Säulen	102
49—50	Zusammendrückung der Säulen	109
51—55	Gleichgewicht und Schub der Sparren und Streben	113
56—59	Hänge- und Sprengwerke	124
60—61	Einseitig unterstützte Träger	132
62—65	Fachwerksträger	139
66—68	Uebereinanderliegende und gesprengte Balken	148
69—71	Eisenblechträger und Gitterträger	156
72—73	Bogenträger	164
(74—79)	Theorie der Tragbögen oder krummen Balken	168
(80)—82	Tragkraft der Tragbögen	178
83—85	Hängebögen, Hängewerke	189
86—93	Theorie der Hängebrücken	194
94	Charnierbrücken	212
95	Pfeiler und Widerlager der Hängebrücken	215
96—101	Dachgespärre, Sparrenschub	219
102—103	Lehrgerüste	234
104	Hölzerne Brücken	237
105	Gußeiserne Brücken	241
106	Schmiedeeiserne Brücken, Pauli'sche Brücken u. s. w.	243
107	Hängebrücken, Literatur	250

Zweite Abtheilung.

Die Anwendung der Mechanik auf Kraftmaschinen.

Einleitung.

108—111	Maschinen, Kraft und Leistung, sowie Bewegungszustand derselben	257

Digitized by Google

Erſter Abſchnitt.

Von den bewegenden Kräften der Thiere, des Waſſers und Windes, ſowie von den Maſchinen zur Aufnahme dieſer Kräfte.

Erſtes Capitel.

Von dem Meſſen der bewegenden Kräfte und ihren Wirkungen.

§.		Seite
112	Dynamometer und Wagen	264
113—116	Einfache Gewichtswagen, gleicharmige und ungleicharmige	265
117—121	Zuſammengeſetzte Gewichtswagen, Brücken- und Tafelwagen	273
122	Zeigerwage	282
123—124	Federdynamometer, Federwagen	284
125—127	Federdynamometer mit Zeichnen- und Zählapparaten	286
128	Dynamometriſche Schnellwage und dynamometriſche Zapfenlager	293
129—130	Differenzialdynamometer	296
131	Horizontaldynamometer	303
132—134	Bremsdynamometer	306
135	Planimeter	313

Zweites Capitel.

Von den Menſchen- und Thierkräften, ſowie von den Maſchinen zur Aufnahme derſelben.

136—140	Thieriſche Kräfte, Kraftformeln u. ſ. w.	316
141	Hebel, Arbeiten der thieriſchen Kräfte am Hebel	326
142	Liegende Radwelle, Haſpel	329
143	Stehende Radwelle oder Winde, Göpel	333
144	Tret- und Laufrad	336
145	Tretſcheibe und Tretbrücke	339

Drittes Capitel.

Vom Anſammeln, ſowie von dem Zu- und Abführen des Aufſchlagwaſſers.

146—147	Aufſchlagwaſſer, Waſſerleitungen, Wehre u. ſ. w.	341
148—149	Aufſtauung durch Ueberfall- und Schleuſenwehre	342
150—153	Stauhöhe und Stauweite	346
154—(155)	Staucurve, Waſſerſchwelle	357
156—159	Teiche, Teichdämme, Teichgerinne	365
160—163	Canäle, Gerinne und Röſchen	373
164—165	Röhrenleitungen, Regulirung der Bewegung des Waſſers	382
166—168	Zuſammengeſetzte Röhrenleitungen	388

Viertes Capitel.

Von den verticalen Wasserrädern.

§.		Se
169	Die Wasserkraft, Arbeitsvermögen des Wassers	3
170	Hydraulische Umtriebsmaschinen, verticale und horizontale Wasserräder und Wassersäulenmaschinen	4
171—172	Zellenräder, oberschlägige Wasserräder	4
173—174	Raddimensionen, Radhalbmesser, Radtiefe, Radweite u. s. w.	4
175—176	Schaufelzahl und Schaufelungsmethoden	4
177—178	Schützen, Eintritt des Wassers in die Wasserräder	41
179—(180)	Schaufelwinkel, Schaufelanzahl	41
181—183	Einführung des Wassers in das Rad	42
184	Stoßwirkung des Wassers	42
185—186	Druckwirkung des Wassers, wasserhaltende Bogen	42
187—188	Einfluß der Centrifugalkraft	434
189—193	Stärke der Arme, Welle und Zapfen der Wasserräder	438
194	Construction und Lagerung der Wasserräder	451
195	Zapfenreibung und Gewicht der Wasserräder	455
196	Total- und Maximalleistung der Wasserräder	458
197	Effective Radleistungen	460
198—200	Rückenschlägige Wasserräder	462
201—205	Mittelschlägige Wasserräder, Kropfräder	468
206—209	Leistung der Wasserräder im Kropfgerinne	480
210—212	Unterschlägige Wasserräder	493
213—214	Wasserverlust bei unterschlägigen Wasserrädern	497
215—216	Leistung unterschlägiger Wasserräder	502
217	Theilung der Wasserkraft	506
218—220	Freihängende unterschlägige Wasserräder (Schiffmühlenräder)	508
221—225	Poncelet'sche Wasserräder	514
226—227	Leistungen der Poncelet'schen Wasserräder	525
228	Kleine Wasserräder von abweichenden Constructionen, Literatur	528

Fünftes Capitel.

Von den horizontalen Wasserrädern (Turbinen).

229	Horizontale Wasserräder, Turbinen u. s. w.	532
230—231	Stoßräder, Stoß- und Druckräder	533
232—234	Druckräder, Borda's und Burdin's Turbinen	538
235—237	Tangentialräder, Poncelet'sche und Zupinger'sche Turbinen	543
238	Schwamkrug's liegende Turbinen	553
239	Strahlturbinen	555
240—241	Danaiden	558
242—244	Reactions- oder Segner'sche Wasserräder	562
245—247	Schottische, Combe'sche und Cadiat'sche Turbinen	570

Digitized by Google

§.		Seite
248	Fourneyron'sche Turbinen	576
249	Turbine von Francis, mit äußerer Beaufschlagung	577
250—254	Theorie der Reactionsturbinen mit Leitschaufeln	584
255	Theorie der Turbinen ohne Leitschaufeln	589
256	Allgemeine Theorie der Turbinen	592
257—258	Schützenstellung, Etagenräder u. s. w.	595
259	Druckturbinen	599
260—261	Berechnung der Leistung der Reactionsturbinen	601
262—264	Anordnung und Construction der Leitschaufelturbinen	606
265—267	Anordnung und Construction der Turbinen ohne Leitschaufeln	616
268	Theorie der Turbinen mit äußerer Beaufschlagung	625
269—270	Welle, Zapfen und Zapfenlager der Turbinen	629
271—273	Vergleichungen und erfahrungsmäßige Leistungen der Turbinen	635
274	Girard's Hydropneumatisation der Turbinen	640
275	Boyden's Diffuser der Turbinen	642
276—277	Turbinen von Fontaine, Henschel und Jonval	645
278—282	Theorie und Construction der Henschel'schen Turbinen u. s. w.	650
283	Regulirungsmittel der Turbinen von Fontaine, Henschel u. s. w.	658
284—287	Erfahrungsmäßige Leistungen dieser Turbinen	661
288—290	Vergleichung der Turbinen mit einander u. mit anderen Wasserrädern	667
291	Hänel'sche Turbinen mit Rückenschaufeln	670
292	Schiele'sche Turbinen	673
293	Schraubenturbinen von Plataret	676
294	Thomson's Turbinen	681
295	Turbinen mit horizontaler Are	684
296	Girard's Schraubenrad, Literatur	687

Sechstes Capitel.

Von den Wassersäulenmaschinen.

297	Wassersäulenmaschinen	690
298—299	Einfallröhren, Treibcylinder	693
300—301	Treibkolben, Liderung, Treibkolbenstange	699
302	Steuerung, Kolbensteuerung u. s. w.	703
303—305	Steuerhahn, Steuerkolben, Steuerventile, Steuerschieber	705
306	Eigenthümlichkeit der Steuerung der Wassersäulenmaschinen	709
307—308	Hülfsmittel der regelmäßigen Steuerung, Steuerungsarten	711
309—310	Sperrhaken, Gewichtssteuerung	715
311—312	Hülfswassersäulenmaschine	721
313	Steuercylinder	725
314	Wassersäulenmaschine auf Alte Mordgrube	727
315	Wassersäulenmaschine in Huelgoat	730
316	Wassersäulenmaschine auf der Grube Centrum	733
317—318	Balancier, Stellhähne der Wassersäulenmaschinen	735
319—324	Berechnung der Leistung der Wassersäulenmaschinen	738
325—326	Berechnung der Steuerung derselben	753
327	Steuerwasserquantum	759

Digitized by Google

§.		Seite
328	Erfahrungsmäßige Leistung der Wassersäulenmaschinen	760
329	Vergleichung der Wassersäulenmaschinen mit Wasserrädern	763
330	Ketten- und Wassersäulenrad, Literatur	764

Siebentes Capitel.

Von den Windrädern.

331—333	Windräder, Flügelräder, Windflügel	768
334—335	Windmühlen, Bock- und Thurmmühlen	771
336—337	Kraftregulirung der Windmühlen	776
338—339	Windrichtung, Windgeschwindigkeit	779
340—342	Anemometer	781
343	Berechnung des Windstoßes	786
344	Vortheilhafteſter Stoßwinkel	787
345	Berechnung der Leistung der Windräder	790
346	Reibung am Halse der Windräder	793
347	Erfahrungen über die Leistung der Windräder, Erfahrungsformel	795
348	Smeaton's Regeln, Literatur	796

Zweiter Abschnitt.

Von der Wärme, von den Dämpfen und von den Dampfmaschinen.

Erstes Capitel.

Von den Eigenschaften der Wärme.

349	Wärme, Aetherschwingungen	799
350	Thermometer und Pyrometer	801
351	Queckſilberthermometer	801
352	Pyrometer, Metallpyrometer	803
353	Metallthermometer	804
354	Luftpyrometer	805
355	Längenausdehnung durch die Wärme	807
356	Ausdehnungscoefficient, Ausdehnung der Maßſtäbe	808
357	Compensationspendel	810
358	Ausdehnungskraft der Wärme	813
359	Veränderung der Festigkeit der Metalle durch die Wärme	815
360	Flächen- und Raumausdehnung durch die Wärme	816
361	Ausdehnung der tropfbaren Flüſſigkeiten, insbeſondere des Queckſilbers	818
362	Ausdehnung des Waſſers	820
363	Ausdehnung der Luft	822
364	Abſolute Nullpunkte, Abſolute Temperatur	823
365—366	Ausſtrahlung, Durchſtrahlung, Reflexion der Wärme	825

Digitized by Google

§.		Seite
367	Wärmeleitung	827
368—370	Abkühlung, Abkühlungsgeschwindigkeit u. s. w.	828
371—372	Schmelzen, Verdampfen, Sieden	836
373—374	Wärmecapacität, Wärmeeinheit, specifische Wärme	840
375	Specifische Wärme der Gase	843
376	Das Poisson'sche Gesetz	844
377	Verhältniß der specifischen Wärme bei gleichem Drucke zu der bei gleichem Volumen	845
(378)—379	Arbeit der Wärme, mechanisches Aequivalent der Wärme	848
380	Latente Wärme	853

Zweites Capitel.

Von den Wasserdämpfen.

381—382	Dampf, Expansivkraft und Temperatur desselben	856
383—385	Versuche über die Expansivkraft der Wasserdämpfe	858
386	Ergebnisse dieser Versuche	862
387—388	Formeln und Tabellen zur Berechnung der Expansivkraft des Wasserdampfes	865
389	Dichtigkeit des Wasserdampfes	876
390—391	Specifisches Dampfvolumen	877
392	Expansivkraft und Dichtigkeit der Dämpfe überhaupt	881
393	Destillation und Condensation	883
394	Gas- und Dampfgemenge	884
395—396	Feuchte Luft, Hygrometer, Psychrometer	886
397—398	Verbrennung, die hieraus hervorgehende Wärmemenge	889
399	Brennstoffe, Verbrennungswärme derselben	893
400	Luftmenge zur Verbrennung	894
401	Brennstoff- und entsprechende Wärmemenge, Literatur	898

Drittes Capitel.

Von den Dampferzeugungsapparaten.

402—403	Dampfkessel, Dampfkesselformen	902
404	Heizfläche der Dampfkessel	906
405—406	Größe und Dimensionen der Dampfkessel	908
407—411	Dicke der Kesselwände	912
412—413	Ebene Kesselwände, Stehbolzen	921
414	Verbindung der Kesselbleche durch Nieten	925
415	Kesselöfen, Feuerraum derselben	925
416	Rauchfreie Verbrennung	927
417—418	Feuercanäle, Kesselanlagen	928
419	Gasheizung	932
420—422	Schornsteine oder Essen, Essenzug	934

Digitized by Google

§.		Seite
(423)	Wirkungsgrad einer Kesselanlage	942
424—425	Speiseapparate der Dampfkessel	945
426	Der Injector, die Giffard'sche Speisepumpe	949
427	Schwimmer, Probirhähne, Wasserstandsröhren	952
428—432	Manometer, offene, Luft-, Differenzial- und Metallmanometer	955
433—436	Sicherheitsventile mit Gewichten und mit Federn	963
437	Oeffnen und Entleeren der Dampfkessel	972
438	Kesselproben, Literatur	973

Viertes Capitel.

Von den Dampfmaschinen.

439	Dampfmaschinen, Eintheilung derselben	976
440	Expansion und Condensation des Dampfes	977
441—444	Dampfcylinder, Kolben, Kolbenstange und Stopfbüchse	979
445	Dampfrohr, Regulirungsklappe u. s. w.	986
446—447	Steuerung, Schiebersteuerung	988
448—449	Ventilsteuerung, Dampfventile	992
450	Condensator, Einspritz- und Oberflächen-Condensator	997
451—453	Dampfmaschinensysteme	1000
454	Excentriksteuerung	1005
455	Watt'sche Dampfmaschine	1007
456—457	Bewegung des Dampfschiebers, Voreilen desselben	1009
458	Bewegungsgesetz der Kurbel und des Schiebers	1012
459	Schiebercurve	1013
460	Excentriksteuerung	1015
461	Doppelexcentriks mit Steuerrahmen	1017
462	Ventilsteuerung mit Excentriks	1018
463	Ventilsteuerung doppeltwirkender Dampfmaschinen	1021
464	Ventilsteuerung einfachwirkender Dampfmaschinen	1025
465	Regulirung der Kolbenspiele durch einen Katarakt	1028
466—467	Dampfschieber und Excentrik mit Stufen	1030
468—470	Expansionsschieber, Doppelschieber	1035
471	Die Meier'sche Steuerung der Dampfmaschinen	1041
472	Schiebersteuerung mit beweglichem Sitz	1045
473	Steuerung der Corliß-Dampfmaschinen	1047
474—475	Die Woolf'schen Dampfmaschinen	1049
476	Die Dampfmaschine von Sims	1055
477	Eine oscillirende Dampfmaschine von Alban	1057
478	Arbeit des Dampfes ohne Expansion	1060
479	Wirkung des Dampfes durch Expansion	1062
480	Leistung des Dampfes nach dem Mariotte'schen Gesetze	1063
481	Leistung des Dampfes nach Pambour (Navier)	1065
482	Leistung des Dampfes in zweicylindrigen Maschinen	1067
483	Leistung des Dampfes nach dem Potenzialgesetze	1069
(484—485)	Anwendung der mechanischen Wärmetheorie	1072
(486)	Das adiabatische Pressungsgesetz	1076

Digitized by Google

§.		Seite
487	Leistung einer Dampfmaschine nach der mechanischen Wärmetheorie	1079
488—490	Leistung des Dampfes bei einer gegebenen Brennstoffmenge	1083
491	Dampfindicator von Watt	1089
492	Dampfindicator von Clair	1091
493—495	Indicatorcurven, Schieberdiagramme	1095
496	Die Arbeitsverluste der Dampfmaschinen	1100
497—498	Arbeitsverlust durch den schädlichen Raum	1101
499	Arbeitsverlust durch die Kolbenreibung	1104
500	Maximalleistung der Dampfmaschinen	1106
501—502	Wirkungsgrade der Dampfmaschinen	1108
503—504	Pambour's Theorie der Dampfmaschinen	1111
505—508	Anordnung und Dimensionsbestimmung der Dampfmaschinen	1117
509	Bestimmung der Injections- oder Kaltwassermenge	1127
510	Größe der Kaltwasserpumpe und der Speisepumpe	1128
311	Größe der Luft- und Warmwasserpumpe, sowie des Condensators	1129
512	Einige Hauptdimensionen und Verhältnisse der Dampfkessel- und Maschinenanlage	1131
513	Princip der calorischen Maschinen	1132
514	Calorische Maschinen	1134
515	Ericsson'sche calorische Maschine	1136
(516)	Leistungsfähigkeit der Ericsson'schen calorischen Maschinen	1139
517	Offene calorische Maschinen	1141
518	Gaskraftmaschinen	1143
519	Atmosphärische Gaskraftmaschine	1147
520	Dampfmaschinen mit überhitzten Dämpfen	1150
	Schlußanmerkung. Literatur	1153

Digitized by Google

Zweiter Theil.

Die

Anwendung der Mechanik auf Bauwerke

und

Umtriebsmaſchinen.

Erſte Abtheilung.

Die

Anwendung der Mechanik auf Bauwerke.

Erſte Abtheilung.

Die Anwendung der Mechanik auf Bauwerke.

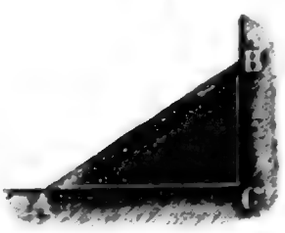
Erſtes Capitel.

Von dem Zuſammenhange und dem Drucke lockerer Maſſen.

Natürliche Böschung. Lockere oder halbflüſſige Maſſen §. 1
(franz. terres, demifluides; engl. earth-masses) ſind Anhäufungen kleiner Körper, wie Sand, Getreide, Schrot, Erde u. ſ. w. Sie ſind inſofern den Flüſſigkeiten ähnlich, als ſie, wie dieſe, einer Unterſtützung von außen bedürfen, um eine gewiſſe Form zu behalten. Doch iſt der Zuſammenhang der Theile einer lockeren Maſſe nicht ſo klein wie beim Waſſer; während das Waſſer in jedem Falle einer Einfaſſung bedarf, iſt dieſelbe bei den lockeren Maſſen nur in manchen Fällen nöthig, und während das Waſſer nur dann im Gleichgewichte iſt, wenn ſeine Oberfläche eine horizontale Lage hat, können lockere Maſſen auch bei einer geneigten Lage ihrer Oberfläche im Gleichgewichte beharren.

Wenn die Theile einer lockeren Maſſe nur durch die Reibung mit einander verbunden ſind, ſo iſt dieſelbe im Gleichgewichte, ſo lange ihre Oberfläche eine Neigung gegen den Horizont hat, welche den Reibungswinkel ϱ (ſ. I. §. 172) nicht übertrifft. Durch den Reibungswinkel wird die größte oder natürliche Böſchung (franz. talus naturel; engl. natural slope) einer lockeren Maſſe beſtimmt. Inſofern man unter Böſchung eines Abhanges AB, Fig. 1, das Verhältniß $\frac{b}{a}$ ſeiner horizontalen Länge $AC = b$ zur Höhe $BC = a$ verſteht, hat man dieſelbe $= cotang.\ \varrho$, oder, da $tang.\ \varrho$ dem Reibungscoefficienten φ gleich iſt, $\frac{b}{a} = cotang.\ \varrho = \frac{1}{\varphi}$.

Fig. 1.



Nach Martony de Köszegh ist z. B. für möglichst trockene Dammerd die natürliche Böschung $\frac{b}{a} = 1{,}243$, für angefeuchtete Dammerde abe $\frac{b}{a} = 1{,}083$; hiernach beträgt der Böschungswinkel im ersten Falle, $\varrho = 39$ und im zweiten, $\varrho = 43°$.

Für ganz feinen Sand hat man die Böschung $= {}^5/_3$, daher den Böschungswinkel $= 31°$ gefunden. Roggenkörner haben dem Verfasser $\varrho = 30°$ gegeben, sowie Erbsen, $\varrho = 27°$, dagegen lockerer Haldensturz, aus Gneisstücken von 1 Cubikzoll bis 1 Cubikfuß bestehend, sowie Steinkohlenhaufen und Schlacken in Stücken von 3 bis 7 Cubikzoll im Mittel, $\varrho = 38$ Grad; für Schrotkörner hat man ferner $\varrho = 25°$ und für Vogeldunst $\varrho = 22{}^1/_2{}°$ gefunden. Für Sägespäne ist $\varrho = 44°$.

Anmerkung. Versuche über die natürliche Böschung lockerer Massen werden durch Aufschütten und Streichen dieser Massen von unten nach oben angestellt.

§. 2 **Erddruck.** Wird eine lockere Masse Q, Fig. 2 und Fig. 3, von einer Seitenwand AB begrenzt, so übt sie gegen dieselbe einen gewissen, im Fol-

Fig. 2.

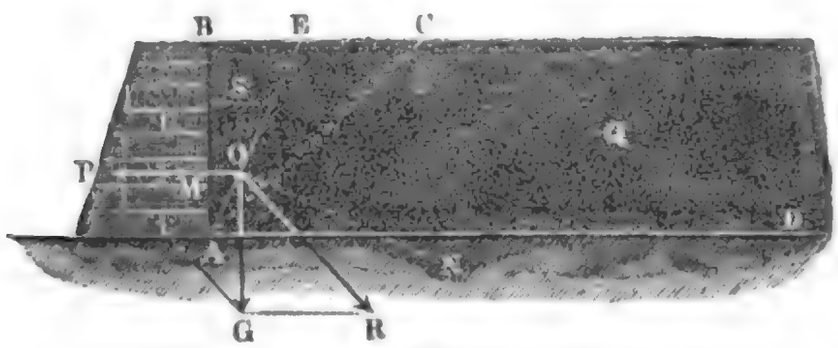
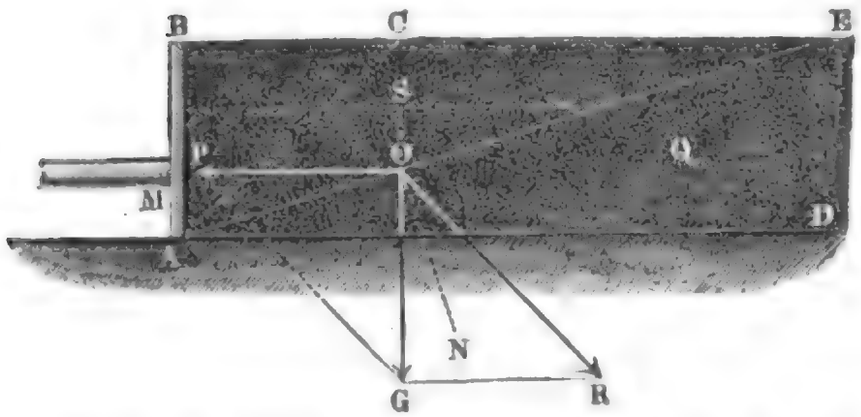


Fig. 3.



genden zu bestimmenden Druck, den sogenannten Erddruck (franz. poussée de terre; engl. pressure of earth), aus. Derselbe ist entweder ein activer oder ein passiver, je nachdem es darauf ankommt, durch diese Wand das

Herabrollen der Maſſe zu verhindern, oder das Hinaufſchieben derſelben zu bewirken. Der Druck der Maſſe auf dieſe Wand heißt im erſteren Falle gewöhnlich Erddruck ſchlecht weg, der Druck oder Widerſtand im zweiten Falle wird dagegen auch die Hebekraft der lockeren Maſſe (franz. butée de terre; engl. resistance of earth) genannt. Da die Reibung zwiſchen den Theilen der lockeren Maſſe unter einander, als paſſive Kraft, der Bewegung der Maſſe in jeder Richtung entgegenwirkt, ſo kommt ſie der Kraft, womit dem Herabgleiten der Maſſe entgegengewirkt wird, zu Hülfe, und wirkt dagegen der Kraft zum Hinaufſchieben der Maſſe entgegen, und es iſt folglich der Erddruck, im gewöhnlichen Sinne genommen, die kleinere, dagegen der Erdwiderſtand oder die ſogenannte Hebekraft der Erde die größere Kraft.

Der einfachſte und gewöhnlichſte Fall beſteht in der Begrenzung der lockeren Maſſe Q durch eine Verticalebene AB, welche von der Seitenfläche einer Mauer, der ſogenannten Futtermauer (franz. mur de revêtement; engl. retaining wall), wie Fig. 2, oder, nach Befinden, von der einer Holz- oder Bohlenwand (franz. palplanche; engl. walling-timber, sheet-piling), wie Fig. 3, gebildet wird.

Nehmen wir in einem ſolchen Falle an, daß die obere Fläche BC der lockeren Maſſe horizontal ſei und mit der verticalen Begrenzungsfläche einerlei Höhe $AB = h$ habe. Stellen wir uns vor, daß ſich von der ganzen Maſſe ein Keil ABE lostrenne und ſich nun auf der einen Seite gegen die Mauer und auf der anderen gegen die übrige Maſſe AEQ ſtütze; bezeichnen wir den noch unbeſtimmten Winkel AEB, welchen die Trennungsfläche AE mit der Horizontalebene BC einſchließt, durch α, die Dichtigkeit oder das Gewicht eines Cubikfußes der Maſſe durch γ, und ziehen wir nur ein Maſſenſtück von der Länge = Eins in Betracht, ſo haben wir für das Gewicht des gedachten Keiles ABE:

$$G = \frac{AB \,.\, BE}{2} \cdot 1 \,.\, \gamma = {}^1/_2\, h \,.\, h\, cotg.\, \alpha \,.\, \gamma = {}^1/_2\, h^2 \gamma\, cotg.\, \alpha.$$

Sieht man von der Reibung an der verticalen Bekleidungsfläche AB ab, ſo läßt ſich annehmen, daß dieſe Fläche nur den Druck $\overline{OP} = P$ aufnimmt, welcher gegen ſie rechtwinkelig, alſo horizontal gerichtet iſt, daß alſo auch eine gleich große entgegengeſetzt gerichtete Kraft $(-P)$ das Prisma ABE entweder auf der ſchiefen Ebene AE erhält oder auf derſelben hinaufſchiebt. Wir wiſſen aus Bd. I., §. 172 und §. 176, daß eine Kraft von einem Körper noch aufgenommen wird, wenn die Richtung derſelben nicht mehr als um den Reibungswinkel von der Normale der Bewegungsebene des Körpers abweicht, können daher auch hier vorausſetzen, daß die zweite Seitenkraft R des Gewichtes G von der Maſſe unterhalb AE aufgenommen werde, wenn

ihre Richtung OR um den Winkel $NOR = \varrho$ von der Normale ON ; AE abweicht. Da der Winkel:

$$NOG = EAD = AEB = \alpha$$

iſt, ſo hat man den Winkel ROG, um welchen die Seitenkraft R von de Verticalen abweicht entweder, wie in Fig. 4:

$$= NOG - NOR = \alpha - \varrho,$$

oder, wie in Fig. 5:

$$= NOG + NOR = \alpha + \varrho,$$

Fig. 4.

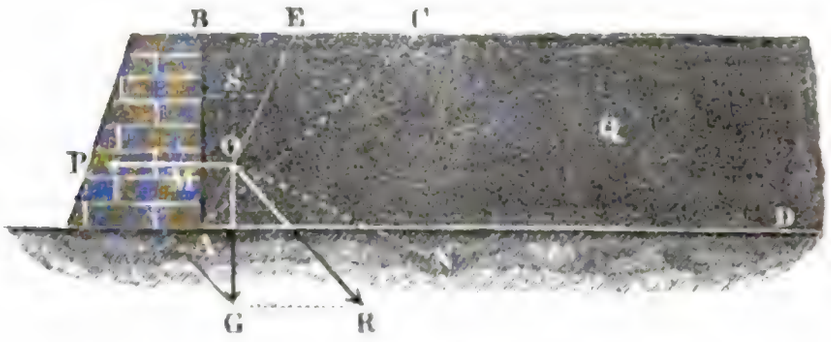
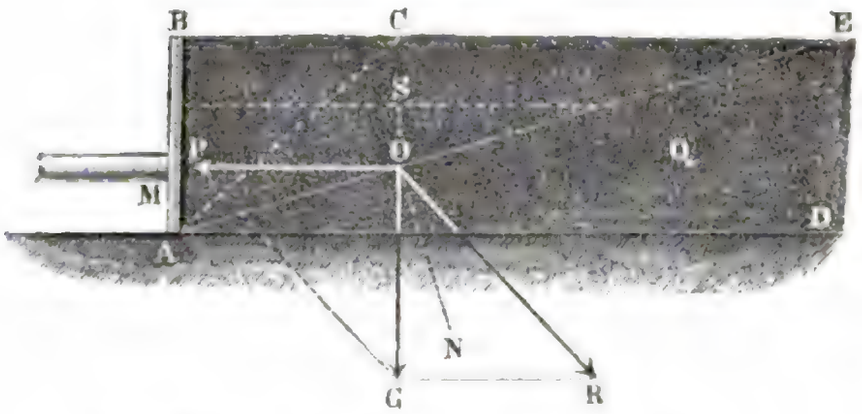


Fig. 5.



je nachdem man den Reibungswinkel ϱ auf der einen oder der anderen Seite von der Normale ON liegend annimmt, und es beſtimmt ſich hiernach der Druck gegen die verticale Wand AB,

$$P = G\ tang.\ OGP = G\ tang.\ ROG,$$

in dem einen Falle:

$$P = G\ tang.(\alpha - \varrho),$$

und im anderen:

$$P = G\ tang.(\alpha + \varrho),$$

alſo allgemein:

$$P = G\ tang.(\alpha \mp \varrho) = {}^1/_2\, h^2\, \gamma\ cotang.\ \alpha\ .\ tang.(\alpha \mp \varrho).$$

(Vergl. Bd. I., §. 176.)

Es iſt leicht zu ermeſſen, daß dieſer Ausdruck ſowohl den activen als den

passiven Erddruck angiebt, und zwar den ersteren bei Anwendung von *tang.* $(\alpha - \varrho)$, und den letzteren, wenn man *tang.* $(\alpha + \varrho)$ einführt.

Da bei Entwickelung dieser Formel von der Reibung des Druckkeiles ABC an einer Vorder- und Hinterfläche abgesehen worden ist, so giebt dieselbe auch nur den Druck des laufenden Fußes auf eine sehr lange Wand AB an.

Prisma des grössten und kleinsten Erddruckes. Der im §. 3 vorstehenden Paragraphen gefundenen Formel zufolge ist der Erddruck noch von einem angenommenen Winkel α abhängig, und es muß daher dieser Winkel erst bestimmt werden, um mittels dieser Formel den Erddruck berechnen zu können. Da der Ausdruck

$$P = {}^1/_2\, h^2\, \gamma\, cotang.\, \alpha\, tang.\, (\alpha - \varrho)$$

nicht allein für $\alpha = 90$ Grad, sondern auch für $\alpha = \varrho$ Grad Null und für zwischenliegende Werthe von α positiv ausfällt, so giebt es jedenfalls für α einen Werth zwischen ϱ und 90 Grad, welcher auf ein Maximum von P führt, und da nun das Herabrollen der lockeren Masse durch die Wand in jedem Falle verhindert werden soll, so ist demnach auch die Größe des zu bestimmenden activen Erddruckes diesem Maximalwerthe gleichzusetzen. Jedenfalls kommt es bei Ermittelung dieses Maximalwerthes nur darauf an, daß man zusieht, für welches α, das Product *cotang.* α . *tang.* $(\alpha - \varrho)$ ein Maximum wird.

Es ist *cotang.* α . *tang.* $(\alpha - \varrho)$ auch

$$= \frac{sin.\,(2\,\alpha - \varrho) - sin.\,\varrho}{sin.\,(2\,\alpha - \varrho) + sin.\,\varrho} = 1 - \frac{2\,sin.\,\varrho}{sin.\,(2\,\alpha - \varrho) + sin.\,\varrho},$$

und diese Größe um so größer, je größer *sin.* $(2\,\alpha - \varrho)$ wird; es fällt daher auch der Druck desjenigen Erdkeiles ABE am größten aus, welcher durch das Maximum von *sin.* $(2\,\alpha - \varrho)$ bestimmt ist.

Nun ist aber der Maximalwerth eines Sinus = Eins, daher hat man auch:

$$sin.\,(2\,\alpha - \varrho) = 1, \text{ oder } 2\,\alpha - \varrho = 90 \text{ Grad},$$

also den gesuchten Winkel:

$$\alpha = 45^0 + \frac{\varrho}{2},$$

sowie die Größe des activen Erddruckes:

$$P = {}^1/_2\, h^2\, \gamma\, cotang.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right) . tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)$$

zu setzen, oder einfacher, da noch $cotang.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right) = tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)$ ist,

$$\text{I.} \quad P = {}^1/_2\, h^2\, \gamma \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2, \text{ wofür auch}$$

$$P = {}^1/_2\, h^2\, \gamma \cdot \frac{1 - sin.\, \varrho}{1 + sin.\, \varrho}$$ geſetzt werden kann.

Der Winkel BAE, Fig. 4, welcher $\alpha = 45^0 + \frac{\varrho}{2}$ zu 90^0 ergänzt, i

$= \frac{90^0 - \varrho}{2}$ = der halben Ergänzung des Reibungswinkels ϱ zu 90 Grad und daher durch Halbiren des Winkels BAC leicht zu beſtimmen.

Da hingegen der Ausdruck

$$P = {}^1/_2\, h^2\, \gamma\, cotang.\, \alpha\, .\, tang.\, (\alpha + \varrho)$$

für $\alpha = 0$ Grad, ſowie für $\alpha = 90^0 - \varrho$ auf einen unendlich großen Werth und dagegen für Winkelwerthe zwiſchen 0 und $(90 - \varrho)$ Grad auf poſitive endliche Werthe führt, ſo giebt es auch innerhalb dieſer Grenzen einen Minimalwerth von P, welchem alſo auch der paſſive Erddruck, bei welchem es nur darauf ankommt, ein Hinaufſchieben oder Zurückweichen der lockeren Maſſe überhaupt zu bewirken, gleichzuſetzen iſt. Nun iſt aber

$$cotang.\, \alpha\, .\, tang.\, (\alpha + \varrho)$$

auch

$$= \frac{sin.\,(2\,\alpha + \varrho) + sin.\,\varrho}{sin.\,(2\,\alpha + \varrho) - sin.\,\varrho} = 1 + \frac{2\, sin.\,\varrho}{sin.\,(2\,\alpha + \varrho) - sin.\,\varrho},$$

und der letztere Bruch um ſo kleiner, je größer $sin.\,(2\,\alpha + \varrho)$ ausfällt; es läßt ſich daher für dieſen Fall

$$sin.\,(2\,\alpha + \varrho) = 1, \text{ oder } 2\,\alpha + \varrho = 90 \text{ Grad},$$

d. i. $\alpha = 45^0 - \frac{\varrho}{2}$ zu ſetzen.

Dieſer Werth giebt die Größe des paſſiven Erddruckes:

$$P = {}^1/_2\, h^2\, \gamma\, cotang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right) tang.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right),$$

d. i.:

$$\text{II.}\quad P = {}^1/_2\, h^2\, \gamma \left[tang.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2.$$

Auch iſt $P = {}^1/_2\, h^2\, \gamma \cdot \frac{1 + sin.\,\varrho}{1 - sin.\,\varrho}$.

Wenn alſo der Horizontaldruck der Wand AB, Fig. 5, gegen die Erdmaſſe die durch dieſe Formel beſtimmte Größe nicht erreicht, ſo weicht auch die lockere Maſſe noch nicht zurück; ſo wie aber derſelbe dieſer Größe gleich kommt, ſo ſchiebt ſich ein Maſſenkeil ABE zurück, deſſen Auflagerungsfläche AE den Winkel $EAD = \frac{90 - \varrho}{2} = {}^1/_2\, BAC$ mit der Baſis AD bildet.

Beiſpiel. Wenn das ſpecifiſche Gewicht einer 6 Fuß hoch aufgeſchütteten Getreidemaſſe 0,776 iſt (ſ. Band I., §. 372, Anmerk. 1), ſo übt dieſelbe gegen eine verticale Seitenwand auf den laufenden Fuß Länge den (activen) Druck

$P = \frac{1}{2} . 6^2 . 0{,}776 . 61{,}75\,[tang.\,(45^0 - 15^0)]^2 = 18 . 61{,}75 . 0{,}776 . (tang.\,30^0)^2$
$= 862{,}5 . 0{,}57735^2 = 287{,}5$ Pfund

aus, und es iſt dagegen die den paſſiven Druck zu überwindende Kraft:

$P = \frac{1}{2} . 6^2 . 0{,}776 . 61{,}75\,[tang.\,(45^0 + 15^0)]^2 = 921{,}9\,(tang.\,60^0)^2$
$= 862{,}5 . 3 = 2587{,}5$ Pfund

nöthig, um dieſe Maſſe durch eine verticale Wand AB zurückzuſchieben.

Erd- und Waſſerdruck. Sowohl der active als auch der paſſive Druck lockerer Maſſen läßt ſich leicht mit dem Druck des Waſſers vergleichen. Der Druck des Waſſers gegen eine ſenkrechte Fläche von der Breite = Eins und Höhe $= h$ iſt, wenn die Dichtigkeit des Waſſers $= \gamma_1$ geſetzt wird, nach Bd. I., §. 356: §. 4

$$P_1 = \frac{1}{2} h^2 \gamma_1;$$

dagegen der Erddruck gegen dieſe Fläche:

$$P = \frac{1}{2} h^2 \gamma \left[tang.\left(45^0 \mp \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 = \frac{1}{2} h^2 \varepsilon \gamma_1 \left[tang.\left(45^0 \mp \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2,$$

wenn ε noch das ſpecifiſche Gewicht der lockeren oder Erdmaſſe bezeichnet; es iſt folglich der Erddruck $\varepsilon \left[tang.\left(45^0 \mp \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$ mal ſo groß als der des Waſſers, oder es läßt ſich dieſer Druck $P = \frac{1}{2} h^2 \gamma_1$ gleichſetzen dem einer vollkommenen Flüſſigkeit, deren ſpecifiſches Gewicht

$$\varepsilon_1 = \varepsilon \left[tang.\left(45^0 \mp \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$$

oder deren Dichtigkeit

$$\gamma_1 = \gamma \left[tang.\left(45^0 \mp \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 \text{ iſt.}$$

Es nimmt alſo auch der Druck lockerer Maſſen, wie der des Waſſers, von oben nach unten gleichmäßig zu und iſt überhaupt der Druckhöhe (ſ. Bd. I., §. 355), ſowie der gedrückten Fläche proportional. Auch läßt ſich hieraus folgern, daß für jede beliebige, dem Erddrucke ausgeſetzte verticale Fläche die Druckhöhe von der Oberfläche der Maſſe ſenkrecht herab bis zum Schwerpunkte der gedrückten Fläche zu meſſen iſt.

Endlich fällt, dem Vorſtehenden zufolge, der Mittelpunkt des Erddruckes, d. i. der Angriffspunkt M des ganzen Erddruckes auf eine ebene Wand, mit dem Mittelpunkte des Waſſerdruckes (ſ. Bd. I., §. 357) zuſammen, ſteht alſo im vorliegenden Falle, wo die gedrückte Fläche ein Rechteck iſt, um $AM = \frac{1}{3} AB = \frac{1}{3} h$, d. i. um ein Drittel der Höhe von der Baſis, oder um $BM = \frac{2}{3} h$, d. i. um zwei Drittel derſelben von der Oberfläche der lockeren Maſſe ab.

Cohäſion lockerer Maſſen. Wir haben bei der obigen Entwickelung noch die Cohäſion, oder den mit der Berührungsfläche wachſenden §. 5

Zuſammenhang der Maſſentheile unter einander außer Acht gelaſſen; da dieſelbe aber bei weniger lockeren Maſſen, wie z. B. bei feſtgeſtampfter Erde, nicht unbedeutend iſt, ſo wollen wir ſie auch noch in die Formeln einführen. Setzen wir den Cohäſionsmodul, oder die Kraft des Zuſammenhanges für die Berührungsfläche Eins, $= \varkappa$, ſo haben wir für den in Fig. 6 und 7 repräſentirten Fall die Kraft zum Trennen des Prismas ABE in der Fläche AE:

$$K = 1 . AE . \varkappa = \frac{\varkappa h}{\sin. \alpha}.$$

Dieſe Kraft wirkt jeder Bewegung entgegen, und daher von unten nach oben, wenn das Herabgleiten zu verhindern iſt (Fig. 6), dagegen aber von oben nach unten, wenn das Hinaufſchieben des Keiles ABE hervorgebracht werden ſoll (Fig. 7); wenn es ſich folglich um die Beſtimmung des paſſiven Erddruckes handelt, ſo iſt anzunehmen, daß der verticale Component

$$V = K \sin. \alpha = \frac{\varkappa h}{\sin. \alpha} \cdot \sin. \alpha = \varkappa h$$

dem Gewichte, und der horizontale Component deſſelben,

Fig. 6.

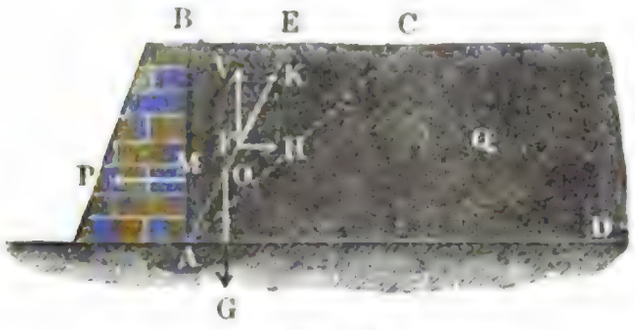
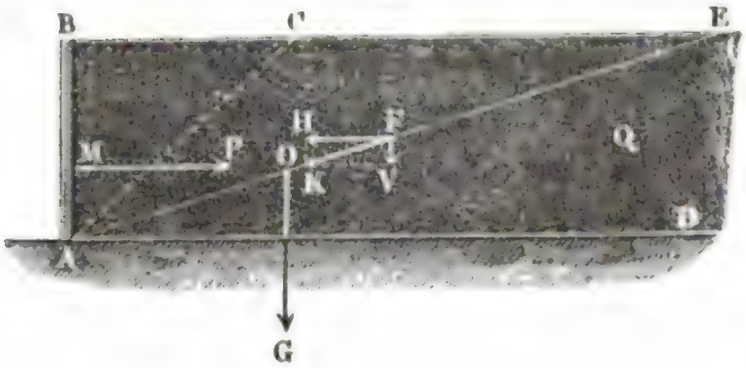


Fig. 7.



$$H = K \cos. \alpha = \frac{\varkappa h}{\sin. \alpha} \cos. \alpha = \varkappa h \, cotang. \alpha$$

dem Drucke P entgegenwirkt.

Führen wir daher in der Formel $P = G \, tang. (\alpha - \varrho)$, ſtatt P, $P + \varkappa h \, cotang. \alpha$ und ſtatt G, $G - \varkappa h$ ein, ſo erhalten wir für den activen Erddruck die Bedingungsgleichung:

$$P = (G - \varkappa h) \, tang. (\alpha - \varrho) - \varkappa h \, cotang. \alpha.$$

Subſtituiren wir nun noch $G = {}^1/_2 h^2 \gamma \, cotang. \alpha$, ſo ergiebt ſich:

$$P = ({}^1/_2 h^2 \gamma \, cotang. \alpha - \varkappa h) \, tang. (\alpha - \varrho) - \varkappa h \, cotang. \alpha.$$

Es iſt aber zweckmäßig, an dieſer Formel noch folgende Umformung vorzunehmen:

$$P = h [({}^1/_2 h \gamma + \varkappa \, cotang. \varrho) \, cotang. \alpha \, tang. (\alpha - \varrho) - \varkappa \, cotang. \alpha - \varkappa (1 + cotang. \alpha \, cotang. \varrho) \, tang. (\alpha - \varrho)],$$

oder, da $tang.(\alpha-\varrho)=\dfrac{tang.\,\alpha-tang.\,\varrho}{1+tang.\,\alpha\,tang.\,\varrho}$

$$=\frac{tang.\,\alpha-tang.\,\varrho}{1+cotang.\,\alpha\;cotang.\,\varrho}\cdot cotang.\,\alpha\,cotang.\,\varrho$$ iſt,

$$P=h\left[(\tfrac{1}{2}h\gamma+\varkappa\,cotang.\,\varrho)\,cotang.\,\alpha\,tang.(\alpha-\varrho)-\varkappa(cotang.\,\alpha+cotang.\,\varrho-cotang.\,\alpha)\right],$$

d. i.:

$$P=h\left[(\tfrac{1}{2}h\gamma+\varkappa\,cotang.\,\varrho)\,cotang.\,\alpha\,tang.(\alpha-\varrho)-\varkappa\,cotang.\,\varrho\right].$$

Dieſe Kraft wird ein Maximum mit dem Producte $cotang.\,\alpha\,tang.(\alpha-\varrho)$.

Das letztere aber iſt nach dem Obigen ein ſolches für $\alpha=45^0+\frac{\varrho}{2}$; es iſt daher der vollſtändige Horizontaldruck der Erdmaſſe gegen ihre verticale Bekleidung:

$$P=h\left((\tfrac{1}{2}h\gamma+\varkappa\,cotang.\,\varrho)\left[tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\right]^2-\varkappa\,cotang.\,\varrho\right)$$

$$=\tfrac{1}{2}h^2\gamma\left[tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\right]^2-\varkappa h\,cotang.\,\varrho\left(1-\left[tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\right]^2\right);$$

oder, da ſich $cotang.\,\varrho=\dfrac{2}{tang.\left(45^0+\frac{\varrho}{2}\right)-tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)}$, und

$$1-tang.\left[\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$$

$$=\left[tang.\left(45^0+\frac{\varrho}{2}\right)-tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\right]tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)$$ ſetzen läßt,

$$P=\tfrac{1}{2}h^2\gamma\left[tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\right]^2-2h\varkappa\,tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)$$

$$=h\,tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\left[\frac{h\gamma}{2}tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)-2\varkappa\right].$$

Dieſe Kraft iſt Null für $\tfrac{1}{2}h\gamma\,tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)=2\varkappa$, d. i. für

$$h=h_1=\frac{4\varkappa}{\gamma\,tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)}.$$

Auf dieſe Höhe h, läßt ſich alſo eine cohärente Maſſe ſenkrecht abſchneiden, ohne daß ein Nachrollen erfolgt. Umgekehrt, läßt ſich aus der Höhe h_1, auf welche man eine ſolche Maſſe ſenkrecht abſchneiden kann, der Cohäſionsmodul finden, indem man ſetzt:

$$\varkappa = {}^1/_4\, h_1\, \gamma\, tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right).$$

Es fällt also auch die Cohäsion einer Masse um so größer oder klein aus, je größer oder kleiner die Höhe h_1 ist, auf welche sie sich senkrecht a schneiden läßt.

Führen wir die Höhe h_1 in die Formel P ein, so erhalten wir d Größe des activen Erddruckes:

$$\text{I.}\quad P = \frac{h\gamma}{2}(h - h_1)\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2.$$

Bei Sand, Getreide, Schrot, sowie bei aufgelöster und frisch gegrabene Erde ist h_1 ziemlich Null. Bei zusammengedrückter oder feucht gewesener Erde ist dieselbe oft beträchtlich, und zwar weniger bei Gartenerde und mehr bei thoniger oder lehmiger Erde. Bei lockerer etwas feuchter Dammerde fand z. B. Martony $h_1 = 0{,}9$ Fuß, dagegen bei ganz mit Wasser durchweichter Erde, $h_1 = 0$. Dichte Pflanzenerde läßt sich höchstens 3 bis 6 Fuß, thonige Erde aber höchstens 10 bis 12 Fuß hoch senkrecht abgraben.

In den meisten Fällen der Anwendung ist es rathsam, die Cohäsionskraft unbeachtet zu lassen.

Bei Bestimmung des passiven Erddruckes wirkt die Cohäsionskraft $K = \varkappa h$ entgegengesetzt; es ist daher auch in der letzten Formel für P, nicht allein statt ϱ, $-\varrho$, auch statt $\varkappa$, $-\varkappa$ einzuführen, um den negativen Druck oder den Widerstand der Erdmasse gegen das Fortschieben zu bestimmen. Hiernach ist also der letztere, d. i. die Größe des passiven Erddruckes:

$$P = h\, tang.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right)\left[\frac{h\gamma}{2}\, tang.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right) + 2\varkappa\right] \text{ oder}$$

$$\text{II.}\quad P = \frac{h\gamma}{2}(h + h_2)\left[tang.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2.$$

wenn man noch

$$\frac{4\varkappa}{\gamma\, tang.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right)} = \frac{h_1\, tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)}{tang.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right)} = h_1\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$$

durch h_2 bezeichnet.

§. 6 **Moment des Erddruckes.** Durch die Cohäsion der Erdmasse wird nicht allein die Größe, sondern auch der Angriffspunkt der Kraft verändert; um den letzteren angeben zu können, ist es noch nöthig, das Moment der Kraft zu bestimmen. Der Ausdruck

$$P = \frac{h(h - h_1)\gamma}{2}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$$

für den activen Erddruck beſteht aus zwei Theilen, nämlich aus dem Theile

$$P_1 = {}^1/_2\, h^2 \gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2,$$

deſſen Angriffspunkt M um die ſenkrechte Höhe $BM = {}^2/_3\, h$ unter der Oberfläche BC der Maſſe liegt, welcher alſo in Hinſicht auf den Fuß A der Wand AB das Moment

$$P_1 . {}^1/_3\, h = {}^1/_6\, h^3 \gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2$$

hat, und aus dem Theile:

$$P_2 = - {}^1/_2\, h h_1 \gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2,$$

welcher der in der Mitte F der Fläche AE angreifenden Cohäſionskraft der Maſſe entſpricht, daher um ${}^1/_2\, h$ unter B angreift, und das Moment

$$P_2 . {}^1/_2\, h = - {}^1/_4\, h^2 h_1 \gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2 \text{ beſitzt.}$$

Es iſt folglich das Moment des ganzen Erddruckes hinſichtlich A:

$$Pa = {}^1/_6\, h^3 \gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2 - {}^1/_4\, h^2 h_1 \gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2$$

$$= \frac{h^2 \gamma}{2} \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2 ({}^1/_3\, h - {}^1/_2\, h_1),$$

und daher der Hebelarm deſſelben oder der Abſtand AM ſeines Angriffspunktes M von dem Fuße A:

$$a = \frac{{}^1/_2\, h^2 \gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2 ({}^1/_3\, h - {}^1/_2\, h_1)}{{}^1/_2\, h \gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2 (h - h_1)} = \frac{2h - 3h_1}{h - h_1} \cdot \frac{h}{6}$$

oder annähernd, wenn h_1 klein gegen h iſt,

$$a = \left(1 - {}^1/_2 \frac{h_1}{h} \right) \frac{h}{3}.$$

Für den Angriffspunkt M des paſſiven Erddruckes erhält man den Abſtand $AM = a$, wenn man in den obigen Formeln $45^0 + \frac{\varrho}{2}$ ſtatt $45^0 - \frac{\varrho}{2}$, ſowie $(- \varkappa)$ ſtatt $+ \varkappa$ einführt, und

$$\frac{4 \varkappa}{\gamma\, tang. \left(45^0 + \frac{\varrho}{2} \right)} = h_1 \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2$$

durch h_2 bezeichnet.

Es iſt daher hier:

$$Pa = {}^1/_6\, h^3 \gamma \left[tang.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 + {}^1/_4\, h^2 h_2 \gamma \left[tang.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right)\right.$$

$$= {}^1/_2\, h^2 \gamma \left[tang.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 ({}^1/_3\, h + {}^1/_2\, h_2),$$

und

$$a = \frac{2h + 3h_2}{h + h_2} \cdot \frac{h}{6}, \quad \text{annähernd} = \left(1 + {}^1/_2 \frac{h_2}{h}\right) \cdot \frac{h}{3}.$$

Beiſpiel. Man ſoll für eine Höhe von 16 Fuß die Größe und den Angriffspunkt des Druckes einer Erdmaſſe beſtimmen, deren Reibungswinkel $\varrho = 40$ Grad, und Dichtigkeit $\gamma = 120$ Pfund beträgt, und welche ſich, ohne nachzurollen, 4 Fuß hoch ſenkrecht abſchneiden läßt.

Ohne Rückſicht auf die Cohäſion iſt der active Erddruck:

$$P = {}^1/_2\, h^2 \gamma \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 = {}^1/_2 \,.\, 16^2 \,.\, 120 \,.\, [tang.\,(45^0 - 20^0)]^2$$

$$= 15360\ (tang.\, 25^0)^2 = 3340 \text{ Pfund},$$

und der paſſive Erddruck:

$$P = {}^1/_2\, h^2 \gamma \left[tang.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 = 15360\,(tang.\, 65^0)^2 = 70639 \text{ Pfund},$$

dagegen beträgt der erſtere mit Rückſicht auf die Cohäſion, da $h_1 = 4$ iſt,

$$P = {}^1/_2\, h\,(h - h_1)\,\gamma \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 = 8 \,.\, (16 - 4) \,.\, 120\,(tang.\, 25^0)^2$$

$$= 11520 \,.\, (tang.\, 25^0)^2 = 2505 \text{ Pfund},$$

und der letztere, da $h_2 = h_1 \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 = 4\,(tang.\, 25^0)^2 = 0{,}87$ Fuß iſt,

$$P = {}^1/_2\, h\,(h + h_2)\,\gamma \left[tang.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 = 8(16 + 0{,}87) \,.\, 120\,(tang.\, 65^0)^2$$

$$= 16195\,(tang.\, 65^0)^2 = 74480 \text{ Pfund}.$$

Wenn man von der Cohäſion abſieht, ſo kann man den Angriffspunkt des activen und paſſiven Erddruckes um ${}^2/_3\, h = {}^2/_3 \,.\, 16 = {}^{32}/_3 = 10{}^2/_3$ Fuß unter der Oberfläche, oder $5{}^1/_3$ Fuß über der Grundfläche befindlich annehmen. Mit Rückſicht auf dieſen Zuſammenhang iſt dagegen für den activen Erddruck

$$a = \frac{2h - 3h_1}{h - h_1} \cdot \frac{h}{6} = \frac{32 - 12}{16 - 4} \cdot \frac{16}{6} = \frac{5}{3} \cdot \frac{8}{3} = 4{,}44 \text{ Fuß},$$

und für den paſſiven Erddruck:

$$a = \frac{2h + 3h_2}{h + h_2} \cdot \frac{h}{6} = \frac{32 + 2{,}61}{16{,}87} \cdot \frac{8}{3} = \frac{34{,}61}{16{,}87} \cdot \frac{8}{3} = 5{,}47 \text{ Fuß}.$$

§. 7 **Belaſtete Erdmaſſe.** Wenn die Erdmaſſe M, Fig. 8, auf ihrer horizontalen Oberfläche noch belaſtet iſt, z. B. durch ein Gebäude, durch ein Pflaſter BLE u. ſ. w., ſo erleidet die Bekleidung einen größeren Druck, als wenn die Erdmaſſe oben ganz frei bleibt. Setzen wir, um denſelben zu ermitteln, den Druck auf jede Einheit (auf den Quadratfuß) der horizontalen Oberfläche, $= q$, ſo erhalten wir denſelben auf die Oberfläche des ganzen Druckkeiles BEA:

$$= q \,.\, BE = q\,h \;\mathit{cotang.}\,\alpha,$$

und daher die Horizontalkraft, ohne Rückſicht auf die Cohäſion:

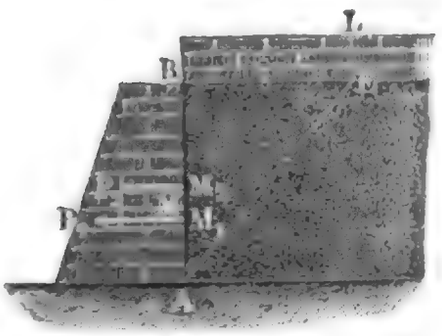
$$P = (G + q\,h \;\mathit{cotang.}\,\alpha)\;\mathit{tang.}\,(\alpha - \varrho)$$
$$= (\tfrac{1}{2}\,h^2\gamma + q\,h)\;\mathit{cotang.}\,\alpha\;\mathit{tang.}\,(\alpha - \varrho),$$

oder, $\alpha = 45^0 + \frac{\varrho}{2}$ ſubſtituirt,

$$P = (\tfrac{1}{2}\,h^2\gamma + q\,h)\left[\mathit{tang.}\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2.$$

Um den Angriffspunkt dieſes Druckes zu finden, zerlegen wir denſelben wieder in ſeine zwei Theile

Fig. 8.



$$P_1 = \tfrac{1}{2}\,h^2\gamma\left[\mathit{tang.}\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$$

und:

$$P_2 = q\,h\left[\mathit{tang.}\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2.$$

Der erſte Theil P_1 hat ſeinen Angriffspunkt M_1 um ein Drittel der Höhe h über dem Fußpunkte A, es iſt alſo ſein ſtatiſches Moment in Hinſicht auf dieſen Punkt

$$P_1\,\frac{h}{3} = \frac{h}{3}\cdot\tfrac{1}{2}\,h^2\gamma\left[\mathit{tang.}\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 = \frac{h^3\gamma}{6}\left[\mathit{tang.}\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2;$$

wegen des zweiten Theiles P_2 aber werden gleiche Theile der verticalen Wand gleich ſtark gedrückt, es geht folglich auch die entſprechende Mittelkraft, d. i. dieſer Theil des Druckes, durch den Schwerpunkt M_2 der Wand, ſteht alſo um die halbe Höhe $\left(\frac{h}{2}\right)$ von A ab, und es iſt ſonach das ſtatiſche Moment dieſer zweiten Kraft

$$P_2\,\frac{h}{2} = \frac{h}{2}\cdot q\,h\left[\mathit{tang.}\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 = \frac{q\,h^2}{2}\left[\mathit{tang.}\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right].$$

Nun folgt das Moment des vollſtändigen Druckes:

$$Pa = (\tfrac{1}{6}\,h^3\gamma + \tfrac{1}{2}\,q\,h^2)\left[\mathit{tang.}\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2,$$

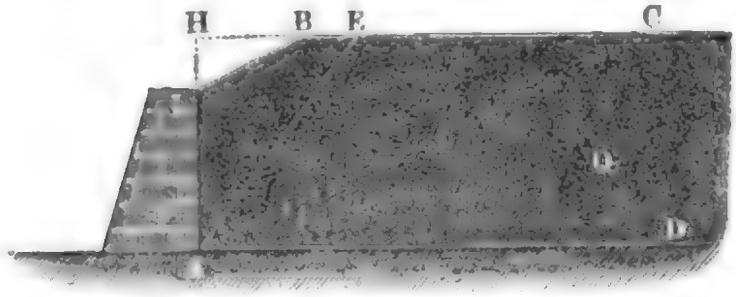
und daher der Hebelarm deſſelben oder der Abſtand $AM = a$ ſeines Angriffspunktes M von der Baſis:

$$a = \frac{(\tfrac{1}{6}\,h^3\gamma + \tfrac{1}{2}\,h^2 q)\left[\mathit{tang.}\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2}{(\tfrac{1}{2}\,h^2\gamma + h\,q)\left[\mathit{tang.}\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2} = \frac{\tfrac{1}{6}\,h^2\gamma + \tfrac{1}{2}\,h\,q}{\tfrac{1}{2}\,h\gamma + q}$$

$$= \left(\frac{h\gamma + 3\,q}{h\gamma + 2\,q}\right).\,\tfrac{1}{3}\,h.$$

(§. 8) **Druck der überschütteten Erde.** Steht die Oberfläche BC der lockeren Masse Q, Fig. 9, über der Mauerkappe L und bildet sie in der Nähe der Mauer den natürlichen Anhang, so läßt sich der Druck dieser Masse gegen die senkrechte Bekleidung mit Hülfe des höheren Calcüls wie folgt ermitteln. Es sei h die Höhe AL der Bekleidung, und h_0 die Höhe LH der lockeren Masse über dem Kopfe L der Bekleidung; behalten dann die übrigen Bezeichnungen ihre früheren Bedeutungen, so ist das Volumen der drückenden Masse $ALBE$:

Fig. 9.



$$V = {}^1/_2\,(\overline{AH^2}\,.\,cotang.\,AEH - \overline{LH^2}\,.\,cotang.\,LBH)$$
$$= {}^1/_2\,[(h+h_0)^2\,cotang.\,\alpha - h_0^2\,cotang.\,\varrho],$$

folglich das Gewicht derselben:

$$G = {}^1/_2\,[(h+h_0)^2\,cotang.\,\alpha - h_0^2\,cotang.\,\varrho]\,\gamma$$

und ihr activer Druck gegen AL:

$$P = {}^1/_2\,[(h+h_0)^2\,cotang.\,\alpha - h_0^2\,cotang.\,\varrho]\,tang.\,(\alpha-\varrho)\,\gamma$$

oder, da $tang.\,(\alpha-\varrho) = \dfrac{tang.\,\alpha - tang.\,\varrho}{1 + tang.\,\alpha\,tang.\,\varrho} = \dfrac{cotang.\,\varrho - cotang.\,\alpha}{cotang.\,\varrho\,cotang.\,\alpha + 1}$ ist,

$$P = {}^1/_2\,[(h+h_0)^2\,cotang.\,\alpha - h_0^2\,cotang.\,\varrho]\cdot\frac{cotang.\,\varrho - cotang.\,\alpha}{cotang.\,\varrho\,cotang.\,\alpha + 1}\,\gamma$$

$$= {}^1/_2(h+h_0)^2\left[cotang.\,\alpha - \left(\frac{h_0}{h+h_0}\right)^2 cotang.\,\varrho\right]\cdot\frac{cotang.\,\varrho - cotang.\,\alpha}{cotang.\,\varrho\,cotang.\,\alpha + 1}\,\gamma.$$

Setzen wir nun:

$$cotang.\,\alpha = u,\quad cotang.\,\varrho = b \quad\text{und}\quad \left(\frac{h_0}{h+h_0}\right)^2 cotang.\,\varrho = c,$$

so erhalten wir:

$$P = {}^1/_2\,(h+h_0)^2\,\frac{(u-c)\,(b-u)}{bu+1}\,\gamma,$$

und es ist das Maximum von $\dfrac{(u-c)\,(b-u)}{bu+1}$ auszumitteln, um den Druck der lockeren Masse gegen AL zu finden, und daher $(bu+1)$mal Differenzial von $(u-c)\,(b-u)$ gleich $(u-c)\,(b-u)$mal Differenzial von $(bu+1)$, d. i.:

$$(bu+1)\,(b+c-2u) = (bu - bc + cu - u^2)\,b$$

zu setzen. (S. Bd. I., Art. 8. V.)

Hiernach folgt die Bestimmungsgleichung:

$$bu^2 + 2u = (1+b^2)\,c + b,$$

deren Auflöſung:

$$u = -\frac{1}{b} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{b}\right)^2 + 1 + \frac{(1+b^2)c}{b}}$$

$$= \frac{-1 + \sqrt{1+b^2}\sqrt{1+bc}}{b} \text{ giebt.}$$

Führen wir die erſten Bezeichnungen wieder ein, ſo folgt:

$$\cot ang.\, \alpha = -\, tang.\, \varrho + \sqrt{\frac{1}{cos.\,\varrho^2} + \left(\frac{h_0}{h+h_0}\right)^2 \frac{1}{sin.\,\varrho^2}}$$

$$= -\, tang.\, \varrho + \sqrt{(sec.\,\varrho)^2 + \left(\frac{h_0}{h+h_0}\right)^2 (cosec.\,\varrho)^2}.$$

Nun iſt aber:

$$\frac{(u-c)(b-u)}{bu+1} = \frac{\partial (u-c)(b-u)}{\partial (bu+1)} = \frac{b+c-2u}{b}$$

$$= \frac{b^2+bc+2-2\sqrt{1+b^2}\sqrt{1+bc}}{b^2}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{1+b^2}-\sqrt{1+bc}}{b}\right)^2$$

$$= \left[\frac{1}{cos.\,\varrho} - \sqrt{(tang.\,\varrho)^2 + \left(\frac{h_0}{h+h_0}\right)^2}\right]^2$$

es folgt daher der geſuchte active Erddruck:

$$P = \tfrac{1}{2}(h+h_0)^2 \gamma \cdot \left[\frac{1}{cos.\,\varrho} - \sqrt{(tang.\,\varrho)^2 + \left(\frac{h_0}{h+h_0}\right)^2}\right]^2,$$

oder:

$$P = \left[\frac{h+h_0}{cos.\,\varrho} - \sqrt{(h+h_0)^2\, tang.\,\varrho^2 + h_0^2}\right]^2 \frac{\gamma}{2}.$$

Meiſt iſt die Höhe h_0 der Ueberſchüttung klein gegen die Höhe h der Bekleidung, und daher annähernd:

$$P = \left[\frac{h+h_0}{cos.\,\varrho} - \left((h+h_0)\, tang.\,\varrho + \frac{h_0^2}{2(h+h_0)\, tang.\,\varrho}\right)\right]^2 \frac{\gamma}{2}$$

$$= \left(\frac{(h+h_0)^2(1-sin.\,\varrho)^2}{cos.\,\varrho^2} - \frac{h_0^2(1-sin.\,\varrho)}{sin.\,\varrho}\right)\frac{\gamma}{2}$$

$$= \left((h+h_0)^2\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - \frac{h_0^2(1-sin.\,\varrho)}{sin.\,\varrho}\right)\frac{\gamma}{2}.$$

In vielen Fällen kann man ſogar das letzte Glied ganz vernachläſſigen und, wie oben (§. 3),

$$P = \tfrac{1}{2}(h+h_0)^2 \gamma \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 \text{ ſetzen.}$$

Das Moment des activen Erddruckes:

$$P = \left((h+h_0)^2\left[tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - \frac{h_0^2(1-sin.\varrho)}{sin.\varrho}\right)\frac{\gamma}{2}$$

läßt ſich wie dieſe Kraft ſelbſt als die Differenz zweier Theile anſehen, und fällt, dem Obigen entſprechend, in Hinſicht auf den Fußpunkt A,

$$Pa = \left((h+h_0)^3\left[tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - \frac{h_0^2(3h+h_0)(1-sin.\varrho)}{sin.\varrho}\right)\frac{\gamma}{6}$$

aus.

Für den paſſiven Erddruck hat man:

$$Pa = \left((h+h_0)^3\left[tang.\left(45^0+\frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - \frac{h_0^2(3h+h_0)(1+sin.\varrho)}{sin.\varrho}\right)\frac{\gamma}{6}$$

zu ſetzen.

Beiſpiel. Wäre im obigen Beiſpiel (§. 6) die Bekleidung h nur 12 Fuß hoch, folglich die Höhe der Ueberſchüttung $h_0 = 4$ Fuß, ſo hätte man, ohne Rückſicht auf Cohäſion, den activen Erddruck:

$$P = \left((h+h_0)^2\left[tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - \frac{h_0^2(1-sin.\varrho)}{sin.\varrho}\right)\frac{\gamma}{2}$$
$$= 3340 - \frac{(1-sin.40^0)\ 16\,.\,60}{sin.40} = 3340 - \frac{0{,}3572}{0{,}6428}\cdot 960$$
$$= 3340 - 533 = 2807 \text{ Pfund},$$

und das Moment deſſelben:

$$Pa = \left((h+h_0)^3\left[tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - \frac{h_0^2(3h+h_0)(1-sin.\varrho)}{sin.\varrho}\right)\frac{\gamma}{6}$$
$$= 3340\,.\,{}^1\!/_3\,(h+h_0) - 533\,.\,(h+{}^1\!/_3\,h_0) = 3340\,.\,{}^{16}\!/_3 - 533\,.\,{}^{40}\!/_3$$
$$= 10707 \text{ Fußpfund},$$

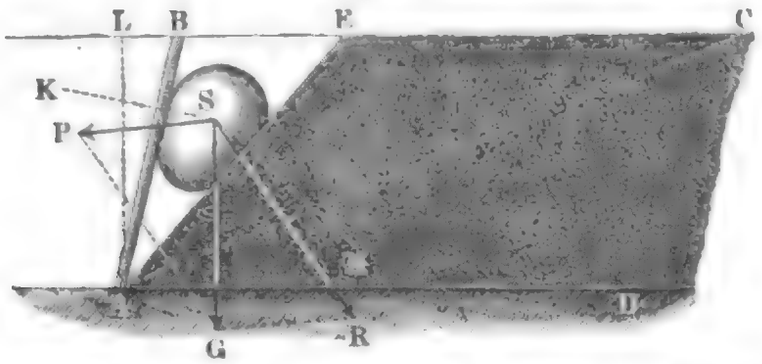
folglich den Hebelarm AM:

$$a = \frac{10707}{2807} = 3{,}81 \text{ Fuß},$$

alſo kleiner, als wenn die Maſſe vollſtändig bekleidet wäre.

§. 9 **Allgemeinere Theorie des Erddruckes.** Einer allgemeineren Theorie des Erddruckes läßt ſich der Fall zu Grunde legen, wo das Gewicht G einer Maſſe S, Fig. 10, von zwei ſchiefen Ebenen AB und

Fig. 10.



AE unterſtützt wird. Es iſt dann dieſes Gewicht G in zwei Seitenkräfte P und R zu zerlegen, deren Richtungen um die Reibungswinkel $PSK = \varrho_1$

und $RSN = \varrho$ von den Normalen SK und SN zu dieſen ſchiefen Ebenen abweichen. Sind α_1 und α die Neigungswinkel BAD und EAD dieſer Ebenen gegen den Horizont, ſo hat man:

$\angle\ RSG = \alpha - \varrho$, und $\angle\ PSG = 180^0 - (\alpha_1 + \varrho_1)$, daher:

$$\frac{P}{G} = \frac{sin.\,PGS}{sin.\,SPG} = \frac{sin.\,RSG}{sin.\,(PSG + PGS)} = \frac{sin.\,(\alpha - \varrho)}{sin.\,(\alpha_1 + \varrho_1 - \alpha + \varrho)},$$

und den Druck gegen die erſte Ebene:

$$P = \frac{G\,sin.\,(\alpha - \varrho)}{sin.\,(\alpha_1 + \varrho_1 - \alpha + \varrho)}.$$

Um dieſe Formel auf den Erddruck anzuwenden, dürfen wir nur AB als die Bekleidungswand betrachten, und annehmen, daß dieſelbe unter dem Winkel α_1 gegen den Horizont geneigt ſei.

Sehen wir noch von der Reibung der Maſſe an dieſer Fläche ab, ſo können wir, da der Querſchnitt des drückenden Prismas ABE:

$$F = \triangle AEL - \triangle ABL = \frac{h^2}{2}\,(cotang.\,\alpha - cotang.\,\alpha_1),$$

folglich das Gewicht deſſelben, $G = \frac{h^2\gamma}{2}\,(cotang.\,\alpha - cotang.\,\alpha_1)$ iſt:

$$P = \frac{h^2\gamma}{2} \cdot \frac{sin.\,(\alpha - \varrho)\,(cotang.\,\alpha - cotang.\,\alpha_1)}{[sin.\,\alpha_1 - (\alpha - \varrho)]}$$ ſetzen.

Nun iſt aber:

$$\frac{sin.\,[\alpha_1 - (\alpha - \varrho)]}{sin.\,(\alpha - \varrho)} = \frac{sin.\,\alpha_1\,cos\,(\alpha - \varrho) - cos.\,\alpha_1\,sin.\,(\alpha - \varrho)}{sin.\,(\alpha - \varrho)}$$

$$= sin.\,\alpha_1\ cotang.\,(\alpha - \varrho) - cos.\,\alpha_1$$

$$= sin.\,\alpha_1\ [cotang.\,(\alpha - \varrho) - cotang.\,\alpha_1],$$

daher folgt:

$$P = \frac{h^2\gamma}{2} \cdot \frac{cotang.\,\alpha - cotang.\,\alpha_1}{sin.\,\alpha_1\,[cotang.\,(\alpha - \varrho) - cotang.\,\alpha_1]},$$

oder wenn man $\alpha - \varrho = \psi$ ſetzt,

$$P = \frac{h^2\gamma}{2\,sin.\,\alpha_1} \cdot \frac{cotang.\,(\psi + \varrho) - cotang.\,\alpha_1}{cotang.\,\psi - cotang.\,\alpha_1}.$$

Dieſer Ausdruck fällt nicht allein für $\psi = 0$, ſondern auch für $\psi = \alpha_1 - \varrho$, Null aus, und iſt für Werthe von ψ zwiſchen 0 und $\alpha_1 - \varrho$, poſitiv, daher giebt es auch zwiſchen dieſen Grenzen ein Maximum deſſelben. Es iſt auch:

$$P = \frac{h^2\gamma}{2\,sin.\,\alpha_1} \cdot \frac{sin.\,(\psi + \varrho - \alpha_1)}{sin.\,(\psi + \varrho)} \cdot \frac{sin.\,\psi}{sin.\,(\psi - \alpha_1)}$$

$$P = \frac{h^2\gamma}{2\,sin.\,\alpha_1} \cdot \frac{cos.\,(\psi + \varrho - \alpha_1 - \psi) - cos.\,(\psi + \varrho - \alpha_1 + \psi)}{cos.\,(\psi + \varrho - \psi + \alpha_1) - cos.\,(\psi + \varrho + \psi - \alpha_1)}$$

$$= \frac{h^2\gamma}{2\,sin.\,\alpha_1} \cdot \frac{cos.(\varrho - \alpha_1) - cos.(2\psi + \varrho - \alpha_1)}{cos.(\varrho + \alpha_1) - cos.(2\psi + \varrho - \alpha_1)}$$

$$= \frac{h^2\gamma}{2\,sin.\,\alpha_1} \cdot \frac{cos.(\varrho+\alpha_1) - cos.(2\psi+\varrho-\alpha_1) + cos.(\varrho-\alpha_1) - cos.(\varrho+\alpha_1}{cos.(\varrho + \alpha_1) - cos.(2\psi + \varrho - \alpha_1)}$$

$$= \frac{h^2\gamma}{2\,sin.\,\alpha_1}\left(1 + \frac{cos.(\varrho - \alpha_1) - cos.(\varrho + \alpha)}{cos.(\varrho + \alpha_1) - cos.(2\psi + \varrho - \alpha_1)}\right),$$

und hieraus leicht zu erſehen, daß dieſer Werth für $cos.(2\psi + \varrho - \alpha_1) = 1$ alſo für $2\psi + \varrho - \alpha_1 = 0$, d. i. für

$$\psi = \frac{\alpha_1 - \varrho}{2}$$

ein Maximum wird.

Es halbirt alſo hier die Baſis AE des Prismas vom größten Druck den Winkel CAB zwiſchen der Ebene AB der Bekleidung und der Ebene AC des natürlichen Abhanges.

Setzen wir nun in der Formel für P,

$$\psi = \frac{\alpha_1 - \varrho}{2}$$

ein, ſo erhalten wir den geſuchten Druck gegen die ſchräge Wand AB:

$$P = \frac{h^2\gamma}{2\,sin.\,\alpha_1} \cdot \left(\frac{sin.\left(\frac{\alpha_1 - \varrho}{2}\right)}{sin.\left(\frac{\alpha_1 + \varrho}{2}\right)}\right)^2,$$

ſo daß für $\alpha_1 = 90^0$, wie oben, §. 3:

$$P = \frac{h^2\gamma}{2}\left(\frac{sin.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)}{sin.\left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right)}\right)^2 = \frac{h^2\gamma}{2}\left(\frac{sin.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)}{cos.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)}\right)^2$$

$$= \frac{h^2\gamma}{2}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 \text{ folgt.}$$

(§. 10) Nehmen wir wieder eine verticale Wand an, und berückſichtigen wir dagegen die Reibung der Erdmaſſe an derſelben, ſo können wir:

$$P = \frac{G\,sin.(\alpha - \varrho)}{sin.(90 + \varrho_1 - \alpha + \varrho)} = \frac{G\,sin.(\alpha - \varrho)}{cos.[\alpha - (\varrho + \varrho_1)]}$$

$$= {}^1/_2\,h^2\gamma\,\frac{sin.(\alpha - \varrho)\;cotang.\,\alpha}{cos.[\alpha - (\varrho + \varrho_1)]} \text{ ſetzen.}$$

Formen wir weiter um, ſo erhalten wir:

$$\frac{\sin.(\alpha-\varrho)\,\mathrm{cotang.}\,\alpha}{\cos.[\alpha-(\varrho+\varrho_1)]}=\frac{(\sin.\alpha\cos.\varrho-\cos.\alpha\sin.\varrho)\,\mathrm{cotang.}\,\alpha}{\cos.\alpha\cos.(\varrho+\varrho_1)+\sin.\alpha\sin.(\varrho+\varrho_1)}$$

$$=\frac{\sin.\varrho}{\sin.(\varrho+\varrho_1)}\cdot\frac{\mathrm{cotang.}\,\varrho-\mathrm{cotang.}\,\alpha}{\mathrm{cotang.}\,(\varrho+\varrho_1)+\mathrm{tang.}\,\alpha}.$$

Der veränderliche Factor:

$$\frac{\mathrm{cotang.}\,\varrho-\mathrm{cotang.}\,\alpha}{\mathrm{cotang.}\,(\varrho+\varrho_1)+\mathrm{tang.}\,\alpha}$$

iſt ein Maximum für:

$$\frac{\mathrm{cotang.}\,(\varrho+\varrho_1)+\mathrm{tang.}\,\alpha}{(\sin.\alpha)^2}=\frac{\mathrm{cotang.}\,\varrho-\mathrm{cotang.}\,\alpha}{(\cos.\alpha)^2}$$

oder:

$$\mathrm{cotang.}\,(\varrho+\varrho_1)+\mathrm{tang.}\,\alpha=\mathrm{cotang.}\,\varrho\,(\mathrm{tang.}\,\alpha)^2-\mathrm{tang.}\,\alpha,$$

d. i.:

$$(\mathrm{tang.}\,\alpha)^2-2\,\mathrm{tang.}\,\varrho\,\mathrm{tang.}\,\alpha=\mathrm{tang.}\,\varrho\,\mathrm{cotang.}\,(\varrho+\varrho_1).$$

Die Auflöſung dieſer quadratiſchen Gleichung giebt:

$$\mathrm{tang.}\,\alpha=\mathrm{tang.}\,\varrho+\sqrt{(\mathrm{tang.}\,\varrho)^2+\mathrm{tang.}\,\varrho\,\mathrm{cotang.}\,(\varrho+\varrho_1)}$$

$$=\mathrm{tang.}\,\varrho\,(1+\sqrt{1+\mathrm{cotang.}\,\varrho\,\mathrm{cotang.}\,(\varrho+\varrho_1)}),$$

und daher:

$$\mathrm{cotang.}\,\alpha=\frac{\sqrt{1+\mathrm{cotang.}\,\varrho\,\mathrm{cotang.}\,(\varrho+\varrho_1)}-1}{\mathrm{cotang.}\,(\varrho+\varrho_1)}.$$

Nun iſt aber:

$$\frac{\mathrm{cotang.}\,\varrho-\mathrm{cotang.}\,\alpha}{\mathrm{cotang.}\,(\varrho+\varrho_1)+\mathrm{tang.}\,\alpha}=(\mathrm{cotang.}\,\alpha)^2,$$

daher fällt:

$$\frac{\sin.(\alpha-\varrho)\,\mathrm{cotg.}\,\alpha}{\cos.[\alpha-(\varrho+\varrho_1)]}=\frac{\sin.\varrho}{\sin.(\varrho+\varrho_1)}\cdot\left(\frac{\sqrt{1+\mathrm{cotg.}\,\varrho\,\mathrm{cotg.}\,(\varrho+\varrho_1)}-1}{\mathrm{cotg.}\,(\varrho+\varrho_1)}\right)^2$$

$$=\frac{\sin.\varrho}{\cos.(\varrho+\varrho_1)^2}\cdot\left(\sqrt{\frac{\sin.(\varrho+\varrho_1)\sin.\varrho+\cos.(\varrho+\varrho_1)\cos.\varrho}{\sin.\varrho}}-\sqrt{\sin.(\varrho+\varrho_1)}\right)^2$$

$$=\frac{\sin.\varrho}{\cos.(\varrho+\varrho_1)^2}\left(\sqrt{\frac{\cos.\varrho_1}{\sin.\varrho}}-\sqrt{\sin.(\varrho+\varrho_1)}\right)^2$$

aus, und es folgt der active Erddruck:

$$P=\tfrac{1}{2}h^2\gamma\frac{\sin.\varrho}{\cos.(\varrho+\varrho_1)^2}\left(\sqrt{\frac{\cos.\varrho_1}{\sin.\varrho}}-\sqrt{\sin.(\varrho+\varrho_1)}\right)^2.$$

Noch läßt ſich wegen Kleinheit des Winkels ϱ_1,

$$\cos.\varrho_1=1,\ \text{daher}\ \sqrt{\frac{\cos.\varrho_1}{\sin.\varrho}}=\frac{1}{\sqrt{\sin.\varrho}},$$

ferner:

$cos.(\varrho+\varrho_1)^2=(cos.\varrho-sin.\varrho\,sin.\varrho_1)^2=cos.\varrho^2(1-2\,tang.\varrho\,sin.\varrho_1)$,
alſo:

$$\frac{1}{cos.(\varrho+\varrho_1)^2}=\frac{1+2\,tang.\varrho\;sin.\varrho_1}{cos.\varrho^2}$$

ſetzen, ſowie:

$$\sqrt{sin.(\varrho+\varrho_1)}=\sqrt{sin.\varrho+cos.\varrho\,sin.\varrho_1}=\sqrt{sin.\varrho}+{}^1/_2\frac{cos.\varrho\,sin.\varrho_1}{\sqrt{sin.\varrho}},$$

endlich:

$$\left(\sqrt{\frac{cos.\varrho_1}{sin.\varrho}}-\sqrt{sin.(\varrho+\varrho_1)}\right)^2=\left(\frac{1}{\sqrt{sin.\varrho}}-\sqrt{sin.\varrho}-{}^1/_2\frac{cos.\varrho\,sin.\varrho_1}{\sqrt{sin.\varrho}}\right)^2$$

$$=\left(\frac{1-sin.\varrho}{\sqrt{sin.\varrho}}\right)^2-\frac{1-sin.\varrho}{\sqrt{sin.\varrho}}\cdot\frac{cos.\varrho}{\sqrt{sin.\varrho}}\cdot sin.\varrho_1$$

$$=\frac{(1-sin.\varrho)^2}{sin.\varrho}\left(1-\frac{cos.\varrho}{1-sin.\varrho}\cdot sin.\varrho_1\right),$$

daher folgt annähernd:

$$P={}^1/_2h^2\gamma\frac{(1+2\,tang.\varrho\,sin.\varrho_1)}{cos.\varrho^2}\cdot(1-sin.\varrho)^2\left(1-\frac{cos.\varrho}{1-sin.\varrho}\cdot sin.\varrho_1\right)$$

$$={}^1/_2h^2\gamma\frac{(1-sin.\varrho)(1-sin.\varrho)}{(1-sin.\varrho)(1+sin.\varrho)}\cdot\left(1+2tang.\varrho sin.\varrho_1-\frac{cos.\varrho}{1-sin.\varrho}sin.\varrho_1\right)$$

$$={}^1/_2h^2\gamma\left[tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\right]^2\left(1-\left[tang.\left(45^0+\frac{\varrho}{2}\right)-2tang.\varrho\right]sin.\varrho_1\right).$$

Da ϱ zwiſchen 30 und 40 Grad ſchwankt und für $\varrho=35^0$,

$$tang.\left(45^0+\frac{\varrho}{2}\right)-2\,tang.\varrho=tang.\,62^1/_2{}^0-2\,tang.\,30^0$$

$$=1{,}921-1{,}155=0{,}766$$

iſt, ſo kann man in den gewöhnlichen Fällen der Anwendung

$$P={}^1/_2\,h^2\gamma\left[tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\right]^2(1-0{,}766\,sin.\varrho_1)$$

ſetzen.

Dieſe Kraft wirkt aber nicht rechtwinkelig gegen die ſenkrechte Wand, ſondern weicht von derſelben um den Reibungswinkel ϱ_1 ab. Der horizontale Component derſelben iſt:

$$P_1=P\,cos.\varrho_1,\text{ annähernd}=P,$$

und der verticale Component:

$$P_2=P\,sin.\varrho_1.$$

Nach den Verſuchen von Audé iſt der Coefficient der Reibung zwiſchen Sand und einer hölzernen Bekleidungswand im Mittel:

$$\varphi_1 = tang.\, \varrho_1 = 0{,}6, \text{ daher } sin.\, \varrho_1 = 0{,}515$$

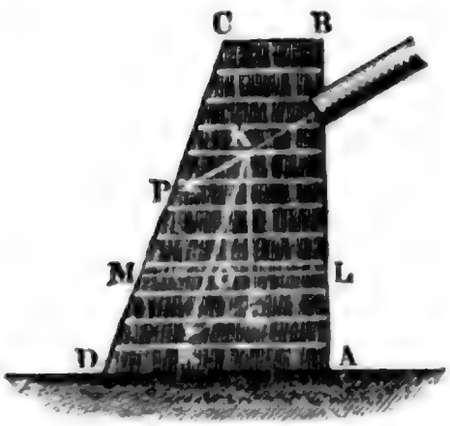
und der entsprechende Reibungswinkel:

$$\varrho_1 = 31 \text{ Grad.}$$

Anmerkung. Die Versuche Audé's mit besonderen Instrumenten (Waagen) behandelt eine am Schluß des Capitels aufgeführte Schrift.

Futtermauern. Eine Futtermauer AC, Fig. 11, kann durch eine §. 11
Kraft $\overline{KP} = P$, fortgeschoben oder umgestürzt werden. Denken wir uns diese Mauer aus in horizontalen Schichten über einander liegenden Steinen bestehend, so können wir annehmen, daß sich beim Nachgeben der Mauer eine horizontale Fuge ML bilde, über welcher der darüber liegende Theil CL entweder fortgleitet oder umschlägt. Der Sicherheit wegen wollen wir auf das Bindemittel der Steine gar nicht Rücksicht nehmen, sondern nur die Reibung zwischen den letzteren in Betracht ziehen. Aus der Kraft P und dem Gewichte G des Mauertheiles CL bildet sich eine Mittelkraft $\overline{KR} = R$, von deren Größe und Richtung die Möglichkeit des Umstürzens und Fortgleitens dieses Mauerstückes abhängt. Ist der Winkel RKG, um welchen diese Mittelkraft von der Normale zur Trennungsfläche LM abweicht, kleiner als der Reibungswinkel ϱ, so kann ein Fortschieben der Mauer nicht eintreten, (I., §. 172), und geht die Kraftrichtung nicht außerhalb der Trennungsfläche LM vorbei, sondern durch dieselbe hindurch, so ist auch ein Umstürzen um die Kante M unmöglich (I., §. 141). In den meisten Fällen der Anwendung wird man finden, daß das Umstürzen eher erfolgt als das Fortschieben, weshalb bei der Anlage von Mauern vorzüglich auf das erstere Rücksicht zu nehmen ist. Das Umstürzen oder Kippen wird besonders noch dadurch erleichtert, daß es in der Regel nicht um die äußere Kante M, sondern um einen der Mittelkraft R näher liegenden Punkt vor sich geht, und zwar aus dem Grunde, weil der in M concentrirte Druck ein Nachgeben oder Zerbröckeln der Steine in der Nähe dieses Punktes zunächst herbeiführt.

Fig. 11.

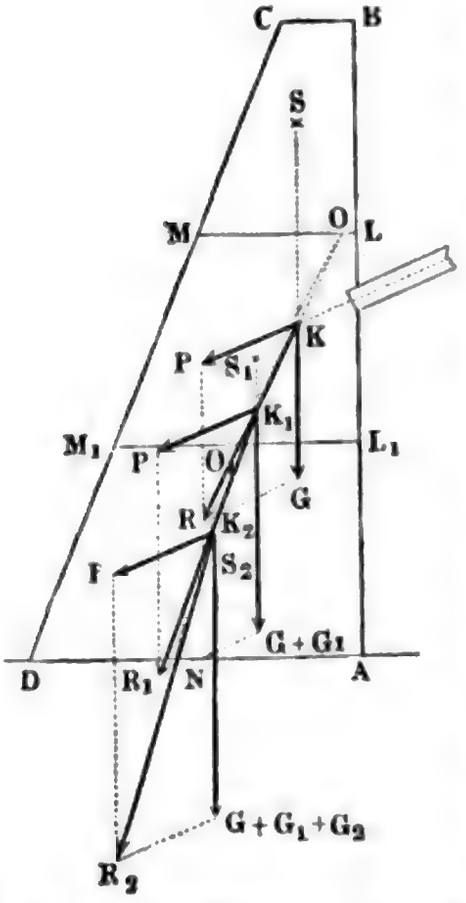


Wenn man für eine ganze Reihe Bruchflächen die Durchschnittspunkte der Mittelkräfte R aufsucht, und diese durch eine Linie verbindet, so erhält man in dieser die sogenannte Widerstandslinie (franz. ligne de résistance; engl. line of resistance), und man sieht nun leicht ein, daß ein Umstürzen der Mauer nicht eintritt, so lange diese Linie nicht aus der Mauer herausfällt.

Die Art und Weise, wie die Widerstandslinie ND eines Pfeilers oder einer Mauer $ABCD$, Fig. 12 (a. f. S.), gefunden wird, ist folgende. Man

zerlege die Mauer durch Horizontalebenen LM, L_1M_1 in Stücke, deren Gewichte G, G_1, G_2 sein mögen, und suche deren Schwerpunkte S, S_1 und S_2. Nun vereinige man das Gewicht G des ersten Stückes CL mit der Kraft P durch das Parallelogramm der Kräfte und bestimme dadurch die Mittelkraft $\overline{KR} = R$, deren Richtung die Ebene LM in einem Punkte O der gesuchten Widerstandslinie schneidet. Hierauf verlegt man den Angriffspunkt K dieser Kraft nach dem Punkte K_1, in welchem die verticale Schwerlinie durch den Schwerpunkt S_1 vom zweiten Körperstücke ML_1 die Richtung KR durchschneidet, und construirt aus P und der Summe $G + G_1$ der Gewichte von CL und ML_1 ein zweites Kräfteparallelogramm, wodurch sich die Mittelkraft $\overline{K_1R_1} = R_1$ bestimmt, deren Richtung in L_1M_1 einen zweiten Punkt O_1 der Widerstandslinie bestimmt. Verlegt man ebenso den Angriffspunkt K_1 nach dem Punkte K_2, in welchem die verticale Schwerlinie des dritten Körperstückes AM_1 die Richtung K_1R_1 trifft, und construirt aus P und $G + G_1 + G_2$ eine dritte Mittelkraft $\overline{K_2R_2} = R_2$, so durchschneidet deren Richtung die Basis AD in einem dritten Punkte N der Widerstandslinie, u. s. w.

Fig. 12.



§. 12 **Widerstandslinie.** Für eine parallelepipedische Mauer $ABCD$, Fig. 13 und Fig. 14, bestimmt sich die Widerstandslinie wie folgt.

1) Nehmen wir an, daß diese Mauer eine einfache Horizontalkraft P, Fig. 13, aufzunehmen habe. Es wird dadurch der Allgemeinheit nichts geschadet, da eine noch hinzutretende Verticalkraft als ein Gewicht angesehen werden kann. Nehmen wir an, daß die Richtung der Kraft P um $FK = a$ von dem Kopfe BC der Mauer abstehe, und denken uns eine horizontale Trennungsebene LM, welche um $KN = x$ unter K liegt. Aus der Kraft P, deren Angriffspunkt K nach der verticalen Schwerlinie FG der Mauer verlegt ist, und aus dem Gewichte G des Mauerstückes CL folgt die Mittelkraft R, welche LM in einem Punkte O der gesuchten Widerstandslinie schneidet, dessen Coordinaten in Hinsicht des Anfangspunktes K, $KN = x$

und $NO = y$ ſein mögen. Der Aehnlichkeit der Dreiecke KNO und KGR zufolge iſt

$$\frac{NO}{KN} = \frac{RG}{KG}, \text{ d. i.:}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{P}{G} \text{ und daher } y = \frac{P}{G}x.$$

Fig. 13.

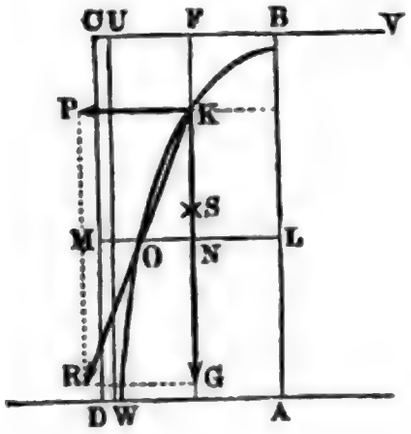
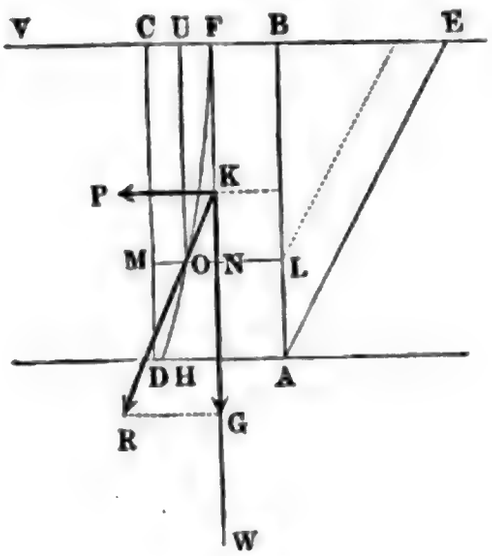


Fig. 14.



Bezeichnet nun b die Breite $AD = BC$ der Mauer, und γ_0 die Dichtigkeit derſelben, und zieht man nur den laufenden Fuß Mauer in Betracht, ſo hat man das Gewicht:

$$G = BC.FN.\gamma_0 = b(a+x)\gamma_0,$$

und daher:

$$y = \frac{Px}{b(a+x)\gamma_0}.$$

Hiernach iſt für $x = 0$, auch $y = 0$,

ferner für $x = \infty$: $y = \frac{P}{b\gamma_0}$,

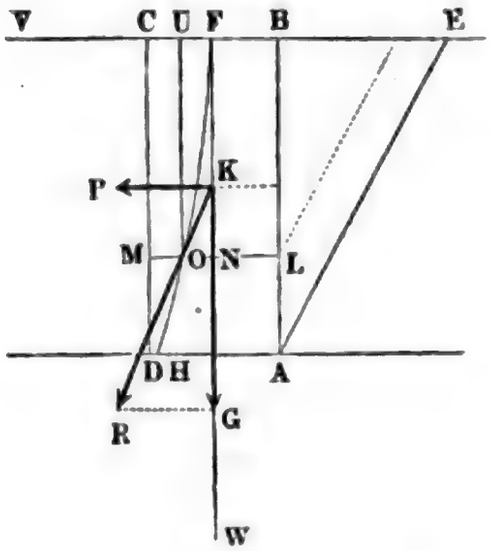
und für $x = -a$: $y = \infty$;

es geht folglich die Widerſtandslinie KO, Fig. 13, durch den Punkt K und hat nicht allein die Horizontallinie UV durch den Mauerkopf F, ſondern auch eine Verticallinie UW zur Aſymptotenaxe, welche um $FU = \frac{P}{b\gamma_0}$ von der verticalen Schwerlinie FS (Fig. 13) der Mauer abſteht. Es bildet folglich die Widerſtandslinie eine Hyperbel mit den Aſymptoten UV und UW.

2) Bei einer Mauer $ABCD$, Fig. 15 (a. f. S.), welche den Erd- oder Waſſerdruck auszuhalten hat, iſt die Tiefe FK des Angriffspunktes K der Kraft P unter der Mauerkrone F veränderlich und von der Tiefe $FN = x$

der angenommenen Trennungsebene LM unter F abhängig. Da der Mittelpunkt des Erd- und Waſſerdruckes (nach §. 4) um $^2/_3$ der Höhe unter dem Kopfe B der Wand AB liegt, ſo hat man auch hier $FK = {}^2/_3 FN = {}^2/_3 x$ zu ſetzen. Nehmen wir hier F als Anfangspunkt der Coordinaten $FN = x$ und $NO = y$ an, ſo giebt die Proportion

Fig. 15.



$$\frac{ON}{KN} = \frac{RG}{KG},$$

und es folgt, da $KN = x - {}^2/_3 x = {}^1/_3 x$ iſt, der Erddruck auf BL:

$$P = {}^1/_2 x^2 \gamma \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2,$$

und da das Gewicht von CL, $G = bx\gamma_0$ iſt:

$$y = \frac{{}^1/_3 x \,.\, P}{G} = {}^1/_6 \frac{\gamma}{b\gamma_0}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 . x^2.$$

Dieſe Gleichung entſpricht einer gemeinen Parabel mit dem Scheitel F, der horizontalen Abſciſſe $FU = NO = y$ und der verticalen Ordinate $UO = FN = x$.

Iſt die Erdmaſſe noch um eine kleine Höhe h_0 über der Mauerkrone aufgeſchüttet, ſo können wir nach §. 8 annähernd:

$$y = \frac{{}^1/_3 (h_0 + x) P}{G} = \frac{\gamma}{6 b \gamma_0}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 \frac{(h_0 + x)^3}{x}$$

ſetzen.

§. 13 **Gleiten der Futtermauern.** Eine Futtermauer $ABCD$, Fig. 15, muß eine gewiſſe Dicke $AD = BC = b$ erhalten, damit ſie durch den Erddruck P nicht zurückgeſchoben werde. Iſt φ der Coefficient der Reibung an der Grundfläche LM eines Mauerſtückes CL von der Breite $BC = b$ und Höhe $LB = x$, ſo folgt die Reibung oder die Kraft zum Fortſchieben dieſes Stückes auf LM:

$$P = \varphi b x \gamma_0,$$

und da dieſelbe dem Erddruck gegen BL widerſtehen ſoll, ſo iſt:

$$\varphi b x \gamma_0 = {}^1/_2 x^2 \gamma \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$$

zu ſetzen, und es ergiebt ſich hieraus die geſuchte Mauerdicke, wenn man noch für x ſeinen größten Werth $AB = h$ einführt:

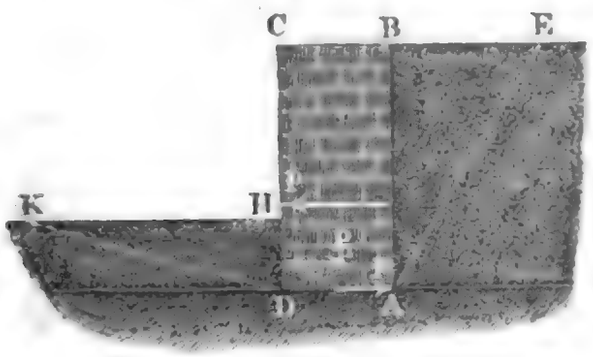
$$b = \frac{\gamma h}{2 \varphi \gamma_0}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2.$$

Der Sicherheit wegen führt man noch einen Stabilitätscoefficienten $\delta = 2$ ein, und ſetzt daher:

$$b = \frac{\gamma h}{\varphi \gamma_0}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2.$$

Um den Widerſtand gegen das Fortſchieben auf dem Boden zu vergrößern, welches ſich um ſo nöthiger macht, wenn der Boden, auf welchem die Futtermauer ruhen ſoll, lettig oder mit Waſſer durchdrungen iſt, wobei der Reibungscoefficient φ zwiſchen der Mauer und dem Grunde auf 0,3 herabgehen kann, gräbt man eine Vertiefung AH in den Grund und ſetzt die Mauer AC, Fig. 16, in dieſelbe. Es widerſteht dann dem activen Erddruck vor der Fläche AB nicht allein die Reibung der Grundfläche AD auf dem Boden, ſondern auch noch der paſſive Druck der Erdmaſſe DHK vor der Mauerfläche CD.

Fig. 16.



Iſt G das Gewicht der Stützmauer AC, alſo φG ihre Reibung auf dem Grunde AB, ſowie h die Höhe der Erdmaſſe auf der inneren und h_1 die Höhe der Erdmaſſe auf der äußeren Seite, ſind ferner ϱ und γ der Reibungswinkel und die Dichtigkeit für jene, und ϱ_1 und γ_1 der Reibungswinkel und die Dichtigkeit für dieſe Erdmaſſe, ſo hat man hiernach zu ſetzen:

$$\varphi G + {}^1/_2 h_1^2 \gamma_1 \left[tang.\left(45^0 + \frac{\varrho_1}{2}\right)\right]^2 = {}^1/_2 h^2 \gamma \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2,$$

wonach, wenn man wieder $\delta = 2$ annimmt,

$$b = \frac{h^2 \gamma \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - h_1^2 \gamma_1 \left[tang.\left(45^0 + \frac{\varrho_1}{2}\right)\right]^2}{\varphi h \gamma_0}$$ folgt.

Fällt der hiernach berechnete Werth von b kleiner aus als die nöthige Dicke $b_1 = \frac{\gamma (h - h_1)}{\varphi \gamma_0}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$ für das freie Mauerſtück von der Höhe $h - h_1$, ſo iſt natürlich die letztere in Anwendung zu bringen.

Die einer gegebenen Mauerdicke entſprechende Tiefe DH, Fig. 16, des Grundes für dieſe Mauer iſt:

$$h_1 = tang.\left(45^0 - \frac{\varrho_1}{2}\right)\sqrt{\frac{h^2 \gamma \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - 2 \varphi G}{\gamma_1}}.$$

Um zweifache Sicherheit zu erhalten, wendet man die Tiefe

$$h_1 = 1{,}414\ tang.\left(45^0 - \frac{\varrho_1}{2}\right)\sqrt{\frac{h^2\gamma\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - \varphi G}{\gamma_1}}$$

an.

Beiſpiel. Wie tief muß eine parallelepipediſche Mauer von 8 Fuß Breite und 13 Fuß Höhe von außen im Grunde ſtehen, damit ſie innen den Druck des vom Fuße bis zum Kopfe der Mauer ſtehenden Waſſers auszuhalten vermag, ohne auszugleiten? Hier iſt $\varrho = 0$, $\gamma = 61{,}75$ Pfund, $h = 13$ Fuß, ferner $\varphi = 0{,}3$, $\varrho_1 = 30^0$, $\gamma_1 = 1{,}6 \cdot 61{,}75 = 98{,}8$ Pfund, und G, wenn man die Dichtigkeit der Mauer $\gamma_0 = 132$ Pfund annimmt, $= 8 \cdot 13 \cdot 132 = 13728$ Pfund, daher die geſuchte Grundtiefe:

$$h_1 = 1{,}414 \cdot tang.\,(45^0 - 15^0)\sqrt{\frac{13^2 \cdot 61{,}75 - 0{,}3 \cdot 13728}{98{,}8}}$$

$$= 1{,}414\ tang.\,30^0\sqrt{\frac{10435 - 4119}{98{,}8}} = 1{,}414 \cdot 0{,}57735\sqrt{\frac{6316}{98{,}8}} = 6{,}53 \text{ Fuß}.$$

Anmerkung. Der Reibungscoefficient für Mauer- und Ziegelſteine iſt (Bd. I., §. 174), wenn dieſelben unmittelbar auf einander liegen, $= 0{,}67$ bis $0{,}75$; und wenn friſcher Mörtel zwiſchen beiden liegt, nur $0{,}60$ bis $0{,}70$. Der eingetrocknete Mörtel wirkt nun auch durch Cohäſion oder Adhärenz, und es iſt nach Boiſtard der Zuſammenhang durch Mörtel auf einen Quadratfuß Fläche, 800 bis 1500 Pfund; nach den neueren Verſuchen von Morin aber 2000 bis 5000 Pfund.

§. 14 **Kippen der Futtermauern.** Die Stabilität einer Stütz- oder Futtermauer fordert nun, daß die Widerſtandslinie nicht bloß innerhalb der Mauer bleibe, ſondern auch der äußeren Mauerfläche nicht ſehr nahe komme (II., §. 11). Der berühmte Marſchall Vauban giebt die praktiſche Regel: es ſoll die Widerſtandslinie die Baſis der Mauer in einem Punkte ſchneiden, deſſen Entfernung von der verticalen Schwerlinie der Mauer höchſtens $^4/_9$ der Entfernung der äußerſten Mauerkante von eben dieſer Schwerlinie iſt. Dieſer Regel zufolge iſt die Dicke der Mauer $^3/_2$mal ſo groß als die einfache Formel angiebt, weil hiernach die Stabilität $^3/_2 \cdot {}^3/_2 = {}^9/_4$mal ſo groß ausfällt als das nach der einfachen Formel berechnete. Nennen wir nach Poncelet die Reciproke dieſer Zahl, oder das Verhältniß zwiſchen der Entfernung der äußerſten Mauerkante von der verticalen Schwerlinie und der Entfernung des Punktes der Widerſtandslinie in der Mauerbaſis von eben dieſer Schwerlinie den Stabilitätscoefficienten und bezeichnen wir ihn allgemein durch δ, ſo erhalten wir für die Stabilität einer den Erddruck aufnehmenden parallelepipediſchen Mauer, indem wir in der Formel des §. 12 ſtatt x die Mauerhöhe h und ſtatt y, $\frac{^1/_2 b}{\delta}$ einführen:

$$\frac{b}{2\delta} = \frac{\gamma}{6 b \gamma_0}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 \frac{(h + h_0)^3}{h},$$

und daher die erforderliche Mauerdicke:

$$b = (h + h_0)\ tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\sqrt{\frac{\delta\,\gamma}{3\,\gamma_0}\cdot\frac{h + h_0}{h}}.$$

Setzt man für $\delta = {}^9/_4$ und für $\frac{\gamma}{\gamma_0}$ den Mittelwerth $^2/_3$ ein, ſo erhält man:

$$b = 0{,}707\ (h + h_0)\sqrt{\frac{h + h_0}{h}}\cdot tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right).$$

Nimmt man $\varrho = 30^0$ an, ſo folgt:

$$b = 0{,}4\ (h + h_0)\sqrt{\frac{h + h_0}{h}}..$$

Poncelet giebt für Fälle, wo h_0 zwiſchen 0 und $2\,h$ enthalten iſt,

$b = 0{,}865\ (h + h_0)\ tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_0}}$, und annähernd:

$b = 0{,}285\ (h + h_0)$ an.

Beiſpiel. Welche Dicke muß eine parallelepipediſche Mauer erhalten, welche bei 28 Fuß Höhe einen Haldenſturz von 35 Fuß Höhe aufhalten ſoll, vorausgeſetzt, daß die Dichtigkeit der Mauer $\gamma_0 = 2{,}4 \cdot 61{,}75 = 148{,}2$ Pfund, die Dichtigkeit des Haldenſturzes (grobe Geſteinſtücke) $\gamma = 1{,}3 \cdot 61{,}75 = 80{,}275$ Pfund iſt, und der Reibungswinkel $\varrho = 50^0$ beträgt? Nach der Formel von Poncelet iſt

$$b = 0{,}865 \cdot 35\ tang.\ (45^0 - 25^0)\sqrt{\frac{13}{24}} = 30{,}3 \cdot \sqrt{\frac{13}{24}}\cdot tang.\ 20^0$$
$$= 8{,}11 \text{ Fuß}.$$

Poncelet's Tabelle. Zur Erleichterung der Rechnung hat Poncelet §. 15 eine beſondere Tabelle berechnet, worin die Werthe von $\frac{b}{h}$ aufgeführt ſind, welche gegebenen Werthen von $\frac{h_0}{h}$, $\frac{\gamma_0}{\gamma}$ und $tang.\,\varrho$ oder φ entſprechen. Von ihr iſt folgende Tabelle nur ein Auszug. Uebrigens ſind hierin zwei Fälle von einander unterſchieden, nämlich der Fall, wenn die Maſſe ſo hoch ſteht, daß ſie, wie Fig. 17 zeigt, die ganze Mauerkappe $B\,C$ bedeckt, und der Fall, wenn, wie in Fig. 18 zu ſehen iſt, die Maſſe um 0,2 der Höhe h von der

Fig. 17.

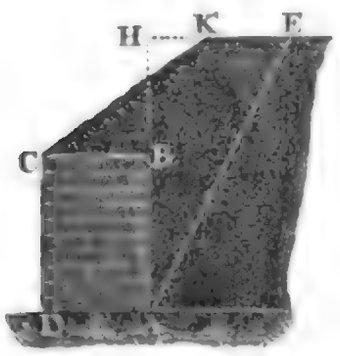
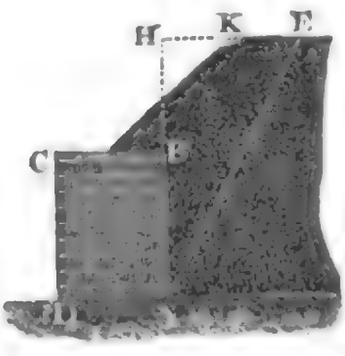


Fig. 18.



äußeren Mauerfläche zurückſteht, daß alſo ein $0{,}2\,.\,h$ breiter Wallweg CL oder eine ſogenannte Berme frei bleibt. Die Einrichtung und der Gebrauch dieſer Tabelle ſind aus den Ueberſchriften erklärlich.

Fig. 19.

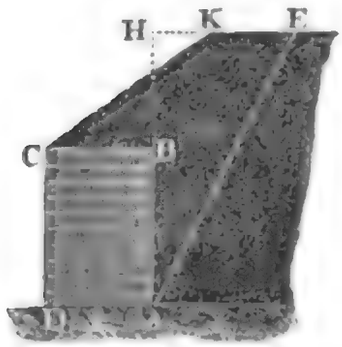
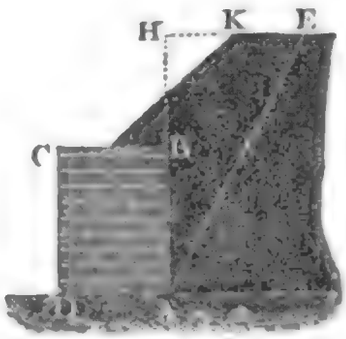


Fig. 20.



Hat man in der erſten Verticalcolumne den gegebenen Werth von $\frac{h_0}{h}$ gefunden, ſo geht man von da ſo weit horizontal herüber, bis man unter die gegebenen Werthe von $\frac{\gamma_0}{\gamma}$ u. ſ. w. gelangt.

In dieſer Tabelle ſind vorzüglich die Grenzwerthe berückſichtigt; ſo entſpricht z. B. $\frac{\gamma_0}{\gamma} = 1$ ziemlich der einen und $\frac{\gamma_0}{\gamma} = {}^5/_3$ der anderen Grenze, ferner kommt φ oder *tang.* $\varrho = 0{,}6$ bei der lockerſten und $\varphi = 1{,}4$ bei der dichteſten Erde vor. In vielen Fällen der Anwendung iſt es nöthig, das geſuchte Verhältniß durch Interpoliren zu ermitteln.

Die angegebenen Werthe beziehen ſich auf parallelepipediſche und mit Mörtel aufgeführte Mauern. Haben die Mauern eine äußere Böſchung $= 0{,}2$, ſo gilt die gefundene Breite b nicht für die Sohle, ſondern für den Querſchnitt bei ${}^1/_9$ der Mauerhöhe über der Sohle; und iſt die Mauer trocken aufgeführt, ſo muß man der Dicke ein Viertel berechneten Werthes zuſetzen.

Beiſpiel. Es ſoll für eine 22 Fuß hohe Erdmaſſe, deren Reibungswinkel 45^0 beträgt, die Stärke einer 12 Fuß hohen Stützmauer gefunden werden, deren Dichtigkeit 1,5mal ſo groß als die der Erdmaſſe iſt, unter der Vorausſetzung, daß die Mauerkappe von der Erdmaſſe ganz bedeckt wird. Hier iſt $h = 12$ und $h_0 = 22 - 12 = 10$, daher:

$$\frac{h_0}{h} = {}^5/_6 = 0{,}833\ldots;$$

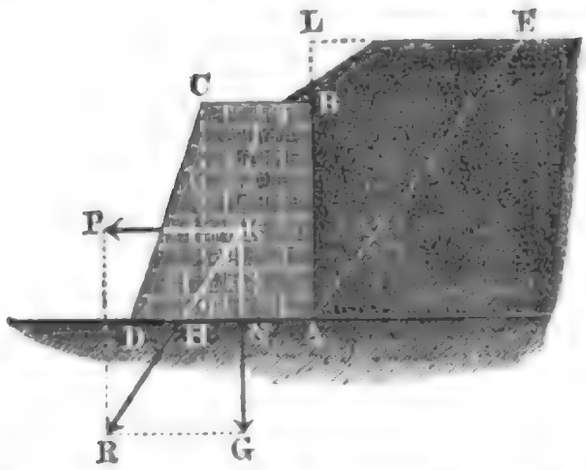
ferner $\frac{\gamma_0}{\gamma} = 1{,}5$ und $\varphi = 1$, daher findet man in der ſechsten Zeile, $\frac{b}{h} = 0{,}391$ oder genauer $= 0{,}393$, und ſonach die geſuchte Mauerdicke:

$$b = 0{,}393\,.\,12 = 4{,}72 \text{ Fuß}.$$

Werthe von $\frac{h_0}{h}$	Werthe von $\frac{b}{h}$ für										
	$\frac{\gamma_0}{\gamma} = 1$; $\varphi = 0{,}6$. Berme:		$\frac{\gamma_0}{\gamma} = 1$; $\varphi = 1{,}4$. Berme:		$\frac{\gamma_0}{\gamma} = 1{,}5$; $\varphi = 1$. Berme:			$\frac{\gamma_0}{\gamma} = \frac{2}{3}$; $\varphi = 0{,}6$. Berme:		$\frac{\gamma_0}{\gamma} = \frac{2}{3}$; $\varphi = 1{,}4$. Berme:	
	$= 0$	$= 0{,}2\,h$	$= 0$	$= 0{,}2\,h$	$= 0$	$= 0{,}2\,h$	$= b$	$= 0$	$= 0{,}2\,h$	$= 0$	$= 0{,}2\,h$
0,0	0,452	0,452	0,258	0,258	0,270	0,270	0,270	0,350	0,350	0,198	0,198
0,1	0,498	0,507	0,282	0,290	0,303	0,306	0,303	0,393	0,398	0,222	0,229
0,2	0,548	0,563	0,309	0,326	0,336	0,342	0,326	0,439	0,445	0,249	0,262
0,3	0,604	0,618	0,338	0,361	0,368	0,375	0,343	0,485	0,489	0,274	0,283
0,4	0,665	0,670	0,369	0,394	0,399	0,405	0,357	0,532	0,522	0,303	0,299
0,5	0,726	0,717	0,402	0,423	0,436	0,431	0,368	0,579	0,549	0,332	0,314
0,6	0,778	0,754	0,436	0,450	0,477	0,457	0,377	0,617	0,572	0,360	0,328
0,7	0,824	0,790	0,472	0,476	0,512	0,481	0,385	0,645	0,593	0,387	0,343
0,8	0,867	0,820	0,510	0,501	0,544	0,504	0,391	0,668	0,610	0,413	0,357.
0,9	0,903	0,848	0,541	0,524	0,575	0,523	0,398	0,690	0,624	0,437	0,371
1,0	0,930	0,873	0,571	0,546	0,605	0,540	0,405	0,707	0,636	0,457	0,384
1,4	1,023	0,945	0,684	0,624	0,696	0,602	0,416	0,762	0,672	0,537	0,428
2,0	1,107	1,004	0,812	0,714	0,795	0,655	0,425	0,811	0,705	0,622	0,475
3,0	1,180	1,060	0,981	0,835	0,892	0,717	0,435	0,852	0,731	0,726	0,531
5,0	1,247	1,101	1,206	0,994	1,002	0,779	0,445	0,883	0,751	0,862	0,596
10,0	1,283	1,137	1,508	1,182	1,109	0,839	0,452	0,909	0,771	1,013	0,667
20,0	1,309	1,156	1,757	1,327	1,171	0,878	0,456	0,922	0,780	1,129	0,712
30,0	1,316	1,162	1,866	1,389	1,194	0,894	0,458	0,926	0,783	1,174	0,730
∞	1,337	1,175	2,144	1,541	1,243	0,927	0,461	0,934	0,789	1,279	0,769

§. 16 . **Geböschte Futtermauern.** Um an Material für die Futtermauer zu erſparen, giebt man derſelben ſehr gewöhnlich eine äußere Böſchung, wie $ABCD$, Fig. 21. Iſt für dieſelbe die obere Breite $BC = b$, die Höhe $AB = h$, und die Böſchung auf jeden Fuß Höhe, $= v$, alſo auf die ganze Höhe h, $DH = vh$, ſo hat ſie das Gewicht:

Fig. 21.



$$G = \left(b + \frac{vh}{2}\right) h\gamma_0,$$

und es iſt folglich bei dem Reibungscoefficienten φ für die Grundfläche AD, der Widerſtand der Mauer gegen das Fortſchieben:

$$F = \varphi G = \varphi\left(b + \frac{vh}{2}\right) h\gamma_0.$$

Bei einer kleinen Ueberſchüttung von der Größe $BL = h_0$, iſt der Erddruck:

$$P = {}^1/_2\,(h + h_0)^2\,\gamma\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2;$$

ſetzen wir folglich dieſe beiden Ausdrücke einander gleich, ſo erhalten wir die entſprechende obere Mauerbreite

$$b = {}^1/_2\,\frac{(h+h_0)^2}{\varphi h}\,\frac{\gamma}{\gamma_0}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - {}^1/_2\,vh,$$

oder, wenn man wieder der Sicherheit wegen den doppelten Werth annimmt,

$$1)\quad b = \frac{(h+h_0)^2}{\varphi h}\cdot\frac{\gamma}{\gamma_0}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - vh,$$

und folglich die untere Breite:

$$b_1 = b + vh = \frac{(h+h_0)^2}{\varphi h}\cdot\frac{\gamma}{\gamma_0}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2.$$

Um den Widerſtand der Mauer gegen das Umkippen zu finden, müſſen wir das Moment des Erddruckes P in Hinſicht auf die äußere Mauerkante D dem Momente des Mauergewichtes G gleichſetzen. Der Hebelarm der Kraft P läßt ſich $KN = \frac{h+h_0}{3}$ ſetzen, folglich iſt das Moment des Erddruckes:

$$\frac{P(h+h_0)}{3} = {}^1/_6\,(h+h_0)^3\,\gamma\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2;$$

das Moment des Gewichtes G beſteht aus dem Momente des dreiſeitigen

Prismas CDH und aus dem des Parallelepipedes AC, und iſt der Lehre vom Schwerpunkte zufolge zu ſetzen:

$$^1/_2 . CH . DH . \gamma_0 . {}^2/_3 DH + AB . BC . \gamma_1 . (DH + {}^1/_2 HA)$$
$$= {}^1/_2 \nu h^2 \gamma_0 . {}^2/_3 \nu h + b h \gamma_0 . (\nu h + {}^1/_2 b)$$
$$= [{}^1/_3 \nu^2 h^2 + (\nu h + {}^1/_2 b) b] h \gamma_0.$$

Wenn man dieſe Ausdrücke einander gleich ſetzt, ſo erhält man die Beſtimmungsgleichung:

$$[2\nu^2 h^2 + (6\nu h + 3b) b] h = \frac{\gamma}{\gamma_0} (h + h_0)^3 \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2,$$

oder:

$$b^2 + 2\nu h b = \frac{\gamma}{\gamma_0} \frac{(h + h_0)^3}{3h} \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - {}^2/_3 \nu^2 h^2,$$

deren Auflöſung:

$$b = -\nu h + \sqrt{\frac{\gamma}{3\gamma_0} . \frac{(h + h_0)^3}{h} \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 + {}^1/_3 \nu^2 h^2}$$

giebt.

Führen wir wieder den Stabilitätscoefficienten $\delta (= {}^3/_4)$ ein, ſo erhalten wir die geſuchte Mauerdicke:

$$2)\ b = -\nu h + \sqrt{\frac{\delta\gamma}{3\gamma_0} . \frac{(h + h_0)^3}{h} \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 + {}^1/_3 \nu^2 h^2},$$

und folglich die untere Breite:

$$b_1 = b + \nu h = \sqrt{\frac{\delta\gamma}{3\gamma_0} . \frac{(h + h_0)^3}{h} \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 + {}^1/_3 \nu^2 h^2}.$$

Natürlich iſt von den unter (1) und (2) gefundenen Werthen für b_1 der größere anzuwenden. Nach den Erfahrungen ſoll man dieſe Breite, um den zerſtörenden Wirkungen des Wetter- und Temperaturwechſels ſo viel wie möglich entgegenzuwirken, nicht unter $2^1/_2$ Fuß machen.

Beiſpiel. Es iſt für einen Haldenſturz von 24 Fuß Höhe eine 20 Fuß hohe Futtermauer mit der äußeren Böſchung $\nu = 0{,}2$ zu conſtruiren. Man ſoll die Breite dieſer Mauer unter der Vorausſetzung beſtimmen, daß $\varphi = 0{,}4$, $\varrho = 36$ Grad und $\frac{\gamma_0}{\gamma} = {}^5/_3$ iſt. Die erſte Formel giebt die untere Mauerbreite:

$$b_1 = b + \nu h = \frac{(h + h_0)^2}{\varphi h} . \frac{\gamma}{\gamma_0} \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$$
$$= \frac{24^2}{0{,}4 . 20} . {}^5/_3 \ (tang. 27^0)^2 = {}^{216}/_5 . (0{,}5095)^2 = 11{,}21 \text{ Fuß},$$

und folglich die Kronenbreite:

$$b = b_1 - \nu h = 11{,}21 - 0{,}2 . 20 = 7{,}21 \text{ Fuß}.$$

Nach der zweiten Formel erhält man hingegen:

$$b_1 = b + \nu h = \sqrt{\frac{\delta\gamma}{3\gamma_0} \cdot \frac{(h+h_0)^3}{h} \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 + \tfrac{1}{3}\nu^2 h^2}$$

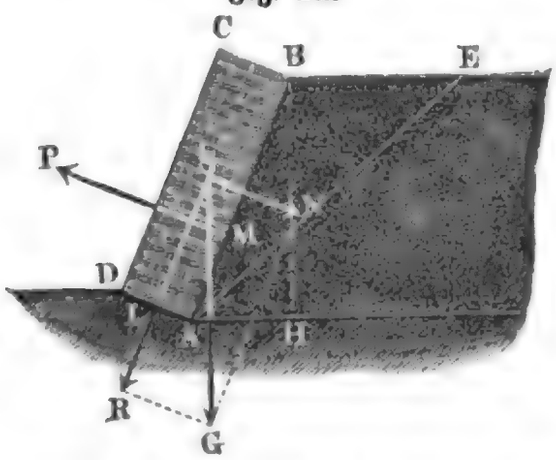
$$= \sqrt{\tfrac{9}{4} \cdot \tfrac{1}{6} \cdot \frac{24^3}{20} \cdot (0{,}5095)^2 + \tfrac{1}{3} \cdot 0{,}04 \cdot 400} = \sqrt{80{,}74 + 5{,}33}$$

$= \sqrt{86{,}07} = 9{,}27$ Fuß, und

$b = 9{,}27 - 4 = 5{,}27$ Fuß, alſo die kleineren Werthe.

§. 17 **Geneigte Futtermauern.** Futtermauern, welche nach der zu dieſem Zwecke abgeböſchten lockeren Maſſe hin geneigt ſind, und daher theilweiſe auf dieſer aufliegen, widerſtehen dem Drucke dieſer Maſſe noch mehr als aufrechtſtehende Futtermauern. Iſt h die ſenkrechte Höhe, α_1 der Neigungswinkel BAH einer parallelepipediſchen Futtermauer AC, Fig. 22, ſo haben wir nach §. 9 den Druck der Erdmaſſe gegen die Wand AB zu ſetzen:

Fig. 22.



$$P = \frac{h^2\gamma}{2\,sin.\,\alpha_1} \cdot \left(\frac{sin.\left(\frac{\alpha_1 - \varrho}{2}\right)}{sin.\left(\frac{\alpha_1 + \varrho}{2}\right)}\right)^2.$$

Dieſem Drucke wirkt das Gewicht G der Mauer mit dem Componenten $N = G\,cos.\,\alpha_1$ direct und mit dem Componenten $R = G\,sin.\,\alpha_1$ durch die Reibung $\varphi R = \varphi G\,sin.\,\alpha_1$ entgegen; ſetzt man daher $N + \varphi R = P$, ſo erhält man die Beſtimmungsgleichung:

$$G\,(cos.\,\alpha_1 + \varphi\,sin.\,\alpha_1) = \frac{h^2\gamma}{2\,sin.\,\alpha_1} \cdot \left(\frac{sin.\left(\frac{\alpha_1 - \varrho}{2}\right)}{sin.\left(\frac{\alpha_1 + \varrho}{2}\right)}\right)^2,$$

daher für das Gewicht:

$$G = \frac{h^2\gamma}{2\,(cos.\,\alpha_1 + \varphi\,sin.\,\alpha_1)\,sin.\,\alpha_1} \cdot \left(\frac{sin.\left(\frac{\alpha_1 - \varrho}{2}\right)}{sin.\left(\frac{\alpha_1 + \varrho}{2}\right)}\right)^2.$$

Iſt noch b die Breite $AD = BC$ der Mauer und $l = \frac{h}{sin.\,\alpha_1}$ die ſchräge Mauerhöhe $AB = CD$, ſo kann man

$$G = b\,l\,\gamma_0 = \frac{b\,h\,\gamma_0}{sin.\,\alpha_1}$$

ſetzen, und erhält ſo, wenn man noch einen Stabilitätscoefficienten $\delta = 2$ einführt,

$$1)\ b = \frac{h}{\cos.\alpha_1 + \varphi \sin.\alpha_1} \cdot \frac{\gamma}{\gamma_0} \cdot \left(\frac{\sin.\left(\frac{\alpha_1 - \varrho}{2}\right)}{\sin.\left(\frac{\alpha_1 + \varrho}{2}\right)} \right)^2$$

$$= \frac{l}{\operatorname{cotang.}\alpha_1 + \varphi} \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma} \cdot \left(\frac{\sin.\left(\frac{\alpha_1 - \varrho}{2}\right)}{\sin.\left(\frac{\alpha_1 + \varrho}{2}\right)} \right)^2.$$

Damit die Mauer durch ihr Gewicht G dem Erddruck P in Hinſicht auf das Kippen um die äußere Kante D widerſtehe, muß das Moment von G gleich dem von P ſein. Nun iſt aber das Moment von G gleich der Summe der Momente von N und R, d. i.:

$$N.\overline{LS} + R.\overline{DL} = \frac{N.l}{2} + \frac{R.b}{2} = (l \cos.\alpha_1 + b \sin.\alpha_1)\frac{G}{2},$$

und das Moment von P:

$$= P.\overline{AM} = {}^1/_3\, P.l;\ \text{es läßt ſich daher}$$

$$(l \cos.\alpha_1 + b \sin.\alpha_1)\frac{G}{2} = {}^1/_3\, P.l, \text{ oder}$$

$$(l \cos.\alpha_1 + b \sin.\alpha_1)\frac{b\,l\,\gamma_0}{2} = \frac{l}{3} \cdot \frac{h^2\gamma}{2 \sin.\alpha_1} \cdot \left(\frac{\sin.\left(\frac{\alpha_1 - \varrho}{2}\right)}{\sin.\left(\frac{\alpha_1 + \varrho}{2}\right)} \right)^2$$

ſetzen, ſo daß nun die Beſtimmungsgleichung

$$(l \cos.\alpha_1 + b \sin.\alpha_1)\, b = {}^1/_3 \cdot \frac{\gamma}{\gamma_0} \cdot \frac{h^2}{\sin.\alpha_1} \cdot \left(\frac{\sin.\left(\frac{\alpha_1 - \varrho}{2}\right)}{\sin.\left(\frac{\alpha_1 + \varrho}{2}\right)} \right)^2$$

folgt, deren Auflöſung die geſuchte **Mauerbreite**

$$b = \left[-{}^1/_2 \operatorname{cotang.}\alpha_1 + \sqrt{{}^1/_3 \frac{\gamma}{\gamma_0} \left(\frac{\sin.\left(\frac{\alpha_1 - \varrho}{2}\right)}{\sin.\left(\frac{\alpha_1 + \varrho}{2}\right)} \right)^2 + {}^1/_4 (\operatorname{cotang.}\alpha_1)^2} \right] l,$$

oder, wenn man noch den Sicherheitscoefficienten $\delta = {}^9/_4$ einführt,

$$2)\ b = \left[-{}^1/_2 \operatorname{cotang.}\alpha_1 + \sqrt{\frac{\delta\gamma}{3\gamma_0} \left(\frac{\sin.\left(\frac{\alpha_1 - \varrho}{2}\right)}{\sin.\left(\frac{\alpha_1 + \varrho}{2}\right)} \right)^2 + {}^1/_4 (\operatorname{cotg.}\alpha_1)^2} \right] l$$

giebt.

Natürlich iſt auch hier der größere der beiden Werthe für b in der Praxis anzuwenden.

Beiſpiel. Wenn die Haldenmaſſe von 24 Fuß Höhe des Beiſpieles im vorigen Paragraphen durch eine Futtermauer von 70 Grad Neigung geſtützt werden ſoll, ſo iſt für dieſelbe:

$$\left(\frac{sin.\left(\frac{\alpha_1 - \varrho}{2}\right)}{sin.\left(\frac{\alpha_1 + \varrho}{2}\right)}\right)^2 = \left(\frac{sin.\left(\frac{70 - 36^0}{2}\right)}{sin.\left(\frac{70 + 36^0}{2}\right)}\right)^2 = \left(\frac{sin.\ 17^0}{sin.\ 53^0}\right)^2 = 0{,}1340,$$

ferner:

$$l = \frac{h}{sin.\ \alpha_1} = \frac{24}{sin.\ 70^0} = 25{,}54 \text{ und } cotang.\ \alpha = cotang.\ 70^0 = 0{,}3640,$$

daher folgt, wenn nun noch $\varphi = 0{,}4$ und $\frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{3}{5}$ iſt, nach der erſteren Formel die nöthige Mauerdicke:

$$b = \frac{25{,}54}{0{,}3640 + 0{,}4} \cdot \frac{3}{5} \cdot 0{,}1340 = \frac{25{,}54 \,.\, 0{,}0804}{0{,}7640} = 2{,}68 \text{ Fuß},$$

und dagegen nach der zweiten:

$$\begin{aligned} b &= \left[-\tfrac{1}{2} \,.\, 0{,}3640 + \sqrt{\tfrac{3}{4} \,.\, \tfrac{3}{5} \,.\, 0{,}1340 + (0{,}1820)^2}\right] . 25{,}54 \\ &= \left(-0{,}1820 + \sqrt{0{,}0603 + 0{,}0331}\right) . 25{,}54 = 0{,}1236 \,.\, 25{,}54 \\ &= 3{,}157 \text{ Fuß}; \end{aligned}$$

alſo iſt in beiden Fällen die nöthige Mauerdicke viel kleiner als im angeführten Beiſpiel mit einer ſenkrechten Mauer.

Anmerkung 1. Aus beiden Gleichungen iſt zu erſehen, daß nicht allein die Breite b, ſondern auch der Coſinus des Neigungswinkels α_1 mit der Höhe h der Futtermauer zu- und abnimmt, daß daher einer niederigen Futtermauer entweder eine kleinere Breite oder ein größerer Neigungswinkel entſpricht als einer höheren. Deshalb giebt man auch oft, um an Material zu erſparen, den Futtermauern entweder eine Böſchung, wobei ihre Breite von unten nach oben zu abnimmt, oder einen Zirkel, wobei der Neigungswinkel derſelben gegen den Horizont, von unten nach oben allmälig größer und größer wird.

Anmerkung 2. Der erſte gründliche Schriftſteller über den Erddruck iſt Coulomb. S. Théorie des machines simples par Coulomb. Weiter verfolgte dieſen Gegenſtand Prony in ſeinen Leçons sur la poussée des terres (1802); nächſtdem findet man den Gegenſtand gut und gedrängt bearbeitet in Navier's Leçons sur l'application de la mécanique etc. T. I., ſowie in Perſy's Cours de Stabilité des constructions. Ein beſonderes Werk, in welchem auch die Beobachtungen und Theorien über den Erddruck aller ſeiner Vorgänger abgehandelt werden, lieferte Mayniel (1808) unter dem Titel: Traité expérimental etc. de la poussée des terres. Neue und in ziemlich großem Maßſtabe ausgeführte Verſuche ſind von C. Martony de Köszegh angeſtellt und in folgendem Werke veröffentlicht worden: Verſuche über den Seitendruck der Erde, ausgeführt auf höchſten Befehl u. ſ. w. und verbunden mit den theoretiſchen Abhandlungen von Coulomb und Français, Wien 1828. Das vollſtändigſte Werk über den Erddruck u. ſ. w. hat aber Poncelet geliefert. Es iſt daſſelbe

aus dem Mémorial de l'officier du génie (1838) vom Herrn Lahmeyer überſetzt und unter folgendem Titel herausgegeben worden: Ueber die Stabilität der Erdbekleidungen und deren Fundamente, Braunſchweig 1844. Gut und zum Theil eigenthümlich behandelt den Erddruck: Moſeley in ſeinen Mechanical principles of Engineering and Architecture. Auch Hagen handelt dieſes Capitel im zweiten Theile ſeiner Waſſerbaukunſt kurz ab; er verfolgt aber dabei eine beſondere Anſicht. Ferner iſt neu erſchienen: Nouvelles Expériences sur la poussée des terres, par Audé. Paris 1849. Auch gehört hierher die Schrift: Recherches expérimentales sur les Glissemens spontanés des Terrains argileux, par Alex. Collin, Paris 1846, wovon ein deutſcher Auszug in Bornemann's ꝛc. „Ingenieur", Band I., zu finden iſt. Endlich findet man einen Artikel über dieſen Gegenſtand in den Proceedings of the Royal Irish Academy, Vol. IV., Part. II. von John Neville, unter dem Titel: An Investigation of some Formulae for Finding the Maximum Amount of Resistance acting in any direction required to sustain banks of earth or other materials etc. Ueber die Bedingniſſe des Gleichgewichtes der Erdmaſſen bei Einſchnitten und Dämmen iſt ein Aufſatz von M. de Sazilly in den Annales des ponts et chaussées, 1851, enthalten, auch befindet ſich hiervon ein Auszug von Herrn Löhr, in der Zeitſchrift für den öſterr. Ingenieurverein, Jahrgang IV, 1852. Eine neue Theorie des Erddruckes entwickelt Rankine in ſeinem Manuel of applied Mechanics. Sec. Edition. London 1861.

Zweites Capitel.

Die Theorie der Gewölbe.

Gewölbe. Ein Gewölbe (franz. voûte; engl. arch, vault) iſt ein §. 18
Syſtem von Körpern, welche mit ihren Seitenflächen ſo an einander anſtoßen und ſich zwiſchen zwei feſte Hinderniſſe ſo ſtützen, daß ſie nicht allein unter ſich, ſondern auch mit gewiſſen Kräften von außen im Gleichgewichte bleiben. Dieſe Körper ſind in der Regel Steine, und heißen deshalb auch Gewölbſteine (franz. voussoirs; engl. voussoirs, arch-stones). Die Flächen, in welchen die Gewölbſteine an einander ſtoßen, heißen Gewölbfugen (franz. joints; engl. beds, joints). Die Stützen, worauf ein Gewölbe ruht, heißen gewöhnlich Widerlager (franz. pied-droits; engl. abutments), bei Brücken aber Pfeiler (franz. culées, piliers; engl. buttresses, piers). Von den Gewölbſteinen heißt der mittelſte oder höchſte Schlußſtein (franz. clef; engl.

key-stone), und diejenigen, welche an die Widerlager anſtoßen, **Kämpfer** (franz. coussinets; engl. imposts). Ein Gewölbe wird zum größten Theil von zwei mehr oder weniger gekrümmten Flächen, den ſogenannten **Wölbflächen** oder **Wölbungen** begrenzt, und von ihnen iſt die **äußere** (franz. und engl. extrados) und die **innere Wölbung** (franz. und engl. intrados, soffit) zu unterſcheiden.

Es giebt in Hinſicht auf die Wölbflächen ſehr verſchiedene Gewölbe. Am häufigſten kommen die **cylindriſchen** oder **Tonnen-Gewölbe** vor, bei denen die Wölbungen cylindriſche Flächen bilden. Seltener ſind die **Kegelgewölbe**, ſowie die **Kloſter-** und **Kuppelgewölbe**. Wir handeln hier hauptſächlich nur von den **Cylindergewölben**, und zwar nur von den **horizontalen**, d. h. von denjenigen, welche eine horizontale Axe haben, da verticale und geneigte, oder ſogenannte **Kellerhalsgewölbe** nur bei der Ausmauerung von Schächten vorkommen. Solche Gewölbe ſind außer den Wölb- und Widerlagsflächen auch noch von zwei parallelen Verticalflächen, den ſogenannten **Stirnflächen** (franz. parements; engl. faces) begrenzt. Je nachdem nun die Stirnflächen eines cylindriſchen Gewölbes recht- oder ſchiefwinklig gegen die geometriſche Axe dieſer Gewölbe ſtehen, heißen dieſe **gerade** oder **ſchiefe Gewölbe** (franz. arches droites oder biaisses; engl. direct, auch square arches, oder oblique, auch skew arches). Die geraden **Tonnengewölbe** (franz. voûtes en berceau; engl. waggon vaults) kommen am häufigſten vor; in neueren Zeiten, namentlich bei den Brücken für Eiſenbahnen, ſind aber auch nicht ſelten die ſchiefen Brücken in Anwendung.

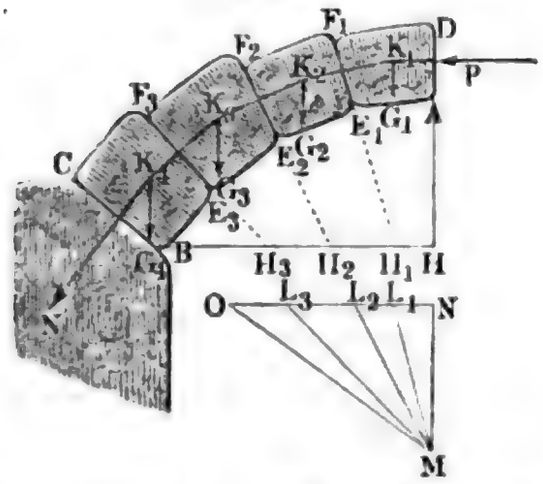
Kreuz- und **Kloſtergewölbe** (franz. voûtes d'arête; engl. cross-arched vaults) ſind ſich durchkreuzende Tonnengewölbe. **Kuppel-** oder **Keſſelgewölbe** (franz. voûtes en dômes; engl. domes oder cupolas) ſind Gewölbe, deren Innenfläche durch Umdrehung einer Curve um eine verticale Axe entſteht.

In Beziehung auf die Wölbung giebt es ſehr verſchiedene Tonnengewölbe. Der Querſchnitt der Wölbflächen kann die Kreisform haben, er kann elliptiſch ſein, er kann eine Kettenlinie bilden, er kann aus Kreisbogen zuſammengeſetzt ſein, und er kann ſogar eine gerade Linie bilden. Man hat hiernach **Kreisgewölbe**, **elliptiſche**, **Ketten-**, **Korb-** und **ſcheidrechte Gewölbe**.

§. 19 **Gleichgewicht der Gewölbsteine ohne Reibung.** Unterſuchen wir zunächſt das Gleichgewicht einer Reihe an einander geſtellten Körper, wie $A F_1$, $E_1 F_2$, $E_2 F_3$ u. ſ. w., Fig. 23, I., und laſſen wir noch die Reibung und Adhäſion zwiſchen den Fugen oder Berührungsflächen $E_1 F_1$, $E_2 F_2$ u. ſ. w. außer Acht. Bezeichnen wir die Gewichte der Gewölbſteine

AF_1, E_1F_2, E_2F_3 u. ſ. w. durch G_1, G_2, G_3 u. ſ. w. und die Neigungswinkel der Gewölbfugen, d. i. E_1H_1B, E_2H_2B u. ſ. w. durch α_1, α_2 u. ſ. w.

Fig. 23.



Soll nun eine Horizontalkraft P den Gewölbſtein auf der durch die Fuge E_1F_1 gebildeten ſchiefen Ebene F_1H_1 erhalten, ſo iſt nach Bd. I., §. 147

$$P = G_1 \, tang. \, \alpha_1;$$

ſoll ſie ebenſo die Steinverbindung AF_2 auf der durch die zweite Fuge E_2F_2 gebildeten Ebene F_2H_2 erhalten, ſo muß ſie

$$P = (G_1 + G_2) \, tang. \, \alpha$$

ſein. Da ſie ferner die Steinverbindung AF_3, deren Gewicht $G_1 + G_2 + G_3$ iſt, auf der ſchiefen Ebene zu erhalten hat, ſo iſt auch

$$P = (G_1 + G_2 + G_3) \, tang. \, \alpha_3;$$

auch hat man

$$P = (G_1 + G_2 + G_3 + G_4) \, tang. \, \alpha_4 \text{ u. ſ. w.}$$

Hieraus finden wir nun

$$G_1 = P \, cotang. \, \alpha_1 = P(cotang. \, \alpha_1 - cotang. \, 90^0),$$
$$G_2 = P \, cotang. \, \alpha_2 - G_1 = P \, (cotang. \, \alpha_2 - cotang. \, \alpha_1),$$
$$G_3 = P \, cotang. \, \alpha_3 - (G_1 + G_2) = P \, (cotang. \, \alpha_3 - cotang. \, \alpha_2),$$
$$G_4 = P \, (cotang. \, \alpha_4 - cotang. \, \alpha_3) \text{ u. ſ. w.,}$$

und erhalten durch Vergleichung:

$$G_1 : G_2 : G_3 : G_4 \ldots = (cotang. \, \alpha_1 - cotang. \, 90^0)$$
$$: (cotang. \, \alpha_2 - cotang. \, \alpha_1) : (cotang. \, \alpha_3 - cotang. \, \alpha_2)$$
$$: (cotang. \, \alpha_4 - cotang. \, \alpha_3) \text{ u. ſ. w.;}$$

es verhalten ſich alſo die Gewichte der Gewölbſteine zu einander wie die Differenzen der Cotangenten von den Neigungswinkeln der Gewölbfugen. Ziehen wir ML_1, ML_2 u. ſ. w. in Fig. 23, II., den Gewölbfugen in Fig. 23, I., E_1F_1, E_2F_2 u. ſ. w. parallel, und durchſchneiden wir alle dieſe Linien durch eine Horizontale ON, ſo bekommen wir eine Reihe von Dreiecken, zwiſchen deren Seiten ſich ähnliche Abhängigkeiten nachweiſen laſſen, wie zwiſchen den Gewölbſteingewichten. Es iſt nämlich

$$NL_1 = MN \, cotang. \, \alpha_1, \; NL_2 = MN \, cotang. \, \alpha_2,$$
$$NL_3 = MN \, cotang. \, \alpha_3 \text{ u. ſ. w.;}$$

daher auch

$$L_1L_2 = MN \, (cotang. \, \alpha_2 - cotang. \, \alpha_1),$$
$$L_2L_3 = MN \, (cotang. \, \alpha_3 - cotang. \, \alpha_2) \text{ u. ſ. w.}$$

Es giebt folglich die Diviſion:

$NL_1 : L_1L_2 : L_2L_3$ u. ſ. w. $=$ (*cotang.* α_1 — *cotang.* 90^0)
: (*cotang.* α_2 — *cotang.* α_1) : (*cotang.* α_3 — *cotang.* α_2) u. ſ. w.,

und daher die Vergleichung mit dem Obigen:

$$G_1 : G_2 : G_3 \text{ u. ſ. w.} = \overline{NL_1} : \overline{L_1L_2} : \overline{L_2L_3} \text{ u. ſ. w.}$$

Wenn MN den Horizontaldruck P repräſentirt, ſo werden folglich die Abſchnitte NL_1, L_1L_2, L_2L_3 u. ſ. w. die Gewichte G_1, G_2, G_3 u. ſ. w. der Gewölbſteine vorſtellen können.

Noch giebt die Statik die Normaldrücke in den Gewölbfugen:

$$N_1 = \frac{G_1}{\cos.\alpha_1},\ N_2 = \frac{G_1+G_2}{\cos.\alpha_2},\ N_3 = \frac{G_1+G_2+G_3}{\cos.\alpha_3} \text{ u. ſ. w.,}$$

und da nun

$$ML_1 = \frac{NL_1}{\cos.\alpha_1} = \frac{G_1}{\cos.\alpha_1},\ ML_2 = \frac{G_1+G_2}{\cos.\alpha_2},$$

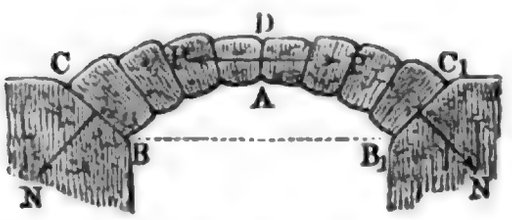
$$ML_3 = \frac{G_1+G_2+G_3}{\cos.\alpha_3} \text{ u. ſ. w. iſt, ſo folgt noch:}$$

$$N_1 : N_2 : N_3 \text{ u. ſ. w.} = \overline{ML_1} : \overline{ML_2} : \overline{ML_3} \text{ u. ſ. w.;}$$

es werden alſo die Normaldrücke zwiſchen den Steinen durch die Hypotenuſen ML_1, ML_2, ML_3 u. ſ. w. repräſentirt.

Bei einem vollſtändigen Gewölbe BCC_1B_1, Fig. 24, finden dieſelben Verhältniſſe ſtatt, nur iſt hier P der Horizontaldruck im Scheitel AD. Bezeichnet hier G das Gewicht des halben Gewölbes, und α den Neigungswinkel der Widerlagsfugen derſelben, ſo hat man:

Fig. 24.



$$P = G\ tang.\alpha$$

und den Normaldruck in den Widerlagern:

$$N = \frac{G}{\cos.\alpha} = \frac{P}{\sin.\alpha}.$$

Es iſt alſo der Druck (franz. poussée; engl. thrust) zwiſchen den Gewölbſteinen im Scheitel oder in der Nähe des Schlußſteines am kleinſten, es nimmt derſelbe nach den Widerlagern hin immer mehr und mehr zu, und er iſt in den Widerlagern am größten.

§. 20 **Gewölblinien.** Der Druck $N = \frac{P}{\sin.\alpha}$ zwiſchen zwei Gewölbſteinen läßt ſich in die Horizontalkraft

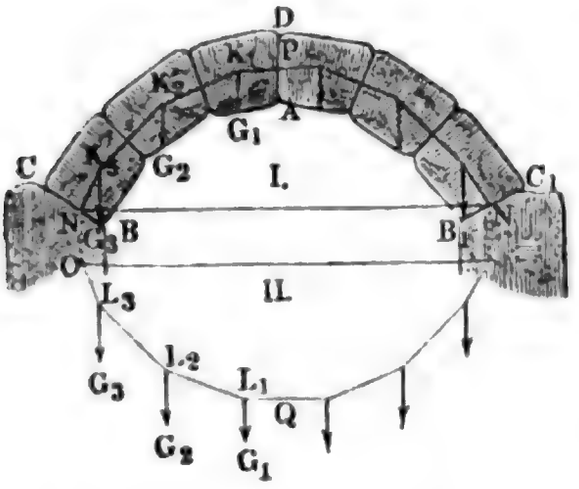
$$H = N\ \sin.\alpha = P$$

und in eine Verticalkraft

$$V = N\ \cos.\alpha = \frac{P\ \cos.\alpha}{\sin.\alpha} = P\ cotang.\alpha = G$$

zerlegen. Es ist also der Horizontaldruck an allen Stellen eines Gewölbes einer und derselbe, und es ist der Verticaldruck dem Gewichte des jedesmaligen Gewölbstückes zwischen der entsprechenden Gewölbfuge und dem Gewölbscheitel gleich. Genau dieselben Verhältnisse sind in Bd. I., §. 154, für ein durch Gewichte G_1, G_2 u. s. w. gespanntes Seilpolygon gefunden, und wir können daher behaupten, daß ein Gewölbe BDB_1, Fig. 25, im Gleichgewichte ist, wenn seine gegen die Gewölbfugen rechtwinkelig stehenden Drucklinien ein Polygon $P K_1 K_2 \ldots N$(I.) bilden, welches einem umgekehrten Seilpolygon $Q L_1 L_2 \ldots O$ (II.) congruent ist, das von Gewichten $G_1, G_2 \ldots$ gespannt wird, die den Gewichten der Gewölbsteine gleich sind.

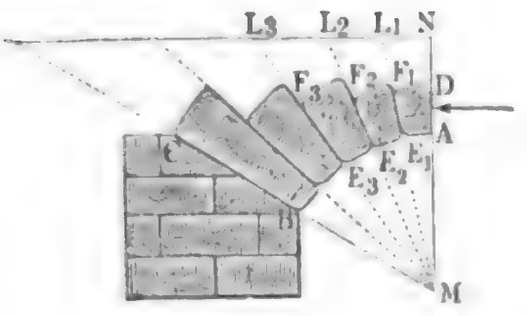
Fig. 25.



Bei einer unendlich großen Anzahl unendlich kleiner Gewichte geht das Seilpolygon in eine Kettenlinie über; ist daher die Zahl der Gewölbsteine unendlich groß, so bilden die Drucklinien derselben auch eine Kettenlinie. Da die gemeine Kettenlinie von einem Seile gebildet wird, wenn gleich lange Stücke desselben gleich belastet sind, so wird diese Curve auch der Drucklinie eines Gewölbes entsprechen, wenn die gleich dicken Steine desselben gleich schwer, also auch gleich hoch sind.

Besteht die innere Wölblinie in einem Kreisbogen AB, Fig. 26, und theilen die radiallaufenden Gewölbfugen dieselbe in lauter gleiche Theile $AE_1 = E_1E_2$ u. s. w., so findet man die dem Gleichgewicht des Gewölbes entsprechenden Höhen der Gewölbsteine, wenn man die erste Gewölbfuge E_1F_1 so weit verlängert, bis sie ein Perpendikel L_1N zur Scheitellinie AN abschneidet, welches der Höhe AD des ersten Gewölbsteines gleich ist; verlängert man nun dieses Perpendikel oder die Horizontale, so schneiden die übrigen ebenfalls verlängerten Fugenlinien hiervon die Höhen der übrigen Gewölbsteine ab, also

Fig. 26.



$$E_1F_1 = L_1L_2,\ E_2F_2 = L_2L_3 \text{ u. s. w.}$$

Die Richtigkeit dieſer Conſtruction gründet ſich darauf, daß man annähernd annehmen kann, die wie die Abſchnitte NL_1, L_1L_2, L_2L_3 u. ſ. w. wachſenden Gewichte der Gewölbſteine verhalten ſich wie die Höhen AD, E_1F_1, E_2F_2 ... der Gewölbſteine zu einander. Es iſt hiernach auch leicht

Fig. 27.

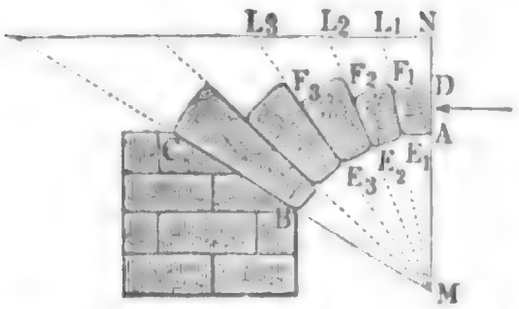
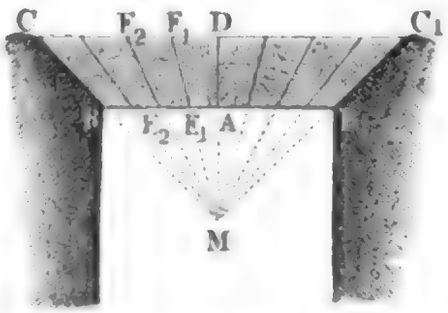


Fig. 28.

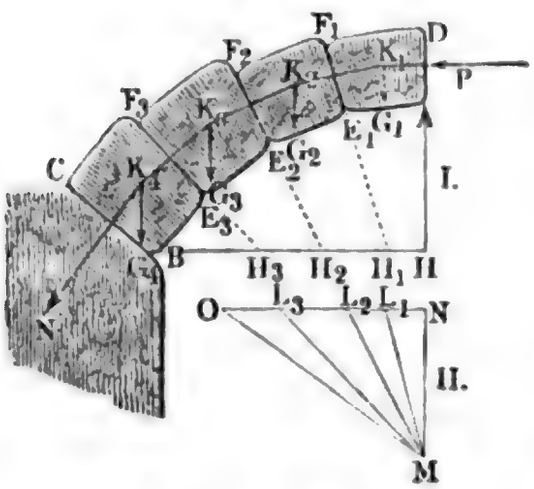


einzuſehen, daß bei dem ſcheidrechten Gewölbe (franz. und engl. plate bande) $CA\,C_1$, Fig. 28, die Gewölbfugen nach einem und demſelben Punkte M gerichtet ſein müſſen.

Iſt, wie gewöhnlich, das Gewölbe von oben belaſtet, ſo muß man natürlich zum Gewichte eines jeden Gewölbſteines noch den über ihm ſtehenden Theil der Belaſtung addiren, um die in den obigen Formeln eintretenden Gewichte G_1, G_2, G_3 u. ſ. w. zu erhalten.

§. 21 **Reibung zwiſchen den Gewölbſteinen.** Um für die Praxis brauchbare Formeln zu erhalten, iſt es nöthig, noch die Reibung zwiſchen den Gewölbſteinen zu berückſichtigen. Eigentlich müßten wir auch noch auf die Cohäſion des Mörtels Rückſicht nehmen; da indeſſen auf dieſe nicht ſehr zu rechnen iſt und dieſelbe ſich ſehr oft nach Wegnahme der Gerüſte vermullt, ſo können wir dieſen Zuſammenhang außer Acht laſſen. Bezeichnen wir wieder die Gewichte der Gewölbſteine AF_1, E_1F_2 u. ſ. w., Fig. 29, durch G_1, G_2 u. ſ. w., ſowie die Neigungswinkel der Gewölbfugen E_1F_1, E_2F_2 ... gegen den Horizont, mit α_1, α_2 u. ſ. w. und ſetzen wir noch den Reibungswinkel $= \varrho$, ſo haben wir für die Horizontal- oder Normalkraft im Scheitel, welche das Herabgleiten in den Fugen verhindert (Bd. I., §. 176) die Werthe:

Fig. 29.



$$P_1 = G_1\ tang.(\alpha_1 - \varrho),$$
$$P_2 = (G_1 + G_2)\ tang.(\alpha_2 - \varrho),$$
$$P_3 = (G_1 + G_2 + G_3)\ tang.(\alpha_3 - \varrho),\ \text{u. ſ. w.}$$

Da die Winkel $\alpha - \varrho$, und also auch deren Tangenten, vom Scheitel des Gewölbes nach den Widerlagern zu abnehmen, die Gewichte

$$G_1,\ G_1 + G_2,\ G_1 + G_2 + G_3 \text{ u. s. w.}$$

aber zunehmen, so bilden die Kräfte P_1, P_2, P_3 nicht immer eine wachsende Reihe, sondern es tritt oft später wieder eine Abnahme ein, es ist also eine von ihnen eines Maximum fähig. Damit nun die Gewölbsteinschicht in jedem Falle vor dem Herabgleiten gesichert werde, ist nöthig, daß die Normalkraft im Scheitel diesem Maximalwerthe gleich sei. Bei einem vollständigen Gewölbe ist also hiernach auch der Druck in dem Schlußsteine oder in der Schlußfuge diesem Maximalwerthe

$$(G_1 + G_2 + \cdots G_m)\ tang.(\alpha_m - \varrho)$$

gleich.

Käme es darauf an, die Gewölbstücke G_1, $G_1 + G_2$, $G_1 + G_2 + G_3$ u. s. w. auf den Gewölbfugen hinaufzuschieben, so hätte man dagegen (nach Bd. I., §. 176) im Scheitel die Normalkräfte

$$Q_1 = G_1\ tang.(\alpha_1 + \varrho),$$
$$Q_2 = (G_1 + G_2)\ tang.(\alpha_2 + \varrho),$$
$$Q_3 = (G_1 + G_2 + G_3)\ tang.(\alpha_3 + \varrho) \text{ u. s. w.}$$

nöthig. Wenn nun der Maximalwerth

$$P_m = (G_1 + G_2 + \cdots + G_m)\ tang.(\alpha_m - \varrho)$$

den Minimalwerth

$$Q_n = (G_1 + G_2 + \cdots + G_n)\ tang.(\alpha_n + \varrho)$$

erreicht oder gar übertrifft, so folgt, daß das Gewölbstück

$$G_1 + G_2 + \cdots + G_n$$

über dem darunterstehenden auf der zwischenbefindlichen Fuge durch die Kraft im Schlußsteine hinaufgeschoben wird; und es läßt sich also behaupten, daß ein Gewölbe überhaupt nur dann Stabilität besitze, wenn der passive Gewölbschub oder Minimalwerth

$$Q_n = (G_1 + G_2 + \cdots + G_n)\ tang.(\alpha_n + \varrho)$$

größer ist als der active Gewölbschub oder Maximalwerth

$$P_m = (G_1 + G_2 + \cdots + G_m)\ tang.(\alpha_m - \varrho).$$

Was die Reihe der Werthe Q_1, Q_2, Q_3 u. s. w. betrifft, so sieht man leicht ein, daß für $\alpha + \varrho = 90^0$, oder $\alpha = 90^0 - \varrho$, wo $tang.(\alpha + \varrho) = \infty$ ist, der entsprechende Werth

$$Q = (G_1 + G_2 + \cdots)\ tang.(\alpha + \varrho)$$

ebenfalls unendlich groß wird, daß also in den Gewölbfugen, deren Neigung gleich oder größer als $90^0 - \varrho$ ist, ein Hinaufschieben nie eintreten kann. Für Neigungswinkel unter $90^0 - \varrho$ fallen dagegen die Tangenten wieder

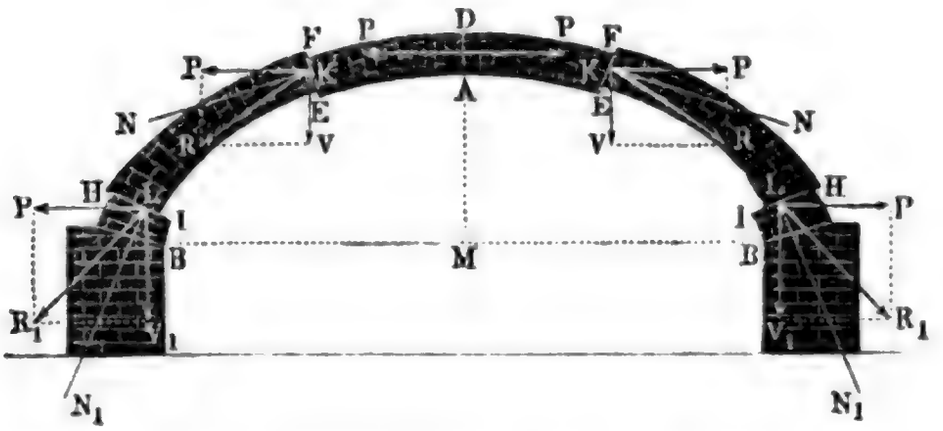
endlich, und zwar um so kleiner aus, je kleiner diese Winkel, je näher also die entsprechenden Gewölbfugen den Widerlagern sind; da aber die Gewichte der Gewölbstücke nach den Fugen zu immer größer und größer werden, so folgt allerdings, daß es für Fugenwinkel zwischen 0 und $90^0 - \varrho$ einen Werth von Q_n geben kann, welcher kleiner als jeder andere ist, und daher auch größer sein muß als der Maximalwerth P_m von P, wenn das Gewölbe im Gleichgewicht bleiben soll.

Da der Reibungswinkel selbst für glatt bearbeitete Gewölbsteine noch beträchtlich, nämlich nach Rondelet, $\varrho = 30^0$, also *tang.* $\varrho = 0{,}57735$ beträgt, so ist, zumal bei den gewöhnlichen Kreisgewölben, der Minimalwerth Q_n fast immer größer als der Maximalwerth P_m oder der Druck im Scheitel, und daher ein Auswärtsschieben der Steine nur selten möglich.

Die durch die Winkel α_m und α_n bestimmten Gewölbfugen heißen die Bruchfugen des Gewölbes, weil in ihnen das Ausgleiten erfolgt, wenn Q_n von P_m übertroffen wird.

§ 22 **Ausgleiten der Gewölbe.** In der Bruchfuge EF (Fig. 30 und 31) des activen Gewölbschubes weicht der Mitteldruck, d. i. die Mittelkraft,

Fig. 30.



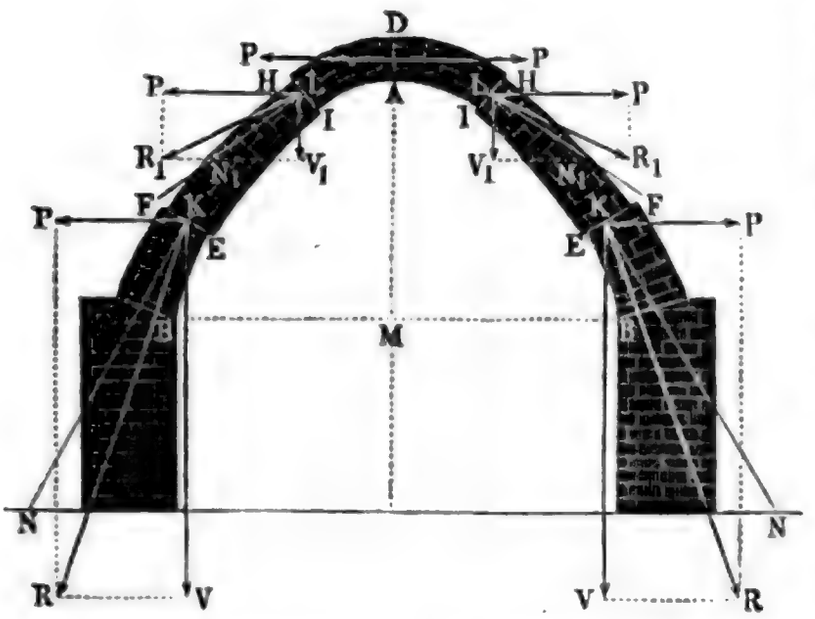
R aus dem (horizontalen) Gewölbschube P und der Verticalkraft

$$V = G_1 + G_2 + \cdots + G_m$$

um den Reibungswinkel $RKN = \varrho$ von der Normale KN zur Gewölbfuge EF nach unten zu ab, wogegen in der Bruchfuge HI des passiven Gewölbschubes der Mitteldruck oder die Mittelkraft R_1 aus dem Gewölbschube P und der Verticalkraft $V_1 = G_1 + G_2 + \cdots + G_n$ um einen gewissen Winkel $R_1 L N_1$ von der Normale $L N_1$ zur Bruchfuge HI nach oben zu abweicht. Erreicht der letztere Winkel die Größe des Reibungswinkels ϱ, so erfolgt das Einstürzen des Gewölbes, in dem das über HI befindliche Gewölbstück nach außen oder in der Richtung IH ausgleitet. Während dieses Ausgleitens vermindert sich natürlich auch die in der Gewölbspannung P_m bestehende Wirkung der beiden Gewölbhälften AB, AB

auf einander, und es erfolgt daher auch faſt gleichzeitig ein Herabgleiten des über EF befindlichen Gewölbſtückes, wobei das Gewölbſtück über HI, HI in drei Stücke, EH, EH und $EFFE$, zerfällt. Dieſes Einſtürzen eines Gewölbes durch Ausgleiten kann auf zweierlei Weiſe erfolgen, je nachdem die Bruchfuge des Maximaldruckes über oder unter der Bruchfuge des Minimaldruckes liegt; im erſteren Falle (Fig. 30) gleiten die beiden Seitentheile EH, EH aus- und das Kopfſtück EDE abwärts; im zweiten Falle (Fig. 31) gleiten dagegen die Seitentheile HE ein- und das Kopfſtück IDI auswärts aus. Es iſt leicht zu ermeſſen, daß der erſtere Fall nur bei flachen Gewölben vorkommt, wo die Seiten BE des Gewölbes ſtark gekrümmt ſind, und daß der andere Fall nur bei hohen Gewölben mit einem ſtark gekrümmten Scheitel IAI eintritt.

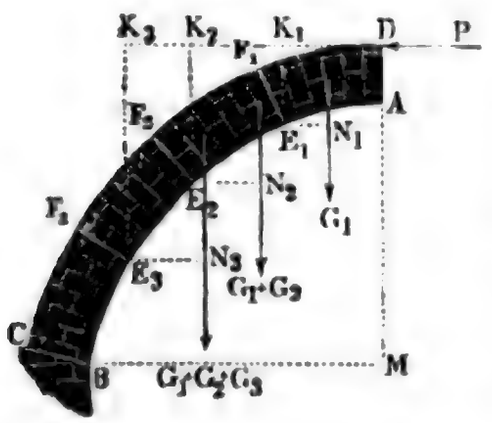
Fig. 31.



Kippen der Gewölbsteine. Ein Gewölbe kann nicht allein durch Gleiten, ſondern auch durch Drehen oder Kippen um die äußere oder innere Kante einer Gewölbfuge einſtürzen; ja es iſt ſogar dieſer Fall der gewöhnlichere und das Einſtürzen durch Gleiten der ſeltenere Fall. §. 23

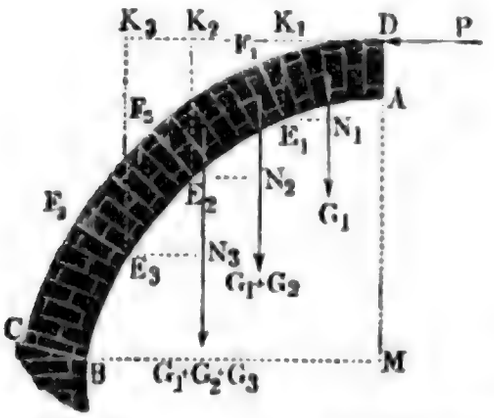
Die Stabilitätsverhältniſſe in Beziehung auf Drehung kennen zu lernen, muß man zunächſt die im Scheitelpunkte D, Fig. 32, nöthigen Kräfte P_1, P_2, P_3 u. ſ. w. ermitteln, welche eine Drehung der Gewölbſteine um die inneren Kanten E_1, E_2, E_3 u. ſ. w. der Gewölbfugen verhindern, und nun unterſuchen, welche die größte von dieſen Kräften iſt. Bezeichnet man die Hebelarme E_1K_1, E_2K_2, E_3K_3 ··· der Kraft P in Hinſicht auf die als Umdrehungsaxen anzu-

Fig. 32.



ſehenden Punkte E_1, E_2, E_3 u. ſ. w. durch a_1, a_2, a_3 u. ſ. w. und die Hebelarme $E_1 N_1$, $E_2 N_2$, $E_3 N_3$ ... der Gewichte G_1, $G_1 + G_2$, $G_1 + G_2 + G_3$ u. ſ. w. in Hinſicht auf eben dieſe Axen durch b_1, b_2, b_1 u. ſ. w., ſo hat man für die Kraft P im Scheitelpunkte die Werthe:

Fig. 33.



$$P_1 = \frac{b_1}{a_1} G_1,$$

$$P_2 = \frac{b_2}{a_2} (G_1 + G_2),$$

$$P_3 = \frac{b_3}{a_3} (G_1 + G_2 + G_3)$$

u. ſ. w.

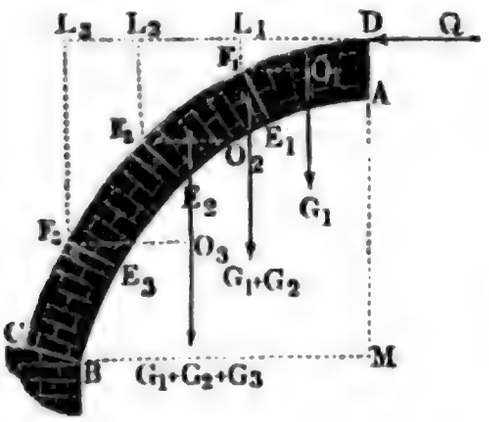
Nun nehmen aber vom Scheitel nach den Widerlagern hin, nicht allein die Factoren b_1, b_2, b_3 u. ſ. w. und $G_1, G_1 + G_2, G_1 + G_2 + G_3$ u. ſ. w. des Zählers zu, ſondern es wachſen auch die Nenner a_1, a_2, a_3 u. ſ. w.; es iſt daher auch einer von den Werthen P_1, P_2, P_3 u. ſ. w. ein Maximum, und zur Herſtellung des Gleichgewichtes nöthig, daß die effective Kraft dieſem Maximalwerthe P_m im Scheitel gleich ſei. Man nennt diejenige Fuge, welcher die größte oder die Kraft in dem Scheitel überhaupt entſpricht, die Bruchfuge (franz. joint de rupture; engl. joint of rupture), weil in ihr eine Trennung durch Drehung um die untere Kante zuerſt erfolgt, wenn die Kraft P_m im Scheitel nachläßt. Sie iſt durch den Bruchwinkel (franz. angle de rupture; engl. angle of rupture) beſtimmt, den die Ebene derſelben mit dem Horizonte (oder mit der Verticalen) einſchließt. Es iſt übrigens leicht zu ermeſſen, daß der Bruchwinkel diejenige Stelle im Gewölbe angiebt, wo die im Scheitelpunkte D anfangende Widerſtandslinie die innere Gewölblinie berührt.

Die auf die angegebene Weiſe zu findende Maximalkraft P_m im Scheitel iſt nun noch mit der nach §. 21 zu beſtimmenden, das Gleiten des Gewölbes nach innen verhindernden Maximalkraft zu vergleichen, und dann der größere von dieſen beiden Maximalwerthen als der active oder wirkliche Gewölbſchub (franz. la poussée; engl. the thrust) anzunehmen. Aus der auf dieſe Weiſe gefundenen Spannung im Gewölbſcheitel läßt ſich leicht auch die Spannung oder der Gewölbſchub in jeder beliebigen Gewölbfuge finden, indem man jene Kraft mit dem Gewichte des oberhalb der gedachten Fuge befindlichen Gewölbſtückes durch das Parallelogramm der Kräfte vereinigt.

Hat man nun die Größe (P_m) des Gewölbſchubes gefunden, ſo bleibt nur noch zu unterſuchen, ob das Gewölbe AC, Fig. 34, an allen Stellen, dem Umkippen um F_1, F_2 u. ſ. w. nach außen widerſtehe. Bezeichnen wir

die Abstände $F_1 L_1$, $F_2 L_2$, $F_3 L_3$ u. s. w. der äußeren Enden F_1, F_2, F_3 u. s. w. der Gewölbfugen von der Horizontalen durch den Gewölbscheitel D mit c_1, c_2, c_3 u. s. w., sowie die Abstände $F_1 O_1$, $F_2 O_2$, $F_3 O_3$ u. s. w. dieser Punkte von den verticalen Schwerlinien der Gewölbstücke AF_1, AF_2, AF_3 u. s. w. mit d_1, d_2, d_3 u. s. w., so lassen sich die Kräfte zum Umkippen dieser Stücke um F_1, F_2, F_3 u. s. w. durch die Formeln

Fig. 34.



$$Q_1 = \frac{d_1}{c_1} G_1,$$

$$Q_2 = \frac{d_2}{c_2} (G_1 + G_2),$$

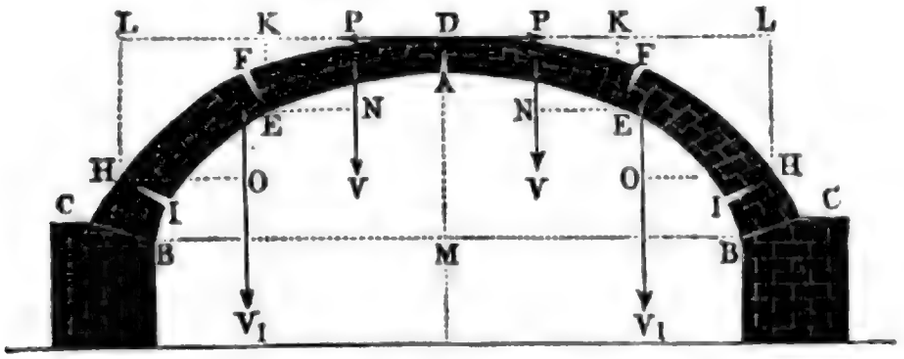
$$Q_3 = \frac{d_3}{c_3} (G_1 + G_2 + G_3)$$

u. s. w.

ausdrücken, und ist nun die kleinste dieser Kräfte noch größer als der Gewölbschub P_m, so vermag der letztere auch nicht das Gewölbe an irgend einer Stelle nach außen zum Kippen zu bringen. Wird dagegen dieser Minimaldruck Q_n von der Kraft P_m erreicht oder gar übertroffen, so schlägt das Gewölbe nach außen um, ist also ganz ohne Stabilität.

Einstürzen durch Kippen. Die Art und Weise, wie ein Gewölbe durch Kippen gewöhnlich einstürzt, ist aus Fig. 35 zu ersehen; es öffnen §. 24

Fig. 35.



sich hierbei äußerlich die beiden Bruchfugen EF, EF, und innerlich die beiden Fugen HI, HI, welchen der kleinste passive Gewölbschub entspricht, sowie auch die Scheitelfuge DA, oder, da in der Regel das Gewölbe durch einen Schlußstein gebildet wird, die Fugen zu beiden Seiten des Schlußsteins. Ausnahmsweise und nur bei hohen Gewölben findet auch ein Kippen des Gewölbes in umgekehrter Richtung statt, wie Fig. 37 (a. f. S.) vor Augen führt. Hier öffnet sich das Gewölbe im Scheitel und näher den Widerlagern äußerlich und weiter oben, näher dem Scheitel, nach innen; es schla-

gen alſo hierbei die oberen Gewölbſtücke DI, DI durch Drehung um H, H nach außen und die unteren Gewölbſtücke EH, EH durch Drehung um E, E nach innen um. Im erſteren Falle, Fig. 36, befindet ſich die Bruchfuge

Fig. 36.

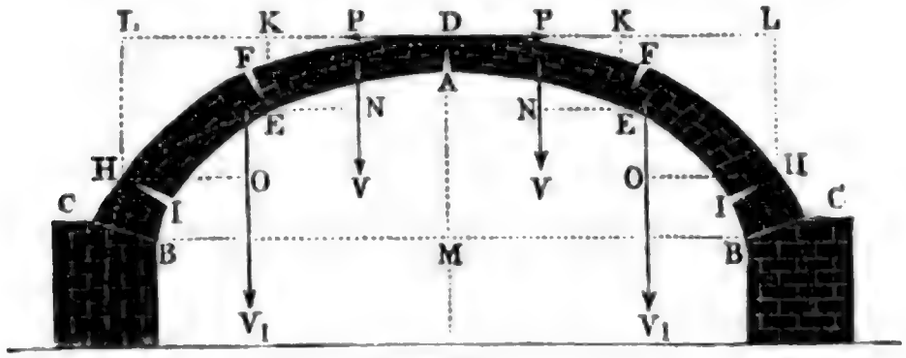
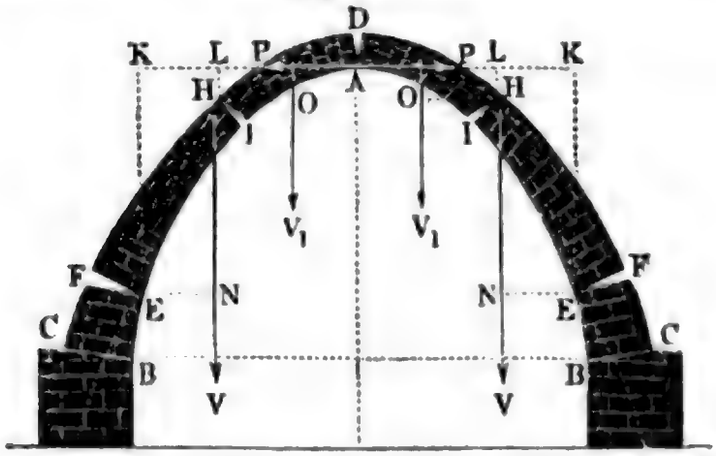


Fig. 37.



EF des Maximal- oder activen Gewölbſchubes über der Bruchfuge IH des Minimal- oder paſſiven Gewölbſchubes, und im zweiten Falle, Fig. 37, findet das Umgekehrte ſtatt, es liegt hier EF unter HI; während ferner dort die beiden Gewölbhälften im oberen Ende D des Gewölbſcheitels auf einander wirken, findet hier dieſe Gegenwirkung im unteren Ende A des Scheitels ſtatt.

Um die Stabilität des Gewölbes in Hinſicht auf dieſen zweiten Fall des Kippens kennen zu lernen, muß man die in §. 23 angegebenen Rechnungen mit der Abänderung noch ein Mal durchführen, daß man ſowohl die Hebelarme a_1, a_2, a_3 u. ſ. w. in Hinſicht auf die inneren Fugenkanten E_1, E_2, E_3 u. ſ. w., Fig. 34, als auch die Hebelarme c_1, c_2, c_3 u. ſ. w. in Hinſicht auf die äußeren Fugenkanten F_1, F_2, F_3 u. ſ. w. um die Gewölbſtärke $AD = e$ im Scheitel vermindert. Während man oben aus dem Gewichte

$$V = G_1 + G_2 + \cdots + G_m$$

des Gewölbſtückes DE den Gewölbſchub durch den Maximalwerth

$$P_m = \frac{b_m}{a_m}(G_1 + G_2 + \cdots + G_m)$$

bestimmt, wird er hier durch das Maximum

$$P_m = \frac{b_m}{a_m - e}(G_1 + G_2 + \cdots + G_m)$$

angegeben, und während im ersteren Falle das dem Gewichte

$$V_1 = G_1 + G_2 + \cdots + G_n$$

des Gewölbstückes AH entsprechende Minimum des passiven Gewölbschubes

$$Q_n = \frac{d_n}{c_n}(G_1 + G_2 + \cdots + G_n)$$

zu setzen ist, hat man hier

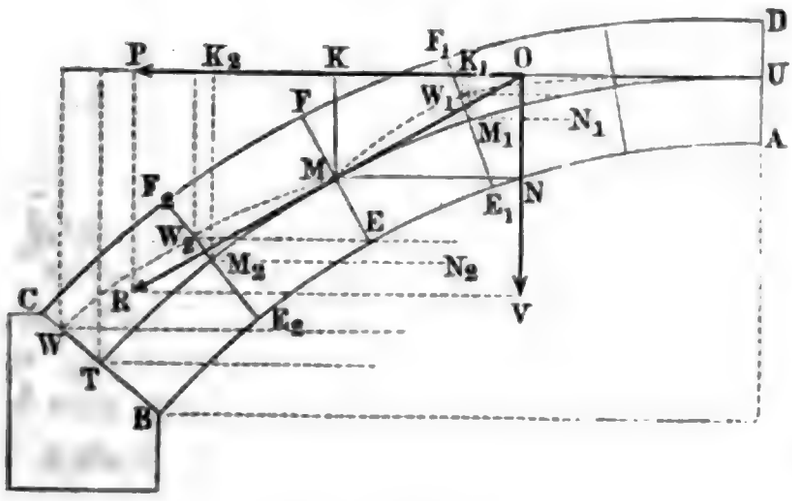
$$Q_n = \frac{d_n}{c_n - e}(G_1 + G_2 + \cdots + G_n)$$

anzunehmen.

Ist im zweiten Falle $Q_n < P_m$ und befindet sich die Bruchfuge von Q_n über der Bruchfuge von P_m, so ist ein Umstürzen des Gewölbes, wie Fig. 37 zeigt, zu erwarten. Da das Maximum P_m oder der active Gewölbschub nicht allein das Minimum Q_n, sondern auch noch größere Werthe des passiven Gewölbschubes übertreffen kann, so ist auch möglich, daß die Gewölbe BAB, Fig. 36 und Fig. 37, durch Kippen in mehr als fünf Punkten einstürzen. Endlich kann auch der Fall vorkommen, daß ein Gewölbe durch Gleiten und Kippen zugleich zusammenstürzt.

Angriffspunkte des Gewölbschubes. Die im Vorstehenden enthaltene Bestimmung des activen Gewölbschubes P_m ist nur eine approximative, da sie sich auf die Annahme gründet, daß der Angriffspunkt dieser Kraft in einem der beiden Enden D oder A der Scheitelfuge liege und daß die Richtung der Kraft, mit welcher das eine Gewölbstück DE, Fig. 38, auf das andere Gewölbstück BF wirkt, durch den unteren Endpunkt E der Gewölbfuge EF gehe. Jedenfalls vertheilt sich aber in Folge der Zusammendrückbarkeit der Gewölbsteine sowohl der Druck P_m auf die ganze Scheitelfläche AD, als auch die Kraft, mit welcher §. 25

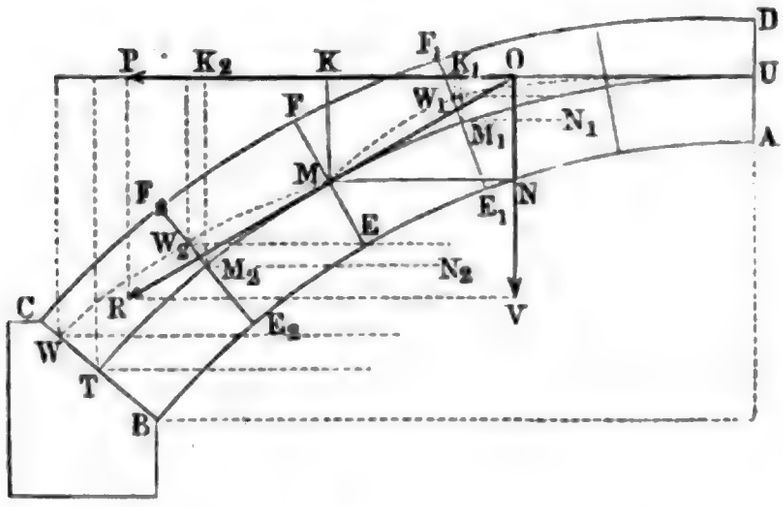
Fig. 38.



die Gewölbſtücke DE und BF auf einander wirken, auf die ganze Fugenebene EF, und es iſt daher anzunehmen, daß im Gleichgewichtszuſtande des Gewölbes die Angriffspunkte U, M dieſer Kräfte innerhalb der Flächen AD und EF zu liegen kommen, und daß dieſelben erſt dann an die Enden D und E, oder nach Befinden A und F rücken, wenn der Gleichgewichtszuſtand des Gewölbes aufhört und das Kippen deſſelben u. ſ. w. eintritt.

Nehmen wir an, daß die Mittel- oder Angriffspunkte der Kräfte, womit die Gewölbſteine in den Gewölbfugen gegen einander drücken, die **Mittelpunkte** U, M, T u. ſ. w. der Fugenhöhen AD, EF, BC u. ſ. w. einnehmen, ſo können wir die innere Gewölblinie AEB durch dieſe Mittellinie UMT erſetzen, und mit Hülfe derſelben die Größe des Gewölbſchubes nach der im vorigen Paragraphen angegebenen Regel finden.

Fig. 39.



Bezeichnen wir die Fugenbreiten E_1F_1, E_2F_2 . . . durch e_1, e_2 . . ., ſowie die Neigungswinkel der Fugen durch α_1, α_2 u. ſ. w., ſo können wir hiernach die zum Gleichgewichte in den Fugen E_1F_1, E_2F_2 . . . nöthigen Gewölbſchube:

$$P_1 = \frac{b_1 + {}^1/_2\, e_1\ cos.\,\alpha_1}{a_1 - {}^1/_2\, e_1\ sin.\,\alpha_1}\, G_1,$$

$$P_2 = \frac{b_2 + {}^1/_2\, e_2\ cos.\,\alpha_2}{a_2 - {}^1/_2\, e_2\ sin.\,\alpha_2}\, (G_1 + G_2),$$

$$P_3 = \frac{b_3 + {}^1/_2\, e_3\ cos.\,\alpha_3}{a_3 - {}^1/_2\, e_3\ sin.\,\alpha_3}\, (G_1 + G_2 + G_3) \text{ u. ſ. w.}$$

und den größten,

$$P_m = \frac{b_m + {}^1/_2\, e_m\ cos.\,\alpha_m}{a_m - {}^1/_2\, e_m\ sin.\,\alpha_m} (G_1 + G_2 + G_3 + \cdots + G_m),$$

aller dieſer Kraftwerthe, dem **wirklichen Gewölbſchub** gleich ſetzen.

Die Mittelkraft R aus P_m und $V_m = G_1 + G_2 + \cdots + G_m$, womit das Gewölbſtück DE auf das Gewölbſtück CE wirkt, geht durch den Mittelpunkt M der entſprechenden Fuge (Bruchfuge) EF, wogegen die Richtungen der Mittelkräfte der übrigen Gewölbfugen die letzteren oberhalb der Mittellinie UMT durchſchneiden; denn damit die obigen Kraftwerthe

P_1, P_2, P_3 ... den größeren Werth P_m annehmen können, ist nöthig, daß die Hebelarme a_1, a_2, a_3 u. s. w. kleinere, und die Hebelarme b_1, b_2, b_3 u. s. w. entsprechend größere Werthe annehmen, daß folglich die Stützpunkte W_1, W_2 u. s. w. in den Gewölbfugen $E_1 F_1$, $E_2 F_2$ u. s. w. von der Mittellinie UMT aus etwas aufwärts rücken. Wenn einer der Zwischenpunkte W_1, W_2 u. s. w. der äußeren Gewölblinie DFC sehr nahe zu liegen kommt, so concentrirt sich der Druck zwischen den benachbarten Gewölbsteinen auf eine zu kleine Fläche, um denselben aushalten zu können; es erfolgt daher ein Abbrechen der äußeren Ecken dieser Steine, womit nun aus bekannten Gründen ein Zusammenstürzen des Gewölbes durch Kippen nach außen verbunden ist. Noch viel weniger darf natürlich einer der Angriffspunkte W_1, W_2 u. s. w. in die äußere Gewölblinie DFC oder gar über dieselbe hinausfallen. Es ist dagegen ein Gewölbe um so solider und stabiler, je näher die Angriffspunkte W_1, W_2 u. s. w. in den Gewölbfugen $E_1 F_1$, $E_2 F_2$ u. s. w. der Mittellinie UMT liegen, je mehr also die Horizontalkräfte P_1, P_2, P_3 u. s. w. zur Verhinderung des Niederkippens der einzelnen Gewölbstücke der Gleichheit kommen.

Bezeichnen f_1, f_2 ... die Abstände $E_1 W_1$, $E_2 W_2$ ... der dem Gewölbschub P_m entsprechenden Druckpunkte W_1, W_2 ... von den inneren Enden E_1, E_2 ... der Gewölbfugen $E_1 F_1$, $E_2 F_2$ u. s. w., so läßt sich nun

$$P_m = \frac{b_1 + f_1 \cos.\alpha_1}{a_1 - f_1 \sin.\alpha_1} G_1 = \frac{b_2 + f_2 \cos.\alpha_2}{a_2 - f_2 \sin.\alpha_2} (G_1 + G_2)$$
$$= \frac{b_3 + f_3 \cos.\alpha_3}{a_3 - f_3 \sin.\alpha_3} (G_1 + G_2 + G_3)$$

u. s. w. setzen, so daß schließlich

$$f_1 = \frac{P_m a_1 - G_1 b_1}{P_m \sin.\alpha_1 + G_1 \cos.\alpha_1},$$

$$f_2 = \frac{P_m a_2 - (G_1 + G_2) b_2}{P_m \sin.\alpha_2 + (G_1 + G_2) \cos.\alpha_2},$$

$$f_3 = \frac{P_m a_3 - (G_1 + G_2 + G_3) b_3}{P_m \sin.\alpha_3 + (G_1 + G_2 + G_3) \cos.\alpha_3}$$ u. s. w. folgt.

Die Stabilität des Gewölbes fordert, daß keiner dieser Werthe f_1, f_2, f_3 ... die entsprechende Gewölbdicke oder Fugenbreite e_1, e_2, e_3 ... erreiche.

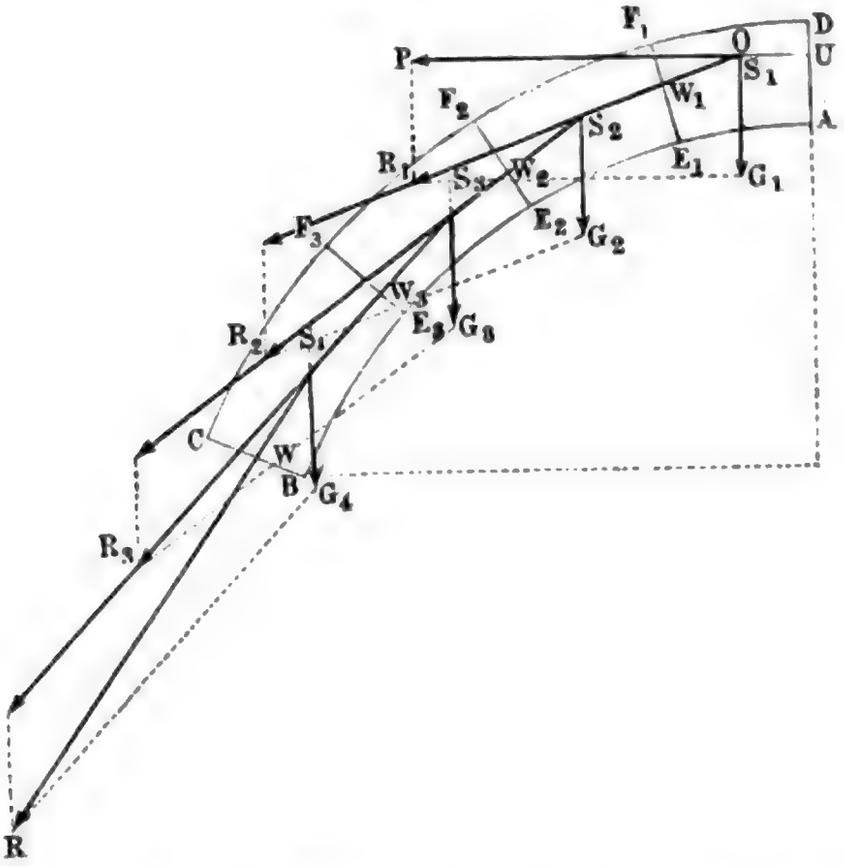
Um sicher zu gehen, macht man die Bedingung, daß die Druckpunkte W_1, W_2 ... in den Fugen $E_1 F_1$, $E_2 F_2$ ... um mindestens ein Drittel der Fugenbreiten e_1, e_2 ... von der inneren resp. äußeren Wölbfläche abstehen, legt hiernach die Drucklinie OP im Scheitel um $DU = 1/3\, e$ unter den Gewölbscheitel, sowie den Druckpunkt M in der Bruchfuge um $EM = 1/3\, EF = 1/2\, e_m$ über die innere Wölbfläche, wobei

$$P_m = \frac{b_m + {}^1/_3\, e_m \cos. \alpha_m}{a_m - {}^1/_3\, e_m \sin. \alpha_m}(G_1 + G_2 + G_3 + \cdots + G_m)$$

zu ſetzen iſt, und gefordert wird, daß $f_1 < {}^2/_3\, e_1$, ſowie $f_2 < {}^2/_3\, e_2$, $f_3 < {}^2/_3\, e_3$ ausfalle u. ſ. w.

§. 26 **Widerſtandslinie der Gewölbe.** Wenn ſowohl der Angriffspunkt U als auch die Größe P der Kraft gegeben iſt, durch welche ein Gewölbſtück $ABCD$, Fig. 40, im Gleichgewichte erhalten wird, ſo kann man die Stabilitätsverhältniſſe mittelſt der Widerſtandslinie wie die einer Futter-

Fig. 40.



mauer beurtheilen. Aus der Kraft P und aus dem im Schwerpunkte S_1 des erſten Gewölbſtückes AF_1 angreifenden Gewichte G_1 dieſes Stückes ergiebt ſich zunächſt die Kraft R_1 in der erſten Gewölbfuge E_1F_1, ſowie der Punkt W_1, in welchem die Richtung dieſer Kraft dieſe Gewölbfuge ſchneidet; ferner aus dem Drucke R_1 und dem im Schwerpunkte S_2 des zweiten Gewölbſtückes angreifenden Gewichte G_2 dieſes Stückes folgt der Druck R_2 in der zweiten Gewölbfuge, ſowie der Durchſchnitt W_2 der Richtung dieſer Kraft mit der Ebene dieſer Fuge; und wenn man auf dieſe Weiſe fortfährt, ſo erhält man nach und nach die übrigen Drücke R_3, R_4 . . ., ſowie die Durchſchnitte W_3, W_4 . . . ihrer Richtungen mit den folgenden Gewölbfugen. Die Linie $U\,W_1\,W_2\,W_3 \ldots W$, welche die Durchſchnitte W_1, W_2,

W_3, . . . oder Angriffspunkte der Kräfte P, R_1, R_2, R_3 . . . in den Gewölbfugen mit einander verbindet, ist die Widerstandslinie des Gewölbes (franz. ligne de résistance; engl. line of resistance [vergl. II., §. 11]). Das Gewölbe ist nun im Gleichgewichte:

1) wenn die Richtungen der Kräfte R_1, R_2, R_3 . . . von den Normalen der Gewölbfugen nirgends um mehr als den Reibungswinkel ϱ abweichen, und
2) wenn die Widerstandslinie weder die innere, noch die äußere Wölblinie erreicht oder durchschneidet, und sich überhaupt den Wölblinien nicht sehr nähert.

Wäre an einer Stelle des Gewölbes die Abweichung der Druckrichtung von der Normale der Gewölbfuge größer als der Reibungswinkel, so würde ein Verschieben wie in Fig. 30 oder 31 eintreten, und träte diese Linie aus einer der Wölblinien AB oder CD heraus, so würde ein Kippen der Gewölbsteine, wie z. B. Fig. 41 und Fig. 42 vor Augen führt, eintreten. Bei

Fig. 41.

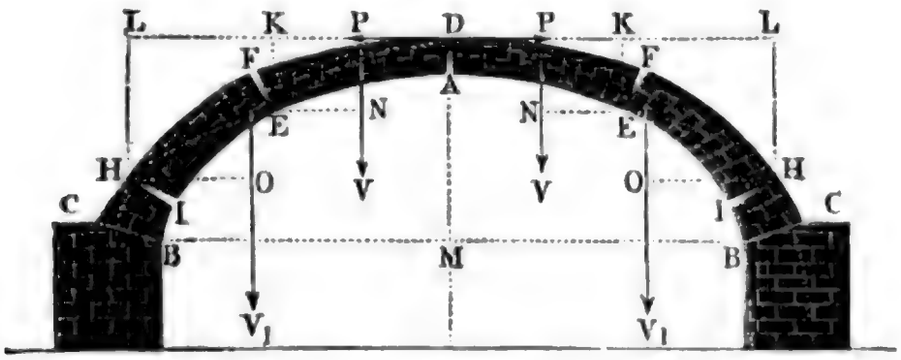
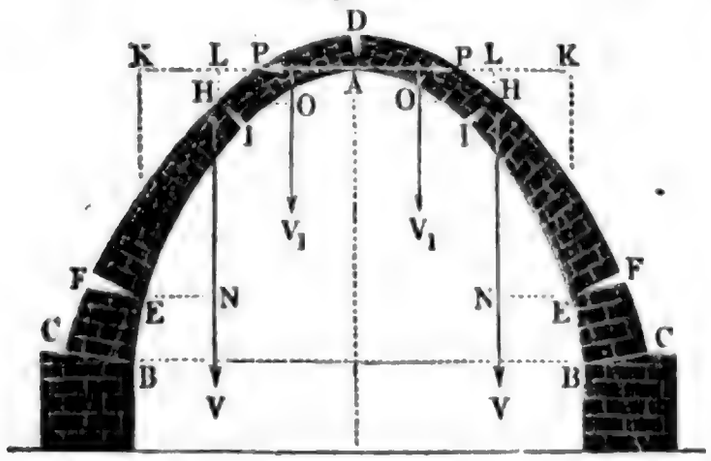


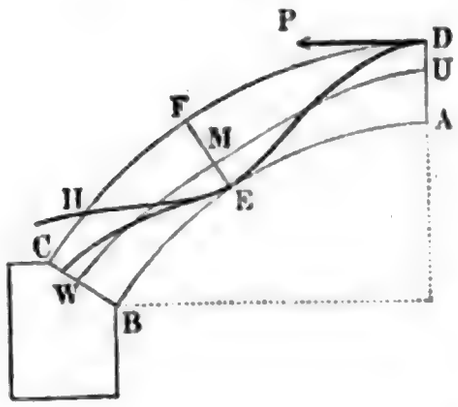
Fig. 42.



den gewöhnlichen auf Widerlagern aufstehenden Gewölben ist allerdings weder der Angriffspunkt noch die Größe der Kraft P bekannt, mit welcher die beiden Hälften eines Gewölbes auf einander wirken, und deshalb müssen auch der Construction der Widerstandslinie gewisse Annahmen vorausgehen. Nehmen wir, wie in §. 23, an, daß sich die beiden Gewölbhälften im

Scheitel D der äußeren Gewölblinie CDC, Fig. 41, gegen einander ſtützen und daß jede Gewölbhälfte wieder in zwei Stücke DE und CE zerfällt, welche ſich in einem Punkte E der inneren Wölblinie gegen einander ſtemmen, ſo können wir die Kraft P, mit welcher die beiden Gewölbhälften in D gegen einander drücken, gleichſetzen der größten aller Kräfte, wodurch ſowohl ein Kippen um irgend einen Punkt der inneren Wölblinie AB als auch ein Herabgleiten in irgend einer Gewölbfuge verhindert wird. Mit Hülfe dieſer Kraft P laſſen ſich noch andere Punkte der durch D und E gehenden Widerſtandslinie finden. Wenn dieſe Linie, wie z. B. DEW, Fig. 43, der äußeren Wölblinie CD nirgends nahe kommt, ſo beſitzt das Gewölbe Stabilität, wenn ſich dagegen dieſe Linie, wie z. B. DEH, der äußeren Wölblinie ſehr nähert, oder ſie wohl gar durchſchneidet, ſo muß das Gewölbe durch Kippen um H nach außen umſtürzen. Bei dem in Fig. 42 abgebildeten Falle drücken die beiden Gewölbhälften im Scheitel A der inneren Gewölbhälfte gegen einander, es geht daher auch hier die Widerſtandslinie durch A; dagegen in dem Falle, welchen Fig. 39 vor Augen führt, wo die Widerſtandslinie durch die Mittelpunkte U und W zweier Gewölbfugen gelegt iſt, biegt die Widerſtandslinie bei W_1, W_2 u. ſ. w. nach außen von der Mittellinie des Gewölbes ab. Bei dem vollkommenſten Gewölbe fällt die Widerſtandslinie mit der Mittellinie UMT des Gewölbes zuſammen.

Fig. 43.

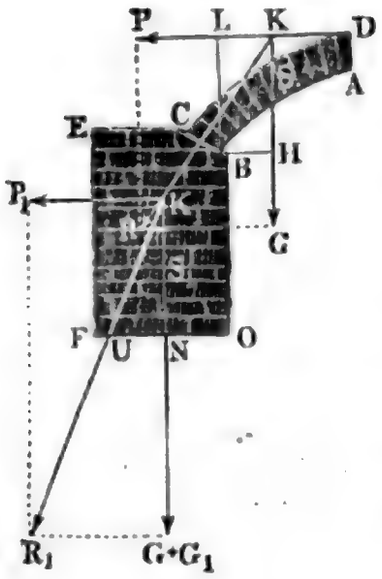


Sicherer iſt es, die Widerſtandslinie UMW durch zwei Punkte U und M zu legen, wovon der erſte um $DU = 1/3\,DA$ unter dem Gewölbſcheitel D, und der andere um $EM = 1/3\,EF$ über der inneren Wölbfläche liegt.

§. 27 **Stabilität der Widerlager.** Hat man ſich durch die in den vorſtehenden Paragraphen angegebenen Rechnungen von der Stabilität eines Gewölbes überzeugt, und dabei den Druck im Schlußſtein oder in der Schlußfuge beſtimmt, ſo kommt es noch darauf an, die Stabilität der Widerlagsmauern zu unterſuchen, und vorzüglich die Stärke der einem Ausweichen oder Umſtürzen hinreichenden Widerſtand leiſtenden Widerlagsmauern zu berechnen. Dieſe Unterſuchung iſt um ſo wichtiger, da gerade wegen Mangel an hinreichendem Widerſtande dieſer Stützen das Einfallen oder Zerſpringen der an und für ſich vollkommen ſtabilen Gewölbe, zumal wenn ſie ſehr flach ſind und deshalb einen großen Horizontaldruck ausüben, ſehr oft herbeigeführt wird. Man ſieht leicht ein, daß eine Widerlagsmauer FB,

Fig. 44, Stabilität beſitzt, wenn die Richtung der Mittelkraft $\overline{K_1 R_1} = R_1$ aus dem im Schwerpunkte S angreifenden Gewichte G der einen Gewölbhälfte, aus dem im Gewölbſcheitel angreifenden Horizontaldrucke P und aus dem in ſeinem Schwerpunkte S_1 angreifenden Gewichte G_1 der Widerlagsmauer ſelbſt durch die Baſis FO der Widerlagsmauer oder des Gewölbpfeilers hindurchgeht, und um einen Winkel von der Verticalen $K_1 N$ abweicht, der den Reibungswinkel ϱ nicht übertrifft.

Fig. 44.



Für den Winkel $UK_1N = \beta$, welchen die Mittelkraft R_1 aus $G + G_1$ und $K_1 P_1 = P$ mit der Verticalen einſchließt, hat man:

$$tang.\,\beta = \frac{P}{G + G_1};$$

da aber $tang.\,\varrho$ gleich dem Reibungscoefficienten φ iſt, ſo fordert die Stabilität der Widerlager in Hinſicht auf das Ausgleiten, daß

$$\frac{P}{G + G_1} < \varphi, \text{ alſo das Gewicht der Widerlagsmauer}$$

$$G_1 > \frac{P}{\varphi} - G \text{ ſei.}$$

Damit ferner die Mittelkraft durch die äußerſte Kante F des Widerlagpfeilers gehe, ſetzen wir das Moment von P in Hinſicht auf dieſe Kante der Summe der Momente von den Gewichten G und G_1 gleich. Iſt a die Gewölbhöhe BL und h die Höhe BO des Widerlagspfeilers, ſo hat man das Moment der Kraft P in Hinſicht auf die als Axe anzuſehende Kante $F = P(a + h)$; iſt ferner b der Horizontalabſtand BH der verticalen Schwerlinie der Gewölbhälfte AC von der inneren Kante B, wo das Gewölbe an das Widerlager anſtößt, d die Stärke FO der Widerlagsmauer und s der Abſtand FN der verticalen Schwerlinie der Widerlagsmauer von der Kante F, ſo hat man das Moment der Gewichte G und G_1:

$$= G(b + d) + G_1 s$$

und es giebt nun das Gleichſetzen beider Momente folgende Beſtimmungsgleichung für die Stärke der Widerlagsmauer,

$$P(a + h) = G(b + d) + G_1 s,$$

oder, wenn man den Sicherheitscoefficienten δ einführt,

$$\delta P(a + h) = G(b + d) + G_1 s.$$

Bezeichnet h_1 die mittlere Pfeilerhöhe, und γ die Dichtigkeit der Pfeilermaſſe, ſo

hat man für jeden Fuß Länge des Pfeilers das Gewicht $G_1 = h_1 d \gamma$, und ſetzt man noch $s = {}^1/_2 d$, das Moment $G_1 s = {}^1/_2 h_1 d^2 \gamma$.

Hiernach folgt

$$ {}^1/_2 h_1 d^2 \gamma + G d = \delta P (a + h) - G b, \text{ oder} $$

$$ d^2 + \frac{2 G d}{h_1 \gamma} = \frac{\delta P (a + h) - G b}{{}^1/_2 h_1 \gamma}, $$

daher die in Frage ſtehende Dicke der Widerlager:

$$ 1) \quad d = -\frac{G}{h_1 \gamma} + \sqrt{\frac{\delta P (a+h) - G b}{{}^1/_2 h_1 \gamma} + \left(\frac{G}{h_1 \gamma}\right)^2}. $$

Um dieſe Mauer gegen das Gleiten zu ſichern, müßte

$$ G_1 > \frac{P}{\varphi} - G, \text{ d. i.} $$

$$ 2) \quad d > \frac{P - \varphi G}{\varphi h_1 \gamma} \text{ ſein.} $$

In der Regel wird man finden, daß der erſte Werth von d größer iſt als der letzte, daß alſo die Widerlagsſtärke dem erſten gleich zu machen iſt.

Für ſehr hohe Pfeiler giebt die erſte Bedingung, da dann $G d$, $\delta P a$ und $G b$, gegen $\delta P h$ und ${}^1/_2 h_1 d^2 \gamma$, welches ${}^1/_2 h d^2 \gamma$ geſetzt werden kann, verſchwinden:

$$ {}^1/_2 h d^2 \gamma = \delta P h, \text{ d. i. } {}^1/_2 d^2 \gamma = \delta P, $$

daher die Maximal- oder Grenzſtärke

$$ d = \sqrt{\frac{2 \delta P}{\gamma}}. $$

Nach Audoy iſt $\delta = 1{,}9$ zu ſetzen, ſicherer iſt es aber, wie bei Futtermauern, $\delta = {}^9/_4$, oder, wie beim Gewölbbogen, $\delta = 3$ anzunehmen. Auch iſt es rathſam, den Angriffspunkt des Gewölbſchubes nicht im Scheitel D, ſondern um ein Drittel der Gewölbſtärke tiefer liegend, anzunehmen.

§. 28 **Belastetes Gewölbe.** Wir haben ſeither noch nicht auf die Belaſtung der Gewölbe Rückſicht genommen; da es aber gerade zu den Ausnahmen gehört, wenn ein Gewölbe unbelaſtet iſt, ſo haben wir den Einfluß der Belaſtung auf die Stabilität der Gewölbe noch beſonders zu unterſuchen. Die Belaſtung iſt entweder veränderlich oder unveränderlich. Veränderliche oder zufällige Belaſtungen kommen vorzüglich bei Brücken vor. Damit die Stabilität durch zufällige Belaſtungen nicht zu ſehr alterirt oder gar aufgehoben werde, iſt es nöthig, die Gewölbe ſchon an und für ſich ſo ſchwer herzuſtellen oder ihnen eine derartige conſtante Belaſtung aufzulegen, daß die zufällige Belaſtung, z. B. die von Laſtwagen oder Eiſenbahnzügen, welche über die Brücke wegfahren, nur eine kleine Veränderung in der ganzen Laſt oder Spannung herbeiführt.

Was die conſtante Belaſtung anlangt, ſo beſteht dieſe meiſt in einer Uebermauerung, und zwar entweder mit horizontaler oder mit geneigter Oberfläche EF, wie Fig. 45 und Fig. 46 vor Augen führen. In vielen Fällen beſteht die Uebermauerung mit dem Gewölbe aus einerlei Material,

Fig. 45.

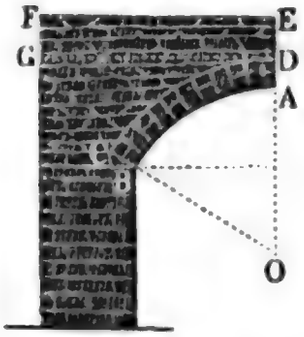
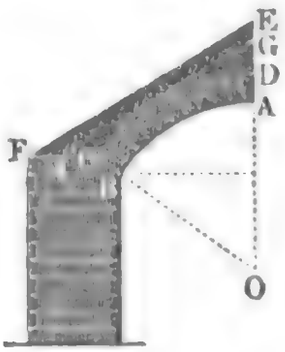


Fig. 46.



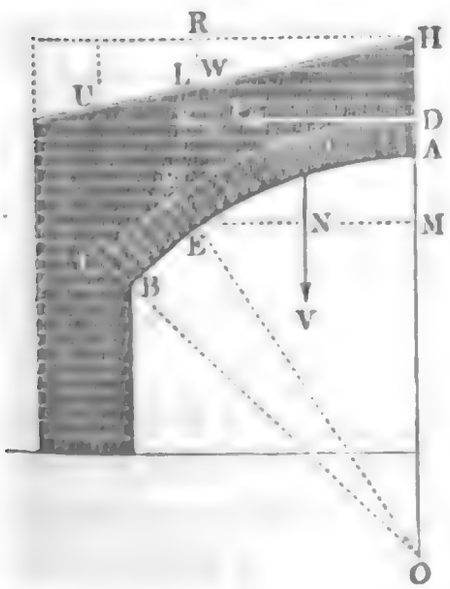
und iſt nun dieſelbe dicht zuſammengefügt, ſo kann man für das Ganze eine gemeinſchaftliche Dichtigkeit annehmen, und dadurch die Rechnung bedeutend erleichtern. Nimmt man nach I, §. 61 das ſpecifiſche Gewicht des Mauerwerkes = 1,6 bis 2,4 an, ſo erhält man für die Dichtigkeit die Grenzwerthe

$$\gamma = 100 \text{ bis } 148 \text{ Pfund},$$

und zwar erſtere für Ziegelmauern und letztere für Bruchſteinmauern.

Man kann annehmen, daß von der ganzen Uebermauerung $CDHU$ eines Gewölbes AC, Fig. 47, je ein Bogenſtück DE deſſelben das Mauerſtück $DHLF$ trage, welches über DF liegt, alſo von den Senkrechten DH und FL begrenzt wird; es iſt daher auch das Moment, mit welchem ſich das Gewölbſtück DE um E nach innen zu drehen ſucht, aus dem Momente dieſes Gewölbſtückes DE und aus dem Momente des Mauerſtückes FH zuſammengeſetzt. Wenn wir daher den Gewölbſchub durch den Ausdruck

Fig. 47.



$$P_m = \frac{b_m}{a_m}(G_1 + G_2 + \cdots + G_m)$$

beſtimmen wollen (ſ. §. 23), ſo müſſen wir in demſelben entweder ſtatt

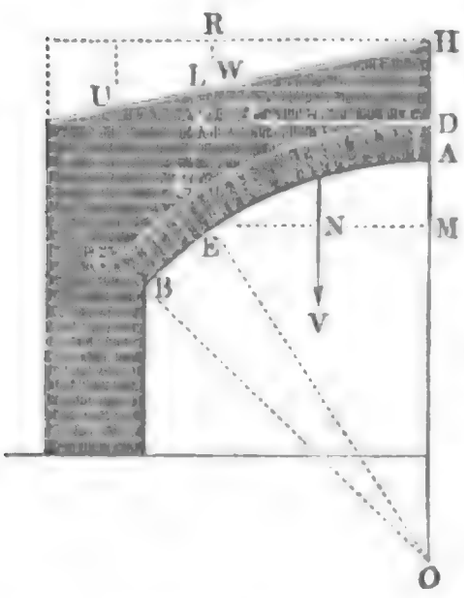
$$b_m(G_1 + G_2 + \cdots + G_m)$$

die Summe der Momente von DE und FH einführen, oder für $G_1 + G_2 + \cdots + G_m$ die Summe V der Gewichte von DE und FH und für b_m den Horizontalabſtand EN des Schwerpunktes dieſer Gewichtsſumme von der inneren Kante E der Bruchfuge EF einſetzen.

Es iſt hiernach zu erſehen, daß durch die Uebermauerung oder Belaſtung die Spannung P_m eines Gewölbes vergrößert wird. Da das Moment des Gewichtes von FH in Hinſicht auf die äußere Kante F größer iſt als in Hinſicht auf die innere Kante E, ſo verliert hiernach das Gewölbe durch dieſe Vergrößerung der Spannung nichts an Stabilität, ſondern es wird dieſelbe hierdurch in der Regel noch etwas größer.

(§. 29) **Gewölbschub.** Um allgemeine Formeln zur Beſtimmung der Größe der Spannung P_m verſchieden geformter und verſchieden belaſteter Gewölbe BH, Fig. 48, zu erhalten, muß man die Momente von DE und FH, ſowie den Hebelarm $EK = a_m$ entweder durch die Bogenhöhe $MA = h$ oder durch den Winkel $FOD = \beta$ ausdrücken, welchen die Gewölbfuge EF mit der Verticalen DO einſchließt, und nach Einſetzung dieſer Ausdrücke in die Formel

Fig. 48.



$$P_m = \frac{b_m}{a_m}(G_1 + G_2 + \cdots + G_m)$$

denjenigen Werth von h oder von β ermitteln, welcher P_m zum Maximo macht; führt man endlich dieſen Werth von β in die letzte Formel ein, ſo giebt dieſelbe die geſuchte Gewölbſpannung an. In verſchiedenen Schriften über die Theorie der Gewölbe werden dieſe Entwickelungen vollſtändig durchgeführt; hier möge jedoch nur folgende angenäherte Beſtimmung vorgenommen werden.

Sehen wir von dem Gewichte der Uebermauerung über EF ganz ab, ſo können wir das Moment des Gewölbſtückes EH in Hinſicht auf die Kante E ſetzen:

Moment des Rechteckes $EMHR$ minus Moment des Dreieckes WHR minus Moment des Segmentes AEM.

Bezeichnet nun s die Sehne EM, h die Bogenhöhe AM, a die ganze Mauerhöhe AH im Scheitel und δ den Neigungswinkel LHR der äußeren Begrenzung der Uebermauerung, ſo haben wir das Moment von $EMHR$:

$$= s\,(h + a) \cdot \frac{s}{2} = (h + a)\,\frac{s^2}{2},$$

das Moment von WHR:

$$= s \,.\, {}^1/_2\, s\ tang.\,\delta \cdot \frac{s}{3} = \frac{s^3}{6}\ tang.\,\delta,$$

und, wenn wir annähernd die Fläche $AEM = {}^2/_3\, sh$ und (nach Band I.,

§. 115) den Abstand des Schwerpunktes derselben von E, $= {}^3/_5\, s$ setzen, das Moment von AEM

$$= {}^2/_3\, sh \,.\, {}^3/_5\, s = {}^2/_5\, s^2 h.$$

Es ist also hiernach das Moment des ganzen Mauerstückes EH:

$$\left(\frac{h+a}{2} - \frac{s}{6}\, tang.\, \delta - {}^2/_5\, h\right) s^2 = \left(\frac{a}{2} + \frac{h}{10} - \frac{s}{6}\, tang.\, \delta\right) s^2.$$

Da nun der Hebelarm des Gewölbschubes P, $EK = MD = h + e$ ist, so folgt diese Kraft:

$$P = \frac{({}^1/_2\, a + {}^1/_{10}\, h - {}^1/_6\, s\ tang.\, \delta)\, s^2 \gamma}{h+e},$$

oder, wenn man noch $s^2 = h\,(2r - h)$ einführt:

$$P = ({}^1/_2\, a + {}^1/_{10}\, h - {}^1/_6\, s\ tang.\, \delta)\, \frac{(2r - h)\, h \gamma}{h+e}.$$

Ist das Gewölbe horizontal übermauert, so hat man $\delta = 0$, und daher einfacher:

$$P = ({}^1/_2\, a + {}^1/_{10}\, h)\, \frac{(2r - h)\, h \gamma}{h+e}.$$

Um denjenigen Werth von h zu finden, welcher P zum Maximo macht, differenziiren wir diesen Ausdruck in Hinsicht auf h, und setzen das erhaltene Differenzialverhältniß $=$ Null (siehe Band I., analyt. Hülfslehren, Art. 13).

Es ist hiernach:

$$(h+e)\,[(2r - h)\,({}^1/_2\, a + {}^1/_5\, h) - ({}^1/_2\, a + {}^1/_{10}\, h)\, h] = ({}^1/_2\, a + {}^1/_{10}\, h)\,(2r - h)\, h, \text{ d. i.:}$$

$$(h+e)\,(ra - ha + {}^2/_5\, rh - {}^3/_{10}\, h^2) = (ra + {}^1/_5\, rh - {}^1/_2\, ah - {}^1/_{10}\, h^2)\, h, \text{ oder:}$$

$$h({}^1/_5\, rh - {}^1/_2\, ah - {}^1/_5\, h^2) + e(ra - ha + {}^2/_5\, rh - {}^3/_{10}\, h^2) = 0,$$

nach den Potenzen von h geordnet, folgt die Bestimmungsgleichung:

I.) $h^3 - (r - {}^3/_2\, a - {}^3/_2\, e)\, h^2 - e\,(2r - 5a)\, h - 5\, e\, r\, a = 0.$

Setzt man den durch Auflösung dieser cubischen Gleichung erhaltenen Werth von h in die Gleichung

$$P = ({}^1/_2\, a + {}^1/_{10}\, h)\, \frac{(2r - h)\, h \gamma}{h+e},$$

oder einfacher in

II.) $P = (ra - ha + {}^2/_5\, rh - {}^3/_{10}\, h^2)\, \gamma,$

so erhält man dadurch den gesuchten Gewölbschub P (oder P_m).

Natürlich kann h höchstens die Höhe h_1 der inneren Wölbfläche erreichen. Giebt die Formel I. einen größeren Werth für h, so hat man die letztere Höhe h_1 statt h in die Formel II. einzusetzen.

Beispiel. Für einen kreisförmigen Brückenbogen, bei welchem die Höhe des Schlußsteines, $e = \frac{r}{20}$, und die ganze Mauerhöhe im Scheitel, $a = 2e = \frac{r}{10}$

iſt, beſtimmt ſich die ſenkrechte Tiefe h der Bruchfuge unter dem Scheitel durch die Gleichung:

$$h^3 - (1 - 0{,}25 - 0{,}075)\, r\, h^2 - 0{,}05\,(2 - 0{,}5)\, r^2 h - \frac{r^3}{40} = 0,$$

oder

$$h^3 - 0{,}675\, r\, h^2 + 0{,}075\, r^2 h - 0{,}025\, r^3 = 0.$$

Es iſt hiernach ziemlich genau $h = \frac{2}{3} r$, und folglich der Gewölbſchub:

$$P = (0{,}1000 - 0{,}0667 + 0{,}2667 - 0{,}1333)\, r^2 \gamma = 0{,}1667\, r^2 \gamma.$$

Iſt der innere Gewölbhalbmeſſer $r = 40$ Fuß, und die Dichtigkeit der Gewölbmauer, $\gamma = 150$ Pfund, ſo erhält man:

$$P = 0{,}1667 \,.\, 1600 \,.\, 150 = 40000 \text{ Pfund},$$

und folglich den Druck pr. Quadratzoll der Scheitelfuge:

$$\frac{P}{e} = \frac{40000}{2 \,.\, 144} = 139 \text{ Pfund}.$$

Anmerkung. Das Gewicht des Gewölbſtückes $AEWH$, Fig. 49, iſt annähernd:

$$G = \left(h + a - \tfrac{2}{3} h - \frac{s}{2}\, tang.\, \delta\right) s\, \gamma = \left(\tfrac{1}{3} h + a - \frac{s}{2}\, tang.\, \delta\right) s\, \gamma,$$

und folglich die Horizontalkraft im Gewölbſcheitel D, wodurch das Herabgleiten dieſes Körpers auf der Gewölbfuge EF verhindert wird (ſ. §. 21):

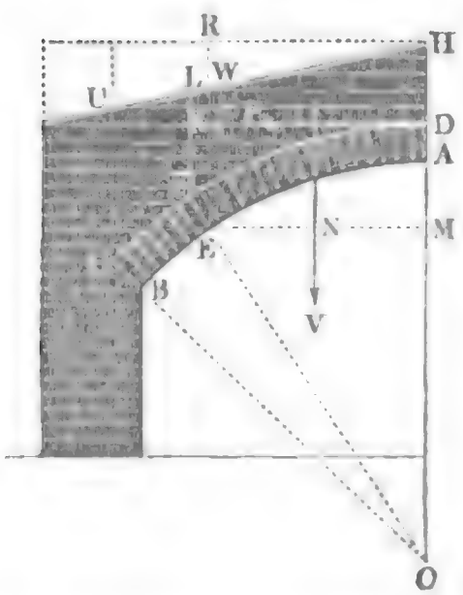
$$P = G\, tang.(\alpha - \varrho) = \left(\tfrac{1}{3} h + a - \frac{s}{2}\, tang.\, \delta\right) tang.(\alpha - \varrho) \,.\, s\, \gamma.$$

Setzt man in dieſem Ausdrucke noch

$$h = r\,(1 - sin.\, \alpha) \text{ und } s = r\, cos.\, \alpha, \text{ ſo erhält man:}$$

$$P = \left(\frac{a}{r} + \frac{1 - sin.\, \alpha}{3} - \tfrac{1}{2}\, cos.\, \alpha\, tang.\, \delta\right) tang.\,(\alpha - \varrho)\, cos.\, \alpha \,.\, r^2 \gamma,$$

Fig. 49.



und es iſt nun, um den dem Ausgleiten des Gewölbes entſprechenden Gewölbſchub zu beſtimmen, derjenige Werth für α einzuführen, welcher dieſen Ausdruck zum Maximo macht.

Iſt die Uebermauerung horizontal begrenzt, und dabei ſehr hoch, ſo kann man einfacher

$$P = a r \gamma\, cos.\, \alpha\, tang.\,(\alpha - \varrho)$$

ſetzen.

Da dieſer Ausdruck ſowohl für $\alpha = \varrho$ als auch für $\alpha = 90$ Grad Null ausfällt, und für Werthe von α zwiſchen ϱ und 90 Grad eine poſitive Größe giebt, ſo iſt er für einen gewiſſen Werth von α innerhalb dieſer Grenzen ein Maximum. Durch Differenziiren u. ſ. w. findet man die Gleichung

$$2\, cotang.\, \alpha = sin.\, 2\,(\alpha - \varrho),$$

deren Auflöſung den geſuchten Werth von α giebt.

Für $\varrho = 30$ Grad iſt z. B. $\alpha = 64^0\, 52'$, und es folgt hiernach der Gewölbſchub:

$$P = a r \gamma\, cos.\, 64^0\, 52'\, tang.\, 34^0\, 52' = 0{,}4247 \,.\, 0{,}6967\, a r \gamma = 0{,}2965\, a r \gamma.$$

Iſt z. B. $r = 40$, $a = \frac{r}{10} = 4$ und $\gamma = 150$ Pfund, ſo folgt:

$$P = 0{,}2965 \,.\, 160 \,.\, 150 = 7116 \text{ Pfund},$$

alſo ein viel kleinerer Werth, als aus der Annahme des Kippens hervorgeht.

Gewölbstärke. Damit die Gewölbſteine dem Zerdrücken hinreichenden Widerſtand entgegenſetzen, müſſen die Gewölbſteine eine gewiſſe, der Spannung entſprechende Höhe oder Länge haben, und da dieſelbe im Scheitel am kleinſten iſt und nach dem Widerlager hin zunimmt, ſo ſollte eigentlich auch die Gewölbſtärke vom Scheitel nach den Widerlagern hin zunehmen. Perronet giebt für die Stärke eines Gewölbes im Scheitel die empiriſche Formel $e = 0{,}0694\,r + 0{,}325$ Meter, in welcher r den größten Erzeugungshalbmeſſer der inneren Gewölblinie bezeichnet. Für das Fußmaß iſt hiernach $e = 0{,}0694\,r + 1$ Fuß. §. 30

Für Gewölbe mit Halbmeſſern über 15 Meter oder 48 Fuß giebt dieſe Formel erfahrungsmäßig zu große Dicken. Nach Rankine iſt für Kreisbogengewölbe $e = 0{,}346\sqrt{r}$, und für gedrückte Korbbögen $e = 0{,}412\sqrt{r}$ Fuß zu ſetzen, wo r den Krümmungshalbmeſſer im Scheitel der inneren Wölbfläche bezeichnet.

Eigentlich iſt die Gewölbſtärke nach der rückwirkenden Feſtigkeit der Gewölbſteine oder des Mörtels zu beſtimmen. Nehmen wir für den Feſtigkeitsmodul des Sandſteines (nach Band I., §. 212), $K = 4000$ Pfund an, und ſetzen wir eine zehnfache Sicherheit voraus, ſo erhalten wir für gewöhnliche Mauern aus Sandſtein den zuläſſigen Druck auf jeden Quadratzoll Fugenfläche, $T = 400$ Pfund; da aber die Gewölbſteine nicht gleichmäßig auf einander drücken, ſo geſtattet man denſelben nur einen halb ſo großen Druck, d. i. $T = 200$ Pfund. Die mittleren Feſtigkeitsmodel von Gneiß, Granit und Kalkſtein fallen nach Befinden doppelt ſo groß aus, deshalb kann man hier den zuläſſigen Druck bis auf $T = 300$ Pfund ſteigern. Bei der berühmten Brücke zu Neuilly unweit Paris, welche in den Jahren 1768 bis 1774 von Perronet erbaut wurde, berechnet ſich dieſer Druck auf 280 Pfund.

Mit Hilfe der Formel des vorigen Paragraphen läßt ſich die Stärke e des Gewölbes wie folgt ermitteln.

Die Formel I. giebt

$$e = \frac{h^3 - r h^2 + {}^5/_2\, a h^2}{5 r a - {}^3/_2\, h^2 + 2 r h - 5 a h},$$

und aus der Formel II. folgt, wenn man $P = Te$ einführt:

$$e = (r a - h a + {}^2/_5\, r h - {}^3/_{10}\, h^2)\, \frac{\gamma}{T}.$$

Setzt man dieſe beiden Ausdrücke für e einander gleich, ſo erhält man nach gehöriger Umformung folgende Gleichung zur Beſtimmung von h:

$$h^4 - {}^{20}/_9\left(\frac{T}{\gamma} + {}^6/_5 r - 3a\right)h^3$$
$$+ {}^{20}/_9\left(\frac{T}{\gamma} r - {}^5/_2 \frac{T}{\gamma} a + {}^4/_5 r^2 - 7ar + 5a^2\right)h^2$$
$$+ {}^{20}/_9 2ra(2r - 5a)h + {}^{20}/_9 . 5 r^2 a^2 = 0.$$

Hat man hiernach h beſtimmt, ſo kann man mit Hülfe der letzten Formel die Gewölbſtärke e berechnen.

Beiſpiel. Man ſoll für das Verhältniß $\frac{T}{\gamma} = 250$ Pfund die Stärke eines Kreisgewölbes von 40 Fuß Halbmeſſer finden, welches eine oben horizontal begrenzte Uebermauerung trägt, deren Höhe a über dem inneren Gewölbſtücke 5 Fuß mißt. Es iſt hier für die Tiefe h der Bruchfuge unter dem Gewölbſcheitel:

$h^4 - {}^{20}/_9 (250 + 1{,}2 . 40 - 15) h^3$
$+ {}^{20}/_9 (250 . 40 - 2{,}5 . 250 . 5 + 0{,}8 . 1600 - 7 . 5 . 40 + 5 . 25) h^2$
$+ {}^{20}/_9 . 80 . 5 (80 - 25) h + {}^{20}/_9 . 5 . 40000 = 0$, d. i.
$h^4 - 629 h^3 + 15289 h^2 + 48889 h + 444444 = 0.$

Hiernach läßt ſich annähernd

$$629 h^3 = 15289 h^2, \text{ d. i.}$$
$$h = {}^{15289}/_{629} = 25 \text{ Fuß}$$

ſetzen, und es iſt nun ſchärfer

$$h = \frac{h^3 + 15289 + \frac{1}{h} \cdot 48889 + \left(\frac{1}{h}\right)^2 \cdot 444444}{629} = \frac{625 + 15289 + 1956 + 711}{629}$$
$$= \frac{18581}{629} = 30 \text{ Fuß}.$$

Hieraus beſtimmt ſich nun die geſuchte Gewölbſtärke im Scheitel:

$$e = (ra - ha + 0{,}4rh - 0{,}3h^2)\frac{\gamma}{T}$$
$$= (200 - 150 + 480 - 270) . {}^1/_{250} = \frac{260}{250} = 1{,}04 \text{ Fuß}$$
$$= 12{}^1/_2 \text{ Zoll}.$$

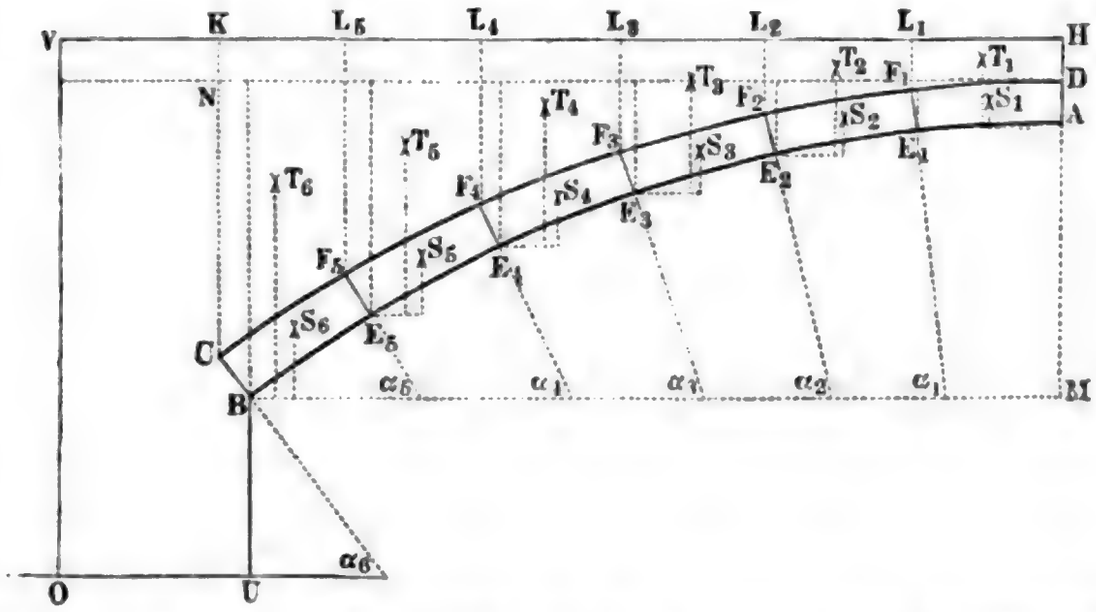
Der Sicherheit wegen iſt vielleicht $e = 13$ bis 14 Zoll in Anwendung zu bringen.

Anmerkung. Wenn wir, wie im Folgenden allemal geſchieht, den Gewölbſchub oder die Spannung für den höchſten Punkt im Scheitel angeben und ebenſo nur eine Drehung um den unterſten Punkt der Bruchfuge berückſichtigen, ſo iſt es um ſo mehr nöthig, dieſe hohe Sicherheit anzunehmen und dem Gewölbe eine entſprechende Stärke zu geben, da wir in dieſem Falle nur den kleinſten Werth des Druckes erhalten. Ohne dies ſind es vorzüglich die oberen Ecken der Steine am Scheitel und die unteren Ecken der Steine in der Nähe der Bruchfuge, welche den größten Druck auszuhalten haben, und daher am leichteſten abbrechen; es würde daher ein Einſtürzen des ganzen Gewölbes herbeigeführt werden, wenn die Gewölbſtärke nicht hinreichend groß wäre.

§. 31 **Prüfung der Gewölbe.** Die Unterſuchung über die Stabilität eines Gewölbes läßt ſich auf folgende Weiſe anſtellen. Es ſei $ABCD$, Fig. 50, die eine Hälfte des zu unterſuchenden Gewölbes, und

$CDHK$ die von ihr getragene Mauer, welche wir der Einfachheit wegen mit dem Gewölbe von gleicher Dichtigkeit annehmen wollen. Zunächst theilen wir das Gewölbe durch Linie $E_1 F_1$, $E_2 F_2$, $E_3 F_3$ u. ſ. w. in der Richtung der Gewölbfugen, oder was in der Regel einerlei iſt, rechtwinkelig gegen die innere Gewölblinie in mehrere (hier in 6) gleiche oder ungleiche Theile, und beſtimmen nun nicht nur die Inhalte und die Schwerpunkte S_1, S_2, S_3 dieſer Theile, ſondern auch die Inhalte und Schwerpunkte T_1, T_2, T_3 der darüber liegenden Theile $F_1 H$, $F_2 L_1$, $F_3 L_2$ .... Nun nimmt man die ſtatiſchen Momente der erſten Theile $A F_1$ und $F_1 H$ hinſichtlich des erſten Theilpunktes E_1, und dividirt deren Summe durch den

Fig. 50.



Verticalabſtand dieſes Theilpunktes von der Horizontalen DN durch den Gewölbſcheitel; ebenſo nimmt man die Momente von $A F_1$, $E_1 F_2$, $F_1 H$ und $F_2 L_1$ in Hinſicht auf den zweiten Theilpunkt E_2 und dividirt die Summe dieſer Momente durch den Verticalabſtand dieſes zweiten Punktes von der Horizontalen DN; ferner beſtimmt man die Momente der Gewölbtheile $A F_1$, $E_1 F_2$, $E_2 F_3$ und diejenigen der Mauertheile $F_1 H$, $F_2 L_1$, $F_3 L_2$ in Hinſicht auf die Kante E_3 und dividirt deren Summe durch den Abſtand des Punktes E_3 von der Horizontalen DN, u. ſ. f. Indem man ſo die Rechnung für alle Theile zwiſchen A und B fortführt, gelangt man zu den Kräften, welche in D nöthig ſind, um Drehungen um die Punkte E_1, E_2, E_3 u. ſ. w. zu verhindern, und es iſt nun die größte unter dieſen Kräften als die im Gewölbſcheitel wirklich vorhandene Spannung anzunehmen.

Außerdem multiplicire man noch die Flächenſumme

$$A F_1 + F_1 H \text{ mit } tang.\ (\alpha_1 - \varrho), \text{ ferner}$$

$$A F_1 + E_1 F_2 + F_1 H + F_2 L_1 \text{ mit } tang.\ (\alpha_2 - \varrho) \text{ u. ſ. w.,}$$

wofern α_1, α_2 ... die Neigungswinkel der Gewölbfugen $E_1 F_1$, $E_2 F_2$ u. ſ. w. gegen den Horizont bezeichnen, und ſuche auch unter dieſen Reſultaten den größten Werth aus. Iſt nun der größte dieſer Werthe kleiner als der zur Verhinderung der Drehungen um E_1, E_2, E_3 ... nöthige Maximalwerth, ſo hat man auf dieſe Kräfte nicht weiter Rückſicht zu nehmen; iſt er aber größer, ſo muß man ihn als Spannung im Gewölbſcheitel und nicht den erſtgefundenen als ſolche einführen.

Endlich hat man noch zu unterſuchen, ob die ſo gefundene Horizontalkraft nicht im Stande iſt, ein Gewölbſtück nach außen zu ſchieben oder nach außen zu drehen.

Mit Hülfe des ſo gefundenen Horizontalſchubes ſind nun noch nach §. 27 die Stabilitätsverhältniſſe der Widerlager zu unterſuchen.

Beiſpiel. Die Stabilitätsverhältniſſe des Gewölbes in Fig. 50 ergeben ſich durch folgende Unterſuchung.

Inhalt des Gewölbſtückes $A F_1$ . . . . = 6,89 Quadratfuß,
Inhalt des darüberliegenden Stückes $F_1 H$ = 8,48 „
Hebelarm des erſten in Hinſicht auf E_1 . . = 2,50 „
„ „ zweiten . . . . . = 2,45 „

folglich Moment beider:

$$= 6{,}89 \,.\, 2{,}5 + 8{,}48 \,.\, 2{,}45 = 38{,}001;$$

Abſtand des Punktes E_1 von $D N$ oder Hebelarm der Horizontalkraft in D:

$$= 1{,}50;$$

daher der erſte Werth dieſer Kraft:

$$P_1 = \frac{38{,}00 \,.\, \gamma}{1{,}50} = 25{,}33 \,.\, \gamma \text{ Pfund.}$$

Inhalt des zweiten Gewölbſtückes $E_1 F_2$ . . . . = 7,15 Quadratfuß,
Inhalt des darüber befindlichen Mauerſtückes $F_2 L_1$ = 11,02 „

Moment beider in Hinſicht auf E_2:

$$= 17{,}52 + 23{,}69 = 41{,}21,$$

hierzu das Moment von $A L_1$:

$$= 38{,}00 + 15{,}37 \,.\, 5{,}10 = 38{,}00 + 78{,}39 = 116{,}39,$$

folglich das Moment des ganzen Stückes $A L_2$:

$$= 157{,}60;$$

der Abſtand des Punktes E_2 von $D N$:

$$= 2{,}35,$$

daher der zweite Werth der Horizontalkraft in D:

$$P_2 = \frac{157{,}60 \,.\, \gamma}{2{,}35} = 67{,}05 \,.\, \gamma \text{ Pfund.}$$

Ferner:

Inhalt des dritten Gewölbſtückes $E_2 F_3$ . . . = 7,68 Quadratfuß,
Inhalt des darüberliegenden Mauerſtückes $F_2 L_3$ = 16,51 „
Moment beider . . . . . = 46,61 „

hierzu das Moment des Stückes $E_2 H$:

$$= 157{,}60 + 166{,}02 = 323{,}62,$$

folgt das Moment des Ganzen:

$$= 370{,}23,$$

und da der Abſtand des Punktes E_3 von DN, $= 3{,}90$ iſt, ergiebt ſich der dritte Werth der Kraft in D:

$$P_3 = \frac{370{,}23 \,.\, \gamma}{3{,}90} = 94{,}93 \,.\, \gamma \text{ Pfund.}$$

Auf dieſe Weiſe fortfahrend, findet man einen Werth dieſer Kraft, welcher die Drehung um E_4 zu verhindern hat:

$$P_4 = \frac{701{,}92 \,.\, \gamma}{5{,}9} = 118{,}97 \,.\, \gamma \text{ Pfund;}$$

ferner einen fünften in Hinſicht auf Drehung um E_5:

$$P_5 = \frac{1163{,}43 \,.\, \gamma}{8{,}45} = 137{,}68 \,.\, \gamma \text{ Pfund;}$$

und endlich einen letzten Werth in Hinſicht auf eine Drehung um B:

$$P_6 = \frac{1760{,}21 \,.\, \gamma}{11{,}6} = 151{,}74 \,.\, \gamma \text{ Pfund.}$$

Da dieſer Werth unter allen gefundenen der größte iſt, ſo läßt ſich der Druck im Gewölbſcheitel ihm gleich, alſo

$$P = 151{,}74 \,.\, \gamma,$$

oder, die Dichtigkeit der Mauer $= 150$ Pfund angenommen,

$$P = 151{,}74 \,.\, 150 = 22761 \text{ Pfund}$$

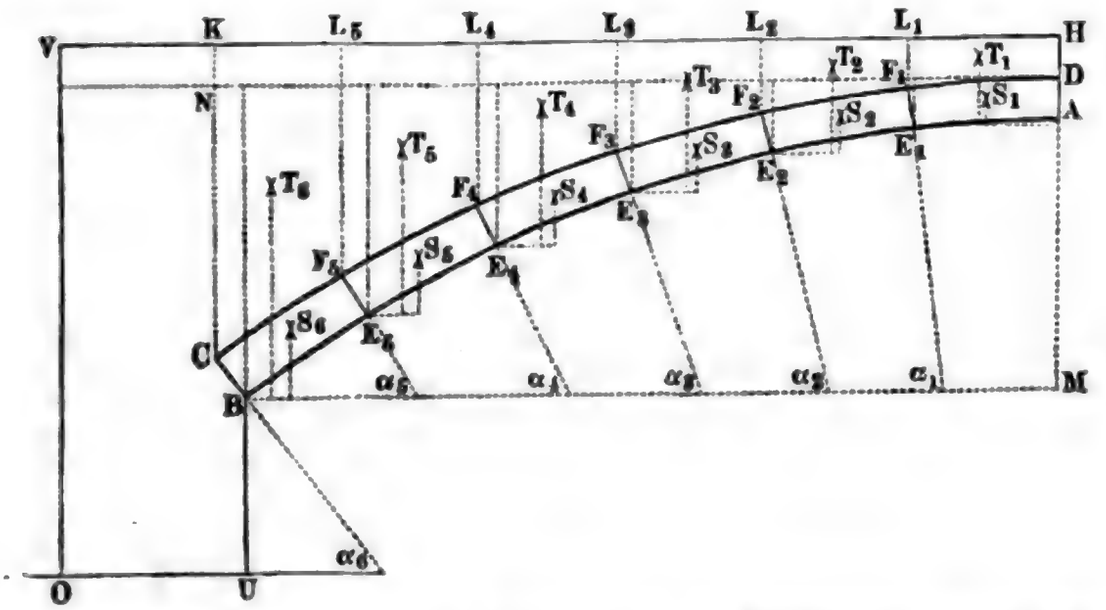
ſetzen. Die Dicke des Gewölbes im Scheitel iſt $e = 1{,}3$ Fuß, alſo der Querſchnitt für jeden Fuß Gewölblänge:

$$= 144 \,.\, 1{,}3 = 187{,}2 \text{ Quadratzoll,}$$

und ſonach der Druck auf jeden Quadratzoll nur $\frac{22761}{187{,}2} = 122$ Pfund.

Nimmt man mit Petit den Reibungswinkel zu 30° an, ſo erhält man noch

Fig. 51.



für die Kraft zur Verhinderung des Herabgleitens der Gewölbſteine, da die Gewölbfugen $E_1 F_1$, $E_2 F_2$, $E_3 F_3 \ldots$, unter den Winkeln 83° 40′; 70° 20′; 71° 0′; 64° 40′; 58° 20′; 52° 0′ gegen den Horizont geneigt ſind die Werthe

$P_1 = (6{,}89 + 8{,}48)\ tang.\ (83^0\,40' - 30^0).\gamma = 15{,}37\ .\ tang.\ 53^0\,40'.\gamma$
$= 20{,}9\ .\gamma$ Pfund;
$P_2 = (15{,}37 + 18{,}17)\ tang.\ (77^0\,20' - 30^0).\gamma = 33{,}54\ .\ tang.\ 47^0\,20'.\gamma$
$= 36{,}4\ .\gamma$ Pfund;
$P_3 = 57{,}73\ .\ tang.\ 41^0\ .\gamma = 50{,}1\ .\gamma$ Pfund;
$P_4 = 90{,}56\ .\ tang.\ 34^0\,40'\ .\gamma = 62{,}6\ .\gamma$ Pfund;
$P_5 = 134{,}13\ .\ tang.\ 28^0\,20'\ .\gamma = 72{,}3\ .\gamma$ Pfund;
$P_6 = 188{,}53\ .\ tang.\ 22^0\ .\gamma = 76{,}2\ .\gamma$ Pfund;

es ist also der größte Horizontaldruck zur Verhinderung des Gleitens $= 76{,}2\ .\gamma$ Pfund. Da der Scheiteldruck $(151{,}74\,\gamma)$, welcher aus dem Bestreben zum Umdrehen entspringt, größer ist, so wird durch denselben auch das Herabgleiten der Gewölbsteine verhindert. Ebenso kann man sich auch leicht überzeugen, daß weder ein Gleiten noch ein Drehen nach oben möglich ist.

Was endlich noch die Stabilität des Widerlagers OUK anlangt, ist das Moment der Kraft P zum Umstürzen um O

$= 151{,}74\ .\gamma\ .\ (\overline{OV} - \overline{DH}) = 151{,}74\ .\ 18\ .\gamma = 2731\ .\gamma$ Pfund;

das Moment des belasteten Gewölbes $ABKH$ berechnet sich aber

$= 1760{,}21\ .\gamma + 188{,}53\ .\ \overline{OU}\ .\gamma = (1760{,}21 + 188{,}53\ .\ 6{,}8)\gamma = 3042\ .\gamma$

und das des Pfeilers

$= 343\ .\gamma$ Pfund;

es ist demnach das Moment, welches dem Umstürzen um O entgegensteht,

$= (3042 + 343)\ .\gamma = 3385\ .\gamma$ Pfund,

und daher ein Umstürzen nicht möglich. Will man indessen hinreichende Sicherheit haben, so muß man nach Obigem statt P, $1{,}9\,P$, also das Moment zum Umstürzen $= 5169\ .\gamma$ setzen, und dann wäre allerdings das Widerlager zu schwach; es müßte ihm vielmehr statt 6,8 Fuß eine Dicke von 11 bis 12 Fuß gegeben werden. Für 11 Fuß Dicke erhält man das Stabilitätsmoment

$$S = 1760{,}21\ .\gamma + 188{,}53\ .\ 11\,\gamma + 1281\ .\gamma = 5115\ .\gamma,$$

also entspricht diese Dicke den Forderungen der Stabilität hinreichend.

§. 32 **Gewölbschubtabellen.** Um bei den am häufigsten vorkommenden Kreisgewölben die Untersuchung zu erleichtern, sind von Petit besondere Tabellen über die Stabilität dieser Gewölbe berechnet worden, von denen wir hier nur kurze Auszüge mittheilen können. Die erste dieser Tabellen bezieht sich auf halbkreisförmige Gewölbe mit parallelen Wölb-

Fig. 52.

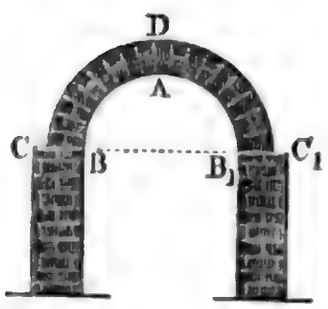


Fig. 53.

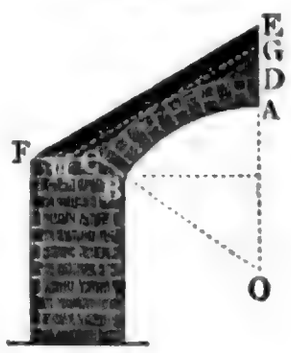
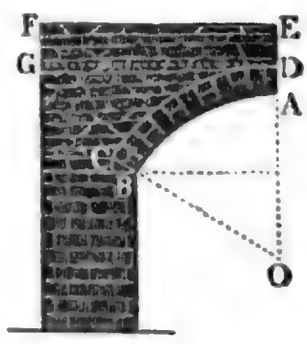


Fig. 54.



flächen, Fig. 52, die zweite auf ein halbkreisförmiges Gewölbe mit Hintermauerungen von 45° Neigung, wie die punktirte Linie GH in

Fig. 53 andeutet; die dritte Tabelle entſpricht einem Halbkreisgewölbe mit horizontaler Aufmauerung, wie die punktirte Linie DG in Fig. 54 angiebt, und die vierte Tabelle entſpricht bloßen Kreisbogengewölben mit parallelen Wölbungen. Bei den erſten drei Tabellen findet man in den erſten beiden Verticalcolumnen die Dimenſionsverhältniſſe der Gewölbe angegeben, in der dritten die Bruchwinkel, in der vierten und fünften aber die Coefficienten des Horizontalſchubes und in der ſechsten die Coefficienten für die größten Widerlagsſtärken. Um mit Hülfe dieſer Tabellen den einem gegebenen Gewölbe entſprechenden Schub zu finden, ſuchen wir das Verhältniß $\varkappa = \frac{r_2}{r_1}$ der Gewölbhalbmeſſer in der erſten Columne auf, gehen von da horizontal herüber bis in die vierte und fünfte Columne, und nehmen die größte von den beiden an dieſen Orten ſtehenden Zahlen; dieſe Zahl p wird endlich mit dem Quadrate des Gewölbhalbmeſſers (r_1) und mit der Dichtigkeit (γ) der Gewölbmaſſe multiplicirt, um den in Frage ſtehenden Schub oder Horizontaldruck $p r_1^2 \gamma$ zu erhalten. Was endlich noch die ſechste Columne anlangt, ſo giebt dieſe die Stärke der unendlich hoch zu denkenden Widerlager an, wenn man die Werthe derſelben durch den Halbmeſſer der inneren Wölbung multiplicirt. Bei niedrigen Widerlagern iſt dieſe Stärke kleiner und nach der Formel §. 27 zu berechnen. Die vierte Tabelle enthält in der erſten Verticalcolumne die Verhältnißzahlen $\varkappa = \frac{r_2}{r_1}$, in den übrigen Columnen aber die Coefficienten des Gewölbſchubes bei ſehr verſchiedenen Verhältniſſen zwiſchen der Sehne oder Weite s und der Höhe h der Gewölbe. Uebrigens kommt dieſe Tabelle nur dann in Anwendung, wenn der Bruchwinkel, welchen die erſte Tabelle angiebt, den halben Centriwinkel

$$\beta = 90^0 - \alpha$$

des Gewölbbogens übertrifft.

Anmerkung. Damit der Theil des Widerlagers, an welchem der Gewölbbogen unmittelbar aufſitzt, nicht fortgeſchoben werde, iſt nöthig, daß der Horizontalſchub $P = p r_1^2 \gamma$ von der Reibung $\frac{1}{2} \varphi \beta (r_2^2 - r_1^2) \gamma$ übertroffen werde. Iſt dieſes nicht der Fall, wie z. B. bei ſehr gedrückten Bögen, ſo muß man dieſes Ausgleiten des Obertheiles vom Widerlager durch eiſerne Anker verhindern. Uebrigens läßt ſich hier der Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}76$, alſo $\frac{1}{2} \varphi = 0{,}38$ ſetzen, weshalb die Kraft, welche die Verankerung auszuhalten hat,

$$P = [p - 0{,}38 \beta (\varkappa^2 - 1)] r_1^2 \gamma$$

anzunehmen iſt. Dieſer Fall tritt ein, wenn $s = 4h$ und $\varkappa$ unter 1,06; wenn $s = 5h$ bis $10h$ und $\varkappa$ unter 1,15 iſt. Wenn endlich $s = 16h$, ſo findet dieſes Gleiten jedenfalls ſtatt.

Tabelle I.

Halbkreisgewölbe mit parallelen Wölbflächen.

Verhältniß der Halbmesser $\varkappa = \frac{r_2}{r_1}$.	Verhältniß des inneren Durchmessers $2r_1$ zur Dicke.	Bruchwinkel, Neigung der Bruchfuge gegen die Verticale.	Coefficient p des Gewölbschubes		Coefficient für die Grenzen der Widerlagsdicken.
			für Drehung.	für Gleitung.	
2,732	1,154	0° 00′	0,00000	0,98923	
2,70	1,176	13° 42′	0,00211	0,96262	
2,60	1,250	27° 30′	0,00809	0,88151	
2,50	1,333	35° 52′	0,02283	0,80346	
2,20	1,666	51° 4′	0,08648	0,58767	
2,00	2,000	57° 17′	0,13017	0,45912	1,3223
1,80	2,500	61° 24′	0,16373	0,34281	1,1414
1,70	2,857	62° 53′	0,17180	0,28924	1,0484
1,60	3,333	63° 49′	0,17517	0,23874	0,9525
1,55	3,636	64° 3′	0,17478	0,21464	0,9031
1,50	4,000	64° 9′	0,17254	0,19130	0,8527
1,45	4,444	64° 5′	0,16798	0,16872	0,8007
1,40	5,000	63° 48′	0,16167	0,14691	0,7838
1,35	5,714	63° 19′	0,15287	0,12587	0,7622
1,30	6,666	62° 14′	0,14330	0,10559	0,7379
1,25	8,000	61° 15′	0,12847	0,08608	0,6987
1,20	10,000	59° 41′	0,11140	0,06733	0,6504
1,15	13,333	57° 1′	0,09176	0,04935	0,5905
1,12	16,666	54° 48′	0,07789	0,03984	0,5444
1,10	20,000	53° 15′	0,06754	0,03213	0,5066
1,08	25,000	51° 7′	0,05649	0,02546	
1,06	33,333	48° 18′	0,04455	0,01891	
1,05	40,000	46° 32′	0,03813	0,01568	
1,04	50,000	44° 4′	0,03139	0,01249	
1,03	66,666	41° 4′	0,02459	0,00932	
1,02	100,000	38° 12′	0,01691	0,00618	
1,01	200,000	32° 36′	0,00889	0,00308	
1,00	∞	0° 00′	0,00000	0,00000	

Tabelle II.

Halbkreisgewölbe mit Hintermauerung von 45° Neigung.

Verhältniß der Halbmesser $\varkappa = \frac{r_2}{r_1}$.	Verhältniß des inneren Durchmessers $2r_1$ zur Dicke.	Bruchwinkel, Neigung der Bruchfuge gegen die Verticale.	Coefficient p des Gewölbschubes		Coefficient für die Grenzen der Widerlagsdicken.
			für Drehung.	für Gleitung.	
2,00	2,000	60°	0,26424	0,74361	1,7246
1,80	2,500	60°	0,29907	0,57383	1,5147
1,60	3,333	60°	0,31245	0,42191	1,2990
1,55	3,636	61°	0,31222	0,38673	1,2437
1,50	4,000	61°	0,30996	0,35266	1,1877
1,45	4,444	60°	0,30587	0,31971	1,1308
1,40	5,000	59°	0,30001	0,28787	1,0954
1,35	5,714	58°	0,29285		1,0823
1,30	6,666	57°	0,28231	0,22756	1,0626
1,25	8,000	54°	0,27102		1,0412
1,20	10,000	50°	0,25806	0,17171	1,0160
1,15	13,333	47°	0,24477		0,9894
1,10	20,000	42°	0,23292	0,12032	0,9652
1,05	40,000	36°	0,22902		0,9571

Tabelle III.

Halbkreisgewölbe mit horizontaler Uebermauerung.

Verhältniß der Halbmesser $\varkappa = \frac{r_2}{r_1}$.	Verhältniß des inneren Durchmessers $2r_1$ zur Dicke.	Bruchwinkel, Neigung der Bruchfuge gegen die Verticale.	Coefficient p des Gewölbschubes		Coefficient für die Grenzen der Widerlagsdicken.
			für Drehung.	für Gleitung.	
2,00	2,000	36°	0,05486	0,50358	1,3834
1,80	2,500	44°	0,08503	0,37901	1,2001
1,60	3,333	52°	0,12300	0,26755	1,0082
1,55	3,636	54°	0,13027	0,24173	0,9584
1,50	4,000	56°	0,13648	0,21673	0,9075
1,45	4,444	57°	0,14122	0,19256	0,8554
1,40	5,000	59°	0,14421	0,16920	0,8018
1,35	5,714	60°	0,14504	0,14666	0,7465
1,30	6,666	61°	0,14332	0,12495	0,7379
1,25	8,000	62°	0,13872	0,10405	0,7260
1,20	10,000	63°	0,13073	0,08397	0,7048
1,15	13,333	64°	0,11895	0,06471	0,6723
1,10	20,000	65°	0,10279	0,04627	0,6249
1,05	40,000	69°	0,081755	0,02865	0,5573
1,00	∞	75°	0,055472	0,01185	

Tabelle IV.

Bogengewölbe mit parallelen Wölbflächen.

Verhältniß der Halbmesser $\varkappa = \frac{r_2}{r_1}$.	Coefficienten p des Gewölbschubes.						
	$s = 4h$	$s = 5h$	$s = 6h$	$s = 7h$	$s = 8h$	$s = 10h$	$s = 16h$
1,40	0,15445	0,14691	0,14691	0,14691	0,14691	0,14478	
1,35	0,14717	0,13030	0,12587	0,12587	0,12587	0,12405	
1,30	0,13764	0,12331	0,10682	0,10559	0,10559	0,10406	
1,25	0,12547	0,11402	0,10009	0,08668	0,08608	0,08483	0,07180
1,20	0,11023	0,10196	0,09102	0,07999	0,06981	0,06636	0,05616
1,15	0,09123	0,08634	0,07866	0,07050	0,06259	0,04904	0,04116
1,10	0,06737	0,06563	0,06158	0,05666	0,05160	0,04214	0,02681
1,05	0,03776	0,03804	0,03709	0,03550	0,03357	0,02944	0,01882
1,01	0,00834	0,00871	0,00886	0,00889	0,00885	0,00862	0,00747

Tabelle V.

Kurze Uebersicht der Dimensionsverhältnisse von Bogengewölben.

Verhältniß der Weite zur Höhe $\frac{s}{h}$.	Halber Centriwinkel β.	$\sin. \beta$.	Verhältniß des inneren Halbmessers r_1 zur Höhe, $\frac{r_1}{h}$.	Verhältniß des inneren Halbmessers r_1 zur Weite, $\frac{r_1}{s}$.
3	67° 22′ 49″	0,9231	1,625	0,5417
4	53° 7′ 48″	0,8000	2,500	0,6250
5	43° 36′ 10″	0,6897	3,625	0,7250
6	36° 52′ 11″	0,6000	5,000	0,8333
7	31° 53′ 26″	0,5283	6,625	0,9464
8	28° 4′ 20″	0,4706	8,500	1,0625
9	25° 3′ 27″	0,4235	10,625	1,1806
10	22° 37′ 10″	0,3846	13,000	1,3000
12	18° 55′ 29″	0,3243	18,5	1,5417
16	14° 15′ 0″	0,2462	32,500	2,0312

Beispiele. 1. Bei einem Halbkreisgewölbe mit horizontaler Uebermauerung ist der innere Halbmesser $r_1 = 10$ Fuß; man sucht die Gewölbstärke, den Gewölbschub u. s. w. Es ist nach Perronet die Gewölbstärke $e = 0{,}0694 \,.\, 10 + 1 = 1{,}694$ Fuß, wofür ich 1,7 Fuß annehmen will. Ferner ist $r_2 = 11{,}7$ und $\varkappa = \frac{r_2}{r_1} = 1{,}17$, daher giebt die Tabelle III. den Bruchwinkel $\beta = 63\frac{3}{5}^0$, und den Coefficienten der Horizontalspannung, $p = 0{,}1190 + \frac{2}{5} \,.\, 0{,}0118 = 0{,}1237$. Nimmt man nun den Cubikfuß Mauer zu 150 Pfund Gewicht an, so erhält man die Gewölbspannung im Scheitel:

$$P = 0{,}1237 \,.\, 150 \,.\, 10^2 = 1855 \text{ Pfund.}$$

Für die Grenze der Widerlagsstärke giebt dieselbe Tabelle den Coefficienten $0{,}6723 + \frac{2}{5} \,.\, 0{,}0325 = 0{,}6853$, daher diese Stärke selbst

$$d = 0{,}6853 \,.\, 10 = 6{,}85 \text{ Fuß.}$$

Bei niedrigen Widerlagern fällt die nach der Formel des §. 27 zu berechnende Stärke kleiner aus.

2. Welche Dimensionen und Kräfte entsprechen einem Bogengewölbe von 10 Fuß Weite und 2 Fuß Bogenhöhe ohne Belastung? Hier ist $\frac{h}{s} = \frac{1}{5}$, daher der halbe Centriwinkel $\beta = 43^0\ 36''\ 10'$, $\sin.\ \beta = 0{,}6897$ und der Halbmesser $r_1 = 3{,}625 \,.\, 2 = 7{,}25$ Fuß; ferner giebt die Tabelle IV. den Coefficienten des Horizontalschubes, da $s = 5\,h$ und nach der Formel von Perronet

$$e = 0{,}0694 \,.\, 7{,}25 + 1 = 1{,}5, \text{ also } \varkappa = \frac{r_2}{r_1} = \frac{8{,}75}{7{,}25} = 1{,}2 \text{ ist,}$$

$$p = 0{,}10196,$$

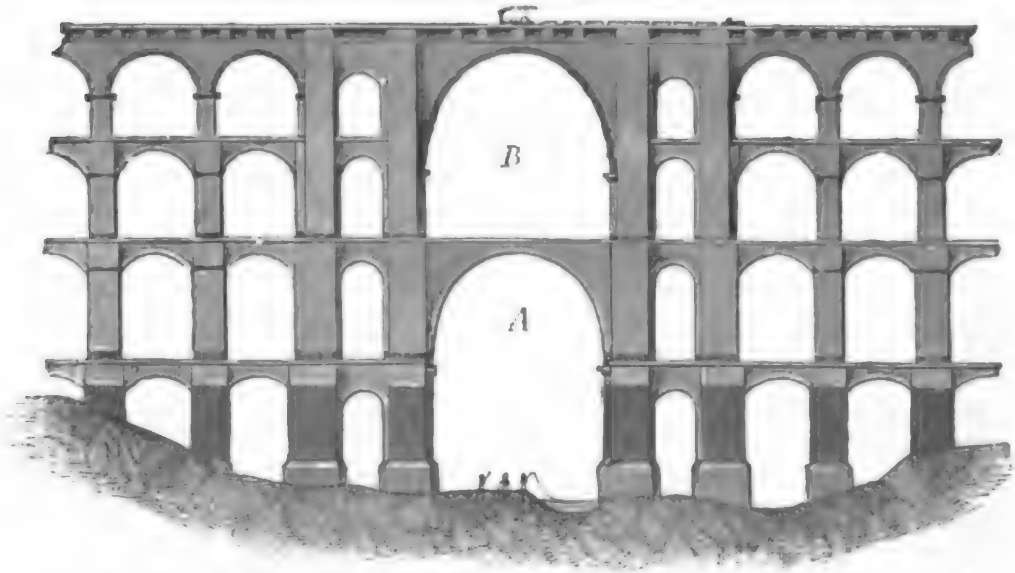
folglich beträgt der Gewölbschub:

$$P = 0{,}102 \,.\, 150 \,.\, 7{,}25^2 = 804 \text{ Pfund.}$$

Steinerne Brücken. Die Theorie der Gewölbe findet in dem Ingenieurwesen vorzüglich bei den steinernen Brücken (franz. ponts en pierres; engl. stone-bridges) ihre Anwendung. Die steinernen Brücken sowie auch die Viaducte und Aquaducte, werden in der Regel aus Bögen (franz. und engl. arches) zusammengesetzt, welche die Formen von Tonnengewölben (franz. voûtes cylindriques; engl. cylindrical arches) haben. Die Weite (franz. ouverture; engl. span) der Brückenbögen richtet sich vorzüglich nach dem fließenden Wasser, über welches die Brücke gespannt ist. Hat dasselbe eine große Geschwindigkeit und ist es starken Anschwellungen unterworfen, so wendet man Bögen mit großer Spannweite an, um das Wasserbett möglichst wenig zu verengen und dadurch das Austreten des Hochwassers aus dem Bette einzuschränken, sowie die zerstörenden Wirkungen des Hochwassers und der von demselben zugeführten Körper, z. B. Eisschollen, auf die Brückenpfeiler zu schwächen; fließt hingegen der Fluß langsam und hat derselbe keine bedeutenden Hochwasser, so kann man aus den entgegengesetzten Gründen die Brücke über demselben aus einer größeren Anzahl engerer Bögen zusammensetzen. Die Spannweite der gewöhnlichen Brückenbögen beträgt 50 bis 150 Fuß; am größten ist sie bei der Gros- §. 33

venor-Brücke über dem Dee in England, wo ſie ſogar 195 Fuß mißt. Die Brückenhöhe richtet ſich ebenfalls nach dem Hochwaſſer; jedenfalls müſſen ſelbſt bei dem höchſten Waſſerſtande die Scheitel der Brückenbögen noch um eine anſehnliche Höhe über, und die Seiten derſelben nicht oder nur wenige Fuß unter der Oberfläche des Waſſers ſtehen, damit fremde Körper, welche auf dem Waſſer ſchwimmen, wie z. B. Eisſchollen, ungehindert durch die Brücke hindurch ſchwimmen können, und auch die Stauung des Waſſers nicht zu groß ausfällt. In vielen Fällen, namentlich bei Eiſenbahnen und Canälen, liegen die Punkte, welche durch eine Brücke (Viaduct, Aquaduct) zu verbinden ſind, ſo hoch über der Thalſohle, daß die Brückenbögen ſchon ohnedies viel über das Hochwaſſer zu ſtehen kommen. Die gewöhnlichen Fahrbrücken über Flüſſe haben eine Höhe von 30 bis 100 Fuß; die Eiſenbahnbrücken und Aquaducte erreichen aber Höhen von 150 Fuß und mehr. Z. B. die Göltzſchthalbrücke (Fig. 55) bei der ſächſiſch-bayeriſchen Eiſenbahn

Fig. 55.



hat in vier über einander ſtehenden Bogenreihen eine Höhe von 250 Fuß, und der römiſche Aquaduct zu Nismes in Frankreich (Pont du Gard) hat bei drei über einander ſtehenden Bogenreihen eine Höhe von 150 Fuß. Die Bogenhöhe (franz. montée; engl. hight) der Brücke richtet ſich natürlich nach der Spannweite und Höhe der Brücke überhaupt; bei den gewöhnlichen Fahrbrücken beträgt dieſe Höhe $^1/_9$ bis $^1/_3$ der Spannweite; bei hohen Eiſenbahnbrücken und Waſſerleitungen nimmt man dieſe Höhe $^1/_2$ oder gar $^5/_8$ der Spannweite. Was die Breite der Brücken anlangt, ſo beträgt dieſelbe bei gewöhnlichen Fahrbrücken 20 bis 40 Fuß; die neue Brücke über die Elbe bei Dresden, welche für Fuhrwerke, Fußgänger und eine Eiſenbahn zugleich dient, beſitzt ſogar eine Breite von 55 Fuß.

Digitized by Google

Anmerkung. In Fig. 55 iſt das Mittelſtück der Göltzſchthalbrücke abgebildet. Die Länge dieſer Brücke beträgt 1840 Fuß, die obere Breite 32 und die untere 72 Fuß. Von den mittleren großen Bögen hat A eine Spannweite von 90 Fuß und eine Höhe von 58 Fuß, B aber eine Spannweite von 98 Fuß und eine Höhe von 64 Fuß. Nimmt man die Höhe eines Ziegelpfeilers $h = 200$ Fuß, und die Dichtigkeit der Ziegelmauer $= 100$ Pfund an, ſo erhält man den größten Druck dieſes Pfeilers auf den Quadratzoll, abgeſehen von der zufälligen Belaſtung und von der Belaſtung durch die Gewölbbögen:

$$P = h\gamma = \frac{200 \,.\, 100}{144} = 139 \text{ Pfund.}$$

Wäre der Feſtigkeitsmodul der Ziegel $K = 1000$ Pfund, ſo hätte man hiernach nur ſiebenfache Sicherheit bei dieſer Brücke.

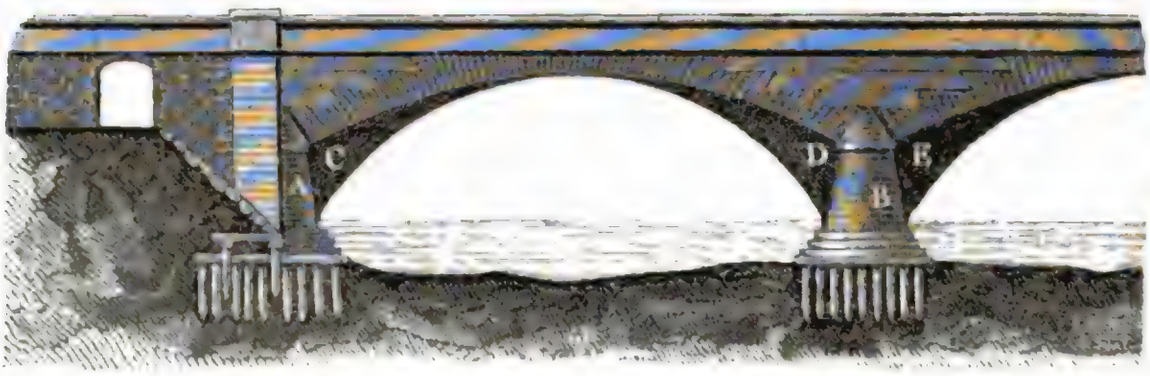
Brückenpfeiler. Die Pfeiler (franz. piles; engl. piers) und die §. 34
Widerlager (franz. culées; engl. abutments) der Brücken müſſen nicht nur auf einem ganz feſten Grunde ſtehen, ſondern auch eine hinreichende Dicke haben, um dem Drucke der darauf ruhenden Bögen ſammt ihrer Belaſtung widerſtehen zu können. Der Grund beſteht entweder aus feſtem Felſen, oder aus unzuſammendrückbarem Sand, oder aus zuſammendrückbarer Erde. Um auf Felſen zu gründen, iſt nicht allein die Herſtellung ebener Flächen zur Aufnahme des Druckes, ſondern auch die Entfernung alles verwitterten und loſen Geſteines nöthig. Die Gründung auf Sand, Thon und Erde erfordert hingegen die Herſtellung eines Roſtes oder eines Bettes aus Beton. Der aus einer Reihe Längenſchwellen und einer Reihe aufgekämmter Querſchwellen zuſammengeſetzte Roſt ruht entweder unmittelbar auf dem Stein- oder Sandbette, oder er wird von eingerammten Pfählen (franz. piles; engl. pieux) getragen (ſ. I., §. 347), und heißt im erſten Falle ein Schwellen-, im letzteren aber ein Pfahlroſt. Bei der Gründung im Waſſer iſt es nöthig, die Bauſtelle der Pfeiler durch einen Fangdamm vor dem Eindringen des Waſſers zu ſichern. Iſt die Tiefe des Waſſers über 4 Fuß, ſo ſind ſogenannte Kaſtendämme (franz. batardeaux; engl. cofferdams) nöthig, welche aus zwei Reihen Bohlen oder Spundwänden und zwiſchengeſtampftem Letten zuſammengeſetzt werden.

Die Fundamente der Pfeiler werden aus gehauenen Steinen treppenförmig aufgemauert, ſo daß die untere Breite derſelben dem ſechsten bis neunten Theile der Spannweite gleichkommt. Um die Brückenpfeiler gegen den Stoß des Eiſes und anderer ſchwimmenden Körper zu ſchützen, und um die auf das Flußbett nachtheilig wirkende wirbelnde Bewegung des Waſſers möglichſt zu verhindern, werden die Pfeiler ſtromauf- und ſtromabwärts mit prismatiſchen Anſätzen, den ſogenannten Pfeilerköpfen (franz. becs; engl. starlings) verſehen, welchen eine halbkreisförmige oder halbelliptiſche Baſis und eine kegelförmige oder ſphäroidiſche Haube (franz. bonnet; engl. hood) zu geben iſt. Die Landfeſten oder Widerlagspfeiler ſind in der Regel noch

mit Flügelmauern (franz. murs en aile; engl. wingwalls) verſehen, welche zur Unterſtützung der Auffahrt dienen. Die Stärke der Pfeiler und Widerlager iſt nach der vorausgeſchickten Theorie unter der Vorausſetzung zu beſtimmen, daß dieſe Stützmauern nicht allein den conſtanten Gewölbſchub, ſondern auch die zufällige und bewegliche Belaſtung aufzunehmen haben.

Anmerkung. Fig. 56 führt einen Theil der Brücke von Neuilly über die Seine vor Augen. Sie beſteht aus fünf Bögen von 120 Pariſer Fuß Weite und

Fig. 56.



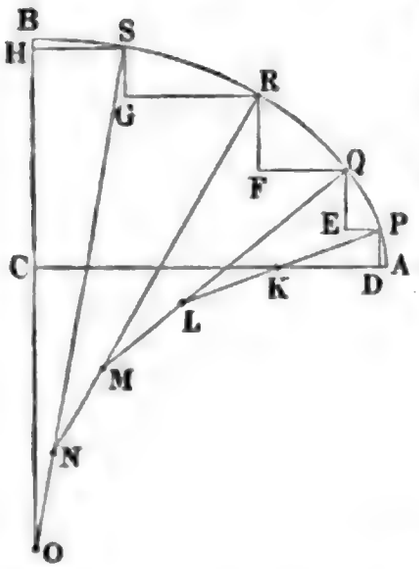
40 Fuß Höhe. Die Curve, wonach die Bögen conſtruirt ſind, iſt eine Korblinie mit 11 Mittelpunkten. Die Höhe der Schlußſteine dieſer Brücke beträgt 5 Fuß. Die Pfeilerköpfe (*A* und *B*) ſind halbkreisförmig abgerundet und die Kanten zwiſchen den Stirn- und den inneren Wölbflächen der Bögen ſind durch krumme Flächen *C*, *D*, *E* oder ſogenannte Kuhhörner (fr. cornes de vache) abgeſtumpft.

§. 35 **Korbbögen.** Die Brückenbögen werden entweder nach einem Halbkreiſe oder nach einem Kreisbogen (Stichbogen), oder nach einer Ellipſe, oder nach einem ſogenannten Korbbogen (franz. arche en anse de panier; engl. basket-handle arch) conſtruirt. Die Halbkreisgewölbe geben den kleinſten Horizontalſchub, und beſitzen daher bei hinreichender Belaſtung eine große Stabilität; ſie laſſen ſich aber bei niedrigen Flußbrücken nicht anwenden, weil ſie eine große Anzahl von Pfeilern erfordern, wodurch das Flußbett ſehr eingeengt wird. Sie finden daher vorzüglich nur bei Viaducten und Aquaducten ihre Anwendung. Die Stichbögen geben, namentlich wenn ſie ſehr flach ſind, einen bedeutenden Horizontalſchub, und erfordern daher zu ihrer Stabilität ſehr ſtarke und ſolide Pfeiler und Widerlager. Da ſie ſich ſehr weit ſpannen laſſen, ſo ſetzen ſie dem Waſſer am wenigſten Widerſtand entgegen, weshalb man ſie auch vorzüglich bei größeren Flüſſen anwendet. Die elliptiſchen Bögen ſtehen zwiſchen dem Halbkreiſe und den Stichbögen inne; man erſetzt ſie aber gewöhnlich durch Korbbögen, weil dieſe leichter und auch ſo zu conſtruiren ſind, daß die Krümmung am Fußpunkte kleiner ausfällt als bei der Ellipſe.

Um aus der halben Spannweite $CA = \frac{s}{2}$ und der Bogenhöhe

$CB = h$, Fig. 57, die Mittelpunkte K, L, M, N, O der Kreisbögen AP, PQ, QR, RS, SB zu finden, aus welchen ein Korbbogen AQB zusammenzusetzen ist, hat man vielerlei Regeln angegeben; folgende Bestimmungsweise möchte jedoch die vorzüglichere sein. Die halbe Spannweite $CA = \frac{s}{2}$ läßt sich als die Summe der Stücke AD, PE, QF, RG, SH und die Bogenhöhe CB als die Summe der Stücke DP, EQ, FR, GS und HB ansehen. Bezeichnen wir den Halbmesser:

Fig. 57.



$KA = KP$ durch r_1,
$LP = LQ$ „ r_2,
$MQ = MR$ „ r_3,
$NR = NS$ „ r_4, und
$OS = OB$ „ r_5,

sowie die Winkel, unter welchen die Horizontale AC von den Halbmessern KP, LQ, MR, NS geschnitten wird, durch α_1, α_2, α_3, α_4, so haben wir:

$AD = r_1 (1 - cos.\,\alpha_1)$, $\quad DP = r_1\, sin.\,\alpha_1$,
$PE = r_2 (cos.\,\alpha_1 - cos.\,\alpha_2)$, $\quad EQ = r_2 (sin.\,\alpha_2 - sin.\,\alpha_1)$,
$QF = r_3 (cos.\,\alpha_2 - cos.\,\alpha_3)$, $\quad FR = r_3 (sin.\,\alpha_3 - sin.\,\alpha_2)$,
$RG = r_4 (cos.\,\alpha_3 - cos.\,\alpha_4)$, $\quad GS = r_4 (sin.\,\alpha_4 - sin.\,\alpha_3)$,
$SH = r_5\, cos.\,\alpha_4$, $\quad HB = r_5 (1 - sin.\,\alpha_4)$,

und daher:

$$\tfrac{1}{2}s = r_1 (1 - cos.\,\alpha_1) + r_2 (cos.\,\alpha_1 - cos.\,\alpha_2) + r_3 (cos.\,\alpha_2 - cos.\,\alpha_3) + \cdots$$
$$= r_1 + (r_2 - r_1)\, cos.\,\alpha_1 + (r_3 - r_2)\, cos.\,\alpha_2 + (r_4 - r_3)\, cos.\,\alpha_3 + (r_5 - r_4)\, cos.\,\alpha_4,$$ sowie:
$$h = r_1\, sin.\,\alpha_1 + r_2 (sin.\,\alpha_2 - sin.\,\alpha_1) + r_3 (sin.\,\alpha_3 - sin.\,\alpha_2) + \cdots$$
$$= r_5 - [(r_2 - r_1)\, sin.\,\alpha_1 + (r_3 - r_2)\, sin.\,\alpha_2 + (r_4 - r_3)\, sin.\,\alpha_3 + (r_5 - r_4)\, sin.\,\alpha_4].$$

Lassen wir nun die Halbmesser r_1, r_2, r_3 ... eine steigende arithmetische Reihe bilden, setzen wir also:

$$r_2 - r_1 = r_3 - r_2 = r_4 - r_3 = r_5 - r_4 = d,$$

so erhalten wir:

$$\tfrac{1}{2}s = r_1 + d\,(cos.\,\alpha_1 + cos.\,\alpha_2 + cos.\,\alpha_3 + cos.\,\alpha_4) \text{ und}$$
$$h = r_1 + d\,[4 - (sin.\,\alpha_1 + sin.\,\alpha_2 + sin.\,\alpha_3 + sin.\,\alpha_4)],$$

oder allgemeiner, wenn wir n Krümmungshalbmesser annehmen,

$$cos.\,\alpha_1 + cos.\,\alpha_2 + \cdots + cos.\,\alpha_n = \Sigma\,(cos.\,\alpha), \text{ sowie}$$
$$sin.\,\alpha_1 + sin.\,\alpha_2 + \cdots + sin.\,\alpha_n = \Sigma\,(sin.\,\alpha)$$

setzen und beachten, daß $sin.\,\alpha_n = 1$ und $cos.\,\alpha_n = 0$ ist,

$\frac{1}{2}s = r_1 + d\,.\,\Sigma\,(cos.\,\alpha)$ und

$h = r_1 + d\,[n - \Sigma\,(sin.\,\alpha)]$, woraus nun:

1) $d = \dfrac{\frac{1}{2}s - h}{\Sigma\,(cos.\,\alpha) + \Sigma\,(sin.\,\alpha) - n}$, ſowie

2) $r_1 = \frac{1}{2}s - d\,\Sigma\,(cos.\,\alpha)$ folgt.

Macht man den am Gewölbſcheitel S anliegenden Centriwinkel BOS halb ſo groß als jeden der übrigen Winkel $AKP = PLQ = QMR = RNS = \alpha$, ſo erhält man:

$\alpha_2 = 2\,\alpha_1$, $\alpha_3 = 3\,\alpha_1$, $\alpha_4 = 4\,\alpha_1$ und $\alpha_5 = 4{,}5\,\alpha_1 = 90^0$, folglich:

$\alpha_1 = 20^0$, $\alpha_2 = 40^0$, $\alpha_3 = 60^0$, und $\alpha_4 = 80^0$; und $\alpha_5 = 90^0$,

es iſt hiernach:

$sin.\,\alpha_1 = 0{,}3420$,	$cos.\,\alpha_1 = 0{,}9397$,
$sin.\,\alpha_2 = 0{,}6428$,	$cos.\,\alpha_2 = 0{,}7660$,
$sin.\,\alpha_3 = 0{,}8660$,	$cos.\,\alpha_3 = 0{,}5000$,
$sin.\,\alpha_4 = 0{,}9848$,	$cos.\,\alpha_4 = 0{,}1736$,
$sin.\,\alpha_5 = 1{,}0000$,	$cos.\,\alpha_5 = 0{,}0000$,

daher: $\Sigma\,(sin.\,\alpha) = 3{,}8356$, und $\Sigma\,(cos.\,\alpha) = 2{,}3793$,

ſo daß

$$d = \frac{\frac{1}{2}s - h}{3{,}8356 + 2{,}3793 - 5} = \frac{\frac{1}{2}s - h}{1{,}2149} = 0{,}8231\,(\tfrac{1}{2}s - h) \text{ und}$$

$$r_1 = \tfrac{1}{2}s - 2{,}3793\,d = 1{,}9584\,h - 0{,}9584\,\frac{s}{2}, \text{ ferner}$$

$$r_2 = 1{,}1353\,h - 0{,}1353\,\frac{s}{2},$$

$$r_3 = 0{,}3122\,h + 0{,}6878\,\frac{s}{2},$$

$$r_4 = -\,0{,}5109\,h + 1{,}5109\,\frac{s}{2} \text{ und}$$

$$r_5 = -\,1{,}3340\,h + 2{,}3340\,\frac{s}{2} \text{ folgt.}$$

Für $n = 2$ Halbmeſſer r_1 und r_2, iſt $\alpha_1 = 60^0$ und $\alpha_2 = 90^0$, daher:

$$d = \frac{\frac{1}{2}s - h}{0{,}3660} = 2{,}7322\,(\tfrac{1}{2}s - h),$$

$r_1 = \frac{1}{2}s - 0{,}5\,.\,2{,}7322\,(\frac{1}{2}s - h) = 1{,}3661\,h - 0{,}3661\,\frac{s}{2}$, und

$$r_2 = -\,1{,}3661\,h + 2{,}3661\,\frac{s}{2}.$$

Für $n = 3$ Halbmeſſer hat man $\alpha_1 = 36^0$, $\alpha_2 = 72^0$, und $\alpha_3 = 90^0$, wonach

$$d = \frac{\frac{1}{2}s - h}{0{,}6569} = 1{,}5223\,(\tfrac{1}{2}s - h),$$

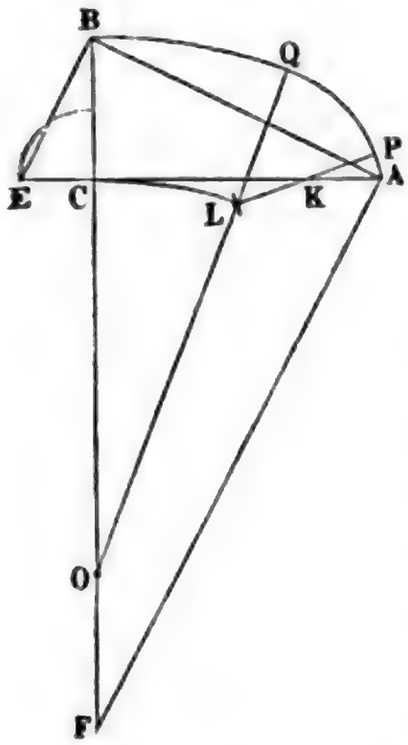
$$r_1 = {}^1/_2\, s - 1{,}1180 \,.\, 1{,}5223\, ({}^1/_2 s - h) = 1{,}7019\, h - 0{,}7019\, \frac{s}{2},$$

$$r_2 = 0{,}1796\, h + 0{,}8204\, \frac{s}{2}, \text{ und}$$

$$r_3 = -\, 1{,}3427\, h + 2{,}3427\, \frac{s}{2} \text{ ist.}$$

Giebt man der Wölbfläche AQB, Fig. 58, in A und B dieſelben Krümmungen wie einer Ellipſe, ſo erhält man die Halbmeſſer:

Fig. 58.



$$KA = KP = r_1 = \frac{2\,h^2}{s},$$

$$LP = LQ = r_2 = h, \text{ und}$$

$$OQ = OB = r_3 = \frac{s^2}{4\,h},$$

welche ſich wie folgt auch leicht durch Conſtruction finden laſſen. Man ziehe die Sehne AB und errichte auf derſelben die Perpendikel BE und AF; dieſe ſchneiden von den Axen die Halbmeſſer $CE = r_1$ und $CF = r_3$ ab, deren Mittelpunkte K und O in dieſen Axen ſelbſt liegen. Um den Mittelpunkt L für den mittleren Halbmeſſer $LP = r_2 = h$ zu finden, beſchreibe man aus K mit dem Halbmeſſer $h - r_1$, und aus O mit dem Radius $r_3 - h$ Kreisbögen. Der Durchſchnitt dieſer Bögen iſt das geſuchte Centrum L.

Läßt man, Fig. 57, die Centriwinkel: BOS, SNR, RMQ u. ſ. w. vom Scheitel nach dem Widerlager zu in einer arithmetiſchen Progreſſion φ, $2\,\varphi$, $3\,\varphi$ u. ſ. w. ſteigen, ſo hat man:

$$\varphi + 2\,\varphi + 3\,\varphi + \cdots + n\,\varphi = \frac{(n+1)\,n}{2}\,\varphi = 90^0, \text{ daher:}$$

$$\varphi = \frac{180^0}{n\,(n+1)}, \text{ und } \alpha_1 = n\,\varphi = \frac{180}{n+1}, \; \alpha_2 = 2\,\alpha_1 - \varphi,$$

$$\alpha_3 = 3\,\alpha_1 - 3\,\varphi \text{ u. ſ. w.}$$

Beiſpiel. Wenn bei dem Korbbogen ARB in Fig. 57, die Höhe $BC = h = {}^2/_3\, CA = {}^1/_3\, s$ iſt, ſo erhält derſelbe nach Obigem folgende Halbmeſſer:

$$r_1 = 0{,}1735\, s,\; r_2 = 0{,}3107\, s,\; r_3 = 0{,}4479\, s,$$
$$r_4 = 0{,}5851\, s \text{ und } r_5 = 0{,}7223\, s.$$

Läßt man die Centriwinkel von B bis A in einer arithmetiſchen Progreſſion ſteigen, macht man hiernach $\varphi = \frac{180}{5 \cdot 6} = 6^0$, ſo erhält man:

$$\alpha_1 = n\varphi = 30^0,$$
$$\alpha_2 = 30^0 + 30^0 - 6^0 = 30^0 + 24^0 = 54^0,$$
$$\alpha_3 = 54^0 + 24^0 - 6^0 = 54^0 + 18^0 = 72^0,$$
$$\alpha_4 = 72^0 + 18^0 - 6^0 = 72^0 + 12^0 = 84^0,$$
$$\alpha_5 = 84^0 + 12^0 - 6^0 = 84^0 + 6^0 = 90^0.$$

Nun iſt:

$cos.\ 30^0 = 0{,}8660,$	$sin.\ 30^0 = 0{,}5000,$
$cos.\ 54^0 = 0{,}5878,$	$sin.\ 54^0 = 0{,}8090,$
$cos.\ 72^0 = 0{,}3090,$	$sin.\ 72^0 = 0{,}9510,$
$cos.\ 84^0 = 0{,}1045,$	$sin.\ 84^0 = 0{,}9945,$
$cos.\ 90^0 = 0{,}0000,$	$sin.\ 90^0 = 1{,}0000,$
$\Sigma\,(cos.\,\alpha) = 1{,}8673$	und $\Sigma\,(sin.\,\alpha) = 4{,}2545,$

daher folgt hier:

$$d = \frac{\frac{1}{2}s - h}{1{,}1218} = 0{,}8914\ (\tfrac{1}{2}s - h) \text{ und}$$

$$r_1 = \tfrac{1}{2}s - 1{,}8673 \cdot 0{,}8914\ (\tfrac{1}{2}s - h) = 1{,}6646\,h - 0{,}3323\,s.$$

Hätte man $h = \frac{1}{3}s$ angenommen, wie in Fig. 57, ſo würden:

$$d = 0{,}8914 \cdot \frac{s}{6} = 0{,}1486 \cdot s \text{ und}$$

$r_1 = 0{,}5549\,s - 0{,}3323\,s = 0{,}2226\,s$, $r_2 = 0{,}3712\,s$, $r_3 = 0{,}5198\,s$, $r_4 = 0{,}6684\,s$ und $r_5 = 0{,}8170\,s$

ſich ergeben.

Bei einem Korbbogen mit elliptiſchen Wölbungen in A und B, Fig. 58, wäre:

$$r_1 = \frac{2h^2}{s} = \tfrac{2}{9}s = 0{,}2222\,s,\ r_2 = h = 0{,}3333\,s \text{ und}$$

$$r_3 = \frac{s^2}{4h} = \tfrac{3}{4}s = 0{,}7500\,s.$$

§. 36 **Unsymmetriſche Gewölbe.** Iſt ein Gewölbe unſymmetriſch, oder auf einer Seite mehr belaſtet als auf der andern, ſo muß man den Maximaldruck P_m (nach §. 23 bis §. 25) für jede Seite beſonders ermitteln, den größeren dieſer Maximalwerthe als den Druck P im Gewölbſcheitel D anſehen, und mit Hülfe dieſer Horizontalkraft die Gleichgewichtsverhältniſſe auf jeder Seite der Scheitelfuge beſonders unterſuchen. Wird durch dieſe Fuge das Gewölbe in zwei ungleich lange Theile getheilt, wie z. B. bei der Ausmauerung unterirdiſcher Räume oft vorkommt, ſo fällt die Bruchfuge $E_1 F_1$ des kürzeren Gewölbſtückes $A C_1$ entweder, wie in Fig. 59 dargeſtellt wird, noch in dieſes Gewölbſtück, oder es kommt dieſelbe, wie Fig. 60 zeigt, gar nicht zu Stande, weil die Widerſtandslinie $E D E_1$ die innere Wölbfläche $A B_1$ gar nicht erreicht und die Widerlagsfläche $B_1 C_1$ in einem Zwiſchenpunkte O durchſchneidet. Die Berechnung von $P = P_m$, ſowie die weitere Unterſuchung des Gewichtes iſt übrigens in beiden Fällen genau dieſelbe als wenn das Gewölbe vollſtändig ſymmetriſch

wäre. Bei einem Gewölbe BDB_1, Fig. 61, welches auf einer Seite stärker belastet ist als auf der anderen, hat man den Gewölbschub P gleich zu setzen

Fig. 59.

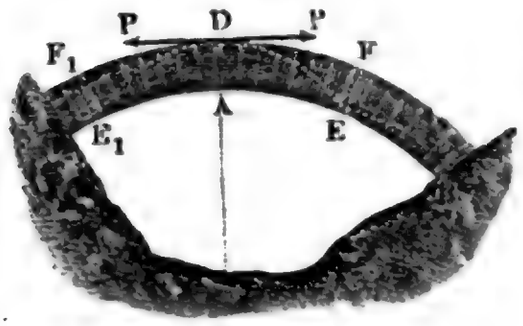
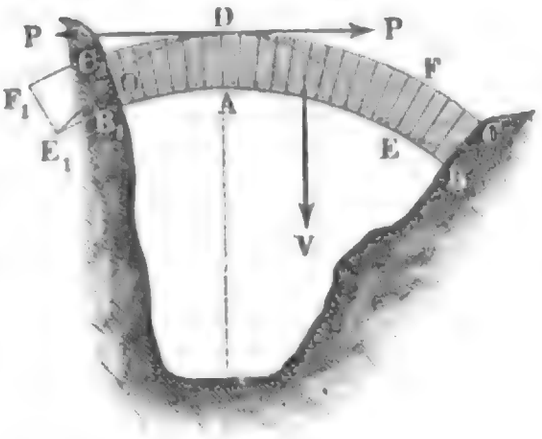
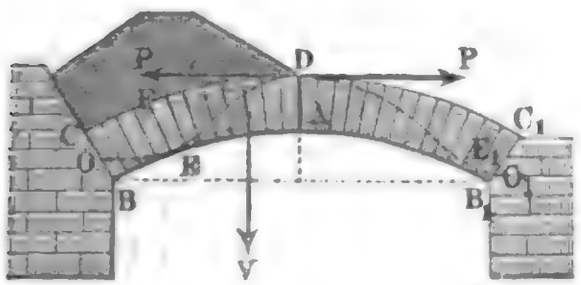


Fig. 60.



der Maximalkraft P_m, der stärker belasteten Gewölbhälfte BD, jedoch für beide Hälften besonders zu untersuchen, ob diese Kraft weder ein Schieben noch ein Kippen nach außen hervorzubringen im Stande ist. Es fallen hier die Widerstandslinien AEO und AE_1O_1 von beiden Gewölbhälften von einander verschieden aus, und es ist möglich, daß die Widerstandslinie der schwächer belasteten Hälfte DB_1 die innere Wölbung gar nicht erreicht; dagegen kann aber auch vorkommen, daß sie die äußere Wölbfläche DC_1 durchschneidet, während die Widerstandslinie DEO der stärker belasteten Hälfte von der äußeren Wölbfläche DC entfernt bleibt. In diesem Falle erfolgt natürlich ein Zusammenstürzen des ganzen Gewölbes durch Kippen desselben um die Kante, in welcher die Wölbfläche DC_1 von der Widerstandslinie DE_1O_1 durchschnitten wird. Um eine größere Sicherheit zu erlangen, legt man auch hier die Widerstandslinie um ein Drittel der Gewölbdicke unter den äußeren Gewölbscheitel u. s. w.

Fig. 61.



Schiefe Gewölbe. Die im Vorstehenden entwickelte Theorie der Stabilität gerader Tonnengewölbe läßt sich auch auf schiefe Tonnengewölbe anwenden, da sich diese als eine Zusammensetzung von unendlich vielen unendlich kurzen geraden Tonnengewölben ansehen lassen. §. 37

Kommt es darauf an, einen schräg aufsteigenden Raum, wie z. B. den Eingang zu einem Keller, oder einem sogenannten flachen Schacht zu über-

wölben, ſo kann man dazu eine Reihe von kurzen Gewölben oder Bögen *AA*, *BB*, *CC*, *DD*, Fig. 62, anwenden, deren Axe oder Scheitellinie in einer ſchrägen Richtung *EFGH* aufſteigt. Eine derartige Zuſammenſetzung aus unendlich vielen unendlich kurzen Gewölbbögen bildet ein einziges ſchräg aufſteigendes oder ſogenanntes Kellerhalsgewölbe. Da jeder der bogenförmigen Beſtandtheile eines ſolchen Gewölbes für ſich allein im Gleichgewicht ſein muß, ſo hängt natürlich auch die Stabilität eines ſolchen Gewölbes nur von der Stabilität eines beliebig kurzen Stückes deſſelben ab.

Fig. 62.

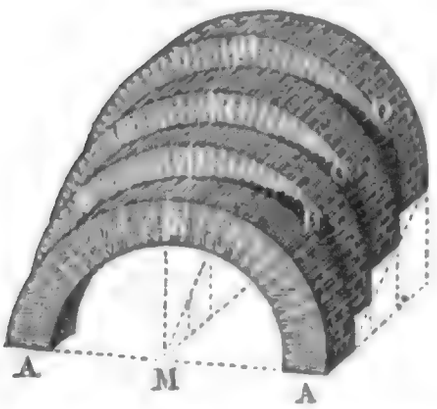
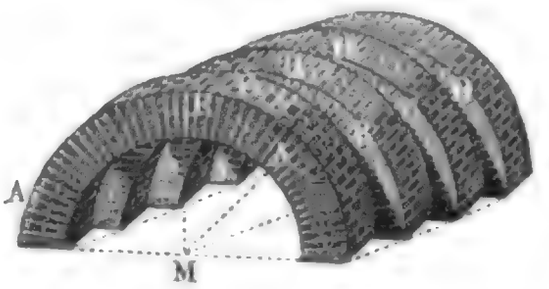


Fig. 63.

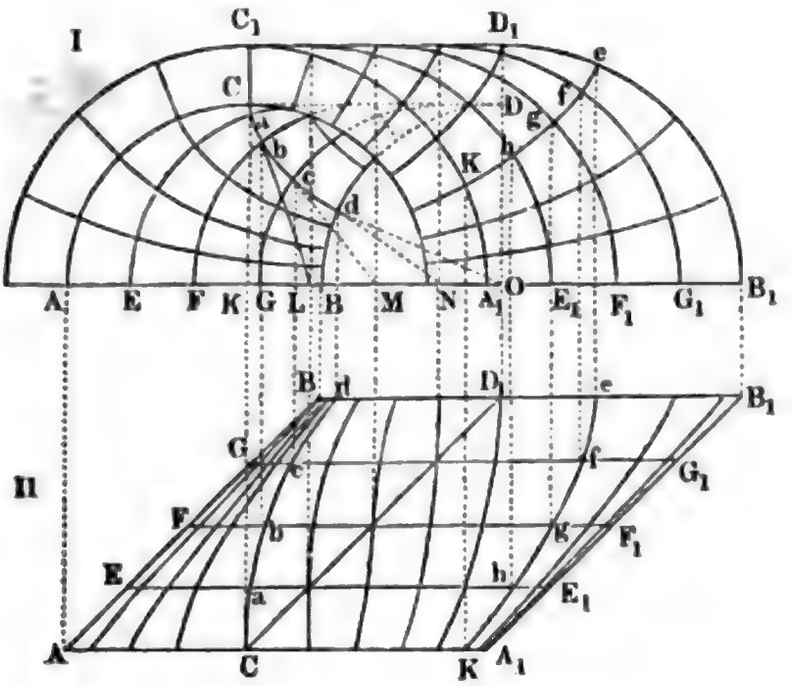


Um ſich einen ſchrägen Uebergang über ein fließendes Waſſer oder über eine Straße u. ſ. w. zu verſchaffen, wie z. B. bei Eiſenbahnanlagen häufig nöthig iſt, kann man eine Reihe von Bögen *AA*, *B*, *C*, *D*, Fig. 63, anwenden, welche ſchräg an einander angeſetzt ſind, ſo daß deren Scheitel *E*, *F*, *G*, *H* eine gegen die Stirnfläche dieſer Bögen ſchräg ſtehende Linie *EH* bildet. Bei den gewöhnlichen Ausführungen ſind die Bögen *AA*, *B*, *C*, u. ſ. w. unendlich kurz und bilden daher ein einziges ſchiefes Gewölbe.

Was die Zuſammenſetzung der ſchiefen Gewölbe aus einzelnen Gewölbſteinen anlangt, ſo gilt auch hier die Regel, daß die Wölbfugen rechtwinkelig gegen die inneren Wölblinien zu legen ſind; deshalb müſſen auch die Wölbflächen von den Wölbfugen nicht in geraden, ſondern in gewiſſen krummen Linien geſchnitten werden. Die Art und Weiſe, wie dieſe Curven zu conſtruiren ſind, wird aus Folgendem hervorgehen. In Fig. 64, I. und II., ſeien *ACA* und *BDB* die Auf- und Grundriſſe von den inneren und äußeren Bögen der beiden Stirnflächen eines ſchiefen Gewölbes, und zwar *CD* die Scheitellinien, ſowie *K* und *O* die Mittelpunkte derſelben. Ferner ſeien noch *EE*, *FF* und *GG* in gleichen Abſtänden von einander und parallel zu den Stirnflächen *AA*, *BB* geführte Schnitte der Gewölbflächen. Um nun vom Scheitel *C* aus eine Fugenlinie zu legen, führt man im Aufriß (I.) einen Zug *Cabcd* ſo, daß derſelbe die Schnittlinien *EE*, *FF*, *GG* rechtwinkelig durchſchneidet, daß alſo z. B. ſeine

Tangenten in C, a, b, c, d nach den Mittelpunkten K, L, M, N, O der Kreise AA_1, EE_1, FF_1, GG_1, BB gehen, wenn man es mit einem

Fig. 64.



Kreisgewölbe zu thun hat. Die auf dieſe Weiſe gefundene Curve iſt der Aufriß der geſuchten Fugenlinie durch C, und wenn man von den Punkten a, b, c... nach dem Grundriſſe herablothet bis zu den Schnitten EE, FF, GG..., ſo erhält man auch noch die Punkte a, b, c... im Grundriſſe (II.) der geſuchten Curve. Auf gleiche Weiſe kann man auch andere Fugencurven, z. B. die Fugencurve $efghk$ der äußeren Wölbfläche conſtruiren.

Kloſter- und Kreuzgewölbe. Auch die Stabilität der Kloſter-, Kreuz- und Kuppelgewölbe iſt in der Hauptſache wie die der Tonnengewölbe zu beurtheilen. §. 38

Ein über einen rectangulären oder polygonalen Raum geſpanntes Gurt-, Kappen- oder Kloſtergewölbe $ABCS$, Fig. 65 (a. f. S.), beſteht aus lauter kurzen Bögen von verſchiedenen Spannweiten, wie DE, FE, ferner GH, KH u. ſ. w., welche ſich in Bögen BS, CS u. ſ. w. an einander anlegen. Da hier je zwei dieſer Bögen FE, F_1E_1 einander gegenüber ſtehen, ſo wird auch der Horizontalſchub P des einen durch den Horizontalſchub P_1 des anderen aufgenommen, und das zwiſchen E und E_1 befindliche Gewölbſtück in der Richtung rechtwinkelig gegen ſeine Stirnflächen zuſammengedrückt.

Ein Kreuzgewölbe geht aus der gegenſeitigen Durchdringung zweier über einen rectangulären Raum ABC, Fig. 66, geſpannten Tonnengewölbe

hervor, und beſteht zunächſt aus vier Hauptbögen AS, BS, CS und DS, welche ſich an einen gemeinſchaftlichen Schlußſtein S anlegen, und dann noch

Fig. 65.

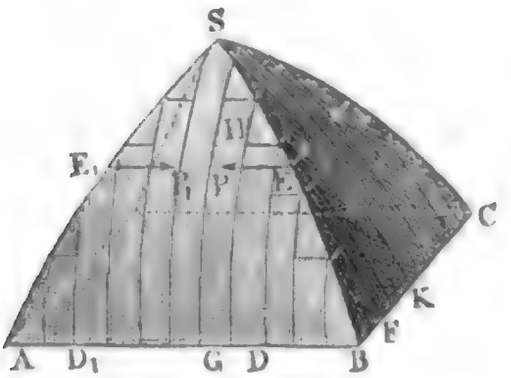
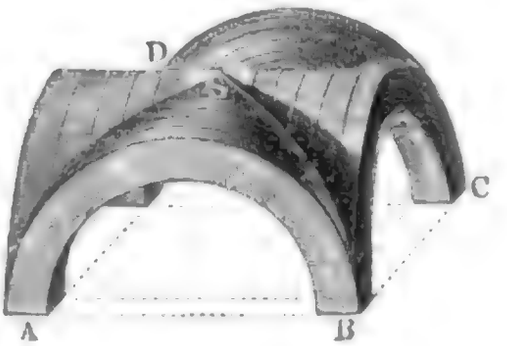


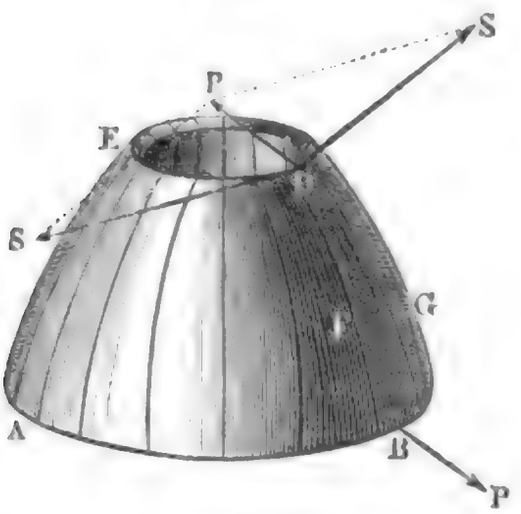
Fig. 66.



aus vier, ſich zwiſchen je zwei dieſer Kreuzbögen ſtemmenden Bogenſyſtemen, wie z. B. ABS, BCS. Es bilden alſo die Kreuzbögen ASC und BSD die Widerlager der übrigen, von außen nach innen allmälig an Spannweite abnehmenden Gewölbbögen, und es hängt daher die Stabilität dieſes Gewölbes vorzüglich von der Stärke und Stabilität ſeiner Kreuzbögen ASC und BSD ab.

Ein **Kuppelgewölbe** $ABDE$, Fig. 67, iſt über eine kreisförmige Baſis AB geſpannt und umſchließt einen Raum, welcher die Form eines

Fig. 67.



aufrechtſtehenden **Rotationskörpers** (ſ. Band I., §. 125) hat; es läßt ſich daſſelbe durch die ſogenannten Meridianebenen in lauter congruente Segmente, wie AE, BD u. ſ. w. zerlegen, welche kurze Tonnengewölbe mit allmälig von unten nach oben abnehmender Länge bilden. Dieſe Gewölbſegmente können entweder den Scheitel der Kuppel vollkommen ſchließen, oder ſie können, wie in Fig. 67, oben eine kreisrunde Oeffnung DE übrig laſſen. Da ſich hier ein Segment BD nur auf die benachbarten Segmente F und G ſtützt, ſo muß alſo auch die Spannung oder der Horizontalſchub P deſſelben von dieſen benachbarten Segmenten aufgenommen werden.

Denkt man ſich ein Kuppelgewölbe aus n congruenten Segmenten, wie AE, BD... zuſammengeſetzt, ſo hat man für den Centriwinkel, unter welchen die beiden Fugen eines Segmentes convergiren:

$$\beta = \frac{2\pi}{n} \text{ oder } \beta^0 = \frac{360^0}{n}.$$

Die aus dem Gewölbschub P resultirenden Seitenkräfte S und S, mit welchen ein Segment BD auf das übrige Gewölbe wirkt, stoßen unter dem Winkel $SDS = 180^0 - \beta$ zusammen, und es ist daher

$$P = 2\,S\cos.\,PDS = 2\,S\cos.\,{}^1/_2\,SDS = 2\,S\cos.\left(90^0 - \frac{\beta}{2}\right)$$

$$= 2\,S\,\sin.\frac{\beta}{2},$$

daher wenn n sehr groß, also β sehr klein angenommen wird,

$$P = S\beta = \frac{2\pi}{n}S, \text{ sowie umgekehrt,}$$

$$S = \frac{P}{\beta} = \frac{n}{2\pi}P.$$

Der Gewölbschub P ist natürlich nach den in den Paragraphen 21 und 23 gegebenen Regeln zu bestimmen, und läßt sich $= \mu\,\frac{G}{n}$ setzen, wenn G das Gewicht des ganzen Gewölbes und μ eine bestimmte Zahl bezeichnet. Es ist folglich:

$$S = \frac{n}{2\pi}P = \frac{n}{2\pi}\mu\,\frac{G}{n} = \frac{\mu}{2\pi}G.$$

Damit die Gewölbsteine diesen Druck auszuhalten vermögen, muß ihnen eine hinreichende Dicke gegeben werden.

In der Regel wird der Druck noch durch das Gewicht einer aufsitzenden Laterne vergrößert. Sind die Gewölbsteine hinreichend dick, um die Spannung S aushalten zu können, so kann natürlich auch kein Einstürzen nach innen, sondern nur ein Ausweichen nach außen stattfinden. Um dies zu verhindern, umgiebt man wohl noch die Kuppel mit eisernen Reifen.

Anmerkung. Ueber die Gewölbe ist die Literatur sehr ausgedehnt, jedoch sind die in verschiedenen Schriften abgehandelten Theorien nicht immer richtig, oder wenigstens nicht immer praktisch genug, weil ihnen nicht die der Praxis entsprechenden Voraussetzungen zu Grunde gelegt sind. Es mögen daher hier nur die vorzüglichsten Schriften angeführt werden. Coulomb legte zuerst den Grund zur Theorie, wie sie im Wesentlichen hier vorgetragen wurde. Man sehe: Théorie de machines simples, par Coulomb. Die Theorie weiter ausgebildet findet man in Navier: Résumé des Leçons sur l'application de la mecanique, T. I. Eine deutsche Bearbeitung ist hiervon erschienen, unter dem Titel: Die Mechanik der Baukunst, von Westphal. Ebenso: Cours de Stabilité des Constructions etc. par Persy. Abhandlungen von Audoy, Garidel, Poncelet und Petit finden sich im Mémorial de l'officier du genie. Die Petit'sche Abhandlung ist deutsch bearbeitet und unter dem Titel „Theorie der Kreisgewölbe" besonders im Buchhandel sowie in Crelle's Journal der Baukunst erschienen, von W. Lahmeyer. Tabellen zur Berechnung des Gewölbschubes giebt die Schrift: Tables des poussées des voûtes en plein ceintre, par Garidel, Paris 1837 u. 1842. Uebrigens findet man die Gewölbe abge-

handelt in den Werken über Mechanik von Boſſut, Prony, Robinſon (Mechanical Philosophy), Whewell, Moſeley, Eytelwein, Gerſtner u. ſ. w. Beſondere Abhandlungen über Gewölbe ſind von Maillard (Mechanik der Gewölbe, Peſth 1817), von Knochenhauer (Statik der Gewölbe, Berlin 1842), Hagen (über Form und Stärke gewölbter Bogen, Berlin 1844), u. ſ. w. erſchienen. Hieran ſchließt ſich die Schrift Ligowski's: „Die Beſtimmung der Form und Stärke gewölbter Bögen mit Hülfe der hyperbol. Functionen, aus der Zeitſchrift für Bauweſen, 1854.“ Ferner über ſchiefe Gewölbe: Heider, Theorie der ſchiefen Gewölbe, Wien 1846. Hart, Conſtruction ſchiefer Gewölbe, in Romberg's Zeitſchrift 1847. Sowie Francis Baſhforth, Praktiſche Anweiſung zur Conſtruction ſchiefer Gewölbe, deutſch von Härtel. Ueber ſteinerne Brücken iſt noch zu leſen: Gauthey, Traité de la construction des ponts, und Perronet's Werke, die Beſchreibung der Entwürfe und der Bauarten der Brücken bei Neuilly, Mantes u. ſ. w., aus dem Franzöſiſchen von Dietlein, Halle 1820. Von neueren Werken ſind zu empfehlen: Scheffler, „Zur Theorie der Gewölbe“, in Crelle's Journal für die Baukunſt, Band 29 und 30. Tellkampf, „Beiträge zur Gewölbtheorie, frei bearbeitet nach Carvallo, Hannover 1855.“ Yvon Villarceau, „Sur l'établissement des Arches de Pont, envisagé au point de vue de la plus grande stabilité. Paris 1853.“ Siehe auch „Examen historique et critique des principales théories concernant l'équilibre des voûtes, par Poncelet. Paris 1852.“ Ferner iſt zum Studium zu empfehlen: Rankine's Manual of applied Mechanics, ſowie deſſen Manual of Civil-Engineering.

Drittes Capitel.

Die Theorie der Holz- und Eiſenconſtructionen.

§. 39 **Holz- und Eisenconstructionen.** Die Holz- und Eiſenconſtructionen unterſcheiden ſich beſonders dadurch von den Steinconſtructionen (Mauern und Gewölben), daß ſie aus längeren Stücken beſtehen als dieſe, und daß dieſe Stücke (franz. pièces; engl. pieces) nicht bloß über oder neben einander gelegt, ſondern durch Verzapfen, Aufplatten, Aufkämmen u. ſ. w. feſt mit einander verbunden werden. Die Hauptaxen der Hauptſtücke einer Conſtruction können eine horizontale, eine geneigte oder eine verticale Lage haben; im erſten Falle heißen ſie Balken, Schwellen u. ſ. w. (franz. poutres, solives; engl. beams, joists), im zweiten heißen ſie Sparren (franz. chevrons; engl. rafters), im dritten aber Säulen (franz. poteaux, piliers; engl. posts). Die kleineren Stücke einer Conſtruction ſind

entweder Bänder (franz. liens; engl. ties), oder Streben, Spreizen (franz. contre-fiches; engl. struts), oder Arme (franz. bras; engl. braces), je nachdem ſie einer Ausdehnungs- oder einer Zuſammendrückungskraft oder beiden zugleich widerſtehen ſollen.

Um die Stabilität einer Conſtruction zu unterſuchen, kommt es zunächſt darauf an, daß man die Kräfte und Gewichte kenne, welche die Conſtruction aufzunehmen hat. Aus ihnen beſtimmen ſich nun nicht nur die Kräfte, welche einzelne Stücke auszuhalten haben, ſondern auch die Kräfte in den Verbindungsſtellen und die Wirkungen gegen die Unterſtützung. Man hat nun allen Theilen diejenigen Formen, Lagen und Dimenſionen zu geben, bei welchen ſie den auf ſie wirkenden Kräften vollkommenen Widerſtand entgegenſetzen. Bei dieſen Unterſuchungen kommen allerdings auch wieder, wie bei den Gewölben, gewiſſe allgemeine Regeln über Stabilität, Feſtigkeit u. ſ. w. zur Anwendung, doch werden wir bei den folgenden Unterſuchungen die Reibung außer Acht laſſen, nicht allein, weil ſie in der Regel viel kleiner iſt, als bei den Steinen, ſondern auch beſonders deshalb, weil ſie durch Erſchütterungen und Schwankungen, welche bei den Holzconſtructionen nicht zu vermeiden ſind, momentan aufgehoben wird, und daher auf ihre Wirkung nicht ſehr zu rechnen iſt.

Was die Befeſtigung der Stücke unter einander betrifft, ſo haben wir vorzüglich zu unterſcheiden, ob dieſe in einem Bolzen, Pflock (franz. boulon; engl. pin) oder in einem Zapfen und Zapfenloch (franz. tenon et mortaise; engl. tenon and mortise) oder in einem bloßen Vorſprunge oder ſogenannten Vorſatze (franz. saillie; engl. shoulder) beſteht. Ein Bolzen nimmt alle Kräfte auf, deren Richtungen durch ſeine Axe gehen, ein Zapfen nimmt nur nach gewiſſen Richtungen wirkende Kräfte auf, und ein Vorſprung nimmt nur Kräfte nach einer beſtimmten Richtung, nämlich rechtwinkelig gegen die Vorderfläche des Vorſprunges, auf.

Bei der Zuſammenſetzung der Holz- und Eiſenconſtructionen hat man §. 40
ſein Hauptaugenmerk darauf zu richten, daß man die Stücke derſelben ſo wenig wie möglich der Biegung ausſetze und folglich die Laſten derſelben mehr durch die Druck- und Zug-, als durch die Biegungsfeſtigkeit aufnehmen laſſe.

Iſt die Breite einer Säule $= b$ und die Dicke derſelben $= h$, alſo ihr Querſchnitt $F = bh$, und der Tragmodul derſelben $= T$, ſo hat man das Tragvermögen dieſer Säule:

$$P = FT = bhT \text{ (ſ. Band I., §. 205),}$$

bezeichnet ferner l die Länge dieſer Säule, ſowie E ihren Elaſticitätsmodul, ſo beträgt die entſprechende Verkürzung oder Verlängerung derſelben:

$$\lambda = \frac{P}{FE} l = \frac{T}{E} l \text{ (ſ. Band I., §. 204).}$$

Ein Balken von gleichen Dimenſionen und gleicher Beſchaffenheit wie dieſe Säule, trägt dagegen, wenn er an beiden Enden unterſtützt iſt, in ſeiner Mitte die Laſt:

$$P_1 = \frac{4bh^2}{6l} \cdot T \text{ (ſ. Band I., §. 240),}$$

und erleidet daſelbſt eine Durchbiegung:

$$\lambda_1 = a = \frac{P_1 l^3}{4bh^3 E} = \frac{l}{6h} \cdot \frac{T}{E} l \text{ (ſ. Band I., §. 227),}$$

und es iſt daher:

$$\frac{P_1}{P} = {}^2/_3 \left(\frac{h}{l}\right), \text{ ſowie:}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda} = {}^1/_6 \left(\frac{l}{h}\right).$$

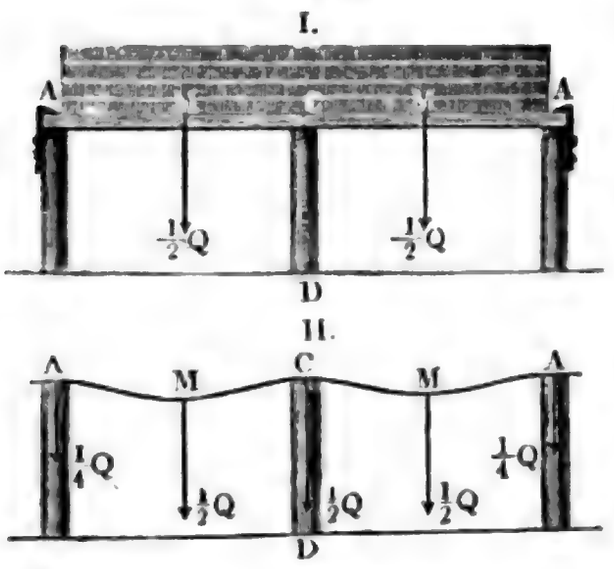
Es fällt alſo hiernach die Tragkraft P_1 eines Balkens oder eines prismatiſchen Körpers, welcher eine gegen ſeine Axe rechtwinkelig gerichtete Laſt aufnimmt, im Vergleich zu der einer Säule oder eines Körpers, welcher eine nach ſeiner Axe gerichtete Laſt unterſtützt, um ſo kleiner, und dagegen die Durchbiegung oder das Nachgeben λ_1 des erſteren in Hinſicht auf die Zuſammendrückung oder Ausdehnung λ des letzteren um ſo größer aus, je größer die Länge (l) dieſes Körpers in Hinſicht auf ſeine Dicke oder Höhe (h) iſt. Wenn z. B. die letztere Dimenſion 6 mal in der erſteren enthalten, alſo $\frac{l}{h} = 6$ iſt, ſo vermag der Körper als Balken nur $\frac{P_1}{P} = {}^2/_3 \cdot {}^1/_6 = {}^1/_9$ mal ſoviel zu tragen, als wenn derſelbe als Säule dient, und es iſt gleichwohl im erſteren Falle ſeine Durchbiegung $\lambda_1 = {}^1/_6 \cdot 6\lambda = \lambda$, alſo eben ſo groß als ſeine Zuſammendrückung im letzteren Falle. Bei gleicher Belaſtung ſind daher den Körpern, wenn ſie als Balken dienen ſollen, viel größere Querdimenſionen zu geben, als wenn ſie zu Säulen benutzt werden. Um daher ſo viel wie möglich an Material zu erſparen, und um die mit der Größe der Durchbiegung wachſenden Schwankungen eines Balkens oder Trägers ſo viel wie möglich zu vermindern, iſt erforderlich, dieſelben ſoviel wie möglich durch Säulen, Streben oder andere Hülfsmittel, welche ganz oder zum Theil wirken oder durch ihre Zug- oder durch ihre Druckfeſtigkeit widerſtehen, zu unterſtützen.

Eine Säule, welche einen Balken von unten unterſtützt und folglich durch ihre Druckfeſtigkeit widerſteht, heißt eine ſtehende oder Standſäule, und eine Säule, welche einen Balken von oben unterſtützt, und daher durch ihre Zugfeſtigkeit widerſteht, wird eine Hängeſäule genannt. Statt der aufrecht

stehenden Säulen werden aber auch die Säulen sehr häufig durch geneigte Säulen, oder sogenannte Streben, Bänder u. s. w. unterstützt. Zwischen den Hängesäulen und Standsäulen findet insofern ein großer Unterschied statt, als sich jene in einem stabilen, und diese nur in einem labilen Gleichgewichtszustande befinden. Während bei einer Hängesäule das von den Zugkräften derselben gebildete Kräftepaar die zufällige Abweichung der Axe der ersteren von der Richtung der letzteren aufzuheben sucht, hat bei einer Standsäule das von den Druckkräften derselben erzeugte Kräftepaar ein Bestreben, diese Abweichung noch zu vergrößern. Deshalb ist es oft nöthig, letztere durch Streben, Zangen u. s. w. seitlich zu unterstützen. Derselbe Unterschied findet auch zwischen den Bändern und Streben statt. Im Allgemeinen wird jede Construction, welche zur Unterstützung eines Balkens von unten dient, ein Sprengwerk, und jede einen Balken oder ein Balkensystem von oben unterstützende Holz- oder Eisenconstruction ein Hängewerk genannt. Zu diesen Constructionen gehören die verschiedenen Holz- und Eisenbrücken, sowie die sogenannten Dachstühle bei Dachconstructionen (franz. fermes; engl. roofs).

Unterstützung durch eine Säule. Der einfachste Fall der Unterstützung eines Balkens AA, Fig. 68, I., besteht in der Anwendung einer Säule CD. In der Regel wird der Unterstützungspunkt C in der Mitte des Balkens liegen, und die Belastung auf den ganzen Balken gleichförmig vertheilt anzunehmen sein. Sind nun die Enden A und A des Balkens so befestigt, daß sie keine Neigung annehmen können, so wird die neutrale Axe des Balkens eine Curve $AMCMA$, Fig. 68, II., bilden, welche nicht allein in A, C und A, sondern auch in den Mittelpunkten M und M zwischen A, C und A horizontal läuft, und daselbst die stärksten Krümmungen besitzt. Man hat es hierbei mit einem schon in Bd. I., §. 246 behandelten Falle zu thun, und kann diesem zufolge annehmen, daß der Balken 3mal soviel trägt, als wenn die Last in der Mitte des in den Endpunkten unterstützten Balkens ruht. §. 41

Fig. 68.



Ist Q die ganze Last des Balkens, l die Länge desselben, b die Breite und h die Höhe seines rectangulären Querschnittes, sowie T der Tragmodul desselben, so hat man hiernach für einen Balken ohne Säule:

$$Q = 3 . 4 \frac{b h^2}{l} \cdot \frac{T}{6} = \frac{2 b h^2}{l} T \text{ (ſ. Band I., §. 240).}$$

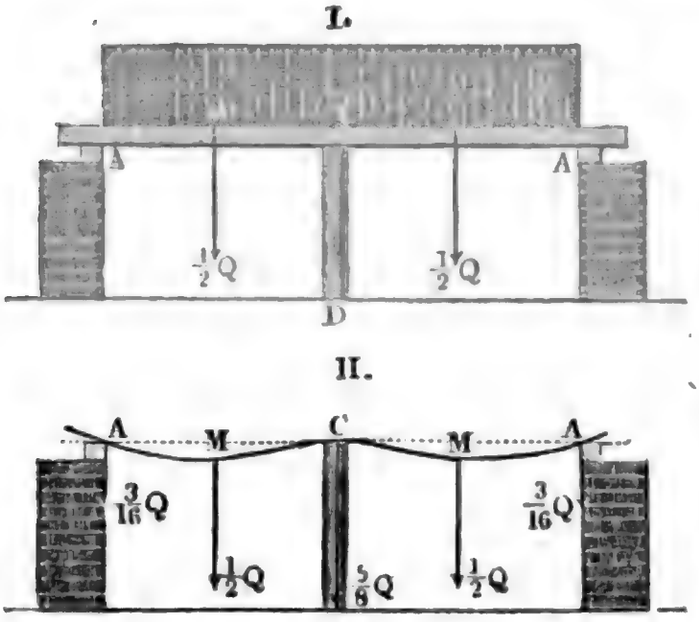
Nun wird aber der Balken durch die Säule gewiſſermaßen in zwei gleiche Theile getheilt, wovon jeder halb ſo lang iſt und halb ſo viel trägt, als der ganze Balken, während die andere Hälfte $\left(\frac{Q}{2}\right)$ von der Säule aufgenommen wird; daher iſt für den Balken mit Säule:

$$^1/_2 Q = \frac{2 b h^2}{^1/_2 l} \cdot T, \text{ oder } Q = \frac{8 b h^2}{l} \cdot T;$$

es trägt alſo der ſo geſtützte Balken viermal ſo viel als der ungeſtützte Balken, oder es iſt bei gleicher Belaſtung, die erforderliche Breite und Höhe des geſtützten Balkens nur $= \sqrt[3]{^1/_4} = \sqrt[3]{0{,}250} = 0{,}63$ und das Gewicht deſſelben nur $(0{,}63)^2 = 0{,}397$mal ſo groß als bei dem frei aufliegenden Balken.

Liegt der in der Mitte C unterſtützte Balken AB, Fig. 69, I., an ſeinen Enden A und A frei auf, ſo daß ſich dieſelben neigen können, ſo nimmt die neutrale Axe deſſelben die Geſtalt der Curve $AMCMA$, Fig. 69, II., an, welche an den Enden nicht horizontal iſt, ſondern daſelbſt emporſteigt. Man hat es hier mit einem in Band I., §. 247 behandelten Falle zu thun, wo drei Achtel der Laſt $\frac{Q}{2}$ einer Balkenhälfte von der Unterſtützung des freien Endes getragen werden. Es beträgt alſo hier die Kraft in jedem der freien Enden A, A:

Fig. 69.



$$R = {}^3/_8 \cdot \frac{Q}{2} = {}^3/_{16}\, Q,$$

während die Säule in der Mitte C die Laſt

$$P = Q - 2R = Q - {}^8/_8\, Q = {}^5/_8\, Q$$

aufnimmt.

Das Kraftmoment zum Biegen um C iſt hier:

$$\frac{Q}{2} \cdot \frac{l}{4} - {}^3/_{16}\, Q \cdot \frac{l}{2} = {}^1/_{32}\, Q\, l,$$

und folglich die Tragkraft:

$$Q = 32 \cdot \frac{b h^2}{l} \cdot \frac{T}{6} = {}^{16}/_{3} \cdot \frac{b h^2}{l} \cdot T.$$

Wenn der Balken unter diesen Umständen nicht durch eine Säule unterstützt wäre, so würde seine Tragkraft:

$$Q = 8 \frac{b h^2}{l} \cdot \frac{T}{6} = {}^{4}/_{3} \frac{b h^2}{l} T \text{ sein.}$$

Es trägt folglich auch hier der unterstützte Balken viermal so viel als der ununterstützte, oder es können bei gleicher Tragkraft die Querschnittsdimensionen b und h des ersteren $\sqrt[2]{1/4} = 0{,}63$mal so groß sein als die des letzteren.

Wenn die Last Q des Balkens nicht gleichförmig, sondern in zwei Hälften, und zwar so vertheilt ist, daß jede Hälfte mitten zwischen der Säule und je einer Stütze wirkt, so hat man im ersteren Falle, wo die Enden A und A des Balkens festgehalten werden, nach Band I., §. 246, die Tragkraft:

$$Q = 4 \,.\, 8 \, \frac{b h^2}{l} \cdot \frac{T}{6} = {}^{16}/_{3} \, \frac{b h^2}{l} \, T = {}^{2}/_{3} \, \frac{8 b h^2}{l} \, T,$$

also zwei Drittel so groß als wenn die Last gleichförmig vertheilt ist.

Im zweiten Falle, wo die Enden A und A des Balkens frei aufliegen, trägt (nach Band I., §. 247) jedes Widerlager daselbst nur ${}^{5}/_{16}$ der Last, $= {}^{5}/_{32} Q$, während die Säule die Last

$$P = Q - 2 \,.\, {}^{5}/_{32} Q = {}^{11}/_{16} Q$$

aufnimmt; es ist deshalb hier das Moment zum Biegen um C:

$$\frac{Q}{2} \cdot \frac{l}{4} - {}^{5}/_{32} Q \cdot \frac{l}{2} = {}^{3}/_{64} Q l,$$

und daher die Tragkraft:

$$Q = {}^{64}/_{3} \cdot \frac{b h^2}{l} \cdot \frac{T}{6} = {}^{32}/_{9} \frac{b h^2}{l} \, T,$$

also ebenfalls ${}^{32}/_{9} \,.\, {}^{3}/_{16} = {}^{2}/_{3}$mal so groß, als wenn die Last gleichmäßig auf den Balken vertheilt wäre.

Beispiel. Ein an beiden Enden frei aufliegender hölzerner Balken von 40 Fuß Länge soll auf den laufenden Fuß seiner Länge eine Last von 500 Pfund tragen, und hierbei in der Mitte von einer hölzernen Säule unterstützt werden, welche Querschnittsdimensionen sind demselben zu geben und welche Stärke muß die Säule erhalten? Es ist hier:

$Q = 40 \,.\, 500 = 20000$ Pfund und $T = 1000$ Pfund (s. I., §. 240), daher

$$b h^2 = {}^{3}/_{16} \frac{Q l}{T} = {}^{3}/_{16} \cdot \frac{20000 \,.\, 40 \,.\, 12}{1000} = 1800.$$

Nimmt man nun $h = b \sqrt{2}$ an, so erhält man $2 b^3 = 1800$, und die erforderliche Balkenbreite:

$$b = \sqrt[3]{900} = 9{,}655 \text{ Zoll},$$

ſowie die Balkenhöhe:

$$h = 1{,}414\, b = 13{,}68 \text{ Zoll}.$$

Der Druck auf die Säule iſt $P = {}^5/_8\, Q = {}^5/_8 . 20000 = 12500$ Pfund. Nimmt man den Tragmodul derſelben $= {}^1/_6 . 6500 = 1083$ Pfund an (ſ. I., §. 212), ſo erhält man den erforderlichen Querſchnitt der Säule, $F = \frac{P}{T} = \frac{12500}{1083}$ $= 11{,}6$ Quadratzoll, und hiernach die Stärke derſelben $d = 3{,}9$ Zoll. Bei einer größeren Länge muß dieſe Säule entweder eine größere Stärke (ſ. Band I., §. 268 und 269), oder eine Unterſtützung durch Streben u. ſ. w. erhalten.

§. 42 **Unterſtützung durch zwei Säulen.** Wird ein gleichmäßig belaſteter Balken AA, Fig. 70, von zwei Säulen BD, BD unterſtützt und hierbei das Aufbiegen an den Enden verhindert, ſo trägt jedes Balkendrittel ein Drittel der Laſt Q, und daher jede der Stützen am Ende, $\frac{Q}{6}$, ſowie jede der Säulen,

$$2 . \frac{Q}{6} = \frac{Q}{3}.$$

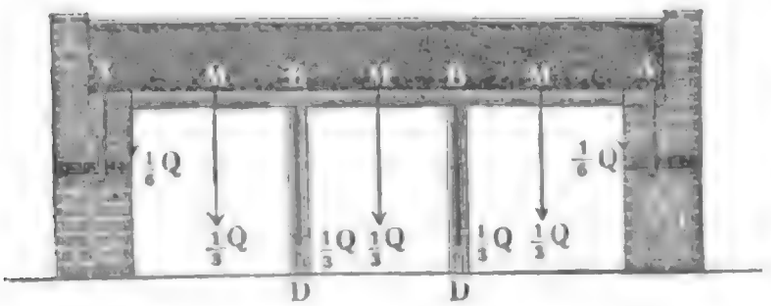
Es iſt folglich hier:

$$\frac{Q}{3} . \frac{l}{3} = 2 . b h^2 T,$$

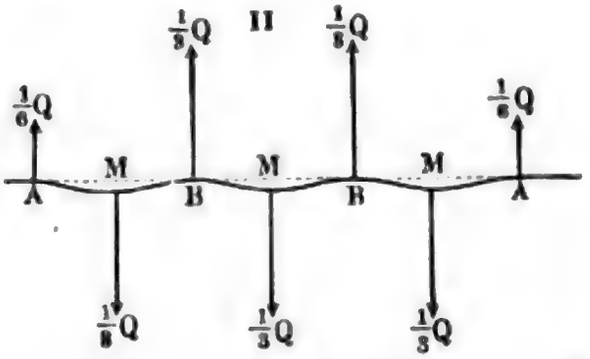
und daher die Tragkraft:

Fig. 70.

I



II



$$Q = 9 . 2 \frac{b h^2}{l} T = 18 \frac{b h^2}{l} T,$$

d. i. 9mal ſo groß als ohne Säulen, oder umgekehrt, bei gleicher Tragkraft ſind in dieſem Falle die Querſchnittsdimenſionen

$$b = h = \sqrt[3]{{}^1/_9} = 0{,}48\text{mal}$$

ſo groß zu machen als bei dem nicht unterſtützten Balken.

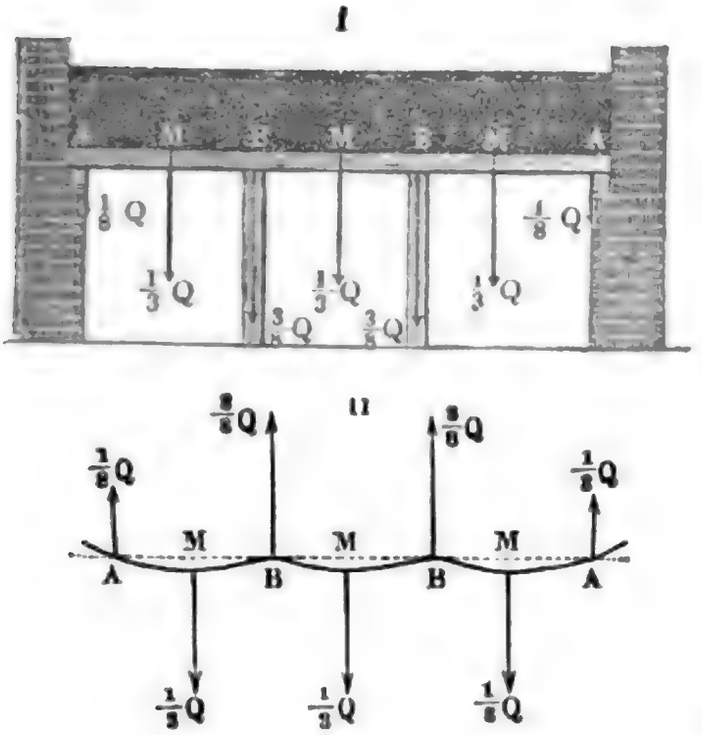
Wären die Enden des Balkens AA, Fig. 71, nur aufgelegt, könnten ſich alſo dieſelben nach oben biegen, ſo würde, wenigſtens ſehr annähernd, jede der Stützen A, A, ${}^3/_8 . \frac{Q}{3} = \frac{Q}{8}$, und folglich jede der Säulen, $\frac{Q}{2} - \frac{Q}{8}$ $= {}^3/_8\, Q$ tragen, und es wäre nun das Kraftmoment in Hinſicht auf die Stützen:

$$\frac{Q}{3}\cdot\frac{l}{6}-\frac{Q}{8}\cdot\frac{l}{3}=1/6\,(1/3-1/4)\,Ql=1/72\,Ql,$$

folglich die Tragkraft:

$$Q=72\frac{bh^2}{l}\cdot\frac{T}{6}=12\frac{bh^2}{l}\,T=9\,.\,4/3\,\frac{bh^2}{l}\,T,$$

Fig. 71.



also ebenfalls 9mal ſo groß als bei den ununterſtützten Balken.

Die Tragkraft für das mittlere Balkenſtück zwiſchen den beiden Säulen iſt, da deſſen Belaſtung $=\frac{Q}{3}$ von beiden Säulen gleichmäßig getragen wird:

$$Q=9\,.\,2\,\frac{bh^2}{l}\,T$$
$$=18\,\frac{bh^2}{l}\,T,$$

alſo dreihalbmal ſo groß als die der Endſtücke.

Die in den letzten beiden Fällen von den Axen der Balken gebildeten Curven ſind in Fig. 70 und 71, unter II., vor Augen geführt.

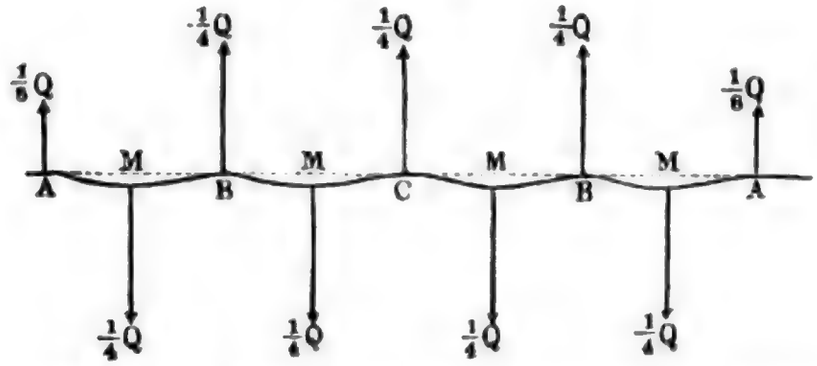
Wenn die Laſt auf die drei Mittelpunkte M gleichvertheilt iſt, ſo werden in dem Falle, wenn die Balkenaxe nicht bloß an den Enden, ſondern auch an den übrigen Stützpunkten in horizontaler Lage erhalten wird, die Drücke zwar dieſelben ſein, wie unter denſelben Umſtänden bei dem gleichförmig belaſteten Balken, aber es fällt dann für die Tragkraft Q, $\frac{Q}{3}\cdot\frac{l}{3}=8\,bh^2\frac{T}{6}$, und daher dieſe Kraft ſelbſt: $Q=9\cdot\frac{8}{6}\cdot\frac{bh^2}{l}T=12\frac{bh^2}{l}T$ aus.

Wenn dagegen die Enden A, A frei aufliegen und die Balkenaxen nur über den mittleren Stützpunkten horizontal erhalten werden, ſo hat man die Drücke in den Endpunkten $\frac{5}{16}\cdot\frac{Q}{3}$, und folglich die in den mittleren Stützpunkten $P=\frac{Q}{2}-\frac{5}{16}\frac{Q}{3}=\frac{19}{16}\cdot\frac{Q}{3}$, und es fällt das größte Biegungsmoment $\frac{Q}{3}\cdot\frac{l}{6}-\frac{5}{16}\frac{Q}{3}\frac{l}{3}=\frac{Ql}{48}$ aus, ſo daß die Tragkraft des Balkens

$Q = 48 \frac{bh^2}{l} \frac{T}{6} = 8 \frac{bh^2}{l} T$, alſo wieder $^2/_3$ mal ſo groß anzunehmen iſt, als wenn die Enden feſtliegen.

§. 43 **Unterſtützung durch mehrere Säulen.** Wird der Balken ACA, Fig. 72, von drei Zwiſchenſäulen unterſtützt, und dadurch gewiſſermaßen in vier gleiche Stücke AB, BC, CB und BA zer-

Fig. 72.



theilt, ſo trägt in dem Falle, daß die Balkenenden am Aufbiegen verhindert werden, jede Säule $\frac{Q}{4}$ und jede der beiden Widerlager oder Stützen am Ende, $\frac{Q}{8}$, und es iſt folglich die Tragkraft dieſes Balkens:

$$Q = 4.4.\frac{2bh^2}{l} T = 16.\frac{2bh^2}{l} T,$$

d. i. 16mal ſo groß, als wenn der Balken ununterſtützt wäre. Bei gleicher Tragkraft ſind daher die erforderlichen Querſchnittsdimenſionen des ſo unterſtützten Balkens $\sqrt[3]{1/_{16}} = 0{,}4$mal ſo groß als die des Balkens ohne Säulen.

Wird ferner unter denſelben Umſtänden der Balken oder Träger durch vier Zwiſchenſäulen unterſtützt, ſo trägt ſeine Tragkraft:

$$Q = 25.\frac{2bh^2}{l} T.$$

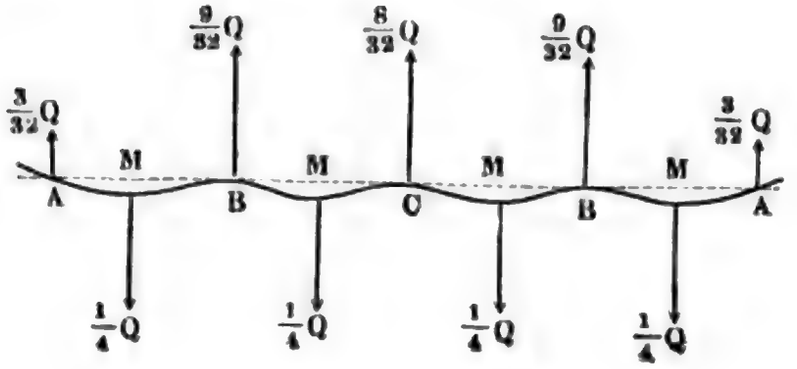
Hat der Balken außer den zwei Endpfeilern noch n Stützen, ſo trägt jeder Endpfeiler $^1/_2.\frac{Q}{n+1}$, dagegen jede Stütze $\frac{Q}{n+1}$, und es iſt die ganze Tragkraft:

$$Q = (n+1)^2 \frac{2bh^2}{l} T,$$

alſo $(n+1)^2$ mal ſo groß als ohne Stützen, und es ſind folglich bei ähnlichen Querſchnitten die erforderlichen Querſchnittsdimenſionen b und h in dieſem Falle $\sqrt[3]{\frac{1}{(n+1)^3}}$ mal ſo groß als bei dem gleich belaſteten Balken ohne Säulen zu machen.

Liegen bei dem in B, C und B durch drei Säulen unterſtützten Balken $ABCBA$, Fig. 73, die Enden A und A frei auf, ſo können wir wieder

Fig. 73.



annehmen, daß jeder Endpfeiler die Laſt $^3/_8 \cdot \frac{Q}{4} = {}^3/_{32}\ Q$, daß ferner jede der Säulen in B, B die Laſt $^5/_8\ \frac{Q}{4} + {}^1/_2 \cdot \frac{Q}{4} = {}^9/_{32}\ Q$, und daß endlich die mittlere Säule die Laſt $\frac{Q}{4} = {}^8/_{32}\ Q$ aufnimmt.

Das Kraftmoment des Balkenſtückes AB in Hinſicht auf ſeinen Stützpunkt B iſt:

$$^1/_4\ Q \cdot \overline{MB} - {}^3/_{32}\ Q \cdot \overline{AB} = {}^1/_4\ Q \cdot \frac{l}{8} - {}^3/_{32}\ Q \cdot \frac{l}{4}$$
$$= \frac{Ql}{32} - \frac{3\,Ql}{128} = \frac{Ql}{128};$$

folglich iſt die Tragkraft dieſes Balkenſtückes:

$$Q = 128 \cdot \frac{bh^2}{l} \cdot \frac{T}{6} = {}^{64}/_3\ \frac{bh^2}{l}\ T = 16 \cdot {}^4/_3\ \frac{bh^2}{l}\ T,$$

d. i. 16mal ſo groß als bei einem ſolchen Balken ohne Stützen oder Säulen.

Für ein Mittelſtück BC iſt unter der Vorausſetzung, daß deſſen Enden B und C horizontal laufen, wie oben, die Tragkraft:

$$Q = 16 \cdot \frac{2\,bh^2}{l}\ T,$$

d. i. $^3/_2$mal ſo groß als für ein Endſtück AB.

Iſt die Anzahl der Zwiſchenpfeiler $= n$, ſo trägt jeder Endpfeiler die Laſt $^3/_8\ \frac{Q}{n+1}$, ferner jede den Endpfeilern zunächſt befindliche Säule die Laſt

$$(^5/_8 + {}^1/_2)\ \frac{Q}{n+1} = {}^9/_8\ \frac{Q}{n+1},$$

und jede der übrigen Säulen, $= \frac{Q}{n+1}$; es iſt hiernach das Moment der Tragkraft der Endſtücke des Balkens:

$$\frac{Q}{n+1} \cdot \frac{{}^1/_2 l}{n+1} - {}^3/_8 \frac{Q}{n+1} \cdot \frac{l}{n+1} = {}^1/_8 \cdot \frac{Ql}{(n+1)^2},$$

folglich die Tragkraft ſelbſt:

$$Q = 8\,(n+1)^2 \cdot \frac{bh^2}{l} \cdot \frac{T}{6} = (n+1)^2 \cdot {}^4/_3 \frac{bh^2}{l} \cdot T,$$

d. i. $(n+1)^2$ mal ſo groß als für einen ſolchen Balken ohne Säulen.

Die Tragkraft der Mittelſtücke bleibt wie oben:

$$Q = (n+1)^2 \cdot \frac{2bh^2}{l} T.$$

Wäre die Laſt Q nicht auf den ganzen Balken vertheilt, ſondern nur in den Mittelpunkten M zwiſchen je zwei Stützpunkten wirkſam, ſo würden im erſten Falle (Fig. 72) ſich zwar die Drücke auf die Stützpunkte nicht ändern, allein es wäre die Tragkraft des Balkens (ſ. Band I., §. 246) nur ${}^2/_3$ mal ſo groß als bei gleichmäßiger Vertheilung der Laſt, d. i.

$$Q = {}^2/_3\,(n+1)^2 \cdot \frac{2bh^2}{l} T.$$

Im zweiten Falle (Fig. 73) wäre auch der Druck auf die Stützpunkte ein anderer, nämlich (Band I., §. 221 und §. 247) der Druck auf je ein Widerlager

$${}^5/_{16} \cdot \frac{Q}{n+1},$$

ferner der auf je eine Säule zunächſt eines Widerlagers:

$${}^{11}/_{16} \frac{Q}{n+1} + {}^8/_{16} \cdot \frac{Q}{n+1} = {}^{19}/_{16} \cdot \frac{Q}{n+1},$$

und dagegen der auf je eine der übrigen Säulen, wie oben, $= \frac{Q}{n+1}$.

Hiernach wäre nun auch das Moment der Tragkraft der äußerſten Balkenſtücke AB:

$$\frac{Q}{n+1} \cdot \frac{{}^1/_2 l}{n+1} - {}^5/_{16} \cdot \frac{Q}{n+1} \cdot \frac{l}{n+1} = {}^3/_{16} \frac{Ql}{(n+1)^2},$$

und daher die Tragkraft ſelbſt:

$$Q = {}^{16}/_3\,(n+1)^2 \frac{bh^2}{l} \cdot \frac{T}{6} = {}^8/_9\,(n+1)^2 \frac{bh^2}{l} T.$$

Die Tragkraft der Zwiſchenſtücke bliebe:

$$Q = {}^4/_3\,(n+1)^2 \cdot \frac{bh^2}{l} \cdot T.$$

Aus den im Vorſtehenden gefundenen Ergebniſſen iſt folgende Tabelle hervorgegangen, welche vorausſetzt, daß die Anzahl n der Zwiſchenſäulen mindeſtens zwei beträgt.

	Eine auf den ganzen Balken gleichmäßig vertheilte Laſt Q		Eine auf die Mittelpunkte zwiſchen je zwei Stützpunkten gleich vertheilte Laſt Q	
	mit feſten Enden.	mit frei aufliegenden Enden.	mit feſten Enden.	mit frei aufliegenden Enden.
Druck auf ein Widerlager.	$\frac{1}{2}\,\frac{Q}{n+1}$	$\frac{3}{8}\,\frac{Q}{n+1}$	$\frac{1}{2}\,\frac{Q}{n+1}$	$\frac{5}{16}\,\frac{Q}{n+1}$
Druck auf eine Säule, zunächſt einem Widerlager.	$\frac{Q}{n+1}$	$\frac{9}{8}\,\frac{Q}{n+1}$	$\frac{Q}{n+1}$	$\frac{19}{16}\,\frac{Q}{n+1}$
Druck auf eine der inneren Säulen.	$\frac{Q}{n+1}$	$\frac{Q}{n+1}$	$\frac{Q}{n+1}$	$\frac{Q}{n+1}$
Product bh^2 für die Balkenenden.	$\frac{1}{2}\,\frac{Ql}{(n+1)^2\,T}$	$\frac{3}{4}\,\frac{Ql}{(n+1)^2\,T}$	$\frac{3}{4}\,\frac{Ql}{(n+1)^2\,T}$	$\frac{9}{8}\,\frac{Ql}{(n+1)^2\,T}$
Product bh^2 für die mittleren Balkenſtücke.	$\frac{1}{2}\,\frac{Ql}{(n+1)^2\,T}$	$\frac{1}{2}\,\frac{Ql}{(n+1)^2\,T}$	$\frac{3}{4}\,\frac{Ql}{(n+1)^2\,T}$	$\frac{3}{4}\,\frac{Ql}{(n+1)^2\,T}$

In dieſer Tabelle bedeutet l die ganze Länge, b die Breite, h die Dicke oder Höhe des Balkens, Q die Belaſtung deſſelben, n die Anzahl der ſtützenden Säulen, und T den Tragmodul (Band I., §. 205 und 240) des Balkenmaterials.

Beiſpiel. Wenn der Balken von 40 Fuß = 480 Zoll Länge aus dem Beiſpiel von §. 41 von $n = 3$ Säulen unterſtützt wird, ſo iſt:

$$bh^2 = \tfrac{3}{4}\,\frac{Ql}{n^2\,T} = \tfrac{3}{4}\cdot\frac{Ql}{16\,T} = \tfrac{3}{64}\,\frac{Ql}{T} = \tfrac{3}{64}\cdot\frac{500\,.\,40\,.\,480}{1000}$$
$$= 15\,.\,30 = 450,$$

daher die erforderliche Balkenbreite:

$$b = \sqrt[3]{450/2} = \sqrt[3]{225} = 6{,}08 \text{ Zoll},$$

und die Balkenhöhe:

$$h = 1{,}414\,.\,6{,}08 = 8{,}60 \text{ Zoll}.$$

Von der gegebenen Laſt $Q = 20000$ Pfund trägt jede der äußeren Säulen:

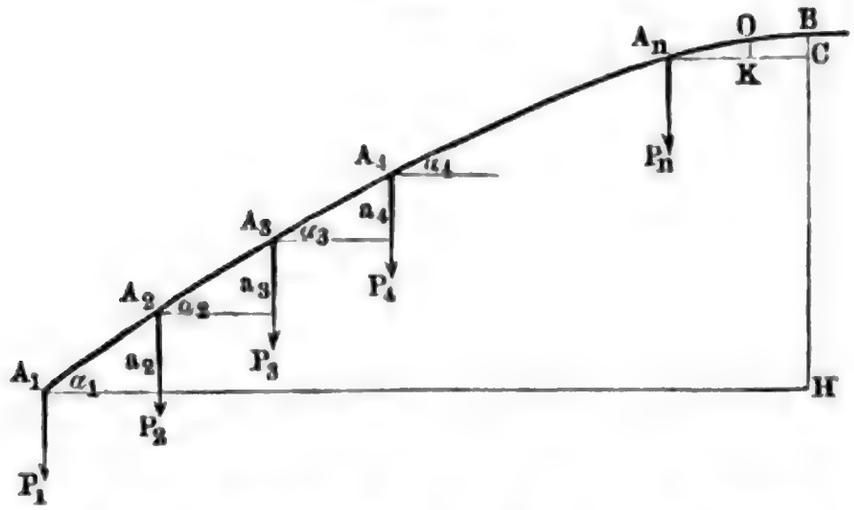
$$P = \tfrac{3}{8}\,\frac{Q}{n} = \tfrac{3}{8}\cdot\frac{20000}{4} = \frac{45000}{8} = 5625 \text{ Pfund},$$

und es iſt daher der erforderliche Querſchnitt einer ſolchen Säule, wenn man hier $T = 250$ Pfund annimmt:

$$F = \frac{P}{T} = \frac{5625}{250} = 22{,}5 \text{ Quadratzoll}.$$

(§. 44) **Allgemeine Theorie der Biegung durch mehrere Kräfte.** Im Vorſtehenden iſt angenommen worden, daß die Balken auf den Säulen platt aufliegen, und daher die Balkenaxe an den durch die Säulen unterſtützten Stellen eine horizontale Lage annehmen; in Folgendem wollen wir aber vorausſetzen, daß die Balken nur in Punkten auf den Säulen aufruhen, wobei die Balkenaxen an dieſen Stellen geneigte Lagen annehmen können. Um allgemeine Formeln für die Gleichgewichtsverhältniſſe eines ſolchen Balkens zu finden, legen wir den allgemeinen Fall zu Grunde, wo ein an einem Ende B, Fig. 74, feſtgehaltener Balken in gleichen Abſtänden

Fig. 74.



von einander durch Gewichte P_1, P_2, P_3, ... P_n gebogen wird. Bezeichnet c die Abſtände $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 \ldots = A_nB$ der Aufhängepunkte von einander, ſo iſt für einen Punkt O in der neutralen Axe des letzten Balkenſtückes, welcher um die variable Abſciſſe $A_nK = x$ vom letzten Aufhängepunkte A_n abſteht, das Biegungsmoment:

$$M = P_n\,x + P_{n-1}\,(x+c) + P_{n-2}\,(x+2c) + P_{n-3}\,(x+3c) + \cdots + P_1\,(x+(n-1)c).$$

Nun iſt aber auch $M = \frac{WE}{r} = -\,WE\,\frac{d\alpha}{dx}$, wenn α den Neigungswinkel der Balkenaxe in O bezeichnet (ſ. Band I., §. 216 u. f. w.), daher hat man

$$\begin{aligned} WE\,d\alpha &= -\,[P_n x + P_{n-1}(x+c) + \cdots + P_1\,(x+(n-1)c)]\,dx \\ &= -(P_n + P_{n-1} + P_{n-2} + \cdots + P_1)\,x\,dx \\ &\quad -(P_{n-1} + 2P_{n-2} + 3P_{n-3} + \cdots + (n-1)\,P_1)\,c\,dx, \end{aligned}$$

und es folgt durch Integriren

$$\begin{aligned} WE\alpha &= -\,(P_n + P_{n-1} + \cdots + P_1)\,\frac{x^2}{2} \\ &\quad -(P_{n-1} + 2P_{n-2} + \cdots + (n-1)\,P_1)\,cx + \mathit{Const.} \end{aligned}$$

Iſt nun im Fixpunkte B d. i. für $x = c$, der Neigungswinkel der Balkenaxe $\alpha = \alpha_{n+1}$, ſo folgt

1.) $WE(\alpha - \alpha_{n+1}) = (P_n + P_{n-1} + P_{n-2} + \cdots + P_1)\left(\frac{c^2 - x^2}{2}\right)$
$+ (P_{n-1} + 2P_{n-2} + 3P_{n-3} + \cdots + (n-1)P_1)[(c-x)c].$

Da noch $\alpha = \frac{dy}{dx}$ iſt, wenn dx und dy die Elemente der Coordinaten $A_n K = x$ und $KO = y$ des Punktes O bezeichnen, ſo hat man

$$WE(dy - \alpha_{n+1}dx) = (P_n + P_{n-1} + \cdots + P_1)\frac{c^2 - x^2}{2}dx$$
$$+ (P_{n-1} + 2P_{n-2} + \cdots + (n-1)P_1)(c-x)c\,dx,$$

und es folgt durch Integration die Gleichung des Axenſtückes $A_n B$:

2.) $WE(y - \alpha_{n+1}x) = (P_n + P_{n-1} + P_{n-2} + \cdots$
$+ P_1)\left(\frac{c^2 x - \frac{1}{3}x^3}{2}\right) + (P_{n-1} + 2P_{n-2} + 3P_{n-3}$
$+ \cdots + (n-1)P_1)(c - \frac{1}{2}x)cx.$

Setzt man endlich in der erſten Hauptgleichung $x = 0$, ſo erhält man den Neigungswinkel in A_n:

$$\alpha_n = \alpha_{n+1} + \frac{(P_n + P_{n-1} + \cdots + P_1).\frac{1}{2}c^2 + (P_{n-1} + 2P_{n-2} + \cdots + (n-1)P_1)c^2}{WE}$$

d. i.

$$\alpha_n = \alpha_{n+1} + (P_n + 3P_{n-1} + 5P_{n-2} + 7P_{n-3} + \cdots$$
$$+ (2n-1)P_1)\frac{c^2}{2WE},$$

und führt man in der zweiten Hauptgleichung $x = c$ ein, ſo giebt dieſe die Bogenhöhe CB in B,

$$a_{n+1} = \alpha_{n+1}c + \frac{(P_n + P_{n-1} + \cdots + P_1).\frac{1}{3}c^3 + (P_{n-1} + 2P_{n-2} + 3P_{n-3} + \cdots + (n-1)P_1).\frac{1}{2}c^3}{WE}$$

d. i.

$$a_{n+1} = \alpha_{n+1}c + (2P_n + 5P_{n-1} + 8P_{n-2} + 11P_{n-3} + \cdots$$
$$+ (3n-1)P_1)\frac{c^3}{6WE}.$$

Wenn der Balken außer den Kräften noch eine gleichmäßig vertheilte Laſt aufnimmt, welche pr. Längeneinheit des Balkens q, alſo für jedes Balkenſtück von der Länge c, qc beträgt, ſo fällt das Moment M_1 noch um $[(n-1)c + x]q \cdot \frac{(n-1)c + x}{2} = \frac{[(n-1)c + x]^2 q}{2}$ größer als das Moment M ohne dieſe Belaſtung q aus, und es iſt dieſem entſprechend auch $WE(\alpha - \alpha_{n+1})$ um

$$\int_x^c {}^1/_2\, q\, [(n-1)\, c + x]^2\, dx = \frac{q}{6}\,[n^3 c^3 - ((n-1)\, c + x)^3],$$

ſowie $WE\,(y - \alpha^{n+1}\, x)$ um

$$\int_0^x \frac{q}{6}\,[n^3\, c^3 - ((n-1)\, c + x)^3]\, dx$$

$$= \frac{q}{6}\left(n^3\, c^3\, x - \frac{[(n-1)\, c + x]^4 - (n-1)^4\, c^4}{4}\right)$$

größer.

Setzt man für dieſen allgemeinen Fall, $x = o$, ſo folgt der Neigungswinkel in A_n:

$$\alpha_n = \alpha_{n+1} + [P_n + 3\, P_{n-1} + 5\, P_{n-2} + \cdots + (2n-1)\, P_1]\,\frac{c^2}{2\, WE} + \frac{q\, c^3\, [n^3 - (n-1)^3]}{6\, WE};$$

und führt man $x = c$ ein, ſo ergiebt ſich die Bogenhöhe des letzten Balkenſtückes:

$$a_{n+1} = \alpha_{n+1}\, c + [2\, P_n + 5\, P_{n-1} + 8\, P_{n-2} + \cdots + (3n-1)\, P_1]\,\frac{c^3}{6\, WE} + \frac{q\, c^4}{6\, WE}\left(n^3 - \frac{n^4 - (n-1)^4}{4}\right).$$

Haben die Kräfte q, P_1, P_2, $P_3 \cdots$, wie z. B. angehangene Gewichte, eine und dieſelbe Richtung, ſo iſt das Biegungsmoment im Befeſtigungspunkte B,

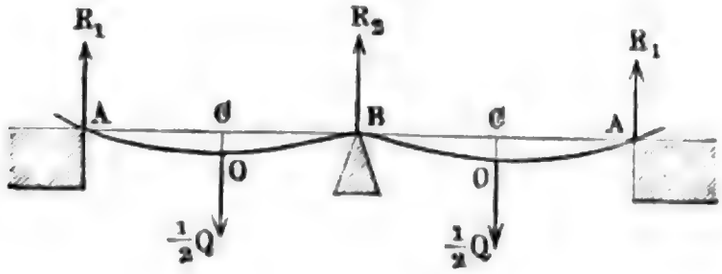
$$M = (P_1 + 2\, P_2 + 3\, P_3 + \cdots + n\, P_n)\, c + (n+1)^2\,\frac{q\, c^2}{2}$$ am

größten, und daher $= \frac{W\, T}{e}$ zu ſetzen, wenn es darauf ankommt, die Tragfähigkeit des Balkens zu ermitteln oder die erforderliche Stärke deſſelben zu beſtimmen. Wirken dagegen die Kräfte q, P_1, P_2, P_3 ... zum Theil einander entgegengeſetzt, ſo kann das größte Biegungsmoment des Balkens auch an einer anderen Stelle ſtattfinden, und es erfordert deshalb die Ermittelung der Tragfähigkeit deſſelben eine ſpecielle Unterſuchung.

Mit Hülfe der vorſtehenden Formeln laſſen ſich natürlich auch die Neigungswinkel und Bogenhöhen aller übrigen Balkenſtücke, $A_1 A_2$, $A_2 A_3$, $A_3 A_4$ ... beſtimmen, wenn man in denſelben $n = 1, 2, 3 \ldots$ einſetzt. Sind einige dieſer Größen bekannt, ſo kann man mittels dieſer Formeln auch die Drücke R_1, R_2, ... in den Stützpunkten ermitteln, wie in Folgendem zur Ausführung kommt.

Balken mit Zwischensäulen. Für jede Balkenhälfte des mit einer Zwischensäule unterstützten Balkens AA, Fig. 75, ist, wenn die Last Q in der Mitte zwischen den Stützpunkten wirkt, §. 45

Fig. 75.



$$\alpha_3 = o,\ \alpha_2 + \alpha_3 = o,\ c = \frac{l}{4},\ P_1 = -R_1 \text{ und } P_2 = \frac{Q}{2}$$

zu setzen, daher man hier

$$\alpha_2 = \alpha_3 + (P_2 + 3P_1)\frac{c^2}{2WE} = o + \left(\frac{Q}{2} - 3R_1\right)\frac{c^2}{2WE};$$

ferner $a_2 = \alpha_2 c - \frac{2R_1 c^3}{6WE} = \left(\frac{Q}{2} - 3R_1\right)\frac{c^3}{2WE} - \frac{R_1 c^3}{3WE}$

$$= (3/2\,Q - 11R_1)\frac{c^3}{6WE}, \text{ und}$$

$$a_3 = \alpha_3 c + \left(2\frac{Q}{2} - 5R_1\right)\frac{c^3}{6WE} = (Q - 5R_1)\frac{c^3}{6WE},$$

daher ist zu setzen: $a_2 + a_3 = o, = (5/2\,Q - 16R_1)\frac{c^3}{6WE}$, und es folgt der Druck auf einen Endpfeiler:

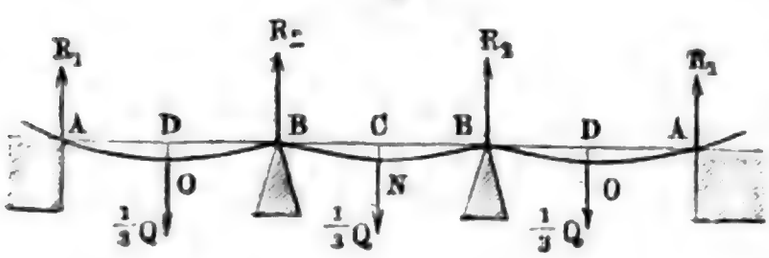
$R_1 = 5/32\,Q$, so wie der Druck auf die Mittelsäule:

$R_2 = Q - 2R_1 = 22/32\,Q = 11/16\,Q$.

Bei gleichmäßiger Belastung ist $\alpha_2 = o$, $a_2 = o$, $P_1 = -R_1$ und $P_2 = o$, daher

$$a_2 = o = -\frac{2R_1 c^3}{6WE} + (1 - 1/4)\frac{qc^4}{6WE}, \text{ woraus nun}$$

Fig. 76.



$R_1 = 3/8\,qc = 3/16\,Q$, so wie

$R_2 = Q - 3/8\,Q = 5/8\,Q$ folgt. (Vergl. §. 41.)

Ist der Balken, wie Fig. 76 darstellt, durch zwei Zwischensäulen unterstützt, so hat man

im erſteren Falle, wo in jedem der Mittelpunkte zwiſchen den Stützpunkten die Laſt $\frac{Q}{3}$ aufruht,

$$P_1 = -R_1,\ P_2 = \frac{Q}{3},\ P_3 = -R_2 = -\left(\frac{Q}{2} - R_1\right) = R_1 - \frac{Q}{2},$$

ferner $\alpha_4 = o$, und $a_2 + a_3 = o$. Hiernach folgt

$$a_2 = \alpha_2 c - 2R_1 \frac{c^3}{6WE},\ a_3 = \alpha_3 c + \left(2\frac{Q}{3} - 5R_1\right)\frac{c^3}{6WE},$$

und es iſt daher

$$o = (\alpha_2 + \alpha_3)\, c + (^2/_3\, Q - 7R_1)\frac{c^3}{6WE}.$$

Ferner iſt $\alpha_3 = \alpha_4 + \left(-R_2 + 3\frac{Q}{3} - 5R_1\right)\frac{c^2}{2WE}$

$$= \left(\frac{Q}{2} - 4R_1\right)\frac{c^2}{2WE},$$

ſowie $\alpha_2 = \alpha_3 + \left(\frac{Q}{3} - 3R_1\right)\frac{c^2}{2WE} = (^5/_6\, Q - 7R_1)\frac{c^2}{2WE}$,

daher läßt ſich ſetzen,

$$o = (^8/_6\, Q - 11R_1)\frac{c^3}{2WE} + (^2/_3\, Q - 7R_1)\frac{c^3}{6WE},$$ oder

$o = 4Q - 33R_1 + {}^2/_3\, Q - 7R_1$, und es folgt der Druck auf je einen Endpfeiler:

$R_1 = \frac{7Q}{60}$; dagegen der auf je einen Zwiſchenpfeiler: $R_2 = \frac{Q}{2} - R_1$

$$= \left(\frac{30-7}{60}\right) Q = {}^{23}/_{60}\, Q.$$

Schließlich ergiebt ſich das Biegungsmoment in Hinſicht auf D,

$M_1 = -R_1 c = -{}^7/_{60}\, Qc$, das in Hinſicht auf B,

$M_2 = \frac{Q}{3} c - 2R_1 c = (^1/_3 - {}^7/_{30})\, Qc = {}^1/_{10}\, Qc$, und das in Hinſicht auf C,

$$M_3 = -R_2 c + {}^2/_3\, Qc - 3R_1 c = -(^{23}/_{60} - {}^{40}/_{60} + {}^{21}/_{60})\, Qc$$

$$= -{}^1/_{15}\, Qc.$$

Da das Moment M_1 das größere iſt, ſo hat man für die zuläſſige Belaſtung Q die Beſtimmungsgleichung:

$$^7/_{60}\, Qc = {}^7/_{60}\frac{Ql}{6} = \frac{WT}{e} = \frac{bh^2}{6}\, T,$$

und daher dieſe Belaſtung ſelbſt:

$$Q = {}^{60}/_7\frac{bh^2}{l}\, T,$$ wogegen wir §. 42, annähernd,

$$Q = 8\,\frac{bh^2}{l}\,T \text{ gefunden haben.}$$

Ist hingegen die Last $Q = 6\,qc$ auf den ganzen Balken gleichförmig vertheilt, so hat man $P_1 = -R_1$, $P_2 = o$, $P_3 = -R_2$, $\alpha_4 = o$, und $a_2 + a_3 = o$, wonach folgt:

$$a_2 = \alpha_2\,c - 2\,\frac{R_1\,c^3}{6\,WE} + {}^3/_4\,\frac{q\,c^4}{6\,WE}, \text{ und}$$

$$a_3 = \alpha_3\,c - 5\,\frac{R_1\,c^3}{6\,WE} + {}^{17}/_4\,\frac{q\,c^4}{6\,WE}, \text{ daher}$$

$$a_2 + a_3 = (\alpha_2 + \alpha_3)\,c - 7\,\frac{R_1\,c^3}{6\,WE} + 5\,\frac{q\,c^4}{6\,WE}.$$

Ferner $\alpha_2 = \alpha_3 - 3\,\dfrac{R_1\,c^2}{2\,WE} + 7\,\dfrac{q\,c^3}{6\,WE}$,

$$\alpha_3 = -\,(R_2 + 5\,R_1)\,\frac{c^2}{2\,WE} + 19\,\frac{q\,c^3}{6\,WE}, \text{ daher}$$

$$\alpha_2 + \alpha_3 = -\,(3\,qc + 4\,R_1)\,\frac{c^2}{WE} + \frac{38\,qc^3}{6\,WE} - \frac{3\,R_1\,c^2}{2\,WE} + \frac{7\,q\,c^3}{6\,WE}$$

$$= \frac{27\,qc^3}{6\,WE} - \frac{33\,R_1\,c^3}{6\,WE}, \text{ daher}$$

$(\alpha_2 + \alpha_3)\,c = 27\,\dfrac{q\,c^4}{6\,WE} - 33\,\dfrac{R_1\,c^3}{6\,WE}$; und es ergiebt sich nun die Bestimmungsgleichung

$$o = 27qc - 33\,R_1 - 7\,R_1 + 5\,q\,c, \text{ woraus}$$

$$R_1 = {}^{32}/_{40}\,qc = {}^4/_5\,\frac{Q}{6} = {}^4/_{30}\,Q, \text{ sowie}$$

$$R_2 = ({}^{15}/_{30} - {}^4/_{30})\,Q = {}^{11}/_{30}\,Q \text{ folgt.}$$

Nun ergiebt sich das Biegungsmoment im Stützpunkt B.

$$M_1 = R_1 \,.\, 2\,c - 2\,qc^2 = {}^4/_{15}\,Q\,c - \frac{Q}{3}\,c = -\,\frac{Qc}{15} = -\,\frac{Ql}{90},$$

und das in einem Zwischenpunkte

$M_2 = R_1\,x - \dfrac{q\,x^2}{2}$. Letzteres ist für $x = \dfrac{R_1}{q} = {}^4/_5\,c$ im Maximum, und zwar

$$M_2 = {}^{16}/_{25}\,q\,c^2 - {}^{16}/_{25} \,.\, \frac{q\,c^2}{2} = {}^8/_{25}\,qc^2 = {}^8/_{25}\,\frac{Ql}{36} = {}^2/_{225}\,Ql,$$

also kleiner als M_1. Endlich folgt nun die zulässige Belastung

$$Q = 90\,\frac{WT}{el} = 90\,\frac{bh^2\,T}{6\,l} = 15\,\frac{bh^2\,T}{l}$$

Wird der Balken von drei Zwischensäulen unterstützt, so findet man auf demselben Wege

	P_1	P_2	P_3	P_2	P_1
bei concentrirter Belaſtung .	$^{19}/_{224}\,Q$	$^{68}/_{224}\,Q$	$^{50}/_{224}\,Q$	$^{68}/_{224}\,Q$	$^{19}/_{224}\,Q$
bei gleichmäßiger Belaſtung .	$^{11}/_{112}\,Q$	$^{32}/_{112}\,Q$	$^{26}/_{112}\,Q$	$^{32}/_{112}\,Q$	$^{11}/_{112}\,Q$

und es iſt im erſten Falle die zuläſſige Tragkraft

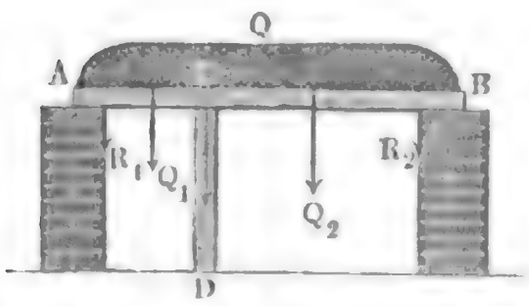
$$Q = \frac{1792}{19}\cdot\frac{WT}{le} = \frac{1792}{19}\cdot\frac{bh^2T}{6l} = \frac{896}{57}\cdot\frac{bh^2T}{l},$$

dagegen im zweiten:

$$Q = \frac{986}{17}\cdot\frac{WT}{le} = \frac{986}{17}\cdot\frac{bh^2T}{6l} = \frac{493}{51}\cdot\frac{bh^2T}{l}.$$

§. 46 **Ungleichmässige Unterstützung durch Säulen.** Wenn ein belaſteter Balken AB, Fig. 77, nicht in der Mitte, ſondern an einer anderen Stelle C von einer Säule CD unterſtützt wird, ſo läßt ſich der Druck auf ſeine Stützpunkte u. ſ. w. wie folgt ermitteln. Es ſei die ganze Belaſtung des Balkens $= Q$, die ganze Länge deſſelben $= l$, der Abſtand der Säule von einem Endpfeiler A, $AC = l_1$ und der vom anderen Endpfeiler B, $BC = l_2$, alſo $l_1 + l_2 = l$. Setzen wir wieder voraus, daß der Balken die ganze Kopffläche der Säule berührt, und folglich ſeine neutrale Axe an dieſer Stelle horizontal iſt, ſo können wir auch jedes Balkenſtück AC und BC für ſich allein betrachten und daher annehmen, daß es bei einer gleichmäßigen Belaſtung auf die ganze Balkenlänge einen ſeiner Länge proportionalen Theil von Q trägt, daß alſo AC die Laſt $Q_1 = \frac{l_1}{l}\,Q$ und BC die Laſt $Q_2 = \frac{l_2}{l}\,Q$ aufnimmt.

Fig. 77.



Werden auch die Balkenenden A und C horizontal gehalten, ſo trägt folglich das Lager A die Laſt:

$$R_1 = {}^1/_2\,Q_1 = {}^1/_2\,\frac{l_1}{l}\,Q,$$

ebenſo das Lager B die Laſt:

$$R_2 = {}^1/_2\,Q_2 = {}^1/_2\,\frac{l_2}{l}\,Q;$$

und es bleibt für die Säule CD der aufzunehmende Druck

$$P = {}^1/_2\,(Q_1 + Q_2) = {}^1/_2\,Q \text{ übrig.}$$

Sind nun wieder b und h die Querſchnittsdimenſionen des Trägers, ſo hat man für das Balkenſtück AC:

$$Q_1 = \frac{l_1}{l}\,Q = 2\,\frac{bh^2}{l_1}\,T, \text{ ſowie für das Balkenſtück } BC:$$

$$Q_2 = \frac{l_2}{l}\,Q = 2\,\frac{bh^2}{l_2}\,T, \text{ und daher:}$$

$$bh^2 = {}^1/_2\,\frac{Ql_1^2}{Tl}, \text{ ſowie } bh^2 = {}^1/_2\,\frac{Ql_2^2}{Tl}.$$

Wenn folglich die Abſtände l_1 und l_2 von einander verſchieden ſind, ſo fallen bei gleicher Sicherheit auch die Querſchnittsdimenſionen b und h der beiden Balkenſtücke ungleich aus. Liegt der Balken mit ſeinen Enden frei auf, ſo können wir dagegen den Druck in A:

$$R_1 = {}^3/_8\,Q_1 = {}^3/_8\,\frac{l_1}{l}\,Q, \text{ ſowie den in } B:$$

$$R_2 = {}^3/_8\,Q_2 = {}^3/_8\,\frac{l_2}{l}\,Q,$$

und daher den auf die Säule:

$$P = {}^5/_8\,(Q_1 + Q_2) = {}^5/_8\,Q$$

ſetzen, und es iſt nun die Tragkraft für AC:

$$Q_1 = \frac{l_1}{l}\,Q = {}^4/_3\,\frac{bh^2}{l_1}\,T, \text{ und für } BC:$$

$$Q_2 = \frac{l_2}{l}\,Q = {}^4/_3\,\frac{bh^2}{l_2}\,T, \text{ wonach für } AC:$$

$$bh^2 = {}^3/_4\,\frac{Ql_1^2}{Tl}, \text{ ſowie für } BC:$$

$$bh^2 = {}^3/_4\,\frac{Ql_2^2}{Tl} \text{ folgt.}$$

Wäre die Laſt $Q = Q_1 + Q_2$ auf die Mitten M_1 und M_2 beider Theile AC und BC vertheilt, ſo hätte man im erſten Falle den Druck auf die Endpfeiler A und B:

$$R_1 = {}^1/_2\,Q_1 \text{ und } R_2 = {}^1/_2\,Q_2, \text{ ſowie auf die Säule:}$$

$$P = {}^1/_2\,(Q_1 + Q_2) = {}^1/_2\,Q, \text{ und es wäre:}$$

$$Q_1 = {}^4/_3\,\frac{bh^2}{l_1}T, \text{ ſowie } Q_2 = {}^4/_3\,\frac{bh^2}{l_2}\,T, \text{ folglich für } AC:$$

$$bh^2 = {}^3/_4\,\frac{Q_1 l_1}{T}, \text{ ſowie für } BC:$$

$$bh^2 = {}^3/_4\,\frac{Q_2 l_2}{T} \text{ zu ſetzen.}$$

Im zweiten Falle, wenn der Balken bloß in A und C aufliegt, iſt der Druck:

in A, $R_1 = {}^5/_{16}\ Q_1$, und in B, $R_2 = {}^5/_{16}\ Q_2$,
folglich der Druck auf die Säule:

$$P = {}^{11}/_{16}\ (Q_1 + Q_2) = {}^{11}/_{16}\ Q.$$

Es iſt hiernach die Tragkraft des Stückes AC:

$$Q_1 = {}^8/_9 \cdot \frac{b h^2}{l_1}\ T, \text{ ſowie die des Stückes } BC:$$

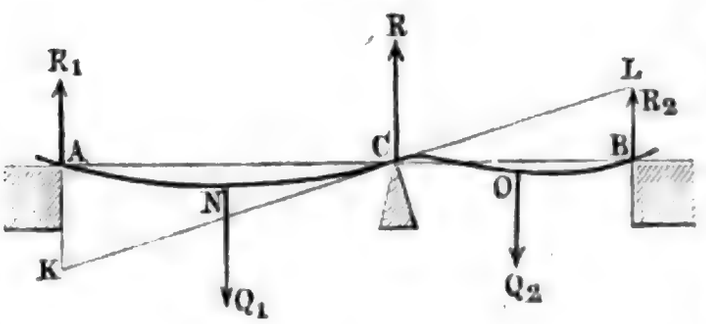
$$Q_2 = {}^8/_9 \cdot \frac{b h^2}{l_2}\ T, \text{ alſo ein Mal:}$$

$$b h^2 = {}^9/_8\ \frac{Q_1 l_1}{T}, \text{ und das andere Mal:}$$

$$b h^2 = {}^9/_8\ \frac{Q_2 l_2}{T}.$$

§. 47 Wenn der Balken AB, Fig. 78, nicht platt auf dem Kopf C der Säule CD, ſondern nur in einem Punkte deſſelben aufliegt, ſo nimmt durch die Wirkung der in den Mittelpunkten N und O der Balkenſtücke AC und BC niederziehenden Gewichte Q_1 und Q_2 die Balkenaxe die Geſtalt einer in Fig. 78 dargeſtellten Curve $ANCOB$ an. Die Drücke R_1, R_2 und R, welche in dieſem Falle die Stützpunkte A, B und C auszuhalten haben, ſind wie folgt zu beſtimmen. Es iſt

Fig. 78.



1) $R_1 + R_2 + R = Q_1 + Q_2$, ferner, wenn l_1 und l_2 die Längen der Balkenſtücke CA und CB bezeichnen,

2) $R_1 l_1 - {}^1/_2\ Q_1 l_1 = R_2 l_2 - {}^1/_2\ Q_2 l_2$, und, wenn a_1 und a_2 die Bogenhöhen AK und BL in Hinſicht auf die Tangente KL durch den Stützpunkt bezeichnen:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Ferner hat man noch nach §. 44,

$$AK = a_1 = (5\ Q_1 - 16\ R_1)\ \frac{l_1^3}{48\ WE}, \text{ und}$$

$$BL = a_2 = (16\ R_2 - 5\ Q_2)\ \frac{l_2^3}{48\ WE},$$

daher geht die letzte Proportion in folgende über

$$\frac{5\,Q_1 - 16\,R_1}{16\,R_2 - 5\,Q_2} = \frac{l_2^2}{l_1^2},$$

und giebt folgende Beſtimmungsgleichung.

3) $16\,(R_1\,l_1^2 + R_2\,l_2^2) = 5\,(Q_1\,l_1^2 + Q_2\,l_2^2)$.

Nun läßt ſich Gleichung 2) auch ſchreiben:

$$2\,(R_1\,l_1 - R_2\,l_2) = Q_1\,l_1 - Q_2\,l_2, \text{ oder}$$
$$16\,(R_1\,l_1\,l_2 - R_2\,l_2^2) = 8\,l_2\,(Q_1\,l_1 - Q_2\,l_2),$$

daher ergiebt ſich durch Addition

$$16\,R_1\,l_1\,(l_1 + l_2) = Q_1\,l_1\,(5\,l_1 + 8\,l_2) - 3\,Q_2\,l_2^2,$$

und es folgen die Drücke

$$R_1 = \frac{Q_1\,l_1\,(5\,l_1 + 8\,l_2) - 3\,Q_2\,l_2^2}{16\,l_1\,(l_1 + l_2)},$$

$$R_2 = \frac{Q_2\,l_2\,(5\,l_2 + 8\,l_1) - 3\,Q_1\,l_1^2}{16\,l_2\,(l_1 + l_2)} \text{ und}$$

$$R = Q_1 + Q_2 - (R_1 + R_2)$$
$$= \frac{Q_1\,l_1\,(11\,l_1\,l_2 + 8\,l_2^2 + 3\,l_1^2) + Q_2\,l_2\,(11\,l_1\,l_2 + 8\,l_1^2 + 3\,l_2^2)}{16\,l_1\,l_2\,(l_1 + l_2)}$$
$$= \frac{Q_1\,l_1\,(8\,l_2 + 3\,l_1) + Q_2\,l_2\,(8\,l_1 + 3\,l_2)}{16\,l_1\,l_2}.$$

Noch hat man das Biegungsmoment im Punkte N:

$$\tfrac{1}{2}\,R_1\,l_1 = \frac{Q_1\,l_1\,(5\,l_1 + 8\,l_2) - 3\,Q_2\,l_2^2}{32\,(l_1 + l_2)}, \text{ das im Punkte } O:$$

$$\tfrac{1}{2}\,R_2\,l_2 = \frac{Q_2\,l_2\,(5\,l_2 + 8\,l_1) - 3\,Q_1\,l_1^2}{32\,(l_1 + l_2)}, \text{ und das in } C:$$

$$(Q_1 - 2\,R_1)\,\frac{l_1}{2} = \frac{3\,(Q_1\,l_1^2 + Q_2\,l_2^2)}{16\,(l_1 + l_2)}.$$

Setzt man den größten dieſer drei Werthe $= \frac{WT}{e}$, ſo erhält man die Gleichung zur Berechnung der nöthigen Stärke des Balkens.

Für $l_1 = l_2 = \frac{l}{2}$ iſt $R_1 = \frac{13\,Q_1 - 3\,Q_2}{32}$, $R_2 = \frac{13\,Q_2 - 3\,Q_1}{32}$,

$$R = \frac{11\,(Q_1 + Q_2)}{16},\ \tfrac{1}{2}\,R_1\,l_1 = \left(\frac{13\,Q_1 - 3\,Q_2}{128}\right) l,$$

$$\tfrac{1}{2}\,R_2\,l_2 = \left(\frac{13\,Q_2 - 3\,Q_1}{128}\right) l \text{ und } (Q_1 - 2\,R_1)\,\frac{l_1}{2} = \frac{3\,(Q_1 + Q_2)\,l}{64}.$$

Iſt der Balken gleichmäßig, und zwar jede Längeneinheit deſſelben mit q belaſtet, ſo hat man die ganze Laſt $Q = q\,l$, und es iſt zu ſetzen.

1) $R_1 + R_2 + R = q\,l$.

Ferner iſt, da die Momente auf beiden Seiten von C einander gleich ſind,

$$R_1\,l_1 - \tfrac{1}{2}\,q\,l_1^2 = R_2\,l_2 - \tfrac{1}{2}\,q\,l_2^2, \text{ oder}$$

2) $R_1 l_1 - R_2 l_2 = {}^1/_2 q\,(l_1^2 - l_2^2)$.

Nun ſind die Bogenhöhen

$$AK = a_1 = \left(\frac{R_1}{3} - \frac{q l_1}{8}\right)\frac{l_1^3}{WE} \text{ und}$$

$$BL = a_2 = \left(\frac{q l_2}{8} - \frac{R_2}{3}\right)\frac{l_2^3}{WE}; \text{ daher hat man hier}$$

$$\frac{\frac{R_1}{3} - \frac{q l_1}{8}}{\frac{q l_2}{8} - \frac{R_2}{3}} = \frac{l_2^2}{l_1^2}, \text{ oder}$$

3) $8\,(R_1 l_1^2 + R_2 l_2^2) = 3\,q\,(l_1^3 + l_2^3)$.

Aendert man die Gleichung Nr. 2 in folgende um:

$$8 R_1 l_1 l_2 - 8 R_2 l_2^2 = 4 q\,(l_1^2 - l_2^2)\,l_2,$$

und addirt dieſelbe nun zu Nr. 3, ſo erhält man

$$8 R_1 l_1\,(l_1 + l_2) = q\,(3 l_1^3 + 4 l_1^2 l_2 - l_2^3),$$

und hiernach folgende Formeln für die Drücke auf die Stützpunkte

$$R_1 = \frac{q\,(3 l_1^3 + 4 l_1^2 l_2 - l_2^3)}{8 l_1\,(l_1 + l_2)},$$

$$R_2 = \frac{q\,(3 l_2^3 + 4 l_2^2 l_1 - l_1^3)}{8 l_2\,(l_1 + l_2)} \text{ und}$$

$$R = q l - (R_1 + R_2)$$

$$= \frac{q\,(l_1^4 + 5 l_1^3 l_2 + 8 l_1^2 l_2^2 + 5 l_2^3 l_1 + l_2^4)}{8 l_1 l_2\,(l_1 + l_2)}$$

$$= \frac{q\,(l_1^3 + 4 l_1 l_2\,(l_1 + l_2) + l_2^3)}{8 l_1 l_2}.$$

Die Biegungsmomente für die Stellen, welche um x_1 und x_2 von den Stützpunkten A und B abſtehen, ſind

$M_1 = R_1 x_1 - \frac{q x_1^2}{2}$ und $M_2 = R_2 x_2 - \frac{q x_2^2}{2}$, und haben ſowohl für $x_1 = \frac{R_1}{q}$ und $x_2 = \frac{R_2}{q}$, als auch für $x_1 = l_1$ und $x_2 = l_2$ ihre Maximalwerthe, nämlich im erſten Falle

$M_1 = \frac{R_1^2}{2q}$ und $M_2 = \frac{R_2^2}{2q}$, und im zweiten Falle

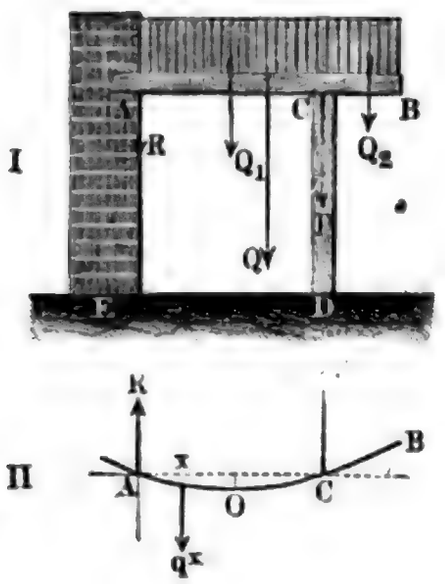
$M_1 = R_1 l_1 - \frac{q l_1^2}{2}$ und $M_2 = R_2 l_2 - \frac{q l_2^2}{2}$.

Um die nöthige Stärke des Balkens zu finden, iſt, wie bekannt, der größte dieſer Maximalwerthe $= \frac{WT}{e}$, z. B. $= \frac{b h^2 T}{6}$ zu ſetzen.

Unterstützung durch eine Aussensäule. Zuweilen ruht ein Balken oder Träger AB, Fig. 79 I., nur mit einem Endpunkte A auf einem Widerlager auf und ist außerdem noch von einer Säule CD unterstützt. Ist dann wieder der Balken auf seiner ganzen Länge durch das Gewicht Q gleichmäßig belastet, und die Säule im Abstande $AC = l_1$ von Widerlager A angebracht, so kann man, unter der Voraussetzung, daß der Druck P auf die Säule den im Schwerpunkte, also am Hebelarm $\frac{l}{2}$ wirkenden Gewichte Q der Last in Hinsicht auf A als Drehungspunkt, das Gleichgewicht hält, setzen: $Pl_1 = Q\frac{l}{2}$, und daher den Druck auf die Säule:

§. 48

Fig. 79.



$$P = {}^1/_2\,\frac{Ql}{l_1},$$

sowie den Druck im Stützpunkte A:

$$R = Q - P = \left(1 - {}^1/_2\,\frac{l}{l_1}\right) Q.$$

Ferner trägt das Balkenstück AC von der Länge l_1 die Last: $Q_1 = \frac{l_1}{l}\,Q$, und dagegen das freie Endstück BC von der Länge l_2 die Last: $Q_2 = \frac{l_2}{l}\,Q$.

Das Biegungsmoment des Balkens in Hinsicht auf einen Punkt O, Fig. 79, II., welcher um $AO = x$ vom Stützpunkte A absteht, ist $M = \pm\left(Rx - \frac{qx^2}{2}\right)$, und zwar ein Maximum für $x = \frac{R}{q}$ und für $x = l_1$. Die entsprechenden Maximalwerthe sind

$$\frac{R^2}{2q} = \left(1 - {}^1/_2\,\frac{l}{l_1}\right)^2 \frac{Ql}{2} \text{ und } Rl_1 - \frac{ql_1^2}{2} = (l - l_1)^2\,\frac{Q}{2l}.$$

Setzt man das eine oder andere dieser Momente dem Tragmomente $\frac{bh^2T}{6}$ gleich, so erhält man zur Bestimmung der Balkenstärke bh^2 entweder

$$= 3\left(1 - {}^1/_2\,\frac{l}{l_1}\right)^2 \frac{Ql}{T} \text{ oder } = 3\,(l - l_1)^2\,\frac{Q}{lT}.$$

Z. B. für $l_1 = l$ ist nach der ersten Formel, so wie für $l_1 = \frac{1}{2} l$, nach der zweiten Formel:

$$bh^2 = \frac{3}{4} \frac{Ql}{T}.$$

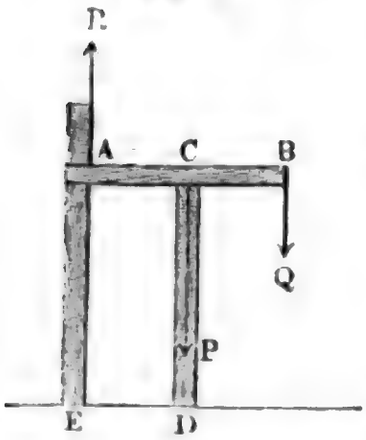
Für das zweite Balkenstück BC hat man dagegen (s. Band I., §. 240):

$$Q_2 = \frac{2bh^2}{l_2} \cdot \frac{T}{6} = \frac{1}{3} \cdot \frac{bh^2}{l_2} T, \text{ und daher:}$$

$$bh^2 = 3 \cdot \frac{Q_2 l_2}{T} = 3 \cdot \frac{Ql_2^2}{Tl}.$$

In vielen Fällen der Anwendung hängt die Last Q am Ende B, Fig. 80, eines Trägers AB, wobei sich der Druck auf die Säule A

Fig. 80.



$$P = \frac{l}{l_1} Q,$$

und daher der auf das Widerlager AE

$$R = P - Q = \left(\frac{l}{l_1} - 1\right) Q$$

$$= \left(\frac{l - l_1}{l_1}\right) Q = \frac{l_2}{l_1} Q$$

setzen läßt. Es wirkt natürlich die letztere Kraft negativ, d. i. von unten nach oben.

Das Balkenstück AC wird durch die Kraft R gebogen, es ist daher für dasselbe:

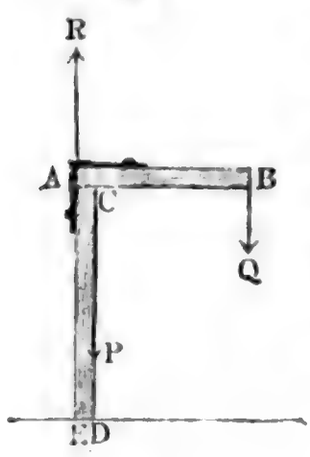
$$R = \frac{bh^2}{l_1} \cdot \frac{T}{6}, \text{ und } bh^2 = 6 \frac{Rl_1}{T} = 6 \frac{Ql_2}{T},$$

und das Stück BC wird durch die Kraft Q gebogen, folglich ist für dasselbe,

$$Q = \frac{bh^2}{l_2} \cdot \frac{T}{6}, \text{ und } bh^2 = 6 \frac{Ql_2}{T}.$$

Ist der Balken AB in dem einen oder dem anderen Falle bei A fest eingemauert, so läßt sich die Tragfähigkeit desselben nach Band I., §. 247 beurtheilen.

Fig. 81.



Hat endlich der Balken AB, Fig. 81, nur eine Stütze oder Säule AD, so wirkt er auf den Kopf AC derselben genau so wie im letzten Falle auf das Widerlager A und die Säule CD zusammen. Ist dann l_1 die Breite AC des Säulenkopfes, und l_2 die Länge BC des freiliegenden Balkenstückes, so hat man den Druck längs der inneren Seite CD der Säule:

$$P = \frac{l}{l_1} Q,$$

und den Zug längs der äußeren Seite AE, welche durch eine besondere Befestigung, z. B. durch ein Band oder eine Klammer vom Balken auf die Säule überzutragen ist:

$$R = \frac{l_2}{l}\, Q = \frac{l - l_1}{l_1}\, Q.$$

Die Säule AD wird nicht allein durch die Kraft Q zusammengedrückt, sondern auch mit dem Momente Ql gebogen, und es ist daher der Querschnitt derselben nach einer Formel (s. Band I., §. 271) der zusammengesetzten Festigkeit zu berechnen.

Beispiel. Wenn der 20 Fuß lange gußeiserne Träger AB, Fig. 80, an seinem Ende B eine Last $Q = 5000$ Pfund tragen und hierbei in seiner Mitte von einer Säule CD unterstützt werden soll, so läßt sich unter der Voraussetzung, daß derselbe in A nicht festgehalten wird, sondern nur oben anliegt, der Druck auf die Säule: $P = 2\,Q = 10000$ Pfund, und folglich der im Stützpunkte A, $R = P - Q = 5000$ Pfund setzen, und es ist für die Querschnittsdimensionen dieses Trägers:

$$bh^2 = 6 \cdot \frac{Ql}{2\,T} = 3 \cdot \frac{5000 \cdot 240}{T} = \frac{3600000}{T},$$

folglich, wenn man $h = 3\,b$ und $T = 9000$ setzt:

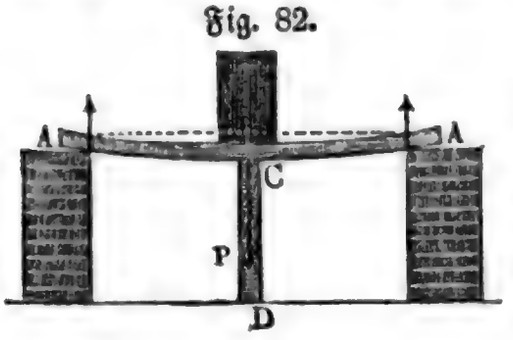
$$9\,b^3 = \frac{3600000}{9000} = 400,$$

woraus nun die Trägerbreite: $b = \sqrt[3]{400/9} = \sqrt[3]{44{,}4} = 3{,}55$ Zoll, und die Trägerdicke: $h = 3\,b = 10{,}65$ Zoll folgt.

Zusammendrückung der Säulen. Die im Vorstehenden entwickelte Theorie der Vertheilung des Druckes eines Trägers oder Balkens auf die ihn unterstützenden Säulen ist nur unter der Voraussetzung streng begründet, daß man es mit vollkommen starren Säulen zu thun habe, welche sich durch die von ihnen aufgenommenen Kräfte in ihrer Länge nicht verändern. Da dies aber nicht der Fall ist, so müssen wir noch untersuchen, welchen Einfluß noch die Zusammendrückung und die Ausdehnung der Trag- und Hängesäulen auf die Vertheilung des Druckes eines Trägers hat. §. 49

Trägt der an beiden Enden aufliegende Balken in seiner Mitte C, Fig. 82, eine Last P und ist er auch daselbst von einer Säule CD unterstützt, so nimmt ein Theil P_1 dieser Kraft die Druckelasticität der Säule, und ein Theil P_2 derselben die Biegungselasticität des Balkens in sich auf. Es ist, wenn F_1 den Querschnitt, E_1 den Elasticitätsmodul, l_1 die Länge und λ die Größe der Zusammendrückung dieser Säule bezeichnen:

Fig. 82.



$$P_1 = \frac{\lambda}{l_1} F_1 E_1 \text{ (ſ. Band I., §. 204).}$$

Da λ zugleich die Pfeilhöhe oder Durchbiegung a der vom Balken gebildeten elaſtiſchen Linie ACA iſt, ſo iſt die Kraft zum Biegen des Balkens:

$$P_2 = 48 \frac{a W E}{l^3} = 4 \lambda \frac{b h^3}{l^3} E \text{ (ſ. Band I., §. 217),}$$

und es folgt nun durch Diviſion der letzten Ausdrücke in einander:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{4 b h^3}{l^3} \cdot \frac{l_1}{F_1} \frac{E}{E_1}.$$

Da $P_1 + P_2 = P$ iſt, ſo hat man auch:

$$P_1 \left(1 + \frac{4 b h^3}{l^3} \cdot \frac{l_1 E}{F_1 E_1}\right) = P, \text{ und es folgt:}$$

$$P_1 = \frac{l^3 F_1 E_1 . P}{l^3 F_1 E_1 + 4 l_1 b h^3 E}, \text{ ſowie:}$$

$$P_2 = \frac{4 b h^3 l_1 E}{l^3 F_1 E_1 + 4 l_1 b h^3 E} \cdot P.$$

In der Regel iſt $l^3 F_1 E_1$ viel größer als $4 l_1 b h^3 E$, ſo daß der letztere Werth gegen den erſten vernachläſſigt werden kann; deshalb iſt auch meiſtens $P_1 = P$, dagegen aber $P_2 = 0$ zu ſetzen.

Sollten beide Körper, der Balken und die Säule, gleichmäßig, und zwar bis zur Elaſticitätsgrenze geſpannt werden, ſo hätte man, wenn T und T_1 die Tragmodul für dieſelben bezeichnen:

$$P_1 = F_1 T_1 \text{ und } P_2 = {}^2/_3 \frac{b h^2}{l} T$$

zu ſetzen, und es wäre folglich auch:

$$\frac{P_2}{P_1} = {}^2/_3 \frac{b h^2}{F_1 l} \frac{T}{T_1}.$$

Setzt man dieſes Verhältniß dem obigen Werthe für $\frac{P_2}{P_1}$ gleich, ſo erhält man die Gleichung:

$$\frac{4 b h^3}{l^3} \frac{l_1}{F_1} \frac{E}{E_1} = {}^2/_3 \frac{b h^2}{F_1 l} \cdot \frac{T}{T_1},$$

woraus die Balkenhöhe $h = {}^1/_6 \cdot \frac{l^2 T E_1}{l_1 T_1 E}$ folgt.

Wäre noch $T_1 = T$, ſowie $E_1 = E$, ſo hätte man einfach $h = {}^1/_6 \frac{l^2}{l_1}$, und daher z. B. für $l_1 = l$, $h = {}^1/_6 l$ zu nehmen.

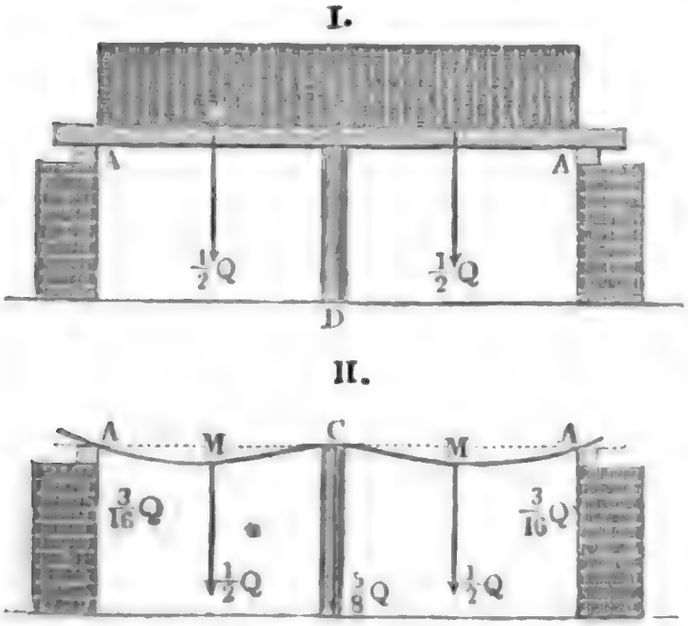
In der Praxis wird man immer von der Säule den größten Theil der Laſt tragen laſſen, und daher den Querſchnitt der Säule durch den Aus-

druck $F_1 = \frac{P}{T_1}$ bestimmen können, wobei die Querschnittsdimensionen des Balkens ganz außer Betracht kommen.

Sehr gewöhnlich besteht die Kraft P, welche mittels jenes Balkens auf eine Säule wirkt, in der Summe zweier anderen Kräfte, welche aus einer zu beiden Seiten der Säule auf dem Balken ruhenden Last hervorgehen. Hat man es z. B. mit dem aus §. 41 bekannten Falle in Figur 83 zu thun, wo die Last Q zu beiden Seiten der Säule CD auf den Balken gleichmäßig vertheilt ist, und letzterer mit seinen Enden auf Widerlagern aufruht, so trägt die Säule, wenn sie vollkommen starr ist, den Theil $^5/_8\ Q$.

§. 50

Fig. 83.



Da aber in Wirklichkeit die Säule elastisch ist, und sich um die Größe $\lambda = \frac{P l_1}{F_1 E_1}$ zusammendrückt, so bleibt auch die Balkenmitte C mit den Enden A, A nicht in einerlei Niveau und es ist also die Bogenhöhe des Balkenstückes MC, Fig. 83, II., nicht mehr so groß als die des Balkenstückes MA, sondern die eine um λ größer als die andere.

Setzen wir deshalb im Ausdrucke

$$y = \frac{P_1 (l^2 x - {}^1/_3 x^3)}{2 WE} - \frac{q (l^3 x - {}^1/_4 x^4)}{6 WE}$$ des §. 217 u. §. 223 Bd. I.,

$$y = \lambda,\ x = l,\ P_1 = R \text{ und } ql = Q,$$

so erhalten wir folgende Bestimmungsgleichung:

$$\lambda = \frac{R l^3}{3 WE} - \frac{Q l^3}{8 WE},$$

woraus sich der Druck auf ein Widerlager

$$R = {}^3/_8\ Q + \frac{3 \lambda WE}{l^3}$$ ergiebt.

Wenn wir diese Formel auf unseren Fall, wo der Balken statt an einem Ende mit beiden Enden aufruht, anwenden wollen, so müssen wir

$\frac{Q}{2}$ ſtatt Q und $\frac{l}{2}$ ſtatt l

ſetzen, ſo daß nun

$$R = {}^3/_{16}\, Q + 24\,\frac{\lambda\, WE}{l^3} = {}^3/_{16}\, Q + 24\,\frac{Pl_1}{F_1 E_1}\cdot\frac{WE}{l^3}$$ folgt.

Hieraus ergiebt ſich nun für den Druck P auf die Säule in der Mitte des Balkens:

$$P = Q - 2R = {}^5/_8\, Q - 48\,\frac{Pl_1}{F_1 E_1}\,\frac{WE}{l^3}, \text{ oder}$$

$$P\left(1 + 48\,\frac{WEl_1}{F_1 E_1 l^3}\right) = {}^5/_8\, Q.$$

Daher iſt dieſer Druck ſelbſt:

$$P = \frac{{}^5/_8\, Q}{1 + 48\,\frac{WEl_1}{F_1 E_1 l^3}},$$

und der Druck auf ein Widerlager:

$$R = {}^3/_{16}\, Q + 24\,\frac{WEl_1}{F_1 E_1 l^3}\cdot\frac{{}^5/_8\, Q}{1 + 48\,\frac{WEl_1}{F_1 E_1 l^3}}$$

$$= {}^3/_{16}\, Q\left(1 + \frac{80\; WEl_1}{F_1 E_1 l^3 + 48\; WEl_1}\right).$$

Hat man es mit einem parallelepipediſchen Balken zu thun, ſo iſt

$W = \frac{bh^3}{12}$ (ſ. Band I., §. 226) zu ſetzen.

In den meiſten Fällen der Anwendung iſt die Länge l des Balkens ſo groß, daß $\frac{48\, WEl_1}{F_1 El^3}$ gegen 1 vernachläſſigt, und daher

$$P = {}^5/_8\, Q \text{ und } R = {}^3/_{16}\, Q$$

geſetzt werden kann (ſ. §. 41).

Um die Querſchnittsdimenſionen b und h des Balkens, ſowie den Querſchnitt F_1 der Säule zu ermitteln, ſetzen wir wieder das Biegungsmoment einer Balkenhälfte in Hinſicht auf die Mitte:

$$\frac{Q}{2}\cdot\frac{l}{4} - R\,\frac{l}{2} = bh^2\,\frac{T}{6}, \text{ ſo daß wir}$$

$$Q - 4R = {}^4/_3\,\frac{bh^2}{l}\,T, \text{ oder}$$

$$Q - {}^3/_4\, Q\left(1 + \frac{80\; WEl_1}{F_1 E_1 l^3 + 48\, WEl_1}\right) = {}^4/_3\,\frac{bh^2}{l}\,T \text{ erhalten.}$$

Setzen wir dann noch in

$$P = \frac{{}^5/_8\, Q}{1 + 48\,\frac{W E l_1}{F_1 E_1 l^3}} = \frac{{}^5/_8\, Q F_1 E_1 l^3}{F_1 E_1 l^3 + 48\, W E l_1},$$

$P = F_1 T_1$, ſo ergiebt ſich

$$F_1 E_1 l^3 + 48\, W E l_1 = {}^5/_8\,\frac{Q E_1 l^3}{T_1}, \text{ daher:}$$

$$\frac{Q}{4}\left(1 - \frac{384\, W E T_1 l_1}{Q E_1 l^3}\right) = {}^4/_3\,\frac{b h^2}{l}\, T, \text{ und}$$

$$b h^2 = {}^3/_{16}\,\frac{Q l}{T}\left(1 - \frac{32\, b h^3 l_1 E T_1}{l^3 Q E_1}\right).$$

Hat man mittels dieſer Formel die Querſchnittsdimenſionen des Balkens gefunden, wobei natürlich vorausgeſetzt wird, daß das Verhältniß $\frac{h}{b}$ zwiſchen denſelben gegeben iſt, ſo kann man dann auch leicht den Querſchnitt der Säule mittels der Formel:

$$F_1 = \frac{P}{T_1} = \frac{{}^5/_8\,\frac{Q}{T_1}}{1 + \frac{4\, b h^3 l_1 E}{F_1 E_1 l^3}} \text{ berechnen.}$$

Wäre die Laſt Q nicht gleichmäßig auf den ganzen Balken, ſondern nur auf die Mittelpunkte M und M zwiſchen je zwei Stützpunkten vertheilt, ſo hätte man (ſ. Band I., §. 247).

$$P_1 = {}^5/_{32}\, Q + 24\,\lambda\,\frac{W E}{l^3}, \text{ folglich:}$$

$$P = Q - 2\, P_1 = {}^{11}/_{16}\, Q - 48\,\frac{P l_1}{F_1 l^3}\cdot\frac{W E}{E_1},$$

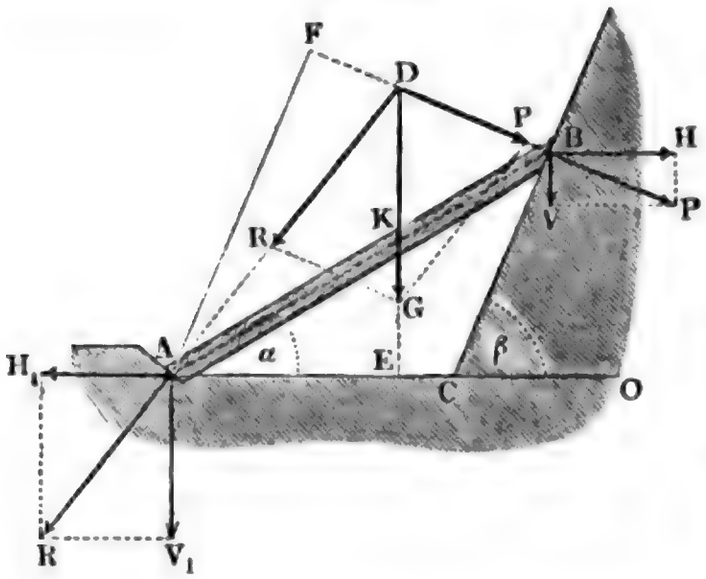
ſo daß nun der Druck auf die Säule

$$P = \frac{{}^{11}/_{16}\, Q}{1 + 48\,\frac{W E l_1}{F_1 E_1 l^3}} \text{ folgen würde.}$$

Grundformeln für Sparren und Streben. Wenn ein §. 51
Sparren oder eine Strebe AB, Fig. 84 (a. f. S.), in einem Endpunkte A unterſtützt iſt und ſich mit dem anderen Endpunkte B gegen eine ſchräge Wand BC anlehnt, ſo laſſen ſich die Kräfte, mit welchen er in dieſen Punkten gegen ſeine Unterſtützungen drückt, wie folgt beſtimmen. Da wir von der Reibung abſehen wollen, ſo iſt die Kraft P, mit welcher er gegen die Ebene BC drückt, rechtwinkelig gegen BC gerichtet anzunehmen. Iſt nun G das Gewicht des Körpers AB ſammt ſeiner Belaſtung und K der Schwerpunkt deſſelben, ſo kann man daſſelbe in dem Durchſchnitte D der verticalen Schwerlinie DE mit der Normalen DB zu BC angreifen laſ-

ſen und hier in zwei Seitenkräfte P und R zerlegen, wovon P die von BC aufzunehmende Normalkraft und R eine nach dem Stützpunkte A gerichtete und von dieſem Punkte aufzunehmende Seitenkraft iſt. Um die Kraft P zu finden, denken wir uns G und P als die Kräfte eines Winkelhebels mit dem Stützpunkte A und den gegen DK und DB winkelrecht gelegten Hebelarmen AE und AF. Da die Momente $G.\overline{AE}$ und $P.\overline{AF}$ dieſer Kräfte einander gleich ſind, ſo erhalten wir folgenden Ausdruck für die geſuchte Seitenkraft, mit welcher der Hebel in B gegen die Unterſtützungsebene drückt:

Fig. 84.



$$P = \frac{G.\overline{AE}}{AF}.$$

Iſt noch l die Länge AB des Körpers, s der Abſtand AK ſeines Schwerpunktes K vom Stützpunkte A, in der Axenrichtung des Körpers gemeſſen, ferner α der Neigungswinkel BAO des Körpers AB und β der Neigungswinkel BCO der Stützebene BC gegen den Horizont AO, ſo hat man:

$$AE = AK\ cos.\ BAO = s\ cos.\ \alpha \text{ und}$$
$$AF = AB\ cos.\ BAF = AB\ cos.\ ABC = l\ cos.\ (\beta - \alpha),$$

und daher die geſuchte Kraft:

$$\text{I.)}\quad P = \frac{Gs\ cos.\ \alpha}{l\ cos.\ (\beta - \alpha)}.$$

Der horizontale Component dieſer Kraft iſt:

$$H = P\ sin.\ GDP = P\ sin.\ BCO = P\ sin.\ \beta, \text{ d. i.}$$
$$H = \frac{Gs\ cos.\ \alpha\ sin.\ \beta}{l\ cos.\ (\beta - \alpha)},$$

und dagegen der verticale Component:

$$V = P\ cos.\ BCO = P\ cos.\ \beta, \text{ d. i.}$$
$$V = \frac{Gs\ cos.\ \alpha\ cos.\ \beta}{l\ cos.\ (\beta - \alpha)} = H\ cotang.\ \beta.$$

Für den Druck R im Stützpunkte A hat man den horizontalen Componenten ebenfalls:

$$H = \frac{G s \cos.\alpha \sin.\beta}{l \cos.(\beta - \alpha)};$$

dagegen iſt der verticale Component:

$$V_1 = G - V = G\left(1 - \frac{s \cos.\alpha \cos.\beta}{l \cos.(\beta - \alpha)}\right) = G - H \operatorname{cotang.}\beta.$$

Dieſer Druck ſelbſt iſt:

II.) $$R = \sqrt{H^2 + V_1^2} = \sqrt{H^2 + (G - H \operatorname{cotang.}\beta)^2},$$

und für den Neigungswinkel $DAC = \delta$ ſeiner Richtung gegen den Horizont iſt:

$$\operatorname{tang.}\delta = \frac{V_1}{H} = \frac{G}{H} - \operatorname{cotang.}\beta = \frac{l}{s}\,\frac{\cos.(\beta - \alpha)}{\cos.\alpha \sin.\beta} - \operatorname{cotang.}\beta.$$

Wenn ſich der Körper AB, Fig. 85, in B an eine verticale Wand

Fig. 85.

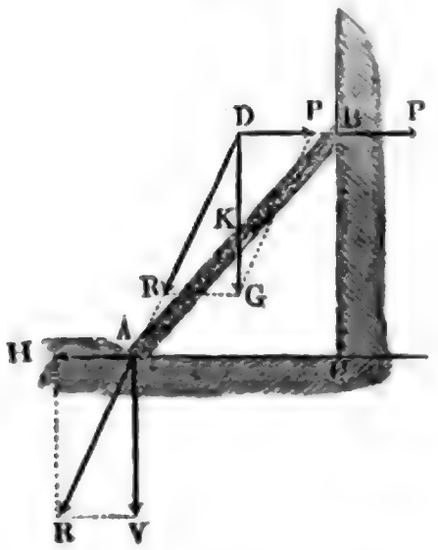
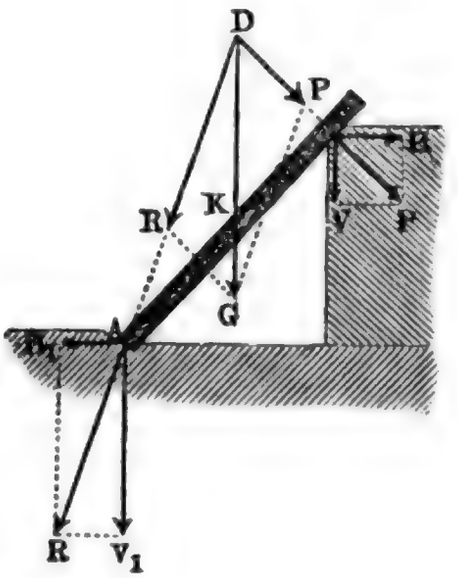


Fig. 86.



BC anlehnt, ſo iſt $\beta = 90^0$, und daher:

$$P = H = \frac{G s \cos.\alpha}{l \cos.(90 - \alpha)} = \frac{G s \cos.\alpha}{l \sin.\alpha} = \frac{G s}{l} \operatorname{cotang.}\alpha,$$

ferner:

$$V = P \cos.\beta = P \cos. 90^0 = 0, \text{ wogegen:}$$
$$V_1 = G - V = G,$$

folglich:

$$R = \sqrt{\left(G\,\frac{s}{l} \operatorname{cotang.}\alpha\right)^2 + G^2} = G\sqrt{\left(\frac{s}{l}\operatorname{cotang.}\alpha\right)^2 + 1} \quad \text{und}$$

$$\operatorname{tang.}\delta = \frac{l}{s} \operatorname{tang.}\alpha$$

ſich herausſtellen.

Fällt die Neigung β der Ebene BC, Fig. 86, mit der des Balkens AB zuſammen, iſt alſo $\beta = \alpha$, ſo iſt:

$$P = \frac{G\,s\ cos.\,\alpha}{l\ cos.\,0} = G\,\frac{s}{l}\ cos.\,\alpha,$$

$$H = G\,\frac{s}{l}\ sin.\,\alpha\ cos.\,\alpha = {}^1/_2\,G\,\frac{s}{l}\ sin.\,2\,\alpha,$$

$$V = G\,\frac{s}{l}\,(cos.\,\alpha)^2,$$

$$V_1 = G\left(1 - \frac{s}{l}\,(cos.\,\alpha)^2\right), \text{ daher:}$$

$$R = G\sqrt{\left(\frac{s}{l}\ sin.\,\alpha\ cos.\,\alpha\right)^2 + \left(1 - \frac{s}{l}\,(cos.\,\alpha)^2\right)^2} \text{ und}$$

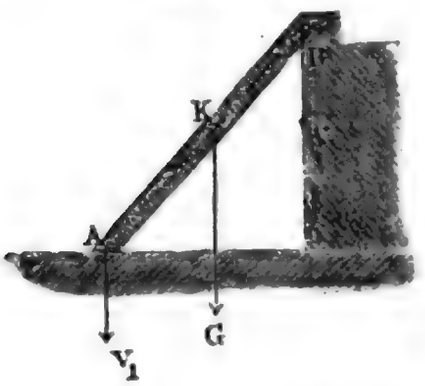
$$tang.\,\delta = \frac{2l}{s\ sin.\,2\,\alpha} - cotang.\,\alpha.$$

Liegt dagegen das zu dieſem Zwecke beſonders geformte Ende B des Balkens AB, Fig. 87, auf einer horizontalen Ebene, iſt alſo $\beta = 0^0$, ſo hat man:

$$P = \frac{G\,s\ cos.\,\alpha}{l\ cos.\,(0-\alpha)} = \frac{G\,s\ cos.\,\alpha}{l\ cos.\,\alpha} = G\,\frac{s}{l},$$

ferner:

Fig. 87.



$$H = P\ sin.\,\beta = 0,$$

$$V = P\ cos.\,\beta = P = G\,\frac{s}{l},$$

$$V_1 = G - V = G\left(1 - \frac{s}{l}\right),$$

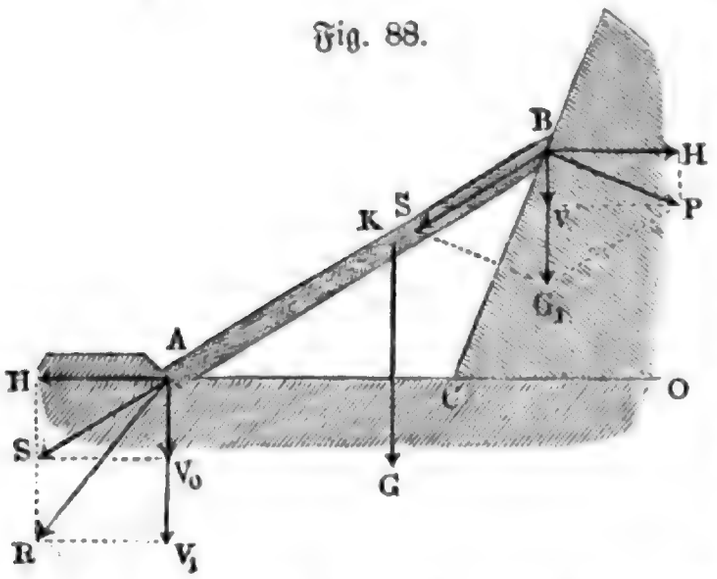
ferner

$$R = V_1 = G\left(1 - \frac{s}{l}\right) \text{ und}$$

$$tang.\,\delta = \infty, \text{ alſo}$$

$$\delta = 90^0.$$

Fig. 88.



Anmerkung. Man kann die Bedingungen des Gleichgewichtes eines unterſtützten Sparrens oder anderen Holzkörpers auch leicht dadurch finden, daß man ſich das Gewicht G, Fig. 88, deſſelben vom Schwerpunkte K weg, und auf die beiden End- oder Stützpunkte verlegt denkt. Es iſt dann der Theil des Gewichtes G, welcher in B niederzieht:

$$G_1 = G\,\frac{AK}{AB} = \frac{Gs}{l},$$

und der andere Theil deſſelben, welcher in A wirkſam iſt:

$$G_2 = G - G_1 = G\left(1 - \frac{s}{l}\right).$$

Das Gewicht G_1 läßt sich in die Seitenkraft P, welche rechtwinkelig gegen die Stützebene BC wirkt, und in die Seitenkraft S, welche in der Axe des Sparrens wirkt, und daher die Spannung des letzteren ausdrückt, zerlegen, und es ist:

$$\frac{P}{G_1} = \frac{\sin. BG_1P}{\sin. BPG_1} = \frac{\sin.(90^0 - \alpha)}{\sin.(\alpha + 90^0 - \beta)} = \frac{\cos.\alpha}{\cos.(\beta - \alpha)}, \text{ daher}$$

$$P = \frac{G_1 \cos.\alpha}{\cos.(\beta - \alpha)} = \frac{Gs \cos.\alpha}{l \cos.(\beta - \alpha)}, \text{ und}$$

$$H = P \sin.\beta = \frac{Gs \cos.\alpha \sin.\beta}{l \cos.(\beta - \alpha)}, \text{ sowie:}$$

$$V = P \cos.\beta = \frac{Gs \cos.\alpha \cos.\beta}{l \cos.(\beta - \alpha)}.$$

Für die Spannung S ist:

$$\frac{S}{G_1} = \frac{\sin. PBG_1}{\sin. BPG_1} = \frac{\sin.\beta}{\cos.(\beta - \alpha)}, \text{ folglich:}$$

$$S = \frac{G_1 \sin.\beta}{\cos.(\beta - \alpha)} = \frac{Gs \sin.\beta}{l \cos.(\beta - \alpha)},$$

deren Componenten

$$H = S \cos.\alpha = \frac{Gs \cos.\alpha \sin.\beta}{l \cos.(\beta - \alpha)} \text{ und}$$

$$V_0 = S \sin.\alpha = \frac{Gs \sin.\alpha \sin.\beta}{l \cos.(\beta - \alpha)} \text{ sind.}$$

Vereinigt man die letztere Kraft mit dem Gewichtstheile $G_2 = G - \frac{s}{l} G$, durch Addition, so erhält man ebenfalls, wie oben, den gesammten Verticaldruck im Stützpunkte A:

$$V_1 = G - \frac{s}{l} G + V_0 = G\left[1 - \frac{s}{l}\left(1 - \frac{\sin.\alpha \sin.\beta}{\cos.(\beta - \alpha)}\right)\right]$$

$$= G\left(1 - \frac{s}{l} \cdot \frac{\cos.\alpha \cos.\beta}{\cos.(\beta - \alpha)}\right).$$

Sparrenschub. Die im vorigen Paragraphen gefundenen Formeln finden nun ihre Anwendung bei der Theorie der Dach- oder Sparrenconstructionen. Es ist hiernach bei den Dächern ohne Säule, Fig. 89 u. Fig. 90, der horizontale Sparrenschub sowohl im unteren als im oberen Ende: §. 52

Fig. 89.

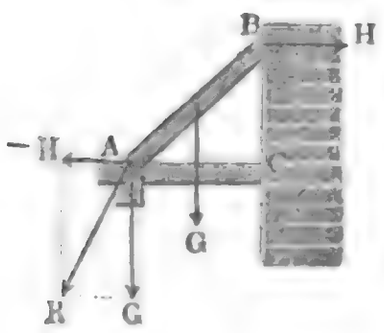
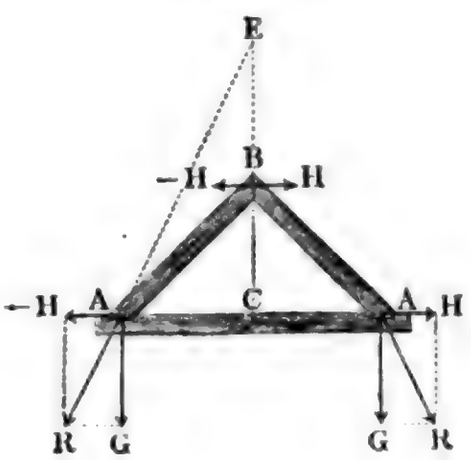


Fig. 90.



$$H = \frac{G\,s}{l}\ \mathit{cotang.}\,\alpha,$$

oder, da hier $s = {}^1/_2\,l$ geſetzt werden kann:

$$H = {}^1/_2\,G\ \mathit{cotang.}\,\alpha;$$

ferner der Verticaldruck im oberen Ende, = Null, und im unteren, gleich dem Gewichte G des belaſteten Sparrens. Setzt man die Dachhöhe $BC = h$ und die (halbe) Breite $AC = b$, ſo hat man $\mathit{cotang.}\,\alpha = \frac{b}{h}$, daher den Sparrenſchub:

$$H = {}^1/_2\,G\,\frac{b}{h}.$$

Es wächſt alſo der (horizontale) Sparrenſchub direct wie die Breite oder Tiefe des Hauſes und umgekehrt wie die Dachhöhe. Gewöhnlich liegt h zwiſchen den Grenzen $2\,b$ und ${}^1/_2\,b$. Erſteres Verhältniß findet bei den hohen Kirchdächern, letzteres bei den flachen italieniſchen Hausdächern ſtatt; dort iſt $\alpha = 63^0\,26'$, hier aber $\alpha = 26^0\,34'$. Der Sparrenſchub iſt bei flachen Dächern ſehr groß, er iſt z. B. für die letzte Sparrenlage gleich der ganzen, dagegen bei der erſten Sparrenneigung nur ein Viertel der Belaſtung des Sparrens. Um den, zumal bei flachen Dächern Gefahr drohenden Sparrenſchub aufzuheben, werden die Sparrenfüße in die Balkenenden eingezapft, oder wohl auch noch durch andere Mittel, z. B. durch beſondere Sparrenſchuhe, vor dem Ausgleiten geſchützt.

Der vollſtändige Druck des Sparrens in ſeinem Fußpunkte A iſt:

$$R = \sqrt{H^2 + V^2} = \sqrt{1 + {}^1/_4\,(\mathit{cotang.}\,\alpha)^2}\,.\,G = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{2h}\right)^2}\,.\,G,$$

und für den Winkel $RAH = \delta$, welchen die Drucklinie mit dem Horizonte einſchließt, hat man:

$$\mathit{tang.}\,\delta = \frac{G}{H} = \frac{G}{{}^1/_2\,G\,\frac{b}{h}} = \frac{2\,h}{b} = 2\,\mathit{tang.}\,\alpha.$$

Man findet alſo hiernach die Richtung des ganzen Sparrenſchubes im Fußpunkte, wenn man die Sparrenhöhe CB verdoppelt (Fig. 90), alſo $CE = 2\,.\,CB$ macht, und eine Linie ER durch den Fußpunkt A und durch den Endpunkt E der Verlängerung zieht.

Beiſpiel. Das Dach ABA, Fig. 90, iſt 40 Fuß tief und 30 Fuß hoch und beſteht aus je 4 Fuß von einander abſtehenden Sparren von 6 Zoll Breite und 8 Zoll Höhe; man ſucht den Sparrenſchub. Nimmt man an, daß jeder Quadratfuß Bedachung 15 Pfund wiegt, ſo erhält man für die Belaſtung eines Sparrens:

$$= 15\,.\,4\,\sqrt{20^2 + 30^2} = 600\,.\,\sqrt{13} = 2163\ \text{Pfund};$$

nun wiegt aber der Sparren ſelbſt, wenn man das Gewicht eines Cubikfußes Holz $= {}^2/_3\,.\,61{,}75 = 41{,}17$ Pfund annimmt:

$= 1/2 . 2/3 . 41{,}17 \sqrt{20^2 + 30^2} = 41{,}7/3 \sqrt{13} = 494{,}8$ Pfund,

es folgt daher der Verticaldruck eines Sparrens

$$V = G = 2163 + 494{,}8 = 2657{,}8 \text{ Pfund},$$

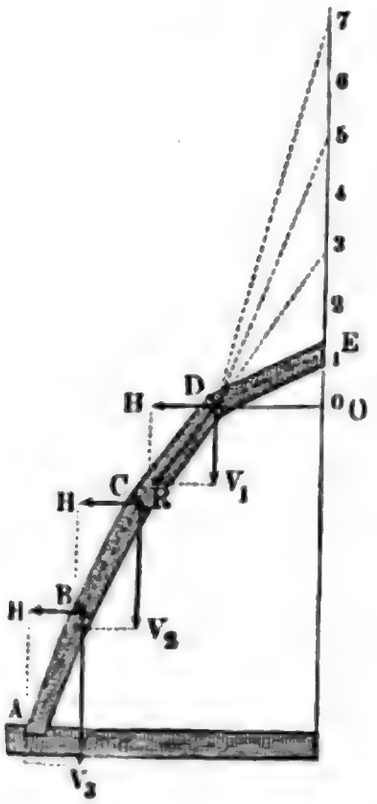
und der Horizontalschub

$$H = 1/2\ G\ \frac{b}{h} = 1/2 . 2692 . 20/30 = 897 \text{ Pfund}.$$

§. 53

Bei manchen Constructionen, zumal bei den sogenannten Mansard-dächern ruht der Sparren DE, Fig. 91, nicht auf einem Balken oder Bundtramen, sondern auf einem zweiten Sparren CD, dieser nach Befinden, wieder auf einem dritten BC u. s. w. Damit nun in diesem Falle die Kraft von einem Sparren auf den anderen vollkommen übertragen werde, ist es nöthig, daß diese Balken gewisse Stellungen gegen einander einnehmen.

Fig. 91.



Diese Stellungen lassen sich mit Hülfe der obigen Theorie wie folgt ermitteln.

Ist G das Gewicht und α der Neigungswinkel EDO des ersten Sparrens, so hat man die Horizontalspannung desselben

$$H = 1/2\ G\ .\ cotang.\ \alpha.$$

und den Verticaldruck desselben in E:

$$V = 1/2\ G.$$

Da sich nun aber in D zu V noch die Hälften der Gewichte beider Sparren DE und CD gesellen, so ist, wenn G_1 das Gewicht und α_1 den Neigungswinkel des Sparrens CD bezeichnen, der Verticaldruck in D:

$$V_1 = V + \frac{G + G_1}{2} = \frac{G}{2} + \frac{G + G_1}{2},$$

und daher für den Neigungswinkel α_1 der Richtung der Mittelkraft R aus H und V_1, welche zugleich die erforderliche Neigung des Sparrens CD ist:

$$tang.\ \alpha_1 = \frac{V_1}{H} = \frac{G}{2H} + \frac{G + G_1}{2H} = tang.\ \alpha + \frac{1/2\ (G + G_1)}{H}.$$

Denkt man sich wieder die Componenten H und V_1 im Eckpunkte C angreifend und zu V_1 die halbe Summe $\frac{G_1 + G_2}{2}$ der Gewichte G_1 und G_2 der Sparren CD und BC addirt, so erhält man für diesen Punkt die Horizontalkraft wieder $= H$, und dagegen die Verticalkraft:

$$V_2 = V_1 + \frac{G_1 + G_2}{2} = \frac{G}{2} + \frac{G + G_1}{2} + \frac{G_1 + G_2}{2},$$

und daher für den Neigungswinkel α_2 des folgenden Sparrens BC:

$$tang.\ \alpha_2 = \frac{V_2}{H} = tang.\ \alpha + \frac{{}^1/_2(G + G_1) + {}^1/_2(G_1 + G_2)}{H}.$$

Ebenſo folgt für den Eckpunkt B die Horizontalkraft $= H$ und die Verticalkraft:

$$V_3 = V_2 + \frac{G_2 + G_3}{2} = \frac{G}{2} + \frac{G + G_1}{2} + \frac{G_1 + G_2}{2} + \frac{G_2 + G_3}{2},$$

und daher die Tangente des Neigungswinkels α_3 für den Sparren AB:

$$tg.\ \alpha_3 = \frac{V_3}{H} = tg.\ \alpha + \frac{{}^1/_2(G + G_1) + {}^1/_2(G_1 + G_2) + {}^1/_2(G_2 + G_3)}{H},$$

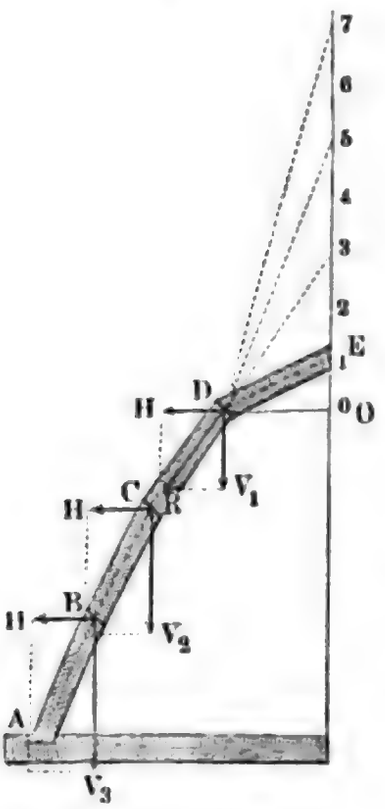
u. ſ. w.

Haben die ſämmtlichen Sparren einerlei Gewicht G, ſo iſt

$tang.\ \alpha_1 = 3\ tang.\ \alpha$, $tang.\ \alpha_2 = 5\ tang.\ \alpha$, $tang.\ \alpha_3 = 7\ tang.\ \alpha$, $tang.\ \alpha_4 = 9\ tang.\ \alpha$ u. ſ. w.

Wenn man daher in dieſem Falle die Dachhöhe EO, Fig. 92, welche dem erſten Sparren DE entſpricht, wiederholt nach obenzu aufträgt, und durch die Theilpunkte 1, 3, 5, 7 u. ſ. w. Linien $D1, D3, D5, D7$ u. ſ. w. zieht, ſo geben dieſe die Neigungen der Sparren DE, CD, BC, AB u. ſ. w. an. Man ſieht übrigens ſogleich ein, daß die Geſtalt dieſer Sparrenverbindung mit einem den Gewichten G_1, G_2, G_3 u. ſ. w. entſprechenden Seilpolygone vollkommen übereinſtimmt (vergl. Band I., §. 154), und es iſt dieſe Uebereinſtimmung auch vollkommen erklärlich, wenn man ſich die beiden Hälften von dem Gewichte G eines jeden Sparrens in den End- oder Eckpunkten D, C, B, A u. ſ. w. niederziehend denkt, alſo annimmt, daß in jedem dieſer Punkte das Gewicht G wirkt.

Fig. 92.



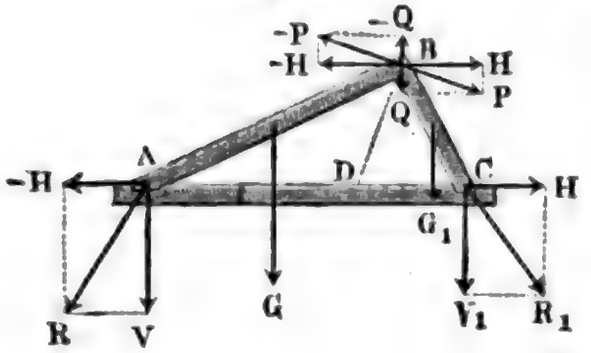
Denkt man ſich die Sparren ſehr kurz und in ſehr großer Anzahl vorhanden, ſo erhält man in der Axe dieſer Conſtruction eine Kettenlinie.

Die hier nachgewieſene Unveränderlichkeit des Horizontalſchubes H längs einer ganzen Sparrenverbindung haben wir auch ſchon im zweiten Capitel (§. 20) bei den Gewölben gefunden, als wir die Reibung zwiſchen den Gewölbſteinen außer Acht ließen.

Bei dem Dachgeſpärre in Fig. 90 mit gleichlangen Sparren wirken die Sparren im Scheitel B nur durch den Horizontalſchub auf einander; ſind aber die Sparren von ungleicher Länge, wie in Fig. 93, ſo weicht die Kraft P, womit ein Sparren gegen den anderen drückt, von der Horizontallinie um einen gewiſſen Winkel ab. Es ſei G das Gewicht des einen Sparrens AB, G_1 das Gewicht des anderen Sparrens CB, es ſeien ferner α und α_1 die Neigungswinkel BAC und BCA dieſer Sparren gegen den Horizont und es bezeichne β den Neigungswinkel HBP der Kräfte P, $-P$, womit dieſe Sparren in B gegen einander drücken. Denken wir uns dieſe Kräfte in ihre horizontalen und verticalen Componenten H, $-H$, und Q, $-Q$ zerlegt, und ſetzen wir wieder voraus, daß die halben Sparrengewichte $\frac{1}{2}G$ und $\frac{1}{2}G_1$ in den Endpunkten B, B von AB und CB angreifen. Dann läßt ſich die ganze Verticalkraft des Balkenendes B von AB:

§. 54

Fig. 93.



$$H\,tang.\alpha = \tfrac{1}{2}G - Q,$$

und dagegen die ganze Verticalkraft des Balkenendes B von CB:

$$H\,tang.\alpha_1 = \tfrac{1}{2}G_1 + Q$$

ſetzen, ſo daß ſich nun durch Addition dieſer Ausdrücke

$$H\,(tang.\alpha + tang.\alpha_1) = \tfrac{1}{2}\,(G + G_1),$$

alſo der Horizontalſchub:

$$H = \frac{\tfrac{1}{2}\,(G + G_1)}{tang.\,\alpha + tang.\,\alpha_1}$$

ergiebt, woraus wieder der verticale Component:

$$Q = \tfrac{1}{2}G - H\,tang.\,\alpha = \tfrac{1}{2}\,\frac{(G\,tang.\,\alpha_1 - G_1\,tang.\,\alpha)}{tang.\,\alpha + tang.\,\alpha_1}$$

folgt.

Der Neigungswinkel β iſt beſtimmt durch den Ausdruck

$$tang.\,\beta = \frac{Q}{H} = \frac{G\,tang.\,\alpha_1 - G_1\,tang.\,\alpha}{G + G_1}.$$

Damit ſich die Kräfte P und $-P$ das Gleichgewicht halten, iſt nöthig, daß die Ebene, in welcher ſich die beiden Sparrenenden in B berühren, rechtwinkelig auf der Richtung dieſer Kräfte ſteht, daß alſo der Neigungswinkel dieſer Ebene:

$$\angle\,BDC = \beta_1 = 90^0 - \beta \text{ iſt.}$$

Die Sparrenſchübe an den Sparrenfüßen ſind die Mittelkräfte R und R_1

aus den unveränderlichen Horizontalschuben H und $-H$, und aus den Verticalkräften:

$$V = G - Q = G - {}^1/_2 \frac{(G\ tang.\ \alpha_1 - G_1\ tang.\ \alpha)}{tang.\ \alpha + tang.\ \alpha_1}$$

und

$$V_1 = G_1 + Q = G_1 + {}^1/_2 \frac{(G\ tang.\ \alpha_1 - G_1\ tang.\ \alpha)}{tang.\ \alpha + tang.\ \alpha_1}$$

Die Neigungen δ und δ_1 derselben gegen den Horizont lassen sich durch die Ausdrücke:

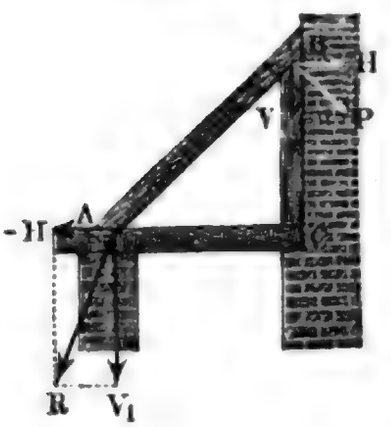
$$tang.\ \delta = \frac{V}{H} = \frac{(2\,G + G_1)\ tang.\ \alpha + G\ tang.\ \alpha_1}{2\,(tang.\ \alpha + tang.\ \alpha_1)}$$

$$\text{und } tang.\ \delta_1 = \frac{V_1}{H} = \frac{G_1\ tang.\ \alpha + (2\,G_1 + G)\ tang.\ \alpha_1}{2\,(tang.\ \alpha + tang.\ \alpha_1)}$$

bestimmen.

§. 55 **Gestützte Sparren.** Ruht der Sparrenkopf B, Fig. 94, auf einer Säule $B\,C$, so fällt der Sparrenschub kleiner aus, als wenn er sich an eine verticale Wand oder Säule anlehnt. Es ist hier nach §. 51 der Druck gegen den Kopf dieser Säule:

Fig. 94.



$$P = G\,\frac{s}{l}\ cos.\ \alpha = {}^1/_2\,G\ cos.\ \alpha,$$

und der Horizontalschub:

$$H = P\ sin.\ \alpha = {}^1/_2\,G\ cos.\ \alpha\ sin.\ \alpha$$
$$= {}^1/_4\,G\ sin.\ 2\,\alpha.$$

Da die Säule von dem Gewichte G den Theil

$$V = P\ cos.\ \alpha = {}^1/_2\,G\ (cos.\ \alpha)^2$$

trägt, so drückt allerdings der Balken nicht mit seinem ganzen Gewichte G, sondern nur mit der Kraft:

$$V_1 = G - {}^1/_2\,G\ (cos.\ \alpha)^2 = G\ [1 - {}^1/_2\,(cos.\ \alpha)^2]$$
$$= {}^1/_2\,G\ [1 + (sin.\ \alpha)^2]$$

im Fuß A vertical abwärts. Aus dieser Verticalkraft und aus dem Horizontalschube H folgt nun für den Winkel δ, welchen die Mittelkraft R mit dem Horizonte einschließt:

$$tang.\ \delta = \frac{H}{V_1} = {}^1/_2 \cdot \frac{sin.\ 2\,\alpha}{1 + (sin.\ \alpha)^2}.$$

Führen wir die Tiefe $A\,C = b$ und die Höhe $B\,C = h$ ein, so erhalten wir:

$$H = \frac{b\,h}{b^2 + h^2} \cdot \frac{G}{2},$$

während wir beim Anlehnen des Sparrens, $H = \frac{b}{h} \cdot \frac{G}{2}$ gefunden haben.

Trägt jede Längeneinheit des Sparrens das Gewicht q, so hat man:

$$G = \sqrt{b^2 + h^2} \cdot q$$

zu setzen, weshalb für den einen Fall:

$$H = \frac{bh}{2\sqrt{b^2 + h^2}} \cdot q$$

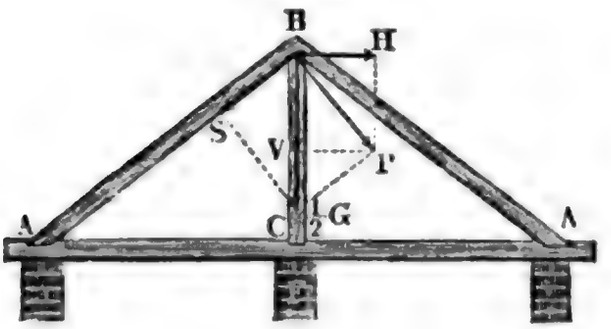
und für den anderen:

$$H = \frac{b\sqrt{b^2 + h^2}}{2h} \cdot q$$

folgt, und nun zu ersehen ist, daß bei dem Sparren mit Säule der Horizontalschub um so kleiner und dagegen bei Sparren ohne Säule, derselbe um so größer ausfällt, je niedriger das Dach oder Gespärre ist.

Damit die Säule BC von der Horizontalkraft H nicht umgestürzt werde, ist es nöthig, sie von hinten, z. B. durch eine Mauer, noch besonders zu unterstützen.

Fig. 95.



Dieselben Kraftverhältnisse kommen übrigens auch bei dem Lehrgespärre ABA, Figur 95, vor, wo zwei gegen einander gestellte Sparren durch eine Säule gemeinschaftlich unterstützt sind. Es nimmt auch hier die Säule die Normalkräfte P und $P = \frac{G}{2} \cos.\alpha$ auf, aus welchen die Verticalkraft:

$$V = 2P\cos.\alpha = G(\cos.\alpha)^2$$

resultirt, während in den Sparren die Schube S und $S = \frac{G}{2} \sin.\alpha$ zurückbleiben, aus welchen wieder die Horizontalschube

$$H \text{ und } H = S\cos.\alpha = \frac{G}{2}\sin.\alpha\cos.\alpha = \frac{G}{4}\sin.2\alpha$$

hervorgehen.

Uebrigens braucht hier die Säule keine Seitenunterstützung, weil sich die Horizontalkräfte im Scheitel aufheben.

Beispiel. Bei dem Dache im Beispiele zu §. 52 war die Belastung eines Sparrens: $G = 2657{,}8$ Pfund, $b = 20$ und $h = 30$ Fuß, also $tang.\alpha = 3/2$, $\alpha = 56^0\,18'\,36''$; es ist daher bei Anwendung einer Säule, der Horizontalschub:

$H = \frac{2657{,}8}{4} \sin.\,112^0\,37'\,12'' = 664{,}4 \sin.\,67^0\,22'\,48'' = 613{,}3$ Pfund,

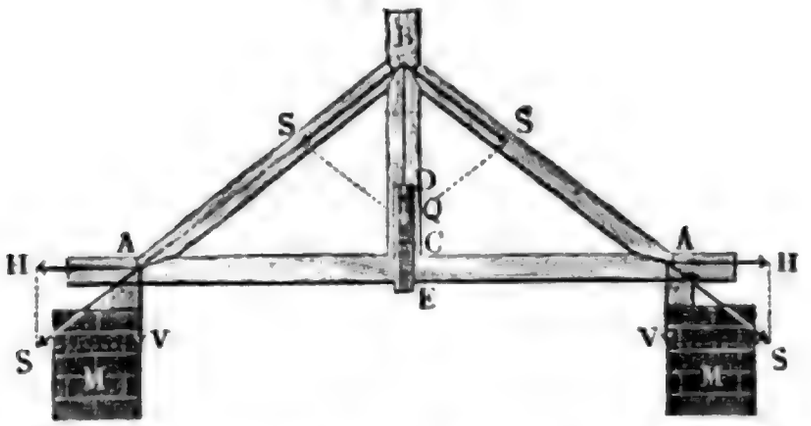
und der Verticaldruck, welchen die Säule aufnimmt:

$V = \frac{2657{,}8}{2} (\cos.\,56^0\,18'\,36'')^2 = 408{,}9$ Pfund.

Es trägt daher der Balken nur die Last $2657{,}8 - 408{,}9 = 2248{,}9$ Pfund.

§. 56 **Hängewerke.** Während in dem seither betrachteten Falle die Standsäule oder Stütze BC einen Theil des Sparrendruckes in sich aufnimmt und auf ihre eigene Unterstützung überträgt, wirkt die Hängesäule BC, Fig. 96, auf umgekehrte Weise; sie nimmt nämlich einen Theil der Belastung eines Balkens AA oder Tramens auf und trägt denselben vermittels der Sparren oder Streben AB und AB auf die Seitenmauern M und M über. Die Kraft Q, welche die Hängesäule mittels des Hängeeisens DE aufnimmt, ergiebt sich aus der Größe und Art der Belastung des Balkens AA. Ist die Last auf den Balken gleichmäßig vertheilt, so läßt sich annehmen, daß drei Achtel der Last von den Umfangsmauern unmittelbar, und die übrigen fünf Achtel von der Hängesäule aufgenommen werden; ist sie aber in der Mitte oder über dem Unterzugbalken concentrirt, so hat man auch anzunehmen, daß sie vollständig von der Hängesäule getragen werde. Die Kraft Q in der Hängesäule zerlegt sich in zwei nach den Sparrenrichtungen wirkende Seitenkräfte, wovon jede den Werth:

Fig. 96.



$$S = \frac{Q}{2\ sin.\ \alpha}$$

hat, und giebt den Horizontalschub:

$$H = S\ cos.\ \alpha = \frac{Q}{2}\ cotang.\ \alpha,$$

sowie den Verticalschub:

$$V = S\ sin.\ \alpha = \frac{Q}{2}.$$

Mit Berücksichtigung der Sparrengewichte G, G erhält man:

$$S = \frac{Q + G}{2\ sin.\ \alpha},\ \text{daher:}$$

$$H = \left(\frac{Q + G}{2}\right) cotang.\ \alpha,\ \text{sowie:}$$

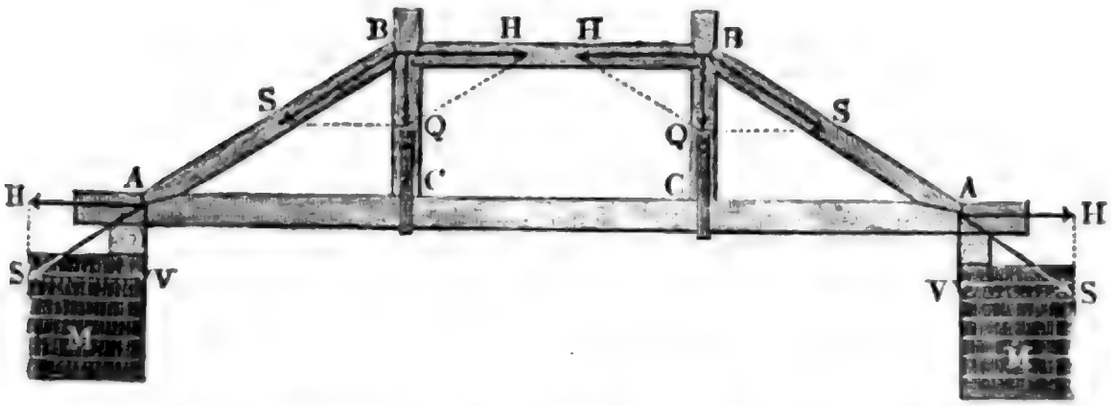
$$V = \frac{Q + G}{2},$$

und folglich die Verticalkraft im Stützpunkt A:

$$V_1 = V + \frac{G}{2} = {}^1/_2\, Q + G.$$

Bei langen Brücken und tiefen Gebäuden kommen zusammengesetzte Hängewerke mit zwei oder mehreren Hängesäulen vor. Fig. 97 repräsen-

Fig. 97.



tirt ein solches Hängewerk mit zwei Hängesäulen $B\,C$ und $B\,C$, und einem zwischen beiden befindlichen Spannriegel $B\,B$. Die Berechnung dieser Construction ist übrigens vollkommen in Uebereinstimmung mit der des einfachen Hängewerkes. Aus der Belastung Q einer Hängesäule folgt die Horizontalkraft im Spannriegel und in den Balkenenden A und A, $H = Q\ cotang.\ \alpha$, wenn α die Neigung der Streben $A\,B$ und $A\,B$ gegen den Horizont bezeichnet. Da dieser Winkel oft ziemlich klein ist, so hat man es dann mit einem bedeutenden Horizontalschube zu thun und daher Sorge zu tragen, daß den Streben an den Fußpunkten ein hinreichender Widerstand entgegengesetzt werde (vergl. §. 52). Uebrigens hat man den Streben und Spannriegeln Stärken zu geben, welche ein Biegen oder Zerbrechen derselben durch die Kräfte:

$$S = \frac{Q}{sin.\ \alpha} \text{ und } H = Q\ cotang.\ \alpha$$

nicht zulassen, und nach der Lehre von der rückwirkenden Festigkeit (Band I., §. 268 und 269) zu berechnen sind.

Die Kraft Q ist von der Belastung der Brücke abhängig. Ist die Last gleichförmig auf der Brücke vertheilt, so rechnen wir ziemlich sicher, wenn wir annehmen, jede Hängesäule trägt drei Achtel, und jede der beiden Seitenmauern ein Achtel der Belastung (s. §. 43).

Beispiel. Wenn das doppelte Hängewerk in Fig. 97 eine 60 Fuß lange und 12 Fuß breite Brücke zu tragen bestimmt ist, und angenommen wird, daß jeder Quadratfuß dieser Brücke sammt Belastung 50 Pfund wiegt, so ergiebt sich das Gewicht der Brücke

$$= 60 . 12 . 50 = 36000 \text{ Pfund},$$

und die Belastung der Hängesäulen

$Q = {}^3/_8 . 36000 = 13500;$

daher bei $22^1/_2{}^0$ Neigung der Streben, der Horizontalschub

$H = 13500\ cotang.\ 22^1/_2{}^0 = 13500 . 2{,}4142 = 32592$ Pfund,

und der Schub in einer Strebe

$$S = \frac{13500}{sin.\ 22^1/_2{}^0} = 35277 \text{ Pfund.}$$

Jedenfalls vertheilen sich diese Spannungen auf zwei Riegel und auf zwei Streben, die sich auf beiden Seiten der Brücke befinden; es ist also die von einem Spannriegel aufzunehmende Kraft 16296 Pfund, und die von einer Strebe 17638 Pfund. Nehmen wir nun (nach Band I., §. 212) den Festigkeitsmodul des Holzes = 6500 Pfund an und geben wir zwanzigfache Sicherheit, so erhalten wir für den nöthigen Querschnitt eines Spannriegels:

$$F = \frac{16296 . 20}{6500} = \frac{3259{,}2}{65} = 50 \text{ Quadratzoll,}$$

und für eine Strebe:

$$F_1 = \frac{17638 . 20}{6500} = \frac{3527{,}7}{65} = 54{,}3 \text{ Quadratzoll.}$$

Zusammengesetztere Hängewerke, wie die Figuren 98 und 99 vor Augen führen, lassen sich leicht nach dem Obigen berechnen. In beiden Fällen läßt sich nach §. 43 annehmen, daß jede der äußeren Hängesäulen B, B, neun, und jede der inneren Säulen C, C, acht Vierzigstel der ganzen Belastung tragen und die übrigen sechs Vierzigstel zu gleichen Theilen von den Seitenmauern unmittelbar aufgenommen werden. Bei der letzteren Construction ist die Neigung der einen Strebe nicht willkürlich, sondern von der Neigung der anderen abhängig. Ist Q die Kraft und α die Neigung der Strebe BC, so wie Q_1 die Kraft und α_1 die Neigung der Strebe AB, so hat man die Horizontalspannung:

Fig. 98.

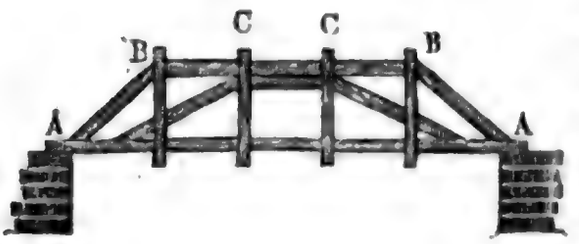
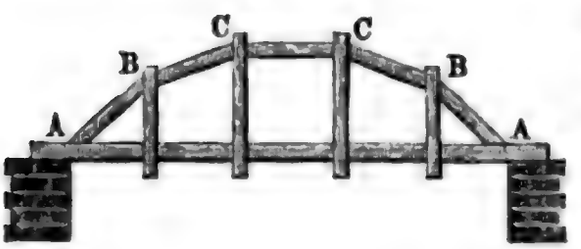


Fig. 99.



$$H = Q.\ cotang.\ \alpha = (Q + Q_1)\ cotang.\ \alpha_1,$$

daher:

$$tang.\ \alpha_1 = \frac{Q + Q_1}{Q}\ tang.\ \alpha.$$

§. 57. **Sprengwerke.** Während die Hängewerke einen Boden oder eine Brücke von oben unterstützen, dienen die sogenannten Sprengwerke dazu, eine Unterstützung von unten zu bewirken. Die Vertheilung des Druckes erfolgt übrigens bei den Sprengwerken genau so wie bei den Hängewerken. Bei dem ein-

fachen Sprengwerk in Fig. 100 ergiebt sich aus der Verticalkraft Q in der Mitte C der Brücke $A\,A$ der Horizontalschub:

$$H = {}^1/_2\, Q\ cotang.\ \alpha$$

und die Spannung der Strebe $B\,C$:

$$S = {}^1/_2\, \frac{Q}{sin.\ \alpha},$$

wenn α die Neigung der Strebe gegen den Horizont bezeichnet.

Fig. 100.

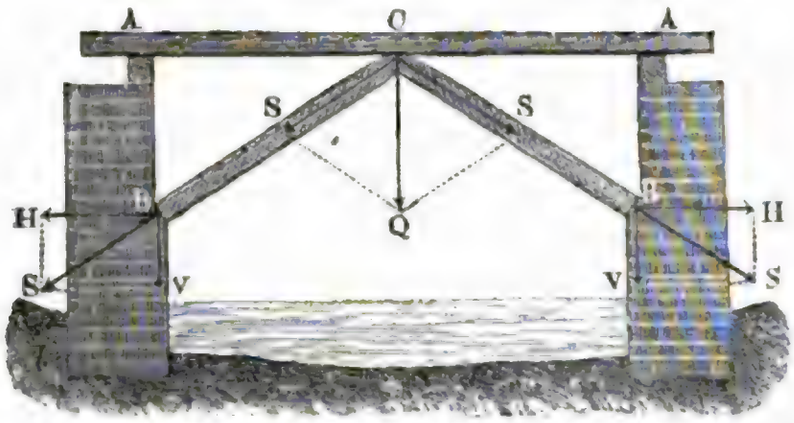
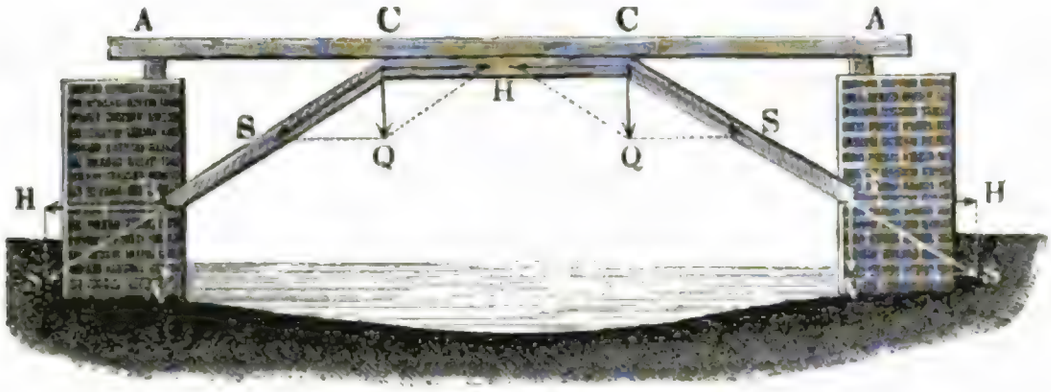


Fig. 101.



Bei dem Sprengwerke mit Spannriegel, Fig. 101, sind die Kräfte dieselben, nur läßt sich hier $Q = {}^3/_8$ der ganzen Belastung setzen, während dort für Q, ${}^5/_8$ derselben anzunehmen ist. Ist das Sprengwerk doppelt, wie Fig. 102 vor Augen führt, so hat man vier Streben und es läßt sich nun setzen, daß jede reichlich ein Fünftel der ganzen Belastung G trägt, also

$$Q = {}^1/_5\, G \text{ ist.}$$

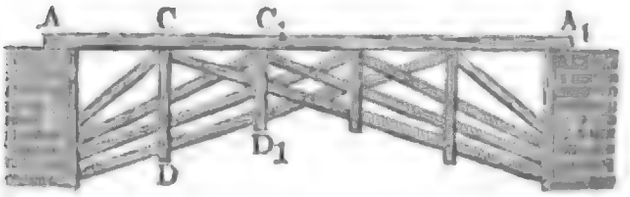
Fig. 102.

Um das Biegen der längeren Streben zu verhüten, bringt man noch sogenannte Zangen $A\,D$, $A\,D$ an, zumal wenn die Zahl der Streben noch größer ist.

Die Vertheilung des Druckes bei einer aus ungleichschenkeligen Spreng-

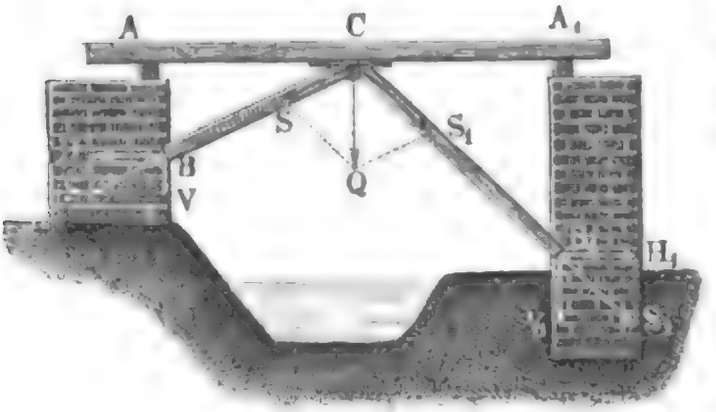
werken beſtehenden Conſtruction, Fig. 103, iſt genau ſo wie bei dem Sprengwerke Fig. 102 anzunehmen, nur ſind hier die Bänder oder Zangen CD, $C_1 D_1$ ... um ſo nöthiger, da die Streben zum Theil ſehr lang ausfallen. Uebrigens iſt es ſicherer, wenn man die Gewichte der ſämmtlichen Conſtructionstheile mit in Rechnung zieht, indem man die Hälfte eines jeden Theiles an ſeinen Enden niederziehend annimmt.

Fig. 103.



Haben je zwei gegen einander geſtellte Streben BC und $B_1 C$, Fig. 104, verſchiedene Neigungswinkel α und α_1 gegen den Horizont, ſo laſſen ſich die aus dem Verticaldrucke Q erwachſenden Spannungen S und S_1 der Streben durch die bekannten Proportionen:

Fig. 104.



$$\frac{S}{Q} = \frac{sin.\, S\,Q\,C}{sin.\, C\,S\,Q}$$

und

$$\frac{S_1}{Q} = \frac{sin.\, S_1\,Q\,C}{sin.\, C\,S_1\,Q}$$

finden; es iſt hiernach:

$$S = \frac{Q\ cos.\,\alpha_1}{sin.\,(\alpha + \alpha_1)} \text{ und } S_1 = \frac{Q\ cos.\,\alpha}{sin.\,(\alpha + \alpha_1)},$$

und die Horizontalſpannung beider Streben:

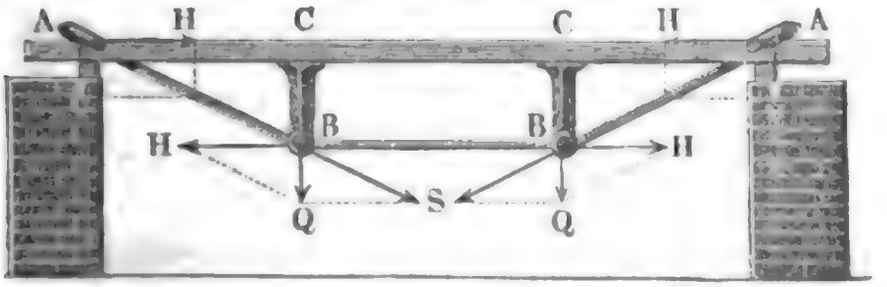
$$H = S\,cos.\,\alpha = S_1\,cos.\,\alpha_1 = \frac{Q\ cos.\,\alpha\ cos.\,\alpha_1}{sin.\,(\alpha + \alpha_1)} = \frac{Q}{tang.\,\alpha + tang.\,\alpha_1}$$

(vergl. §. 54).

§. 58 **Häng- und Sprengwerke.** Bei den im Vorſtehenden abgehandelten Häng- und Sprengwerken erfolgt die Uebertragung einer Balkenlaſt auf die Enden der Balken oder auf die Unterſtützungsmauern derſelben durch Druck, ſo daß auch die dieſen Druck aufzunehmenden Sparren oder Streben durch ihre Druckfeſtigkeit widerſtehen müſſen. Man kann aber auch die umgekehrte Anordnung treffen, nämlich den Druck durch einen Zug erſetzen, wenn man dieſe Uebertragung einer Kraft ſtatt der hölzernen oder gußeiſernen Streben, durch ſchmiedeeiſerne Zugſtangen oder Spannſchienen erſetzt, welche dann durch ihre abſolute Feſtigkeit widerſtehen müſſen. Es entſtehen dadurch gewiſſermaßen umgekehrte Häng- und Sprengwerke. In Fig. 105 iſt z. B. $ABBA$ ein ſolches umgekehrtes Hängewerk, welches ſeiner Stellung nach zu den

Sprengwerken gehört, da es den Balken AA von unten unterstützt. Ist auch hier α der Neigungswinkel CAB der Zugstangen AB, AB gegen

Fig. 105.



den Horizont, und Q die Kraft, mit welcher jede gußeiserne Säule BC, BC den Balken unterstützt, so hat man die durch Q bewirkte Zugkraft einer solchen Zugstange:

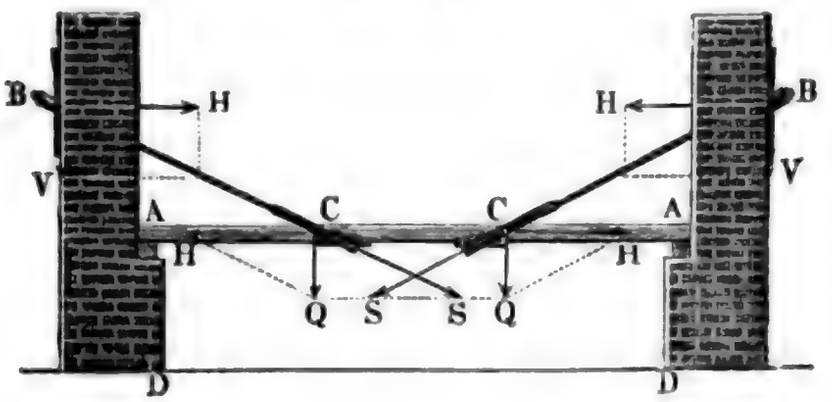
$$S = \frac{Q}{\sin.\,\alpha},$$

und dagegen die Horizontalkraft, mit welcher die Spannschiene BB zwischen den Säulen BC, BC ausgedehnt, und folglich der Balken selbst comprimirt wird:

$$H = Q\ \mathit{cotang.}\,\alpha.$$

Bei dem Hängewerke $BCCB$, Fig, 106, welches aus zwei einfachen Zugbändern BC, BC besteht, wodurch der Träger AA in zwei Zwischen-

Fig. 106.

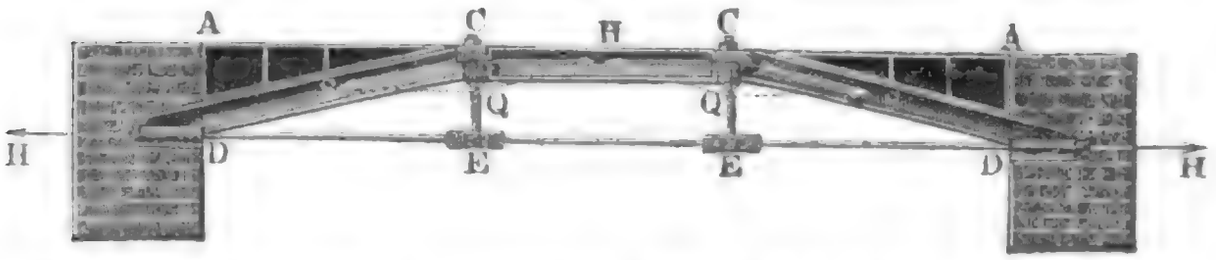


punkten C, C unterstützt wird, kommen genau dieselben Kraftzerlegungen vor, wobei das die Spannschiene ersetzende Balkenstück CC mit der Kraft $H = Q\ \mathit{cotang.}\,\alpha$ ausgedehnt wird. Der Zug $S = \frac{Q}{\sin.\,\alpha}$ der Zugbänder ist aber hier nicht auf die Balkenenden, sondern auf die Unterstützungsmauern BD, BD übergetragen, welches allerdings auch bei der ersteren Construction geschehen kann. In diesem Falle ist natürlich die Mauer so dick zu machen, daß sie durch ihr Gewicht sowohl dem Ausgleiten als dem Kippen widerstehen kann. Die Wirkungen der Spannkräfte H, H auf einen belasteten Balken sind nach Band I., §. 272 u. s. w. zu beurtheilen, und

die Wirkungen dieser Kräfte auf die Unterstützungen sind dieselben wie die eines Gewölbes auf seine Widerlager; es lassen sich folglich auch die Stärken dieser Mauern wie die der Widerlagsmauern bei Gewölben (s. §. 27) ermitteln.

Ein gänzlich eisernes Sprengwerk ist in Fig. 107 abgebildet. Es sind hier BC, BC die beiden gußeisernen Streben, zwischen welchen der

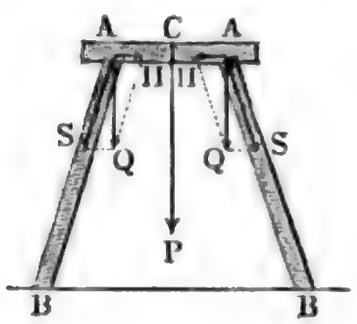
Fig. 107.



gußeiserne Spannriegel CC gespannt ist, und es ist BB eine lange schmiedeeiserne Zugstange, welche den Horizontalschub $H = Q\ cotang.\ \alpha$ in sich aufnimmt, der außerdem von den Widerlagsmauern aufgenommen werden müßte. Die Zugstange geht durch die Muffen BD, BD, welche die Enden der Streben ausmachen, und lassen sich durch die Schraubenmuttern B, B anspannen. Um dem Biegen dieser Stangen durch ihre eigene Schwere entgegenzuwirken, setzt man dieselben aus mehreren Theilen DE, EE, DE zusammen und hängt sie mittels schmiedeeiserner Hängestäbe CE, CE an den Enden des Spannriegels CC auf.

§. 59 **Säulen und Streben.** Da die Tragkraft eines Balkens der Länge desselben umgekehrt proportional ist, so muß man die letztere so viel wie möglich herabzuziehen suchen. Dies kann z. B. geschehen, wenn man den Balken AA, Fig. 108, auf schiefstehende Säulen AB, AB legt. Die

Fig. 108.



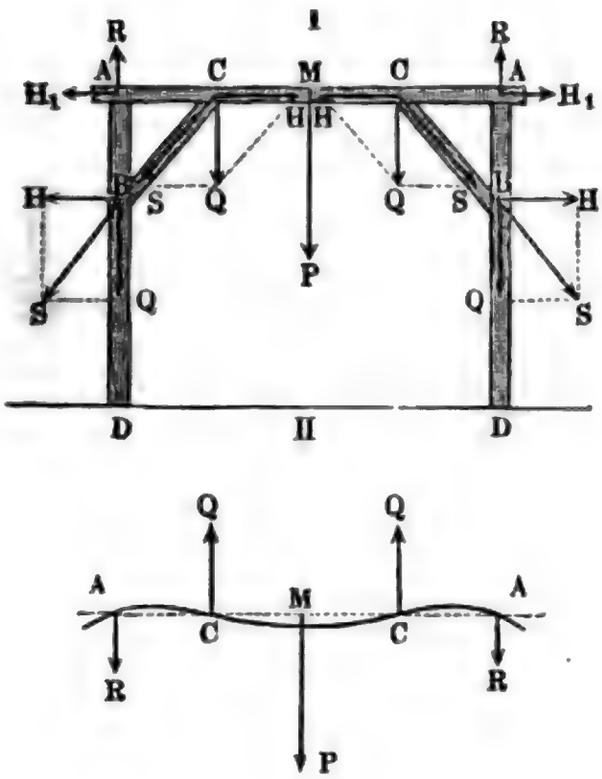
Kraft $Q = \frac{P}{2}$, mit welcher die Last P des ganzen Balkens unmittelbar über einer solchen Säule vertical abwärts wirkt, zerlegt sich in eine Kraft S, welche als Axenschub auf die Säule übergeht, und in einen Horizontalschub, welchen der Balken aufnimmt, indem er von derselben zusammengedrückt wird. Ist α der Neigungswinkel der Säule gegen den Horizont, so folgt wie bei einer Strebe:

$$S = \frac{Q}{sin.\ \alpha} = \frac{P}{2\ sin.\ \alpha} \text{ und } H = Q\ cotang.\ \alpha = \frac{P}{2}\ cotang.\ \alpha.$$

Sind, wie in Fig. 109, I., die beiden Säulen AD, AD zwar vertical, ist aber der Balken außerdem noch durch zwei Streben BC, BC unter-

stützt, so können wir annehmen, daß die neutrale Axe desselben die in Figur 109, II., dargestellte Curve $ACMCA$ bilde.

Fig. 109.



Wir können uns hier vorstellen, daß der Balken AA aus zwei Hälften AM, AM bestehe, welche in der Mitte M festgehalten und durch zwei Kräfte R und Q nach entgegengesetzten Richtungen gebogen werden. Da hierbei die Angriffspunkte A und C unverändert bleiben, so ist die Bogenhöhe des Balkenstückes AC, $= 0$, und folglich nach Band I., §. 220, wenn man dort $l_1 = l$, sowie statt P_1, $— Q$ und statt P, R einsetzt:

$$R + {}^1/_2 (R - Q) + \frac{R}{3} = 0,$$

so daß nun ${}^{11}/_6 R = \frac{Q}{2}$, sowie $Q = {}^{11}/_3 R$ folgt.

Nun ist aber $P + 2R - 2Q = 0$, daher auch $P + 2R - {}^{22}/_3 R = 0$, und es ergiebt sich:

$$R = {}^3/_{16} P, \text{ sowie } Q = {}^{11}/_3 . {}^3/_{16} P = {}^{11}/_{16} P.$$

Es wirkt also in jeder Strebe die Kraft ${}^{11}/_{16} P$ abwärts, so daß der entsprechende Axenschub:

$$S = {}^{11}/_{16} \frac{P}{\sin. \alpha},$$

und die Horizontalspannung:

$$H = {}^{11}/_{16} P \cot ang. \alpha$$

folgt, wofern α den Neigungswinkel einer Strebe gegen den Horizont bezeichnet.

Die Kraft S zerlegt sich in der Säule AD wieder in eine Verticalkraft

$$Q = {}^{11}/_{16} P,$$

und in die Horizontalkraft:

$$H = {}^{11}/_{16} P \cot ang. \alpha.$$

Da die Kraft $R = {}^3/_{16} P$ des Balkens auf die Säule von unten nach oben wirkt, so muß natürlich das Balkenende mit dem Säulenkopfe z. B.

durch ein eiſernes Band feſt verbunden werden. Das Stück AB der Säule AD wird hiernach durch die Kraft $R = {}^3/_{16}\,P$ ausgedehnt, wogegen das Stück BD deſſelben die Compreſſionskraft $Q - R = \frac{P}{2}$ auszuhalten hat.

Außerdem muß natürlich auch die Säule die Biegungskraft

$$H = {}^{11}/_{16}\,P\,cotang.\,\alpha$$

aushalten.

Iſt noch l die Länge AD der ganzen Säule und l_1 die Länge BD des Säulenſtückes unterhalb der Streben, ſo folgt die Horizontalkraft, mit welcher die Säule auf den Balken wirkt,

$$H_1 = \frac{l_1}{l}\,H = {}^{11}/_{16} \cdot \frac{l_1}{l}\,P\,cotang.\,\alpha.$$

Es wird alſo das Balkenſtück AC durch dieſe Kraft H_1 ausgedehnt, und dagegen das mittlere Balkenſtück CC durch die Kraft

$$H - H_1 = {}^{11}/_{16}\left(\frac{l - l_1}{l}\right) P\,cotang.\,\alpha$$

comprimirt, übrigens aber auch noch durch die in M angreifende Kraft P gebogen. Man hat daher nicht allein die Stärke einer Säule, ſondern auch die des Balkens in Hinſicht auf zuſammengeſetzte Feſtigkeit zu berechnen.

§. 60 Einſeitig unterſtützte Träger. Man hat die Balken oder Träger beſonders dann durch Streben und Bänder zu unterſtützen, wenn ſie nur an einem Ende befeſtigt ſind.

Der mit einem Ende A, Fig. 110, von oben unterſtützte Balken AB trage eine am anderen Ende B angreifende Laſt P und ſei darin durch eine Strebe CD unterſtützt. Es ſei l die ganze Länge AB, l_1 die Länge AC des Balkenſtückes zwiſchen den beiden Stützpunkten A und C, und α der Neigungswinkel ACD der Strebe gegen den Horizont. Sehen wir den Stützpunkt A als Drehungspunkt eines Hebels an, deſſen Kräfte P und Q an den Hebelarmen l und l_1 ſich das Gleichgewicht halten, ſo iſt $Ql_1 = Pl$ zu ſetzen, und es folgt der Verticaldruck im Stützpunkte C:

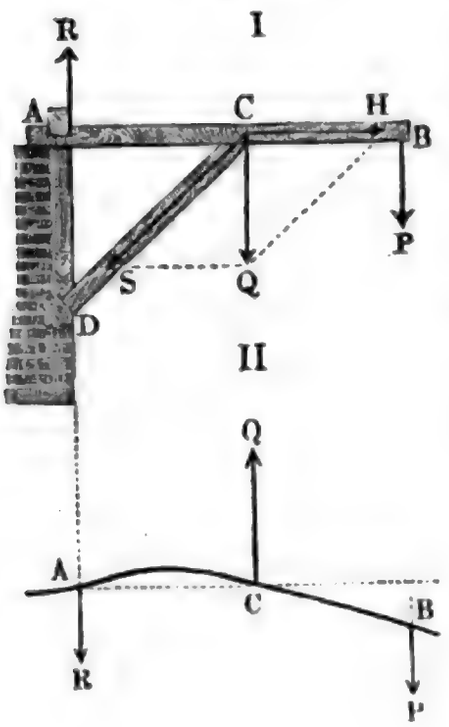
$$Q = \frac{l}{l_1}\,P,$$

und dagegen der Druck im Stützpunkte A:

$$R = Q - P = \left(\frac{l - l_1}{l_1}\right) P.$$

Der Druck Q zerlegt ſich in die Kraft

Fig. 110.



$$S = \frac{Q}{\sin.\alpha} = \frac{lP}{l_1 \sin.\alpha},$$

welche die Strebe nach der Mauer führt, und in den Balkenſchub:

$$H = Q \operatorname{cotang.}\alpha = \frac{l}{l_1} P \operatorname{cotang.}\alpha,$$

welcher den Balken ausdehnt und aus der Mauer herauszuziehen ſucht.

Iſt dagegen der Balken am Ende A feſt eingemauert, ſo können wir nach Band I., §. 220, wenn wir dort ſtatt l, $l - l_1$, und ſtatt P_1, Q einführen, da hier die Bogenhöhe a_1 des Balkenſtückes AC, Fig. 110, II., Null iſt, ſetzen:

$$\tfrac{1}{2} P (l - l_1) l_1^2 + \tfrac{1}{3} (P - Q) l_1^3 = 0,$$

oder

$$P (3l - l_1) = 2 Q l_1, \text{ woraus}$$

$$Q = \left(\frac{3l - l_1}{2 l_1}\right) P, \text{ und}$$

$$R = Q - P = \left(\frac{3l - l_1}{2 l_1}\right) P - P = 3 \left(\frac{l - l_1}{2 l_1}\right) P \text{ folgt.}$$

Wenn z. B. die Strebe in der Mitte des Balkens angreift, alſo $l_1 = \frac{1}{2} l$ iſt, ſo ergiebt ſich:

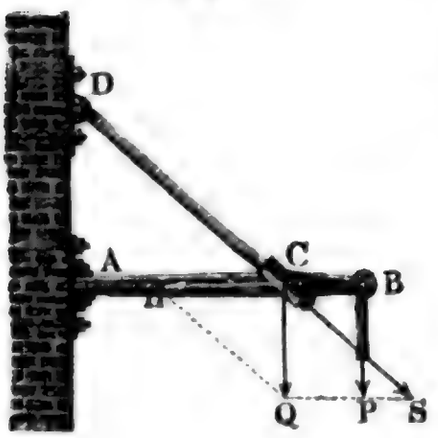
$$Q = \tfrac{5}{2} P \text{ und } R = \tfrac{3}{2} P,$$

während ſich nach der obigen Vorausſetzung

$$Q = \frac{l}{l_1} P = 2P \text{ und } R = P \text{ ſetzen läßt.}$$

Ganz auf dieſelbe Weiſe iſt auch der Fall zu behandeln, wenn der Balken AB, Fig. 111, durch eine Hängeſtange CD unterſtützt wird. Es iſt bei denſelben Bezeichnungen auch hier die Spannung der Hängeſtange:

Fig. 111.



$$S = \frac{Q}{\sin.\alpha} = \frac{lP}{l_1 \sin.\alpha},$$

und die Kraft, mit welcher der Balken zuſammengedrückt und gegen die Mauer gepreßt wird:

$$H = Q \operatorname{cotang.}\alpha = \frac{l}{l_1} P \operatorname{cotang.}\alpha.$$

Nach der zweiten Annahme iſt:

$$S = \left(\frac{3l - l_1}{2 l_1}\right) \frac{P}{\sin.\alpha}$$

und

$$H = \left(\frac{3l - l_1}{2 l_1}\right) P \operatorname{cotang.}\alpha.$$

Während das Balkenſtück BC der Kraft durch ſeine Biegungsfeſtigkeit der Kraft P widerſtehen muß, hat das Balkenſtück AC die Kraft:

$$R = \left(\frac{l - l_1}{l_1}\right) P,$$

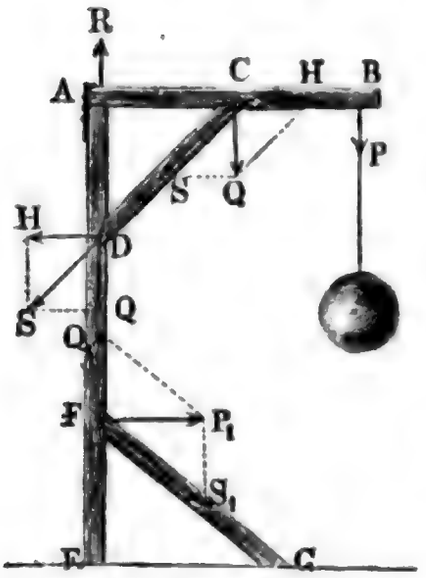
oder, nach der letzteren Annahme, die Kraft:

$$R = \frac{3(l - l_1)}{2 l_1} P,$$

durch ſeine Biegungs- ſowie die Kraft H durch ſeine Druckfeſtigkeit aufzunehmen.

Iſt der Balken AB, Fig. 112, auf dem Kopfe einer Säule AE befeſtigt, ſo hat dieſe in dem Theile AD der Ausdehnungskraft

Fig. 112.



$$R = \frac{l - l_1}{l_1} P$$

und in dem Theile DE der Compreſſionskraft P, in beiden aber überdies noch dem Biegungsmomente Pl zu widerſtehen.

Iſt endlich die Säule am Fuße mit einer Strebe FG ausgerüſtet, ſo nimmt dieſe eine Kraft S_1 auf, welche ſich aus dem Neigungswinkel $EGF = \beta$ und der Höhe $EF = a$ des Angriffspunktes F über der Sohle wie folgt beſtimmen läßt. Dem Umdrehungsmoment Pl der Kraft P in Hinſicht auf E wird durch ein Umdrehungsmoment $P_1 . \overline{EF} = P_1 a$ das Gleichgewicht gehalten; es iſt folglich die Horizontal- oder Normalkraft in F:

$$P_1 = \frac{Pl}{a},$$

und es ſind daher die Componenten derſelben, nach der Axe der Säule und der der Fußſtrebe gerichtet:

$$Q_1 = P_1 \, tang. \beta = \frac{Pl}{a} \, tang. \beta$$

und

$$S_1 = \frac{P_1}{cosin. \beta} = \frac{Pl}{a \, cosin. \beta}.$$

Hiernach wird alſo das Stück EF der Säule entweder durch die Kraft $P - Q_1 = P\left(1 - \frac{l}{a} \, tang. \beta\right)$ comprimirt, oder mit der Kraft $Q_1 - P = P\left(\frac{l}{a} \, tang. \beta - 1\right)$ ausgedehnt, und zwar erſteres, wenn $a \, cotang. \beta > l$ iſt, alſo der Fußpunkt G der Fußſtrebe über dem Auf-

hängepunkte B hinausliegt, und letzteres, wenn $a\ cotang.\ \beta < l$, also $EG < AB$ ist.

Beispiel. Bei einem hölzernen Galgengerüste, Fig. 112, betrage die Last $P = 1500$ Pfund, die Armlänge $AB = l = 12$ Fuß, die Neigung beider Streben $\alpha = \beta = 45^0$, und die Länge einer jeden $8\frac{1}{2}$ Fuß; man sucht die nöthigen Stärken dieser Construction. Die Horizontal- und Verticalprojectionen der Streben sind $l_1 = a = 8{,}5\ sin.\ 45^0 = 6$ Fuß, folglich ist die Spannkraft der Strebe CD:

$$S = \frac{lP}{l_1\ sin.\ \alpha} = \frac{12\,.\,1500}{6\ sin.\ 45^0} = \frac{3000}{0{,}7071} = 4243 \text{ Pfund};$$

und daher der nöthige Querschnitt, wenn man den Tragmodul $T = 250$ Pfund annimmt:

$$F = \frac{S}{T} = \frac{4243}{250} = 17 \text{ Quadratzoll.}$$

Für den Arm oder Balken haben wir nach Band I., §. 272, wenn wir hier $T = 500$ Pfund annehmen,

$$bh = \left(\frac{l}{l_1}\ cotang.\ \alpha + \frac{6\,(l - l_1)}{h}\right)\frac{P}{T} = \left(2 + \frac{6\,.\,72}{h}\right)\cdot\frac{1500}{500},$$

d. i.
$$bh = 6 + \frac{1296}{h},$$

und wenn wir die Höhe h der doppelten Breite $2b$ des Balkens gleich nehmen:

$$2b^2 = 6 + \frac{648}{b} \text{ oder } b^3 - 3b = 324, \text{ woraus nun}$$

$b = \sqrt[3]{324 + 3b}$, zunächst annähernd $b = 7$, und dann genauer

$b = \sqrt[3]{374 + 21} = \sqrt[3]{345} = 7{,}01$ Zoll, und $h = 14{,}02$ Zoll folgt.

Für die Säule, namentlich für deren Mittelstück DF derselben hat man nach §. 271 des ersten Bandes, wenn man $T = 500$ Pfund annimmt:

$$b_1 h_1 = \left(1 + \frac{6\,l}{h_1}\right)\frac{P}{T} = \left(1 + \frac{6\,.\,144}{h_1}\right)\cdot\frac{1500}{500} = 3 + \frac{2592}{h_1},$$

und macht man hier die Dicke oder Dimension h_1 in der Ebene durch den Balken um die Hälfte größer als die Breite b_1, so ist

$$\tfrac{3}{2}\,b_1^2 = 3 + \frac{1728}{b_1} \text{ oder } b_1^3 = 2\,b_1 + 1152,$$

weshalb $b_1 = \sqrt[3]{1152 + 2\,b_1}$, annähernd $= 10{,}5$, dann genauer

$$b_1 = \sqrt[3]{1152 + 21} = \sqrt[3]{1173} = 10{,}55 \text{ Zoll,}$$

und daher $h_1 = \frac{3}{2}\,b_1 = 15{,}83$ Zoll sich ergiebt.

Für den oberen Theil AD der Säule, welcher statt der Compressionskraft P eine Ausdehnungskraft $R = \left(\frac{l - l_1}{l_1}\right)P$ auszuhalten hat, ist der Querschnitt:

$$b_1 h_1 = \left(\frac{l - l_1}{l_1} + \frac{6\,l}{h_1}\right)\frac{P}{T} = \left(1 + \frac{6\,.\,144}{h_1}\right).\,3 = 3 + \frac{2592}{h_1},$$

genau der vorige, und für den Theil EF, welcher die Ausdehnungskraft

$$Q_1 - P = P\left(\frac{l}{a}\ tang.\ \beta - 1\right) = 1500\ (2 - 1) = 1500 \text{ Pfund, und}$$

das Moment $P_1 a = Pl$ aufzunehmen hat, ergiebt sich gleichfalls

$$b_1 h_1 = \frac{Q_1 - P}{T} + \frac{6l}{h} \cdot \frac{P}{T} = \left(1 + \frac{6 \cdot 144}{h_1}\right) \frac{P}{T} = 3 + \frac{2592}{h_1}.$$

Es iſt alſo der erforderliche Querſchnitt der ganzen Säule AE:

$$F = b_1 h_1 = 10{,}55 \cdot 15{,}83 = 167 \text{ Quadratzoll.}$$

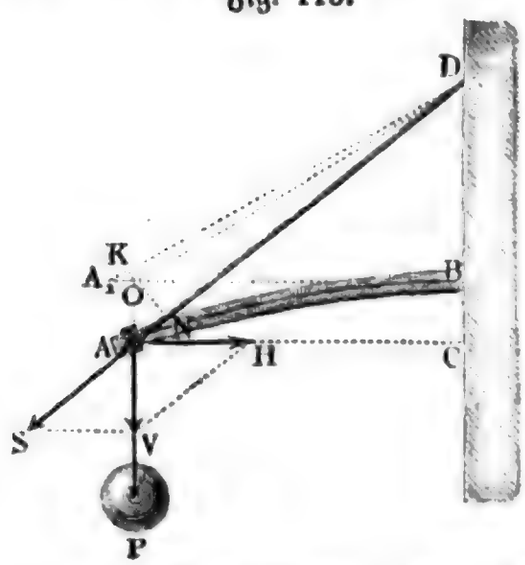
Die Fußſpreize FG erleidet endlich den Arendruck

$$S = \frac{Pl}{a \; cosin. \beta} = \frac{12 \cdot 1500}{6 \; cosin. 45^0} = 4243 \text{ Pfund,}$$

wie die Balkenſtrebe, weshalb ihr auch derſelbe Querſchnitt von 17 Quadratzoll zu geben iſt.

§. 61 **Ausdehnung der Zugſtangen.** Wenn man die durch Streben oder Zugſtangen unterſtützten Balken nicht als ſtarre Körper anſieht, ſondern auch die Biegung derſelben mit in Betracht zieht, wie wir es oben (§. 49) bei den durch Säulen unterſtützten Balken gethan haben, ſo muß natürlich auch die Kraftzerlegung an denſelben eine Aenderung erleiden. Da wir unter der letzten Vorausſetzung Formeln zur Beſtimmung der Kräfte eines auf genannte Weiſe unterſtützten Balkens gefunden haben, ſo können wir dann noch ſehen, ob die im Obigen, bei Annahme vollkommen ſtarrer Körper gefundenen Formeln, in der Praxis noch ausreichen. Der einfachſte Fall einer ſolchen Balkenunterſtützung beſteht in einem an einem Ende B eingemauerten und am anderen Ende A von einem Gewichte P ergriffenen Balken AB, Fig. 113, mit einer Zugſtange AD.

Fig. 113.



Vor Allem entſteht hier die Frage, welchen Theil der Kraft P am Ende des Balkens nimmt dieſe Stange auf und welchen Theil hat der Balken ſelbſt zu tragen? Es ſei P das angehängte Gewicht, S die Spannung der Zugſtange AD, l die Länge AB des Balkens, $F = bh$ der Querſchnitt deſſelben, ferner F_1 der Querſchnitt der Stange und α der Neigungswinkel CAD derſelben gegen den Horizont, endlich ſeien E der Elaſticitätsmodul des Balkens, ſowie E_1 der der Stange und W das Biegungsmoment des erſteren. Die Spannkraft S zerlegt ſich in die Verticalkraft

$$V = S \; sin. \alpha$$

und in die Horizontalkraft

$$H = S \; cos. \alpha;$$

es wird daher der Balken durch die Kraft

$$P - V = P - S \sin. \alpha$$

gebogen und durch die Kraft

$$H = S \cos. \alpha$$

zusammengedrückt. Wenn nun der ursprünglich gerade Balken $A_1 B$ durch diese Kräfte die Bogengestalt AB annimmt, so ist für dieselbe die Höhe:

$$BC = OA = a = \frac{(P - S \sin. \alpha)\, l^3}{3\, WE} \text{ (s. Band I., §. 217),}$$

und die Verkürzung:

$$A_1 O = b = \frac{H}{EF} \cdot l = \frac{Sl \cos. \alpha}{EF} \text{ (s. Band I., §. 204).}$$

Projicirt man die Höhe AO auf die Richtung AD der Zugstange, so erhält man in der Projection:

$$AN = AO \sin. AON = AO \sin. BOD = a \sin. \alpha$$

die der Biegung entsprechende Verlängerung der Zugstange, und projicirt man die Verkürzung $A_1 O = b$ des Balkens auf die Richtung $A_1 D$, so ergiebt sich in der Projection $A_1 K$ die entsprechende Verlängerung der Stange, nämlich:

$$A_1 K = A_1 O \cos. BA_1 D = b \cos. \alpha.$$

Es folgt daher die ganze Ausdehnung der Zugstange

$$\lambda = AN - A_1 K = a \sin. \alpha - b \cos. \alpha.$$

Nun ist aber die Spannung:

$$= \frac{\lambda}{AD} E_1 F_1 = \frac{\lambda \cos. \alpha}{l} \cdot E_1 F_1 = \left(\frac{a \sin. \alpha - b \cos. \alpha}{l}\right) \cos. \alpha \,.\, E_1 F_1$$

$$= \left(\frac{(P - S \sin. \alpha)\, l^2 \sin. \alpha}{3\, WE} - \frac{S \cos. \alpha^2}{FE}\right) \cos. \alpha \,.\, E_1 F_1,$$

daher folgt:

$$S\left(\frac{1}{E_1 F_1 \cos. \alpha} + \frac{\cos. \alpha^2}{EF} + \frac{l^2 \sin. \alpha^2}{3\, WE}\right) = \frac{Pl^2 \sin. \alpha}{3\, WE},$$

also die gesuchte Spannkraft des Zugbandes

$$S = \frac{Pl^2 \sin. \alpha}{3\, WE\left(\frac{1}{E_1 F_1 \cos. \alpha} + \frac{\cos. \alpha^2}{EF}\right) + l^2 \sin. \alpha^3}$$

oder, wenn man $W = \frac{bh^3}{12}$ und $F = bh$ einführt:

$$1) \quad S = \frac{Pl^2 \sin. \alpha}{{}^1/_4 \frac{bh^3 E}{E_1 F_1 \cos. \alpha} + {}^1/_4 h^2 \cos. \alpha^2 + l^2 \sin. \alpha^2}.$$

Annähernd:

$$S = \frac{P}{\sin.\alpha}\left[1 - {}^1/_4\left(\frac{F E}{F_1 E_1 \cos.\alpha} + \cos.\alpha^2\right)\frac{h^2}{l^2 \sin.\alpha^2}\right].$$

Die Querſchnitte F und F_1 des Balkens und der Schiene ergeben ſich nun mittels der entſprechenden Tragmodel T und T_1 durch die Formeln:

$$T = \frac{S \cos.\alpha}{F} + \frac{(P - S \sin.\alpha)\, h l}{2\, W} \text{ und } T_1 = \frac{S}{F_1},$$

und zwar der Querſchnitt des Balkens:

$$2)\quad F = bh = \frac{S \cos.\alpha}{T} + \frac{6\,(P - S \sin.\alpha) l}{T h}$$

und der Querſchnitt der Zugſtange:

$$3)\quad F_1 = \frac{S}{T_1}.$$

Wenn α einen mittleren Werth hat, alſo ſich weder 0^0 noch 90^0 ſehr nähert, und wenn das Querſchnittsverhältniß $\frac{F}{F_1} = \frac{bh}{F_1}$ nicht ſehr groß iſt, ſo kann man in der Formel (1) nicht nur das Glied ${}^1/_4\, h^2 \cos.\alpha^2$, ſondern auch das Glied ${}^1/_4\, \frac{b h^3 E}{E_1 F_1 \cos.\alpha}$ vernachläſſigen, weshalb für die meiſten Fälle $S = \frac{P}{\sin.\alpha}$ zu ſetzen und anzunehmen iſt, daß die Zugſtange die ganze Laſt P trägt, und der Balken nur in der Richtung ſeiner Axe mit der Kraft

$$H = S \cos.\alpha = P \operatorname{cotang}.\alpha$$

zuſammengedrückt wird.

Wird der Balken auf gleiche Weiſe durch eine Strebe von unten unterſtützt, ſo gelten dieſelben Formeln, nur iſt dann S eine Druck- und H eine Zugkraft, folglich $\lambda = a \sin.\alpha - b \cos.\alpha$ eine Verkürzung, und in $F_1 = \frac{S}{T_1}$, ſtatt T_1 der Tragmodul für Druckfeſtigkeit einzuführen.

Beiſpiel. Wenn ein Balken AB, Fig. 113, von 100 Zoll Länge eine Laſt P von 5000 Pfund tragen und hierbei von einer ſchmiedeeiſernen Zugſtange oder einer ſogenannten Helfſchiene AD unterſtützt werden ſoll, deren Axe um 25 Grad von der Axe des Balkens abweicht, welchen Querſchnitt hat man dieſer Schiene und dem Balken zu geben? Es iſt hier:

$$S = \frac{P}{\sin.\alpha} = \frac{5000}{\sin.25^0} = \frac{5000}{0{,}4226} = 11831 \text{ Pfund},$$

und daher der nöthige Querſchnitt der Zugſtange, $F_1 = \frac{S}{T_1}$, alſo für $T_1 = 5000$ Pfd.:

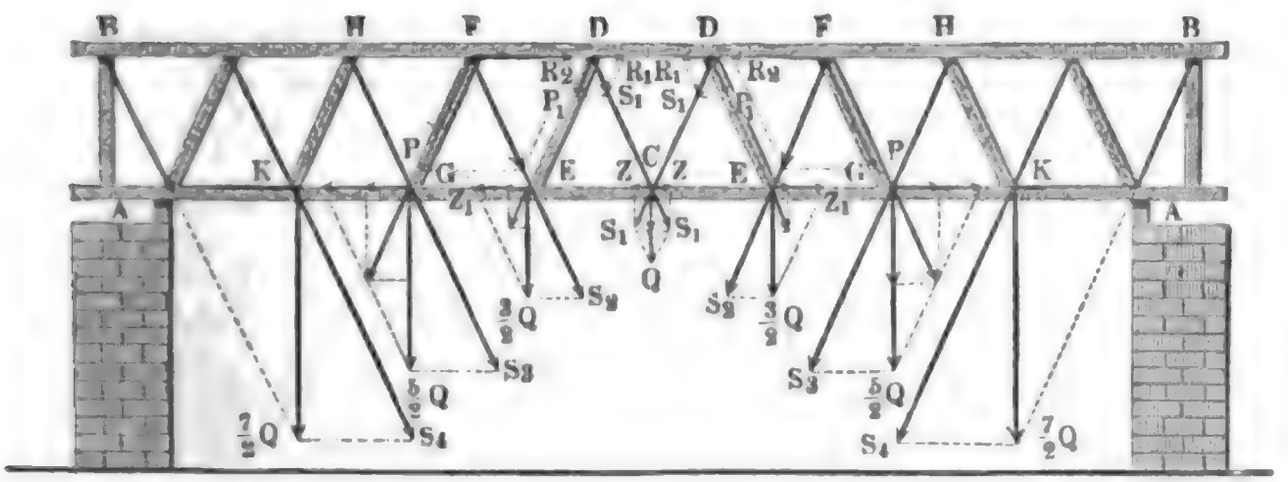
$$\frac{S}{T_1} = \frac{11831}{5000} = 2{,}366 \text{ Quadratzoll},$$

dagegen der Querſchnitt des Balkens, wenn man $T = 250$ Pfund einführt:

$$F = \frac{H}{T} = \frac{P\,cotang.\,\alpha}{T} = \frac{5000\,.\,cotang.25^0}{250} = 42{,}8 \text{ Quadratzoll.}$$

Fachwerksträger. Die ſogenannten Fachwerksträger ſind im Weſentlichſten zuſammengeſetzte Hänge- und Sprengwerke. In der einfachſten Geſtalt beſteht ein ſolcher Balken aus zwei einfachen Balken AA, BB, Fig. 114, welche durch Streben, wie DE, FG u. ſ. w., und durch Zug- §. 62

Fig. 114.



ſtangen CD, EF u. ſ. w. mit einander verbunden ſind. Die Art und Weiſe, wie ein ſolcher Balken dem Biegen und Zerbrechen Widerſtand leiſtet, iſt aus Folgendem zu erſehen. Denken wir uns den Balken der Länge nach in $2n$ gleiche Theile getheilt, und nehmen wir an, daß in jedem der $2n-1$ Theilpunkte, ſowie in jedem der beiden Endpunkte A, A eine gleiche Laſt Q niederziehe, und folglich die ganze Balkenlaſt $(2n-1)\,Q$ ſei. Die Laſt Q im Mittelpunkte C zerlegt ſich nach den Richtungen der beiden Zugſtangen CD, CD, deren Neigung gegen den Horizont $= \alpha$ ſein möge, in die Zugkräfte

$$S_1 = \frac{Q}{2\,sin.\,\alpha} \text{ und } S_1 = \frac{Q}{2\,sin.\,\alpha}.$$

Dieſe Kräfte pflanzen ſich bis D, D in dem oberen Balken BB fort und zerlegen ſich hier in eine Druckkraft R_1 nach der Axe des Balkens BB und in eine Druckkraft P_1 in der Richtung der Strebe DE. Iſt β der Neigungswinkel einer ſolchen Strebe gegen die Balkenaxe, ſo hat man:

$$\frac{R_1}{S_1} = \frac{sin.(\alpha+\beta)}{sin.\,\beta}, \text{ daher } R_1 = \frac{S_1\,sin.(\alpha+\beta)}{sin.\,\beta} = \frac{Q}{2}\,\frac{sin.(\alpha+\beta)}{sin.\,\alpha\,sin.\,\beta},$$

und

$$\frac{P_1}{S_1} = \frac{sin.\,\alpha}{sin.\,\beta}, \text{ daher } P_1 = \frac{S_1\,sin.\,\alpha}{sin.\,\beta} = \frac{Q}{2\,sin.\,\beta}.$$

Die Kraft P_1, welche ſich durch die Strebe hindurch bis zum Punkte E in dem unteren Balken fortpflanzt, zerlegt ſich hier in eine Verticalkraft

$$V = P_1 \sin.\beta = S_1 \sin.\alpha = \frac{Q}{2}$$

und in eine Horizontalkraft:

$$H = P_1 \cos.\beta = S_1 \sin.\alpha \operatorname{cotang}.\beta = \frac{Q}{2} \operatorname{cotang}.\beta.$$

Die Verticalkraft $V = \frac{Q}{2}$ vereinigt ſich mit der in E angehängten Laſt Q, es zieht daher hier im Ganzen $^3/_2\ Q$ ſenkrecht nieder, und es ergiebt ſich durch Zerlegung dieſer Kraft die Spannung der Zugſtange EF:

$$S_2 = {}^3/_2 \frac{Q}{\sin.\alpha},$$

ſowie die Zugkraft in der Richtung des Balkens AA:

$$= \frac{3\,Q}{2} \operatorname{cotang}.\alpha,$$

alſo, wenn man noch H hinzufügt, die ganze Zugkraft:

$$Z_1 = {}^3/_2\ Q \operatorname{cotang}.\alpha + \frac{Q}{2} \operatorname{cotang}.\beta.$$

Die Zugkraft S_2 pflanzt ſich durch die Zugſtange EF bis F im oberen Balken fort, und zerlegt ſich hier wieder in eine Druckkraft nach der Balkenaxe:

$$R_2 = \frac{S_2 \sin.(\alpha+\beta)}{\sin.\beta} = {}^3/_2 \frac{Q \sin.(\alpha+\beta)}{\sin.\alpha \sin.\beta},$$

und in eine Druckkraft nach der Strebe FG:

$$P_2 = \frac{S_2 \sin.\alpha}{\sin.\beta} = {}^3/_2 \frac{Q}{\sin.\beta}.$$

Wenn man auf dieſe Weiſe, von der Mitte nach den Balkenenden fortſchreitend, die übrigen Spannkräfte ermittelt, ſo findet man folgende Regeln:

1) Die Zugſtangen CD, EF, GH u. ſ. w. ſind durch die Kräfte

$$S_1 = \frac{Q}{2 \sin.\alpha},\ S_2 = {}^3/_2 \frac{Q}{\sin.\alpha},\ S_3 = {}^5/_2 \frac{Q}{\sin.\alpha} \text{ u. ſ. w.,}$$

und die Streben DE, FG, HK u. ſ. w. durch die Kräfte

$$P_1 = \frac{Q}{2 \sin.\beta},\ P_2 = {}^3/_2 \frac{Q}{\sin.\beta},\ P_3 = {}^5/_2 \frac{Q}{\sin.\beta} \text{ u. ſ. w.}$$

geſpannt.

2) Jede Hälfte des oberen Balkens BB wird durch die Kräfte

$$R_1 = \frac{Q}{2} \frac{\sin.(\alpha+\beta)}{\sin.\alpha \sin.\beta},\ R_2 = {}^3/_2 \frac{Q \sin.(\alpha+\beta)}{\sin.\alpha \sin.\beta},\ R_3 = {}^5/_2 \frac{Q \sin.(\alpha+\beta)}{\sin.\alpha \sin.\beta}$$

oder

$$R_1 = \frac{Q}{2}\,(cotang.\,\alpha + cotang.\,\beta),\quad R_2 = {}^3/_2\,Q\,(cotang.\,\alpha + cotang.\,\beta),$$

$$R_3 = {}^5/_2\,Q\,(cotang.\,\alpha + cotang.\,\beta)\text{ u. ſ. w.}$$

zuſammengedrückt, dergeſtalt alſo, daß die ganze zuſammendrückende Kraft in der Mitte zwiſchen D und D am größten, nämlich

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots = [1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1)]\,\frac{Q}{2}\,\frac{sin.(\alpha+\beta)}{sin.\,\alpha\,sin.\,\beta}$$

$$= [1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1)]\,\frac{Q}{2}\,(cotang.\,\alpha + cotang.\,\beta),$$

$$= \frac{n^2\,Q}{2}\,(cotang.\,\alpha + cotang.\,\beta),$$

und daß ſie dagegen an den äußeren Balkenenden B, B nur

$$(2n-1)\,\frac{Q}{2}\,\frac{sin.(\alpha+\beta)}{sin.\,\alpha\,sin.\,\beta} = (2n-1)\,\frac{Q}{2}\,(cotang.\,\alpha + cotang.\,\beta)$$

ausfällt.

3) Jede Hälfte des unteren Balkens $A\,A$ wird durch die Zugkräfte

$$Z_1 = {}^3/_2\,Q\,cotang.\,\alpha + \frac{Q}{2}\,cotang.\,\beta,$$

$$Z_2 = {}^5/_2\,Q\,cotang.\,\alpha + {}^3/_2\,Q\,cotang.\,\beta\text{ u. ſ. w.}$$

ausgedehnt, ſo daß folglich die ganze Zugkraft in der Mitte C am größten nämlich

$$Z = Z_1 + Z_2 + \cdots = [+3 + 5 + \cdots + (2n-1)]\,\frac{Q}{2}\,cotang.\,\alpha$$

$$+ [1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1)]\,\frac{Q}{2}\,cotang.\,\beta$$

$$= [(n^2-1)\,cotang.\,\alpha + n^2.\,cotang.\,\beta]\,\frac{Q}{2}$$

iſt, und nach den Enden zu immer kleiner und kleiner wird, ſo daß ſie an einem Ende die Größe

$$(2n-1)\,\frac{Q}{2}\,cotang.\,\beta$$

behält.

Iſt die Anzahl n der Streben und Zugbänder ſehr groß, ſo kann §. 63
man die ganze Zugkraft des unteren Balkens der ganzen Druckkraft des oberen Balkens gleich, und zwar jede

$$R = \frac{n^2}{2}\,Q\,(cotang.\,\alpha + cotang.\,\beta)\text{ ſetzen.}$$

Bezeichnet h die Höhe des ganzen Balkens, oder der Normalabſtand der beiden Balken von einander, und a den Abſtand $CE = DF = EG$ u. ſ. w. der Streben von einander, in der Richtung der Balkenaxen gemeſſen, ſo hat man:

$$a = h\ (cotang.\ \alpha + cotang.\ \beta)$$

und daher

$$R = \frac{n^2 a}{2h}\ Q,$$

oder, wenn man die halbe Balkenlänge $l = na$ einführt

$$R = \frac{l}{2h} \cdot n\,Q.$$

Iſt nun F der Querſchnitt eines Balkens und T der Tragmodul deſſelben, ſo hat man folglich

$$R = FT,$$

und daher die Belaſtung einer Trägerhälfte:

$$nQ = \frac{2h}{l}\ FT.$$

Es wächſt alſo hiernach das Tragvermögen eines Fachwerkträgers wie der Querſchnitt F ſeiner Hauptbalken und wie die Höhe h oder der Abſtand der Hauptbalken deſſelben von einander.

Dieſen Ausdruck für die Tragkraft eines zuſammengeſetzten Balkens findet man auch, wenn man den Balken als einen einfachen elaſtiſchen Körper anſieht und ſeine Biegungselaſticität in Betracht zieht. Es wird jede Balkenhälfte an ihrem Ende durch die Unterſtützung mit der Kraft nQ von unten nach oben, und in ihrer Mitte durch eine gleiche Kraft nQ von oben nach unten gebogen, und es iſt daher das Biegungsmoment jeder Balkenhälfte:

$$nQl - nQ\,\frac{l}{2} = \frac{nQl}{2}.$$ (Vergl. Band I., §. 240).

Nun wirkt aber die Spannung R eines Balkens in Hinſicht auf den Mittelpunkt des Balkens am Hebelarme $\frac{h}{2}$; es iſt daher die Summe der Momente der Spannkräfte beider Balken:

$$2R \cdot \frac{h}{2} = Rh,$$

und es folgt daher durch Gleichſetzen dieſer Momente:

$$\frac{nQl}{2} = Rh, \text{ und wie oben,}$$

$$nQ = \frac{2h}{l}\ R = \frac{2h}{l}\ FT.$$

Lägen die beiden Hauptbalken, wovon jeder die Höhe h_1 haben möge, lose über einander, so würde ihre Tragkraft

$$nQ = 2 . 2 \frac{b h_1^2}{l} \frac{T}{6} = {}^2/_3 \frac{h_1}{l} FT \text{ betragen,}$$

und diese Balken zu einem Ganzen fest mit einander verbunden, so hätte man

$$nQ = 2 . \frac{b (2 h_1)^2}{l} \frac{T}{6} = {}^4/_3 \frac{h_1}{l} FT \text{ zu setzen.}$$

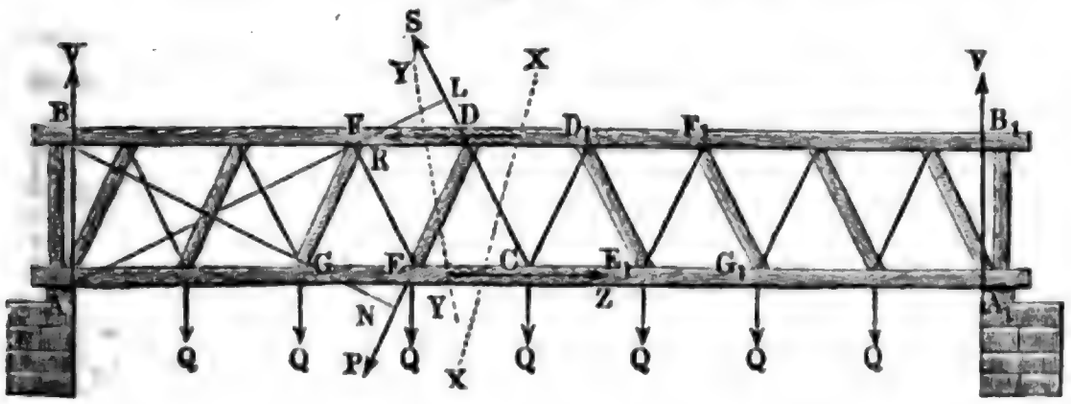
Es trägt hiernach unter übrigens gleichen Umständen ein Fachwerksträger wie Fig. 114 darstellt, $3 \frac{h}{h_1}$ mal soviel als die beiden lose auf einander gelegten, und $\frac{3h}{2h_1}$ mal soviel als die beiden auf einander gelegten und fest mit einander verbundenen Balken.

Die Spannungsverhältnisse fallen nicht wesentlich anders aus, wenn die Anzahl der Tragefelder eine ungerade ist, so wie wenn die Last auf dem oberen Balken aufruht, oder zwischen beiden Streckbalken angebracht ist. Da sich die Streben in Folge der Druckkräfte leicht biegen können, so ist es zweckmäßig, dieselben möglichst kurz zu machen, also senkrecht zu stellen, wobei $\beta = 90$ Grad ausfällt.

§. 64

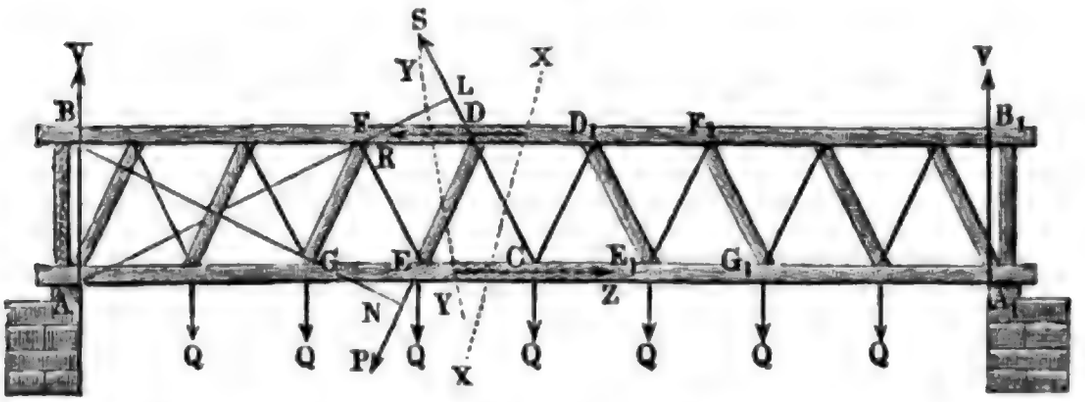
Die Bestimmung der Spannungen eines Fachwerksträgers läßt sich auch leicht durch Anwendung der Theorie der Drehungsmomente vollziehen, wenn man sich den Träger in zwei Theile zerschnitten denkt, und voraussetzt, daß der eine Theil nur durch die Spannungen in den Schnittflächen mit den anderen zusammenhängt. Es bilden dann diese Spannungen mit den äußeren Kräften auf der einen Seite des Trägers ein im Gleichgewicht befindliches Kraftsystem. Ist $(2n - 1) Q$ die ganze Belastung der Brücke, so beträgt die Kraft, welche jeder der Brückenpfeiler aufnimmt, mit welcher also auch jeder der beiden Pfeiler den einzelnen Kräften, Q, Q u. s. w. entgegenwirkt, $V = (n - {}^1/_2) Q$. Denken wir uns nun durch einen Schnitt XX zwischen C und D, Fig. 115, den Träger zerschnitten, so kön-

Fig. 115.



nen wir annehmen, daß die in den Schnittflächen wirkenden Spannungen R, Z und S mit den Kräften $(n - 1/2)\,Q$, Q, Q u. ſ. w. des Balken-

Fig. 116.



ſtückes $A\,C\,D$ im Gleichgewichte ſind. Um die Spannung R des oberen Balkens zu finden, betrachten wir C als Drehungspunkt, und machen die Bedingung, daß die algebraiſche Summe der Momente ſämmtlicher in Rede ſtehenden Kräfte = Null ſei. Nun iſt das Moment des Pfeilerdruckes V, $V.\overline{CA} = (n - 1/2)\,Ql$, ferner die Summe der Momente von Q, Q u. ſ. w.

$$\frac{Ql}{n} + \frac{2\,Ql}{n} + \frac{3\,Ql}{n} + \cdots + (n-1)\,\frac{Ql}{n}$$

$$= (1 + 2 + 3 + \cdots + n - 1)\,\frac{Ql}{n} = (n-1)\,\frac{Ql}{2},$$

und das Moment der Stangenſpannung S, ſowie das des Balkenzuges Z, $= 0$, da die Richtungen beider Kräfte durch C gehen, daher hat man das Moment des am Hebelarme $\overline{AB} = h$ wirkenden Balkendruckes R

$$Rh = (n - 1/2)\,Ql - (n-1)\,\frac{Ql}{2} = \frac{n\,Ql}{2},$$

und dieſen Druck ſelbſt

$$R = \frac{n\,Ql}{2h}.$$

Denkt man ſich dagegen A als Drehungspunkt, ſo hat man das Moment der Spannung S,

$S.\overline{AL} = S.l\,\sin.\alpha$, während die Summe der Momente von R, Q, Q u. ſ. w. unverändert bleiben und die Momente von V und Z Null ausfallen; es iſt daher

$$Sl\,\sin.\alpha = Rh - (n-1)\,\frac{Ql}{2} = \left(\frac{n}{2} - \frac{(n-1)}{2}\right)Ql = \frac{Ql}{2},$$

und die geſuchte Strebenſpannung

$$S = \frac{Q}{2\,\sin.\alpha}.$$

Denken wir uns nun einen Schnitt YY zwiſchen den Stützpunkten D und E, und nehmen wir zunächſt einen Drehungspunkt in D an, für welchen die Momente von R und S Null ſind. Das Moment von V iſt dann $V.\overline{DB} = (n - {}^1/_2)\,(l - h\ cotang.\,\alpha)\,Q$, und die Summe der Momente der Belaſtungen Q, Q u. ſ. w.

$$Q\left(\frac{l}{n} - h\ cotang.\,\alpha\right) + Q\left(\frac{2l}{n} - h\ cotang.\,\alpha\right)$$

$$+ \cdots Q\left((n-1)\frac{l}{n} - h\ cotang.\,\alpha\right) = (n-1)\left(\frac{l}{2} - h\,cotg.\,\alpha\right)Q.$$

Daher folgt das Moment der Spannung Z des unteren Streckbalkens:

$$Zh = (n - {}^1/_2)\,(l - h\,cotang.\,\alpha)\,Q - (n-1)\left(\frac{l}{2} - h\,cotang.\,\alpha\right)Q$$

$$= (nl - h\ cotang.\,\alpha)\,\frac{Q}{2}, \text{ und dieſe Spannung ſelbſt}$$

$$Z = (nl - h\ cotang.\,\alpha)\,\frac{Q}{2h} = \left(\frac{nl}{h} - cotang.\,\alpha\right)\frac{Q}{2}.$$

Nehmen wir endlich den Drehungspunkt in B an, ſo daß die Momente von V und R = Null ſind, ſo iſt das Moment von dem Strebendrucke P:

$P.\overline{BN} = P.\overline{BD}.sin.\,\beta = P(l - h\,cotang.\,\alpha)\ sin.\,\beta$, das von Z,

$Zh = (nl - h\ cotang.\,\alpha)\,\frac{Q}{2}$, und die Summe der Momente von

Q, Q u. ſ. w.

$$Q\,\frac{l}{n} + \frac{2\,Ql}{n} + \cdots + (n-1)\,\frac{Ql}{n} = \left(\frac{n-1}{2}\right)\,Ql,$$

ſo daß ſchließlich

$$P\,(l - h\,cotang.\,\alpha)\ sin.\,\beta = (nl - h\ cotang.\,\alpha)\,\frac{Q}{2} - (n-1)\frac{Ql}{2}$$

und der Druck in der Strebe:

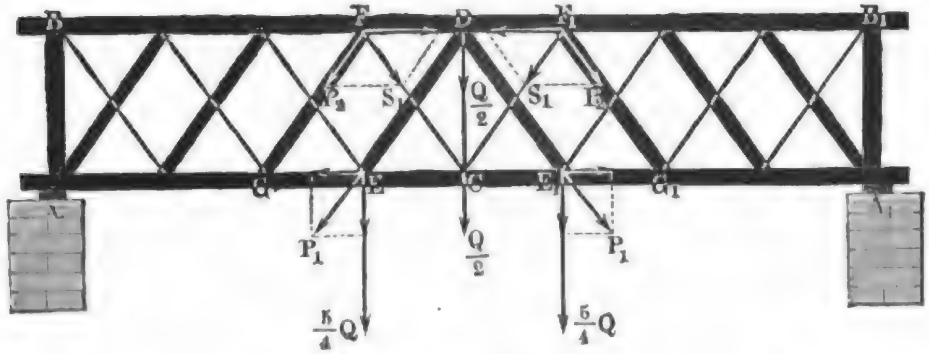
$$P = \frac{(l - h\ cotang.\,\alpha)\ Q}{2\,(l - h\ cotang.\,\alpha)\,sin.\,\beta} = \frac{Q}{2\,sin.\,\beta} \text{ folgt.}$$

Dieſe Kraftwerthe ſtimmen mit den im vorigen Paragraphen gefundenen vollſtändig überein. Es iſt leicht zu ermeſſen, wie durch Annahme anderer Schnittlinien und anderer Drehungspunkte die Spannungen der übrigen Zugſtangen und Streben, ſo wie die der Streckbalken an anderen Stellen gefunden werden können.

Gekreuzte Fachwerksträger. Wenn zwiſchen je zwei Streben und Zugſtangen eine Strebe und Zugſtange eingeſchaltet iſt, wie bei dem Träger in Fig. 117 (a. f. S.), wo jede Strebe ſich mit einer §. 65

gleichgeneigten Zugſtange kreuzt, und in der Mitte des Balkens noch eine verticale Zugſtange CD angebracht iſt, ſo kann man annehmen, daß das mittlere Stangenpaar CF, CF ebenſo wie das mittlere Strebenpaar von

Fig. 117.



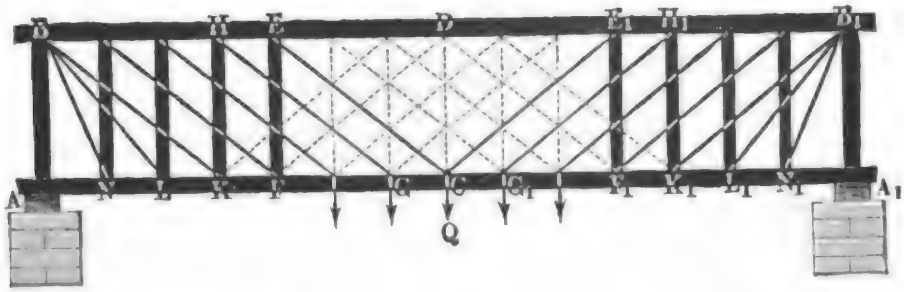
der Laſt Q in der Mitte C, die Hälfte, alſo $\frac{Q}{2}$ trägt, und daß daher von der Mitte C nach den Balkenenden A, A_1 zugegangen, die Stangen- und Strebenſpannungen: $S_1 = P_1 = P_2 = {}^1/_4 \frac{Q}{\sin.\alpha}$, $S_2 = P_3 = {}^5/_4 \frac{Q}{\sin.\alpha}$, $S_3 = P_4 = {}^9/_4 \frac{Q}{\sin.\alpha}$ u. ſ. w. ſind, vorausgeſetzt, daß die Streben und Stangen denſelben Neigungswinkel α haben.

Bei einer ziemlich großen Anzahl von Streben und Stützen iſt die Spannung der Streckbalken in C und D, wie oben,

$$R = Z = \frac{n\,Q\,l}{2\,h}$$ zu ſetzen.

Bei einem Fachwerksträger AB_1, Fig. 118, mit zweifach gekreuzten Streben EF, HK ... und Zugſtangen CE, GH ..., wovon die erſteren vertical ſtehen, ſind die Spannungen der Zugſtangen CE, GH u. ſ. w.

Fig. 118.



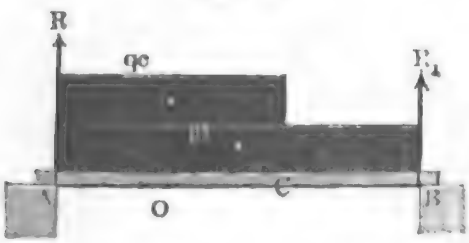
$$S_1 = \frac{Q}{2\sin.\alpha},\ S_2 = S_3 = \frac{Q}{\sin.\alpha},\ S_4 = {}^3/_2 \frac{Q}{\sin.\alpha},\ S_5 = \frac{2\,Q}{\sin.\alpha},$$

und die der äußerſten Stangen, BL und BN, wenn α_1 und α_2 die Neigungswinkel derſelben gegen die Balken bezeichnen, $S_6 = \frac{2\,Q}{sin.\,\alpha_1}$ und $S_7 = \frac{5\,Q}{2\,sin.\,\alpha_2}$; ferner ſind die Drücke in den Streben EF, HK u. ſ. w.

$$P_1 = \frac{Q}{2},\ P_2 = P_3 = Q,\ \text{und}\ P_4 = {}^3/_2\ Q\ \text{u. ſ. w.}$$

Die Spannungen in den Streckbalken laſſen ſich wieder $R = Z = \frac{n\,Q\,l}{2\,h}$ ſetzen, wenigſtens wenn die Anzahl n der Laſtpunkte F, K, L ... ſehr groß iſt. In der Regel, zumal bei langen Brückenträgern, ſchaltet man im mittleren Theile EF_1 derſelben die in der Figur punktirten Verſtrebungen ein, nicht allein um dem Ganzen eine größere Steifigkeit zu geben, ſondern auch aus dem Grunde, weil hier durch die mobile Belaſtung, z. B. durch einen Wagenzug, die ſtärkſte Biegung des Trägers von der Mitte C weg zur Seite, z. B. nach G, rückt. Bezeichnet l die Länge des ganzen Trägers AB, Fig. 119, und p die conſtante Belaſtung deſſelben auf den laufenden Fuß, ferner c die Länge der mobilen Laſt, und die Größe derſelben pr. Fuß $= q$, ſo iſt die ganze conſtante Laſt $= pl$, und die mobile $= qc$, ferner der Druck in einem Stützpunkte B:

Fig. 119.



$$R_1 = \frac{pl}{2} + \frac{qc^2}{2l}$$

und der im andern Stützpunkte A:

$$R = \frac{pl}{2} + qc\left(1 - \frac{c}{2l}\right).$$

Das Biegungsmoment an einer Stelle O, welche um $AO = x$ vom Auflagerungspunkt abſteht, iſt:

$$M = Rx - (p+q)\,\frac{x^2}{2} = \frac{p+q}{2}\,x\left(\frac{2\,R}{p+q} - x\right),$$

und fällt am größten aus für $x = \frac{R}{p+q}$, nämlich

$$M = \frac{R^2}{2\,(p+q)} = \frac{\left[{}^1/_2\,pl + qc\left(1 - \frac{c}{2l}\right)\right]^2}{2\,(p+q)}.$$

Da $1 - \frac{c}{2l}$ ſtets poſitiv iſt, ſo giebt $c = l$, den Maximalwerth $M = \frac{(p+q)\,l^2}{8}$, alſo genau denſelben, als wenn der Balken die gleich-

mäßige vertheilte conſtante Laſt $(p+q)\,l$ trägt. Die verticale Schubkraft iſt im Abſtande $x < c$,
$V = R - (p+q)\,x$, und im Abſtande $x_1 > c$,
$V_1 = R - px - qc$; in beiden Fällen am kleinſten für $x = c$, und zwar

$$V = R - (p+q)\,c = \frac{pl}{2} - pc - \frac{qc^2}{2l}.$$

Die Länge c der beweglichen Laſt, bei welcher dieſe Schubkraft Null ausfällt, giebt nun die Auflöſung der Gleichung $c^2 + \frac{2pcl}{q} = \frac{pl^2}{q}$, nämlich

$$c = \left[-\frac{p}{q} + \sqrt{\frac{p}{q} + \left(\frac{p}{q}\right)^2}\right] l.$$

Für dieſe Länge iſt der Hebelarm des größten Momentes, $x = \frac{R}{p+q} = c$, und das entſprechende größte Moment ſelbſt,

$$M = \frac{R^2}{2(p+q)} = (p+q)\frac{c^2}{2} = \left[-\frac{p}{q} + \sqrt{\frac{p}{q} + \left(\frac{p}{q}\right)^2}\right]^2 \frac{(p+q)\,l^2}{2}.$$

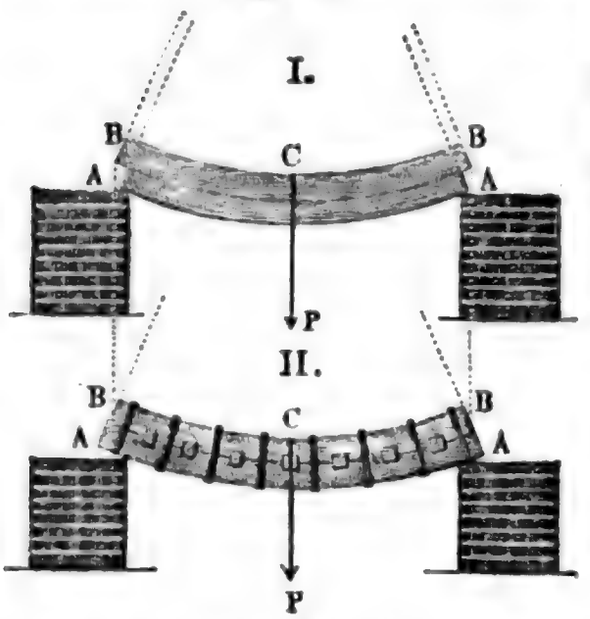
Während bei einer auf den Träger gleichmäßig vertheilten Laſt pl oder $(p+q)\,l$, die größte Durchbiegung in der Mitte des Trägers, d. i. im Abſtande $\frac{l}{2}$ von A ſtattfindet, iſt bei einer mobilen Belaſtung die Stelle der größten Durchbiegung im Abſtande $c = \left[-\frac{p}{q} + \sqrt{\frac{p}{q} + \left(\frac{p}{q}\right)^2}\right] l$, rückt alſo dieſer Ort von der Mitte um $\frac{l}{2} - c = \left[\frac{1}{2} + \frac{p}{q} - \sqrt{\frac{p}{q} + \left(\frac{p}{q}\right)^2}\right] l$ der mobilen Laſt entgegen, und bewegt ſich nachher ebenſo auf der anderen Seite von der Mitte des Trägers fort, wenn die mobile Laſt die erſte Seite verlaſſen hat.

Aus dem Vorſtehenden folgt, 1) daß man die Spannungen und Querſchnitte der Strebebalken ſo berechnen ſoll, als wenn der ganze Träger die conſtante Laſt $(p+q)\,l$ zu tragen hätte, und 2) daß man ſämmtliche Laſtpunkte, welche nicht über $\frac{l}{2} - c = \left[\frac{1}{2} + \frac{p}{q} - \sqrt{\frac{p}{q} + \left(\frac{p}{q}\right)^2}\right] l$ von der Trägermitte C abſtehen, wie dieſe Mitte, d. i. durch Diagonalſtangen, wie Fig. 118 in punktirten Linien angiebt, zu unterſtützen hat.

§. 66 **Ueber einander liegende Balken.** Zur Vergrößerung der Tragkraft werden auch oft zwei oder mehrere Balken über einander gelegt. Wird in dieſem Falle weiter keine Verbindung der Balken mit einander durch Bänder oder Schrauben angewendet, ſo biegt ſich jeder dieſer Balken, wie z. B. AA, Fig. 120, I. unabhängig von dem anderen BB, und es iſt daher

die Tragkraft dieſer Balkenverbindung nur gleich der Summe der Tragkräfte der einzelnen Balken. Iſt z. B. in dem abgebildeten Falle, wo die Balken an den Enden frei aufliegen und in der Mitte eine Laſt P tragen, l die Länge, b die Breite, und h die Höhe eines einzelnen Balkens, ſowie n die Anzahl der über einander liegenden Balken, ſo beträgt die Tragkraft der Verbindung

Fig. 120.



$$P = n \cdot 4 \frac{bh^2}{l} \cdot \frac{T}{6}$$

$$= 4\,n \frac{bh^2}{l} \cdot \frac{T}{6},$$

z. B. für Holz (ſ. Bd. I., §. 240)

$$P = 4\,n \cdot 167 \frac{bh^2}{l}$$

$$= 668\,n \frac{bh^2}{l} \text{ Pfund.}$$

Wenn hingegen die über einander liegenden Balken AA, BB, Fig. 120, II., durch Verzahnung oder eingelegte Dübel, ſowie mittels Bänder oder Schrauben ſo feſt mit einander verbunden ſind, daß in der gemeinſchaftlichen Berührungsfläche kein Verſchieben möglich iſt, und ſich die Verbindung nur im Ganzen, d. i. wie ein einziger Balken biegen kann, ſo iſt die Tragkraft dieſer Verbindung auch gleich der eines einzigen Balkens, welcher zur Höhe h_1 die Summe nh der Höhen h der einzelnen Balken hat. Für den abgebildeten Fall II. iſt folglich die Tragkraft:

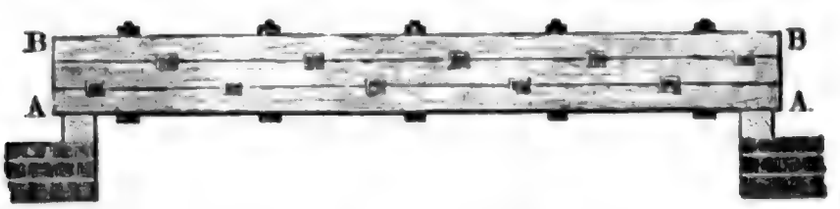
$$P = 4 \cdot \frac{b(nh)^2}{l} \cdot \frac{T}{6} = 4n^2 \frac{bh^2}{l} \frac{T}{6},$$

z. B. bei hölzernen Balken:

$$P = 4n^2 \cdot 167 \frac{bh^2}{l} = 668\,n^2 \frac{bh^2}{l} \text{ Pfund.}$$

Es trägt alſo in dieſem Falle der Balken $n$mal ſo viel als im erſteren. Z. B. der in Fig. 121 abgebildete Balken $ABBA$ trägt, da er in einer feſten Verbindung von drei einfachen Balken beſteht, $n^2 = 3^2 = 9$mal ſo

Fig. 121.



viel als der einfache Balken, und $n = 3$mal ſo viel als wenn dieſe drei Balken loſe über einander liegen. Allerdings iſt die künſtliche Verbindung

der Balken durch die Schrauben u. ſ. w. nie ſo innig als die natürliche Verbindung, um ſo mehr, da die Balken auch durch die Verzahnung oder durch die Löcher für die Dübel, ſowie durch die Schraubenlöcher geſchwächt werden. Deshalb ſoll man in der Praxis ſtets auf eine kleinere Tragkraft rechnen, als die letzte Formel angiebt.

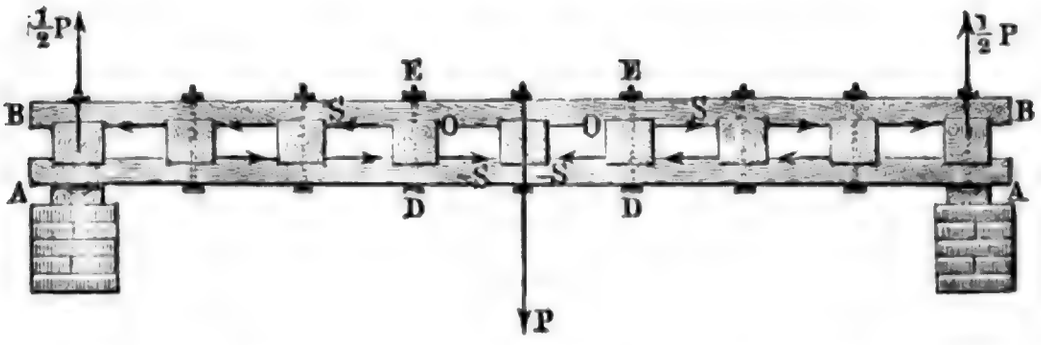
Um auf dieſe Weiſe ſehr lange Balken herzuſtellen, iſt wohl auch nöthig, die einfachen Balken der Länge nach an einander zu ſtoßen. Hierbei muß aber dafür geſorgt werden, daß niemals zwei Stoßfugen unmittelbar unter einander, ſondern im Gegentheil möglichſt entfernt von einander zu liegen kommen. Wegen dieſes Zuſammenſtoßens iſt natürlich immer einer von den über einander liegenden n Balken unwirkſam, und daher die Tragkraft P nur

$$= 4\,(n-1)^2\,\frac{bh^2}{l}\,\frac{T}{6}.$$

§. 67 **Zuſammengebolzte Balken.** Da die Tragkraft eines Balkenelementes um ſo größer iſt, je entfernter daſſelbe von der neutralen Axe liegt, ſo legt man auch oft die Balken nicht unmittelbar über einander, ſondern ſpannt zwiſchen beide in gewiſſen Abſtänden von einander kurze Holzſtücke oder Bolzen.

Eine ſolche Verbindung zweier Balken AA und BB mit einander durch Bolzen $O, O \ldots$ und mittels Schrauben $DE, DE \ldots$, welche durch letztere hindurchgehen, führt Fig. 122 vor Augen. Behalten wir für einen ſolchen

Fig. 122.



Balken die vorige Bezeichnung bei, nehmen wir aber noch an, daß beide Balkenaxen um die Höhe a von einander abſtehen, ſo haben wir unter der obigen Vorausſetzung, daß der ganze Balken an beiden Enden frei aufliegt, und die Laſt in der Mitte deſſelben niederzieht (ſ. Band I., §. 236), die Größe dieſer Laſt oder die ſogenannte Tragkraft:

$$P = 4\,\frac{[(a+h)^3-(a-h)^3]\,b}{(a+h)\,l}\,\frac{T}{6} = \frac{8\,(3\,a^2+h^2)\,bh}{(a+h)\,l}\,\frac{T}{6},$$

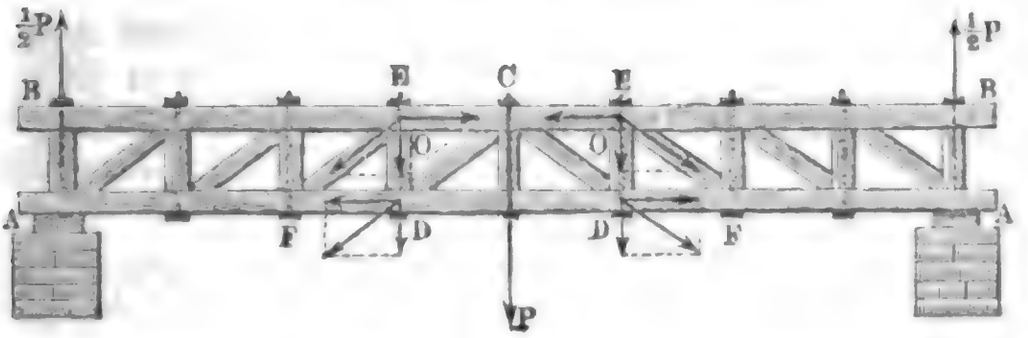
alſo z. B. für Holz, wo $\frac{T}{6} = 167$ Pfund iſt,

$$P = 1336 \cdot \frac{(3a^2 + h^2)bh}{(a + h)l}.$$

Bei gleichem Querſchnitte, und alſo auch bei gleichem Gewichte des Balkens, trägt folglich ein ſolcher zuſammengeſetzter Träger um ſo mehr, je größer der Abſtand zwiſchen beiden Balkenhälften iſt.

Da in Folge der Biegung der untere Balken, Fig. 123, ausgedehnt und der obere Balken BB zuſammengedrückt wird, ſo beſitzt der erſtere ein Be-

Fig. 123.



ſtreben, ſich wieder zu verkürzen, und der zweite ein Beſtreben, auf ſeine urſprüngliche Länge ſich wieder auszudehnen. Dieſen Beſtrebungen müſſen die Bolzen O und Schrauben DE entgegenwirken. Die Spannkräfte S und $-S$, welche dieſen Beſtrebungen entſprechen, bilden ein Kräftepaar $(S, -S)$ mit dem Hebelarm a, welches dem Kräftepaar $\left(\frac{P}{2}, -\frac{P}{2}\right)$ mit dem Hebelarm $CA = \frac{l}{2}$ das Gleichgewicht hält; es iſt folglich

$$Sa = \frac{P}{2} \cdot \frac{l}{2}, \text{ daher die Größe einer ſolchen Spannkraft: } S = \frac{Pl}{4a}.$$

Dieſe Kraft vertheilt ſich auf die ſämmtlichen Bolzen je einer Balkenhälfte. Nehmen wir an, daß eine ſolche Hälfte n Bolzen enthalte, und daß ſich S auf dieſe Bolzen gleichmäßig vertheile, ſo erhalten wir die von einem Bolzen aufzunehmenden Kräfte:

$$S_1 = \frac{S}{n} = \frac{Pl}{4na} \text{ und } -S_1 = -\frac{S}{n} = -\frac{Pl}{4na}.$$

In Folge des Kräftepaares $\left(\frac{S}{n}, -\frac{S}{n}\right)$ erhält ein ſolcher Bolzen ein Beſtreben zum Drehen, wobei er in den diagonal einander gegenüber liegenden Ecken deſſelben gewiſſe Kräfte $R, -R$ ausübt, welchen durch die Schraube DE das Gleichgewicht gehalten wird. Iſt e die Breite eines Bolzens, parallel zur Axe des Balkens gemeſſen, ſo hat man:

$$Re = \frac{S}{n} a = \frac{Pl}{4n},$$

daher die mittlere Zugkraft einer Schraube

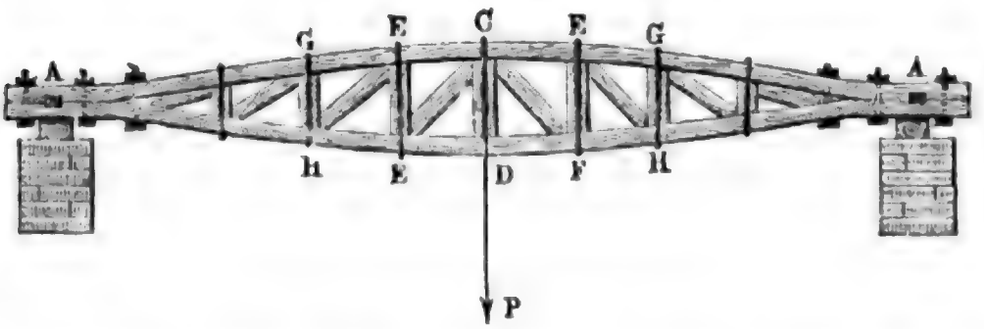
$$R = \frac{Pl}{4ne},$$

Um dem Beſtreben zum Umdrehen der Bolzen noch kräftiger entgegenzuwirken, ſetzt man noch Streben, wie CD, EF, Fig. 123, zwiſchen je zwei Bolzen ein, auch zieht man wohl noch Hülfsſtreben ein, ſo daß der Zwiſchenraum zwiſchen je zwei Bolzen durch ein ſogenanntes Andreaskreuz ausgefüllt wird.

§. 68 **Geſprengte Balken.** Da die aus zwei parallelen Balken AA, BB zuſammengeſetzten Träger an den Enden eine unnöthige große Höhe oder Stärke haben, ſo giebt man auch wohl dieſen Balken eine mäßige Biegung und ſetzt zwiſchen dieſelben Bolzen, welche von der Mitte des Trägers aus nach den Enden zu allmälig an Höhe abnehmen.

Ein ſolcher geſprengter Balken iſt in Fig. 124 abgebildet. Die beiden Balken ACA und ADA ſind an den Enden durch Schrauben feſt mit ein-

Fig. 124.



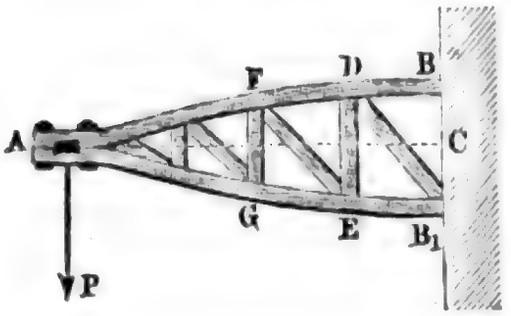
ander verbunden, und werden im Inneren durch Bolzen oder Spreizen GH, EF... auseinander-, ſowie durch eiſerne Bänder, welche um dieſe Spreizen herumlaufen, zuſammengehalten und durch Streben CF, EH... gehörig abgeſteift.

Da das Umdrehungsbeſtreben der Spreizen zwiſchen den beiden Balken mit der Höhe derſelben wächſt und abnimmt, ſo iſt mit dieſem Sprengen oder Biegen der Balken unter gewiſſen Umſtänden nicht allein ein Erſparniß an Material, ſondern auch ein Gewinn an Stabilität verbunden. Allerdings darf man aber auch mit einer ſolchen Ausbiegung der Balken eine gewiſſe Grenze nicht überſchreiten, da durch dieſelbe der Balken einen Theil ſeines Tragvermögens verliert, welcher mit der Größe der Biegung wächſt.

Um den Einfluß des Zuſammenbiegens zweier Balken zu einem Ganzen auf die Tragfähigkeit des letzteren kennen zu lernen, denken wir uns wieder den einfachen Fall, welcher auch der Theorie der Biegung einfacher Balken in Band I. zu Grunde gelegt worden iſt, wo der ganze Balken ABB_1, Fig. 125, an einem Ende feſt eingemauert iſt und am anderen Ende eine

Last P trägt. Ist dann wieder b die Breite und h die Höhe der einfachen Balken AB und AB_1, ferner l die Länge AC und a der Abstand zwischen den Axen der beiden einfachen Balken, unmittelbar an der Einmauerungsstelle gemessen, so hat man das Maaß des Biegungsmomentes des Ganzen:

Fig. 125.



$$W = \frac{b\,[(a+h)^3 - (a-h)^3]}{12}$$

$$= \frac{bh}{6}\,(3a^2 + h^2),$$

während das eines einfachen Balkens

$$W_1 = \frac{bh^3}{12} \text{ ist (s. Band I., §. 226).}$$

In Folge des Zusammenbiegens der beiden Balken wirken dieselben in A mit gewissen Kräften P_1 und $-P_1$ auf einander, welche von der Größe der Durchbiegung $CB = CB_1 = \frac{a-h}{2}$ abhängig sind. Wenn die Zusammenbiegung ohne weitere Unterstützung durch Bolzen DE, FG u. s. w. erfolgt, so bildet die neutrale Axe eines jeden einfachen Balkens eine elastische Linie; durch diese Bolzen kann man aber auch dieser Axe eine andere Gestalt, z. B. die Kreisform geben, wobei die Spannung des unbelasteten Trägers an allen Stellen gleich groß ist. Nehmen wir indessen der Sicherheit wegen die elastische Linie zum Anhalten, wenn auch eine innere Verstrebung durch DE, FG u. s. w. statt hat. Es ist dann (s. Band I., §. 217) die Durchbiegung eines einfachen Balken

$$\frac{a-h}{2} = \frac{P_1 l^3}{3\,W_1 E},$$

daher das Kraftmoment:

$$P_1 l = {}^3/_2\,\frac{(a-h)\,W_1 E}{l^2},$$

ferner der Krümmungshalbmesser an der Einmauerungsstelle B oder B_1:

$$r_1 = \frac{W_1 E}{P_1 l} = \frac{2\,l^2}{3\,(a-h)},$$

und das Ausdehnungsverhältniß der äußersten Fasern an eben dieser Stelle:

$$\sigma_1 = \frac{e_1}{r_1} = {}^1/_2\,h : {}^2/_3\,\frac{l^2}{a-h} = {}^3/_4\,\frac{(a-h)\,h}{l^2}.$$

Die relative Ausdehnung an eben dieser Stelle, in Folge der Last P ist hingegen, da der Krümmungshalbmesser der neutralen Axe AC, im Punkte C:

$$r = \frac{WE}{Pl},$$

und der größte Abſtand einer Faſer von dieſer Axe, $e = \frac{a+h}{2}$ geſetzt werden kann:

$$\sigma_2 = \frac{e}{r} = \frac{Pl\,(a+h)}{2\,WE}.$$

Dieſe beiden Ausdehnungen vereinigen ſich in B zur geſammten relativen Ausdehnung

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = {}^3/_4\,\frac{(a-h)\,h}{l^2} + \frac{Pl\,(a+h)}{2\,WE}.$$

Nehmen wir nun an, daß dieſe Größe die Elaſticitätsgrenze erreicht, ſo können wir $\sigma = \frac{T}{E}$, daher auch

$$T = {}^3/_4\,\frac{(a-h)\,h\,E}{l^2} + \frac{Pl\,(a+h)}{2\,W}$$

oder, wenn wir W aus dem Obigen einführen,

$$T = {}^3/_4\,\frac{(a-h)\,h\,E}{l^2} + \frac{3\,(a+h)\,l\,P}{(3\,a^2+h^2)\,bh}$$ ſetzen.

Hieraus folgt nun die geſuchte Tragkraft

$$P = \frac{(3\,a^2+h^2)\,bh}{3\,(a+h)\,l}\left(T - {}^3/_4\,\frac{(a-h)\,h\,E}{l^2}\right).$$

Wir können hiernach ermeſſen, daß das Tragvermögen des geſprengten Balkens Null ausfällt, wenn

$${}^3/_4\,\frac{(a-h)}{l^2}\,hE = T,$$

wenn folglich der größte Abſtand zwiſchen den Axen der einfachen Balken

$$a = h + {}^4/_3\,\frac{Tl^2}{Eh}$$

oder noch größer iſt.

Wenn die beiden Balken unmittelbar über einander liegen, und auf dieſe Weiſe feſt mit einander verbunden ſind, ſo iſt $a = h$ und daher die Tragkraft:

$$P = \frac{4\,bh^2}{l}\,\frac{T}{6} = {}^2/_3\,\frac{bh^2}{l}\,T$$ (vergl. §. 66).

Zieht man dieſe Tragkraft von der oben gefundenen Tragkraft des geſprengten Balkens ab, ſo erhält man den Ueberſchuß der letzteren über die des einfachen Balkens:

$$P_1 = \frac{bhT}{3l}\left[\left(\frac{3a^2+h^2}{a+h}\right)\left(1-{}^3/_4\,\frac{(a-h)h}{l^2}\,\frac{E}{T}\right)-2h\right]$$

$$= \frac{bhT}{3l}\left(\frac{3a^2-2ah-h^2}{a+h}-{}^3/_4\,\frac{(3a^2+h^2)}{a+h}\cdot\frac{(a-h)h}{l^2}\,\frac{E}{T}\right),$$

oder, wenn man den gemeinſchaftlichen Factor $a-h$ abſondert:

$$P_1 = \frac{a-h}{a+h}\cdot\frac{bhT}{3l}\left(3a+h-{}^3/_4\,(3a^2+h^2)\,\frac{h}{l^2}\,\frac{E}{T}\right).$$

Damit dieſe Kraftdifferenz nicht Null ausfalle, alſo die Sprengung des Balkens in jedem Falle Nutzen gewähre, muß

$${}^3/_4\,(3a^2+h^2)\,\frac{h}{l^2}\,\frac{E}{T} < 3a+h,$$

d. i.

$$a^2-{}^4/_3\,\frac{l^2T}{hE}\,a < {}^4/_9\,\frac{l^2T}{E}-\frac{h^2}{3}\text{ ſein.}$$

Da nun h der kleinſte Werth von a iſt, ſo kann man auch hier $a=h$ ſetzen, ſo daß nun

$$h^2-{}^4/_3\,\frac{l^2T}{E} < {}^4/_9\,\frac{l^2T}{E}-\frac{h^2}{3},\text{ oder }{}^4/_3\,\frac{l^2T}{E} > h^2,$$

d. i.

$$\left(\frac{l}{h}\right)^2 > {}^3/_4\,\frac{E}{T},\text{ oder }\frac{l}{h} > \sqrt{{}^3/_4\,\frac{E}{T}}\text{ ſein muß.}$$

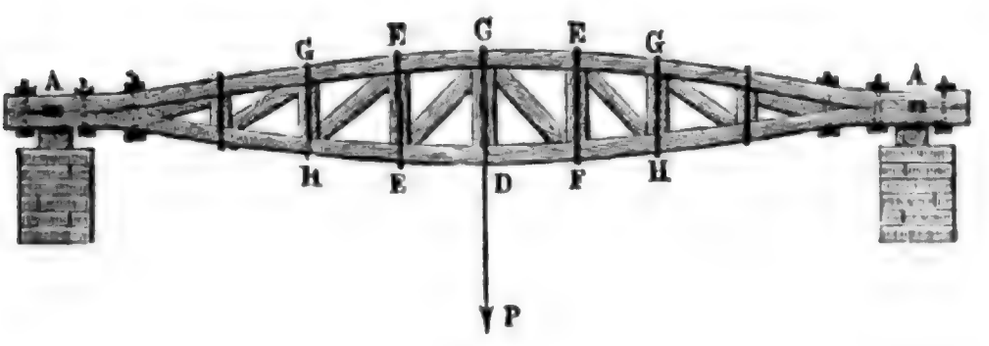
Nun iſt aber für Holz $\frac{T}{E}=\sigma={}^1/_{600}$ (ſ. Band I., §. 212), daher folgt:

$$\frac{l}{h} > \sqrt{{}^3/_4\,.\,600},\text{ oder }\frac{l}{h} > \sqrt{450},\text{ d. i. }\frac{l}{h} > 21{,}21.$$

Es muß alſo der einfache Balken mindeſtens $21{}^1/_4$ mal ſo lang ſein als hoch, wenn aus der Balkenſprengung Nutzen gezogen werden ſoll. Um dieſe Theorie auf einen an beiden Enden unterſtützten Balken, wie Fig. 126 anzuwenden, muß man natürlich ſtatt l, $\frac{l}{2}$ und ſtatt P, $\frac{P}{2}$ einſetzen.

Beiſpiel. Wenn der in Fig. 126 abgebildete Träger aus zwei einfachen

Fig. 126.



Holzbalken von 360 Zoll Länge, 4 Zoll Höhe und 12 Zoll Breite beſteht, ſo ſoll die Sprenghöhe deſſelben

$$a < \tfrac{2}{3}\frac{l^2 T}{hE} + \sqrt{\left(\tfrac{2}{3}\frac{l^2 T}{hE}\right)^2 + \tfrac{4}{9}\frac{l^2 T}{E} - \frac{h^2}{3}},$$

d. i.

$$a < \tfrac{2}{3}\cdot\frac{180^2}{4.600} + \sqrt{\left(\tfrac{2}{3}\cdot\frac{180^2}{4.600}\right)^2 + \tfrac{4}{9}\cdot\frac{180^2}{600} - \tfrac{16}{3}},$$

oder

$$a < 9 + \sqrt{81 + 24 - 5}, \text{ oder } a < 9 + \sqrt{100},$$

d. i. $a < 19$ Zoll ſein.

Machen wir $a = 14$ Zoll, ſo daß der Zwiſchenraum zwiſchen den beiden Balken $= 10$ Zoll ausfällt, ſo folgt für die Tragkraft des ganzen Balkens unter der Vorausſetzung, daß der Tragmodul des zu dieſem Träger verwendeten Holzes nach Bd. I., §. 240, $T = 4000$ Pfund beträgt,

$$\frac{P}{2} = \frac{(588 + 16).48}{3.18.180}\left(1 - \tfrac{3}{4}\cdot\frac{4.10}{180^2}\cdot 600\right).4000 = 2{,}9827 . \tfrac{4}{9} . 4000,$$

$$= 5298,$$

folglich $P = 10596$ Pfund.

Wären die Balken unmittelbar über einander befeſtigt, ſo hätte man

$$\frac{P}{2} = \tfrac{2}{3}\frac{bh^2}{l}\cdot T = \tfrac{2}{3}\cdot\frac{12.16}{180}\cdot 4000 = \tfrac{64}{9}.400 = 2844,$$

folglich die ganze Tragkraft

$$P = 5688 \text{ Pfund.}$$

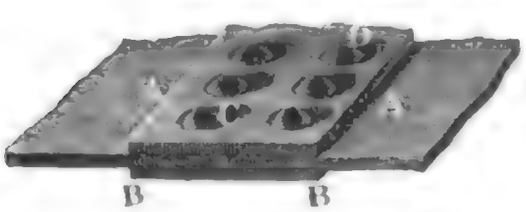
Anmerkung. Zur Beſtimmung derjenigen Sprenghöhe, wobei die Tragkraft ein Maximum iſt, hat man folgende durch Differenziiren gefundene cubiſche Gleichung

$$a^3 + \left(h - \tfrac{2}{3}\frac{l^2 T}{hE}\right)a^2 - \left(h^2 + \tfrac{4}{3}\frac{l^2 T}{E}\right)a + \tfrac{2}{9}hl^2\frac{T}{E} + \tfrac{1}{3}h^2 = 0$$

anzuwenden.

§. 69 **Eiſenblechverbindungen.** In neueren Zeiten kommen, zumal bei Eiſenbahnbrücken, die Balken aus Eiſenblech häufig in Anwendung. Dieſelben werden aus großen Blechtafeln von $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ Zoll Dicke zuſammengeſetzt, und bilden entweder cylindriſche oder parallelepipediſche Röhren, oder einfache I-förmige Träger. Die Blechtafeln, aus welchen dieſe Balken zuſammengeſetzt ſind, werden ſtumpf an einander geſtoßen und mittels doppelter Blechrippen durch gewöhnliche Nietbolzen feſt mit einander verbunden. An den oberen Verbindungsſtellen haben dieſe Blechrippen entweder die gewöhnliche ſchienenförmige Geſtalt, oder ſie erhalten einen T-förmigen Querſchnitt, um eine größere Steifigkeit zu erzielen. In Fig. 127 iſt eine ſolche Blechverbindung mit zwei einfachen Laſchen AA, BB und den Nieten CD, CD vor Augen geführt, während Fig. 128 eine ſolche Ver-

Fig. 127.



bindung mit einer rectangulären Laſche AA und einer T-Rippe BCB darſtellt. An den Stellen, wo die Bleche winkelig (gewöhnlich rechtwinkelig) an einander angeſtoßen ſind, werden Winkelrippen mit L-förmigen Quer-

Fig. 128.

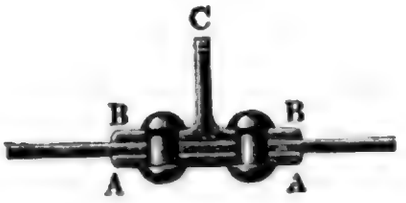
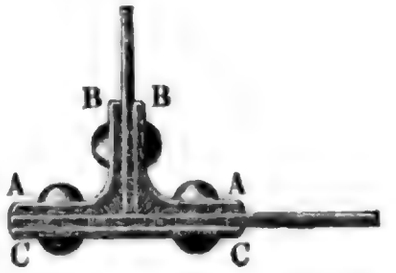


Fig. 129.



ſchnitten angeſetzt, wie z. B. aus Fig. 129 zu erſehen iſt, wo zwei rechtwinkelig zuſammenſtoßende Bleche durch zwei Winkelbleche AB, AB und eine Laſche CC mit einander verbunden ſind. Um ein größeres Tragvermögen zu erzielen, läßt man auch zuweilen die Tragwände aus doppelten Blechtafeln beſtehen, auch verbindet man wohl dieſe Wände mit den Laſchen durch zwei oder mehrere Nietreihen.

Endlich wendet man auch nicht ſelten einfache Laſchen an, oder man legt gar die durch Nieten zu verbindenden Bleche an ihren Rändern einfach über einander. In Fig. 130 iſt z. B. das Doppelblech DD an den Stoßfugen

Fig. 130.

durch die einfachen Laſchen AA, BB, CC mit doppelten Nietreihen verbunden, Fig. 131 zeigt dagegen die einfache Vernietung ohne Laſchen u. ſ. w.

Fig. 131.

Bei der letzteren Vernietung geht die Spannung S des einen Bleches AC, Fig. 131, nicht unmittelbar auf das folgende Blech BD über, ſondern es zerlegt ſich dieſe Spannung $\overline{AS} = S$ in eine Kraft $\overline{DS} = S$ und in ein Kräftepaar $(S, -S)$, welches der Verbindung eine Drehung oder Biegung zu geben ſucht. Das Moment dieſes Paares iſt $S \cdot \overline{CD} = Ss$, wo s die Dicke CD des Bleches bezeichnet. Wenn nun das Ende A des Bleches vollkommen frei wäre, ſo würde ſich dieſes Blech in Folge dieſes Kräftepaars zur Seite biegen, und deshalb (nach Band I., §. 271) einen Querſchnitt:

$$F = \left(1 + \frac{6s}{s}\right)\frac{S}{T} = 7\,\frac{S}{T},$$

d. i. 7 mal ſo groß erhalten müſſen, als wenn die Bleche ſtumpf an einander geſtoßen und zu beiden Seiten mit Laſchen bedeckt wären. Deshalb ſind auch ſolche excentriſche Vernietungen nur dann an-

wendbar, wenn die Blechwände ſich nirgends frei endigen, ſondern ein rings umſchloſſenes Ganze bilden, wobei ſich die an den Nietſtellen bildenden Kräftepaare gegenſeitig aufheben.

Iſt a die Entfernung der Nietaxen von einander, s die Dicke des Bleches, d der Durchmeſſer des Nietbolzens, n die Anzahl der Nietreihen und T der Tragmodul (= 5000 Pfund), ſo hat man die zuläſſige Spannung des durchlochten Bleches rechtwinkelig gegen die Stoßfuge:

$$S_1 = (a - d)\,s\,T = n\,\frac{\pi d^2}{4}\,T,$$

während für das ungenietete Blech dieſe Spannung:

$S = a\,s\,T$ iſt (vergl. Band I., §. 213).

Hiernach hat man:

$$\frac{S_1}{S} = \frac{a-d}{a} = 1 - \frac{d}{a}, \text{ auch } \frac{S_1}{S} = \frac{n\,\frac{\pi d^2}{4}}{ds + \frac{n\pi d^2}{4}} = \frac{1}{1 + \frac{4}{\pi}\,\frac{s}{nd}}.$$

Wäre das Blech nur durch eine einzige Reihe von Nieten verbunden, ſo hätte man $n = 1$, und daher

$$\frac{S_1}{S} = \frac{\pi d}{\pi d + 4s} = \frac{1}{1 + \frac{4}{\pi}\,\frac{s}{d}}.$$

z. B. für $d = 2s$:

$$\frac{S_1}{S} = \frac{\pi}{\pi + 2} = \frac{22}{22 + 14} = {}^{11}/_{18} = 0{,}61.$$

Dann gingen durch die Vernietung der Bleche $100 - 61 = 39$ Procent an Tragkraft verloren.

Für eine Vernietung mit zwei Nietreihen hat man dagegen

$$\frac{S_1}{S} = \frac{\pi d}{\pi d + 2s},$$

daher für die gewöhnliche Nietenſtärke $d = 2s$:

$$\frac{S_1}{S} = \frac{\pi}{\pi + 1} = {}^{22}/_{29} = 0{,}76,$$

ſo daß alſo das zuſammengenietete Blech um $100 - 76 = 24$ Procent weniger Tragkraft beſitzt als das ungenietete Blech.

Bei drei Reihen Nieten iſt:

$$\frac{S_1}{S} = \frac{3\pi d}{3\pi d + 4s},$$

alſo für $d = 2s$,

$$\frac{S_1}{S} = \frac{3\pi}{3\pi + 2} = {}^{33}/_{40} = 0{,}825,$$

folglich der Verluſt an Tragkraft durch das Zuſammennieten nur 17,5 Procent.

Eisenblechträger. Die einfachſte Form eines Trägers aus Eiſenblech §. 70
iſt in Fig. 132 abgebildet. Die Hauptwand deſſelben iſt aus zwei Blechtafeln

Fig. 132.

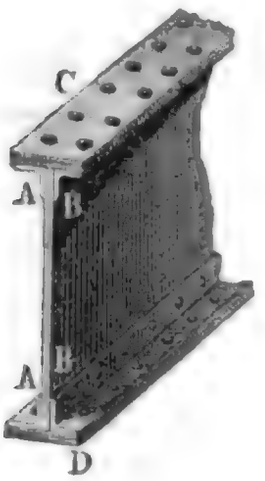
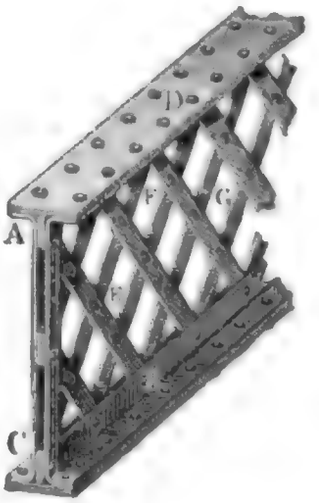


Fig. 133.



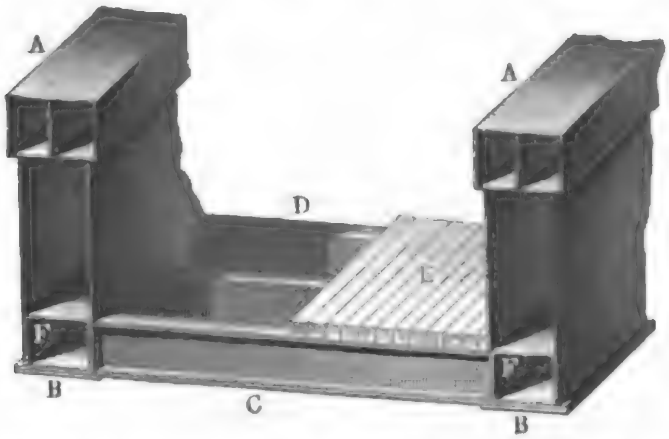
A A und *B B* zuſammengeſetzt, und die beiden Querſchienen *C* und *D* ſind durch vier Winkelbleche und Nietbolzen mit denſelben verbunden. Wenn man ſtatt der Blechtafeln Diagonalſchienen anwendet, wie Fig. 133 vor Augen führt, ſo erhält man einen Gitterbalken, ähnlich wie einen Fachwerkbalken Fig. 118 in §. 65. Dieſe Diagonalſchienen *AB*, *CD* u. ſ. w. ſind nicht allein an ihren Enden zwiſchen je zwei Winkelſchienen, ſondern auch in den Kreuzpunkten *E*, *F*, *G* unter einander ſelbſt vernietet.

Um den Widerſtand der Blechbalken gegen eine ſeitliche Ausbiegung zu erhöhen, iſt denſelben zuerſt von R. Stephenſon eine kaſten- oder röhrenförmige Form gegeben worden, und es ſind hiernach die ſogenannten Röhrenbrücken (franz. ponts en tubes; engl. tubular bridges) von R. Stephenſon und W. Fairbairn entſtanden. Bei den Röhrenbrücken von W. Fairbairn wird die Brücke von zwei Röhrenbalken getragen, wogegen die Stephenſon'ſchen Röhrenbrücken aus einfachen Röhren beſtehen, welche die Fahrbahn in ſich einſchließen.

Eine einfache Brücke, welche auf zwei Röhrenträgern *AB*, *AB* ruht, zeigt Fig. 134 (a. f. S.). Dieſe Träger ſind unter einander durch I-förmige Querbalken *C*, *D* ... aus Eiſenblech verbunden, welche mittels Winkeleiſen an die inneren Wände der Röhrenträger angenietet werden. Auf dieſen Querſchwellen kommt die Brückenbahn *E* zu liegen. Um die Haltbarkeit der Röhrenträger und namentlich den Widerſtand gegen das Zuſammendrücken zu vergrößern, bringt man im Obertheil derſelben noch mehrere Blechwände an, und um die Laſt auf beide Hauptwände eines Trägers zu vertheilen, iſt es auch noch nöthig, dem Untertheil des letzteren durch eine beſondere Bodenplatte *B*, ſowie durch Einziehung einer beſonderen Röhre *F* die nöthige Steifigkeit zu ertheilen.

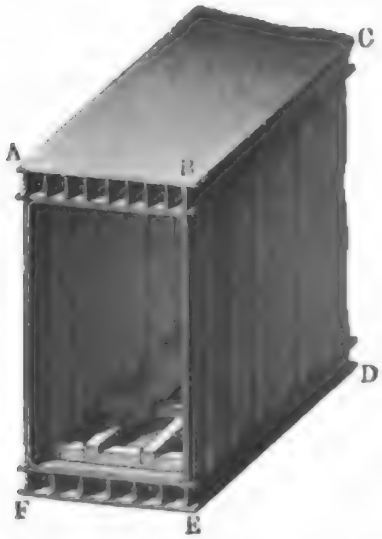
Die Conſtruction einer Röhrenbrücke von Stephenſon, welche die Fahrbahn ganz umſchließt, iſt aus Fig. 135 zu erſehen. Die ganze Brücke beſteht

Fig. 134.



in einem hohlen Parallelepipede *ABCDEF*, welches aus Blechſtücken von 4 bis 12 Fuß Länge, 2 Fuß Breite und $^3/_8$ bis $^3/_4$ Zoll Dicke mittels 1 Zoll dicker Bolzen zuſammengenietet iſt. Zur Erhöhung ihrer Tragkraft iſt dieſe Brücke ſowohl mit einem doppelten Boden als auch mit einer doppelten Decke verſehen, und ſind die dadurch gebildeten hohlen Räume *AB* und *EF* durch verticale Scheidewände in Zellen zertheilt, auch erhalten die Tragwände, wie z. B. *BD*, dadurch noch eine größere Steifigkeit, daß ſie längs der verticalen Stoßfugen mittels doppelter T-Schienen aus langen Blechſtücken zuſammengenietet werden. In der Figur ſind zugleich die Quer- und Längenſchwellen für eine durch die Röhren zu führende Schienenbahn abgebildet. Ueberdies ſind noch diejenigen Stellen der Röhre, wo dieſelbe aufruht, von innen mit gußeiſernen Rahmen abgeſteift, und eben ſo die Wände der unteren Zellenreihe durch gußeiſerne Träger geſtützt. Damit ſich endlich die Brücke in der Hitze und Kälte ungehindert ausdehnen und zuſammenziehen könne, ruht dieſelbe nicht unmittelbar auf den Pfeilern, ſondern ſie liegt auf 24 Paar gußeiſernen Rollen von 6 Zoll Durchmeſſer und 2 Fuß Länge, welche ſich zwiſchen einer gußeiſernen Platte am Boden der Röhre und einer gleichen Platte auf dem Pfeiler bewegen können.

Fig. 135.



Man hat auch den Röhrenträgern eine kreisrunde oder eine elliptiſche

Querschnittsform gegeben; namentlich hat Brunnel cylindrische Blechröhrenträger an der Chepstow-Eisenbahnbrücke angewendet, an welchen die Brückenbahn aufgehangen ist. Die Kreisform gewährt jedoch keine vortheilhafte Benutzung des Materials (s. Band I., §. 242), auch haben die Versuche von Fairbairn nachgewiesen, daß sich die Röhrenträger mit kreisrundem Querschnitte leicht zusammendrücken, wobei sie an den Enden breiter und niedriger und in der Mitte höher und schmäler werden. Diesen Mangel einer constanten Querschnittsform besitzen, jedoch im geringen Grade, sogar auch die Träger mit elliptischen Querschnitten.

Tragkraft der Blechträger. Die Tragkraft eines Röhren- oder anderen Blechträgers läßt sich ohne Weiteres mittels der in Band I. mitgetheilten Elasticitäts- und Festigkeitsformeln berechnen. Setzen wir die Höhe einer Seitenwand des Blechträgers Fig. 135, $= h$ und die Dicke desselben, $= s$, so haben wir das Maaß des Biegungsmoments beider Seitenwände: §. 71.

$$W_1 = 2\,\frac{h^3 s}{12} = \frac{h^3 s}{6}$$ (s. Band I., §. 236).

Bezeichnen wir ferner die Breite der Decke oder des Bodens der Röhre durch b und die Stärke derselben durch s_1, so folgt das Biegungsmoment dieser beiden horizontalen Begrenzungsstücke:

$$W_2 = 2\,.\,b\,s_1\left(\frac{h - s_1}{2}\right)^2,$$

oder einfacher, da wir annähernd $h - s_1 = h$ setzen können:

$$W_2 = \frac{b h^2 s_1}{2},$$

oder, wenn, wie gewöhnlich, $s_1 = s$ ist:

$$W_2 = \frac{b h^2 s}{2}.$$

Ist ferner die Höhe der Zellen über dem Boden und unter dem Deckel, $= h_1$, so haben wir das Biegungsmoment der Deckflächen der Zellen:

$$W_3 = \frac{(h - 2h_1)^2\, bs}{2} = {}^1/_2\,(h - 2h_1)^2\, bs.$$

Insofern die Höhe h_1 der Zellen klein ist gegen die ganze Röhrenhöhe h, kann man endlich das Biegungsmoment der n Zellenwände setzen:

$$W_4 = n\,.\,2\,h_1 s\,.\left(\frac{h - h_1}{2}\right)^2 = {}^1/_2\,n\,(h - h_1)^2 h_1 s.$$

Hiernach ist nun das Biegungsmoment der ganzen Brückenröhre:

$$W = (W_1 + W_2 + W_3 + W_4)$$
$$= \left(\frac{h^3}{3} + bh^2 + b\,(h - 2h_1)^2 + nh_1\,(h - h_1)^2\right)\frac{s}{2}.$$

Das Gewicht einer Röhre sammt ihren Zellen ist bei einer gleichmäßigen Dicke s:

$$G = (2h + 4b + 2nh_1) \cdot ls \cdot \gamma,$$

wenn l die Länge der Brücke und γ die Dichtigkeit des Schmiedeeiſens bezeichnet. Durch die hinzukommenden Rippen, Nieten u. ſ. w. wird daſſelbe um die Hälfte größer, daher läßt ſich

$$G = 3\,(h + 2b + nh_1)\,ls\gamma$$

ſetzen.

Zu dieſem Gewichte der leeren Brücke kommt noch die bewegliche Laſt von $Q = 2000$ Pfund pr. Fuß Brückenlänge, folglich läßt ſich das Moment der Kraft, mit welcher die Brücke gebogen wird, ſetzen:

$$M = \frac{Q}{4} \cdot \frac{l}{2} + \frac{G}{4} \cdot \frac{l}{2} = (Q + G)\,\frac{l}{8}$$

$$= [Q + 3\,(h + 2b + nh_1)\,ls\gamma]\,\frac{l}{8}.$$

Endlich hat man hiernach für den Gleichgewichtszuſtand zwiſchen der Laſt und der Feſtigkeit der Brücke, da nach Band I., §. 235,

$$M = \frac{WT}{c} = \frac{WT}{{}^1/_2 h} = \frac{2W}{h}\,T \text{ iſt:}$$

$$[Q + 3\,(h + 2b + nh_1)\,ls \cdot \gamma]\,\frac{l}{8}$$

$$= \left(\frac{h^3}{3} + bh^2 + b\,(h - 2h_1)^2 + nh_1\,(h - h_1)^2\right)\frac{s \cdot T}{h},$$

und es läßt ſich hiernach eine Dimenſion der Röhre, z. B. die Höhe h derſelben, berechnen, wenn der Trag- oder Sicherheitsmodul T gegeben iſt.

Wenn wir nun noch das Gewicht eines Cubikzolles Eiſens, $\gamma = 0{,}280$ Pfd. annehmen, ſo können wir daher bei der Berechnung einer Röhrenbrücke folgende Formel zu Grunde legen:

$$\frac{8T}{hl}\left(\frac{h^3}{3} + bh^2 + b\,(h - 2h_1)^2 + nh_1\,(h - h_1)^2\right)$$

$$- 0{,}84\,(h + 2b + nh_1)\,l - \frac{Q}{s} = 0.$$

Für die I-förmigen Blechträger (Fig. 134) fallen die Zellen weg, dagegen iſt aber hier die Blechſtärke s_1 der Querrippen nicht = der Blechſtärke s der Tragwand. Da man hier nur eine Tragwand hat, ſo iſt deshalb für dieſe Träger

$$\frac{8hT}{l}\left(\frac{hs}{6} + bs_1\right) - 0{,}84\,(hs + 2bs_1)\,l - Q = 0$$

zu ſetzen.

Die Größe der Einbiegung der Röhrenbrücke in der Mitte läßt ſich durch die bekannte Formel (ſ. Band I., §. 223)

$$a = \frac{5\,l^3}{384\,WE}\,(Q + G)$$

berechnen. Vielfältigen Beobachtungen zufolge, fällt jedoch diese Einbiegung noch größer aus, wenn sich die Last Q über der Brücke weg bewegt, und nimmt auch mit der Geschwindigkeit dieser Last zu. (Siehe die unten citirten Werke von Becker, Dempsey u.s.w.). Um keine der Haltbarkeit nachtheiligen Durchbiegungen zu erhalten, soll man daher stets mit einer mäßigen Geschwindigkeit über diese wegfahren.

Anmerkung. Bei den Festigkeitsversuchen, welche Hodgkinson an Röhren von kreisförmigen, elliptischen und rectangulären Querschnitten angestellt hat, wurde nicht nur bestätigt, daß die letzteren unter übrigens gleichen Umständen mehr Stärke besitzen, sondern auch noch dargethan, daß die an beiden Enden aufliegende und in der Mitte belastete Röhre von oben herein, also durch Zerdrücken und nicht durch Zerreißen zerbricht. Es hat daher das Schmiedeeisen mit dem Holze die Eigenschaft gemein, daß es dem Zerreißen mehr widersteht als dem Zerdrücken, während es beim Gußeisen umgekehrt ist (s. Band I., §. 212). Deshalb versieht man auch die Decke der Röhre mit mehr Zellen, als den Boden.

Beispiel. Welche Sicherheit besitzt eine Röhrenbrücke von 400 Fuß Länge, 30 Fuß Höhe und 14 Fuß Breite, wenn dieselbe aus Eisenblech von $^5/_8$ Zoll Stärke zusammengesetzt und an jeder der beiden Grundflächen mit 7 Zellen von 2 Fuß Höhe verstärkt wird und wenn sie außer ihrem Gewichte noch eine auf die ganze Brückenlänge gleichmäßig vertheilte Last von 800000 Pfund tragen soll?

Es ist hier

$$l = 400 . 12,\ h = 30 . 12,\ h_1 = 2 . 12,\ b = 14 . 12,\ s = {}^5/_8 \text{ und } n = 7,$$

daher der Tragmodul:

$$T = \frac{[Q + 0{,}84\ (h + 2b + nh_1)\ ls]\ hl}{8s\left(\frac{h^3}{3} + bh^2 + b\ (h - 2h_1)^2 + nh_1\ (h - h_1)^2\right)}$$

$$= \frac{[800000 + 0{,}84 . 144 . 400 . {}^5/_8\ (30 + 2 . 14 + 7 . 2)] . 30 . 400}{8 . {}^5/_8 . 12\left(\frac{30^3}{3} + 14 . 30^2 + 14 . 26^2 + 14 . 28^2\right)}$$

$$= \frac{200\ (800000 + 420 . 72 . 72)}{9000 + 12600 + 9464 + 10976} = \frac{200 . 2977280}{42040} = 14164 \text{ Pfund.}$$

In §. 212, Band I., ist $T = 20000$ Pfund angegeben. Durch Versuche ist gefunden worden im Mittel $K = 15$ Tonnen $= 30000$ Pfund, wonach die Sicherheit reichlich die zweifache wäre. Nimmt man den Elasticitätsmodul des Schmiedeeisens

$$E = 25000000 \text{ Pfund an,}$$

setzt die bewegliche Last

$$Q = 800000 \text{ Pfund,}$$

das Gewicht der leeren Brücke

$$G = 3(h + 2b + nh_1)\ ls\gamma = 2177280 \text{ Pfund,}$$

und das Maaß des Biegungsmomentes:

$$W = \left(\frac{h^3}{3} + bh^2 + b\ (h - 2h_1)^2 + nh_1\ (h - h_1)^2\right)\frac{s}{2}$$

$$= 42040 . 1728 . {}^5/_{16} = 210200 . 108 = 22701600,$$

ſo erhält man die entſprechende Durchbiegung der Röhre in der Mitte:

$$a = (Q + G)\,\frac{5\,l^3}{384\,WE} = \frac{(800000 + 2177280)\;64000000}{24\,.\,42040\,.\,25000000}$$

$$= \frac{2977280\,.\,64}{24\,.\,42040\,.\,25} = 7{,}55 \text{ Zoll.}$$

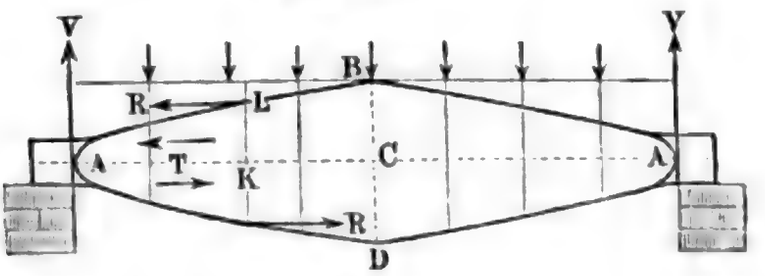
Die bewegliche Belaſtung Q giebt natürlich nur die Einbiegung:

$$a_1 = \frac{5\,Q\,l^3}{384\,WE} = \frac{Q}{Q+G}\,a = \frac{800000}{2977280}\,a = 0{,}268\,a = 2 \text{ Zoll.}$$

Durch die Nieten und durch die Rippen der Winkelbleche werden natürlich die gefundenen Größen noch etwas abgeändert.

§. 72 **Bogenträger mit Blechfüllung.** Wenn jede der Rippen, Streben und Zugſtangen der im Obigen behandelten zuſammengeſetzten Träger an allen Stellen einen und denſelben Querſchnitt erhält, ſo ſoll man, um Material zu ſparen, die Höhe derſelben von der Mitte nach den Stützpunkten zu, allmälig an Höhe abnehmen laſſen. Iſt die Belaſtung des Trägers AA, Fig. 136,

Fig. 136.



deſſen Länge $2\,CA = l$ ſein möge, pr. Längeneinheit $= q$, ſo hat man die Verticalkraft in jedem der Stützpunkte, $V = {}^1/_2\,ql$, und das Biegungsmoment für die Balkenmitte C, ${}^1/_2\,Vl - {}^1/_4\,Vl = {}^1/_4\,Vl = {}^1/_8\,ql^2$; ſowie die Verticalkraft eines Balkenſtückes von der Länge $AK = x$, $V - qx$ und das Moment der Biegung in K, $Vx - {}^1/_2\,qx^2$.

Bezeichnet man nun noch die veränderliche Höhe $2\,KL$ des Trägers in K, durch y, ſowie die Höhe BD deſſelben in der Mitte C, durch h, und nimmt man an, daß die ganze Laſt nur von den Hauptrippen ABA und ADA getragen wird, ſo ſind die Axenſpannungen jeder Rippe annähernd,

$$R = \frac{Vx - {}^1/_2\,qx^2}{y} = \frac{qx}{2y}\,(l - x),$$

und nimmt folglich in der Mitte C, wo $x = \frac{l}{2}$ ausfällt, den Werth

$$R_m = \frac{ql^2}{8h} \text{ an.}$$

Bei einem Träger mit conſtanter Höhe h iſt die Rippenſpannung

$R = \frac{q\,x}{2\,h}\,(l - x)$, und zwar für $x = 0$, d. i. am Ende des Trägers, $= 0$, und für $x = \frac{l}{2}$, d. i. in der Mitte C deſſelben, $= \frac{q\,l^2}{8\,h}$. Dieſer allmälig von Null bis $\frac{q\,l^2}{8\,h}$ wachſenden Spannung entſprechend müßte, um kein Material zu verſchwenden, auch der Querſchnitt der Rippen von den Enden nach der Balkenmitte zu allmälig bis $F = \frac{q\,l^2}{8\,h\,T}$ zunehmen.

Wenn man aber eine veränderliche Höhe y anwendet, ſo kann man längs des ganzen Balkens eine conſtante Spannung R erhalten, denn es iſt dann nur der Gleichung

$$R = \frac{q\,x}{2\,y}\,(l - x) = \frac{q\,l^2}{8\,h}, \text{ d. i.}$$

$$y = \frac{4\,h\,x}{l^2}\,(l - x),$$

Genüge zu leiſten.

Hiernach hat man z. B. in den Abſtänden

$$x = {}^1/_8\,l,\ {}^2/_8\,l,\ {}^3/_8\,l \text{ und } {}^4/_8\,l$$

vom Trägerende A, die erforderlichen Trägerhöhen eines ſolchen paraboliſchen Trägers

$$y = {}^7/_{16}\,h,\ {}^3/_4\,h,\ {}^{15}/_{16}\,h, \text{ und } h.$$

Die verticale Schubkraft des Balkens im Abſtande $\overline{AK} = x$, $P = V - q\,x = q\left(\frac{l}{2} - x\right)$ fällt in der Mitte C, wo $x = \frac{l}{2}$ iſt, Null aus, und wächſt dagegen nach den Enden zu, ſo daß ſie an denſelben, wo $x =$ Null iſt, den Werth $P = V = \frac{q\,l}{2}$ annimmt.

Beſteht nun die Füllung zwiſchen den Hauptrippen in einer einfachen Blechwand von der Dicke s und dem veränderlichen Querſchnitt $s\,y$, ſo hat man die Schubkraft des Trägers pr. Flächeneinheit, und zwar nicht bloß in verticaler, ſondern auch in horizontaler Richtung

$$T = \frac{P}{s\,y} = \frac{q\left(\frac{l}{2} - x\right)}{s\,y}.$$

Bei einem Träger mit conſtanter Höhe $y = h$ wäre

$$T = \frac{q\left(\frac{l}{2} - x\right)}{s\,h},$$

und zwar Null, für $x = \frac{l}{2}$, und das Maximum $\frac{q\,l}{2\,s\,h}$, für $x = 0$. Wenn man daher die Stärke s der Füllung nicht variabel, ſondern an allen Stellen $s = \frac{q\,l}{2\,h\,T}$ macht, ſo fällt ein ſolcher Träger auch aus dieſem Grunde unnöthig ſchwer aus. Giebt man aber dem Träger die durch die Gleichung $y = \frac{4\,h\,x}{l^2}(l - x)$ bedingte Parabelform, ſo würde, da hiernach für $x = 0$, auch $y = 0$ ausfällt, zur Erlangung einer endlichen Spannung T, die Wanddicke $s = \frac{q\,l}{2\,y\,T} = \frac{q\,l}{2\,T.0} = \infty$ nöthig ſein. Aus dieſem Grunde erhält ein ſolcher Träger an den Enden die Höhe $h_1 = \frac{q\,l}{2\,s\,T}$, und erſt von der Stelle an die paraboliſche Form, wo $y = h_1$ ausfällt.

§. 73 **Bogenträger mit Fachwerk.** Iſt der Raum zwiſchen den Rippen durch Fachwerk ausgefüllt, ſo werden die Schubkräfte des Trägers $ABAD$,

Fig. 137.

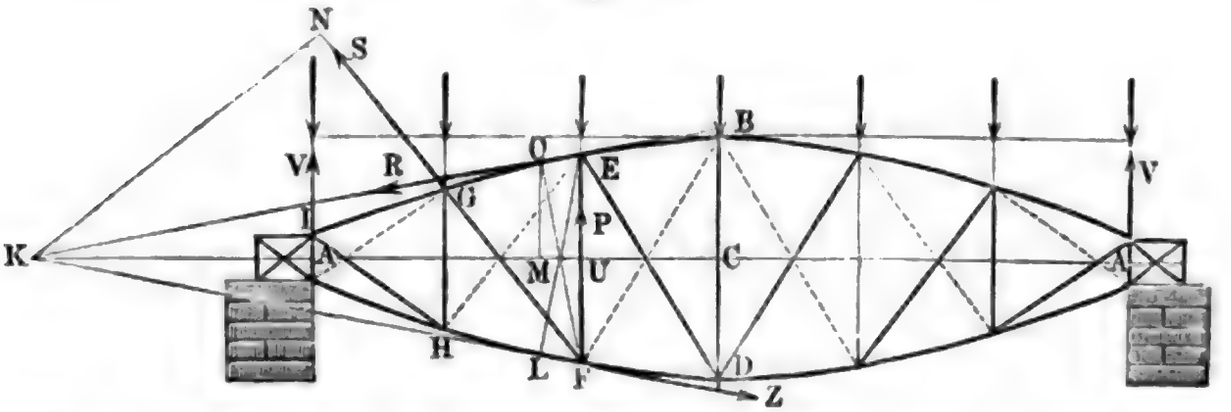


Fig. 137, durch die Streben und Zugſtangen aufgenommen. Es ſind dann die Verticaldrücke, welche die Streben BD, EF, GH u. ſ. w. von der oberen nach der unteren Rippe übertragen, $\frac{1}{2}\,q\,c$, $\frac{3}{2}\,q\,c$, $\frac{5}{2}\,q\,c$ u. ſ. w., wenn c den Abſtand der benachbarten Streben von einander bezeichnet. Ebenſo hat man die Züge, welche die Zugſtangen DE, FG, HI auszuhalten haben, der Reihe nach

$$\frac{1}{2}\frac{q\,c}{\sin.\,\alpha_1},\ \frac{3}{2}\frac{q\,c}{\sin.\,\alpha_2},\ \frac{5}{2}\frac{q\,c}{\sin.\,\alpha_3}\ \text{u. ſ. w.},$$

wenn α_1, α_2, α_3 u. ſ. w. die Neigungswinkel dieſer Stangen gegen den Horizont bezeichnen, und die Neigungen der Rippen gegen denſelben klein genug ſind, um außer Acht gelaſſen werden zu können.

Wie bei den Trägern mit Ausfüllungswänden die Schubkräfte von der

Mitte nach den Enden des Trägers hin allmälig zunehmen, so wachsen also auch bei den Fachwerksträgern, die Druckkräfte in den Streben, und bei gleichen Neigungswinkeln der Zugstangen, auch die Zugkräfte in denselben von der Mitte aus nach den Trägerenden. Es findet folglich auch in dem Fachwerk eines Fachwerksträgers eine Verschwendung an Material statt, wenn bei gleicher Höhe der Streben oder gleicher Neigung der Zugstangen, die Querschnitte dieser Fachwerkstheile auf der ganzen Länge des Trägers immer dieselben bleiben, nämlich $F = \frac{V}{T} = \frac{ql}{2T}$ für die Streben und $F_1 = \frac{ql}{2T_1 \sin.\alpha}$ für die Zugstangen, wobei T und T_1 die entsprechenden Tragmodel bezeichnen. Da nun bei einem parabolischen Träger die Strebenlängen (y) nach den Enden zu abnehmen, während dieselben bei dem rectangulären Träger constant (h) sind, so fallen auch die Gewichte der Streben bei den ersteren kleiner aus als bei den letzteren. Anders ist aber dieses Verhältniß in Betracht der Zugstangen. Bei dem constanten Abstande $c = \frac{l}{n}$ zwischen den benachbarten Streben und der Höhe y derselben folgt für den Neigungswinkel α derselben, $tang.\,\alpha = \frac{y}{c} = \frac{ny}{l}$, und das Volumen einer Zugstange:

$$\frac{F_1 c}{cos.\,\alpha} = \frac{qcl}{2T_1 \sin.\alpha \cos.\alpha} = \frac{ql}{2T_1}\left(y + \frac{c^2}{y}\right).$$

Da y kleiner als h ist, so folgt, daß das Volumen $\frac{F_1 h}{\sin.\alpha} = \frac{ql}{2T_1}\left(h + \frac{c^2}{h}\right)$ der Zugstange eines rectangulären Fachwerksträgers nur bei einem kleinen Abstande c größer ist als das einer solchen Stange bei dem paraboliſchen Fachwerksträger unter übrigens gleichen Verhältnissen.

Wenn die Hauptrippen um größere Winkel von dem Horizont abweichen, so fallen die im Obigen gefundenen Spannungen der Fachwerksträger etwas anders aus. Es lassen sich diese dann am einfachsten durch Anwendung der Theorie der Momente (s. §. 64) ermitteln. Man findet z. B. hiernach die Spannung R der oberen Rippe, in der Nähe der Strebe EF, welche um $AU = x$ vom Ende A absteht, wenn man von F aus ein Perpendikel $FO = r$ gegen die Richtung dieser Rippe in E fällt, und nun das Moment von R in Hinsicht auf F,

$$Rr = Vx - \tfrac{1}{2}\,qx^2, = \tfrac{1}{2}\,qx\,(l - x) \text{ setzt.}$$

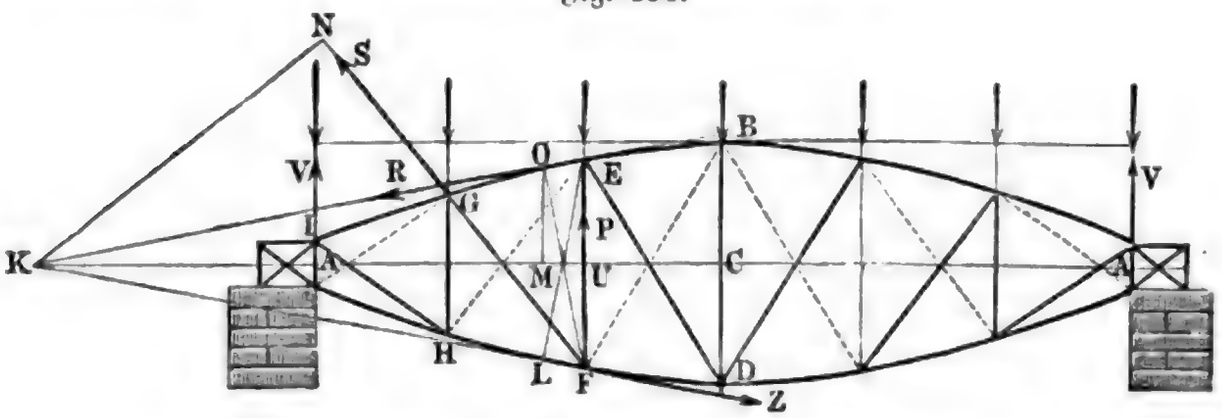
Hiernach ist der Druck in der oberen Hauptrippe

$$1)\quad R = \tfrac{1}{2}\,q\,\frac{x}{r}\,(l - x).$$

Ebenso ergiebt sich die Spannung Z der unteren Rippe nahe bei EF, wenn

man von E das Perpendikel $EL = Z$ gegen die Richtung dieser Rippe in F fällt, und das Moment von Z in Hinsicht auf E,

Fig. 138.



$$Zz = Vx - \frac{qx^2}{2} = {}^1/_2 qx\,(l - x) \text{ angiebt.}$$

Hiernach folgt der Zug in der unteren Hauptrippe:

$$2)\quad Z = {}^1/_2 \frac{qx}{z}(l - x).$$

Um ferner die Spannungen P und S der Strebe EF und der Zugstange FG zu finden, sehen wir den Durchschnittspunkt K der Richtungen der Kräfte R und Z als Drehungspunkt an, und drücken die Momente der Kräfte P und Z in Hinsicht auf diesen Punkt aus. Bezeichnet p den Abstand KU des Punktes K von der Axe der Strebe EF, sowie s den Abstand KN dieses Punktes von der Axe der Zugstange FG, so hat man

$$Pp = Ss = V(p - x) - qx\,(p - {}^1/_2 x),$$

daher ist der Druck in der Strebe EF:

$$3)\ P = \frac{V(p-x) - qx(p - {}^1/_2 x)}{p} = q\left(({}^1/_2 l - x) - \frac{x(l-x)}{2p}\right),$$

und der Zug in der Zugstange FG

$$4)\ S = \frac{V(p-x) - qx(p - {}^1/_2 x)}{s} = \frac{q}{s}\left(p({}^1/_2 l - x) - \frac{x(l-x)}{2}\right).$$

Wenn diese paraboliſchen Fachwerksträger bei Brücken zur Anwendung kommen, wo, wie aus §. 65 bekannt ist, die Stelle der größten Durchbiegung von der Größe und Ausdehnung der mobilen Last, z. B. eines Dampfwagenzuges, mit abhängig ist, muß man die Träger auch noch mit Zugstangen versehen, welche die Streben nach der entgegengesetzten Seite ziehen und daher mit den Hauptzugstangen sogenannte Andreaskreuze bilden, wie in der Figur durch punktirte Linien angedeutet ist.

(§. 74) **Theorie der Tragbögen.** Es ist für die Praxis auch wichtig, die Biegungsverhältnisse ursprünglich krummer Balken oder Bögen, zumal gußeiserner Bögen zu kennen. Die allgemeine Theo-

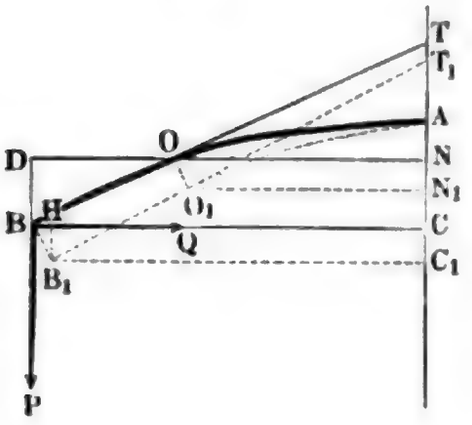
rie derſelben iſt von der Theorie der Biegung gerader Balken nicht weſentlich verſchieden; nur hat man hier das Moment Px der biegenden Kraft nicht $= \frac{WE}{r}$ (ſ. Band I., §. 215), oder da nach Art. 33 der analyt. Vorlehren, $r = -\frac{\partial s}{\partial \alpha}$ iſt, Px nicht $= -\frac{WE\partial\alpha}{\partial s}$ zu ſetzen, ſondern man muß

$$Px = WE\left(\frac{\partial\alpha - \partial\alpha_1}{\partial s}\right)$$

einführen, weil durch dieſes Moment nur der Krümmungswinkel $\partial\alpha$ in $\partial\alpha_1$ umgeändert wird, und daher das Moment zum Biegen um $\partial\alpha$ wegfällt.

Wird durch die Wirkung der biegenden Kräfte die Axe AOB, Fig. 139, eines urſprünglich krummen Balkens in die Form AO_1B_1 umgeändert, ſo gehen die Coordinaten $AN = x$ und $NO = y$ in die Coordinaten $AN_1 = x_1$ und $N_1O_1 = y_1$ über, und es wird aus dem Tangentenwinkel $NTO = \alpha$ der Tangentenwinkel $N_1T_1O_1 = \alpha_1$, während die Bogenlänge $AO = AO_1 = s$ unverändert bleibt. Beſtehen die biegenden Kräfte in einer Verticalkraft P und in einer Horizontalkraft Q, ſo haben wir das Moment beider Kräfte in Beziehung auf den Punkt O,

Fig. 139.



$$M = P.\overline{OD} + Q.\overline{BD}$$
$$= P(b - y) + Q(a - x),$$

wenn a und b die Höhe AC und die Sehne BC des Bogens AB bezeichnen. Es iſt folglich:

$$WE\left(\frac{\partial\alpha - \partial\alpha_1}{\partial s}\right) = P(b - y) + Q(a - x),$$

und daher

$$\alpha - \alpha_1 = \frac{\int [P(b - y) + Q(a - x)]\,\partial s}{WE}.$$

Da $\alpha - \alpha_1$ ein kleiner Bogen iſt, ſo können wir

$$cos.\alpha - cos.\alpha_1 = -2\,sin.\left(\frac{\alpha + \alpha_1}{2}\right) sin.\left(\frac{\alpha - \alpha_1}{2}\right) = -sin.\alpha\,.\,(\alpha - \alpha_1)$$

und

$$sin.\alpha - sin.\alpha_1 = 2\,cos.\left(\frac{\alpha + \alpha_1}{2}\right) sin.\left(\frac{\alpha - \alpha_1}{2}\right) = cos.\alpha\,.\,(\alpha - \alpha_1),$$

folglich auch

$$cos.\,\alpha - cos.\,\alpha_1 = -\frac{sin.\,\alpha}{WE}\int [P\,(b-y) + Q\,(a-x)]\,\partial s$$

und

$$sin.\,\alpha - sin.\,\alpha_1 = \frac{cos.\,\alpha}{WE}\int [P\,(b-y) + Q\,(a-x)]\,\partial s$$

ſetzen.

Nun iſt aber nach Art. 32, Band I., der analyt. Hülfslehren

$$sin.\,\alpha = \frac{\partial y}{\partial s},\quad cos.\,\alpha = \frac{\partial x}{\partial s},$$

alſo auch

$$sin.\,\alpha_1 = \frac{\partial y_1}{\partial s},\quad cos.\,\alpha_1 = \frac{\partial x_1}{\partial s},$$

ſowie

$$\partial s = \sqrt{\partial x^2 + \partial y^2} \text{ annähernd} = \partial y\left[1 + {}^1/_2\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)^2\right],$$

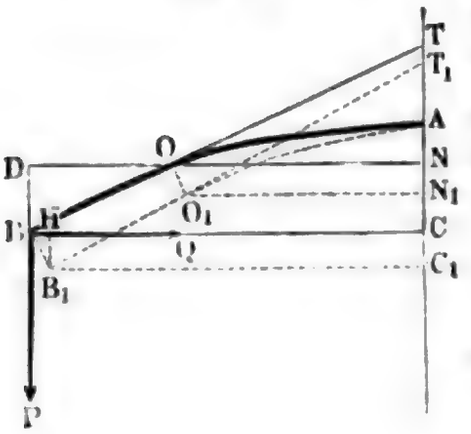
daher läßt ſich auch ſetzen:

$$\partial x_1 - \partial x = \frac{\partial y}{WE}\int [P(b-y) + Q(a-x)]\left[1 + {}^1/_2\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)^2\right]\partial y,$$

$$\partial y_1 - \partial y = -\frac{\partial x}{WE}\int [P(b-y) + Q(a-x)]\left[1 + {}^1/_2\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)^2\right]\partial y.$$

(§. 75) **Parabolische Tragbögen.** In den meiſten Fällen haben wir es nur mit ſehr gedrückten Bögen zu thun, welche wir ſtets als Parabelbögen anſehen und behandeln können. Setzen wir nun die Bogenhöhe AC derſelben $= a$ und die Bogenweite $BC = b$, ſo giebt uns die Parabelgleichung

Fig. 140.



$$\frac{\overline{ON}^2}{\overline{BC}^2} = \frac{AN}{AC},\text{ d. i. }\frac{y^2}{b^2} = \frac{x}{a},$$

es folgt daher

$$x = \frac{a y^2}{b^2},\quad \partial x = \frac{2\,a\,y\,\partial y}{b^2}\text{ und}$$

$$\partial s = \partial y\left[1 + {}^1/_2\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)^2\right] = \partial y\left(1 + \frac{2\,a^2 y^2}{b^4}\right),$$

ſowie

$$\partial x_1 - \partial x = \frac{\partial y}{WE}\int\left[P(b-y) + Qa\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)\right]\left(1 + \frac{2\,a^2 y^2}{b^4}\right)\partial y$$

und

$$\partial y_1 - \partial y = -\frac{2\,a\,y\,\partial y}{WEb^2}\int\left[P(b-y) + Qa\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)\right]\left(1 + \frac{2\,a^2 y^2}{b^4}\right)\partial y,$$

d. i.

$$\partial x_1 - \partial x = \frac{\partial y}{WE}\left\{\begin{matrix} P\left(by - \frac{y^2}{2}\right) + Qa\left(y - \frac{y^3}{3b^2}\right) \\ + \frac{2a^2}{b^4}\left[P\left(\frac{by^2}{3} - \frac{y^4}{4}\right) + Qa\left(\frac{y^3}{3} - \frac{y^5}{5b^2}\right)\right]\end{matrix}\right\}$$

und

$$\partial y_1 - \partial y = -\frac{2a\partial y}{WEb^2}\left\{\begin{matrix} P\left(by^2 - \frac{y^3}{2}\right) + Qa\left(y^2 - \frac{y^4}{3b^2}\right) \\ + \frac{2a^2}{b^4}\left[P\left(\frac{by^4}{3} - \frac{y^5}{4}\right) + Qa\left(\frac{y^4}{3} - \frac{y^6}{5b^2}\right)\right]\end{matrix}\right\}.$$

Durch nochmaliges Integriren ergiebt sich nun

$$x_1 - x = \frac{1}{WE}\left\{\begin{matrix} P\left(\frac{by^2}{2} - \frac{y^3}{6}\right) + Qa\left(\frac{y^2}{2} - \frac{y^4}{12b^2}\right) \\ + \frac{2a^2}{b^4}\left[P\left(\frac{by^4}{12} - \frac{y^5}{20}\right) + Qa\left(\frac{y^4}{12} - \frac{y^6}{30b^2}\right)\right]\end{matrix}\right\}$$

und

$$y_1 - y = -\frac{2a}{WEb^2}\left\{\begin{matrix} P\left(\frac{by^3}{3} - \frac{y^4}{8}\right) + Qa\left(\frac{y^3}{3} - \frac{y^5}{15b^2}\right) \\ + \frac{2a^2}{b^4}\left[P\left(\frac{by^5}{15} - \frac{y^6}{24}\right) + Qa\left(\frac{y^5}{15} - \frac{y^7}{35b^2}\right)\right]\end{matrix}\right\}.$$

Setzt man in diesen Gleichungen $y = b$, so geben sie uns in $x_1 - x$ die Höhe $B_1 H = a_1$, um welche das Ende des Balkens durch die Kräfte P und Q herabgezogen wird, und in $y - y_1$ die horizontale Verkürzung $BH = b_1$, welche der Balken durch eben diese Kräfte erleidet. Es ist hiernach

$$a_1 = \frac{P}{WE}\left(\frac{b^3}{3} + \frac{a^2 b}{15}\right) + \frac{Q}{WE}\left({}^5/_{12}\, ab^2 + \frac{a^3}{10}\right)$$

und

$$b_1 = \frac{P}{WE}\left({}^5/_{12}\, ab^2 + \frac{a^3}{10}\right) + \frac{Q}{WE}\left({}^8/_{15}\, a^2 b + \frac{16a^4}{105b}\right).$$

Ist die Horizontalkraft $Q = 0$, so hat man

$$a_1 = \frac{P}{WE}\left(\frac{b^3}{3} + \frac{a^2 b}{15}\right) \text{ und } b_1 = \frac{P}{WE}\left({}^5/_{12}\, ab^2 + \frac{a^3}{10}\right),$$

und ist überdies $a = 0$, hat man es also mit einem geraden Barren zu thun, so hat man, wie bekannt,

$$a_1 = \frac{Pb^3}{3WE} \text{ und } b_1 = 0 \text{ (s. Band I., §. 217).}$$

(§. 76) Ein an beiden Enden B und B durch eine Horizontalebene unterstützter und in der Mitte mit einem Gewichte G belasteter Bogen BAB,

Fig. 141, drückt auf jede ſeiner Stützen mit der Verticalkraft $P = -\frac{1}{2}G$, und der Horizontalkraft $Q = 0$, da er ungehindert horizontal ausweichen kann. Es iſt folglich die Senkung des Scheitels

$$AA_1 = a_1 = \frac{G}{2\,WE}\left(\frac{b^3}{3} + \frac{a^2 b}{15}\right)$$

und die Horizontalbewegung der Enden B und B_1

$$BB_1 = b_1 = \frac{G}{2\,WE}\left(\frac{5\,ab^2}{12} + \frac{a^3}{10}\right).$$

Bei einem geraden Balken von der Länge $l = 2b$, welcher in ſeiner Mitte mit G belaſtet iſt, hat man (Band I., §. 217)

$$a_1 = \frac{1}{16}\,\frac{Pl^3}{3\,WE} = \frac{1}{2}\,\frac{Gb^3}{3\,WE}$$

alſo kleiner als in dem vorliegenden Falle.

Fig. 141.

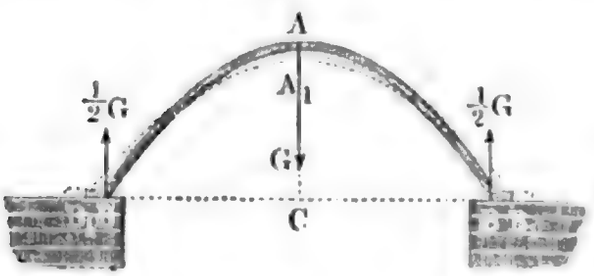
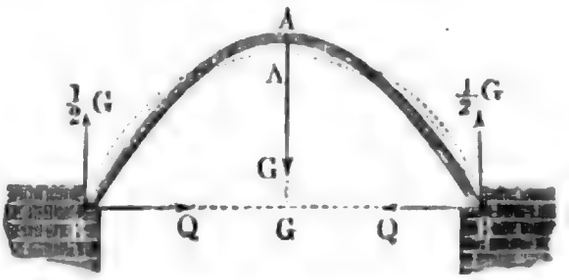


Fig. 142.



Stemmt ſich der in der Mitte durch ein Gewicht G belaſtete Bogen BAB, Fig. 142, an den Enden B und B gegen feſte Stützen, ſo iſt ein Verrücken in horizontaler Richtung unmöglich und daher $b_1 = 0$. Uebrigens iſt auch hier $P = -\frac{1}{2}G$, dagegen folgt nun

$$Q = \frac{1}{2}G\,\frac{\left(\frac{5}{12}\,ab^2 + \frac{a^3}{10}\right)}{\frac{8}{15}\,a^2 b + \frac{16}{105}\,\frac{a^4}{b}} = \frac{1}{2}G\left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right)$$

und die Senkung des Scheitels:

$$a_1 = \frac{G}{2\,WE}\left(\frac{b^3}{3} + \frac{a^2 b}{15}\right) - \frac{G}{2\,WE}\left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right)\left(\frac{5}{12}\,ab^2 + \frac{a^3}{10}\right)$$

$$= \frac{G}{2\,WE}\left(\frac{b^3}{128} + \frac{23}{6720}\,a^2 b\right),$$

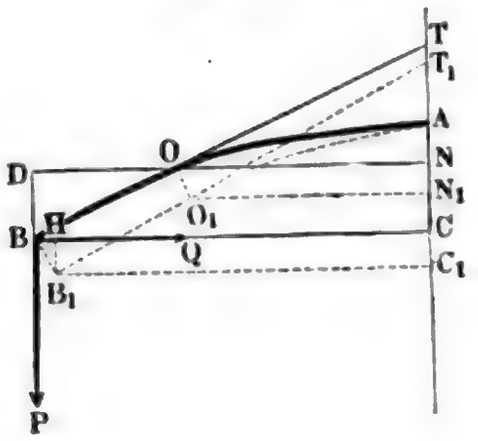
oder meiſt genau genug,

$$a_1 = \frac{Gb^3}{256\,WE},$$

d. i. $42\frac{2}{3}$mal ſo klein als beim geraden Balken von gleicher Spannweite $2b$.

Gleichmässig belastete Tragbögen. Wenn der Bogen AB, (§. 77) Fig. 143, auf seiner ganzen Länge belastet wird, so daß jede Längeneinheit der Horizontalprojection desselben q trägt, so hat man das Kraftmoment, welches ein Stück $\overline{OB}$ um O biegt

Fig. 143.



$$q \cdot \overline{OD} \cdot {}^1/_2 \overline{OD}$$
$$= {}^1/_2 q \, (\overline{BC} - \overline{ON})^2$$
$$= {}^1/_2 q \, (b - y)^2,$$

und daher nach (§. 75):

$$\partial x_1 - \partial x = \frac{\partial y}{WE} \int {}^1/_2 q \, (b^2 - 2by + y^2) \left(1 + \frac{2a^2y^2}{b^4}\right) \partial y$$

und

$$\partial y_1 - \partial y = -\frac{2ay\partial y}{WEb^2} \int {}^1/_2 q \, (b^2 - 2by + y^2) \left(1 + \frac{2a^2y^2}{b^4}\right) \partial y.$$

Durch wiederholtes Integriren ergiebt sich hieraus:

$$\partial x_1 - \partial x = \frac{q\partial y}{2WE} \left[b^2y - by^2 + \frac{y^3}{3} + \frac{2a^2}{b^4}\left(\frac{b^2y^3}{3} - {}^1/_2 by^4 + \frac{y^5}{5}\right)\right],$$

$$\partial y_1 - \partial y = -\frac{aqy\partial y}{WEb^2} \left[b^2y - by^2 + \frac{y^3}{3} + \frac{2a^2}{b^4}\left(\frac{b^2y^3}{3} - {}^1/_2 by^4 + \frac{y^5}{5}\right)\right],$$

und

$$x_1 - x = \frac{q}{2WE} \left[\frac{b^2y^2}{2} - \frac{by^3}{3} + \frac{y^4}{12} + \frac{2a^2}{b^4}\left(\frac{b^2y^4}{12} - \frac{by^5}{10} + \frac{y^6}{30}\right)\right]$$

sowie

$$y_1 - y = -\frac{aq}{WEb^2} \left[\frac{b^2y^3}{3} - \frac{by^4}{4} + \frac{y^5}{15} + \frac{2a^2}{b^4}\left(\frac{b^2y^5}{15} - \frac{by^6}{12} + \frac{y^7}{35}\right)\right].$$

Setzen wir $y = b$, so erhalten wir die verticale Senkung des Bogenendes:

$$HB_1 = a_1 = \frac{q}{WE}\left(\frac{b^4}{8} + \frac{a^2b^2}{60}\right),$$

und die horizontale Verschiebung desselben:

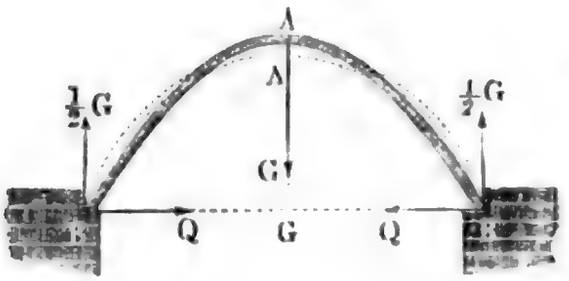
$$BH = b_1 = \frac{q}{WE}\left(\frac{3ab^3}{20} + \frac{a^3b}{42}\right).$$

Dieſe Theorie läßt ſich auch auf einen Bogen BAB, Fig. 144, anwenden, welcher an ſeinen beiden Enden B und B unterſtützt, übrigens aber mit einem auf die Horizontalprojection

$$BB = 2b$$

gleichmäßig vertheilten Gewichte $2bq$ belaſtet wird. Es iſt hier außer dem an jedem Schenkel niederziehenden Gewicht bq noch an jedem Ende eine Verticalkraft P und eine Horizontalkraft Q wirkſam und daher die Veränderung a_1 in a und b_1 in b aus den beiderlei Kräften entſprechenden Veränderungen zuſammengeſetzt, alſo mit Berückſichtigung des §. 75 Gefundenen:

Fig. 144.



$$a_1 = \frac{P}{WE}\left(\frac{b^3}{3} + \frac{a^2b}{15}\right) + \frac{Q}{WE}\left(\tfrac{5}{12}ab^2 + \frac{a^3}{10}\right) + \frac{q}{WE}\left(\frac{b^4}{8} + \frac{a^2b^2}{60}\right)$$

und

$$b_1 = \frac{P}{WE}\left(\tfrac{5}{12}ab^2 + \frac{a^3}{10}\right) + \frac{Q}{WE}\left(\tfrac{8}{15}a^2b + \frac{16a^4}{105b}\right) + \frac{q}{WE}\left(\frac{3ab^3}{20} + \frac{a^3b}{42}\right).$$

Nun iſt aber im vorliegenden Falle $P = -qb$ und $b_1 = 0$ anzunehmen; es folgt daher:

$$Q\left(\tfrac{8}{15}a^2b + \frac{16a^4}{105b}\right) = q\left(\tfrac{5}{12}ab^3 + \frac{a^3b}{10}\right) - q\left(\frac{3ab^3}{20} + \frac{a^3b}{42}\right)$$
$$= q\left(\tfrac{4}{15}ab^3 + \tfrac{8}{105}a^3b\right),$$

d. i.

$$Q = \frac{qb^2}{2a},$$

und hieraus wieder:

$$a_1 = -\frac{qb}{WE}\left(\frac{b^3}{3} + \frac{a^2b}{15}\right) + \frac{qb^2}{2WEa}\left(\tfrac{5}{12}ab^2 + \frac{a^3}{10}\right)$$
$$+ \frac{q}{WE}\left(\frac{b^4}{8} + \frac{a^2b^2}{60}\right) = 0.$$

Es findet alſo in dieſem Falle gar keine Senkung des Scheitels ſtatt. Ueberhaupt erleidet hier der Bogen keine andere Formveränderung als diejenige, welche aus der Spannung deſſelben entſpringt; wir haben es daher hier mit einer ſogenannten Gleichgewichtscurve zu thun.

Wäre aber der Bogen überdies noch in ſeiner Mitte mit einem Gewichte G belaſtet, ſo würde die Horizontalkraft am Fuße B

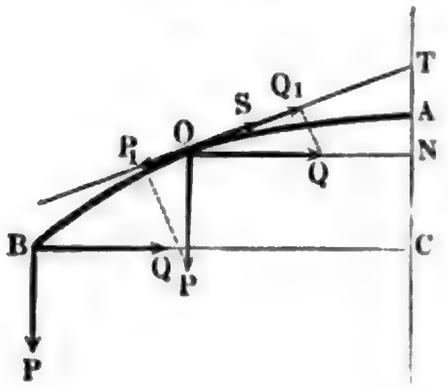
$$Q = \frac{qb^2}{2a} + {}^1/_2\, G\left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right)$$

betragen, und es wäre die Senkung im Scheitel, wie oben (§. 76):

$$a_1 = \frac{G}{2\,WE}\left(\frac{b^3}{128} + \frac{23\,a^2 b}{6720}\right).$$

Spannung der Bögen. Was die Spannung S oder die Zusammendrückung des Bogens in seiner Axe anlangt, so ist diese die Summe der in der Tangentenrichtung wirkenden Seitenkräfte von den Kräften P und Q, Fig. 145. Mittels des Tangentenwinkels $NTO = \alpha$ ergeben sich diese Seitenkräfte P_1 und Q_1 von P und Q durch die Formeln (§. 78)

Fig. 145.



$$P_1 = P\ cos.\,\alpha$$

und

$$Q_1 = Q\ sin.\,\alpha,$$

es ist daher die Spannung

$$\begin{aligned} S &= Q_1 - P_1 \\ &= Q\ sin\ \alpha - P\ cos.\,\alpha \\ &= Q\,\frac{\partial y}{\partial s} - P\,\frac{\partial x}{\partial s} \\ &= \frac{Q\,\partial y - P\,\partial x}{\sqrt{\partial x^2 + \partial y^2}}, \end{aligned}$$

also für einen Parabelbogen, wo

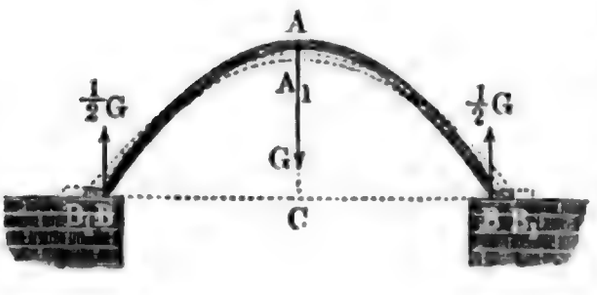
$$\partial x = \frac{2\,a\,y\,\partial y}{b^2} \text{ und annähernd } \partial s = \partial y\left(1 + \frac{2\,a^2 y^2}{b^4}\right)$$

ist:

$$S = \frac{Q - \frac{2\,a\,y}{b^2}\,P}{1 + \frac{2\,a^2 y^2}{b^4}}, \text{ annähernd} = \left(Q - \frac{2\,a\,y}{b^2}\,P\right)\left(1 - \frac{2\,a^2 y^2}{b^4}\right)$$

$$= \left(1 - \frac{2\,a^2 y^2}{b^4}\right) Q - \frac{2\,a\,y}{b^2}\left(1 - \frac{2\,a^2 y^2}{b^4}\right) P.$$

Fig. 146.



Wenn der Bogen BAB, Fig. 146, durch ein in der Mitte hängendes Gewicht G gespannt wird, so hat man:

$$Q = 0 \text{ und } P = -\frac{G}{2},$$

daher die Spannung:

$$S = \frac{a\,y}{b^2}\left(1 - \frac{2\,a^2 y^2}{b^4}\right) G.$$

Da $\frac{a}{b}$ ein kleiner Bruch iſt, ſo fällt S am größten aus für $y = b$,

d. i. $$S = \frac{a\,G}{b}.$$

Am Scheitel, alſo für $y = 0$, iſt $S = 0$.

In dem Falle, welchen Fig. 144 darſtellt, wo ſich der in der Mitte mit G belaſtete Bogen gegen ein feſtes Hinderniß ſtemmt, hat man

$$P = -\,{}^1/_2\,G \text{ und } Q = {}^1/_2\,G\left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right),$$

daher die Spannung:

$$S = \frac{a\,y}{b^2}\left(1 - \frac{2\,a^2y^2}{b^4}\right)G + \left(1 - \frac{2\,a^2y^2}{b^4}\right)\left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right)\frac{G}{2}$$

$$= \left(\frac{25\,b}{64\,a} - \frac{a}{56\,b} + \frac{a\,y}{b^2} - \frac{25\,a\,y^2}{32\,b^3}\right)G,$$

wenn man die höheren Potenzen von a vernachläſſigt. Dieſer Ausdruck wird mit $y = -\,{}^{25}/_{32}\cdot\frac{y^2}{b}$ ein Maximum, und zwar für $y = {}^{16}/_{25}\,b$. Der entſprechende Maximalwerth iſt:

$$S = \left(\frac{25}{32}\,\frac{b}{a} + \frac{423\,a}{700\,b}\right)\frac{G}{2}.$$

Wenn dieſer Bogen gleichmäßig belaſtet iſt, ſo haben wir:

$$P = -\,q\,y \text{ und } Q = \frac{q\,b^2}{2\,a},$$

daher

$$S = \left(1 - \frac{2\,a^2y^2}{b^4}\right)\frac{q\,b^2}{2\,a} + \frac{2\,a\,y}{b^2}\left(1 - \frac{2\,a^2y^2}{b^4}\right)q\,y$$

$$= \frac{q\,b^2}{2\,a} + \frac{q\,a\,y^2}{b^2},$$

und trägt er überdies noch im Scheitel das Gewicht G, ſo iſt

$$S = \frac{q\,b^2}{2\,a} + \frac{q\,a\,y^2}{b^2} + \left(\frac{25}{64}\,\frac{b}{a} - \frac{a}{56\,b} + \frac{a\,y}{b^2} - \frac{25\,a\,y^2}{32\,b^3}\right)G.$$

Differenziirt man dieſen Ausdruck in Beziehung auf y und ſetzt $\frac{\partial S}{\partial y} = 0$, ſo erhält man den Werth für y, welcher S zum Maximo macht, nämlich:

$$2\,q\,y + \left(1 - {}^{25}/_{16}\,\frac{y}{b}\right)G = 0,$$

d. i.

$$y = \frac{16\,b\,G}{25\,G - 32\,q\,b}.$$

Da y nicht größer als b sein kann, so folgt, daß in den Fällen, wenn

$$16\,G > 25\,G - 32\,qb, \text{ d. i. } G < {}^{32}/_{9}\,qb$$

ist, $y = b$ angenommen werden muß, und der Maximaldruck an den Enden B und B statthat.

Durch die Spannung wird auch die Bogenlänge verändert; besteht (§. 79) dieselbe in einem Drucke, so wird der Bogen verkürzt, und besteht sie in einem Zuge, so erleidet der Bogen eine Ausdehnung. Wird das Element ∂s des Bogens durch die Spannung S in ∂s_1 umgeändert, so hat man bei dem Querschnitte F des Bogens (s. Band I., §. 204):

$$S = \left(\frac{\partial s - \partial s_1}{\partial s}\right) FE,$$

und es ist hiernach:

$$s - s_1 = \int \frac{S\partial s}{FE} = \frac{1}{FE}\int S\sqrt{\partial x^2 + \partial y^2} = \frac{1}{FE}\int \left(1 + \frac{2a^2y^2}{b^4}\right) S\partial y,$$

wenn wir es mit einer Parabel zu thun haben. Für einen an beiden Enden gestützten und in der Mitte mit G belasteten Bogen (Fig. 144) ist

$$S = \left(\frac{25\,b}{64\,a} - \frac{a}{56\,b} + \frac{ay}{b^2} - \frac{25}{32}\,\frac{ay^2}{b^3}\right) G,$$

gefunden worden, daher haben wir die Verkürzung des Bogens:

$$\begin{aligned} s - s_1 &= \frac{G}{FE}\int \left(\frac{25}{64}\,\frac{b}{a} - \frac{a}{56b} + \frac{ay}{b^2} - \frac{25}{32}\,\frac{ay^2}{b^3}\right)\partial y \\ &= \frac{G}{FE}\left(\frac{25}{64}\,\frac{b}{a}\,y - \frac{ay}{56b} + \frac{ay^2}{2b^2} - \frac{25}{96}\,\frac{ay^3}{b^3}\right), \end{aligned}$$

also für die ganze Länge l, wo $y = b$ ist, die Verkürzung:

$$l_1 = \frac{G}{FE}\left(\frac{25}{64}\,\frac{b^2}{a} + \frac{149}{672}\cdot a\right).$$

Wenn hingegen derselbe Bogen gleichmäßig belastet ist, so hat man:

$$\begin{aligned} s - s_1 &= \frac{q}{FE}\int \left(\frac{b^2}{2a} + \frac{ay^2}{b^2}\right)\left(1 + \frac{2a^2y^2}{b^4}\right)\partial y \\ &= \frac{q}{FE}\left(\frac{b^2y}{2a} + \frac{2a}{3b^2}\,y^3\right), \end{aligned}$$

folglich für den ganzen Bogen von der Länge l:

$$l_1 = \frac{q}{FE}\cdot\frac{b^3}{2a}\left[1 + {}^{4}/_{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right].$$

Wenn der Bogen l durch $\frac{G}{2}$ und lq zugleich belastet wird, so ist seine Verkürzung die Summe der beiden der letzten Werthe für l_1, folglich:

$$l_1 = \frac{qb^3}{2FEa}\left[1 + {}^4/_3\left(\frac{a}{b}\right)^2\right] + \frac{G}{FE}\left(\frac{25}{64}\frac{b^2}{a} + \frac{149}{627}a\right).$$

Aus der Verkürzung der Bogenlänge läßt ſich nun auch die entſprechende Senkung a_1 des Scheitels finden. Es iſt nach (§. 75):

$$\partial s = \partial y\left(1 + \frac{2a^2y^2}{b^4}\right),$$

folglich:

$$s = y\left(1 + {}^2/_3\frac{a^2y^2}{b^4}\right) = y\left(1 + {}^2/_3\frac{ax}{b^2}\right),$$

alſo für $x = a$ und $y = b$:

$$s = l = b\left(1 + {}^2/_3\frac{a^2}{b^2}\right)$$ (vergl. Band I., §. 160, Anmerkung 1).

Durch Differenziiren nach a ergiebt ſich nun:

$$\partial l = {}^4/_3\frac{a\partial a}{b}, \text{ daher umgekehrt:}$$

$$\partial a = {}^3/_4\frac{b\partial l}{a} \text{ und } a_1 = {}^3/_4\frac{b}{a}l_1.$$

Für den letzten Fall iſt daher die Senkung des Scheitels:

$$a_1 = {}^3/_8\frac{b^3}{a^2FE}({}^{25}/_{32}G + qb).$$

(§. 80) **Tragkraft der Bögen.** Die Tragkraft der Bögen läßt ſich nach der Theorie der zuſammengeſetzten Feſtigkeit beurtheilen, da die Bögen nicht allein durch die Kraft S zuſammengedrückt, ſondern auch durch die Kräfte P und Q gebogen werden. Der Spannung S entſpricht das Zuſammendrückungsverhältniß

$$\sigma_1 = \frac{S}{FE},$$

den Kräften P und Q dagegen das Ausdehnungs- und Zuſammendrückungsverhältniß

$$\sigma_2 = \frac{e\partial\alpha - e\partial\alpha_1}{\partial s} = \frac{e(\partial\alpha - \partial\alpha_1)}{\partial s},$$

wenn e den Abſtand der entfernteſten Faſer von der neutralen Axe bezeichnet, und $\partial\alpha$, $\partial\alpha_1$ und ∂s die ſeither gebrauchten Bedeutungen haben. Es iſt hiernach das Verhältniß des Tragmoduls zum Elaſticitätsmodul

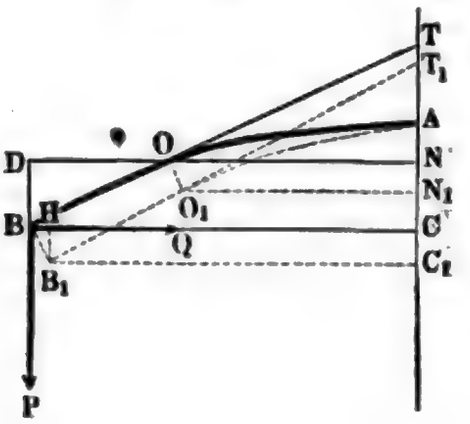
$$\frac{T}{E} = \sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{S}{FE} + \frac{e(\partial\alpha - \partial\alpha_1)}{\partial s}.$$

Da es ſich hier um den größten Werth von σ handelt, und da bei der

Biegung Ausdehnung und Zuſammendrückung zugleich vorkommt, ſo hat man die beiden letzten Glieder $\frac{S}{FE}$ und $\frac{e\,(\partial\alpha - \partial\alpha_1)}{\partial s}$ ſtets arithmetiſch zu addiren.

Wird der Bogen AB, Fig. 147, durch die Kräfte P und Q ergriffen, ſo haben wir nach (§. 74):

Fig. 147.



$$\frac{\partial\alpha - \partial\alpha_1}{\partial s} = \frac{P(b-y) + Q(a-x)}{WE},$$

daher:

$$T = \frac{S}{F} + [P(b-y) + Q(a-x)]\,\frac{e}{W}.$$

Dient dagegen der Bogen zur Unterſtützung einer gleichförmig vertheilten Laſt qb, ſo iſt nach (§. 77):

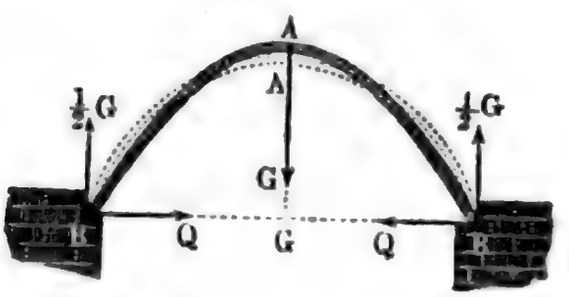
$$\frac{\partial\alpha - \partial\alpha_1}{\partial s} = {}^1/_2\, q\,(b-y)^2,$$

und daher

$$T = \frac{S}{F} + \frac{eq\,(b-y)^2}{2\,W}.$$

Für einen Bogen BAB, Fig. 148, welcher in der Mitte ein Gewicht G trägt und an beiden Enden feſtgehalten wird, hat man

Fig. 148.



$$P = -\frac{G}{2},\quad Q = {}^1/_2\, G\left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right)$$

und

$$S = \left(\frac{25\,b}{64\,a} - \frac{a}{56\,b} + \frac{a\,y}{b^2} - \frac{25\,a\,y^2}{32\,b^3}\right) G,$$

daher:

$$T = \left(\frac{25\,b}{64\,a} - \frac{a}{56\,b} + \frac{a\,y}{b^2} - \frac{25\,a\,y^2}{32\,b^3}\right)\frac{G}{F} + \left[\left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right)(a-x) - (b-y)\right]\frac{G\,e}{2\,W}.$$

Für $x = y = 0$, d. i. für den Bogenſcheitel, iſt

$$T = \left(\frac{25\,b}{64\,a} - \frac{a}{56\,b}\right)\frac{G}{F} - \left({}^7/_{32}\,b + \frac{a^2}{28\,b}\right)\frac{G\,e}{2\,W},$$

oder vielmehr

$$T = \left(\frac{25\,b}{64\,a} - \frac{a}{56\,b}\right)\frac{G}{F} + \left({}^7/_{32}\,b + \frac{a^2}{28\,b}\right)\frac{G\,e}{2\,W},$$

weil ſich bei der von der neutralen Axe am meiſten abſtehenden Faſer Zuſammendrückung mit Zuſammendrückung vereinigt.

Für $x = a$ und $y = b$, alſo für die Fußpunkte, iſt hingegen

$$T = \left(\frac{25\,b}{64\,a} + \frac{45\,a}{224\,b}\right)\frac{G}{F}.$$

Um die ſchwächſte, d. i. diejenige Stelle zu finden, wo der größte Tragmodul erfordert wird, differenziiren wir T in Hinſicht auf y und ſetzen $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$. Es folgt hiernach:

$$\left(\frac{a}{b^2} - \frac{50\,a\,y}{32\,b^3}\right)\frac{2\,W}{F\,e} - \left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right)\frac{\partial x}{\partial y} + 1 = 0;$$

oder, da $\frac{x}{a} = \frac{y^2}{b^2}$, alſo $\frac{\partial x}{\partial y} = \frac{2\,a\,y}{b^2}$ iſt:

$$\left(\frac{a}{b^2} - \frac{50\,a\,y}{32\,b^3}\right)\frac{2\,W}{F\,e} + 1 = \left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right)\frac{2\,a\,y}{b^2},$$

d. i.

$$\frac{2\,W}{F\,e}\cdot\frac{a}{b^2} + 1 = \left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b} + \frac{50}{32}\cdot\frac{W}{F\,b\,e}\right)\frac{2\,a\,y}{b^2};$$

hiernach iſt:

$$y = \frac{2\,W\,a + F\,b^2\,e}{{}^{25}/_8\,W\cdot\frac{a}{b} + \left({}^{25}/_{16}\,b - \frac{a^2}{14\,b}\right)F\,e}.$$

Annähernd hat man, wenn man die Glieder mit a vernachläſſigt,

$y = {}^{16}/_{25}\, b$, und daher

$$T = \left(\frac{25\,b}{32\,a} + \frac{423\,a}{700\,b}\right)\frac{G}{2\,F} + \left[\left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right)\cdot\frac{369}{625}\,a - \frac{9}{25}\,b\right]\frac{G\,e}{2\,W}$$

$$= \left(\frac{25\,b}{32\,a} + \frac{423\,a}{700\,b}\right)\frac{G}{2\,F} + \left(\frac{81\,b}{800} - \frac{369\,a^2}{17500\,b}\right)\frac{G\,e}{2\,W},$$

oder, wenn man die Glieder mit a und a^2 vernachläſſigt,

$$T = \frac{25\,b}{64\,a}\,\frac{G}{F} + \frac{81\,G\,b\,e}{1600\,W}.$$

Wäre die Laſt $2\,b\,q$ auf dem Bogen $B\,A\,B$ gleichmäßig vertheilt, ſo hätte man:

$$\frac{e\,(\partial\alpha - \partial\alpha_1)}{\partial s} = \frac{-\,q\,b\,(b-y) + {}^1/_2\,q\,(b-y)^2 + \dfrac{q\,b^2}{2\,a}\,(a-x)}{W\,E}$$

$$= \frac{-\,{}^1/_2\,q\,(b^2 - y^2) + {}^1/_2\,q\,(b^2 - y^2)}{W\,E} = 0,$$

und daher:

$$T = \frac{S}{F} = \left(\frac{b^2}{2\,a} + \frac{a\,y^2}{b^2}\right)\frac{q}{F}.$$

Beiſpiel. Welche Dimenſionen b_1 und h_1 hat man dem rectangulären Querſchnitt $b_1\,h_1$ eines gußeiſernen Bogens $B\,A\,B$, Fig. 146, von 12 Fuß Spannweite und 3 Fuß Höhe zu geben, wenn derſelbe in der Mitte ein Gewicht von 10000 Pfund tragen ſoll? Für das Zerbrechen im Scheitel haben wir:

$$T = \frac{25\,b}{64\,a}\,\frac{G}{F} + {}^7/_{64}\,\frac{G\,b\,e}{W},$$

und für das Zerbrechen im Abſtande $y = {}^{16}/_{25}\,b$:

$$T = \frac{25\,b}{64\,a}\,\frac{G}{F} + \frac{81\,G\,b\,e}{1600\,W};$$

da der erſtere Ausdruck einen größeren Werth giebt, ſo werden wir nur dieſen in Betracht ziehen. Führen wir den Tragmodul $T = 10000$ Pfund ein, ſo läßt ſich ſetzen:

$$1 = {}^{25}/_{64}\cdot\frac{b}{a\,F} + \frac{7\,b\,e}{64\,W}.$$

Nun iſt aber $\frac{b}{a} = {}^6/_3 = 2$, $b = 6$ Fuß $= 72$ Zoll, ferner $F = b_1\,h_1$, $W = \frac{b_1\,h_1^3}{12}$ und $e = {}^1/_2\,h_1$, wobei b_1 und h_1 die geſuchten Querſchnittsdimenſionen des Bogens bezeichnen; daher folgt:

$$1 = \frac{25\,.\,2}{64\,b_1\,h_1} + \frac{7\,.\,9\,.\,6}{8\,b_1\,h_1^3}, \text{ oder } b_1\,h_1^3 = {}^{25}/_{32}\,h_1 + \frac{7\,.\,9\,.\,3}{4}.$$

Nimmt man nun noch $h_1 = 10\,b_1$ an, ſo ergiebt ſich:

$$h_1^3 = 7{,}8\,h_1 + 472{,}5$$

und daher:

$h_1 = \sqrt[3]{472{,}5 + 64} = \sqrt[3]{536{,}5} = 8{,}12$ Zoll, ſowie $b_1 = 0{,}812$ Zoll.

Für einen geraden gußeiſernen Balken hätte man bei der Länge $l = 12$ Fuß $= 144$ Zoll und dem Gewichte $G = 10000$ Pfund, nach I., §. 240:

$$Gl = 4\, b_1 h_1^2 \cdot \frac{T}{6},$$

daher hier, wo $G = T$ iſt,

$$b_1 h_1^2 = {}^3/_2 . l = {}^3/_2 . 72 = 108, \text{ oder } h_1^3 = 1080,$$

ſo daß nun

$$h_1 = \sqrt[3]{1080} = 10{,}26 \text{ und } b_1 = 1{,}026 \text{ Zoll folgt.}$$

Nimmt man das Gewicht eines Cubikzolles Eiſen $= 0{,}26$ Pfund an, ſo erhält man das Gewicht des gußeiſernen Bogens, da deſſen Länge (ſ. Bd. I, §. 160, Anmerkung 1)

$$l_1 = 2b\left[1 + {}^2/_3 \left(\frac{a}{b}\right)^2\right] = 72\,(1 + {}^2/_3 . {}^1/_4) = 72 + 12 = 84 \text{ Zoll}$$

geſetzt werden kann,

$$G_1 = 0{,}26 . b_1 h_1 l_1 = 0{,}26 . 8{,}12 . 0{,}812 . 84 = 144 \text{ Pfund.}$$

Dagegen iſt das Gewicht des geraden Balkens von gleichem Stoffe und von gleicher Tragkraft:

$$G_1 = 0{,}26 . 10{,}26 . 1{,}026 . 72 = 197 \text{ Pfund.}$$

§. 81 **Bogenträger aus Holz und Gusseisen.** Bei gleichem Querprofile und gleichem Tragmodul, ſowie unter übrigens gleichen Verhältniſſen, beſitzen, dem Vorſtehenden zufolge, die Träger, mit bogenförmiger Axe, die ſogenannten Bogenträger, eine größere Tragkraft als die ſogenannten Balkenträger, deren Längenaxe eine gerade iſt. Da nun die Bogenträger aus Gußeiſen gleich beim Guſſe die Bogenform erhalten, ſo kann der Tragmodul bogenförmiger Balken von dem der geraden Balken nicht ſehr verſchieden ſein, und deshalb iſt denn auch bei gußeiſernen Trägern die Anwendung der Bogenform von beſonderem Vortheil. Anders iſt es aber bei Trägern aus Holz oder Schmiedeeiſen. Da das Holz in einem gewiſſen Grade auch das Eiſenblech durch das Biegen bei ſeiner Verwendung zu Bogenträgern an Tragkraft verliert, ſo iſt der Tragmodul eines Trägers aus gebogenem Holze oder Eiſenblech kleiner als der eines geraden Trägers oder Balken und daher bei dieſen Stoffen die Bogenform mit Vorſicht und namentlich immer nur von mäßiger Krümmung anzuwenden. Iſt r der Krümmungshalbmeſſer des gebogenen Balkens und e der größte Abſtand ſeiner Faſern von der neutralen Axe, ſo hat man die relative Ausdehnung oder Zuſammendrückung dieſer Faſern (ſ. Bd. I., §. 215):

$$\sigma = \frac{e}{r},$$

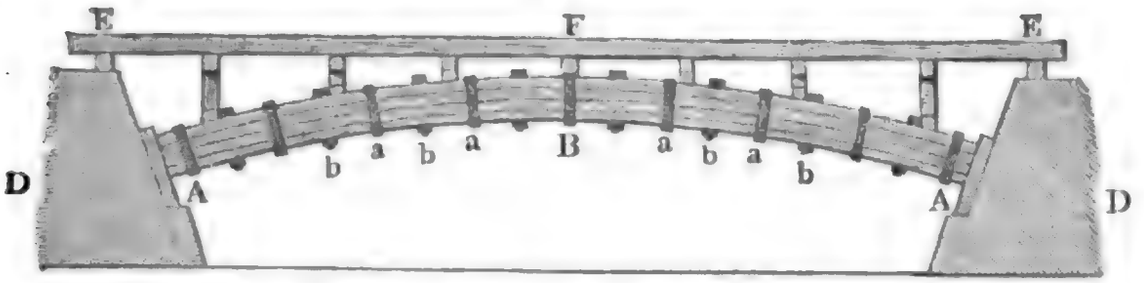
und daher die entſprechende Spannung:

$$S = \sigma E = \frac{e}{r} E,$$

wo E den Elaſticitätsmodul bezeichnet.

Da hiernach die Spannung des gebogenen Balkens direct wie die Dicke oder Höhe ($2e$) und umgekehrt wie der Halbmeſſer r der Krümmung deſſelben wächſt, ſo ſetzt man ihn mit Vortheil aus dünnen brettförmigen Stücken (Bohlen) zuſammen, indem man dieſelben mit ihren breiten Flächen übereinander legt, zuſammenſchraubt u. ſ. w. Einen ſolchen **Bohlenbogen** ABA, welcher aus vier über einander liegenden Bohlen beſteht, führt Fig. 149

Fig. 149.



vor Augen. Dieſer Bogen trägt einen Balken EFE, und ſtützt ſich gegen die Widerlager DD. Die Bohlen, aus welchen derſelbe beſteht, werden durch Bänder $a, a \ldots$ und Schrauben $b, b \ldots$ zuſammengehalten. Die **Balkenbögen** werden aus ganzen Balken in ähnlicher Weiſe zuſammengeſetzt; übrigens verbindet man auch die über einander liegenden Balken noch durch Verzahnung oder durch eingeſetzte Dübel, wie gerade Balken, Fig. 121, noch feſter mit einander. Zum Biegen der Balken und Bohlen zu Tragbögen iſt Lärchen-, Kiefern-, Tannen- und Eichenholz, und zwar im grünen Zuſtande, zu verwenden. Man biegt dieſe Holzſtücken von der Mitte aus nach den Enden zu auf einem beſonderen Gerüſte, und läßt ſie auf dieſem mindeſtens zwei Monate lang im geſpannten Zuſtande liegen. Bei dieſem Biegen des friſchen Holzes wird natürlich die Elaſticitätsgrenze bedeutend überſchritten, und es iſt daher zu erwarten, daß der Feſtigkeitsmodul des trockenen Balkens, welcher eine bleibende Bogenform angenommen hat, kleiner iſt als derjenige, welchen er ohne Biegung haben würde. **Ardant** findet ihn kaum ein Viertel von dem eines einfachen geraden Balkens. Nach Band I., §. 212, wäre z. B. für Holz im Mittel die relative Ausdehnung bei der Elaſticitätsgrenze

$$\sigma = \frac{e}{r} = {}^1/_{600},$$

und daher der entſprechende Krümmungshalbmeſſer:

$$r = 600\,e,$$

z. B. für $e = {}^1/_2$ Fuß, $r = 300$ Fuß, daher bei einer Spannweite $s = 50$ Fuß, die zuläſſige Spannhöhe $h = \frac{s^2}{8r} = \frac{2500}{2400}$ nur $= 1{,}06$ Fuß und folglich die Krümmung $\frac{h}{s} = {}^1/_{50}$. Erfahrungsmäßig kann man

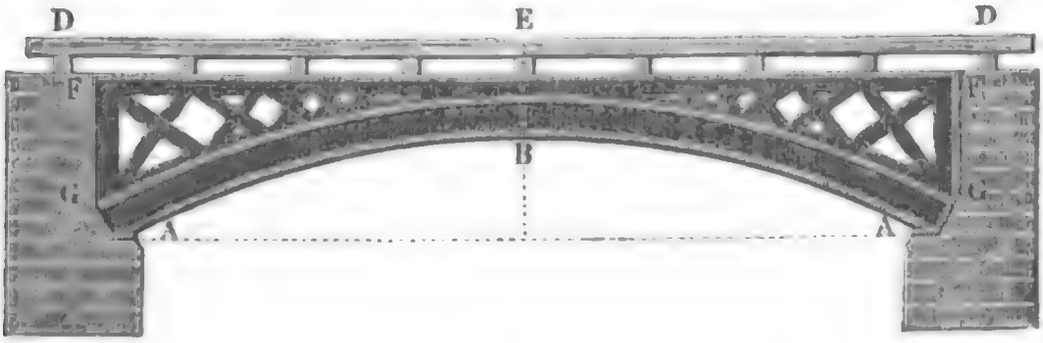
nach Wiebeking (ſ. deſſen allgemeine Waſſerbaukunſt Band III.) Balken von Tannenholz um $\frac{h}{s} = 1/25$, und ſolche von Eichenholz um $\frac{h}{s} = 1/40$ biegen; die viel ſchwächeren Bohlen von vielleicht nur zwei Zoll Stärke laſſen ſich natürlich in einem viel ſtärkeren Verhältniſſe krümmen, z. B. um $\frac{h}{s} = 1/10$. Die einzelnen Balken und Bohlen haben eine Länge von höchſtens 50 Fuß; bei größeren Spannweiten muß man folglich mehrere Balken oder Bohlen der Länge nach an einander anſtoßen (ſchiften, ſ. §. 66).

Bei einer anderen Conſtruction von Bohlenbögen werden die Bohlen nicht über, ſondern neben einander gelegt, weshalb dieſelben auch nicht krumm gebogen, ſondern nur krumm geſchnitten werden. Hierbei geht allerdings viel Holz verloren; auch erfordert dieſe Conſtruction eine ſehr ſolide Verbindung der Bohlen oder Felgen unter einander.

Schmiedeeiſerne Tragbögen laſſen ſich natürlich mit Vortheil aus Eiſenblech ausſchneiden und zuſammennieten.

Die Art und Weiſe, wie ein gußeiſerner Bogen als Träger dient, iſt aus Fig. 150 zu erſehen. Der eigentliche Bogen ABA iſt außen und innen

Fig. 150.



durch eine breite Rippe verſtärkt und zur Unterſtützung des Balkens DED dient eine breite Tragwand FF, welche den ganzen Bogen oben horizontal begrenzt. Das Ganze ſtützt ſich mittels ſtarker Flantſchen an die Widerlagsmauern G, G. Wenn man dieſe Bögen aus mehreren Theilen zuſammenſetzt, ſo läßt man die einzelnen Stücke in Flantſchen an einander anſtoßen und verbindet dieſelben mit einander durch Schraubenbolzen.

§. 82 Die im Obigen (§. 74 u. ſ. w.) abgehandelte Theorie der Tragkraft von krummen Balken oder Bögen iſt von Ardant (ſ. deſſen am Ende des Capitels angeführte Schrift) durch Verſuche an verſchiedenen Holzbögen erprobt worden. Was z. B. den Horizontalſchub anlangt, ſo iſt für den Fall, daß die Laſt G in der Mitte des Bogens hängt, derſelbe (§. 76):

$$Q = 1/2\, G \left(\frac{25\, b}{32\, a} - \frac{a}{28\, b} \right),$$

und für den Fall, daß dieselbe längs der Sehne des Bogens gleichmäßig vertheilt ist, dieser Schub (nach §. 77):

$$Q_1 = \frac{q b^2}{2a} = \frac{G b}{4a}.$$

Obgleich diese Formeln nur unter der Voraussetzung gefunden worden sind, daß die Träger nach der Parabel gebogen sind, so stimmen doch dieselben mit den Ergebnissen der Versuche an nach dem Kreise gebogenen Trägern ziemlich überein. So findet z. B. Ardant für einen Halbkreisbogen, im ersten Falle:

$$Q = 0{,}32\, G,$$

und im zweiten Falle:

$$Q_1 = 0{,}22\, G,$$

während die Formeln, wenn man darin $b = a$ setzt, auf

$$Q = 0{,}37\, G \text{ und}$$
$$Q_1 = 0{,}25\, G$$

führen.

Bei den häufiger angewendeten gedrückten Bögen ist, wie zu erwarten war, die Uebereinstimmung zum Theil noch größer.

Für die letztere Belastungsweise ist, wenn das Verhältniß der halben Spannweite b zur Spannhöhe a,

$\frac{b}{a} =$	2	3	4	5	10	beträgt,
nach Ardant:						
$Q =$	$0{,}54\, G$	$0{,}775\, G$	$1{,}02\, G$	$1{,}33\, G$	$3{,}33\, G$,	

und dagegen nach der Formel $Q = \frac{G b}{4a}$:

$Q =$	$0{,}50\, G$	$0{,}75\, G$	$1{,}00\, G$	$1{,}250\, G$	$2{,}500\, G$.

Was die durch die längs der Sehne gleichmäßig vertheilte Last hervorgebrachte Senkung des Scheitels betrifft, so kann dieselbe natürlich bei der Kreisform des Trägers nicht Null sein. Ardant findet dieselbe für einen Halbkreisbogen:

$$a_1 = 0{,}007\, \frac{G b^3}{WE} = 0{,}084\, \frac{G b^3}{b_1 h_1^3 E},$$

wenn b_1 und h_1 die Querschnittsdimensionen des Bogens bezeichnen.

Bei einer längs der Sehne gleichmäßigen Belastung hat der Parabelbogen nur durch seine Druckfestigkeit zu widerstehen, und es ist der entsprechende Querschnitt dieses Tragbogens (s. §. 80):

$$F = b_1 h_1 = \left(\frac{b^2}{2a} + a\right) \frac{G}{2 b T} = \left(\frac{b}{2a} + \frac{a}{b}\right) \frac{G}{2T}.$$

Ein kreisbogenförmiger Träger muß dagegen auch durch ſeine Biegungsfeſtigkeit widerſtehen, und es findet Ardant für denſelben, wenn deſſen Halbmeſſer durch r bezeichnet,

$$F = b_1 h_1 = \left(\mu + \frac{\nu r}{4 h_1}\right) \frac{G}{2 T},$$

wobei für

$\frac{b}{a} =$	2	3	4	5	10	15	20
$\mu =$	1,080	1,550	2,040	2,660	6,660	7,630	9,520
und $\nu =$	0,792	0,263	0,117	0,053	0,034	0,022	0,001

zu ſetzen iſt. Nach Ardant wäre für Tragbögen aus Holz

der Tragmodul T nur = 30 Kilogr. = 410 Pfund,

und für ſolche aus Gußeiſen

der Tragmodul T = 500 Kilogr. = 6840 Pfund

zu ſetzen.

Beiſpiel. Eine Brücke ſoll aus mehreren Brückenfeldern von je 350000 Pfund Belaſtung und 72 Fuß Spannweite beſtehen, und die Unterſtützung dieſer Laſt ſoll durch ſieben Bögen von 12 Fuß Höhe erfolgen, welche Querſchnittsdimenſionen hat man dieſen Bögen zu geben?

Es iſt hier $G = {}^{350000}/_{7} = 50000$ Pfund, $a = 12$, und $b = 36$ Fuß. Bei einer paraboliſchen Form dieſer Bögen wäre

$$b_1 h_1 = ({}^{36}/_{24} + {}^{12}/_{36}) \frac{G}{2 T} = 0{,}917 \frac{G}{T},$$

und dagegen bei der Kreisform, da hier der Halbmeſſer

$r = \frac{1}{2}\left(\frac{b^2}{a} + a\right) = \frac{1}{2}\,(36 . 3 + 12) = 60$ Fuß ſowie $\mu = 1{,}550$ und $\nu = 0{,}263$ iſt,

$$b_1 h_1 = \left(1{,}550 + 0{,}263 \cdot \frac{15}{h_1}\right) \frac{G}{2 T} = \left(0{,}775 + \frac{1{,}972}{h_1}\right) \frac{G}{T}.$$

Für hölzerne Bögen iſt $T = 410$, daher

$$\frac{G}{T} = {}^{50000}/_{410} = 122,$$

folglich im erſten Falle:

$$b_1 h_1 = 0{,}917 . 122 = 112 \text{ Quadratzoll},$$

alſo wenn man $h_1 = {}^{3}/_{2}\, b_1$ nimmt,

$$b_1 = \sqrt{{}^{2}/_{3} . 112} = \sqrt{74{,}6} \ldots = 8{,}62 \text{ und } h_1 = 12{,}93 \text{ Zoll}.$$

Nimmt man $b_1 = 8\frac{1}{2}$ und $h_1 = 12$ Zoll an, ſo kann man den Bogen aus ſechs Bohlen von je $8\frac{1}{2}$ Zoll Breite und 2 Zoll Dicke zuſammenſetzen.

Im zweiten Falle bei der Kreisform wäre dann

$$b_1 h_1 = 0{,}775 \,.\, 122 + \frac{1{,}972 \,.\, 122}{{}^1/_{12}\, h_1} = 94{,}55 + \frac{2887}{h_1}.$$

Auch hier $h_1 = {}^3/_2\, b_1$ gesetzt, folgt:

$$^2/_3\, h_1^2 = 94{,}55 + \frac{2887}{h_1},$$

so daß nun

$$h_1 = \sqrt[3]{4331 + 142\, h_1} = 19 \text{ Zoll, und } b = 12^2/_3 \text{ Zoll}$$

folgt.

Da man im letzteren Falle so sehr große Querschnittsdimensionen nöthig hat, so wendet man hier lieber gußeiserne Bögen an. Für sie ist

$$\frac{G}{T} = {}^{50000}/_{6840} = 7{,}30$$

und daher

$$b_1 h_1 = 0{,}775 \,.\, 6{,}38 + \frac{1{,}972 \,.\, 7{,}30 \,.\, 12}{h_1} = 4{,}94 + \frac{172{,}75}{h_1}.$$

Nimmt man $h_1 = 8\, b_1$ an, so folgt

$$h_1 = \sqrt[3]{1382 + 39{,}5\, h_1} = 12{,}3 \text{ Zoll},$$

und folglich:

$$b_1 = \frac{h_1}{8} = 1{,}54 \text{ Zoll}.$$

Der Horizontalschub eines Bogens gegen die Widerlager ist

$$Q = 0{,}775 \,.\, G = 0{,}775 \,.\, 50000 = 38750 \text{ Pfund},$$

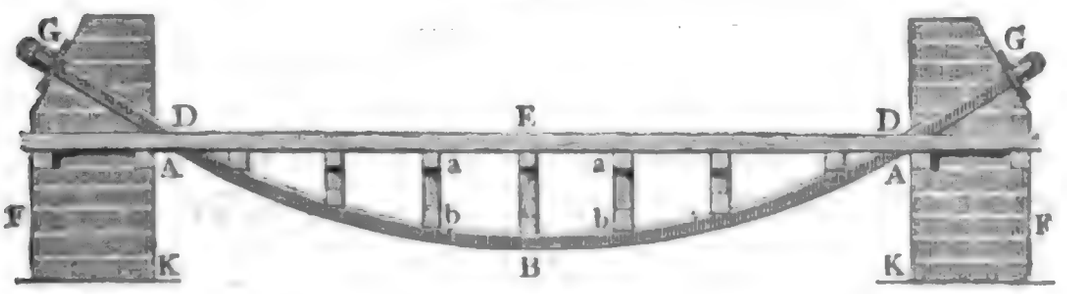
also für alle sieben Bögen:

$$= 7 \,.\, 38750 = 271250 \text{ Pfund},$$

während der Verticaldruck $= \frac{G}{2} = 175000$ Pfund beträgt. Es ist natürlich dem Widerlager eine gewisse Dicke d zu geben, damit es die nöthige Stabilität besitze.

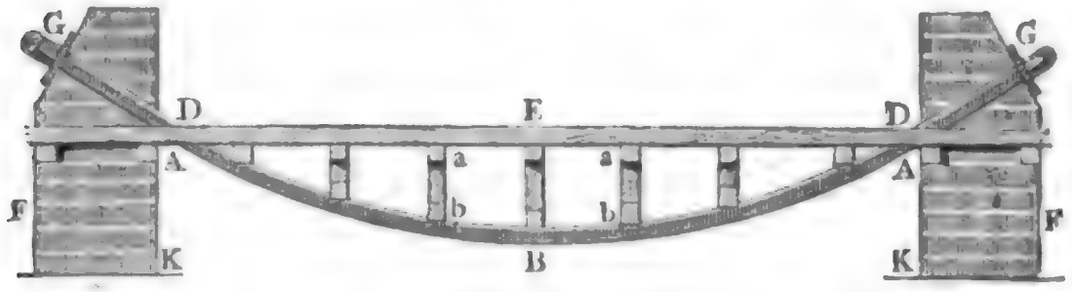
Hängebögen. Wenn man den Tragbogen nicht nach oben, sondern nach unten, folglich in die Richtung der Last stellt, so findet in Hinsicht auf den seither betrachteten Fall nur der Unterschied statt, daß der Bogen durch die Belastung dort comprimirt und hier ausgedehnt wird, daß er also im ersten Falle durch seine Druck- und im letzteren Falle durch seine Zugfestigkeit widerstehen muß. Da das Schmiedeeisen eine größere Zug- und das Gußeisen eine größere Druckfestigkeit besitzt, so ist das erstere mehr zu einer solchen umgekehrten Bogenstellung geeignet als das Gußeisen. Einen solchen Tragbogen führt Fig. 151 vor Augen. Es ist ABA ein schmiede-

Fig. 151.



eiſerner Bogen, *DED* der von ihm getragene Balken, ferner ſind *FK*, *FK* die beiden Widerlagspfeiler, und *G*, *G* Keile und Unterlagsplatten, womit ſich die Bogen von außen gegen die Widerlager ſtützen. Natürlich ſind es

Fig. 152.



alle Mal mindeſtens zwei neben einander liegende Tragbögen, welche einen oder mehrere Balken wie *DED* unterſtützen, und es beſteht nun die Verbindung dieſer Theile unter einander durch die Querbalken *a*, *a* . . ., *b*, *b* . . . und Tragſäulen *ab*, *ab* . . . Die Wirkung eines ſolchen Tragbogens auf die Widerlager iſt, wie bei den umgekehrten Häng- und Sprengwerken (§. 58), die umgekehrte, nämlich von außen nach innen; man hat alſo hier dafür zu ſorgen, daß die Widerlager nicht um die inneren Kanten *K*, *K* nach innen kippen. Uebrigens kann man einen Balken *DED* durch einen ſolchen Bogen ebenſo gut von unten als von oben unterſtützen, wenn man nur die Tragſäulen *ab*, *ab* durch Hängeſäulen erſetzt. Man hat es dann mit einem ſogenannten Hängebogen zu thun und nennt auch die durch Hängebögen getragenen Brücken Hängebrücken (franz. ponts suspendus; engl. suspension-bridges). In der Regel bildet man dieſe Bögen nicht aus krummem Holz oder Eiſen, ſondern man läßt dieſelben entweder aus Seilen, und namentlich Drahtſeilen, oder aus ſchmiedeeiſernen Ketten beſtehen. Die hierzu verwendeten Spann- oder Tragſeile (franz. câbles en fil de fer; engl. cables of iron-wire) beſtehen aus Draht von $^1/_2$ bis 2 Linien Dicke, und haben je nach der Spannweite u. ſ. w., eine Stärke von 1 bis 10 Zoll. Die Drahtbrücke bei Freiburg in der Schweiz, welche eine Spannweite von 870 Fuß hat, wird z. B. von vier Seilen getragen, welche aus 1056 Drähten von je $^1/_8$ Zoll Stärke beſtehen, und $5^1/_4$ Zoll dick ſind, und die Drahtbrücke über den Niagara-Waſſerfall, von 822 Fuß Spannweite, beſteht aus vier Drahtſeilen, welche bei 3640 Drähten einen Durchmeſſer von 10 Zoll haben. Damit die nur neben einander liegenden und übrigens gehörig gefirnißten Drähte eines Taues gehörig zuſammenhalten, ſind ſie in Abſtänden von circa 1 Fuß ungefähr 1 Fuß lang mit anderem Draht umwickelt.

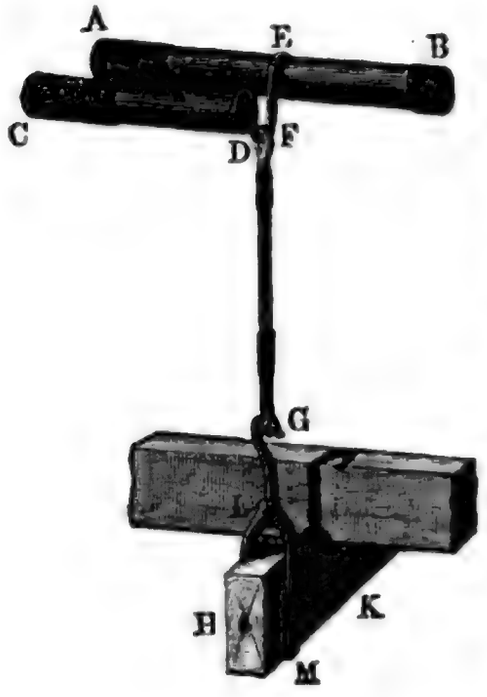
Die Glieder der Tragketten (franz. chaînes; engl. chains) beſtehen aus mehreren neben einander liegenden und aufs Hohe geſtellten Eiſenſchienen

von 8 bis 12 Fuß Länge, und sind durch cylindrische Bolzen mit einander verbunden. Der Querschnitt eines Kettengliedes und folglich auch die Anzahl und die Querschnittsdimensionen der einzelnen Schienen eines ganzen Gliedes sind natürlich von der Spannweite, Höhe u. s. w. abhängig. Die 420 Fuß spannende Kettenbrücke zu Prag wird z. B. von acht Ketten getragen, deren Glieder aus je sechs 10 Fuß langen, 4 Zoll hohen und $^7/_{12}$ Zoll dicken Schienen zusammengesetzt sind; die 630 Fuß spannende Kettenbrücke zu Pesth ruht hingegen nur auf vier Ketten mit 12 Fuß langen und $10^1/_4$ Zoll hohen Gliedern, welche je 10 bis 11 Schienen enthalten, die zusammen in der Mitte der Kette eine Dicke von 11,87 Zoll und an den Enden derselben eine solche von 12,1 Zoll haben. Endlich hat man Hängebrücken aus über einander liegenden Eisenbändern construirt; eine größere Brücke dieser Art befindet sich zu Suresnes bei Paris. Dieselbe hat eine Spannweite von 63 Meter und es besteht hier jedes Tragseil aus 20 über einander liegenden gewalzten Eisenbändern von 8,1 Centimeter Breite und 3,83 bis 4,15 Millimeter Dicke.

Hängebrücken. Das Hängewerk (franz. suspensoires; engl. **suspension rods**), welches die Brückenbalken mit den Spann- oder Tragseilen verbindet, besteht entweder aus schmiedeeisernen Hängestangen oder aus Hängeseilen. Die Art und Weise, wie diese Stangen oder Seile einerseits mit den Spannketten und andererseits mit den Balken der Brücke zu verbinden sind, ist aus Folgendem zu ersehen. §. 84

Hat eine Drahtbrücke nicht je zwei neben einander hängende Seile, so hängt man die Hängeseile mittelst einfacher Oehre an das Tragseil; besteht sie hingegen aus je zwei neben einander hängenden Seilen, so werden die Hängeseile mittels Haken an ein solches Seilpaar aufgehangen. Diese Aufhängungsweise ist in Fig. 153 dargestellt. AB und CD sind die beiden Seile, DE ist der Haken und FG stellt das Hängeseil vor. Das Tragseil CD ist unmittelbar beim Haken abgeschnitten gedacht. Die Enden HK der Querbalken oder Unterzüge, auf welchen die ganze Brücke ruht, sind entweder mit Bügeln LM umgeben, deren hakenförmige Köpfe in die unteren Oehre G der Hängeseile eingehakt werden, oder sie sind von unten mit Eisenplatten bekleidet, und es

Fig. 153.



werden die durch die Querbalken und dieſe Platten gehenden, zu dieſem Ende durchlochten oder ſchraubenförmig zugeſchnittenen Enden der Hängeſtangen durch Keile oder ſtarke Schraubenmuttern mit den erſteren feſt verbunden.

Die Art und Weiſe, wie die Hängeſtäbe an die Tragketten angehangen werden, iſt aus Fig. 154 und Fig. 155 zu erſehen. Bei der erſteren An-

Fig. 154.

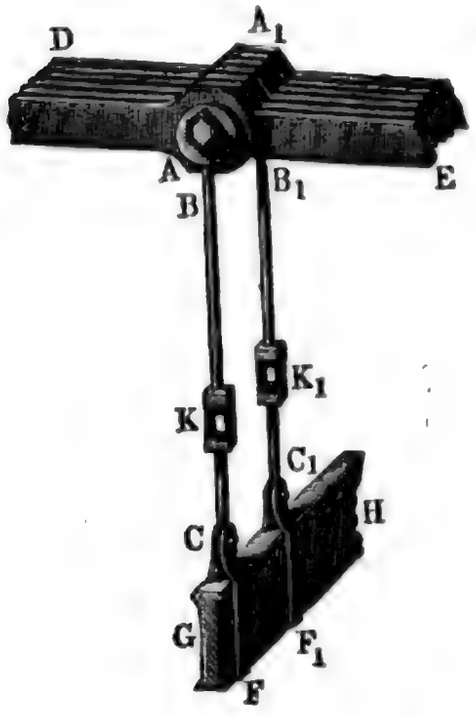
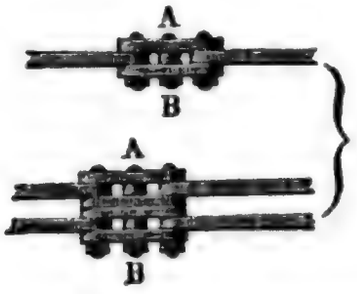


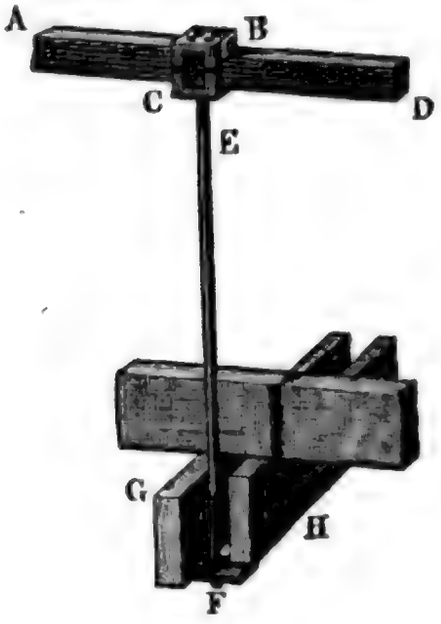
Fig. 155.



ordnung hängen die Hängeſtäbe BC, B_1C_1 unmittelbar an dem Bolzen AA_1, Fig. 154, welcher die Kettenglieder DA und EA_1 mit einander verbindet. Die mit Stell- oder Scheerengliedern K, K_1 verſehenen Hängeſtangen ſind auch hier mittels Bügel CF, C_1F_1 an die gußeiſernen Querbalken angeſchloſſen. Bei älteren Kettenbrücken ſind die Kettenglieder durch beſondere Blätter mit einander verbunden, welche in ihrer Mitte noch beſondere Bolzen, A, B, Fig. 155, tragen, woran dann die Hängeſtangen aufgehangen werden.

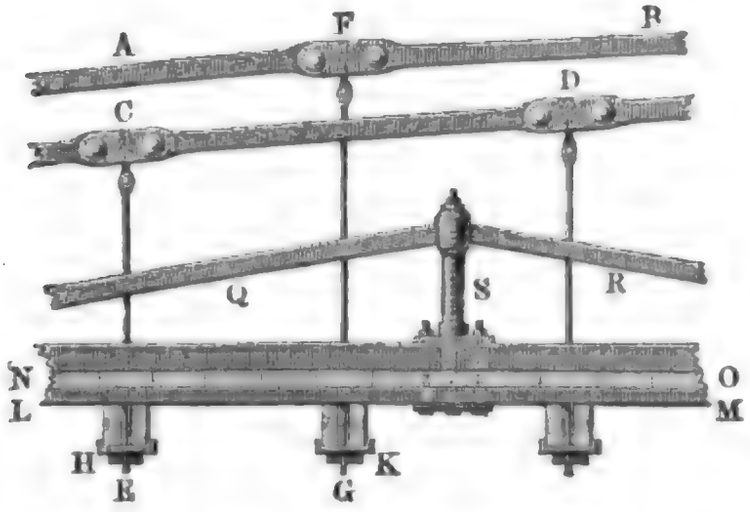
Die Aufhängung der Brücke an ein Bandeiſenſeil iſt in Fig. 156 abgebildet. Es iſt hier an jeder Stelle, wo oben ein Band AB ſich endigt, und unten ein neues Band hinzutritt, eine gußeiſerne Klemmbüchſe BC aufgeſetzt, an welche die Enden B und C, nachdem ſie durch dieſelbe gegangen ſind, durch je zwei Schrauben befeſtigt werden. Die mit einem Kopfe in der Klemmbüchſe aufgehangene Hängeſtange EF trägt an ihrem unteren Ende eine Eiſenplatte F, auf welcher die Enden von zwei Querbalken G und H aufruhen, zwiſchen welchen die Hängeſtange hindurchgeht.

Fig. 156.



Meiſt hat man auf einer und derſelben Seite der Brücke zwei Tragketten über einander, wie z. B. AB und CD, Fig. 157, und deshalb gehen auch

Fig. 157.



noch einmal ſo viel Hängeſtäbe als Kettenglieder nach der Brücke herab; iſt folglich die Länge der Kettenglieder 10 bis 12 Fuß, ſo beträgt die Entfernung zwiſchen je zwei Hängeſtäben CE und FG, 5 bis 6 Fuß. Die Figur zeigt auch noch, wie die unteren Enden der Kettenſtäbe durch Fußplatten H, K und Keile E, G mit den Querbalken verbunden ſind. Auf den Querbalken liegen die Längenſchwellen wie LM, quer darüber wieder eine Bohlenlage NO, oder eine Holzpflaſterung u. ſ. w.

Was die Breite der Brückenbahn anlangt, ſo rechnet man auf eine Laufbahn 3 bis 6 und auf eine Fahrbahn 7 bis 12 Fuß; eine Brücke mit zwei Lauf- und zwei Fahrbahnen erhält folglich eine Totalbreite von 20 bis 36 Fuß.

Um der Brücke eine größere Steifigkeit zu geben, verſieht man die Brückenbahn noch durch beſondere Verſtrebungen, wie z. B. QRS, Fig. 157; ſehr zweckmäßig ſind, z. B. die nach dem Principe der Gitterwände conſtruirten Steifwände. Man kann auch nach Cadiat und Oudry die Querbalken durch einen Gitterbalken erſetzen, wobei ſich die Laſt eines Balkens auf das ganze Gitterwerk vertheilt. Auch giebt man zu dieſem Zwecke der Brückenbahn eine ſchwache Wölbung.

§. 85

Die Bogenhöhe der Hängebrücken iſt in Anſehung der ganzen Brückenlänge meiſt ſehr klein ($^1/_7$ bis $^1/_{25}$ der Sehne), daher die Spannung der Seile oder Ketten ſehr bedeutend (ſ. Band I., §. 157); es haben daher auch die Pfeiler, über welche die Seile oder Ketten weggehen, und die Anker, mit welchen die Seil- oder Kettenenden an den Ufern befeſtigt ſind, eine bedeutende Kraft auszuhalten, und es ſind deshalb Pfeiler von hoher Stabilität und Widerlager von bedeutendem Widerſtande in Anwendung zu brin-

gen. Die Entfernungen zwiſchen je zwei Pfeilern macht man, um nicht zu ſchwere Seilketten zu erhalten und die Pfeiler nicht zu ſehr zu belaſten, nicht gern über 500 Fuß, doch kommen auch Umſtände vor, welche zu größeren Spannweiten nöthigen; es beträgt dieſelbe z. B. bei der Menai-Kettenbrücke in England 560 Fuß und bei der Seilbrücke zu Freiburg in der Schweiz ſogar 840 Fuß.

Wenn die Kette zu beiden Seiten eines Pfeilers ungleich geſpannt wird, was bei einer einſeitigen Belaſtung ſtets eintritt, ſo ſucht dieſelbe über ihrem Lager nach der Seite der größeren Spannung fortzugleiten; da nun aber die Kette mit dem Kopfe des Pfeilers durch die aus der Mittelkraft der Spannungen entſpringende Reibung bis zu einem gewiſſen Grade verbunden iſt, ſo hat hiernach der Pfeiler einer der Reibung gleichen Seitenkraft durch ſeine Stabilität zu widerſtehen. Aus dieſem Grunde hat man denn auch Pfeiler von großen Breiten und Dicken anzuwenden, oder beſondere Mittel zu ergreifen, um dieſe Wirkungen der ungleichen Belaſtung zu ermäßigen. Dieſe Mittel beſtehen aber entweder darin, daß man die Ketten über Rollen oder Walzen laufen läßt, und dadurch die gleitende Reibung auf eine kleinere Zapfen- oder Walzenreibung zurückführt, oder daß man die Ketten an einen Sector anſchließt, welcher, ſich auf dem Kopfe des Pfeilers wälzend, ſich nach der einen oder nach der anderen Seite hin neigen läßt, oder daß man endlich gar den Pfeiler durch eine Säule erſetzt, welche um eine horizontale Axe drehbar iſt. In der Anordnung von Fig. 158 ſind die zwei Ketten *AB*, *CD* über gewöhnliche Leitrollen *E*, *E*, *F*, *F* gelegt, in Fig. 159 liegen hingegen die beiden Ketten auf einem gußeiſernen Sattel *EFE*, welcher wieder auf neun gußeiſernen Walzen ruht. Dieſe Walzen werden endlich von einer Fußplatte *GH* unterſtützt, welche auf dem Kopfe des Kettenpfeilers feſtſitzt. Wenn die beiden Ketten auf der einen Seite mehr als auf der anderen belaſtet ſind, ſo rollt der ganze Sattel ſammt den darauf liegenden Ketten ſo weit fort, bis die Ketten auf

Fig. 158.

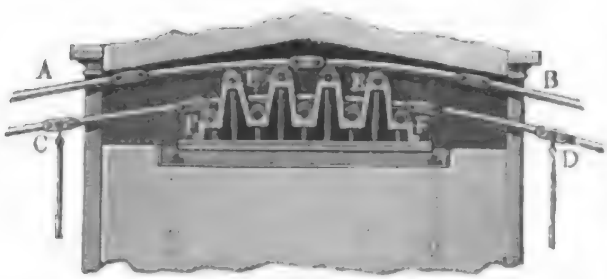
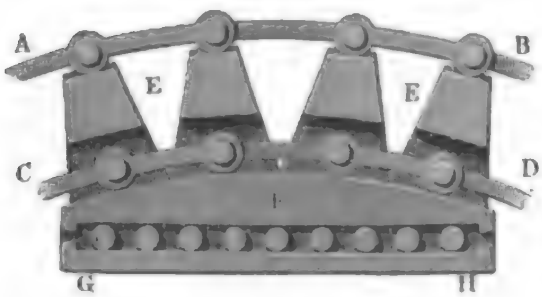
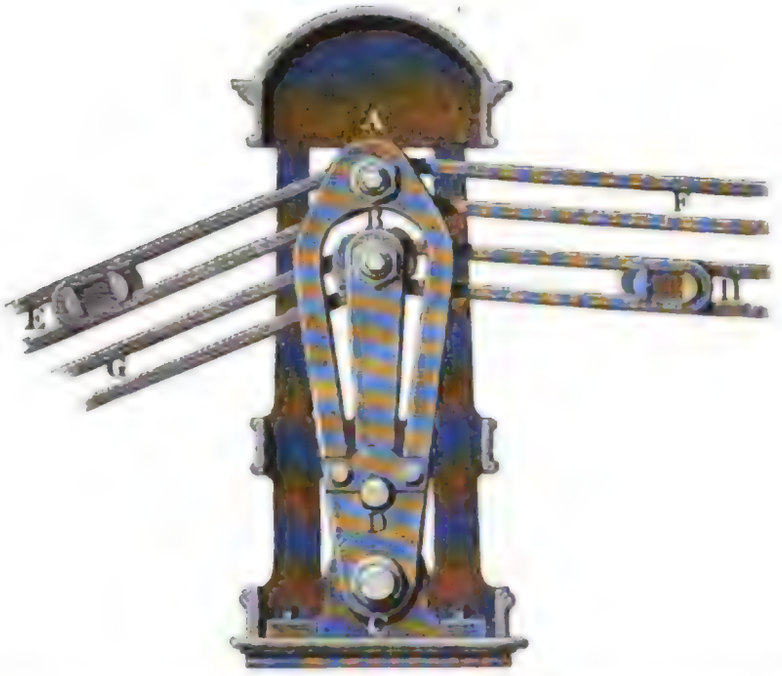


Fig. 159.



der einen Seite fast ebenso stark gespannt werden, als die Ketten auf der anderen Seite. In Fig. 160 ist eine Kettenführung vor Augen geführt,

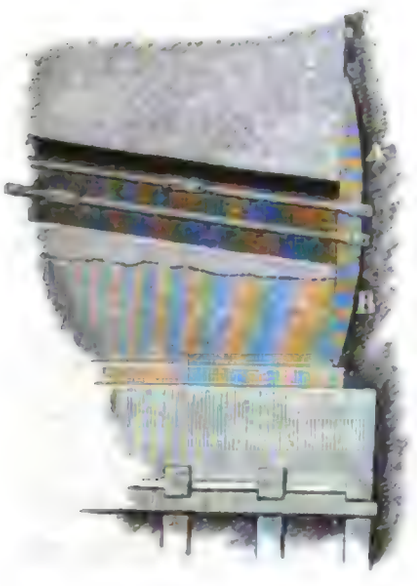
Fig. 160.



welche bei einer Kettenbrücke über die Maas bei Seraing zur Anwendung gekommen ist. Die obere Kette EAF ist hier an einen Hebel CA angeschlossen, dessen Drehungsaxe auf dem Kopfe einer gußeisernen Säule ruht, und die untere Kette GBH ist an einem kleineren Hebel DB befestigt, dessen Drehungsaxe D auf dem ersteren Hebel selbst sitzt.

Damit die Mittelkraft aus den beiden Spannungen der über einen Pfeiler weggehenden Kette vertical wirke, und so vom Pfeiler am sichersten aufgenommen werde, ist es nöthig, daß die Theile der Kette zu beiden Seiten des Pfeilers gleiche Neigung gegen den Horizont haben. Läßt sich diese Gleichheit nicht herstellen, wie es z. B. bei den Uferpfeilern sehr oft der Fall ist, so muß man die Pfeiler bedeutend verstärken.

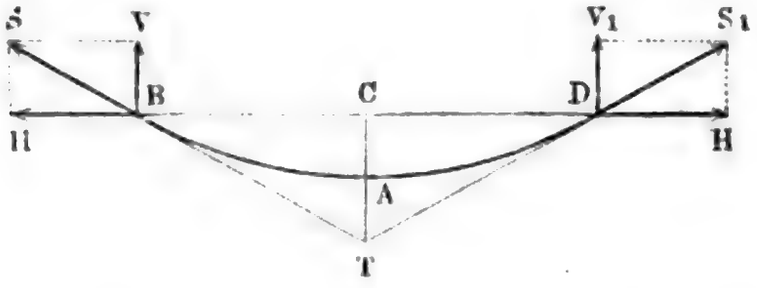
Fig. 161.



Um die Kettenenden an den Ufern zu verankern, versieht man dieselben mit starken Bolzen und legt diese in Lager, welche auf einer großen und dicken Eisenplatte AB, Fig. 161, sitzen, die sich gegen eine dicke Widerlagsmauer, oder gegen ein Gewölbe, oder gar gegen das feste Gestein stemmt. Durch Keile läßt sich dann noch die Kette in gehöriger Spannung erhalten, wenn sie durch Dehnung etwas schlaff geworden ist.

§. 86 **Theorie der Hängebrücken.** Die Curve, welche von der Kette oder von dem Seile einer Hängebrücke gebildet wird, liegt zwischen einer Parabel und einer Kettenlinie, und kommt einer Ellipse sehr nahe. Der Parabel nähert sich diese Curve bei der belasteten Brücke, der Kettenlinie aber bei unbelasteter Brücke (vergl. Band I., §. 157, 158 ff.), ersteres, weil dort die Gewichte mehr der Horizontalprojection der Kette, letzteres aber, weil sie mehr der Länge der Kette selbst proportional sind. Der Sicherheit wegen betrachten wir aber die Brücke im belasteten Zustande, behandeln also die von den Tragketten oder Tragseilen gebildeten Curven als Parabeln. Sind die beiden Aufhängepunkte B und D, Fig. 162, einer Tragkette gleich hoch, so

Fig. 162.

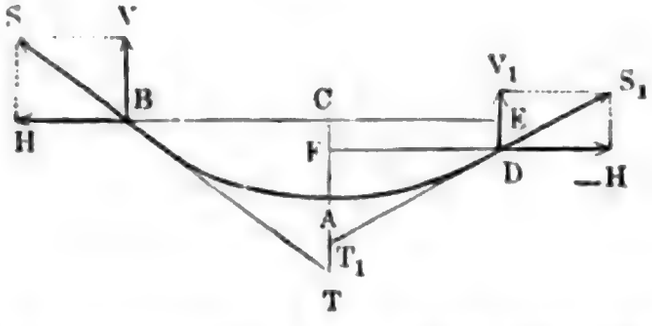


hat man bei der Spannweite $BD = 2b$, bei der Bogenhöhe $AC = a$, für den Winkel $CBT = CDT = \alpha$, welchen die Kettenenden B und D mit dem Horizonte einschließen,

$$tang.\,\alpha = \frac{CT}{BC} = \frac{2a}{b}$$ (s. Band I., §. 157).

Sind dagegen die Aufhängepunkte B und D, Fig. 163, in verschiedenem

Fig. 163.



Niveau, so liegt der Kettenscheitel A nicht in der Mitte und es haben auch die Kettenenden verschiedene Neigungen. Setzen wir die Abscisse $AC = a$ und die Ordinate $BC = b$, sowie die Coordinaten AF und $FD = a_1$ und b_1, bezeichnen wir die ganze Spannweite BE durch s und den Höhenunterschied DE zwischen beiden Aufhängepunkten durch h, so haben wir:

$$h = a - a_1,\ s = b + b_1 \text{ und } \frac{a}{a_1} = \frac{b^2}{b_1^2},$$

es folgt daher aus h, s und a:

1) $a_1 = a - h$,

2) $b = \dfrac{s}{1 + \sqrt{\dfrac{a_1}{a}}}$,

3) $b_1 = s - b = \dfrac{s}{1 + \sqrt{\dfrac{a}{a_1}}}$,

und für die Neigungswinkel α und α_1 der Kettenenden:

4) $tang.\,\alpha = \dfrac{2a}{b}$ sowie

5) $tang.\,\alpha_1 = \dfrac{2a_1}{b_1}$.

Die Länge der Kettenstücke $AB = l$ und $AD = l_1$ ist endlich noch:

$l = b\left[1 + {}^2/_3\left(\dfrac{a}{b}\right)^2\right]$ und

$l_1 = b_1\left[1 + {}^2/_3\left(\dfrac{a_1}{b_1}\right)^2\right]$ (s. Band I., §. 160, Anmerkung 1).

Giebt man nun die Entfernung e zwischen je zwei Hängestangen, so erhält man die Anzahl derselben auf die Länge $BC = b$:

$$n = \frac{b}{e};$$

und setzt man nun noch in der Gleichung $x = \dfrac{y^2}{b^2}a$ statt y die Werthe

$$0,\ e,\ 2e,\ 3e,\ 4e \text{ u. s. w.}$$

ein, so erhält man die Längen der Hängestangen:

$$0,\ \frac{e^2}{b^2}a,\ \frac{4e^2}{b^2}a,\ \frac{9e^2}{b^2}a \text{ u. s. w., oder } 0,\ \frac{a}{n^2},\ \frac{4a}{n^2},\ \frac{9a}{n^2} \text{ u. s. w.,}$$

wenn man hierzu noch eine kleine Constante addirt.

Aus dem Gewichte G der belasteten Kettenhälfte AB ergiebt sich die Horizontalspannung der ganzen Kette:

$$H = G\ cotang.\,\alpha = \frac{b}{2a}\,G,$$

und die vollständige Kettenspannung am Ende:

$$S = \frac{G}{sin.\,\alpha} = \frac{\sqrt{b^2 + 4a^2}}{2a} \cdot G.$$

Kennt man die Feſtigkeitsmodel der Tragketten und Hängeſtangen, ſo kann man nun die erforderlichen Querſchnitte dieſer Theile finden. Nach den Erfahrungen in Frankreich kann man für Spannketten die größte Belaſtung auf 1 Quadratmillimeter = 12 Kilogramme und für Spannſeile aus Eiſendraht = 18 Kilogramme annehmen. Da die Hängeſtäbe noch die Stöße der Wagen u. ſ. w. aufzunehmen haben, ſo belaſtet man ſie gar nur mit $1^1/_2$ Kilogramm auf 1 Quadratmillimeter. Auf das preußiſche Maaß reducirt, läßt ſich hiernach ſetzen: für die Spannketten auf einen Quadratzoll 16920 Pfund, für Spannſeile 24630, und für die Hängeſtäbe nur 2050 Pfund Maximalbelaſtung.

§. 87 **Stärke der Ketten und Seile.** Um die Querſchnittsverhältniſſe einer Hängebrücke auszumitteln, hat man nicht allein auf das Gewicht der Brückenbahn, ſondern auch noch auf die größte zufällige Belaſtung durch Menſchen, Thiere und Laſtwagen Rückſicht zu nehmen, und dieſe kann man, nach Navier, auf 200 Kilogramm für 1 Quadratmeter Brückenfläche, d. i. auf 42 Pfund für 1 Quadratfuß annehmen, in welchem Falle allerdings ein dichtes Gedränge noch nicht vorkommen darf. Aus dieſer Maximallaſt berechnen ſich nun auch nach der Lehre der relativen Feſtigkeit die Querſchnitte der Quer- und Längebalken, Bohlen u. ſ. w., und hieraus folgt wieder das Gewicht der ganzen Brückenbahn. Setzen wir nun die Summe aus dieſem conſtanten Gewichte und jener Maximalbelaſtung, $= Q$, die mittlere Länge einer Hängeſtange $= c$ und den Tragmodul der Tragſtangen $= T_1$, ſo haben wir nach Band I., §. 207 den Querſchnitt der Hängeſtangen:

$$F_1 = \frac{Q}{T_1 - c\gamma},$$

alſo wenn man c in Fußen giebt, und das Gewicht γ eines Cubikzolles Schmiedeeiſen 0,280 Pfund ſetzt:

$$1)\quad F_1 = \frac{Q}{T_1 - 3{,}36\,c}.$$

Hiernach haben nun ſämmtliche Hängeſtangen das Gewicht:

$$G_1 = 3{,}36\,F_1 c = \frac{3{,}36\,Qc}{T_1 - 3{,}36\,c},$$

und annähernd

$$G_1 = \left(1 + \frac{3{,}36\,c}{T_1}\right) \cdot \frac{3{,}36\,Qc}{T_1} = 3{,}36\,\frac{Qc}{T_1}$$

Iſt F der Querſchnitt der Tragkette, ſo hat man deren Gewicht:

$$G = 2\,Fl\gamma = 2\,Fb\gamma \cdot \left[1 + {}^2/_3 \left(\frac{a}{b}\right)^2\right],$$

folglich iſt die ganze Belaſtung der Tragketten:

$$Q + G_1 + G = Q + 3{,}36\, F_1 c + 2\left[1 + {}^2/_3\left(\frac{a}{b}\right)^2\right] Fb\gamma,$$

und daher die Maximalſpannung derſelben:

$$S = \frac{Q + G_1 + G}{2\,sin.\,\alpha} = \frac{Q + 3{,}36\left(F_1 c + 2\left[1 + {}^2/_3\left(\frac{a}{b}\right)^2\right] Fb\right)}{2\,sin.\,\alpha}.$$

Iſt T der Tragmodul für die Spannketten, ſo kann man auch ſetzen $S = FT$; daher folgt:

$$2\,FT\,sin.\,\alpha = Q + 3{,}36\left(F_1 c + 2\left[1 + {}^2/_3\left(\frac{a}{b}\right)^2\right] Fb\right),$$

ſo daß nun der geſuchte Querſchnitt der Spannketten:

$$F = \frac{{}^1/_2\, Q + 1{,}68\, F_1 c}{T\,sin.\,\alpha - 3{,}36\, b\left[1 + {}^2/_3\left(\frac{a}{b}\right)^2\right]}$$

ſich ergiebt.

Führt man noch

$$sin.\,\alpha = \frac{2a}{\sqrt{b^2 + 4a^2}} = \frac{2a}{b}\left[1 + \left(\frac{2a}{b}\right)^2\right]^{-1/2} = \frac{2a}{b}\left[1 - 2\left(\frac{a}{b}\right)^2\right]$$

ein, ſo erhält man

$$F = \frac{({}^1/_2\, Q + 1{,}68\, F_1 c)\, b}{2\,Ta\left[1 - 2\left(\frac{a}{b}\right)^2\right] - 3{,}36\, b^2\left[1 + {}^2/_3\left(\frac{a}{b}\right)^2\right]}.$$

Auch läßt ſich, wenn man annähernd $\frac{a}{b} = {}^1/_2\, sin.\,\alpha$ einführt,

$$F = \frac{{}^1/_2\, Q + 1{,}68\, F_1 c}{T\,sin.\,\alpha - 3{,}36\, b\,[1 + {}^1/_6\,(sin.\,\alpha)^2]}$$

ſetzen.

Beiſpiel. Man ſoll für eine Kettenbrücke von 150 Fuß Spannweite, 15 Fuß Bogenhöhe und 25 Fuß Breite die nöthigen Querſchnittsverhältniſſe berechnen. Geben wir über die ganze Breite 45 Hängeeiſen, ſo bekommen wir $45 - 1 = 44$ Theile, und daher die Entfernung zwiſchen je zwei Hängeeiſen $= {}^{150}/_{44} = 3{,}409$ Fuß. Es folgen nun die Längen dieſer Eiſen, von der Mitte ausgegangen:

$$0,\ \frac{15}{22^2} = 0{,}031,\ 4\cdot\frac{15}{22^2} = 0{,}124,\ 9\cdot\frac{15}{22^2} = 0{,}279,\ 16\cdot\frac{15}{22^2} = 0{,}496,\ 25\cdot\frac{15}{22^2}$$

$= 0{,}775$ Fuß u. ſ. w.

oder, wenn man hierzu 2 Zoll addirt:

2 Zoll, 2,37, 3,49, 5,35, 7,95, 11,30 Zoll u. ſ. w.

Die Maximalbelaſtung der halben Brückenbahn iſt $75 . 25 . 42 = 78750$ Pfund,

und wiegt nun die übrigens vollkommen armirte halbe leere Brückenbahn ebenſo viel, ſo erhalten wir die Laſt:

$$\tfrac{1}{2}\,Q = 157500 \text{ Pfund.}$$

Die mittlere Länge eines Hängeeiſens iſt der Quadratur der Parabel zu Folge (ſ. den Ingenieur S. 189) ein Drittel der Bogenhöhe a, alſo hier mit Einſchluß von 2 Zoll Uebermaaß:

$$c = {}^{15}/_{3} + {}^{1}/_{6} = 5{,}167 \text{ Fuß.}$$

Folglich hat man den Querſchnitt ſämmtlicher Hängeeiſen:

$$F_1 = \frac{Q}{T_1 - 3{,}36\,c} = \frac{315000}{2050 - 3{,}36\,.\,5{,}167} = \frac{315000}{2033} = 155 \text{ Quadratzoll.}$$

Es iſt alſo der Querſchnitt eines Hängeſtabes $\frac{F_1}{90} = {}^{155}/_{90} = 1{,}722$ Quadratzoll, und der Durchmeſſer deſſelben, $d = 1{,}48$ Zoll.

Nimmt man $T = 16420$ Pfund an und ſetzt

$$\sin.\,\alpha = \frac{2\,a}{\sqrt{b^2 + 4\,a^2}} = \frac{30}{\sqrt{75^2 + 30^2}} = \frac{1}{\sqrt{6{,}25 + 1}} = 0{,}3714,$$

ſo erhält man den Querſchnitt der Spannketten:

$$F = \frac{\tfrac{1}{2}\,Q + 1{,}68\,F_1\,c}{T\sin.\,\alpha - 3{,}36\,b\left[1 + {}^{2}/_{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right]} = \frac{157500 + 1{,}68\,.\,155\,.\,5{,}167}{16420\,.\,0{,}3714 - 3{,}36\,.\,75\,(1 + {}^{2}/_{3}\,.\,0{,}04)}$$

$$= \frac{157500 + 1345}{6098 - 259} = \frac{158845}{5839} = 27{,}2 \text{ Quadratzoll,}$$

alſo bei vier Spannketten, der Querſchnitt einer jeden:

$$\frac{F}{4} = 6{,}8 \text{ Quadratzoll.}$$

§. 88 **Verlängerung der Ketten.** Die Spannketten werden durch die angehängte Laſt verlängert und nehmen dadurch auch eine größere Bogenhöhe an; auch geht aus dem Temperaturwechſel eine Veränderung in der Kettenlänge hervor, welche wieder eine Veränderung in der Bogenhöhe zur Folge hat. Beides müſſen wir daher noch kennen lernen. Wenn die Bogenhöhe a in a_1 übergeht, ſo nimmt die Länge der Tragkette

$$l = b\left[1 + {}^{2}/_{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right],$$

die Größe

$$l_1 = b\left[1 + {}^{2}/_{3}\left(\frac{a_1}{b}\right)^2\right]$$

an, und es folgt daher die Verlängerung der Kette:

$$\lambda_1 = l_1 - l = {}^{2}/_{3}\left(\frac{a_1^2 - a^2}{b}\right) = {}^{2}/_{3}\,\frac{(a_1 - a)\,(a_1 + a)}{b},$$

oder, die Vergrößerung $a_1 - a$ der Bogenhöhe mit δ bezeichnet und annähernd $a + a_1 = 2\,a$ geſetzt,

$$\lambda_1 = {}^{4}/_{3} \cdot \frac{a}{b}\,\delta,$$

$$\text{also für die ganze Kette: } \lambda = {}^8/_3 \cdot \frac{a}{b}\,\delta,$$

$$\text{sowie umgekehrt: } \delta = {}^3/_8 \cdot \frac{b}{a}\,\lambda.$$

Nun folgt aber aus dem Gewichte G der halben Kettenbrücke die Horizontalspannung oder Spannung im Scheitel:

$$H = G\ cotang.\,\alpha$$

und die Maximalspannung oder Spannung an den Enden:

$$S = \frac{G}{sin.\,\alpha};$$

es läßt sich daher im Mittel die Spannung:

$$S_1 = \frac{H + S}{2} = \frac{G\,(1 + cos.\,\alpha)}{2\,sin.\,\alpha}$$

und die von ihr bewirkte Ausdehnung der Spannketten setzen:

$$\lambda = \frac{(1 + cos.\,\alpha)}{2\,sin.\,\alpha} \cdot \frac{G}{FE} \cdot 2l \text{ (s. Band I., §. 204),}$$

wofür annähernd $\lambda = \frac{2\,Gb}{FE\,sin.\,\alpha}$ anzunehmen ist. Führen wir diesen Werth in den Ausdruck für δ ein, so erhalten wir die gesuchte Vergrößerung der Bogenhöhe bei der belasteten Spannkette:

$$\delta = {}^3/_8 \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{2\,Gb}{FE\,sin.\,\alpha} = {}^3/_4 \frac{G}{FE\,sin.\,\alpha} \cdot \frac{b^2}{a}, \text{ oder}$$

$$sin.\,\alpha = \frac{2a}{\sqrt{b^2 + 4a^2}}, \text{ annähernd} = \frac{2a}{b} \text{ gesetzt, folgt:}$$

$$\delta = {}^3/_8 \cdot \frac{G}{FE} \cdot \frac{b^3}{a^2}.$$

Das Schmiedeeisen nimmt mit jedem Centesimalgrad Wachsthum an Wärme um 0,0000122 an Länge zu; es ist daher diese Zunahme bei t^0 Temperaturveränderung und für die ganze Spannkette

$$= 0{,}0000122 \,.\, 2lt = 0{,}0000244 \,.\, lt.$$

Setzen wir diesen Werth in die Formel für δ, so folgt die der Temperaturzunahme t entsprechende Vergrößerung der Bogenhöhe:

$$\delta_1 = {}^3/_8 \cdot \frac{b}{a} \cdot 0{,}0000244 \cdot lt, \text{ oder annähernd,}$$

$$= 0{,}00000915 \cdot t \cdot \frac{b^2}{a}.$$

Ebenso bestimmt sich die Verkürzung bei einer Temperaturabnahme.

Beispiel. Behalten wir die Werthe des Beispieles im letzten Paragraphen bei, so erhalten wir die Vergrößerung der Bogenhöhe in Folge der Belastung

der Brücke, wenn wir den Elasticitätsmodul E des Stabeisens $= 30000000$ (s. Band I., §. 212) setzen, und zur Belastung 158845 Pfund noch das halbe Gewicht der Spannketten, d. i.

$$Fb\left[1 + \tfrac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right]\gamma = 27{,}2 \,.\, 259 = 7045 \text{ Pfund}$$

hinzufügen, also $G = 158845 + 7045 = 165890$ Pfund annehmen:

$$\delta = \tfrac{3}{8} \cdot \frac{165890}{27{,}2 \,.\, 30000000} \cdot \frac{900^3}{180^2} = 1{,}72 \text{ Zoll.}$$

Bei einem Temperaturwechsel von 20° stellt sich diese Veränderung

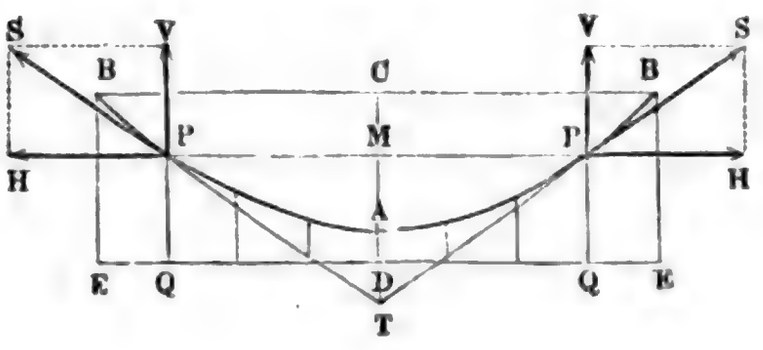
$$\delta_1 = 0{,}00000915 \,.\, 20 \cdot \frac{900^2}{180} = 0{,}82 \text{ Zoll}$$

heraus.

(§. 89) **Ketten von gleichem Widerstande.** Da die Spannung der Tragketten einer Kettenbrücke von unten nach oben allmälig zunimmt, so sollte man auch den Querschnitt dieser Ketten nicht überall gleich groß machen, sondern denselben vom Scheitel aus, nach den Aufhängepunkten zu, allmälig größer und größer werden lassen. Gewöhnlich sucht man dieser Forderung annähernd dadurch zu genügen, daß man entweder die Anzahl, oder die Dicke der Schienen in den Kettengliedern um so größer macht, je näher diese den Aufhängepunkten hängen. Um aber die größte Materialersparniß zu erlangen, ist der Querschnitt der Tragketten der Gestalt eines Körpers von gleichem Widerstande (s. Band I., §. 208) entsprechend zu bestimmen, wobei die Flächeneinheit des Kettenquerschnittes an allen Stellen einerlei Spannung ausgesetzt ist. Bezeichnet S die veränderliche Kettenspannung, F den entsprechenden Kettenquerschnitt und T den Tragmodul des Kettenmaterials, so hat man folglich zu fordern, daß $\frac{S}{F} = T$ sei.

Es seien x und y die Coordinaten AM und MP des Punktes P in der Curve BAB, welche von der Tragkette gebildet wird, ferner bezeichne s den

Fig. 164.



diesen Coordinaten entsprechenden Bogen AP, sowie α den Tangenten- oder Neigungswinkel $MPT = SPH$ dieses Bogens in P, endlich werde noch

die Dichtigkeit der Tragkette durch γ und das Gewicht des laufenden Fußes Brückenbahn EDE durch q bezeichnet.

Es wiegt ein Element der Tragkette, von dem Querſchnitte F und der Länge ∂s, $F\partial s.\gamma$, folglich iſt das Gewicht des Kettenbogens AP:

$$\int F\partial s.\gamma = \gamma \int F\partial s.$$

Addirt man hierzu das Gewicht qy des darunterhängenden Brückenbahnſtückes DQ, ſo erhält man die Verticalſpannung, oder den verticalen Componenten der Kettenſpannung S:

$$V = \gamma \int F\partial s + qy = \gamma \int \frac{S\partial s}{T} + qy.$$

Nun beſtimmt ſich auch S aus der conſtanten Horizontalſpannung $\overline{PH} = H$ durch die bekannte trigonometriſche Formel:

$$S = \frac{H}{cosin.\,\alpha},$$

oder, da auch $cosin.\,\alpha = \frac{\partial y}{\partial s}$ iſt (ſ. Band I., analyt. Hülfslehren Artikel 32), durch $S = \frac{H\partial s}{\partial y}$; daher folgt dann:

$$V = \frac{\gamma H}{T} \int \frac{\partial s^2}{\partial y} + qy,$$

oder, da $V = H\,tang.\,\alpha$ geſetzt werden kann:

$$tang.\,\alpha = \frac{\gamma}{T} \int \frac{\partial s^2}{\partial y} + \frac{qy}{H}.$$

Differenziirt man dieſen Ausdruck, ſo erhält man:

$$\partial\,(tang.\,\alpha) = \frac{\gamma}{T}\,\frac{\partial s^2}{\partial y} + \frac{q\partial y}{H},$$

oder, da $\partial s^2 = \partial x^2 + \partial y^2 = \left[\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)^2 + 1\right]\partial y^2 = [1 + (tang.\,\alpha)^2]\partial y^2$ iſt:

$$\partial\,(tang.\,\alpha) = \frac{\gamma}{T}\,[1 + (tang.\,\alpha)^2]\,\partial y + \frac{q}{H}\,\partial y,$$

und daher:

$$\partial y = \frac{\partial\,(tang.\,\alpha)}{\frac{\gamma}{T} + \frac{q}{H} + \frac{\gamma}{T}\,(tang.\,\alpha)^2}.$$

Da im Scheitel A die Spannung $= H$ iſt, ſo folgt der Querſchnitt der Kette an dieſer Stelle:

$$F_0 = \frac{H}{T}, \text{ alſo umgekehrt: } H = F_0\,T, \text{ und}$$

$$\partial y = \frac{T\partial\,(tang.\,\alpha)}{\gamma + \frac{q}{F_0} + \gamma\,(tang.\,\alpha)^2}.$$

Noch kann man $q = F_0\,\gamma_1$ ſetzen, wo γ_1 die Dichtigkeit eines prismatiſchen Körpers vom Querſchnitte F_0 und der Länge = Eins bezeichnet, deſſen Gewicht dem laufenden Fuß Brückenbahn gleich iſt, daher folgt nun:

$$\partial y = \frac{T\cdot\partial\,(tang.\,\alpha)}{\gamma + \gamma_1 + \gamma\,(tang.\,\alpha)^2}.$$

Dieſen Ausdruck hat man nun zweimal hinter einander zu integriren, um die geſuchte Gleichung der Kettenbrückenlinie zu finden.

(§. 90) Es iſt auch:

$$\partial y = \frac{T\partial\,(tang.\,\alpha)}{(\gamma + \gamma_1)\left(1 + \frac{\gamma}{\gamma + \gamma_1}\,(tang.\,\alpha)^2\right)}$$

$$= \frac{T\partial\left(\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma + \gamma_1}}\,tang.\,\alpha\right)}{\sqrt{\gamma\,(\gamma + \gamma_1)}\left[1 + \left(\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma + \gamma_1}}\,tang.\,\alpha\right)^2\right]}$$

$$= \frac{T\partial u}{\sqrt{\gamma\,(\gamma + \gamma_1)}\,(1 + u^2)},$$

wenn $\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma + \gamma_1}}\,tang.\,\alpha$ durch u bezeichnet wird.

Nach Band I., analyt. Hülfslehren Artikel 26, VI., hat man aber:

$$\int \frac{\partial u}{1 + u^2} = arc.\,(tang. = u),$$

daher folgt hier zunächſt die Gleichung zwiſchen der Ordinate y und dem Tangenten- oder Neigungswinkel α:

$$y = \frac{T}{\sqrt{\gamma\,(\gamma + \gamma_1)}}\,arc.\left(tang. = \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma + \gamma_1}}\,tang.\,\alpha\right),$$

ſowie umgekehrt:

$$\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma + \gamma_1}}\,tang.\,\alpha = tang.\left(\frac{y\sqrt{\gamma\,(\gamma + \gamma_1)}}{T}\right),$$

d. i.:

$$1)\quad tang.\,\alpha = \sqrt{\frac{\gamma + \gamma_1}{\gamma}}\,tang.\left(\frac{y\sqrt{\gamma\,(\gamma + \gamma_1)}}{T}\right),$$

wozu keine Conſtante hinzuzufügen iſt, da für $y = 0$, $\alpha = 0$ und daher auch $tang.\,\alpha = 0$ ausfällt.

Nun iſt aber $tang.\ \alpha = \frac{\partial x}{\partial y}$, daher läßt ſich:

$$\partial x = \sqrt{\frac{\gamma + \gamma_1}{\gamma}}\ tang.\left(\frac{y\sqrt{\gamma\,(\gamma+\gamma_1)}}{T}\right)\partial y$$

ſetzen.

Nach Formel VIII. des letzten Citates iſt endlich:

$$\int tang.\ w\,\partial w = -\ Log.\ nat.\ cos.\ w = Log.\ nat.\ \frac{1}{cos.\ w}$$
$$= Log.\ nat.\ sec.\ w,$$

daher hier:

$$x = \int\sqrt{\frac{\gamma+\gamma_1}{\gamma}}\ tang.\left(\frac{y\sqrt{\gamma\,(\gamma+\gamma_1)}}{T}\right)\partial y = \frac{T}{\gamma}\ Log.\ nat.\ sec.\ w,$$

oder, da $w = \frac{y\sqrt{\gamma\,(\gamma+\gamma_1)}}{T}$ bezeichnet:

$$2)\quad x = \frac{T}{\gamma}\ Log.\ nat.\left(sec.\frac{y\sqrt{\gamma\,(\gamma+\gamma_1)}}{T}\right),$$

wozu ebenfalls keine Conſtante nöthig iſt, da für $y = 0$, $sec. = 1$, folglich $Log.\ nat.\ sec. = 0$ iſt, wie x.

Sind die Coordinaten x und y gegeben, ſo kann man γ_1 beſtimmen, wie folgt. Es iſt:

$$3)\quad sec.\frac{y\sqrt{\gamma\,(\gamma+\gamma_1)}}{T} = e^{\frac{x\gamma}{T}},$$

wenn e die Grundzahl der natürlichen Logarithmen bezeichnet.

Setzt man nun den Bogen

$$\frac{y\sqrt{\gamma\,(\gamma+\gamma_1)}}{T} = \psi,\ \text{alſo}\ Log.\ nat.\ sec.\ \psi = \frac{x\gamma}{T},$$

ſo hat man:

$$\gamma + \gamma_1 = \frac{1}{\gamma}\left(\frac{T\psi}{y}\right)^2,$$

und daher:

$$4)\quad \gamma_1 = \frac{1}{\gamma}\left(\frac{T\psi}{y}\right)^2 - \gamma = \left[\left(\frac{T\psi}{y\gamma}\right)^2 - 1\right]\gamma$$

Hieraus beſtimmt ſich weiter der Querſchnitt der Tragkette im Scheitel A:

$$5)\quad F_0 = \frac{q}{\gamma_1} = \frac{q}{\gamma\left[\left(\frac{T\psi}{y\gamma}\right)^2 - 1\right]},$$

und die Horizontalſpannung:

$$6)\quad H = F_0\,T = \frac{qT}{\gamma\left[\left(\frac{T\psi}{y\gamma}\right)^2 - 1\right]}.$$

Ferner iſt für einen Punkt P der Kette die Verticalſpannung:

$$7)\quad V = H\ tang.\ \alpha,$$

ſowie die Tangentialſpannung:

$$8)\quad S = \frac{H}{cosin.\ \alpha}$$

und der Querſchnitt:

$$9)\quad F = \frac{S}{T} = \frac{H}{T\ cosin.\ \alpha} = \frac{F_0}{cosin.\ \alpha},$$

wobei ſich einfach α durch den Ausdruck

$$tang.\ \alpha = \sqrt{\frac{\gamma + \gamma_1}{\gamma}}\ tang.\ \psi$$

beſtimmen läßt.

Das Gewicht G des Kettenſtückes $\overline{AP}$ iſt endlich beſtimmt durch die Gleichung:

$$V = G + qy,$$

alſo:

$$10)\quad G = V - qy = H\ tang.\ \alpha - qy.$$

Die Aufgabe wird durch dieſe Formeln inſofern noch nicht vollſtändig gelöſt, da bei der Entwickelung derſelben nicht auf das veränderliche Gewicht der Hängeſtangen Rückſicht genommen worden iſt. Es fällt indeſſen dieſes Gewicht klein genug aus, um auch hier eine mittlere Hängeſtangenlänge $c = \frac{x}{3}$ einführen, und folglich für das Gewicht derſelben, $G_1 = F_1 c\gamma$ ſetzen zu können.

Nun iſt aber der Querſchnitt ſämmtlicher Hängeſtangen an AP zuſammengenommen:

$$F_1 = \frac{qy}{T_1 - c\gamma}\ \text{annähernd} = \frac{qy}{T_1},$$

daher folgt:

$$G_1 = \frac{qc\gamma}{T_1} \cdot y = 3{,}36\,\frac{qcy}{T_1},$$

und es iſt folglich in den obigen Ausdrücken ſtatt

$$qy,\ \left(1 + 3{,}36\,\frac{c}{T_1}\right) qy$$

einzuführen.

Anmerkung. Die allgemeine Löſung dieſer Aufgabe mit Rückſicht auf das veränderliche Gewicht der Hängeſtangen iſt zu finden in „the Mechanical Principles of Engineering and Architecture by Moseley, London 1843". S. auch in Bd. I, des Civilingenieurs „die Abhandlung von Dr. O. Schlömilch" über Kettenbrücken von durchaus gleicher Sicherheit.

Beiſpiele. Für die Kettenbrücke im Beiſpiel von §. 87 erhalten wir, wenn wir in

$$Log.\ nat.\ sec.\ \psi = \frac{x\gamma}{T},\ \gamma = 3{,}36,\ T = 16420,$$

und statt x, die ganze Pfeilhöhe $a = 15$ Fuß einsetzen:

$$Log.\ nat.\ sec.\ \psi = \frac{15\,.\,3{,}36}{16420} = 0{,}0030694,$$

es ist hiernach $Log.\ cos.\ \psi = 0{,}99866 - 1$, $\psi^0 = 4^0\,29'\,10''$, und $\psi = 0{,}078297$, so daß nun folgt:

$$\gamma_1 = \gamma\left[\left(\frac{T\psi}{y\gamma}\right)^2 - 1\right],$$

wenn man für y die halbe Spannweite von 75 Fuß einsetzt:

$$\gamma_1 = 3{,}36\left[\left(\frac{16420\,.\,0{,}078297}{75\,.\,3{,}36}\right)^2 - 1\right] = 3{,}36\,.\,25{,}028 = 84{,}10.$$

Da die Belastung der einen Kettenhälfte sammt Hängeeisen: 157500 + 1345 = 158845 Pfund beträgt, so hat man für den laufenden Fuß:

$$q = \frac{158845}{75} = 2117{,}9 \text{ Pfund},$$

und es ist der erforderliche Querschnitt der Kette im Scheitel A:

$$F_0 = \frac{q}{\gamma_1} = \frac{2117{,}9}{84{,}10} = 25{,}18 \text{ Quadratzoll}.$$

Für den Aufhängewinkel ist:

$$tang.\,\alpha = \sqrt{\frac{\gamma + \gamma_1}{\gamma}}\ tang.\,\psi = \sqrt{\frac{3{,}36 + 84{,}10}{3{,}36}}\ tang.\,4^0\,29'\,10''$$

$$= \sqrt{\frac{87{,}46}{3{,}36}} \cdot tang.\,4^0 29'\,10'' = 0{,}4003;$$

und hiernach folgt der Aufhängewinkel oder der Neigungswinkel der Kette im Aufhängepunkte:

$$\alpha = 21^0\,49'.$$

Bei Annahme der Parabelform erhält man diesen Winkel

$$\alpha_1 = 20^0\,23'.$$

Der Querschnitt der Kette am Aufhängepunkte ist nun:

$$F_1 = \frac{F_0}{cosin.\,\alpha} = \frac{25{,}18}{cos.\,21^0\,49'} = 27{,}12 \text{ Quadratzoll}.$$

Die Horizontalspannung der Kette folgt:

$$H = F_0 T = 25{,}18\,.\,16420 = 413460 \text{ Pfund},$$

und die Verticalspannung im Aufhängepunkte:

$$V = H\,tang.\,\alpha = 165500 \text{ Pfund},$$

endlich ist das Gewicht einer Kettenhälfte:

$$G = V - bq = 165500 - 158845 = 6655 \text{ Pfund},$$

Bei constantem Querschnitte $F = 27{,}2$ Quadratzoll, wäre das Gewicht einer solchen Hälfte:

$$G = \left[1 + \tfrac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right] Fb\gamma = 272\,.\,27{,}2 = 7398 \text{ Pfund},$$

folglich ist das ganze Ersparniß an Material bei Anwendung der Kettenform von gleichem Widerstande nur:

$$2\,.\,(7398 - 6655) = 2\,.\,743 = 1486 \text{ Pfund}.$$

Stossende Belastung. Bei der vorstehenden Theorie der Kettenbrücken wurde eine ruhende Belastung vorausgesetzt, wobei natürlich die Hängestangen und Tragketten weniger in Anspruch genommen werden, als wenn die Last stoßend auf die Brückenbahn wirkt. Um sich wenigstens ein §. 91

allgemeines Urtheil über die Wirkungen solcher Stöße zu verschaffen, wollen wir annehmen, daß längs der ganzen Brückenbahn auf den laufenden Fuß eine Last q_1 mit der Geschwindigkeit v auf diese Bahn aufschlage. Hat dieselbe ohnedies auf jeden Fuß Länge das Gewicht q, so beträgt die Geschwindigkeit, mit welcher $q + q_1$ nach dem Stoße gemeinschaftlich wieder zu sinken beginnen (vergl. Band I., §. 332):

$$w = \frac{q_1 v}{q + q_1},$$

und es ist hierbei das beiden Körpern gemeinschaftliche Arbeitsvermögen:

$$(q + q_1) \frac{w^2}{2g} = \frac{q_1^2}{q + q_1} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Dieses Arbeitsvermögen wird durch die Ausdehnung der Hängestangen und die der Tragkette aufgehoben. Ist P die veränderliche Ausdehnungskraft oder die verticale Zugkraft während dieser Ausdehnungen, so hat man bei dem Querschnitte F_1, der Länge c und dem Elasticitätsmodul E_1 einer Hängestange deren Ausdehnung:

$$\lambda_1 = \frac{Pc}{F_1 E_1},$$

und folglich die hierbei von dieser Stange aufgenommene mechanische Arbeit:

$$\frac{P\lambda_1}{2} = \frac{P^2 c}{2 F_1 E_1}$$ (vergl. Band I., §. 348).

Diese Formeln gelten auch für die ganze Brücke, wenn man unter P die Stoßkraft längs der ganzen Brücke, unter F_1 die Summe der Querschnitte aller Hängestangen und unter c die mittlere Länge einer Hängestange versteht.

Bezeichnet ferner S die durch diesen Stoß bewirkte Vergrößerung der Spannung einer Tragkette, $2l$ die Länge, sowie F den Querschnitt und E den Elasticitätsmodul derselben, so ist die entsprechende Verlängerung dieser Kette:

$$\lambda = \frac{2Sl}{FE},$$

und ebenso die von ihr verzehrte mechanische Arbeit:

$$\frac{S\lambda}{2} = \frac{S^2 l}{FE},$$

oder da man $S = \frac{1/2\, P}{\sin.\alpha}$ setzen kann: $\frac{S\lambda}{2} = 1/4 \frac{P^2 l}{FE \sin.\alpha^2}$.

Setzt man die Summe der Arbeiten $\frac{P\lambda_1}{2}$ und $\frac{S\lambda}{2}$ dem oben angegebenen Arbeitsvermögen $2b(q + q_1)\frac{w^2}{2g}$ gleich, so erhält man folgende Gleichung:

$$\left(1/4 \frac{l}{FE \sin.\alpha^2} + 1/2 \frac{c}{F_1 E_1}\right) P^2 = \frac{2bq_1^2}{q + q_1} \cdot \frac{v^2}{2g},$$

woraus dann die Kraft:

$$1)\quad P = \sqrt{\frac{1}{{}^1/_4 \frac{l}{FE\,sin.\,\alpha^2} + {}^1/_2 \frac{c}{F_1 E_1}} \cdot \frac{2\,b q^2}{q + q_1} \cdot \frac{v^2}{2g}}$$

folgt.

Aus P ergiebt ſich nun die mittlere Senkung der Brücke in Folge der Ausdehnung der Hängeſtäbe:

$$2)\quad \lambda_1 = \frac{Pc}{F_1 E_1},$$

und die mittlere Senkung derſelben in Folge der Ausdehnung der Kette:

$$\delta = {}^3/_8 \cdot \frac{b}{a}\,\lambda, \text{ d. i.}$$

$$3)\quad \delta = {}^3/_8 \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{Pl}{FE\,sin.\,\alpha}.$$

Vernachläſſigt man die Senkung oder Ausdehnung λ_1 der Hängeſtäbe, ſo hat man:

$$P = \sqrt{\frac{4\,FE\,sin.\,\alpha^2}{l} \cdot \frac{2\,b q_1^2}{q + q_1} \cdot \frac{v^2}{2g}},$$

und daher:

$$\delta = {}^3/_4 \frac{b}{a} \sqrt{\frac{2\,bl}{FE} \cdot \frac{q_1^2}{q + q_1} \cdot \frac{v^2}{2g}},$$

oder annähernd, wenn man $l = b$ ſetzt:

$$\delta = {}^3/_4 \frac{b^2}{a} \sqrt{\frac{2\,q_1^2}{FE\,(q + q_1)} \cdot \frac{v^2}{2g}}.$$

Wird der Stoß durch die Maſſe $2\,l q_1$ $n$mal wiederholt, und zwar in dem Augenblicke, wenn die Senkung die größte (δ) geworden iſt, ſo hat man die auf die Ausdehnung der Spannkette aufgewendete Arbeit:

$$n \cdot \frac{2\,b q_1^2}{q + q_1} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

und folglich die endliche Senkung der Kette:

$$\delta_1 = \delta \sqrt{n}.$$

Dieſer Fall kann vorkommen, wenn eine gedrängte Menſchenmaſſe im tactmäßigen Schritt über die Brücke geht. Die hierbei erfolgte Ausdehnung der Kette iſt:

$$\lambda = \frac{Pl}{FE\,sin.\,\alpha} = \sqrt{\frac{8\,nbl}{FE} \cdot \frac{q_1^2}{q + q_1} \cdot \frac{v^2}{2g}}.$$

annähernd:

$$= 2b \sqrt{\frac{2\,n}{FE} \cdot \frac{q_1^2}{q + q_1} \cdot \frac{v^2}{2g}},$$

und die Spannung der Kette:

$$S_1 = \frac{\lambda}{2l} FE = \sqrt{2n\,FE \cdot \frac{q_1^2}{q + q_1} \cdot \frac{v^2}{2g}}.$$

Damit die Tragkette durch diese Stöße nicht über die Elasticitätsgrenze hinaus gedehnt werde, muß die Gesammtspannung

$$S + S_1 < FT$$

sein.

Hat man der Kette μfache Sicherheit gegeben, ist also:

$$F = \mu \frac{S}{T}, \text{ oder } S = \frac{FT}{\mu},$$

so muß sein:

$$S_1 < FT\left(1 - \frac{1}{\mu}\right).$$

Beispiel. Wenn wir bei der Kettenbrücke im Beispiele zu §. 87 die Last $2bq_1 = 78750$ Pfund nicht aufliegend, sondern mit der Geschwindigkeit $v = 5$ Fuß aufstoßend annehmen, das übrige Gewicht der Brückenbahn aber

$$2bq = 78750 \text{ Pfund}$$

beibehalten, so ist zu setzen:

$$b = 75,\ q = q_1 = {}^{78750}/_{150} = 525,$$

also:

$$\frac{q_1^2}{q + q_1} = {}^{525}/_{2} = 262{,}5,$$

ferner:

$$\frac{v^2}{2g} = 0{,}016 \,.\, 25 = 0{,}4, \text{ und } FE = 27{,}2 \,.\, 30000000 = 816000000,$$

folglich die Verlängerung der Tragkette, in Folge des Stoßes der Masse q_1:

$$\lambda = 2b\sqrt{\frac{2}{FE} \cdot \frac{q_1^2}{q + q_1} \cdot \frac{v^2}{2g}} = 150\sqrt{\frac{2 \,.\, 262{,}5 \,.\, 0{,}4}{816000000}} = 150\sqrt{\frac{1}{3860000}}$$
$$= 150 \,.\, 0{,}000508 = 0{,}0762 \text{ Fuß}.$$

Wäre die Anzahl der Stöße $n = 100$, so würde folglich diese Verlängerung

$$\lambda\sqrt{n} = \lambda\sqrt{100} = 10\,\lambda = 0{,}762 \text{ Fuß},$$

und die entsprechende Vergrößerung der Kettenspannung pro Quadratzoll Querschnitt:

$$S_1 = \frac{\lambda\sqrt{n}}{2l} FE = \frac{0{,}762}{150} 30000000 = 152400 \text{ Pfund}$$

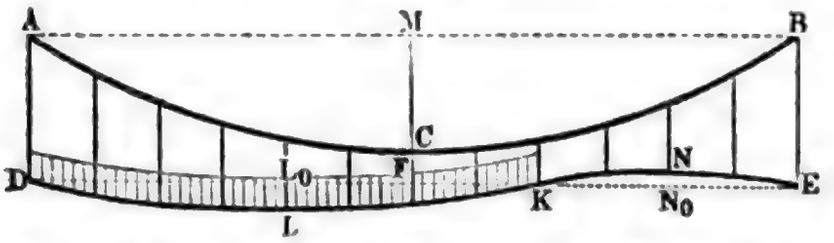
betragen.

Da der Festigkeitsmodul des Schmiedeeisens nur $T = 56000$ Pfund beträgt, so wäre ein Zerreißen der Tragketten bei diesen Stößen eine unausbleibliche Folge.

§. 92 **Wirkung der einseitigen Belastung.** Unter der Voraussetzung, daß durch die mobile Last DK, Fig. 165, auf der nur an den Enden festgehaltenen Brückenbahn DE die parabolische Form der Kette ACB nicht wesentlich verändert werde, lassen sich die Biegungsverhältnisse dieser Bahn nach Rankine wie folgt, ermitteln.

Ist die Größe der mobilen Last pr. Einheit Brückenlänge, $= q_1$ und nimmt dieselbe Last auf der Brücke die Länge $DK = DF + FK$

Fig. 165.



$= b + x$ ein, hat also die ganze mobile Last das Gewicht $Q_1 = (b + x)\, q_1$, so läßt sich die entsprechende Spannung der Hängestangen auf die laufende Einheit Brückenlänge, $q_2 = \frac{Q_1}{2\,b} = \frac{(b + x)\, q_1}{2\,b}$ setzen, und daher auch annehmen, daß das unbelastete Stück KE der Brückenbahn mit der gleichmäßig vertheilten Kraft $Q_2 = (b - x)\, q_2 = \frac{(b^2 - x^2)\, q_1}{2\,b}$ durch die Hängestangen von unten nach oben gezogen werde.

Eben so groß ist auch die Kraft

$$(b + x)\,(q_1 - q_2) = (b + x)\left(1 - \frac{b + x}{2\,b}\right) q_1 = \frac{(b^2 - x^2)\, q_1}{2\,b},$$

mit welcher das belastete Stück AK der Brückenbahn nach unten gebogen wird. Jede dieser Kräfte zerlegt sich in zwei Hälften, welche die Endpunkte des Stückes DK nach unten drücken, und die des Stückes EK nach oben ziehen. Es ist folglich die Scheerkraft zwischen beiden Balkenstücken in K,

$$R = \frac{Q_2}{2} = \frac{(b^2 - x^2)\, q_1}{4\,b}.$$

Diese Kraft ist für $x = 0$, also wenn die mobile Last nur bis zur Mitte reicht, am größten, und zwar

$$R_m = \frac{b q_1}{4}.$$

Das Biegungsmoment des belasteten Brückenstückes DK ist, da man es hier mit einer auf die Länge $b + x$ gleichförmig vertheilten Last $Q_2 = \frac{(b^2 - x^2)\, q_1}{2\,b}$ zu thun hat, nach Bd. I, §. 240,

$$M_1 = \frac{Q_2\,(b + x)}{8} = \frac{(b + x)\,(b^2 - x^2)\, q_1}{16\,b},$$

und das des unbelasteten Brückenstückes EK, da dasselbe auf der Länge $b - x$ mit gleichförmig vertheilter Kraft nach oben gezogen wird,

$$M_2 = \frac{Q_2\,(b - x)}{8} = \frac{(b - x)\,(b^2 - x^2)\, q_1}{16\,b}.$$

Das erſtere Moment iſt ein Maximum für $x = \frac{b}{3}$, das letztere für $x = -\frac{b}{3}$, und zwar das eine oder andere

$$M_m = \pm \tfrac{2}{27}\, b^2 q_1.$$

In dem einen Falle iſt alſo das größere Stück von der Länge $b + x = \tfrac{4}{3} b =$ zwei Drittel, und im zweiten das kleinere Stück $b - x = \tfrac{2}{3} b =$ ein Drittel der Brückenlänge $(2b)$ belaſtet.

Wäre die ganze Brückenbahn mit $Q = 2 b q_1$ belaſtet, ohne von den Hängeſtangen getragen zu werden, ſo würde das Biegungsmoment

$$M = \frac{Q b}{4} = \frac{b^2 q_1}{2} = \tfrac{27}{4} \cdot \tfrac{2}{27}\, b^2 q_1,$$

d. i. ſiebenzwanzig Viertel mal ſo groß ſein, als das ſo eben gefundene Maximalmoment der aufgehangenen Brückenbahn.

Die größte Durchbiegung des belaſteten Brückenſtückes DK iſt nach Band I, §. 223

$$a_1 = \tfrac{5}{8} \frac{Q_2 (\tfrac{4}{3} b)^3}{48\, WE} = \tfrac{5}{27} \frac{Q_2 b^3}{6\, WE},$$

oder, wenn man die halbe Trägerhöhe der Brücke mit e, ſowie den Tragmodul des Trägermateriales mit T bezeichnet, und daher

$$Q_2 \cdot \tfrac{4}{3} b = 8 \frac{WT}{e} \text{ ſetzt,}$$

$$a_1 = \tfrac{5}{27} \frac{Tb^2}{Ee}.$$

Wäre die ganze Brückenbahn nicht aufgehangen, ſondern an den Enden nur unterſtützt, ſo würde die Durchbiegung

$$a = \tfrac{5}{8} \frac{Q_2 b^3}{6\, WE} = \tfrac{5}{8} \cdot \frac{4\, Tb^2}{6\, Ee} = \tfrac{5}{12} \frac{Tb^2}{Ee} = \tfrac{9}{4} \cdot \tfrac{5}{27} \frac{Tb^2}{Ee},$$

d. i. **neun Viertel** mal ſo groß ſein, als bei der durch die Spannkette getragenen Brückenbahn. Die Größe der Aufbiegung des unbelaſteten Brückenſtückes iſt dagegen

$$a_2 = \tfrac{5}{8} \cdot \frac{Q_2 (\tfrac{2}{3} b)^3}{48\, WE} = \tfrac{5}{27} \frac{Q_2 b^3}{48\, WE}, \text{ oder da hier}$$

$$Q_2 \cdot \tfrac{2}{3} b = \frac{8\, WT}{e} \text{ zu ſetzen iſt,}$$

$$a_2 = \tfrac{5}{27} \cdot \frac{Tb^2}{4\, Ee}, \text{ d. i. } \textbf{ein Viertel} \text{ von der Durchbiegung}$$

des belaſteten Theiles.

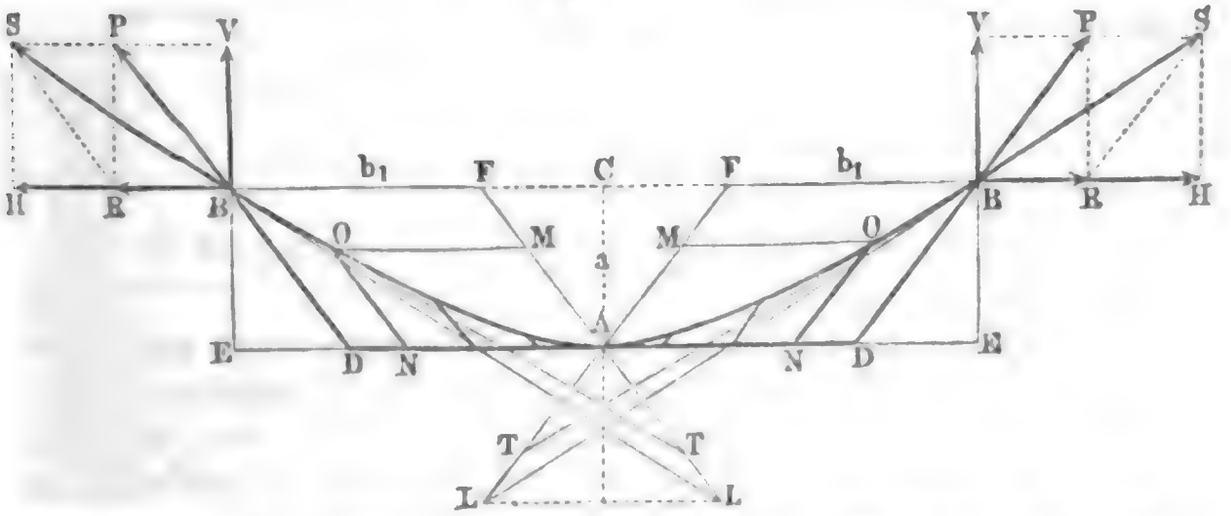
Damit eine Hängebrücke den Wirkungen der beweglichen Laſt den nöthigen Widerſtand entgegen ſetzen könne, verſieht man die Brückenbahn entweder mit

besonderen Tragwänden, oder mit Zugseilen, welche von der Brückenbahn nach dem Boden oder den Brückenpfeilern herabgehen, wie z. B. bei der Niagara-Brücke; auch wendet man wohl eine Gegenkette an, welche durch aufwärtsgehende Zugstangen mit der Brückenbahn verbunden wird.

Ferner vergrößert man die Steifigkeit einer Hängebrücke dadurch, daß man je zwei Spannketten über einander hängt, und dieselben unter einander verstrebt, wie eine gewöhnliche Fachwerkswand.

Hängebrücken mit geneigten Hängestangen. Die Hängebrücken BAB, Fig. 166, mit geneigten Hängestangen BD, QN... sind ebenfalls steifer als die mit verticalen Hängestangen. Es §. 93

Fig. 166.



ist auch hier die Verticalspannung V an einem Kettenende B, gleich der Last Q der halben Brücke AD. Aus derselben bestimmt sich mit Hülfe des Neigungswinkels $BDE = \beta$ der Hängestäbe gegen den Horizont die Gesammtspannung der Hängestäbe in einer Brückenhälfte:

1) $P = \frac{V}{\sin.\beta} = \frac{Q}{\sin.\beta}$, und die Kraft, mit welcher jede Brückenhälfte durch die Kraft P nach außen gezogen wird

2) $R = P \cos.\beta = Q \operatorname{cotang}.\beta$.

Aus der Spannweite $BB = 2\,CB = 2b$, und der senkrechten Bogenhöhe $AC = a$, folgt die geneigte Bogenhöhe AD, d. i.

3) $a_1 = \frac{a}{\sin.\beta}$, und die halbe Spannweite zwischen den Aufhängepunkten D, D der Brückenbahn,

$$AD = FB = CB - CF, \text{ d. i.}$$

4) $b_1 = b - a \operatorname{cotang}.\beta$.

Da die Kette AB auch hier durch lauter gleiche parallele Kräfte gespannt wird, deren Angriffspunkte einen und denselben Normalabstand von einander

haben, ſo bildet dieſelbe ebenfalls einen Parabelbogen, und es iſt daher auch die Subtangente eines Punktes O in derſelben gleich der doppelten, in der Richtung der Hängeſtange gemeſſenen Abſciſſe $AM = x_1$, d. i. $MT = 2MA = 2x$, für den Aufhängepunkt B iſt die Abſciſſe $AM = a_1$, und die Ordinate $FB = b_1$, und die Subtangente $FL = 2\alpha$. Bezeichnet man daher die Neigung $SBH = FBL$ der Spannkette in B durch α, ſo hat man, da

$$\frac{sin.BLF}{sin.FBL} = \frac{BF}{FL} \text{ iſt,}$$

$$\frac{sin.(\beta - \alpha)}{sin.\alpha} = \frac{b_1}{2a_1}, \text{ woraus dann}$$

5) $cotang.\alpha = cotang.\beta + \frac{b_1}{2a_1 \, sin.\beta}$ folgt.

Die Seilſpannung in den Aufhängepunkten iſt durch die Proportion

$$\frac{S}{P} = \frac{sin.BPS}{sin.BSP} = \frac{sin.\beta}{sin.\alpha} \text{ beſtimmt, und hiernach}$$

6) $S = \frac{P \, sin.\beta}{sin.\alpha} = \frac{Q}{sin.\alpha}$ zu ſetzen.

Die Horizontalſpannung H des Seiles im Aufhängepunkte B iſt

7) $H = S \, cos.\alpha$.

Da die Hängeſtangen der beiden Brückenhälften entgegengeſetzt geneigt ſind, ſo geben ſie der ganzen Brücke einen Widerſtand gegen Längenſchwingungen, welchen die Brücke mit verticalen Hängeſtangen nicht hat. Auch wird durch die Horizontalſpannungen R und R der Brückenbahn die Durchbiegung der letzteren vermindert.

§. 94 **Charnierbrücken.** Die in den neueren Zeiten in Vorſchlag und auch bereits mehrfach in Ausführung gebrachten Charnierbrücken, laſſen ſich ſowohl bei den Spreng- als auch bei den Hängewerksbrückenſyſtemen mit Vortheil anwenden. Durch Anbringung von Charnieren oder horizontalen Drehungsaxen werden die durch Temperaturwechſel und durch Nachgeben der Widerlager hervorgebrachten gefährlichen Spannungen der Bogenbrücken beſeitigt, und den Spannungen überhaupt beſtimmte Richtungen gegeben, wodurch es möglich wird, die Größen der Spannungen und folglich auch die denſelben entſprechenden Querſchnittsdimenſionen der Brücke mit Sicherheit zu beſtimmen. Insbeſondere leiſten die Charniere bei einſeitigen oder mobilen Belaſtungen die beſten Dienſte. Um den Zweck vollkommen zu erreichen, erhält ein ſolcher Brückenbogen wie ADB, Fig. 167 u. Fig. 168 ein Charnier im Scheitel D, und je ein Gelenk in den Stützpunkten A und B. Die Kräfte, welche dann die Widerlager auszuhalten haben, wenn die Brücken auf der ganzen Länge $AB = UU = 2b$ pr. Einheit mit p, und auf der halben Länge $AC = UD = b$ pr Einheit mit q belaſtet iſt, beſtimmen ſich unter der Vorausſetzung, daß

ſowohl der Spreng- als auch der Hängebogen ADB die Parabelform hat, wie folgt. Aus der conſtanten Laſt $P = 2bp$ gehen die Tangentialſpan-

Fig. 167.

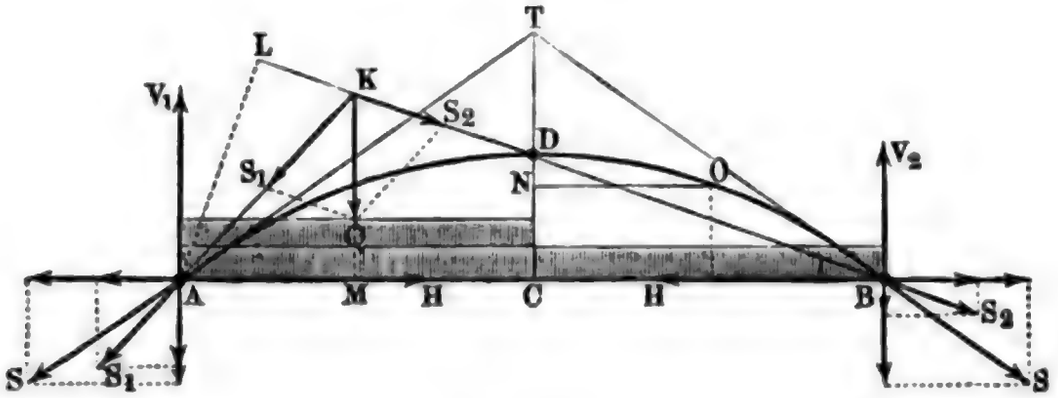
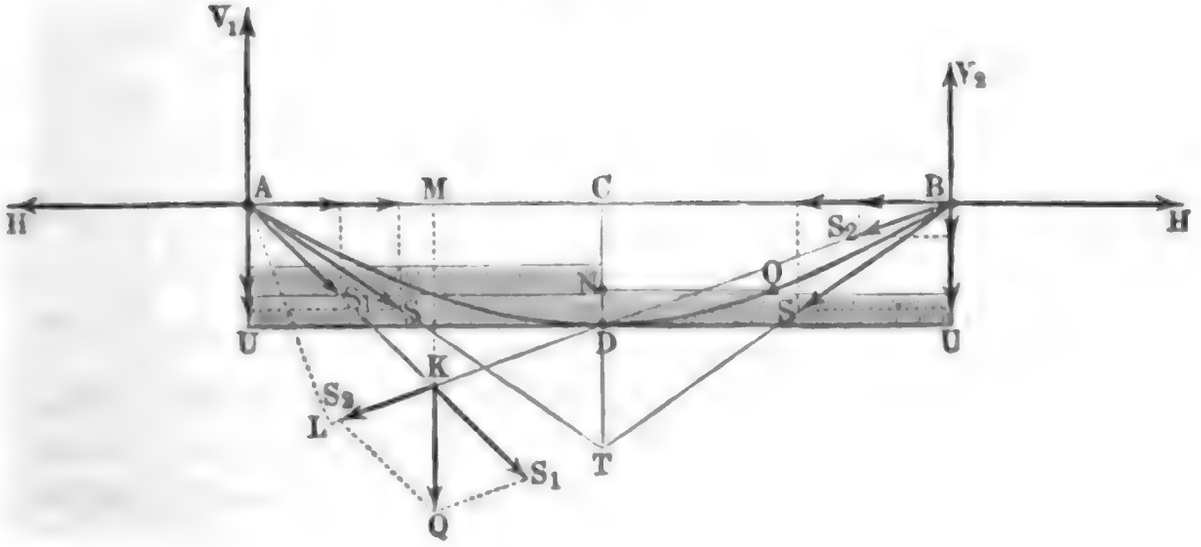


Fig. 168.



nungen S und S in den Stützpunkten A und B hervor, deren verticale Componenten je $\frac{1}{2} P = bp$ und horizontale Componenten $\frac{b}{2a} \cdot \frac{1}{2} P = \frac{b^2 p}{2a}$ ſind. (Siehe §. 77.) Die mobile Laſt $Q = bq$, deren Angriffspunkt K in einer Verticalen gedacht werden kann, welche AC halbirt, zerlegt ſich dagegen in zwei von den Stützpunkten A und B aufzunehmende Kräfte S_1 und S_2, wovon die zweite in Folge der Drehbarkeit um D, die Richtung DB annehmen muß. Da die Richtung der Seitenkraft S_1 durch A geht, ſo haben in Hinſicht auf dieſen Drehungspunkt die Kräfte S_2 und Q ein und daſſelbe Moment, es iſt alſo, da der Hebelarm von S_2 das Perpendikel $AL = AB \sin. ABD = 2b \sin. \beta$, und der Hebelarm von Q, $AM = \frac{1}{2} AC = \frac{b}{2}$ iſt,

$$S_2 . 2b \sin.\beta = Q\frac{b}{2}, \text{ und daher}$$

$$S_2 = \frac{Q}{4 \sin.\beta} = \frac{bq}{4 \sin.\beta}.$$

Der verticale Component dieſer Kraft iſt $S_2 \sin.\beta = \frac{bq}{4}$, und der horizontale Component derſelben,

$$S_2 \cos.\beta = \frac{bq}{4} \operatorname{cotg}.\beta = \frac{b^2 q}{4a},$$

wogegen der verticale Component von S_1,

$Q - S_2 \sin.\beta = bq - \frac{bq}{4} = {}^3/_4\, bq$, und der horizontale Component derſelben wieder $S_2 \cos.\beta = -\frac{b^2 q}{4a}$ ausfällt.

Hiernach iſt alſo die ganze Horizontalkraft in jedem der Stützpunkte A und B,

$$H = \frac{b^2 p}{2a} + \frac{b^2 q}{4a} = \frac{b^2}{2a}\left(p + \frac{q}{2}\right),$$

dagegen der geſammte Verticaldruck in A,

$$V_1 = bp + \frac{3bq}{4} = b\,(p + {}^3/_4\, q), \text{ und der in } B,$$

$$V_2 = bp + {}^1/_4\, bq = b\,(p + {}^1/_4\, q).$$

Nachdem man die äußeren Kräfte H, $-H$, V_1 und V_2 beſtimmt hat, kann man nach bekannten Regeln, z. B. mit Hülfe der Theorie der Drehungsmomente (§. 64), die Spannungen an jeder beliebigen Stelle des Tragbogens ermitteln, derſelbe mag maſſiv ſein, oder aus Fachwerk beſtehen.

Für eine Stelle O des Bogens, deſſen Coordinaten $DN = x$ und $NO = y$ ſind, iſt das Biegungsmoment M zuſammengeſetzt aus dem Momente $H . \overline{CN} = H\,(a - x)$ der Horizontalkraft H, dem Momente $-V_2\,(CB - NO) = -V_2\,(b - y)$ der Verticalkraft V_2, und dem Momente ${}^1/_2\,(b-y)^2 p$ der von dem Bogen BO zu tragenden Laſt $(b-y)p$. Es iſt daher

$$M = H\,(a - x) - V_2\,(b - y) + \frac{p}{2}\,(b - y)^2, \text{ d. i.,}$$

da die Parabelgleichung $\frac{y^2}{b^2} = \frac{x}{a}$, $x = \frac{a y^2}{b^2}$ giebt,

$$M = Ha\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) - V_2\,(b - y) + {}^1/_2\, p\,(b - y)^2.$$

$$= Ha - V_2 b + {}^1/_2\, p b^2 + (V_2 - pb)\, y - \left(\frac{Ha}{b^2} - {}^1/_2 p\right) y^2.$$

Dieses Moment ist ein Maximum für

$$\left(\frac{2Ha}{b^2} - p\right) y = V_2 - pb, \text{ wonach}$$

$$y = \frac{V_2 - pb}{\frac{2Ha}{b^2} - p} = \frac{\frac{1}{4}bq}{\frac{1}{2}q} = \frac{b}{2} \text{ und } x = \frac{a}{4} \text{ folgt.}$$

Hiernach ist das gesuchte größte Biegungsmoment des Bogens BD

$M = \frac{3}{4}Ha - \frac{1}{2}V_2 b + \frac{1}{8}pb^2 = \frac{3}{8}b^2p + \frac{3}{16}b^2q - \frac{1}{2}b^2p - \frac{1}{8}b^2q$
$+ \frac{1}{8}b^2p = \frac{1}{16}b^2q.$

Ebenso groß fällt auch das größte Biegungsmoment auf der anderen Seite AD des Bogens aus, wo die mobile Last bq aufruht.

Außer diesem Biegungsmomente hat der Bogenträger in O auch noch die Horizontalkraft H und die Verticalkraft $V_2 - \frac{b}{2}p$ auszuhalten. Aus beiden Kräften resultirt eine Druck- oder Zugkraft in der Tangentenrichtung, und eine Schubkraft in der Richtung der Normale von O. Bezeichnet β den Winkel, welchen der Bogen in O mit dem Horizont einschließt, und welcher durch die Gleichung

$$tang.\beta = \frac{2\overline{DN}}{ON} = \frac{\frac{1}{2}a}{\frac{1}{2}b} = \frac{a}{b} \text{ bestimmt ist, so hat man die Druck-}$$

oder Zugkraft in O:

$$R = H\,cos.\beta + \left(V_2 - \frac{bp}{2}\right) sin.\beta, \text{ und dagegen die Schubkraft}$$

$$N = H\,sin.\beta - \left(V_2 - \frac{bp}{2}\right) cos.\beta.$$

Bezeichnet nun F den Querschnitt, W das Biegungsmoment und h die Höhe des Trägers in O oder des mit ihm in O fest verbundenen Fachwerkes, und bedeutet T den Tragmodul des Trägermateriales, so hat man zu setzen:

$$\frac{\frac{1}{2}Mh}{W} + \frac{R}{F} < T, \text{ so wie } \frac{N}{F} < T.$$

Pfeiler und Widerlager. Ein wichtiger Gegenstand ist noch die §. 95
Bestimmung der Dimensionen der Pfeiler und der Widerlagsmauern einer Hängebrücke. Sind S und S_1 die Spannungen der über einen Pfeiler $ABCD$ weggehenden Ketten, Fig. 169 (a. f. S.), und α und α_1 ihre Neigungswinkel, so hat man den Verticaldruck auf den Pfeiler:

$$V_2 = V + V_1 = S\,sin.\alpha + S_1\,sin.\alpha_1,$$

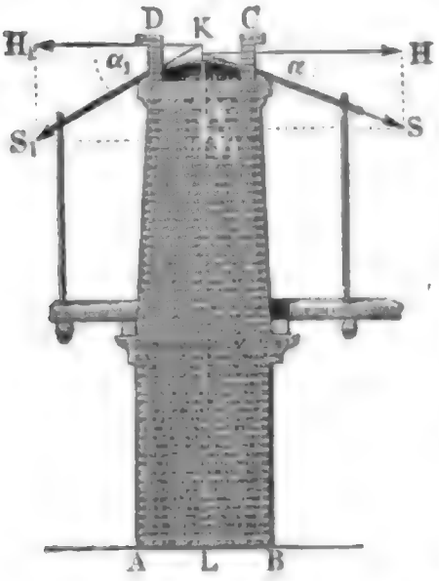
und den Horizontaldruck, da die Horizontalspannungen einander entgegenwirken:

$$H_2 = H - H_1 = S\,cos.\alpha - S_1\,cos.\alpha_1.$$

Ist nun h die Höhe KL, e die Breite und d die Dicke AB eines Pfeilers, sowie dessen Dichtigkeit $= \gamma$, so hat man das Gewicht desselben:

$$G = d e h \gamma,$$

Fig. 169.



und den gesammten Verticaldruck:

$$= V_2 + G = S \sin.\alpha + S_1 \sin.\alpha_1 + d e h \gamma.$$

Damit aber die Horizontalkraft $H_2 = H - H_1$ den Pfeiler nicht umstürze um die Kante B, ist es nöthig, daß das statische Moment

$$H_2 . \overline{KL} = H_2 h = (S \cos.\alpha - S_1 \cos.\alpha_1) h$$

von dem statischen Moment

$$(V_2 + G)\ \overline{BL} = (S \sin.\alpha + S_1 \sin.\alpha_1 + d e h \gamma)\ \frac{d}{2}$$

übertroffen werde, daß also

$$d^2 + \left(\frac{S \sin.\alpha + S_1 \sin.\alpha_1}{e h \gamma}\right) d > \frac{2 (S \cos.\alpha - S_1 \cos.\alpha_1)}{e \gamma} \text{ oder}$$

$$d^2 + \left(\frac{V + V_1}{e h \gamma}\right) d > \frac{2 (H - H_1)}{e \gamma} \text{ sei.}$$

Hiernach ist die nöthige Pfeilerdicke

$$d = -\frac{V + V_1}{2 e h \gamma} + \sqrt{\frac{2 \delta (H - H_1)}{e \gamma} + \left(\frac{V + V_1}{2 e h \gamma}\right)^2},$$

wobei δ den Sicherheitscoefficienten 2 bis 4 bezeichnet.

Uebrigens ist der Sicherheit wegen für $S \cos.\alpha$ der größte und für $S_1 \cos.\alpha_1$ der kleinste Werth zu setzen, also anzunehmen, daß die Kette einerseits vollkommen, und andererseits ganz unbelastet sei.

Diese Formel setzt voraus, daß die Kräfte S und S_1 vollkommen übertragen werden auf den Pfeilerkopf, was allerdings nur eintritt, entweder wenn die Seilenden am Pfeilerkopf festsitzen, oder wenn die Reibung auf denselben die Differenz $S - S_1$ der Spannungen übertrifft. Nach Band I, §. 193, ist diese Reibung:

$$F = \left[\left(1 + 2 \varphi \sin.\frac{\beta}{2}\right)^n - 1\right] S_1,$$

wenn φ den Reibungscoefficienten, n die Zahl der auf dem Pfeilerkopfe aufliegenden Kettenglieder und β den Centriwinkel bezeichnet, welcher einem Gliede entspricht; wenn daher

$$S - S_1 < \left[\left(1 + 2 \varphi \sin.\frac{\beta}{2}\right)^n - 1\right] S_1, \text{ oder}$$

$$S < \left(1 + 2 \varphi \sin.\frac{\beta}{2}\right)^n S_1 \text{ ist, so legt sich die Kette}$$

feſt auf den Pfeilerkopf auf; außerdem gleitet ſie aber auf dem Pfeilerkopfe hin, und es iſt deshalb in obige Formel

$$S = \left(1 + 2\varphi \sin.\frac{\beta}{2}\right)^n S_1,$$

oder bei Seilen,

$$S = e^{\varphi\alpha} S_1 \text{ (ſ. Band I, §. 194) einzuſetzen.}$$

Legt man die Kette oder das Seil auf Rollen, ſo iſt dieſe Differenz, und daher die nöthige Pfeilerſtärke, viel kleiner. Sind die Rollenhalbmeſſer $= a$, und die Zapfenhalbmeſſer $= r$, ſo hat man:

$$S = S_1 + \varphi \frac{r}{a}(S \sin.\alpha + S_1 \sin.\alpha_1) = S_1 + \varphi \frac{r}{a}(V + V_1)$$

zu ſetzen, weil die auf den Rollenhalbmeſſer reducirte Zapfenreibung den Werth

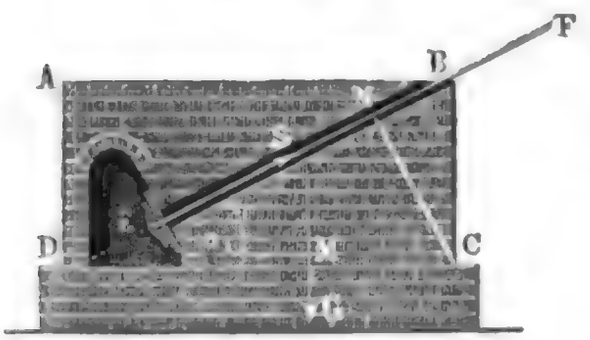
$$F = \varphi \frac{r}{a}(S \sin.\alpha + S_1 \sin.\alpha_1) \text{ hat.}$$

Beſteht der Pfeiler in einer drehbaren Säule, ſo iſt ſtatt r der Zapfenhalbmeſſer und ſtatt a die Höhe derſelben einzuſetzen, und liegt das Seil auf Walzen, ſo hat man ſtatt φr den Hebelarm $f = 0{,}02$ Zoll der wälzenden Reibung einzuführen.

Aus der Spannung S der Spann- oder Endketten (Spann- oder Endſeile) kann man auch noch die nöthigen Dimenſionen der Widerlagsmauer AC, Fig. 170, beſtimmen.

Die Spannung S ſucht die Widerlagsmauer AC um die Kante C zu drehen, und wirkt dabei am Hebelarme

Fig. 170.



$$CN = CD \sin.\alpha_1 = l \sin.\alpha_1,$$

wenn α_1 den Neigungswinkel SDC des Seiles gegen den Horizont und l die Länge CD der Mauer bezeichnet. Das Gewicht G der Mauer wirkt aber mit dem Momente

$$G \cdot \overline{CM} = hel\gamma \cdot \frac{l}{2} = {}^1/_2 hel^2\gamma$$

entgegen, wo h die Höhe BC, e die Dicke und γ die Dichtigkeit der Mauer bezeichnet. Für den Gleichgewichtszuſtand iſt:

$$Sl \sin.\alpha_1 = {}^1/_2 hel^2\gamma,$$

daher die nöthige Mauerlänge:

$$l = \frac{2\delta S \sin.\alpha_1}{he\gamma}.$$

Damit ferner dieſelbe Mauer nicht fortgeſchoben werde, muß ihre Reibung $\varphi\,(G - S\,sin.\,\alpha_1)$ größer, als die Horizontalkraft $S\,cos.\,\alpha_1$, alſo:

$$\varphi\,G > S(cos.\,\alpha_1 + \varphi\,sin.\,\alpha_1)\text{ ſein.}$$

Man ſetzt hiernach:

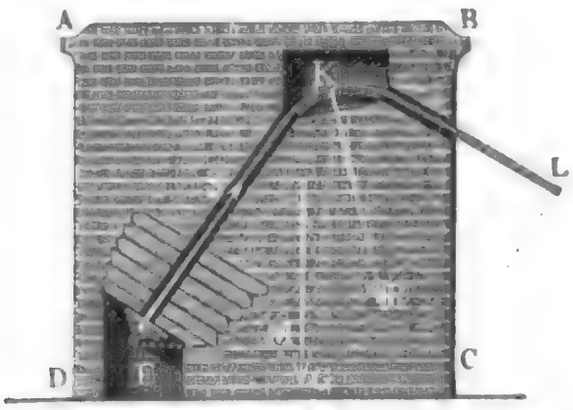
$$l = \frac{\delta\,S}{h\,e\,\gamma}\left(\frac{cos.\,\alpha_1}{\varphi} + sin.\,\alpha_1\right),$$

wobei $\varphi = 0{,}67$ und

der Sicherheitscoefficient δ 2 bis 4 anzunehmen iſt.

Wenn die Kette im Widerlagspfeiler nicht bloß befeſtigt, ſondern auch aufgelagert iſt, wie in Fig. 171, ſo iſt der Hebelarm der Spannung S das Perpendikel $CL = b$, vom Stützpunkte C nach der Seilrichtung KL gefällt, und der Hebelarm des Pfeilergewichtes G die Hälfte CM der Pfeilerlänge $CE = l$, letztere, der Sicherheit wegen, nur bis zum Befeſtigungspunkt E des Seiles gemeſſen. Hiernach hat man

Fig. 171.



$\frac{1}{2}\,h\,e\,l^2\,\gamma = S\,b$, und daher mit Rückſicht auf Sicherheit,

$$l = \sqrt{\frac{2\,\delta\,S\,b}{h\,e\,\gamma}}.$$

In Hinſicht auf das Fortſchieben über CE iſt, wenn α die Neigung des Tragſeiles KL gegen den Horizont bezeichnet, $\varphi\,(G + S\,sin.\,\alpha) = S\,cos.\,\alpha$, wonach

$$G = \frac{S\,cos.\,\alpha - \varphi\,S\,sin.\,\alpha,}{\varphi}\text{, und}$$

$$l = \frac{\delta\,S\,(cos.\,\alpha - \varphi\,sin.\,\alpha)}{\varphi\,h\,e\,\gamma}\text{ folgt.}$$

Beiſpiel. Bei der in den Beiſpielen der Paragraphen 87 und 88 behandelten Kettenbrücke iſt die Verticalkraft der belaſteten Kette:

$$V = 165890\text{ Pfund,}$$

und die der unbelaſteten:

$$V_1 = V - 78750 = 87140\text{ Pfund;}$$

wird nun noch $\frac{r}{a} = \frac{1}{4}$ und auch $\varphi = \frac{1}{4}$ angenommen, ſo iſt die Zapfenreibung zwiſchen den Rollen des Pfeilerkopfes:

$$F = \varphi\,\frac{r}{a}\,(V + V_1) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot(165890 + 86916) = 15800\text{ Pfund}$$

viel kleiner als die Differenz der Spannungen. Es tritt daher eine Bewegung der Kette und ein Umdrehen der Rollen ein, wobei die Spannung der Kette auf der einen Seite allmälig zu-, ſowie auf der anderen Seite allmälig abnimmt, und die Differenz zwiſchen beiden Spannungen in 15800 Pfund übergeht. Iſt nun

die Pfeilerhöhe 16 Fuß, die Dicke 4 Fuß und die Dichtigkeit der Mauermasse = 130 Pfund, so hat man

$V + V_1 = 253030$, $e\gamma = 4 . 130 = 520$, $eh\gamma = 8320$, $H - H_1 = F = 15786$,

und wenn man noch $\delta = 4$ annimmt, so folgt die erforderliche Pfeilerdicke

$$d = -\frac{V+V_1}{2eh\gamma} + \sqrt{\frac{2\delta(H-H_1)}{e\gamma} + \left(\frac{V+V_1}{2eh\gamma}\right)^2} = -15{,}21$$

$$+ \sqrt{231{,}34 + 242{,}86} = -15{,}18 + 21{,}76 = 6{,}59 \text{ Fuß}.$$

Die nöthige Länge der Widerlagsmauer hat man für den in Fig. 170 abgebildeten Fall, wenn wir $h = 16$ und $d = 10$ Fuß und die Neigungswinkel α und α_1 der Trag- und Spannketten einander gleich setzen, sowie den Sicherheitscoefficienten $\delta = 2$ annehmen,

$$l = \frac{2\delta S \sin.\alpha_1}{he\gamma} = \frac{4 . 165890}{16 . 10 . 130} = 31{,}9 \text{ Fuß}.$$

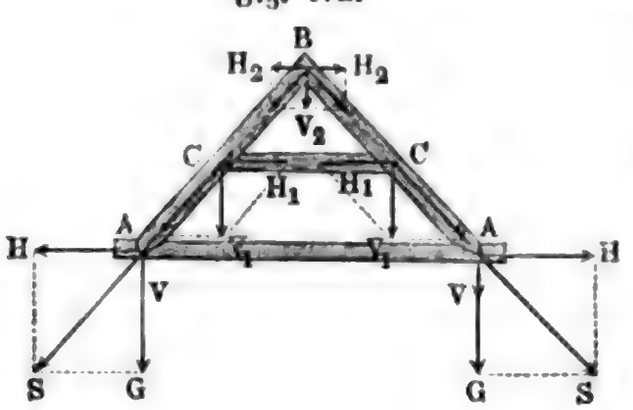
Einfache Dachgespärre. Die im (obigen §. 51 u. f. w.) entwickelten Formeln, Regeln u. f. w. über die Tragkraft der Balken, Träger, Sparren u. f. w. finden ihre vielfachen Anwendungen bei den Dachconstructionen, Lehrgerüsten und Brücken, und es ist daher noch Einiges über diese Anwendungen zu sagen nöthig. §. 96

Wir haben im Früheren (§. 52 u. f. w.) nur von den einfachen Dachconstructionen, wobei ein einfaches Hängewerk in Anwendung kommt, gehandelt; im Folgenden soll deshalb noch von den complicirteren, bei großen Spannweiten angewendeten Dachconstructionen die Rede sein.

Zur Unterstützung der Dachsparren wendet man gewöhnlich Kehlbalken, Stuhlsäulen, einfache oder zusammengesetzte Dachstühle u. s w. an. Bei Beurtheilung dieser Constructionen läßt sich voraussetzen, daß das Gewicht des Daches auf die Fläche desselben gleichförmig vertheilt ist, auch wollen wir hierbei die Körper als vollkommen starr ansehen und deshalb annehmen, daß gleichgroße Theile desselben durch ihr Gewicht gleichstark vertical abwärts drücken.

Ist hiernach ein Sparren AB, Fig. 172, in einem Punkte C unterstützt, welcher von seinen Endpunkten A und B um l_1 und l_2 absteht, während er selbst die ganze Länge $AB = l$ hat, so beträgt die der ganzen Belastung G desselben entsprechende Verticalkraft in A:

Fig. 172.



$$V = \tfrac{1}{2}\frac{l_1}{l} G,$$

ferner in B:

$$V_2 = \tfrac{1}{2}\frac{l_2}{l} G,$$

und daher in C:

$$V_1 = V + V_2 = \frac{l_1 + l_2}{2l} G = \tfrac{1}{2} G.$$

Iſt nun das Geſpärre mit einem einfachen Kehlbalken CC ausgerüſtet, ſo hat man bei dem Neigungswinkel α der Sparren die aus V_1 und V_2 reſultirenden Horizontalſchube:

$$H_1 = V_1 \, cotang. \, \alpha = {}^1/_2 \, G \, cotang. \, \alpha,$$

ſowie

$$H_2 = V_2 \, cotang. \, \alpha = {}^1/_2 \frac{l_2}{l} \, G \, cotang. \, \alpha,$$

und es iſt folglich der Sparrenſchub in A:

$$H = H_1 + H_2 = {}^1/_2 \left(1 + \frac{l_2}{l} \right) G \, cotang. \, \alpha,$$

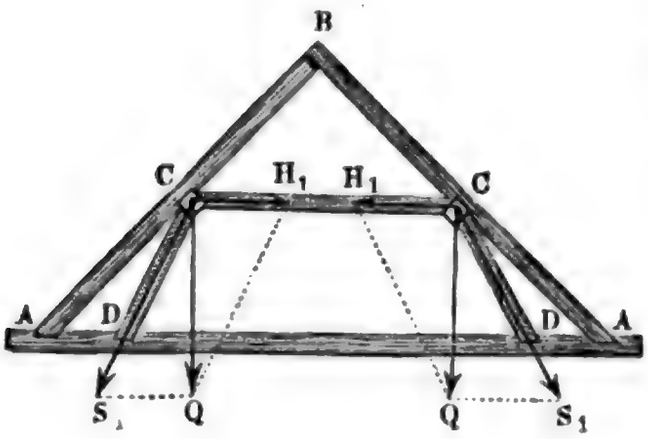
alſo z. B. für $l_1 = l_2 = {}^1/_2 \, l$, $H = {}^3/_4 \, G \, cotang. \, \alpha$, wogegen für Geſpärre ohne Kehlbalken H nur $= {}^1/_2 \, G \, cotang. \, \alpha$ ausfällt. Durch Anwendung eines Kehlbalkens wird alſo der Sparrenſchub erhöht.

Bei dem Geſpärre ABA, Fig. 173, mit einem Dachſtuhl $DCCD$, zerlegt ſich der Verticaldruck $Q = {}^1/_2 \, G$ in der Stuhlfette C nach der Axe CC des Kehlbalkens oder Spannriegels und nach der Axe CD der Stuhlſäule. Iſt α_1 der Neigungswinkel der Stuhlſäule gegen den Horizont, ſo hat man den Horizontalſchub im Kehlbalken

$$H_1 = Q \, cotang. \, \alpha_1 = {}^1/_2 \, G \, cotang. \, \alpha_1,$$

und dagegen den Schub in der Stuhlſäule

Fig. 173.



$$S_1 = \frac{Q}{sin. \, \alpha_1} = \frac{G}{2 \, sin. \, \alpha_1}.$$

Der horizontale Sparrenſchub am Fuße iſt dann nur:

$$H = {}^1/_4 \, G \, cotang. \, \alpha,$$

dagegen der horizontale Component des Schubes in der Stuhlſäule:

$$H_2 = S_1 \, cos. \, \alpha_1 = {}^1/_2 \, G \, cotang. \, \alpha_1.$$

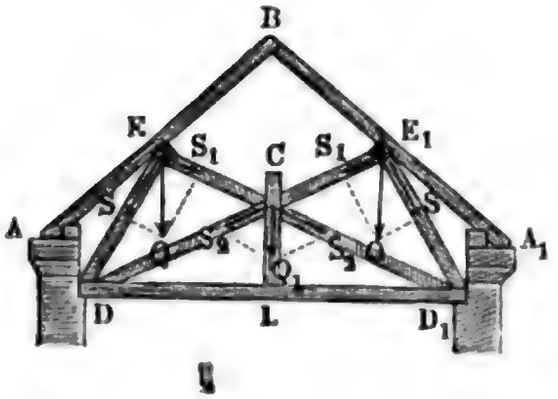
Wie ein zuſammengeſetztes Hänge- und Sprengwerk zur Unterſtützung eines Daches und einer Brücke oder Decke zugleich dienen kann, wird durch Fig. 174 vor Augen geführt. Bezeichnet man die Neigungswinkel der Streben DE und DE_1 (ſowie D_1E_1 und D_1E) gegen den Horizont durch α_1 und α_2, ſo hat man die aus der Sparrenlaſt $Q = {}^1/_2 \, G$ entſpringenden Drücke auf die kürzeren Streben:

$$S = \frac{Q \cos. \alpha_2}{\sin. (\alpha_1 + \alpha_2)} = \tfrac{1}{2} \frac{G \cos. \alpha_2}{\sin. (\alpha_1 + \alpha_2)}$$

und die auf die längeren Streben:

$$S_1 = \frac{Q \cos. \alpha_1}{\sin. (\alpha_1 + \alpha_2)} = \tfrac{1}{2} \frac{G \cos. \alpha_1}{\sin. (\alpha_1 + \alpha_2)};$$

Fig. 174.



dagegen die aus der in der Mitte L des Balkens DD_1 niederziehenden Last Q_1 entspringenden Zugkräfte der Streben:

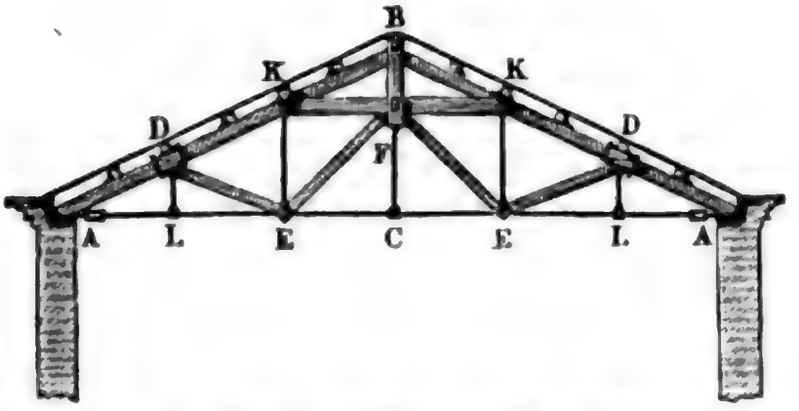
$$S_2 = \frac{Q_1}{2 \sin. \alpha_2},$$

und daher den Gesammtschub in den längeren Streben:

$$S_1 + S_2 = \tfrac{1}{2} \left(\frac{G \cos. \alpha_1}{\sin. (\alpha_1 + \alpha_2)} + \frac{Q_1}{\sin. \alpha_2} \right).$$

Zusammengesetzte Dachgespärre. Gespärre von großer Spann- §. 97
weite haben, wenn sie besonders sehr flach sind, einen bedeutenden Schub, und es ist deshalb sehr nöthig, dieselben durch einen Durchzug (franz. tirant; engl. tie-beam) zu unterstützen. Einen solchen Dachstuhl führt Fig. 175 vor Augen. Es besteht hier der Durchzug in einer schmiede-

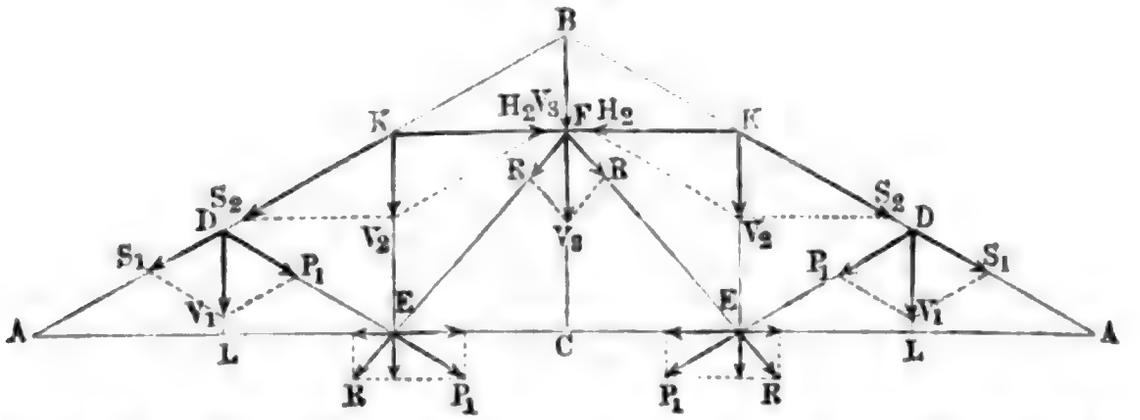
Fig. 175.



eisernen Stange AA, welche mittels eiserner Füße A, A den Schub der Hauptsparren AB, AB (franz. arbalétriers; engl. principal-rafters) aufnimmt. Zur Unterstützung der letzteren dient das aus Streben DE, EF, aus Hängestäben DL, KE, FC, aus einem Kehlbalken KK und aus einer Hängesäule BF zusammengesetzte Hänge- und Sprengwerk. Die Art und Weise, wie die Sparrenlast G von dieser Construction aufgenommen wird, ist aus den Kraftzerlegungen Fig. 176 (a. f. S.) zu ersehen. Die Verticalkraft $V_1 = \frac{1}{3} G$ zerlegt sich in zwei Seitenkräfte P_1 und S_1 nach der Richtung der Strebe DE und der des Sparrens AB; die Verticalkraft $V_2 = \frac{1}{3} G$ hingegen in zwei Seiten-

kräfte H_2 und S_2, nach der Axe des Kehlbalkens und nach der des Sparrens, die Verticalkraft $V_3 = {}^1/_3\, G$ endlich nimmt die Hängesäule BF auf und

Fig. 176.



zerlegt sich in zwei Seitenkräfte R, R, welche auf die Streben EF, EF übergehen. Die Kräfte P_1 und R zerlegen sich ferner in E in Horizontal- und Verticalkräfte, deren Resultanten von den Zugstangen AE, AE und Hängestangen KE, KE aufgenommen werden. Die beiden Componenten von P_1 sind, wenn die Streben DE, DE mit den Sparren AB, AB einerlei Neigung α haben:

$$P_1 \sin.\, \alpha = \frac{G}{6} \text{ und } P_1 \cos.\, \alpha = \frac{G}{6} \operatorname{cotang.}\, \alpha,$$

und die von R sind, wenn α_1 den Neigungswinkel der Streben EF gegen den Horizont ausdrückt:

$$R \sin.\, \alpha_1 = {}^1/_6\, G \text{ und}$$

$$R \cos.\, \alpha_1 = {}^1/_6 \frac{G}{\sin.\, \alpha_1} \cdot \cos \alpha_1 = {}^1/_6\, G \operatorname{cotang.}\, \alpha_1;$$

in Folge dieser Kräfte wird daher die Hängestange KE mit einer Kraft

$$\frac{G}{6} + \frac{G}{6} = \frac{G}{3}$$

und die Zugstange AE mit einer Kraft

$$\frac{G}{6} (\operatorname{cotang.}\, \alpha - \operatorname{cotang.}\, \alpha_1)$$

gespannt. Durch die ersten dieser beiden Kräfte wird V_2 verdoppelt, d. i. $= \frac{G}{3} + \frac{G}{3} = {}^2/_3\, G$, weshalb die Horizontalspannung des Kehlbalkens:

$$H_2 = {}^2/_3\, G \operatorname{cotang.}\, \alpha$$

und daher der horizontale Sparrenschub in A:

$$H = H_1 + H_2 = S_1 \cos.\, \alpha_1 + H_2$$
$$= {}^1/_6\, G \operatorname{cotang.}\, \alpha + {}^2/_3\, G \operatorname{cotang.}\, \alpha = {}^5/_6\, G \operatorname{cotang.}\, \alpha \text{ ausfällt.}$$

Die Durchzugstange ist endlich zwischen A und E mit der Kraft

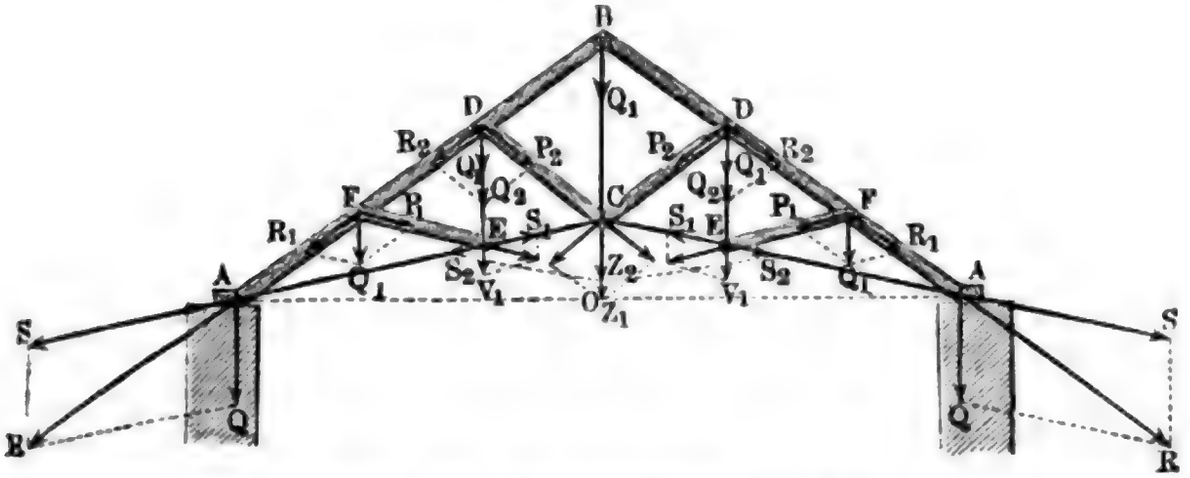
$$H = {}^5/_6\, G \operatorname{cotang.}\, \alpha$$

und zwischen E und E mit der Kraft

$$H_3 = {}^5/_6\, G\, cotang.\, \alpha - {}^1/_6\, G\, (cotang.\, \alpha - cotang.\, \alpha_1)$$
$$= {}^2/_3\, G\, cotang.\, \alpha + {}^1/_6\, G\, cotang.\, \alpha_1 \text{ gespannt.}$$

Die Spannungsverhältnisse eines eisernen Daches, wie Fig. 177, lassen §. 98
sich entweder durch Anwendung des Kräfteparallelogrammes, oder durch An-

Fig. 177.



wendung der Hebeltheorie wie folgt bestimmen. Die Last G eines Sparren AB sei so vertheilt, daß jeder der Zwischenpunkte D und F, ${}^1/_3\, G$, und jeder der Endpunkte A und B, ${}^1/_6\, G$ trage. Diesem zu Folge ist also anzunehmen, daß in jedem der fünf Punkte B, D, D und F, F, die Last $Q_1 = \frac{G}{3}$ niederziehe, und daß jeder der Sparrenfüße A und A mit der Kraft $Q = {}^5/_6\, G$ senkrecht niederdrücke. Ist nun α der Neigungswinkel eines Sparrens AB und α_1 der einer Zugstange AC gegen den Horizont, so erhält man mit Hülfe des Kräfteparallelogramms, dessen eine Seite die Kraft Q ist, den Sparrenschub innerhalb AF:

$$R = \frac{Q\, cos.\, \alpha_1}{sin.\, (\alpha - \alpha_1)},$$

sowie der Stangenzug zwischen A und E:

$$S = \frac{Q\, cos.\, \alpha}{sin.\, (\alpha - \alpha_1)}.$$

Die Last Q_1 in F zerlegt sich in zwei Seitenkräfte P_1 und R_1, wovon die eine durch Druck in der Strebe EF fortgepflanzt wird, während die andere einen Theil des Sparrenschubes ausmacht. Bezeichnet β_1 den Neigungswinkel der Strebe EF gegen den Horizont, so ist

$$P_1 = \frac{Q_1\, cos.\, \alpha}{sin.\, (\alpha + \beta_1)}, \text{ und } R_1 = \frac{Q_1\, cos.\, \beta_1}{sin.\, (\alpha + \beta_1)},$$

wonach noch der Sparrenschub längs FD:

$$R - R_1 = \frac{Q\, cos.\, \alpha_1}{sin.\, (\alpha - \alpha_1)} - \frac{Q_1\, cos.\, \beta_1}{sin.\, (\alpha + \beta_1)} \text{ folgt.}$$

Die Kraft P_1 in der Richtung der Strebe FE zerlegt sich in E in zwei Kräfte S_1 und V_1, wovon

$$S_1 = \frac{P_1 \cos.\beta_1}{\cos.\alpha_1} = \frac{Q_1 \cos.\alpha \cos.\beta_1}{\sin.(\alpha + \beta_1)\cos.\alpha_1}$$ die Stange AE,

und $$V_1 = \frac{P_1 \sin.(\alpha_1 + \beta_1)}{\cos.\alpha_1} = \frac{Q_1 \cos.\alpha \sin.(\alpha_1 + \beta_1)}{\sin.(\alpha + \beta_1)\cos.\alpha_1}$$ die Stange DE ſpannt.

Hiernach iſt die Spannung der Zugſtange AC längs CE:

$$S_2 = S - S_1 = \frac{Q \cos.\alpha}{\sin.(\alpha - \alpha_1)} - \frac{Q_1 \cos.\alpha \cos.\beta_1}{\sin.(\alpha + \beta_1)\cos.\alpha_1}.$$

Die Verticalkraft V_1 vereinigt ſich mit der Laſt Q_1 in D zu einer Vertikalkraft $Q_2 = Q_1 + V_1$, und dieſe giebt nun den Druck in der Strebe CD, deren Neigung gegen den Horizont β_2 ſein möge,

$$P_2 = \frac{Q_2 \cos.\alpha}{\sin.(\alpha + \beta_2)},$$ ſowie die Kraft in der Richtung des Sparrens

$$R_2 = \frac{Q_2 \cos.\beta_2}{\sin.(\alpha + \beta_2)}.$$

In Folge der letzteren iſt der Sparrenſchub innerhalb BD:

$$R_3 = R - R_1 - R_2 = \frac{Q \cos.\alpha_1}{\sin.(\alpha - \alpha_1)} - \frac{Q_1 \cos.\beta_1}{\sin.(\alpha + \beta_1)} - \frac{Q_2 \cos.\beta_2}{\sin.(\alpha + \beta_2)},$$

woraus wieder der Zug in der Stange BC:

$$Z = 2\, R_3 \sin.\alpha - Q_1$$ folgt.

Letzterer iſt auch gleich der Summe von der Mittelkraft aus den Strebedrücken P_2, P_2, d. i.

$$Z_1 = 2\, P_2 \sin.\beta_2 = \frac{2\, Q_2 \cos.\alpha \sin.\beta_2}{\sin.(\alpha + \beta_2)}$$

und von der Mittelkraft aus den Stangenzügen S_2, S_2, d. i.

$$Z_2 = 2\, S_2 \sin.\alpha_1$$

$$= 2\left(\frac{Q \cos.\alpha}{\sin.(\alpha - \alpha_1)} - \frac{Q_1 \cos.\alpha \cos.\beta_1}{\sin.(\alpha + \beta_1)\cos.\alpha_1}\right)\sin.\alpha_1.$$

Führt man ſtatt der Winkel die Seiten des Dachgeſpärres ein, ſo fallen die im Vorſtehenden gefundenen Formeln einfacher und überſichtlicher aus. Es bezeichne

l die Länge des Sparrens AB,

l_1 die Länge der Zugſtange AC,

a die Verticalprojection BO des erſteren,

a_1 die Verticalprojection CO der letzteren,

ferner $h = a - a_1$ die Höhe oder Länge der Zugſtange BC,

b die Horizontalprojection oder halbe Spannweite AO,

$c_1 = \frac{b}{3\cos.\beta_1}$, die Länge der Strebe EF, und

$c_2 = \frac{b}{3\cos.\beta_2}$, die Länge der Strebe CD.

Uebrigens iſt im Dreiecke ABC

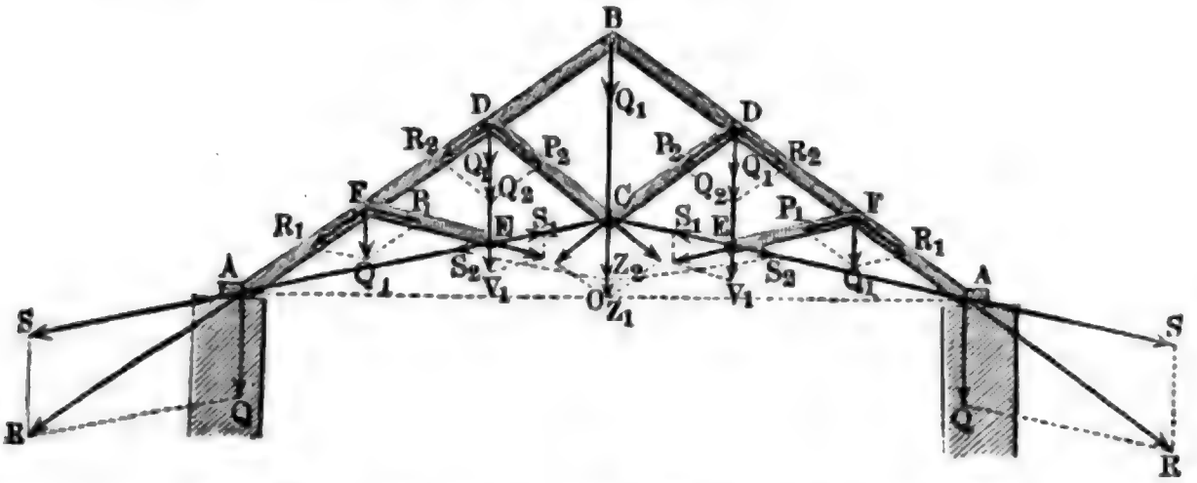
$$l_1^2 = l^2 + h^2 - 2ah,$$

ſowie in den Dreiecken AOB und AOC,

$$l^2 = a^2 + b^2, \text{ und } l_1^2 = a_1^2 + b^2.$$

Es giebt die Auflöſung des Dreieckes ABC:

Fig. 178.



$$\frac{sin.(\alpha - \alpha_1)}{cos.\,\alpha_1} = \frac{h}{l} \text{ und } \frac{sin.(\alpha - \alpha_1)}{cos.\,\alpha} = \frac{h}{l_1},$$

daher folgt zunächſt der Sparrenſchub

$$R = \frac{Ql}{h} = {}^5/_6\,\frac{Gl}{h}, \text{ und der Stangenzug } S = \frac{Ql_1}{h} = {}^5/_6\,\frac{Gl_1}{h}.$$

Ferner iſt $\frac{sin.(\alpha + \beta_1)}{cos.\,\alpha} = \frac{DE}{FE} = \frac{2h}{3c_1}$, und

$\frac{sin.(\alpha + \beta_1)}{cos.\,\beta_1} = \frac{DE}{DF} = \frac{2h}{l}$, daher folgt der Strebendruck

$P_1 = Q_1\,\frac{3c_1}{2h} = {}^1/_2\,G\,\frac{c_1}{h}$ und der Druck auf den Sparren

$R_1 = Q_1\,\frac{l}{2h} = {}^1/_6\,G\,\frac{l}{h}$, ſo daß ſich der Sparrenſchub innerhalb DF:

$R - R_1 = {}^5/_6\,G\,\frac{l}{h} - {}^1/_6\,G\,\frac{l}{h} = {}^2/_3\,G\,\frac{l}{h}$ ergiebt.

Aus dieſem Strebendruck folgen nun, da

$$cos.\,\alpha_1 = \frac{b}{l_1},\ cos.\,\beta_1 = \frac{{}^1/_3\,b}{c_1} = \frac{b}{3c_1} \text{ und}$$

$$\frac{sin.(\alpha_1 + \beta_1)}{cos.\,\alpha_1} = \frac{{}^1/_3\,h}{c_1} = \frac{h}{3c_1} \text{ iſt, die Stangenkräfte}$$

$$S_1 = \frac{P_1\,cos.\,\beta_1}{cos.\,\alpha_1} = {}^1/_2\,G\,\frac{c_1}{h}\cdot\frac{l_1}{3c_1} = {}^1/_6\,G\,\frac{l_1}{h}, \text{ und}$$

$$V_1 = \frac{P_1\,sin.(\alpha_1 + \beta_1)}{cos.\,\alpha_1} = {}^1/_2\,G\,\frac{c_1}{h}\cdot\frac{h}{3c_1} = {}^1/_6\,G.$$

Die Spannung der Stange CE iſt nun

$$S_2 = S - S_1 = {}^5/_6\, G\, \frac{l_1}{h} - {}^1/_6\, G\, \frac{l_1}{h} = {}^2/_3\, G\, \frac{l_1}{h},$$

und die Verticalkraft in D:

$$Q_2 = Q_1 + V_1 = {}^1/_3\, G + {}^1/_6\, G = {}^1/_2\, G.$$

Letztere giebt nun, da

$$\frac{sin.\,(\alpha + \beta_2)}{cos.\,\alpha} = \frac{BC}{CD} = \frac{h}{c_2} \text{ und}$$

$$\frac{sin.\,(\alpha + \beta_2)}{cos.\,\beta_2} = \frac{BC}{BD} = \frac{h}{{}^1/_3\, l} = \frac{3\,h}{l}$$

iſt, den Druck in der Strebe CD:

$$P_2 = \frac{Q_2\ cos.\,\alpha}{sin.\,(\alpha + \beta_2)} = {}^1/_2\, G\, \frac{c_2}{h},$$

und die Kraft, welche auf den Sparren übergeht,

$$R_2 = \frac{Q_2\ cos.\,\beta_2}{sin.\,(\alpha + \beta_2)} = {}^1/_2\, G\, \frac{l}{3\,h} = {}^1/_6\, \frac{G\,l}{h},$$

woraus der Sparrenſchub innerhalb BD:

$$R_3 = R - R_1 - R_2 = {}^2/_3\, G\, \frac{l}{h} - {}^1/_6\, \frac{G\,l}{h} = {}^1/_2\, \frac{G\,l}{h} \text{ folgt.}$$

Nun ergiebt ſich die Zugkraft der Stange BC:

$$Z = 2\,R_3\ sin.\,\alpha - Q_1 = 2\,.\,{}^1/_2\, \frac{G\,l}{h}\, \frac{a}{l} - {}^1/_3\, G = G\left(\frac{a}{h} - {}^1/_3\right).$$

Auch iſt die Mittelkraft aus den Strebendrücken P_2, P_2,

$$Z_1 = 2\,P_2\ sin.\,\beta_2 = 2\,.\,{}^1/_2\, G\, \frac{c_2}{h}\left(\frac{{}^2/_3\,h - {}^1/_3\,a_1}{c_2}\right) = G\left({}^2/_3 - \frac{a_1}{3\,h}\right),$$

und die aus den Stangenzügen S_2 und S_2:

$$Z_2 = 2\,S_2\ \ sin.\,\alpha_1 = {}^4/_3\, G\, \frac{l_1}{h}\, \frac{a_1}{l_1} = {}^4/_3\, G\, \frac{a_1}{h},$$

daher folgt die geſammte Spannung der Stange BC:

$$Z = Z_1 + Z_2 = G\left({}^2/_3 + \frac{a_1}{h}\right) = G\left({}^2/_3 + \frac{a-h}{h}\right) = G\left(\frac{a}{h} - {}^1/_3\right),$$

wie oben.

§. 99 Mit Hülfe der Momente- oder Hebeltheorie ergeben ſich die im Vorſtehenden beſtimmten Spannungen des Dachgeſpärres ABA, Fig 179, wie folgt. Die Reaction Q hält dem Sparrenſchub R und dem Stangenzug S das Gleichgewicht, daher iſt

$$R\,.\,\overline{KL} = Q\,.\,\overline{FN}, \text{ wonach } R = Q\cdot\frac{FN}{KL} \text{ folgt.}$$

$$\text{Aber } \frac{FN}{AF} = \frac{KL}{KF}, \text{ daher}$$

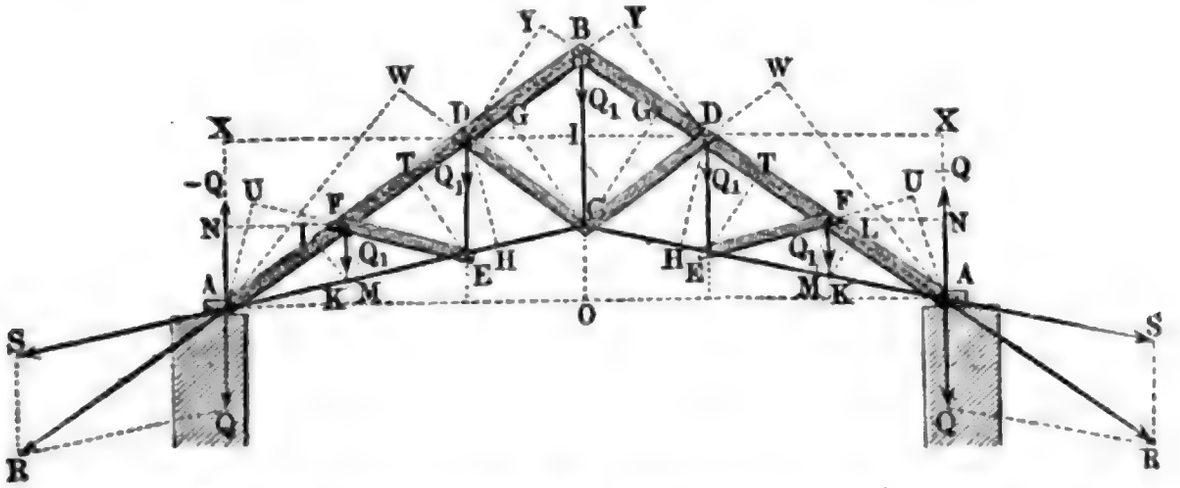
$$\frac{FN}{KL} = \frac{AF}{KF} = \frac{3\,AF}{3\,KF} = \frac{l}{h}, \text{ und } R = \frac{Q\,l}{h} = {}^5/_6\, G\, \frac{l}{h}.$$

Ebenſo hat man $S \cdot \overline{FM} = Q \cdot \overline{FN}$, oder $S = Q \cdot \frac{FN}{FM}$;

Aber $\frac{FN}{AK} = \frac{FM}{FK}$, oder $\frac{FN}{FM} = \frac{AK}{FK} = \frac{3\,AK}{3\,FK} = \frac{l_1}{h}$,

daher hat man $S = Q \cdot \frac{l_1}{h} = {}^5/_6\, G\, \frac{l_1}{h}$, wie auch im vorigen Paragraphen gefunden worden iſt.

Fig. 179.



Ferner hält in Beziehung auf den Stützpunkt A die Kraft P_1 in der Strebe EF der in F wirkenden Laſt Q_1 das Gleichgewicht, weil die Richtungen der Kräfte in AB und AC durch A gehen, und folglich die Momente der letzteren Null ſind. Deshalb iſt $P_1 \cdot \overline{AU} = Q_1\, \overline{NF}$, oder, da

$\frac{AU}{DE} = \frac{FN}{EF}$, alſo $AU = \frac{{}^1/_3\, b \cdot {}^2/_3\, h}{c_1} = {}^2/_9\, \frac{bh}{c_1}$ iſt,

$$P_1 \cdot {}^2/_9\, \frac{bh}{c_1} = Q_1\, \frac{b}{3}, \text{ ſo daß}$$

$$P_1 = {}^3/_2\, Q_1\, \frac{c_1}{h} = {}^1/_2\, G\, \frac{c_1}{h} \text{ folgt.}$$

Um ferner die Spannung $R - R_1$ des Sparrens längs DF zu finden, ſetzen wir das Moment

$$(R - R_1) \cdot \overline{ET} = \text{dem Momente } Q \cdot {}^2/_3\, b - Q_1\, \frac{b}{3},$$

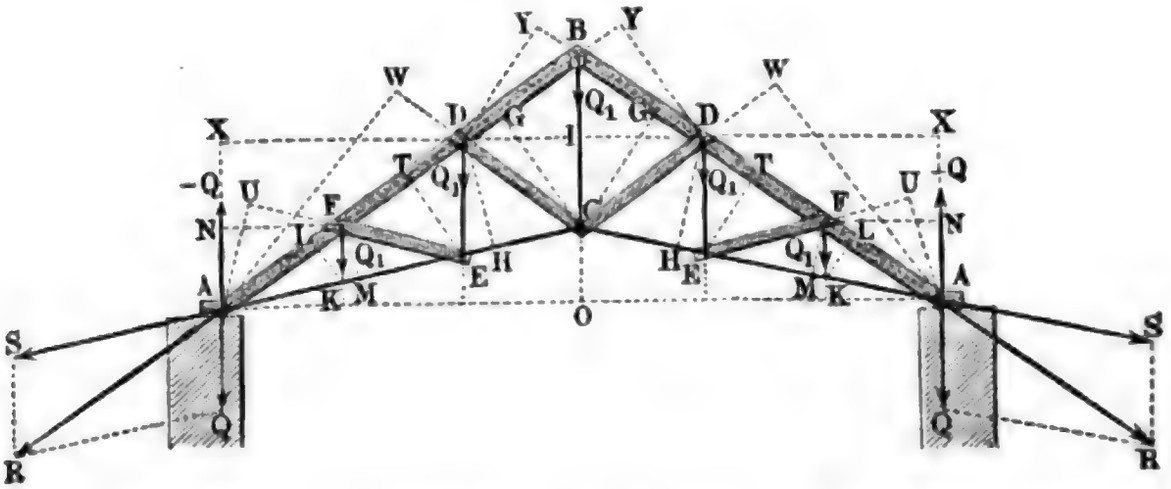
wonach dann, da $\frac{ET}{DE} = \frac{b}{l}$, alſo $ET = \frac{b}{l}\, DE = {}^2/_3\, \frac{bh}{l}$ iſt,

$$R - R_1 = \left(\frac{{}^2/_3\, Qb - {}^1/_3\, Q_1\, b}{{}^2/_3\, bh}\right) l = (Q - {}^1/_2\, Q_1)\, \frac{l}{h} = {}^2/_3\, G\, \frac{l}{h} \text{ folgt.}$$

Die Spannung S_2 des Stückes CE der Stange AC ergiebt ſich, indem man das Moment $S_2 \cdot \overline{DH} = {}^2/_3\, Qb - {}^1/_3 Q_1\, b$ ſetzt. Da $\frac{DH}{DE} = \frac{b}{l_1}$, alſo $DH = {}^2/_3\, \frac{bh}{l_1}$ iſt, ſo folgt hiernach

$$S_2 = (2\,Q - Q_1)\cdot\frac{l_1}{2\,h} = (5/3 - 1/3)\;G\cdot\frac{l_1}{2\,h} = 2/3\;\frac{G\,l_1}{h}.$$

Fig. 180.



Die Spannung Q_2 der Zugſtange DE iſt durch die Momentengleichung $Q_2 \cdot \overline{XD} = Q_1 \cdot \overline{XD} + Q_1 \cdot \overline{NF}$ beſtimmt, welche, da $XD = 2/3\,b$ iſt,

$$Q_2 = \frac{3\,Q_1\,b}{2\,b} = 3/2\;Q_1 = 1/2\;G \text{ giebt.}$$

Für die Spannung P_2 der Strebe CD iſt ferner

$P_2 \cdot \overline{AW} = Q_1 \cdot \overline{NF} + Q_1 \cdot \overline{XD} = Q_1\,b$, und da man $\frac{AW}{AD} = \frac{b}{l}\cdot\frac{h}{CD}$, alſo $AW = \frac{2\,bh}{3\,c_2}$ hat, ſo folgt

$$P_2 = \frac{3\,Q_1\,b\,c_2}{2\,b\,h} = 3/2\;Q_1\,\frac{c_2}{h} = 1/2\;G\,\frac{c_2}{h}.$$

Zur Beſtimmung des Druckes $R - R_1 - R_2$ des oberſten Sparrenſtückes BD dient die Momentengleichung

$$(R - R_1 - R_2)\cdot\overline{CG} = Q\cdot b - Q_1\cdot 2/3\,b - Q_1\,\frac{b}{3} = (Q - Q_1)\,b.$$

Nun iſt aber $\frac{CG}{CB} = \frac{AO}{AB}$, d. i. $CG = \frac{hb}{l}$, daher folgt

$$R - R_1 - R_2 = (Q - Q_1)\,\frac{l}{h} = 1/2\;G\,\frac{l}{h}.$$

Um endlich noch den Zug Z in der Stange BC zu beſtimmen, ſetzen wir in Beziehung auf D als Stützpunkt, das Moment $Z\cdot\overline{DI}$ = dem Moment $(R - R_1 - R_2)\cdot\overline{DY}$ des Sparrenſchubes BD minus dem Momente $Q_1\cdot DI$ der Belaſtung Q_1 im Scheitel B.

Hiernach iſt $Z = 1/2\;G\,\frac{l}{h}\cdot\frac{DY}{DI} - Q_1$, folglich, da

$$\frac{DY}{DD} = \frac{a}{l}, \text{ alſo } \overline{DY} = \frac{a}{l}\,\overline{DD} = \frac{2\,a}{l}\,\overline{DI} \text{ iſt,}$$

$$Z = G\,\frac{a}{h} - \frac{G}{3} = G\left(\frac{a}{h} - 1/3\right),$$

ganz in Uebereinſtimmung mit den Reſultaten des vorigen Paragraphen.

Wenn ein Gespärre **keinen Durchzug** hat, so muß der Sparrenschub H von den Seiten- oder Stützmauern des Gebäudes aufgenommen werden, und es sind die **Sparren** durch Bänder und Zangen mit einander zu verbinden, sowie durch Streben zu stützen. In den Figuren 181, 182 und 183 (a. S. 229, 230 und 231) sind drei solche Gespärre abgebildet. Bei der Bestimmung des horizontalen Sparrenschubes gilt auch die §. 82 mitgetheilte Regel. Ist G das Gewicht des halben Gespärres ACB, ferner a die Höhe AE des Forstes B über dem Fuße des Gespärres und s der Horizontalabstand AD des letzteren Punktes von der verticalen Schwerlinie SD des Gespärres, so hat man den Horizontalschub am Fuße A und im Scheitel B:

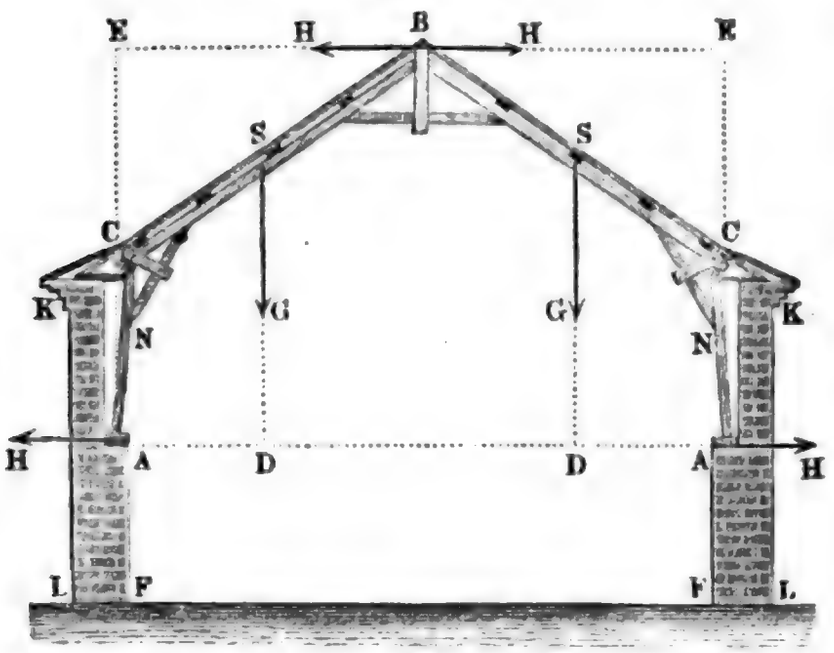
§. 100

$$H = \frac{G\,s}{a}.$$

Die Richtigkeit dieser Formel wird durch die Versuche **Ardant's** (siehe das am Ende des Capitels angeführte Werk) vollkommen bestätigt; nach diesen ist für die hier abgebildeten Gespärre:

$$H = 0{,}44\,G.$$

Fig. 181.



Aus dieser Formel sowie aus **Ardant's** Versuchen folgt, daß der Schub H um so kleiner ausfällt, je mehr sich der Schwerpunkt der Sparrenlast dem Fußpunkte A des Sparrens in horizontaler Richtung nähert.

Für ein **halbkreisförmiges Sparrwerk** mit gleichförmiger Belastung wäre z. B. nach Band I, §. 107:

$$\frac{s}{a} = 1 - {}^{7}/_{11} = {}^{4}/_{11}, \text{ daher auch:}$$

$$H = {}^{4}/_{11}\,G = 0{,}36\,G,$$

während **Ardant's** Versuche

$$H = 0{,}32\,G \text{ geben.}$$

Bildet das Gespärre einen **flachen Parabelbogen**, so ist nach §. 77 bei gleichmäßiger Belastung, der Sparrenschub

$$Q = \frac{q b^2}{2 a}, \text{ d. i. } H = \frac{G b}{2 a},$$

was mit der zuletzt gefundenen Formel $H = \frac{G s}{a}$ ebenfalls übereinſtimmt, da b die halbe Spannweite und a die Dachhöhe bezeichnet.

Bogengeſpärre, ſie mögen aus über einander liegenden krumm gebogenen Holzſchienen, oder aus neben einander liegenden krumm geſchnittenen Holzbohlen beſtehen, geben denſelben Horizontalſchub wie gerade Geſpärre. Dagegen läßt ſich der Sparrenſchub durch die Verbindung der Sparren unter einander mittels Bänder, Durchzüge u. ſ. w. herabziehen, weil ſich dadurch beide Geſpärrhälften einem einzigen ſtarren Körper mehr nähern, welcher natürlich keinen Horizontalſchub äußert.

Die Stärke der Mauer, welche den Sparrenſchub auszuhalten hat, iſt wie die einer Widerlagsmauer für Gewölbe (ſ. §. 27) zu berechnen.

Bezeichnen wir die Höhe und Breite des inneren Mauerſtücks AF durch h_1 und b_1 und die Höhe und Breite des äußeren Mauerſtückes KL durch h_2 und b_2, ferner den auf je 1 Fuß Mauerlänge kommenden Sparrenſchub durch H_1, und die auf eben dieſe Länge kommende Sparrenlaſt durch G_1, endlich noch die Dichtigkeit der Mauermaſſe durch γ, ſo haben wir bei dreifacher Sicherheit:

$$3 H_1 h_1 = G_1 (\tfrac{1}{2} b_1 + b_2) + (\tfrac{1}{2} b_1 + b_2) b_1 h_1 \gamma + \tfrac{1}{2} b_2^2 h_2 \gamma,$$

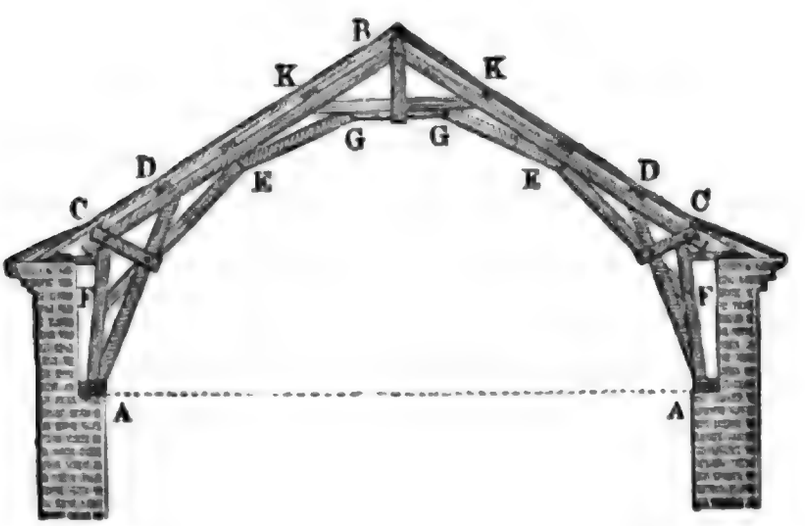
und es läßt ſich nun hieraus entweder b_1 oder b_2 berechnen. Zur Beſtimmung von b_2 hat man z. B. die quadratiſche Gleichung

$$\tfrac{1}{2} h_2 \gamma . b_2^2 + (G_1 + b_1 h_1 \gamma) . b_2 = 3 H_1 h_1 - \tfrac{1}{2} G_1 b_1 - \tfrac{1}{2} b_1^2 h_1 \gamma$$

aufzulöſen.

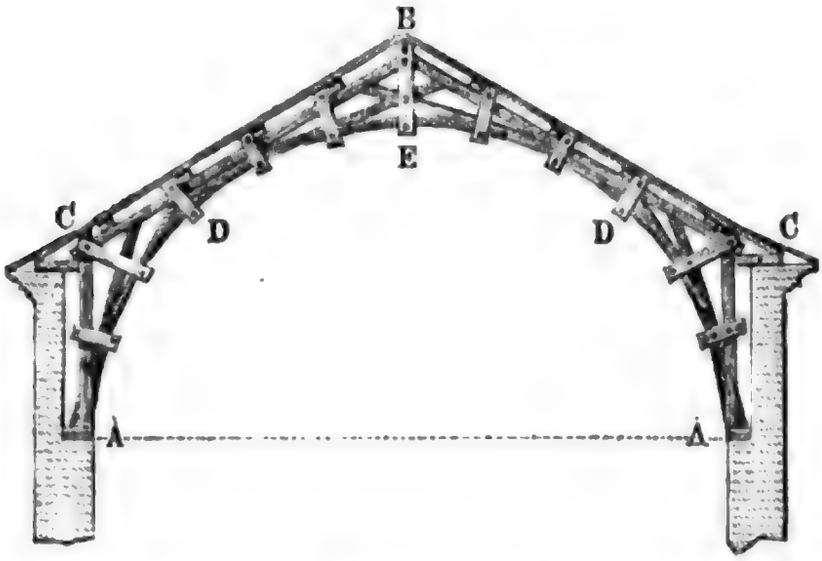
§. 101 Bei großen Spannweiten ſind die Sparren durch Streben oder Bögen zu ſtützen, weil ſie ſonſt der Belaſtung nicht hinreichenden Widerſtand leiſten können. In Fig. 182 wird ein Sparrwerk vor Augen geführt.

Fig. 182.



wo die Sparren BC, BC durch Streben AD, EF, EG, einen Kehlbalken KK, einen Spannriegel GG u. ſ. w. unterſtützt werden. Bei dem Sparrwerk in Fig. 181 iſt es ein aus Streben zuſammengeſetzter Bogen $ADEDA$, welcher die Sparren BC, BC ſtützt.

Fig. 183.

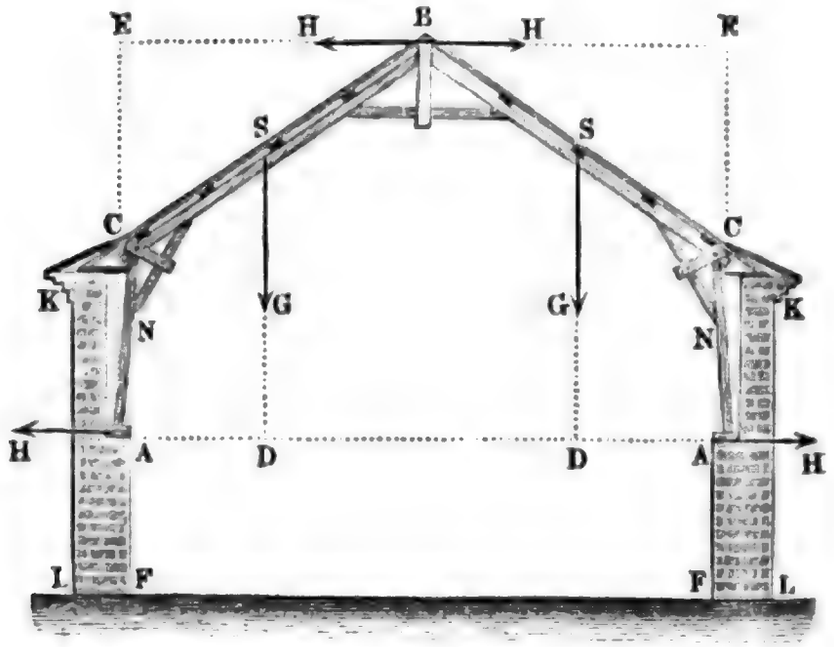


Die Stärken der Theile eines Geſpärres ſind vorzüglich nach der Theorie der zuſammengeſetzten Feſtigkeit (ſ. Band I, §. 270 ꝛc.) zu berechnen, da dieſe Hölzer meiſt der Biegung und Ausdehnung oder Zuſammendrückung zugleich ausgeſetzt ſind. Bei einem Geſpärre wie Fig. 184 (und Fig. 185 a. f. S.) wird dieſe Rechnung auf folgende Weiſe geführt.

Für den Sparren BC iſt das Moment zum Abbrechen in ſeiner Mitte S

$$M = {}^1/_2\, Hl \sin.\alpha - {}^1/_8\, Gl \cos.\alpha,$$

Fig. 184.



wenn l die Länge, α den Neigungswinkel und G das Gewicht deſſelben bezeichnet. Außerdem wird dieſer Sparren noch mit einer Kraft

$$S = H\cos.\alpha + {}^1/_2\, G \sin.\alpha$$

zuſammengedrückt; es iſt daher für den Querſchnitt bh dieſes Balkens die Formel:

$$bh = \frac{S}{T} + \frac{6\,M}{H\,T}$$ (ſ. Band I, §. 205 und §. 235)

zu ſetzen, oder wenn man den Tragmodul für den Druck $T = 500$, und den für die Biegung $T = 1200$ Pfund annimmt:

$$bh = \frac{S}{500} + \frac{M}{200\,h}.$$

Für das Abbrechen des Sparrens AC um ſeine Mitte N iſt dagegen, wenn l_1 die Länge, α_1 den Neigungswinkel und G_1 das Gewicht deſſelben bezeichnet, das Moment:

$$M_1 = {}^1/_8\, G_1 l_1 \cos.\alpha_1 + {}^1/_2\, G(l\cos.\alpha + l_1\cos.\alpha_1) - H(l\sin.\alpha + {}^1/_2\, l_1 \sin.\alpha_1);$$

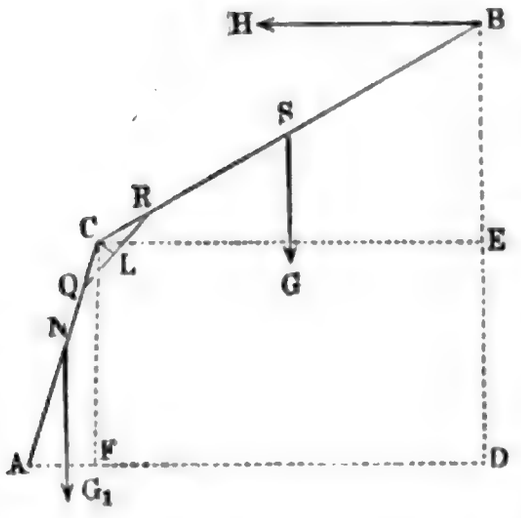
ferner iſt die Compreſſionskraft des Sparrens:

$$S_1 = H\cos.\alpha_1 + (G + {}^1/_2\, G_1)\sin.\alpha_1,$$

und der Querſchnitt deſſelben:

$$b_1 h_1 = \frac{S_1}{500} + \frac{M_1}{200\,h_1}.$$

Fig. 185.



Für eine Drehung um die Ecke C iſt das Moment

$$M_2 = {}^1/_2\, G\, l \cos.\alpha - H l \sin.\alpha,$$

und der nöthige Querſchnitt der Strebe QR,

$$= \frac{M_2}{\overline{CL}.\,T_1} = \frac{M_2}{500\,d},$$

wenn d den Abſtand $\overline{CL}$ des Eckpunktes C von der Strebe QR bezeichnet.

Für dieſe Berechnung kann man die folgenden Erfahrungsreſultate zu Grunde legen:

Ein Quadratfuß Ziegeldach wiegt 12 Pfund,
„ „ Schieferdach „ 7½ „
„ „ Zinkdach „ 5 „

Hierzu kommt noch auf jeden Quadratfuß 15 bis 20 Pfund zufällige Belaſtung durch Schnee und Wind, und außerdem noch 0,15 bis 0,20 Cubikfuß Holz, welches an Gewicht 4 bis 10 Pfund ausmacht, da ein

Cubikfuß Tannenholz 25 bis 40 Pfund und ein Cubikfuß Eichenholz 40 bis 50 Pfund wiegt.

Beiſpiel. Bei einem Ziegeldach, wie Fig. 184 und 185, ſei die Länge des oberen Sparrens, $BC = l = 30$ Fuß, die des unteren, $AC = l_1 = 15{,}5$ Fuß, ferner der Neigungswinkel des erſteren, $\alpha = 30^0$ und der des letzteren, $\alpha_1 = 75^0$; man ſucht die nöthigen Stärken dieſer Conſtruction. Nehmen wir die Laſt des Daches auf jeden Quadratfuß $= 12 + 8 + 20 = 40$ Pfund an, und ſetzen wir voraus, daß die Geſpärre 6 Fuß von einander abſtehen. Die ganze Laſt eines Sparrens BC iſt hiernach:

$$G = 30 \,.\, 6 \,.\, 40 = 7200 \text{ Pfund},$$

und die eines Sparrens AC:

$$G_1 = 15{,}5 \,.\, 6 \,.\, 40 = 3720 \text{ Pfund},$$

folglich iſt der Sparrenſchub:

$$H = [\tfrac{1}{2} G_1 l_1 \cos.\alpha_1 + G\,(l_1 \cos.\alpha_1 + \tfrac{1}{2} l \cos.\alpha)] : (l \sin.\alpha + l_1 \sin.\alpha_1)$$
$$= [1860 \,.\, 15{,}5 \,.\, \cos.75^0 + 7200(15{,}5 \cos.75^0 + 15 \cos.30^0)] : (30 \sin.30^0 + 15{,}5 \sin.75^0)$$
$$= (28830 \,.\, 0{,}2588 + 7200 \,.\, 17) : (15 + 14{,}97)$$
$$= \frac{129861}{29{,}97} = 4333 \text{ Pfund}.$$

Für den Bruch in der Mitte S des Sparrens BC, Fig. 183, iſt nun das Moment:

$$M = \tfrac{1}{2} Hl \sin.\alpha - \tfrac{1}{8} Gl \cos.\alpha = 2166{,}5 \,.\, 15 - 900 \,.\, 25{,}98$$
$$= 32497 - 23382 = 9115 \text{ Fußpfund} = 109380 \text{ Zollpfund},$$

und die Spannung:

$$S = H \cos.\alpha + \tfrac{1}{2} G \sin.\alpha = 4333 \,.\, 0{,}8660 + 3600 \,.\, \tfrac{1}{2} = 5552 \text{ Pfund},$$

folglich hat man für den Querſchnitt dieſes Sparrens:

$$bh = \frac{S}{500} + \frac{M}{200\,h} = \frac{5552}{500} + \frac{109380}{200\,h} = 11{,}1 + \frac{546{,}9}{h},$$

alſo, wenn man $h = \tfrac{7}{5} b$ macht:

$$\tfrac{49}{25} b^3 = 11{,}1 \,.\, \tfrac{7}{5} b + 546{,}9,$$

folglich die Sparrenbreite:

$$b = \sqrt[3]{279 + 7{,}9\,b} = 7 \text{ Zoll}$$

und die Sparrenhöhe:

$$h = \tfrac{7}{5} \,.\, 7 = \tfrac{49}{5} = 9\tfrac{4}{5},$$

alſo nahe 10 Zoll.

Für den Bruch in der Mitte N des Sparrens AC iſt ferner das Moment:

$$M_1 = \tfrac{1}{8} G_1 l_1 \cos.\alpha_1 + \tfrac{1}{2} G\,(l \cos.\alpha + l_1 \cos.\alpha_1) - H\,(l \sin.\alpha + \tfrac{1}{2} l_1 \sin.\alpha_1)$$
$$= \tfrac{1}{8} \,.\, 3720 \,.\, 4{,}01 + 3600\,(25{,}98 + 4{,}01) - 4333\,(15 + 7{,}485)$$
$$= 465 \,.\, 4{,}01 + 3600 \,.\, 29{,}99 - 4333 \,.\, 22{,}485 = 109828 - 97428$$
$$= 12400 \text{ Fußpfund} = 148800 \text{ Zollpfund},$$

und die Spannung:

$$S_1 = H \cos.\alpha_1 + (G + \tfrac{1}{2} G_1) \sin.\alpha_1 = 4333 \,.\, 0{,}2588 + (7200 + 1860) \,.\, 0{,}5$$
$$= 1121 + 4530 = 5651 \text{ Pfund};$$

hiernach hat man für den Querſchnitt dieſes Sparrens:

$$b_1 h_1 = \tfrac{5651}{500} + \frac{148800}{200\,h_1} = 11{,}3 + \frac{744}{h_1},$$

folglich, wenn man $h_1 = \tfrac{7}{5} b_1$ annimmt, die Sparrenbreite:

$$b_1 = \sqrt[3]{379 + 8{,}07\, b_1} = 7{,}6 \text{ Zoll},$$

und die Sparrendicke:

$$h_1 = 1{,}4 \,.\, b_1 = 10{,}64 \text{ Zoll}.$$

Das Moment zum Drehen um die Sparrenecke C iſt endlich:

$$M_2 = \tfrac{1}{2}\, Gl \cos.\alpha - Hl \sin.\alpha = 3600 \,.\, 25{,}98 - 4333 \,.\, 15$$
$$= 93528 - 64995 = 28533 \text{ Fußpfund};$$

ſteht demnach die Strebe QR um $CL = 1$ Fuß von C ab, ſo iſt der nöthige Querſchnitt dieſer Strebe:

$$F = {}^{28533}/_{500} = 57 \text{ Quadratzoll}.$$

Aus dem Horizontalſchube $H = 4333$ Pfund und dem Abſtande $a = 6$ Fuß je zweier Geſpärre von einander folgt der Horizontalſchub für den laufenden Fuß Mauer:

$$H_1 = {}^{4333}/_{6} = 722 \text{ Pfund},$$

und ebenſo aus der Laſt $G = 10920$ Pfund eines Geſpärres der Verticaldruck auf den laufenden Fuß Mauer:

$$G_1 = {}^{10920}/_{6} = 1820 \text{ Pfund};$$

iſt nun noch die innere Mauer AF, Fig. 182, 30 Fuß hoch und 1 Fuß dick, hat der Aufſatz AK eine Höhe von 6 Fuß, und wiegt ein Cubikfuß Mauer 125 Pfund, ſo hat man, da nach dem vorigen Paragraphen

$$\tfrac{1}{2} h_2 b_2^2 \gamma + (G_1 + b_1 h_1 \gamma)\, b_2 = 3\, H_1 h_1 - \tfrac{1}{2}\, G_1 b_1 - \tfrac{1}{2}\, b_1^2 h_1 \gamma$$

iſt:

$$18 \,.\, 125\, b_2^2 + (1820 + 30 \,.\, 125)\, b_2 = 90 \,.\, 722 - \tfrac{1}{2} \,.\, 1820 - \tfrac{1}{2} \,.\, 30 \,.\, 125$$

d. i. $2250\, b_2^2 + 5570\, b_2 = 62195$, oder $b_2^2 + 2{,}476\, b_2 = 27{,}64$,

daher:

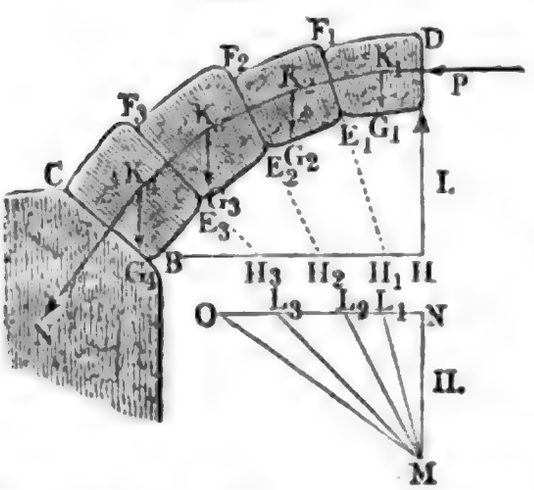
$$b_2 = -1{,}24 + \sqrt{27{,}64 + 1{,}54} = -1{,}24 + 5{,}40 = 4{,}16 \text{ Fuß},$$

alſo iſt die erforderliche ganze Mauerdicke:

$$b = b_1 + b_2 = 1 + 4{,}16 = 5{,}16 \text{ Fuß}.$$

§. 102 Die zuſammengeſetzten Sprengwerke kommen vorzüglich auch bei den ſogenannten Lehrgerüſten der Gewölbe (franz. cintres; engl. centres) vor. Dieſe Conſtructionen haben den Zweck, die Gewölbe während ihrer Aufführung zu unterſtützen. Es handelt ſich hier vorzüglich darum, die Kräfte kennen zu lernen, mit welchen die Gewölbſteine vermöge ihrer Schwere auf ihren Lagerflächen herabzugleiten ſuchen. Behalten wir die in §. 21 gebrauchten Bezeichnungen bei, bezeichnen wir auch hier die Gewichte der Gewölbſtücke $AF_1, E_1F_2, E_2F_3 \ldots$, Fig. 186, durch $G_1, G_2, G_3 \ldots$, und die Neigungswinkel der Gewölbfugen E_1F_1, E_2F_2, $E_3F_3 \ldots$ gegen den Horizont durch $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \ldots$, dagegen die Kräfte, welche in den Richtungen der Gewölbfugen E_1F_1, E_2F_2, $E_3F_3 \ldots$ dem Herabgleiten der Steine $G_1, G_2, G_3 \ldots$ entgegenwirken, durch $Q_1, Q_2, Q_3 \ldots$

Fig. 186.



Zunächſt iſt (nach Band I, §. 176) die Kraft in der Richtung $E_1 F_1$, welche das Herabgleiten des erſten Steines verhindert:

$$Q_1 = G_1 (\sin. \alpha_1 - \varphi \cos. \alpha_1).$$

Da die Richtung dieſer Kraft den Winkel $\alpha_1 - \alpha_2$ mit der Fuge $E_2 F_2$ bildet, ſo läßt ſich dieſe Kraft in die Seitenkräfte $Q_1 \cos.(\alpha_1 - \alpha_2)$ und $Q_1 \sin.(\alpha_1 - \alpha_2)$ parallel und rechtwinkelig zu $E_2 F_2$ zerlegen, und es iſt daher die Kraft, mit welcher $G_1 + G_2$ auf $E_2 F_2$ herabzugleiten ſucht:

$$(G_1 + G_2) \sin. \alpha_2 - Q_1 \cos.(\alpha_1 - \alpha_2),$$

und die Reibung, welche dieſem Herabgleiten entgegenwirkt:

$$\varphi [(G_1 + G_2) \cos. \alpha_2 - Q_1 \sin.(\alpha_1 - \alpha_2)],$$

folglich die nöthige Kraft in der Richtung der Fuge $E_2 F_2$, um den Stein $E_2 F_2$ zu ſtützen:

$$\begin{aligned} Q_2 &= (G_1 + G_2) \sin. \alpha_2 - Q_1 \cos.(\alpha_1 - \alpha_2) \\ &\qquad - \varphi [(G_1 + G_2) \cos. \alpha_2 - Q_1 \sin.(\alpha_1 - \alpha_2)] \\ &= (G_1 + G_2)(\sin. \alpha_2 - \varphi \cos. \alpha_2) \\ &\qquad - Q_1 [\cos.(\alpha_1 - \alpha_2) - \varphi \sin.(\alpha_1 - \alpha_2)]. \end{aligned}$$

Auf demſelben Wege findet man die Kraft in der Richtung $E_3 F_3$ zum Stützen des dritten Gewölbſteines:

$$\begin{aligned} Q_3 = (G_1 + G_2 + G_3)&(\sin. \alpha_3 - \varphi \cos. \alpha_3) \\ &- Q_1 [\cos.(\alpha_1 - \alpha_3) - \varphi \sin.(\alpha_1 - \alpha_3)] \\ &- Q_2 [\cos.(\alpha_2 - \alpha_3) - \varphi \sin.(\alpha_2 - \alpha_3)]; \end{aligned}$$

ebenſo die Kraft gegen das Herabgleiten eines vierten Steines $E_4 F_4$:

$$\begin{aligned} Q_4 = (G_1 + G_2 + G_3 + G_4)&(\sin. \alpha_4 - \varphi \cos. \alpha_4) \\ &- Q_1 [\cos.(\alpha_1 - \alpha_4) - \varphi \sin.(\alpha_1 - \alpha_4)] \\ &- Q_2 [\cos.(\alpha_2 - \alpha_4) - \varphi \sin.(\alpha_2 - \alpha_4)] \\ &- Q_3 [\cos.(\alpha_3 - \alpha_4) - \varphi \sin.(\alpha_3 - \alpha_4)]. \end{aligned}$$

U. ſ. w.

Dieſe Kräfte ſind auch wirklich von dem Lehrgerüſte unmittelbar vor dem Schluſſe des Gewölbes aufzunehmen.

Es iſt übrigens hiernach leicht zu ermeſſen, daß der Druck eines Gewölbſteines gegen das Lehrgerüſte abnimmt, wenn man über denſelben nach und nach noch andere Gewölbſteine legt. Der letzte von den Gewölbſteinen, welche keinen Druck auf das Gerüſte ausüben, liegt über der Fuge, deren Neigungswinkel α_n durch die Gleitung $tang. \alpha_n = \varphi$ (ſ. Band I, §. 172) beſtimmt iſt. Kommt nun auf dieſen ein zweiter Stein G_{n-1} mit der Fugenneigung α_{n-1}, ſo hat man dann die Kraft zum Stützen dieſes zweiten Steines:

$$Q_{n-1} = G_{n-1} (\sin. \alpha_{n-1} - \varphi \cos. \alpha_{n-1}),$$

und dagegen die zum Stützen des erſteren:

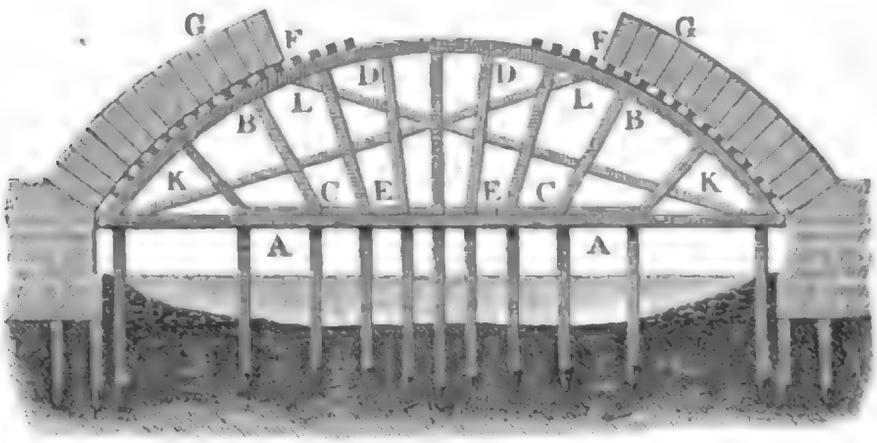
$$\begin{aligned} Q_n &= (G_n + G_{n-1}) (\sin. \alpha_n - \varphi \cos. \alpha_n) \\ &\qquad - Q_{n-1} [\cos.(\alpha_{n-1} - \alpha_n) - \varphi \sin.(\alpha_{n-1} - \alpha_n)] \\ &= - Q_{n-1} [\cos.(\alpha_{n-1} - \alpha_n) - \varphi \sin.(\alpha_{n-1} - \alpha_n)], \end{aligned}$$

alſo negativ. Es iſt folglich wohl nöthig, die Gewölbſteine in den Seiten des Gewölbes gegen das Ausſchieben durch Belaſtung von oben zu ſchützen.

§. 103 Die Lehrgerüſte beſtehen in der Regel aus zwei, drei oder mehreren Kränzen, welche von unten durch Streben unterſtützt werden, und durch Latten, die ſogenannten Schaallatten (franz. couchis; engl. bolstres) bedeckt werden, auf die nun die Gewölbſteine mit ihren inneren Flächen zu liegen kommen. Die Streben ſtemmen ſich entweder gegen die Widerlagspfeiler, oder ſie kommen auf feſteingerammte Pfähle oder auf beſonders zu dieſem Zwecke aufgeführte Pfeiler zu ſtehen. Damit ſich das durch die Gewölbſteine belaſtete Gerüſte ſo wenig wie möglich in ſeiner Form verändere, iſt nöthig, daß die Streben deſſelben gegen das Biegen und Nachgeben geſichert ſind.

Ein geſtütztes Lehrgerüſte, d. i. ein ſolches, deſſen Stützen ſich unter dem Gewölbe ſelbſt befinden, iſt in Fig. 187 abgebildet. Man ſieht hier

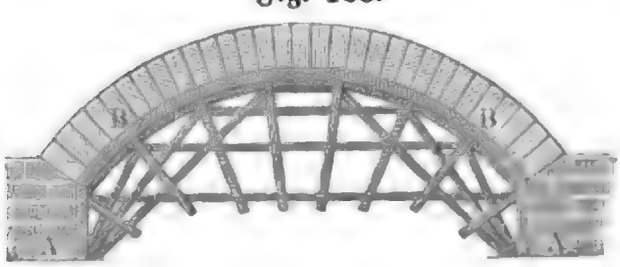
Fig. 187.



bei *A*, *A* eine Reihe von Pfählen, auf welchen das Gerüſte mittels der Streben *B C*, *D E* u. ſ. w. ruht; auch bemerkt man in *F*, *F*... die Schaallatten, auf welchen die Gewölbſteine *G*, *G* zunächſt ruhen. Um das Biegen der Streben zu verhindern, ſind noch die Zangen *K L*, *K L* eingezogen.

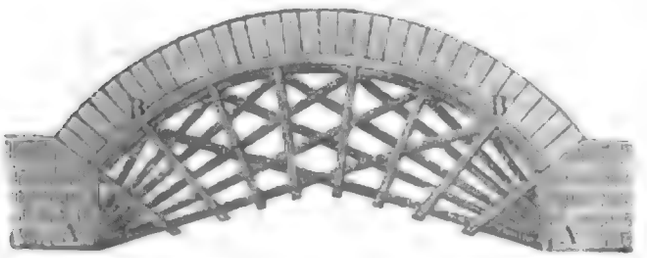
In den Figuren 188 und 189 werden zwei geſprengte Lehrgerüſte vor Augen geführt, welche ſich gegen die Widerlagspfeiler *A*, *A* ſtützen; bei dem erſteren Gerüſte befindet ſich zwiſchen je zwei zuſammengehörigen Streben ein Spannriegel, deshalb muß hier das Gewölbe gleichzeitig von beiden Seiten *B* und *B* her aufgeführt werden; bei dem zweiten Gerüſte ſtemmen ſich je zwei Streben unmittelbar gegen einander, weshalb

Fig. 188.



auch hier Gewölbsteine auf der einen Seite eher gelegt werden können, als auf der anderen Seite. Auch hier sind Bänder oder Zangen angebracht, um das Biegen der Streben zu verhindern.

Fig. 189.



Damit sich das geschlossene Gewölbe allmälig und ohne Nachtheile setzen könne, muß die Ausrüstung desselben nach und nach vorgenommen werden, und deshalb läßt man das Gerüste gewöhnlich auf Keilen ruhen, welche man nach Vollendung des Gewölbes nur nach und nach zu lüften braucht, um die allmälige Senkung des Gewölbes zu bewirken. Diese Keile können entweder zwischen den Pfählen und dem Hauptträger, oder zwischen diesem und den Streben, oder endlich zwischen den letzteren und den Lehrbögen angebracht werden. Auch hat man in neuerer Zeit statt der Keile starke eiserne Schrauben, sowie Sandsäcke u. s. w. angewendet, um die starken Erschütterungen, welche beim Zurücktreiben der Keile vorkommen, zu vermeiden.

Die Kräfte, welche die Streben auszuhalten, lassen sich nach §. 57 leicht finden. Ist Q der Normaldruck, welchen ein Strebenpaar aufzunehmen hat, und sind δ_1 und δ_2 die Winkel, um welche die Axen dieser Streben von der Richtung dieser Kraft abweichen, so hat man die Kräfte, welche auf diese Streben übergehen:

$$S_1 = \frac{Q \sin. \delta_2}{\sin. (\delta_1 + \delta_2)} \text{ und } S_2 = \frac{Q \sin. \delta_1}{\sin. (\delta_1 + \delta_2)}.$$

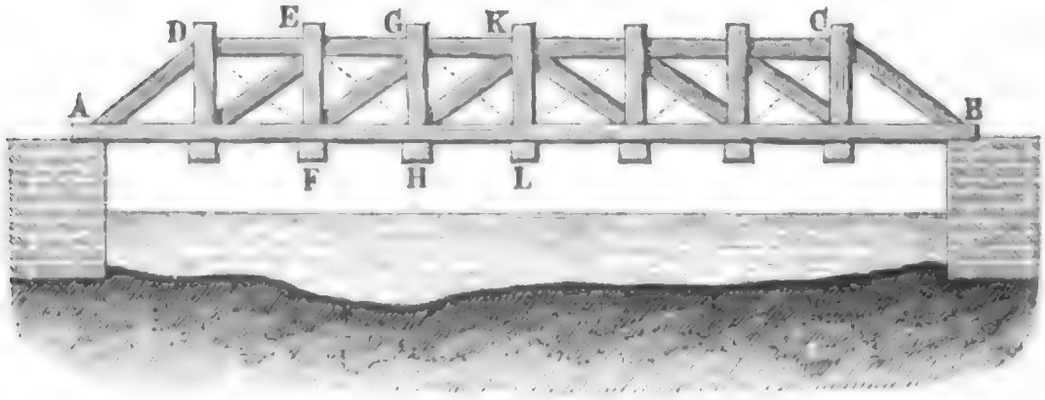
Hölzerne Brücken. Sehr zusammengesetzte Holzconstructionen kommen bei den hölzernen Brücken (franz. ponts en bois; engl. timber bridges) von großer Spannweite vor. Diese Brücken ruhen entweder auf steinernen oder auf hölzernen Pfeilern. Die letzteren sind entweder mit Steinen ausgefüllte Blockkästen, oder sie sind aus einer oder zwei Pfahlreihen bestehende und durch Schwellen verbundene Joche. Die Brücken selbst sind nach sehr verschiedenen Systemen aufgeführt. Das eine Brückensystem besteht in einer Verbindung von Hänge- und Sprengwerken, wie wir oben §. 56 u. s. w. schon mehrere behandelt haben; ein anderes System besteht aus Holzbögen, welche aus über einander liegenden Balken oder Bohlen zusammengesetzt sind (s. §. 81); ein drittes System besteht aus geraden, durch Streben und Bolzen mit einander verbundenen Balken, den sogenannten Gitterbalken (franz. poutres en treillis; engl. lattice trusses). Die älteren Brücken in Schaffhausen, Zürich, Wettingen u. s. w. sind zusammengesetzte Hänge- und Sprengwerke mit einer Menge von über einander §. 104

weggreifenden Streben, und zwei- oder dreifachen Balken oder Rippen. Hölzerne Bogenbrücken sind von Wiebeking in Bamberg, Freysing und in späteren Zeiten von Burr zu Trenton über den Delaware aufgeführt worden. Bei den Wiebeking'schen Brücken läuft die Brückenbahn über dem Bogen weg; bei der Brücke von Burr ist hingegen die Brückenbahn mittels eiserner Stäbe an die Holzbögen aufgehangen. Im ersteren Falle hat man es also mit einer Bogensprang- und im zweiten mit einer Bogenhängwerkbrücke zu thun. Viele ältere Holzbrücken bestehen aus einer Verbindung von einem Bogen mit einem Häng- und Sprengwerke.

Eine große Verbreitung haben in der neueren Zeit die Gitter- und Fachwerksbrücken (s. §. 62) erlangt, namentlich sind viele derartige Brücken in Nordamerika ausgeführt worden.

Zu diesem Brückensysteme gehört gewissermaßen die in Fig. 190 abgebil-

Fig. 190.

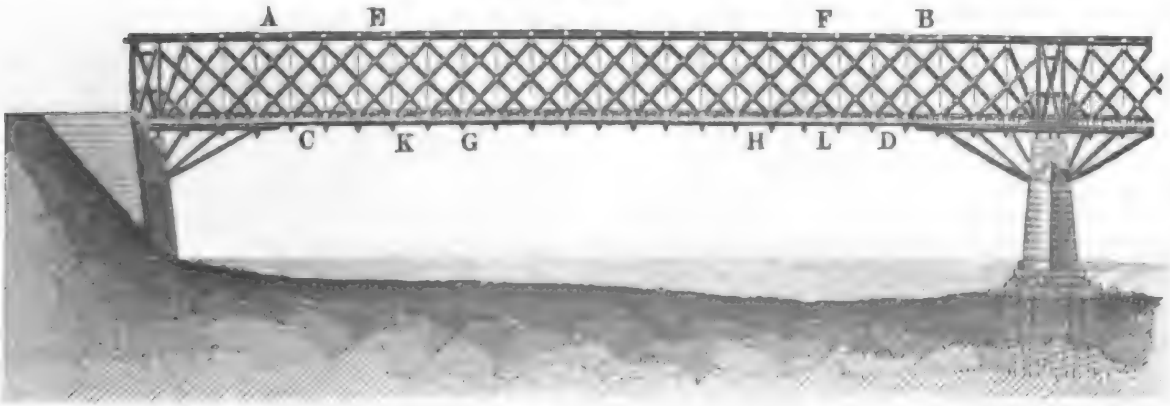


dete Brücke von Palladio. Es ist hier $ABCD$ ein gewöhnliches Hängewerk; der Spannriegel besteht aber aus kürzeren Stücken $DE, EG\ldots$, welche sich gegen dazwischen eingesetzte Hängesäulen $EF, GH\ldots$ stemmen, die den Balken oder die Rippe AB mittels Träger $F, H\ldots$ unterstützen. Zwischen je zwei Hängesäulen sind die Streben $FG, HK\ldots$ eingesetzt, welche der Construction erst eine größere Haltbarkeit geben, weil sie durch ihre rückwirkende Festigkeit der Verschiebung der Rechtecke EH, $GL\ldots$ in schiefwinkelige Parallelogramme entgegenwirken, welche bei der Biegung des Ganzen eintritt. Statt dieser Streben kann man auch Eisenstäbe EH; $GL\ldots$ einziehen, welche durch ihre absolute Festigkeit der Verschiebung der Parallelogramme entgegenwirken. In dieser Art ist z. B. von Wernwag die obere Shuylkill-Brücke bei Philadelphia ausgeführt; da diese Brücke auch auf dreifachen Bogenrippen ruht, so gehört sie jedoch mehr dem zweiten Systeme an.

Die meiste Verbreitung haben die Gitterbrücken nach Howe's System. Eine Seitenansicht von einer solchen Brücke zeigt Fig 191. Diese Brücke besteht aus zwei Gitterwänden, deren Hauptträger AB und CD aus je drei neben einander liegenden Balken bestehen. Deshalb besteht auch eine Tragwand aus lauter doppelten Hauptstreben $CE, DF\ldots$, welche sich

gegen die beiden äußerſten Balken ſtemmen, und aus zwiſchen inne ſtehenden Gegenſtreben $EG, FH\ldots$, welche mit dem mittleren Balken verbunden ſind.

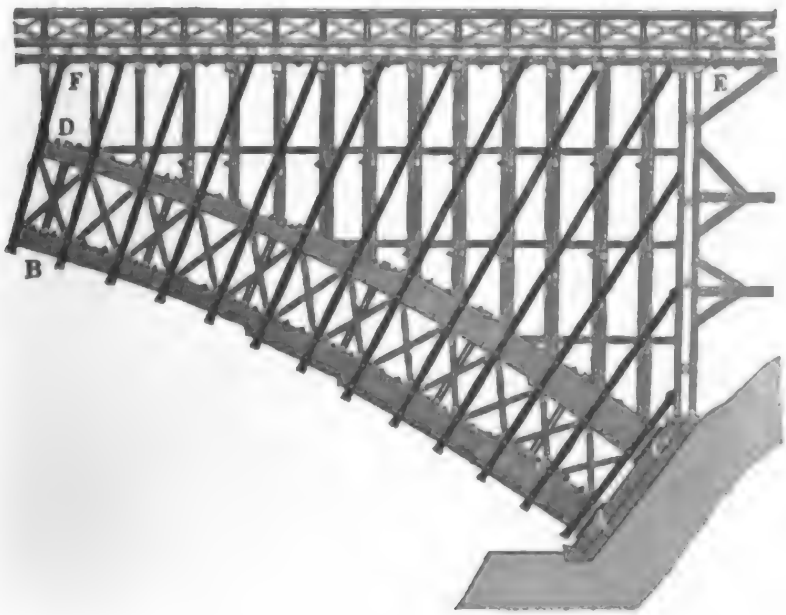
Fig. 191.



Die Verbindung dieſer Streben mit den Balken erfolgt jedoch nicht unmittelbar, ſondern mittels oben abgeſchrägter Querhölzer C, E, $G\ldots$ Das Ganze wird durch je 2 Zoll ſtarke ſchmiedeeiſerne Zugſtangen $EK, FL\ldots$ mittels Schrauben $K, L\ldots$ feſt zuſammengezogen, und es ſind zu dieſem Zwecke auch noch Querhölzer außen auf die Balken aufgelegt, ſo daß je zwei dieſer Stangen zwiſchen je zwei der drei Balken und durch zwei Paar Querhölzer hindurch gehen.

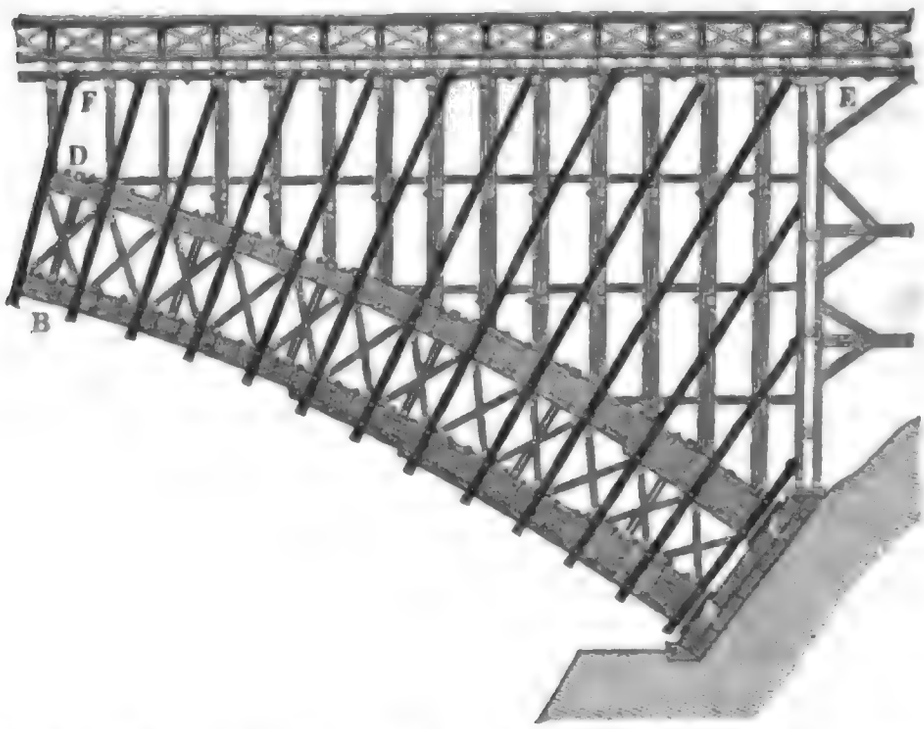
Eine der großartigſten Holzbrücken iſt die auf der Newyork-Erie-Eiſenbahn befindliche Cascadebrücke von Brown, welche über eine Schlucht von 300 Fuß Weite und 175 Fuß Tiefe geſpannt iſt. Von dieſer Brücke zeigt Fig. 192 die Seitenanſicht eines am Widerlager anſtoßenden Stückes.

Fig. 192.



Wie man ſieht, ſo beſteht dieſe Brücke in der Hauptſache aus Tragbögen *AB*, *CD* mit zwiſchen befindlichen Kreuzſtreben. Dieſe Tragbögen ſind größten-

Fig. 193.

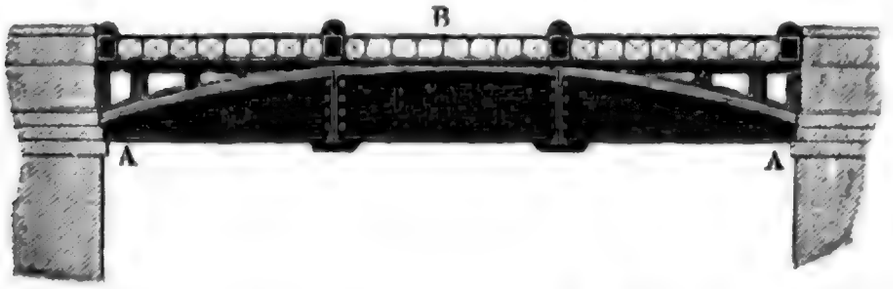


theils aus 3, nach den Enden zu aus 4, 5, und dicht an den Widerlagern ſogar aus 6 Balken zuſammengeſetzt. Die Stärke dieſer Balken iſt 8 und 9 Zoll, und die der Kreuzſtäbe 8 und 8 Zoll. Das Ende eines jeden Balkens ruht in einem eiſernen Schuh, und dieſe Schuhe ſtützen ſich auf eine untermauerte gußeiſerne Platte. Die ganze Brückenbahn *EF* ruht mittels verticaler Tragſäulen auf vier ſolchen Doppelträgern, welche unter einander wieder durch Kreuzſtreben verbunden ſind.

Anmerkung. Die größeren Holzbrücken haben zum Theil noch größere Spannweiten als die ſteinernen Brücken. Bei der oberen Shuylkill-Brücke kommt ein Bogen von 325 Fuß Spannweite und 20 Fuß Höhe vor. Die alten Schweizer Brücken, ſowie die Wiebeking'ſchen Brücken, haben ſchon Spannweiten von 160 bis 200 Fuß. Bei der Trenton-Brücke hat der mittlere Bogen eine Spannweite von 195 Fuß und eine Höhe von 26 Fuß. Eine ſehr große Gitterbrücke iſt bei Wittenberge über die Elbe geführt. Dieſelbe hat 11 Oeffnungen zu je 171 Fuß und 3 zu je 120 Fuß Spannweite. Die Tragwände dieſer Brücke haben eine Höhe von 19 Fuß, während ihr Abſtand von einander nur 13 Fuß mißt. Die Verſuche, welche vorläufig mit einem Theile dieſer Brücke angeſtellt worden ſind, haben ſehr günſtige Reſultate geliefert; bei der Fahrt und dem Stillſtande einer Locomotive von 600 Centner Gewicht betrug die Senkung nur 7 Linien; bei einem Marſch von 240 Mann über die Brücke war dieſelbe nur $6\frac{1}{2}$ Linien, erſt bei einer gleichmäßigen Belaſtung von 2000 Centnern und einer Ueberfahrt von zwei Locomotiven von 1260 Centner Gewicht betrug die Senkung 3 Zoll. Siehe die Nachrichten darüber in der Eiſenbahnzeitung, 1850, Nr. 29 bis 31, oder polyt. Centralblatt, 1850, Lief. 18.

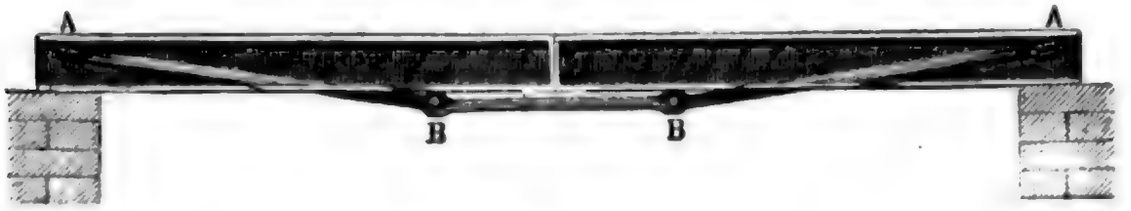
Gusseiserne Brücken. Die gußeisernen Brücken werden größ- §. 105
tentheils nach denselben Regeln gebaut wie die hölzernen Brücken, und kommen auch fast unter denselben Umständen zur Anwendung wie diese, haben aber vor diesen den Vorzug der großen Dauerhaftigkeit. Bei kleineren Brücken bestehen die Rippen aus geraden Balken mit I-förmigen oder ähnlichen Querschnitten. Da das Gußeisen dem Drucke mehr widersteht als dem Zuge, so ist es zweckmäßig, den an beiden Enden aufliegenden gußeisernen Brückenträgern eine breitere Fuß- und eine schmalere Kopfrippe, also den Querschnitten derselben die Form ⊥ zu geben (s. Band I, §. 237). Um die Tragkraft dieser Barrenbrücken zu erhöhen, kann man sie nach der Mitte zu verstärken, wie z. B. bei der Brücke ABA in Fig. 194, oder sie mit einem

Fig. 194.



schmiedeeisernen Hängewerk verbinden, wie Fig. 195 vor Augen führt, wo dieses Hängewerk aus zwei Paar schmiedeeiserner Spannschienen AB, AB und den dieselben verbindenden schmiedeeisernen Tragschienen BB besteht. Lassen sich die gußeisernen Träger an ihren Enden stark befestigen, so daß sich

Fig. 195.



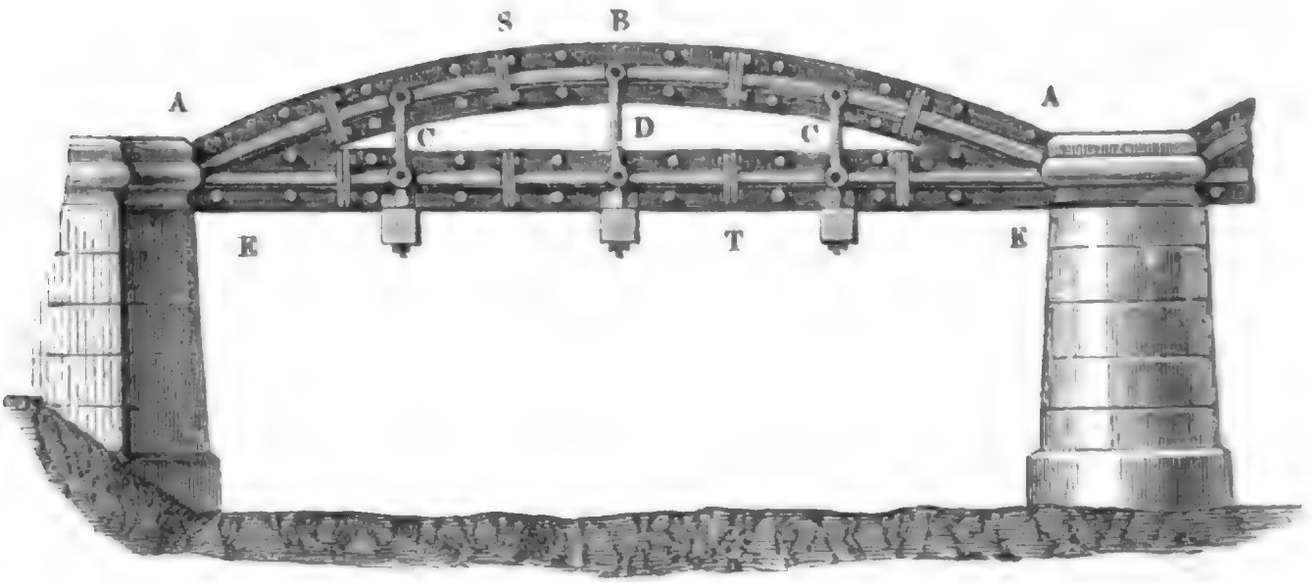
dieselben bei der Belastung nicht aufbiegen können, so widerstehen dieselben mehr durch ihre Druckfestigkeit, und es ist daher ihre Verstärkung in der Mitte nicht nöthig; man giebt vielmehr solchen Trägern eine innere Wölbung, wie ABA, Fig. 196, wobei die Höhe von der Mitte nach den Auflagerungsflächen hin allmälig größer wird.

Fig. 196.

Sehr gewöhnlich ahmt man bei der Conſtruction gußeiſerner Brücken die Häng- und Sprengwerke hölzerner Brücken nach, indem man die Streben und Spannriegel aus Gußeiſen und die Zugbänder und Hängeſäulen aus Schmiedeeiſen anfertigt. Eine hierher gehörige Conſtruction iſt in Fig. 107 §. 58 abgebildet.

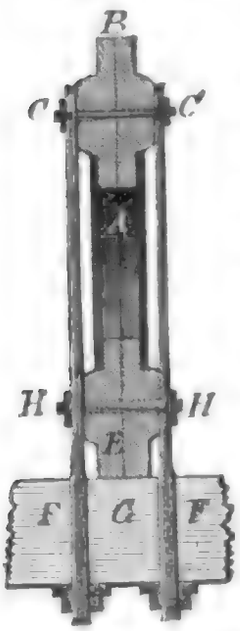
Es gehört hierher auch die Bogenconſtruction in Fig. 197, denn es

Fig. 197.



wirkt hier der Bogen ABA wie Streben und Spannriegel, und es wird der Brückenbarren EE durch die Hängeſtäbe C, C, D, unterſtützt. Die Art der Aufhängung iſt in Fig. 198 beſonders abgebildet; es iſt hier AB die Bogenrippe, E der gerade Brückenbarren, und es ſind CF, CF zwei Hängeſtäbe, welche durch ſchmiedeeiſerne Bolzen CC und HH mit beiden Rippen verbunden ſind und die Querſchwelle G tragen, auf welcher die Brückenbahn ruht. Sehr gewöhnlich läßt man die Bogenrippe als Hänge- und Sprengwerk zugleich wirken, indem man ſie über und unter die gerade Rippe weggreifen läßt. Wie die Rippen aus einzelnen Gußſtücken mittels Kränzen und Schrauben zu einem Ganzen zu vereinigen ſind, iſt bei S, T ... in Figur 197 zu erſehen. Eine ähnliche Conſtruction hat die Elzbrücke bei Sexau in Baden.

Fig. 198.



Gußeiſerne Brücken von großen Spannweiten beſtehen meiſt aus einer Reihe neben einander ſtehender Bögen, welche die Brückenbahn von unten ſtützen, und ihr ganz das Anſehen ſteinerner Brücken geben. Die Bogenrippen ſind hier entweder aus maſſiven Platten, oder aus gitterförmigen Gerippen (ſ. Fig. 148, §. 81), oder aus Röhren zuſammengeſetzt. Röhrenbrücken mit kreisförmigen Querſchnitten ſind zuerſt von Reichen-

bach, und solche mit elliptischen Querschnitten von Polonceau ausgeführt worden. Schiefe Brücken lassen sich aus Gußeisen fast eben so leicht herstellen, als rechtwinkelige.

Anmerkung. Bei der berühmten von Rennie erbauten Southwarkbrücke über die Themse in London sind die Bogenrippen aus Segmentplatten zusammengesetzt. Die Spannweite der Bögen dieser Brücke beträgt 232,5 Fuß, die Spannhöhe 23¼ Fuß, und die Anzahl der Rippen eines Bogens ist 8. Die von Polonceau erbaute Carrousselbrücke über die Seine in Paris ist aus röhrenförmigen Bogenrippen zusammengesetzt. Der elliptische Querschnitt einer Rippe hat 13 Zoll Weite und 24 Zoll Höhe, die Zahl der Stücke einer Rippe ist 11. Die Spannweite dieser Brücke beträgt 146 Fuß und die Spannhöhe 15,7 Fuß.

Schmiedeeiserne Brücken. Das Schmiedeeisen ist in der neuesten Zeit das gewöhnlichste Material zur Construction der Brücken, es hat dasselbe eine größere Zug- und Biegungsfestigkeit als das Gußeisen, und besitzt nicht die Sprödigkeit des letzteren, vermöge welcher das Gußeisen bei Stößen und Schwingungen leicht in Stücke zerbricht. Deshalb kann man denn auch den schmiedeeisernen Trägern die einfache Balkenform geben, wogegen gußeiserne Träger, namentlich, wenn dieselben eine größere Länge haben, die dem Zerdrücken mehr widerstehende Bogenform erhalten müssen. Aus diesem Grunde lassen sich auch bei den schmiedeeisernen Brücken die größten Spannweiten erreichen. Uebrigens haben die schmiedeeisernen Brückenträger mit den Brückenträgern aus Gußeisen und aus Holz vor den steinernen Brückenbögen den großen Vorzug, daß sie die Brückenbahn nicht bloß von unten, sondern auch von oben, sowie in jedem beliebigen Punkte ihrer Höhe unterstützen können. §. 106

Zu kurzen Brücken verwendet man jetzt sehr häufig I-förmig gewalzte eiserne Träger; auch bildet man schmiedeeiserne Träger aus zwei gewalzten Eisenschienen, wovon die eine gekrümmt ist, und dadurch entweder ein in der Mitte verstärkter Träger, wie Fig. 199, oder ein Bogenträger, wie Fig. 200, entsteht, wobei der Zwischenraum mit Eisenblech ausgefüllt werden kann.

Fig. 199.

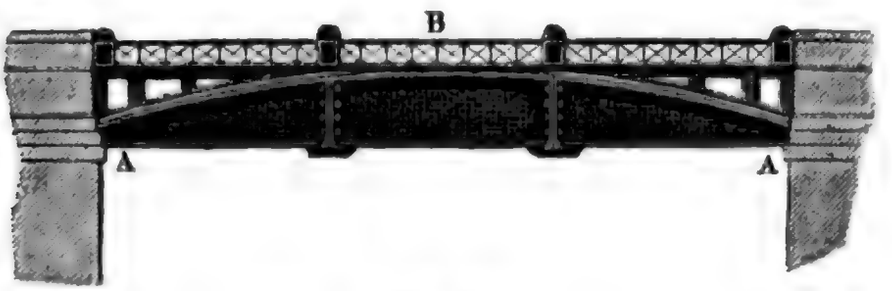


Fig. 200.

Größere Brücken werden vollſtändig aus Eiſenblech zuſammengeſetzt. Es gehören hierher vor Allem die Röhrenbrücken (tubular-bridges) von Stephenſon und zwar die Conway-Brücke und die Britannia-Brücke. Die erſtere beſteht aus zwei neben einander liegenden Röhren, wovon jede 424 Fuß lang, 14 Fuß 8 Zoll breit, $22^1/_2$ Fuß hoch an den Enden und $25^1/_2$ Fuß hoch in der Mitte iſt, und ein Gewicht von 1446 Tonnen (à 2172 Pfund Preuß.) hat. Die Britannia-Brücke, welche wie die Telfort'ſche Kettenbrücke über den Menai-Meeresſtrom führt, beſteht aus vier Brückenfeldern *A*, *B*, *B*, *A*, Fig. 201, zwei von je 460 Fuß und zwei von je 230 Fuß Länge, und hat im Ganzen eine Länge von 1513 Fuß. Die Breite dieſer Brücke iſt 14 Fuß 8 Zoll, die Höhe derſelben an den Enden 22 Fuß 9 Zoll und in der Mitte 30 Fuß. Zu jeder Röhre waren nöthig: 2830 Tonnen ebenes Eiſenblech, 594 Tonnen Winkeleiſen, 418 Tonnen T-Rippen, 336 Tonnen (882000 der Zahl nach) Nieten, und außerdem noch 1000 Tonnen gußeiſerne Rahmen u. ſ. w.; es wiegt folglich eine Röhre im Ganzen 5178 Tonnen. Durch jede Röhre führt ein Eiſenbahngeleis.

Den Querſchnitt einer Röhrenträgerbrücke (tubular girder bridge) von Fairbairn, welche ſich auf einer Werfte (Great Landing Stage at St. Georg's Wharf in Liverpool) befindet, iſt in Fig. 202 abgebildet. Zwei Röhrenträger *AB*, *AB*, welche in der Mitte durch einen eiſernen Bogen *C* verbunden ſind, tragen hier die Brückenbahn *DD* ſo, daß ſie in der Mitte einen Weg für das Fuhrwerk und an den Seiten zwei Wege für die Fußgänger übrig laſſen.

Ein Theil einer einfachen Blechträgerbrücke für eine Eiſenbahn iſt in Fig. 203 abgebildet. Die ganze Bahn *AB* ruht hier mittels Querſchwellen *C*, *D*... auf ſechs I-förmigen Blechträgern, wie *EF*, von 3 bis 5 Fuß Höhe, welche unter ſich ſelbſt wieder durch mehrere Querbalken von Eiſenblech verbunden ſind. Die Hauptträger liegen auf den Holzſchwellen *G*, welche durch eiſerne Stühle mit den Pfeilern *H* verbunden ſind.

Bei einer vom Herrn Etzel entworfenen Eiſenbahnbrücke über die Aar unweit Olten in der Schweiz hat man auch bogenförmige Blechträger angewendet, welche ihr das Anſehen einer gußeiſernen oder hölzernen Brücke wie Fig. 192 geben. Dieſe Brücke beſteht aus drei Oeffnungen von je 105 Fuß Spannung und 17 Fuß Bogenhöhe und jedes Brückenfeld wird aus 5 Blechbögen von 3 Fuß Höhe und 5 unmittelbar unter der 24 Fuß breiten zweigleiſigen Bahn liegenden geraden Blechbalken von 2 Fuß Höhe zuſammengeſetzt.

Die Gitterbrücken aus Eiſenblech haben bei den neueſten Eiſenbahnanlagen die häufigſte Anwendung gefunden (ſ. namentlich den unten citirten Atlas von Etzel über die ſchweizeriſchen Eiſenbahnen). Fig. 204 (a. S. 246) zeigt die Seitenanſicht von einem Stück der Gitterbrücke über die Kinzig bei Offenburg. Dieſe Brücke trägt neben dem doppelten Schienenweg *DE* noch zwei Trottoirs zu den Seiten, und beſteht aus drei $6^1/_4$ Meter hohen

Fig. 201.

Fig. 203.

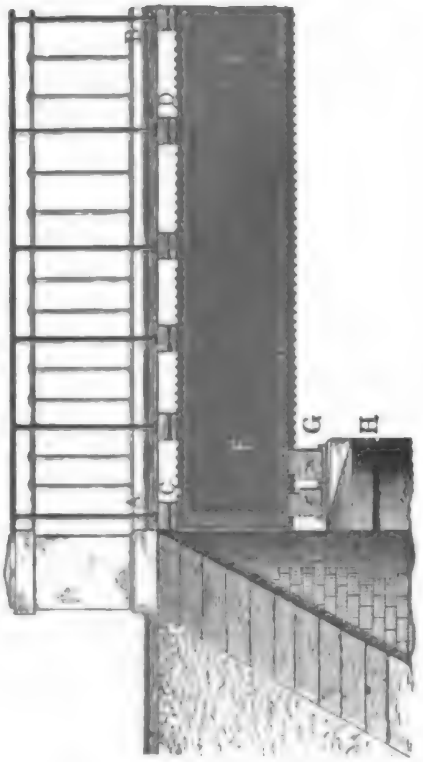
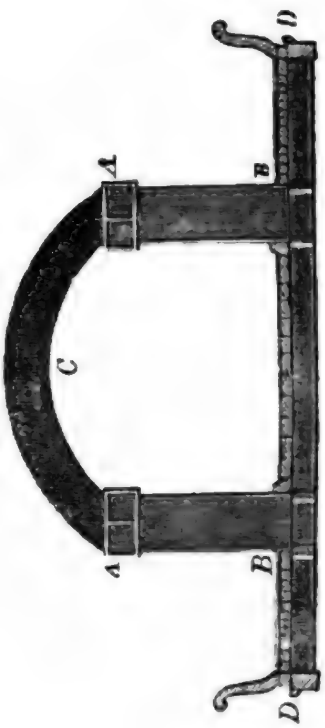


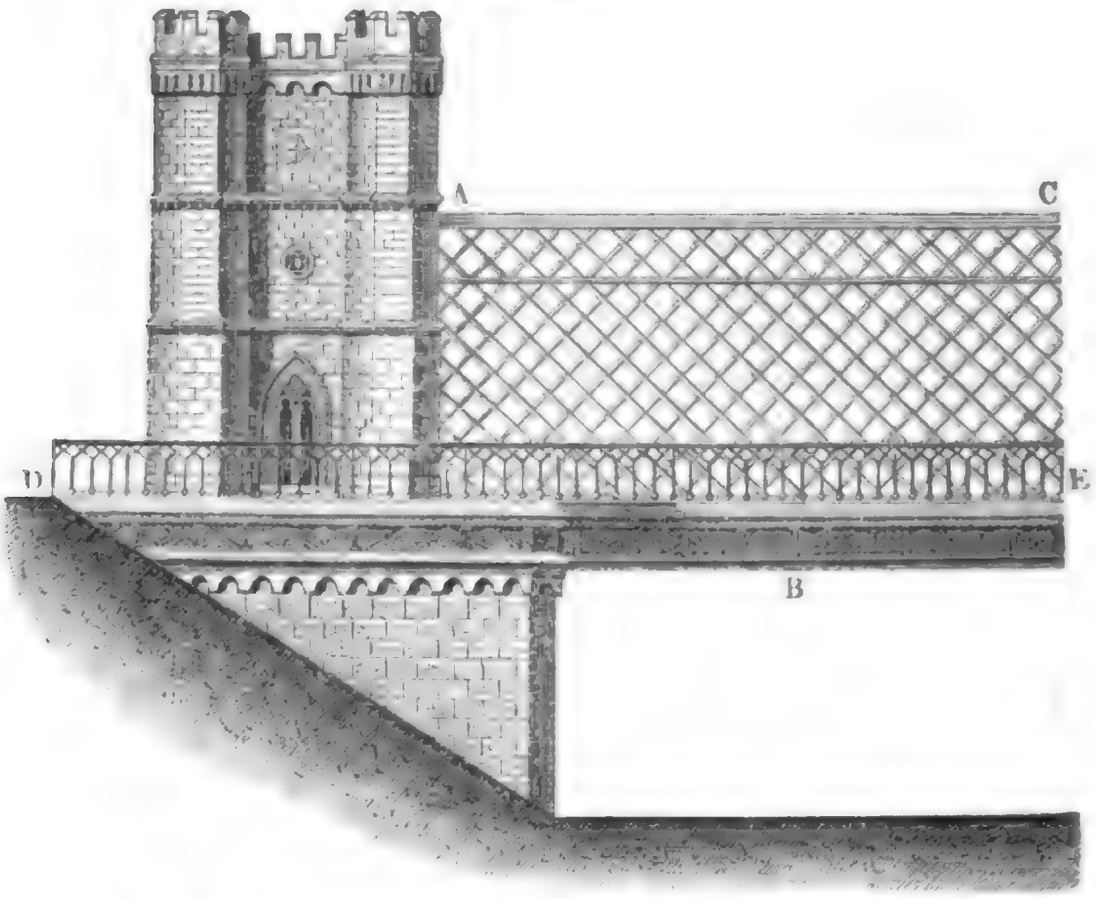
Fig. 202.



Digitized by Google

und $71\frac{1}{8}$ Meter langen Gitterwänden wie *A B C*. Die Gitterſtäbe kreuzen ſich unter rechten Winkeln, ſie haben bei 2,1 Centimeter Stärke $10\frac{1}{2}$ Centimeter Breite, und ſind in den Kreuzpunkten durch 3 Centimeter dicke Bolzen vernietet. Um die Feſtigkeit dieſer Brücke zu erhöhen, hat man die Tragwände derſelben nicht allein auf jeder Seite 4 Meter lang aufgelagert, ſon-

Fig. 204.



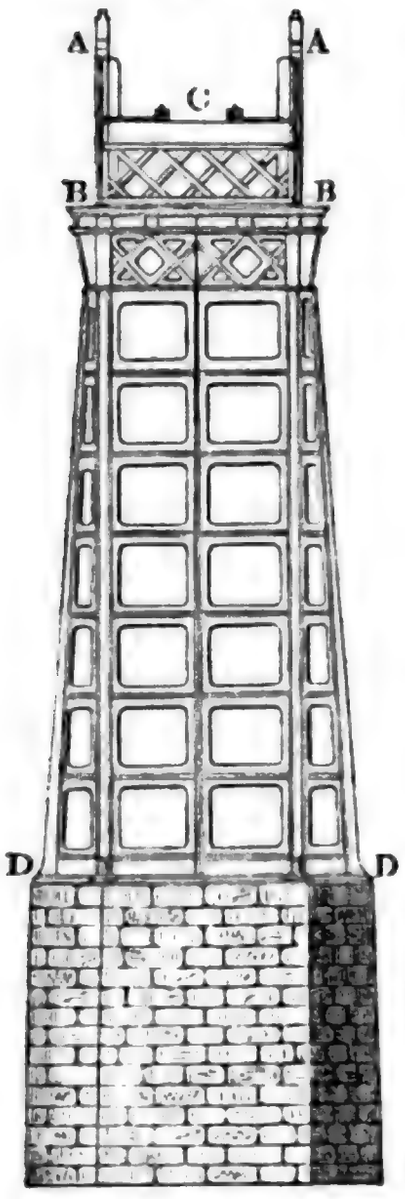
dern auch noch mit den Pfeilern feſt verankert. Zu Verhütung des Zurſeiteziehens ſind dieſe Wände auch oben noch durch Eiſenſchienen mit einander verbunden.

Statt der ſteinernen Brückenpfeiler ſind von Herrn Etzel bei Gitterbrücken in der Schweiz auch gußeiſerne Pfeiler angewendet worden. Einen ſolchen Pfeiler von einer eingeleiſigen Eiſenbahnbrücke über die Thur bei Wyl zeigt Fig. 205. Es ſtellen *A B*, *A B* die Gitterwände vor, welche unter ſich durch gitterförmige Querwände *B B* verbunden ſind und die Schienenbahn *C* unterſtützen. Der thurmförmige Pfeiler *B B D D* iſt aus durchbrochenen Gußeiſenplatten etagenförmig zuſammengeſetzt, welche durch Schrauben feſt mit einander verbunden ſind. Bei einer anderen Brücke dieſer Art erreicht der gußeiſerne Pfeiler eine Höhe von 78,8 Fuß.

Die Rider'ſchen Brücken bilden den Uebergang zwiſchen den eiſernen Gitter- oder Fachwerksbrücken und den ſchmiedeeiſernen Bogenträgerbrücken. Die Tragwände dieſer Brücken beſtehen aus zwei concentriſchen Bögen, wovon der obere, oder Tragbogen aus Stücken von Gußeiſen, und der untere

oder Spannbogen aus Schienen von Schmiedeeiſen zuſammengeſetzt iſt, und die Verbindung dieſer Bögen zu einem Ganzen wird durch gußeiſerne Säulen und ſchmiedeeiſerne Diagonalſchienen bewirkt. Mit einer ſolchen Brücke von 116 Fuß Spannweite iſt der Rock-Creek zwiſchen Waſhington und Georgtown überbrückt. Vollkommen ſind die ſchmiedeeiſernen Bogen-Brücken von Fox und Henderſon. Die Tragwand einer ſolchen Brücke beſteht aus einem röhrenförmigen Tragbogen und aus einer horizontal geſpannten, mehrgliedrigen Spannkette, beide durch Säulen und Andreaskreuze zu einem Ganzen feſt mit einander verbunden. Eine ſolche Brücke von 120 Fuß Spannweite und 8 Fuß Bogenhöhe befindet ſich auf der Verbindung zwiſchen der Blackwall- und Eaſtern-Countiesbahn bei London.

Fig. 205.



Die Pauliſchen Brücken beſtehen aus Bogenträgern mit Fachwerk von Eiſenblech, wie in Fig. 137, §. 73 dargeſtellt wird. Der obere oder Druckbogen eines ſolchen Trägers iſt kaſtenförmig aus Eiſenblech zuſammengenietet; der untere, oder Spannbogen beſteht dagegen aus übereinander liegenden Eiſenblechſchienen. Durch die Ausbauchung eines ſolchen Trägers iſt es möglich, daß bei der größtmöglichen Belaſtung deſſelben die Spannungen der beiden Gurtbögen an allen Stellen gleichgroß, folglich die Maſſe derſelben möglich klein ausfällt. Das Fachwerk, welches die beiden Gurtbögen mit einander verbindet, beſteht aus gerippten Säulen oder Streben, welche nur der Druckkraft ausgeſetzt ſind, und aus diagonalen Bändern, welche nur Zugkraft auszuhalten haben. Die Brückenbahn iſt nur mit den Streben verbunden. Nach dem Pauli'ſchen Syſteme iſt unter anderen vorzüglich die Eiſenbahnbrücke über die Iſar bei Großheſelohe, und die Eiſenbahnbrücke über den Rhein bei Mainz ausgeführt. Die letztere beſteht aus 4 Hauptöffnungen von je 90 Meter Weite, und aus 6 Flußöffnungen von je $33\frac{1}{2}$ Meter Weite, an welche ſich dann noch 22 Oeffnungen von kleinerer Weite anſchließen, ſo daß die ganze Brücke 1028,645 Meter lang ausfällt. Die Abbildungen in Fig. 206 und 207 (a. f. S.) ſtellen die Seitenanſicht und den Grundriß einer Hauptöffnung vor; AMA und ACA ſind die beiden Gurtbögen, DE, DE u. ſ. w. die Streben,

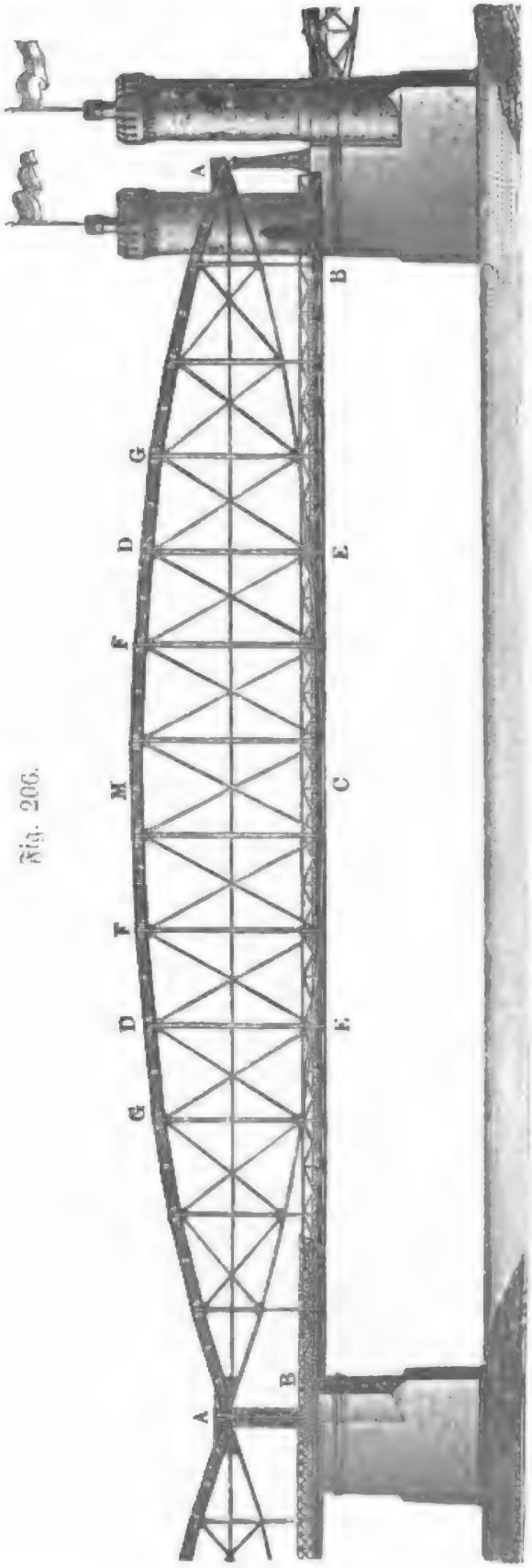


Fig. 206.

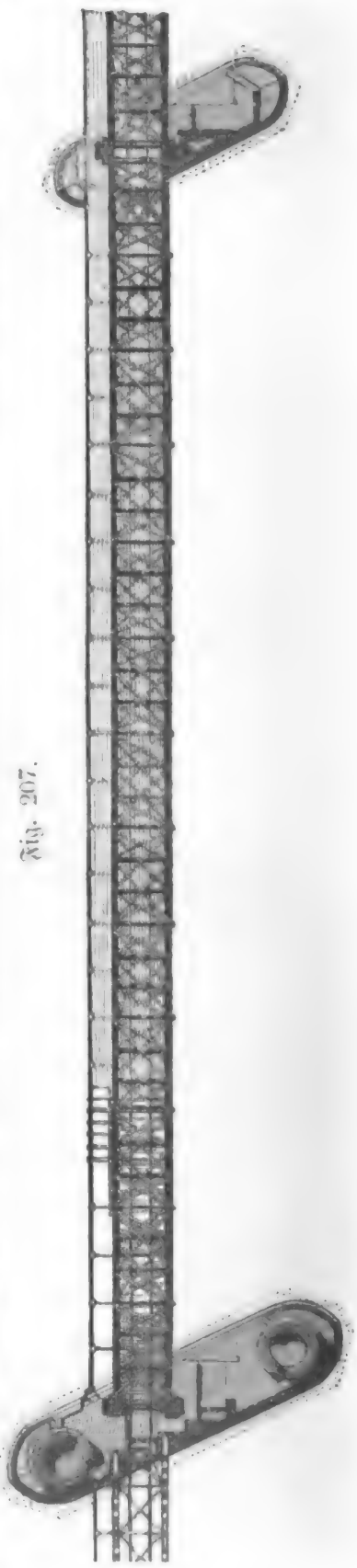


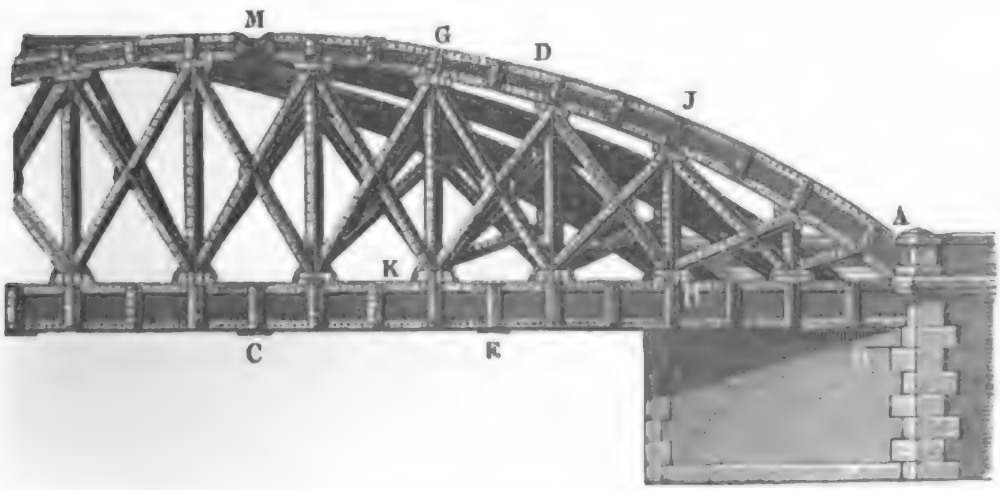
Fig. 207.

EF, *EG* u. ſ. w. die Zugſtangen, und *BCB* iſt die Brückenbahn. Die Enden *A* und *A* eines ſolchen Brückenträgers ruhen mittels ebenen Fußplatten auf cylindriſch abgedrehten Lagerplatten aus Stahl, greifen aber auch außerdem noch zahnförmig in einander ein, damit keine Verſchiebung eintreten könne. Die Lagerplatten ſind auf gußeiſernen Stühlen befeſtigt, von welchen der eine auf dem Pfeilerkopfe feſtſitzt, und der andere mittels Walzen auf demſelben aufruht, wodurch eine Längenverſchiebung des ganzen Trägers möglich gemacht wird. Die aus Sandſteinquadern aufgeführten Strompfeiler haben eine Stärke von $4^1/_4$ Meter, und ruhen bis zu einer Höhe von $1^1/_2$ Meter unter Null auf einer 3,5 bis 3,8 Meter dicken und 10 Meter breiten Betonſchicht, welche von einer dicken Pfahlwand eingefaßt und mittels eines ſtarken Steinwurfes vor Zerſtörung geſichert wird. Die Höhe der Tragbögen iſt in der Mitte 15 Meter, die lichte Brückenweite 4 Meter und die Höhe der Fahrbahn über den Nullpunkt des Pegels mißt 15,1 Meter; die Conſtructionsdicke der Brücke, gemeſſen von der Fahrbahn bis Unterkante der Träger, beträgt 1 Meter.

Die Querſchnittsdimenſionen der Brückenträger ſind ſo ausgewählt, daß die dreifache variable Laſt ſammt dem ganzen permanenten Gewicht der Brücke pr. Quadratcentimeter eine Spannung von 1600 Kilogramm, alſo pr. Quadratzoll eine ſolche von 22000 Pfund giebt. Dieſer Forderung wird dadurch entſprochen, daß die Spannbögen aus $9 . 2 = 18$ Blechbändern von je 20 Centimeter Breite und 1,2 Centimeter Dicke und die Druckbögen ſo zuſammengeſetzt ſind, daß ſie eine rectanguläre Blechröhre von 1 Meter Weite und 1,2 Centimeter Wandſtärke bilden.

In Fig 208 iſt noch ein Theil der ſchiefen Bogenbrücke (bowstring-

Fig. 208.



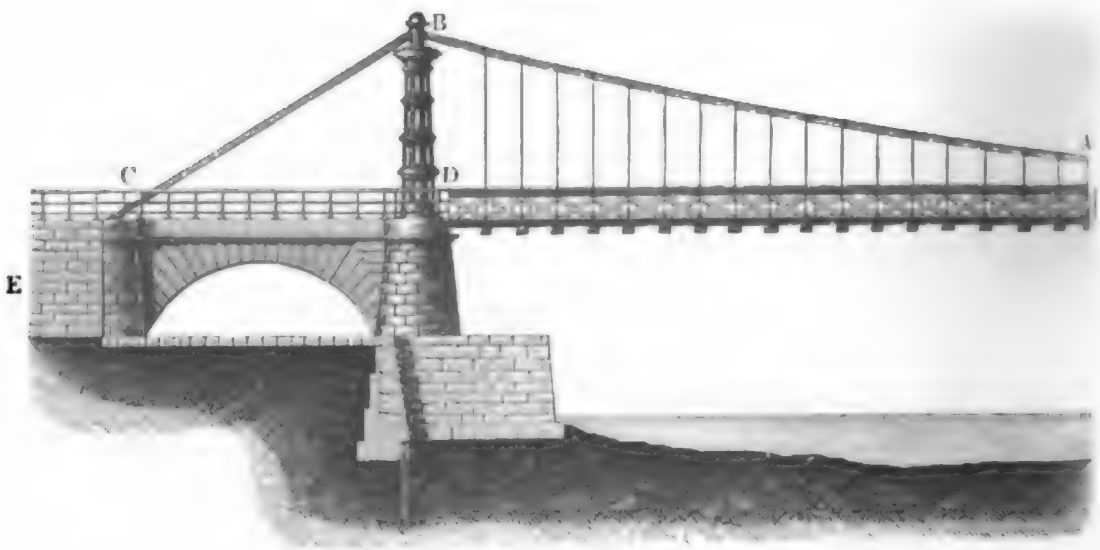
bridge) abgebildet, welche zu Oudenarden eine Eiſenbahn über die Schelde führt. Dieſe Brücke gehört in gewiſſem Grade dem Charnierbrückenſyſtem

an, denn die Druckbögen derſelben beſtehen hier aus zwei getrennten Stücken, wie *ADM*, welche ſich im Scheitel *M* mittels eines eingeſchobenen Keiles gegen einander ſtemmen. Es wird dadurch der Scheiteldruck localiſirt, welches, wie aus §. 94 bekannt iſt, ſeine beſonderen Vortheile bei unſymmetriſcher Belaſtung der Brücke gewährt. An den Enden ſind dagegen die Druckbögen durch Nietung feſt mit den geraden Zugbändern verbunden. Uebrigens ſind die Tragwände an einem Ende mit dem Pfeilerkopfe *B* feſt verbunden, während ſie an dem anderen Ende mittels Rollen auf dem Brückenpfeiler aufruht. Die Länge einer Tragwand iſt 27,8 Meter und Pfeilhöhe derſelben 6 Meter. Der Druckbogen iſt im Scheitel 0,35 und an den Füßen 0,80 Meter hoch, wogegen das Zugband durchgängig 0,96 Meter Höhe hat. Beide ſind im Querſchnitt T förmig und aus Eiſenblech von 10 bis 13 Millimeter Dicke zuſammengenietet. Die Bogenfüllung beſteht, wie gewöhnlich aus verticalen Blechſtreben, wie *KG*, *IH* und diagonalen Zugbändern, wie *DH*, *DK* u. ſ. w., welche unter einander ſogenannte Andreaskreuze bilden. Dieſe Brücke hat noch die Eigenthümlichkeit, daß hier zwiſchen den Querträgern, welche die Tragwände mit einander verbinden, Ziegelgewölbe aufgeführt ſind, welche ein über $1/2$ Meter dickes Schotterbette für die Bahnſchwellen tragen.

§. 107 **Hängebrücken.** Eine neuere Hängebrückenanlage iſt die von Brialmont conſtruirte Kettenbrücke über die Maas bei Seraing.

Die Seitenanſicht von einem Stück dieſer Bahn führt Fig. 209 vor Augen.

Fig. 209.



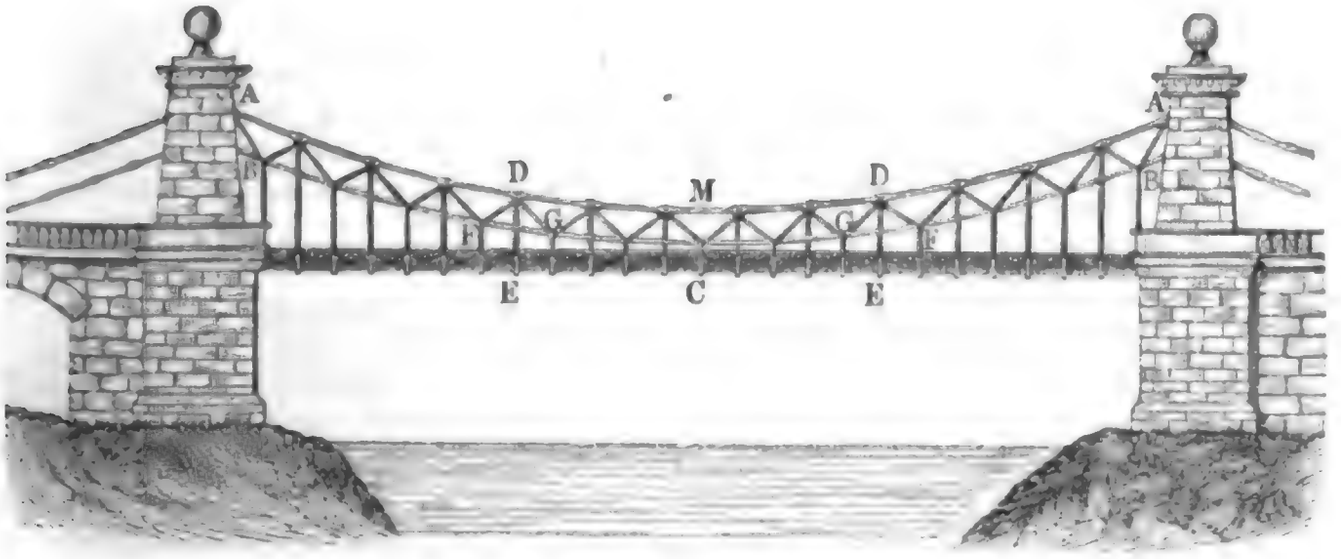
Dieſe Brücke, welche bei einer Breite von 5 Meter und einer Bogenhöhe von 7 Meter, eine Spannweite von 105 Meter hat, beſteht aus acht und zwar auf jeder Seite aus vier nahe über und neben einander liegenden Dop-

Digitized by Google

pelketten. Die Glieder dieser Ketten, deren Metalldicke $2^1/_2$ und Höhe 5 Centimeter mißt, bilden Scheeren oder Ringe von 3 Meter Länge und 1 Decimeter lichter Weite. Die auf einer Seite neben einander liegenden Doppelketten sind durch 1 Decimeter dicke Bolzen mit einander verbunden, und an die letzteren sind die 3 Centimeter dicken Hängestangen angeschlossen. Die Tragketten AB sind mit den Spannketten BC durch die in Fig. 160 abgebildeten und in §. 85 beschriebenen Hebel verbunden, welche in einem 8 Meter hohen und aus vier Stücken und einem cylindrischen Kern bestehenden gußeisernen Thurme enthalten sind. Die Befestigung der Kettenenden in der Widerlagsmauer E ist ähnlich wie Fig. 161 darstellt. Die ganze Brücke wiegt auf das laufende Meter 1010 Kilogramm, und nimmt man die Belastung eben so groß an, so berechnet sich die Spannung der Ketten auf 418910 Kilogramm, so daß auf ein Quadratmillimeter desselben eine Spannung von 10 Kilogramm kommt. Die Hängestangen sind dagegen nur mit 2 Kilogramm und die gußeisernen Pfeiler mit $2^1/_2$ Kilogramm pr. Quadratmillimeter belastet.

Die Eisenbahnkettenbrücke über den Donau-Canal in Wien, ausgeführt von den Ingenieuren Schnirch und Fillunger ist in Fig. 210 skizzirt.

Fig. 210.



Dieselbe besteht aus je zwei durch Diagonalstäben DF, DG ... mit einander verbundenen Hängeketten AMA und $BGGB$, welche wie gewöhnlich, die Brückenbahn ECE mittels verticaler Hängestangen tragen. Diese Brücke hat eine Spannweite von 264 Wiener Fuß, eine Bogenhöhe von $13^1/_3$ Fuß und trägt eine Fahrbahn mit Doppelgeleisen von 35 Fuß Breite. Der Gesammtquerschnitt der Ketten ist 248 Quadratzoll, und der Materialaufwand dieser Brücke besteht aus 7290,8 Centner Schmiedeeisen, und aus 668 Centner Gußeisen.

Schlußanmerkung. Zum weiteren Studium der Statik der Holz- und Eiſenconſtructionen ſind folgende Schriften zu empfehlen. Eytelwein's Statik, Band II, Gerſtner's Mechanik, Band I, und Kaiſer's Handbuch der Statik. Ferner Navier: Resumé des leçons sur l'application de la mécanique. Part I, Paris 1833, auch deutſch von Weſtphal, unter dem Titel: Mechanik der Baukunſt, und Rebhann, Theorie der Holz- und Eiſenconſtructionen, mit beſonderer Rückſicht auf das Bauweſen, Wien 1856. Ardant, Theoretiſch-praktiſche Abhandlung über Anordnung und Conſtruction der Sprengwerke von großer Spannweite, aus dem Franzöſiſchen von Kaven, Hannover 1844. Ausführlich über Dachconſtructionen iſt die Schrift von M. Winter, Berlin 1862. Ein älteres Werk iſt: Elementary Principles of Carpentary etc. by Th. Tredgold, London 1820. Persy, Cours de stabilité des constructions. Sganzin, Cours des constructions. Cresy, An Encyclopaedia of Civil-Engineering, London 1847. Fairbairn, An account of the construction of the Britannia- and Conway-Tubular-Bridges etc. Dempsey, Tubular- and other Iron-Girder-Bridges, auch deutſch von Werther unter dem Titel: Praktiſches Handbuch bei dem Bau eiſerner Träger- oder Jochbrücken ꝛc., Dresden 1853; ſowie Dempsey, Iron applied to railway structures, ſowie: Malleable iron-bridges, und Examples for iron roofs etc. Ferner M. Becker, die gußeiſernen Brücken der badiſchen Eiſenbahnen, Carlsruhe 1847, ſowie deſſen angewandte Baukunde des Ingenieurs, und C. M. Bauernfeind, Vorlegeblätter zur Brückenbaukunde mit erläuterndem Text, München 1853. Siehe auch „Die Brücken und Thalübergänge ſchweizeriſcher Eiſenbahnen, von C. v. Etzel, Baſel 1856, ſowie Duggan, Specimens of the stone-, iron- and wood-bridges, New-York 1850.

Was die Hängebrücken insbeſondere anlangt, ſo handelt hiervon ſchon Gerſtner in ſeiner Mechanik, Band I, ziemlich ausführlich, und beſchreibt namentlich die Hammerſmith- und die Menaikettenbrücke von Telford. In theoretiſcher Hinſicht iſt vorzüglich zu nennen: Moseley, The mechanical Principles of Engineering and Architecture, auch deutſch von Scheffler, unter dem Titel: Die mechaniſchen Principien der Ingenieurkunſt und Architectur, Braunſchweig 1845. In Navier's Rapport et mémoire sur les ponts suspendus, Paris 1823, wird nicht allein eine allgemeine Theorie der Kettenbrücken abgehandelt, ſondern auch eine in Paris über die Seine aufgehangene Kettenbrücke beſchrieben, welche leider durch das Nachgeben der Pfeiler unbrauchbar wurde und deshalb wieder abgetragen werden mußte. Ueber die in Frankreich ſehr häufig angewendeten Drahtbrücken handelt Seguin (der Aelt.) in einem Mémoire sur les ponts en fil de fer. Eine gedrängte Abhandlung über ältere Hängebrücken iſt in Sganzin's Cours des constructions zu finden. Nächſtdem findet man auch mehrere Kettenbrücken beſchrieben in den Annales des ponts et chaussées, ferner in Förſter's Bauzeitung u. ſ. w. Ueber engliſche Kettenbrücken wird auch gehandelt in den Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbefleißes in Preußen, Jahrgang 5 und 11.

Ueber die Drahtbrücke bei Freiburg in der Schweiz handelt die letztere Zeitſchrift im 32. Jahrgange (1853); die Hängebrücke über die Maas bei Seraing wird (nach Armengaud's publication industrielle) im „Civil-Ingenieur", Band II, 1856, beſchrieben. Ferner die Prager Kettenbrücke von Schnirch iſt in einer beſonderen Schrift von Hennig, Prag 1842, beſchrieben, und ebenſo die Kettenbrücke über die Donau zu Peſth von Clark. Letztere Schrift iſt in engli-

scher Sprache erschienen unter dem Titel: An account of the suspension bridge across the river Danube, London 1853.

Ferner gehört hierher: Schnirchs erste Kettenbrücke für Locomotivenbetrieb, von J. Fauta. Wien 1861.

Die Theorie der Hängebrücken mit besonderer Rücksicht auf ihre Anwendung, von H. Tellkampf. Hannover 1856, enthält in gedrängter Kürze das Wesentliche über die Theorie und die Anwendung dieser Brücken.

Endlich ist noch folgende ganz neue Schrift zum Studium der statischen Baukunst zu empfehlen:

Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eisernen Brücken u. s. w. von Dr. H. Scheffler, Braunschweig 1857. Die Basis dieser Schrift bildet das zuerst von Herrn Moseley aufgestellte und vom Herrn Scheffler weiter ausgebildete „Princip des kleinsten Widerstandes". S. das oben citirte Werk von Moseley, sowie die Abhandlungen Schefflers im Crelle Journal für die Baukunst, Band 29 und 30.

Die Literatur über die statische Baukunst und insbesondere über den Brückenbau hat sich in der neuesten Zeit so sehr ausgedehnt, daß hier nur die wichtigsten Schriften über diesen Gegenstand angezeigt werden können. Vor Allem ist zu nennen: Rankine's Manuel of Civil-Engineering, London 1862. Ferner die Schrift von Laißle und Schübler über den Bau der Brückenträger, welche 1864 in Stuttgart in einer zweiten Auflage erschienen ist. Ueber die Eisenbahnbrücke über den Rhein bei Mainz, nach Pauli's System ist 1863 in Mainz eine kurze Beschreibung erschienen. In dem Werke von Dr. A. Ritter: Elementar-Theorie und Berechnung eiserner Dach- und Brückenconstructionen, Hannover 1863, wird von der Methode der statischen Momente der ausgedehnteste Gebrauch gemacht. Ein größeres Werk über Brücken ist folgendes: Traité théorique et practique de la construction des ponts metalliques par Molinos et Pronnier, Paris 1857. Siehe Bd. IV des Civilingenieurs „über die allgemeine Methode der Berechnung von Brücken." Auch gehört hierher: Langer. Der Eisenbrückenbau. Wien 1863. Mehrere Abhandlungen über eiserne Brücken und Brückenträger sind in den letzten Jahrgängen des Civilingenieurs, sowie in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, in der Zeitschrift des Architecten- und Ingenieur-Vereins für das Königreich Hannover, und in der Zeitschrift des österreichischen Ingenieur-Vereins enthalten.

Ueber die §. 106 beschriebene Brücke zu Oudenarden handelt speciell der Civilingenieur in Band IX, 1863. Eine Untersuchung des Einflusses bewegter Lasten auf den Widerstand eiserner Brücken mit geraden Trägern von Herrn Renaudot enthält Band VIII, 1862 des Civilingenieurs. Ueber die Theorie continuirlicher Brückenträger handelt die gedachte Zeitschrift in Band IV, VI und VIII. Die Blechbogenbrücke über den Canal von Saint-Denis ist in Band VI, und die Blechbogenbrücke über die Theiß bei Szegedin in Band VII des Civilingenieurs beschrieben. Die Construction steifer Hängebrücken mit Charnieren ist zuerst behandelt vom Herrn Köpcke im sechsten und siebenten Band der Zeitschrift des Architecten- und Ingenieur-Vereins für das Königreich Hannover.

Zweite Abtheilung.

Die Anwendung der Mechanik auf Kraft-Maſchinen.

Einleitung.

Maschinen. Maſchinen (franz. und engl. machines) heißen alle künſtlichen Vorrichtungen, durch welche Kräfte in den Stand geſetzt werden, mechaniſche Arbeiten zu verrichten. Sie ſind inſofern von den Bauwerken (franz. constructions; engl. structures) verſchieden, als dieſe den Zweck haben, nur den Gleichgewichtszuſtand zwiſchen den Kräften verſchiedener Körper herzuſtellen. Inſtrumente oder Werkzeuge (franz. und engl. instruments) ſind von den Maſchinen weſentlich nicht verſchieden; ſie dienen nur zur Verrichtung kleiner Arbeiten durch Menſchenhände. §. 108

Bei jeder Maſchine iſt zu unterſcheiden: Kraft und Laſt oder Widerſtand. Kraft (franz. force; engl. power) iſt die Urſache der Bewegung, und Laſt oder Widerſtand (franz. résistance, engl. resistance) iſt Das, was der Kraft entgegenwirkt, und deſſen Ueberwindung Zweck der Maſchine iſt. Die Körper, deren Kräfte zur Bewegung von Maſchinen verwendet werden, heißen Beweger, Motoren (franz. moteurs; engl. motors); dieſe Kräfte ſelbſt ſind aber vorzüglich die animaliſchen Kräfte, die Schwerkraft, die Trägheit, Elaſticität, Expanſivkraft u. ſ. w. (ſ. Band I, §. 63). Laſt oder Widerſtand iſt aber zu überwinden, indem man Körper von einem Orte nach einem anderen bringt, oder Körper in ihrer Form verändert, z. B. zertheilt, zuſammendrückt u. ſ. w.

An jeder Maſchine laſſen ſich in der Regel drei Haupttheile unterſcheiden. Der erſte Haupttheil dient zur Aufnahme der Kraft, und heißt deshalb die Kraft- oder Umtriebsmaſchine (franz. récepteur; engl. receiver), der zweite Haupttheil dient zur unmittelbaren Verrichtung der Arbeit, und heißt deshalb die Laſt-, Ausübungs- oder Arbeitsmaſchine (franz. opérateur, outil; engl. operator), und der dritte dient zur Verbindung beider, indem er die Bewegung der Kraftmaſchine auf die Arbeitsmaſchine überträgt, ſie dem Zwecke entſprechend verändert u. ſ. w.; er heißt deshalb die Verbin-

dungs- oder Zwischenmaschine (franz. communicateur; engl. communicator). Bei einer gewöhnlichen Mahlmühle ist z. B. das Wasserrad die Umtriebsmaschine, der armirte umlaufende Mühlstein die Arbeitsmaschine und das Räderwerk zwischen beiden die Zwischenmaschine (das Zwischengeschirr).

Anmerkung. Nicht bei allen Maschinen treten diese drei Haupttheile vollständig getrennt hervor, namentlich fehlt die Zwischenmaschine zuweilen ganz, weil die Umtriebsmaschine manchmal schon diejenige Bewegung hat, welche zur Verrichtung einer gewissen Arbeit nöthig ist. Bei einem gewöhnlichen Schubkarren sind die drei Haupttheile ganz mit einander vereinigt; die Handhaben desselben lassen sich als den kraftaufnehmenden, die Schenkel als den fortpflanzenden und der Kasten als den ausübenden Maschinentheil ansehen, jedoch machen alle drei nur einen einzigen Körper aus.

§. 109 **Leistung.** Die Wirkung, Leistung oder der Effect einer Maschine (franz. effet; engl. effect, work) wird durch die in einer Minute oder Secunde verrichtete Arbeit (s. Band I, §. 71) oder durch das Product aus der Kraft und dem in der Zeiteinheit zurückgelegten Wege gemessen. Ist P die Kraft und s der in jeder Secunde wirklich zurückgelegte oder einer Secunde entsprechende Weg, so hat man demnach als Maß der Leistung einer Maschine: $L = Ps$ Pfundfuß (Fußpfund) oder Kilogrammeter.

Es ist sehr gewöhnlich, sich noch einer größeren Einheit von 75 Kilogrammeter oder 478 Fußpfund zum Messen der Maschinenleistungen zu bedienen, und diese Einheit eine Pferdekraft (franz. cheval-vapeur; engl. horse-power) zu nennen. In England rechnet man 550 Fußpf., in Preußen 480 Fußpf., und in Oesterreich 430 Fußpf. pr. Pferdekraft.

Es ist auch nothwendig, Nutz-, Neben- und Totalleistung einer Maschine von einander zu unterscheiden. Nutzleistung (franz. effet utile; engl. useful effect, useful work) ist diejenige, deren Ueberwindung die Maschine bezweckt, welche auch wirklich verrichtet wird; Nebenleistung (franz. effet perdu; engl. lost effect, impeding effect) ist diejenige Wirkung, welche die Maschine durch die Reibung, Steifigkeit, Stöße u. s. w. ohne Nutzen consumirt; Roh- oder Totalleistung (franz. effet total, effet absolut; engl. whole-effect) ist die Summe beider oder das dem Motor innewohnende oder ihm entnommene Arbeitsvermögen. Eine Maschine ist um so vollkommener, je kleiner ihre Nebenleistung in Hinsicht auf die Nutz- oder Totalleistung, oder je größer ihre Nutzleistung in Hinsicht auf die Totalleistung ist, je weniger also Wirkung durch die Maschine beim Uebertragen vom Motor auf den Widerstand verloren geht. Man bedient sich deshalb des Verhältnisses der Nutzleistung zur Totalleistung als Maß zur Beurtheilung der Vollkommenheit einer Maschine, und nennt dieses die relative Leistung oder den Wirkungsgrad (franz. rendement, engl. efficiency) einer Maschine. Ist L die Total-, L_1 die Nutz- und L_2 die Nebenleistung, so hat man den Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{L_1}{L} = \frac{L - L_2}{L}.$$

Eine Maschine ist hiernach um so vollkommener oder um so zweckmäßiger eingerichtet, je mehr sich ihr Wirkungsgrad der Einheit nähert. Da sich die Nebenhindernisse, z. B. die Reibung, der Luftwiderstand u. s. w., nie ganz beseitigen lassen, so ist es allerdings nie möglich, den Wirkungsgrad einer Maschine auf Eins zu bringen.

Beispiel. Ein Pochwerk besteht aus 20 Stempeln, wovon jeder 250 Pfund schwer ist und in jeder Minute 40 Mal 1 Fuß hoch gehoben wird; die Umtriebsmaschine desselben besteht in einem Wasserrade, welches ein Wasserquantum von 260 Cubikfuß pr. Minute bei 20 Fuß Gefälle aufnimmt. Man sucht die Wirkungsverhältnisse dieser Maschine. Die Nutzleistung pr. Secunde ist:

$$\frac{20 \cdot 250 \cdot 40 \cdot 1}{60} = 3333\tfrac{1}{3} \text{ Fußpfund} = 6\tfrac{1}{2} \text{ Pferdekräfte};$$

die Totalleistung aber, da in jeder Secunde $\frac{260}{60}$ Cubikfuß $= \frac{260 \cdot 61{,}75}{60} = 267{,}5$ Pfund Wasser 20 Fuß hoch herabsinken:

$$= 267{,}5 \cdot 20 = 5350 \text{ Fußpfund} = 11{,}2 \text{ Pferdekräfte};$$

die Nebenleistung:

$$= 5350 - 3333\tfrac{1}{3} = 2016\tfrac{2}{3} \text{ Fußpfund} = 4{,}2 \text{ Pferdekräfte};$$

der Wirkungsgrad der Maschine endlich:

$$\eta = \frac{3333\frac{1}{3}}{5350} = 0{,}623.$$

Anmerkung. Ueber die Arbeitseinheit „Pferdekraft" s. eine Abhandlung des Herrn Reuleaux im Civilingenieur, Band III.

Nutz- und Nebenlast. Auch die Last einer Maschine ist in Nutz- und Nebenlast zu unterscheiden; da aber die Kraft, Nutz- und Nebenlast in der Regel an verschiedenen Punkten angreifen, so läßt sich die Kraft nicht unmittelbar der Summe aus der Nutz- und Nebenlast gleichsetzen, sondern es erfordert dieses Gleichsetzen erst eine Reduction. Diese Reduction ist entweder mit Hülfe der gleichzeitigen Wege der verschiedenen Angriffspunkte einer Maschine, oder mittels der Hebelarme auszuführen. §. 110

Legt die Kraft P den Weg s zurück, während die Nutzlast P_1 den Weg s_1 und die Nebenlast P_2 den Weg s_2 macht, so hat man zu setzen:

$$Ps = P_1 s_1 + P_2 s_2, \text{ daher } P = \frac{s_1}{s} P_1 + \frac{s_2}{s} P_2.$$

Man nennt den Punkt einer Maschine, in welchem die Kraft (P) angreift oder angreifend gedacht werden kann, den Kraftpunkt, und den Punkt, in welchem die Last (P_1 und P_2) unmittelbar wirkt, den Lastpunkt, und erhält in

$$\frac{s_1}{s} P_1$$

die auf den Kraftpunkt reducirte Nutz-, sowie in

$$\frac{s_2}{s} P_2$$

die ebendahin reducirte Nebenlaſt; es iſt alſo die Kraft gleich der Summe aus der auf den Kraftpunkt reducirten Nutz- und der ebendahin reducirten Nebenlaſt. Auch folgt

$$P_1 = \frac{s}{s_1} P - \frac{s_2}{s_1} P_2,$$

d. i. die Nutzlaſt iſt die Differenz von der auf den Laſtpunkt reducirten Kraft und von der ebendahin reducirten Nebenlaſt.

Hiernach läßt ſich auch der Wirkungsgrad einer Maſchine:

$$\eta = \frac{P_1 s_1}{P s} = \frac{s_1}{s} P_1 : P = P_1 : \frac{s}{s_1} P,$$

d. i dem Quotienten aus der auf den Kraftpunkt reducirten Nutzlaſt und der Kraft, oder dem Quotienten aus der Nutzlaſt und der auf den Laſtpunkt reducirten Kraft gleichſetzen.

Die meiſten Maſchinen ſind Zuſammenſetzungen von Radwellen (ſ. Bd. I, §. 165), weswegen ſich dieſe Reductionen oft mit Hülfe der Hebelarme vollziehen laſſen. Iſt bei der Radwelle ABC, Fig. 211, der Radhalbmeſſer $CA = a$, der Wellenhalbmeſſer $CB = b$, ſo hat man das ſtatiſche Moment der Kraft P:

Fig. 211.

$$= Pa,$$

und das der Nutzlaſt P_1:

$$= P_1 b;$$

daher die auf den Kraftpunkt A reducirte Nutzlaſt:

$$= \frac{P_1 b}{a} = \frac{b}{a} P_1,$$

und die auf den Laſtpunkt B reducirte Kraft:

$$= \frac{Pa}{b} = \frac{a}{b} P.$$

Beſteht nun die Nebenlaſt P_2 nur in der Zapfenreibung $\varphi (P + P_1 + G)$, und iſt r der Halbmeſſer CD des Zapfens, ſo hat man das Moment derſelben:

$$= P_2 r,$$

und daher die auf den Kraftpunkt reducirte Nebenlaſt:

$$= \frac{P_2 r}{a} = \frac{\varphi r}{a} (P + P_1 + G),$$

dagegen die auf den Laſtpunkt reducirte Nebenlaſt:

$$= \frac{P_2 r}{b} = \frac{\varphi r}{b} (P + P_1 + G).$$

Es iſt daher die Kraft:

$$P = \frac{b}{a} P_1 + \frac{\varphi r}{a} (P + P_1 + G),$$

ſowie die Nutzlaſt:

$$P_1 = \frac{a}{b} P - \frac{\varphi r}{b} (P + P_1 + G),$$

endlich der Wirkungsgrad der Maſchine:

$$\eta = \frac{b}{a} P_1 : P = P_1 : \frac{a}{b} P = \frac{P_1 b}{P a}.$$

Beiſpiel. Wenn bei einer 250 Pfund ſchweren Radwelle der Radhalbmeſſer 30 Zoll, der Wellenhalbmeſſer 6 Zoll, der Zapfenhalbmeſſer $\frac{1}{2}$ Zoll mißt, ferner die Nutzlaſt 500 Pfund beträgt, und der Coefficient der Zapfenreibung $\frac{1}{10}$ angenommen wird, ſo hat man die auf den Kraftpunkt reducirte Nutzlaſt:

$$= \frac{b}{a} P_1 = {}^6/_{30} \cdot 500 = 100 \text{ Pfund},$$

die ebendahin reducirte Nebenlaſt:

$$= \frac{\varphi r}{a} (P + P_1 + G) = {}^1/_{10} \cdot \frac{1}{2 \cdot 30} (750 + P) = {}^5/_4 + \frac{P}{600},$$

daher zu ſetzen die Kraft:

$$P = 100 + {}^5/_4 + \frac{P}{600},$$

d. i.

$$P = 101{,}25 \cdot {}^{600}/_{599} = 101{,}42 \text{ Pfund},$$

und den Wirkungsgrad dieſer Maſchine:

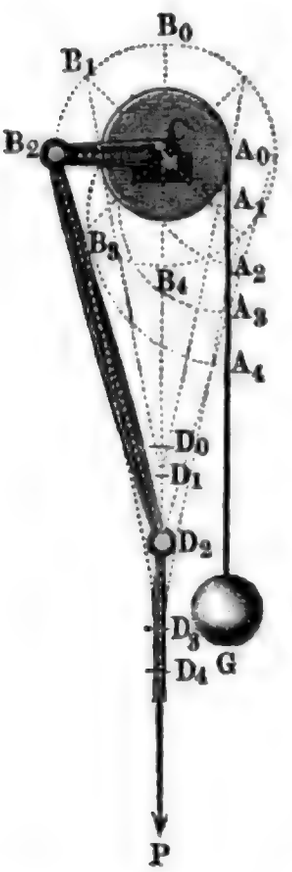
$$\eta = \frac{100}{101{,}42} = 0{,}986.$$

Beharrungszuſtand. Eine Maſchine kommt, nachdem ſie einmal in den Gang geſetzt worden iſt, ſehr bald in den Beharrungszuſtand, d. h. ſie wiederholt periodenweiſe oder in gleichen Zeitabſchnitten die nämlichen Verrichtungen. Deshalb betrachten wir denn auch die Maſchinen in der Regel nur in ihrem Beharrungszuſtande. Bewegen ſich ſämmtliche Theile einer Maſchine gleichförmig, ſo befindet ſich dieſelbe in einem gleichförmigen Beharrungszuſtande, bewegen ſich dieſelben aber innerhalb einer Periode ungleichförmig, ſo iſt die Maſchine in einem ungleichförmigen Beharrungszuſtande. Die Urſachen des letzten Zuſtandes ſind: Veränderlichkeit der Kraft, der Laſt, oder der Maſſe der Maſchine, ferner die durch die Zuſammenſetzung der Maſchinentheile bedingte Veränderlichkeit des Verhältniſſes zwiſchen den gleichzeitigen Wegen der Kraft und Laſt. Bei einer Dampfmaſchine iſt die Kraft veränderlich, wenn ſie mit Expanſion wirkt, wenn alſo der Dampfzufluß während der Kolbenbewegung aufgehoben wird, und bei einem Hammerwerke ſind Kraft und Maſſe veränderlich, weil der Hammer während des Zurückfallens mit der Maſchine außer Verbindung iſt; beide Maſchinen können daher nur einen ungleichförmigen Beharrungszuſtand annehmen; ſind nun noch dieſe Maſchinen mit einander verbunden, wird alſo das Hammerwerk durch die Expanſionsdampfmaſchine in Bewegung geſetzt, ſo iſt dieſer Zuſtand aus drei Urſachen zugleich ein ungleichförmiger. Wird ein Gewicht G, Fig. 212 (a. f. S.), mittels eines Rades CA_0 und §. 111

einer Kurbel CB_2 durch eine Dampfmaschine mit constantem Dampfdrucke gehoben, so nimmt die Maschine ebenfalls einen ungleichförmigen Beharrungszustand an, weil, wenn man von dem Lastpunkte A_0 und dem Kraftpunkte D_0 ausgeht, gleichen Wegen A_0A_1, A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4 der Last sehr ungleiche Wege D_0D_1, D_1D_2, D_2D_3, D_3D_4 der Kraft entsprechen, das Wegeverhältniß während einer halben Umdrehung also ein veränderliches ist.

Bei einem gleichförmigen Beharrungszustande sind die trägen Massen der Maschine ohne Einfluß auf den Gang und die Wirkung der Maschine, weil sie nur anfangs, so lange noch ein Geschwindigkeitszuwachs statt hat, Arbeit in sich aufnehmen, später aber, bei unveränderlicher Geschwindigkeit, weder Arbeit aufnehmen noch ausgeben (s. Band I, §. 55). Befindet sich hingegen eine Maschine in einem ungleichförmigen Beharrungszustande, so haben die trägen Massen einen wesentlichen Einfluß auf den Gang der Maschine, weil sie beim Zunehmen an Geschwindigkeit Arbeit in sich aufnehmen und beim Abnehmen derselben wieder Arbeit ausgeben. Ist M die Summe aller auf den Kraft- oder Lastpunkt reducirten Massen der Maschine, v_1 die Minimal- und v_2 die Maximalgeschwindigkeit des Kraft- und Lastpunktes, so hat man die Arbeit, welche die trägen Massen in dem Theile der Periode, in welchem v_1 in v_2 übergeht, consumiren, und welche dieselben in dem Theile der Periode, in welchem v_2 wieder in v_1 sich umändert, wieder ausgeben,

Fig. 212.



$$= \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}\right) M.$$

Es wird also hiernach durch die Trägheit der Massen in jeder Periode die Nebenleistung um diese Arbeit vergrößert und auch um so viel vermindert, und es ist daher die Totalleistung für die ganze Periode oder die mittlere Leistung überhaupt dieselbe, als wenn die trägen Massen nicht vorhanden wären; es gilt also die allgemeine Formel einer Maschine

$$Ps = P_1 s_1 + P_2 s_2$$

auch beim ungleichförmigen Gange, insofern man für s, s_1, s_2 die Wege einer vollständigen Periode, oder für P, P_1, P_2 die Mittelwerthe von Kraft, Nutz- und Nebenlast innerhalb einer Periode substituirt. Für den beschleunigten Bewegungszustand hat man:

$$Ps = P_1 s_1 + P_2 s_2 + \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}\right) M,$$

daher:

$$v_2 - v_1 = \frac{Ps - (P_1 s_1 + P_2 s_2)}{\left(\frac{v_2 + v_1}{2}\right) M}.$$

Diese Formel zeigt, daß die Geschwindigkeitsveränderung einer Maschine nicht allein um so kleiner ausfällt, je kleiner die Differenz zwischen der Arbeit der Kraft und der Summe der Arbeiten der Lasten ist, sondern auch je größer die Massen und Geschwindigkeiten der Maschinentheile sind.

Anmerkung. Wenn hiernach die Massen nur auf den Bewegungszustand, nicht aber auf die Wirkung einer Maschine Einfluß äußern, so folgt daraus noch nicht, daß es gleichgültig ist, ob die Theile einer Maschine mehr oder weniger Masse besitzen. Veränderungen in Geschwindigkeit vergrößern oft die Nebenhinderniße, wie z. B. die Reibung, veranlassen störende Schwingungen und nicht selten Stöße, auch liefern manche Maschinen beim ungleichförmigen Gange ein schlechteres Product u. s. w., weshalb es oft nöthig ist, Mittel anzuwenden, um die Ungleichförmigkeit im Gange einer Maschine zu vermindern. Wenn eine Maschine oder ein Maschinentheil abwechselnd aus der Ruhe in Bewegung und aus der Bewegung in Ruhe übergehen muß, so ist nicht ein gleichförmiger, sondern ein solcher Bewegungszustand zu erzielen, daß die Geschwindigkeit abwechselnd von Null stetig bis zu einem gewissen Maximalwerthe zu-, und von diesem wieder bis Null stetig abnimmt, da plötzliche Geschwindigkeitsveränderungen Schwingungen und Stöße verursachen, welche nicht allein mit Arbeitsverlusten (s. Band I, §. 335) verbunden sind, sondern auch ein starkes Abführen der Maschinen herbeiführen. Hierüber kann jedoch erst in der Folge gehandelt werden.

Erſter Abſchnitt.

Von den bewegenden Kräften der Thiere, des Waſſers und des Windes, ſowie von den Maſchinen zur Aufnahme dieſer Kräfte.

Erſtes Capitel.

Von dem Meſſen der bewegenden Kräfte und ihrer Wirkungen.

§. 112 **Dynamometer.** Um die Wirkungen der Kräfte und Maſchinen angeben zu können, hat man drei Elemente nöthig, nämlich die Größe der Kraft, die Größe ihres Weges und die entſprechende Zeit der Wirkung. Zum Ausmeſſen der Kräfte dienen Kraftmeſſer oder Dynamometer, zu dem Ausmeſſen von Wegen gebraucht man Meßſtäbe, Ketten und Meßbänder, und zur Angabe der Zeit werden Pendel und Uhren angewendet. Iſt P die Größe der durch das Dynamometer angegebenen Kraft, und s der Weg, längs deſſen dieſelbe während einer gewiſſen Zeit t wirkt, ſo hat man die Leiſtung oder mechaniſche Arbeit dieſer Kraft auf dieſe Zeit, $= Ps$ und daher die Leiſtung pr. Secunde:

$$L = \frac{Ps}{t}.$$

Hier möge nur von den Dynamometern (franz. dynamomètres; engl. dynamometers) die Rede ſein. Dieſelben ſind entweder Gewichts-, oder Feder-, oder Bremsdynamometer. Gewichts- und Federdynamometer ſind von den Gewichts- und Federwagen nicht weſentlich verſchieden; während letztere vorzüglich nur zum Abwägen oder Meſſen der Gewichte der Körper dienen, wendet man erſtere zum Meſſen der Kräfte überhaupt an. Bremsdynamometer kommen nur beim Ausmeſſen der Kraft einer umlaufenden Welle in Anwendung.

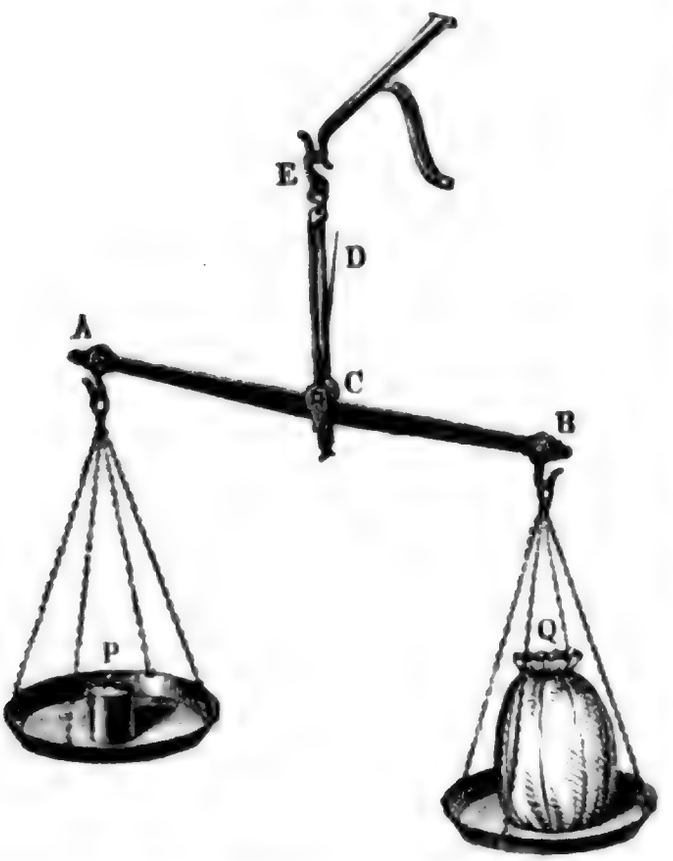
Die Gewichtsdynamometer oder Gewichtswagen ſind ein- oder mehrfache Hebel, an welchen die zu meſſende Kraft oder die abzuwägende Laſt mit bekannten Gewichten ins Gleichgewicht geſetzt wird; die Federdynamometer

ſind Stahlfedern, welche die Größe der auf ſie wirkenden Kräfte durch die bewirkte Formveränderung mit Hülfe von Zeigern angeben.

Die Gewichtswagen ſind entweder gleicharmige oder ungleicharmige, letztere wieder entweder einfache oder zuſammengeſetzte Wagen, je nachdem ſie aus einem gleicharmigen oder aus einem oder mehreren ungleicharmigen Hebeln beſtehen.

Die gleicharmige Wage. Die gemeine oder gleicharmige Gewichtswage (franz. balance ordinaire; engl. common balance) iſt im Weſentlichen ein gleicharmiger Hebel *AB*, Fig. 213, an welchem die abzuwägende Laſt *Q* mit einem gleich großen Gewichte *P* ins Gleichgewicht geſetzt wird. Man unterſcheidet an ihr den Wagebalken *AB* (franz. fléau; engl. beam), die Zunge *CD* (franz. aiguille, languette; engl. tongue), die Scheere *CE* (franz. und engl. chape), die durch ein dreiſeitiges Prisma gebildete Axe *C* (franz. axe; engl. axis) und die mittels Schnüre, Ketten u. ſ. w. aufgehängten, zur Aufnahme der Gewichte beſtimmten Wagſchalen (franz. bassins; engl. scales). §. 113

Fig. 213.



Von einer ſolchen Wage fordert man, daß ſie, und zwar nur dann einſpiele, d. h. der Wagebalken eine horizontale, alſo die Zunge eine verticale Lage annehme, oder mit der Richtung der Scheere zuſammenfalle, wenn das beſtimmte Gewicht in der einen Wagſchale ſo groß iſt als das Gewicht des Körpers in der anderen. Außerdem ſoll eine Wage auch noch Empfindlichkeit und Stabilität beſitzen, d. h. ſie ſoll eine Neigung annehmen, wenn auf der einen Seite der vorher im Einſpielen befindlichen Wage ein kleines Gewicht zugelegt wird, und ſoll in den horizontalen Stand zurückkehren, wenn die Gleichheit der Gewichte wieder hergeſtellt oder die Zulage wieder weggenommen wird.

Damit eine Wage bei gleichen Auflagen zu beiden Seiten einſpiele, müſſen die Hebelarme derſelben vollkommen gleich ſein. Iſt *a* die Länge

des einen, b die des anderen Armes, P das Gewicht an dem einen und Q das Gewicht an dem anderen Arme, ſo hat man beim Einſpielen

$$Pa = Qb;$$

vertauſcht man aber die Gewichte, bringt man P an den anderen Arm und Q an den erſten, ſo hat man auch:

$$Pb = Qa,$$

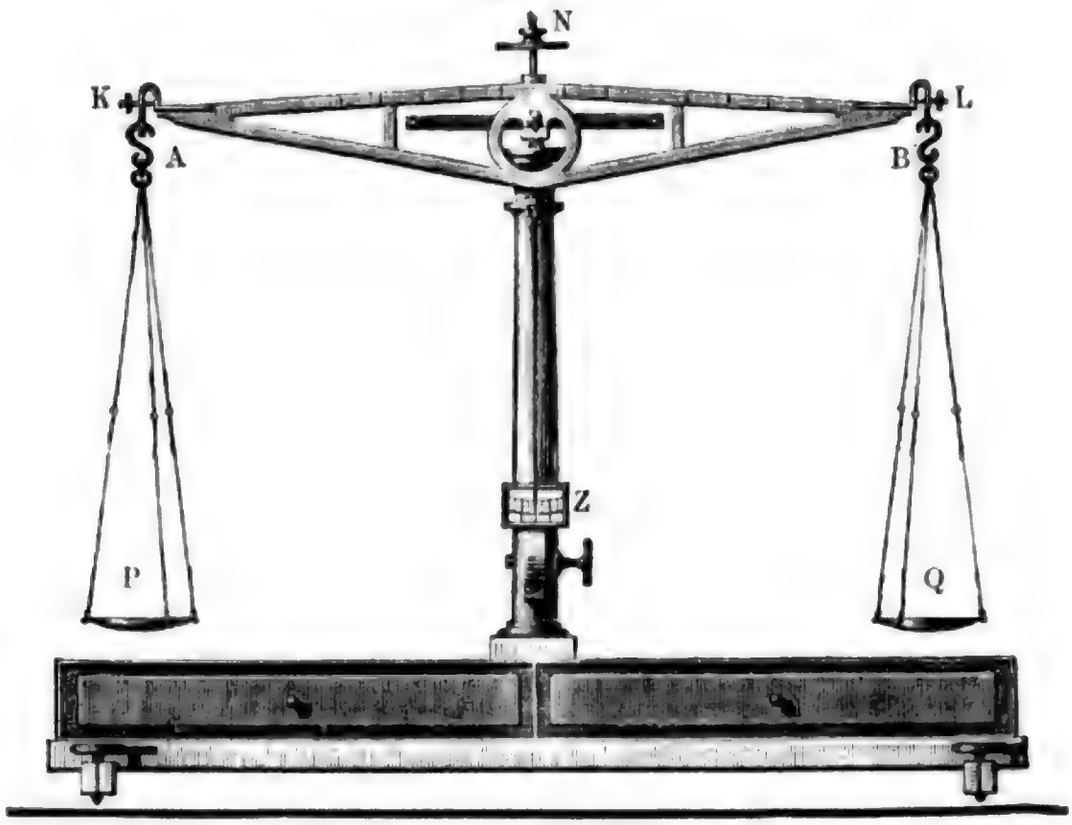
falls hierbei wieder ein Einſpielen ſtatt hat. Aus beiden Gleichungen folgt

$$P^2 . ab = Q^2 . ab,$$

d. i. $P = Q$ und ebenſo auch $a = b$.

Wenn alſo durch das Vertauſchen der Gewichte das Gleichgewicht nicht geſtört wird, ſo iſt dies ein Beweis von der Richtigkeit der Wage. Dieſe Prüfung läßt ſich aber auch auf folgende Weiſe bewerkſtelligen. Bringt man hinter einander zwei Gewichte P und P mit einem dritten Q in der zweiten Wagſchale ins Gleichgewicht, ſo ſind dieſelben unter ſich, wenn auch nicht mit dieſem dritten gleich; legt man daher nach Wegnahme dieſes dritten Gewichtes die beiden erſten auf, ſo hat man für den Gleichgewichtszuſtand $Pa = Pb$, und alſo auch $a = b$. Es liefert alſo hier das Einſpielen der Wage beim Auflegen von zwei gleichen Gewichten den Beweis

Fig. 214.



der Richtigkeit der Wage unmittelbar. Kleine Unrichtigkeiten kann man durch angeſchraubte Gegengewichtchen K, L beſeitigen, wie die feinere Wage Fig. 214 vor Augen führt.

Giebt eine Wage für einen und denſelben Körper die Gewichte P und

Q an, je nachdem man denſelben in der einen oder in der anderen Wagſchale wiegt, ſo hat man für den wahren Werth X des Gewichtes:

$$Xa = Pb \quad \text{und} \quad Xb = Qa,$$

daher:

$$X^2 \,.\, ab = PQ \,.\, ab,$$

alſo:

$$X^2 = PQ \quad \text{und} \quad X = \sqrt{PQ}.$$

Es iſt alſo das geometriſche Mittel aus beiden Angaben das wahre Gewicht des Körpers.

Auch läßt ſich

$$X = \sqrt{P\,(P + Q - P)} = P\sqrt{1 + \frac{Q - P}{P}},$$

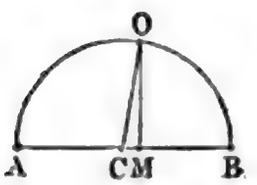
annähernd

$$X = P\left(1 + \frac{Q - P}{2P}\right) = \frac{P + Q}{2}$$

ſetzen, wenn, wie gewöhnlich, die Abweichung $Q - P$ nicht groß iſt; man kann alſo auch einfacher das arithmetiſche Mittel aus beiden Angaben als das wahre Gewicht des Körpers anſehen.

Beſchreibt man über der Summe AB von $\overline{AM} = P$ und $\overline{BM} = Q$ einen Halbkreis AOB, Fig. 215, ſo repräſentirt in demſelben der Halbmeſſer $\overline{CA} = \overline{CB} = \overline{CO}$ den Näherungswerth $\frac{P + Q}{2}$, dagegen die Ordinate $\overline{MO}$ den genauen Werth $\sqrt{PQ}$ von X.

Fig. 215.

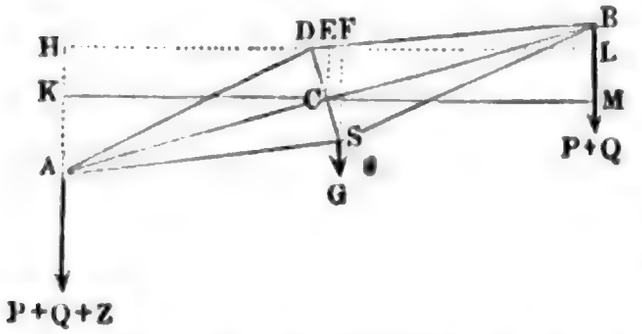


Bringt man die abzuwiegende Laſt erſt durch Hülfsgewichte, wie Sand, Schrot u. ſ. w., auf der Wage ins Gleichgewicht, und erſetzt ſie nachher durch gewöhnliche Gewichte, ſo geben dieſe ebenfalls die wahre Größe der Laſt an.

Empfindlichkeit der Wage. Damit die Wage ſich möglichſt frei §. 114
bewege, und namentlich durch die Axenreibung nicht aufgehalten werde, giebt man ihr eine dreiſeitige Stahlaxe und läßt dieſe noch auf harten Metall- oder Steinlagern ruhen. Damit ferner die Richtung der Mittelkraft der belaſteten oder unbelaſteten Wagſchale durch den Aufhängepunkt gehe und die Reibung eine Abweichung hiervon nicht hervorbringe, alſo der Hebelarm der Schale unveränderlich bleibe, iſt es nöthig, die Schalen ebenfalls an ſchneidigen Axen aufzuhängen. Wie nun auch eine ſolche Wage belaſtet iſt, immer läßt ſich annehmen, daß die angehängten und aufgelegten Gewichte in den Aufhängepunkten ſelbſt angreifen, und ebenſo der Angriffspunkt der Mittelkraft in der die beiden Aufhängepunkte verbindenden Linie liege. Da nach

Band I, §. 131 ein aufgehangener Körper nur dann Stabilität besitzt, wenn sein Schwerpunkt unter dem Aufhängepunkte liegt, so folgt sogleich, daß die Drehaxe D, Fig. 216, einer Wage stets über den Schwerpunkt S des leeren Wagebalkens, und auch nicht unter die Linie AB durch die Aufhängepunkte zu legen ist. Der Allgemeinheit wegen wollen wir daher in Folgendem die Axe D über, und den Schwerpunkt S unter AB liegend annehmen.

Fig. 216.



Der Ausschlag oder die Abweichung des Wagebalkens von der Horizontalen bestimmt die Empfindlichkeit einer Wage; es ist daher seine Abhängigkeit von der Zulage oder Differenz der Gewichte in beiden Wagschalen kennen zu lernen. Setzen wir in dieser Absicht die Armlänge $CA = CB$ des Wagebalkens, $= l$, den Abstand CD des Drehpunktes von der Linie AB durch die Aufhängepunkte, $= a$, den Abstand SD des Schwerpunktes vom Drehpunkte, $= s$, setzen wir ferner den Ausschlagswinkel, $= \varphi$, das Gewicht des leeren Wagebalkens, $= G$, das Gewicht auf der einen Seite, $= P$ und das auf der anderen, $= P + Z$, also die Zulage $= Z$, und endlich noch das Gewicht einer Wagschale sammt Aufhängeketten und Haken, $= Q$, so haben wir das statische Moment auf der einen Seite der Wage:

$$(P + Q + Z) \,.\, \overline{DH} = (P + Q + Z)\,(\overline{CK} - \overline{DE})$$
$$= (P + Q + Z)\,(l \cos.\varphi - a \sin.\varphi),$$

und das auf der anderen Seite:

$$(P + Q) \,.\, \overline{DL} + G \,.\, \overline{DF} = (P + Q)\,(\overline{CM} + \overline{DE}) + G \,.\, \overline{DF}$$
$$= (P + Q)\,(l \cos.\varphi + a \sin.\varphi) + G s \sin.\varphi;$$

es ist daher für den Gleichgewichtszustand:

$$(P + Q + Z)\,(l \cos \varphi - a \sin.\varphi)$$
$$= (P + Q)\,(l \cos.\varphi + a \sin.\varphi) + G s \sin.\varphi,$$

oder, wenn man $tang.\varphi$ einführt und transformirt:

$$([2\,(P + Q) + Z]\,a + G s)\, tang.\varphi = Z l,$$

also die Tangente des gesuchten Ausschlagwinkels:

$$tang.\varphi = \frac{Z l}{[2\,(P + Q) + Z]\,a + G s}.$$

Dieser Ausdruck sagt uns, daß der Ausschlag, und also auch die Empfindlichkeit, mit der Länge des Wagebalkens, sowie mit der Zulage gleichmäßig wächst, daß dagegen die Empfindlichkeit abnimmt, wenn die Gewichte P, Q,

G, Z und die Abſtände a und s größer werden. Es iſt daher eine ſchwere Wage weniger empfindlich als eine leichte unter übrigens gleichen Umſtänden, und es nimmt auch die Empfindlichkeit immer mehr und mehr ab, je größer die abzuwiegenden Gewichte ſind. Um endlich die Empfindlichkeit einer Wage zu erhöhen, ſoll man die Aufhängelinie AB und den Schwerpunkt des Wagebalkens dem Drehungspunkte D nahe bringen.

Wäre a und s = Null, fiele alſo D und S in AB, ſo hätte man:

$$tang.\,\varphi = \frac{Zl}{o} = \infty, \text{ alſo } \varphi = 90^0;$$

es würde alſo die geringſte Zulage eine Drehung des Wagebalkens um 90° bewirken. Auch wäre in dieſem Falle für $Z = 0$, $tang.\,\varphi = \frac{0}{0}$, d. h. es könnte die Wage bei jeder Lage in Ruhe bleiben, wenn gleiche Gewichte aufgelegt wären, es beſäße alſo die Wage ein indifferentes Gleichgewicht und wäre deshalb unbrauchbar. Macht man bloß $a = 0$, legt man alſo den Drehpunkt in die Linie AB durch die Aufhängepunkte, ſo hat man:

$$tang.\,\varphi = \frac{Zl}{Gs},$$

es iſt alſo in dieſem Falle die Empfindlichkeit gar nicht von den angehängten und aufgelegten Gewichten abhängig, daher die Wage beſonders brauchbar. Man kann durch ein angeſchraubtes Gegengewicht N, wie Fig. 214 vor Augen führt, die Empfindlichkeit reguliren.

Stabilität und Schwingungen einer Wage. Die Stabilität §. 115
oder das ſtatiſche Moment S, mit welchem eine gleichbelaſtete Wage in die Gleichgewichtslage zurückkehrt, wenn ſie vorher einen Ausſchlag φ hatte, iſt beſtimmt durch die Formel:

$$S = 2\,(P + Q)\,\overline{DE} + G\,.\,\overline{DF} = [2\,(P + Q)\,a + Gs]\,sin.\,\varphi.$$

Es wächſt alſo das Maß $[2\,(P + Q)\,a + Gs]$ der Stabilität mit den Gewichten P, Q und G und mit den Abſtänden a und s, iſt aber von der Länge des Wagebalkens unabhängig.

Eine ſchwingende Wage läßt ſich mit einem Pendel vergleichen, und deren Schwingungsdauer auch nach der Theorie des letzteren berechnen. Es iſt

$$2\,(P + Q)\,a$$

das ſtatiſche und

$$2\,(P + Q)\,.\,\overline{AD^2} = 2\,(P + Q)\,(l^2 + a^2)$$

das Trägheitsmoment der belaſteten Wagſchalen, ferner Gs das ſtatiſche Moment des leeren Wagebalkens; ſetzt man noch das Trägheitsmoment deſſelben $= Gk^2$, ſo hat man die Länge des mathematiſchen Pendels, welches mit der Wage iſochron ſchwingt (ſ. Band I, §. 327):

$$r = \frac{2\,(P + Q)\,(l^2 + a^2) + G k^2}{2\,(P + Q)\,a + G s},$$

und daher die Schwingungszeit der Wage:

$$t = \pi \sqrt{\frac{2\,(P + Q)\,(l^2 + a^2) + G k^2}{g\,[2\,(P + Q)\,a + G s]}};$$

wofür man, wenn a ſehr klein oder gar Null iſt, ſetzen kann:

$$t = \pi \sqrt{\frac{2\,(P + Q)\,l^2 + G k^2}{g\,G s}}.$$

Man erſieht hieraus, daß die Schwingungsdauer wächſt, je größer P, Q und l, je kleiner aber a und s iſt. Bei gleichen Gewichten ſchwingt hiernach auch eine Wage um ſo langſamer, je empfindlicher ſie iſt. Es iſt alſo das Abwägen an empfindlichen Wagen aufhaltiger als bei weniger ſcharfen Wagen. Aus dieſem Grunde iſt es denn auch nützlich, empfindliche Wagen mit Scalen (wie bei Z, Fig. 214) zu verſehen. Um die Angaben dieſer Scalen beurtheilen zu können, ſetzen wir in dem Nenner der Formel

$$tang.\,\varphi = \frac{Z l}{[2\,(P + Q) + Z]\,a + G s}, \quad Z = 0,$$

und ſchreiben φ ſtatt $tang.\,\varphi$, ſo daß wir

$$\varphi = \frac{Z l}{2\,(P + Q)\,a + G s}$$

erhalten. Führen wir dann ſtatt Z, Z_1 und ſtatt φ, φ_1 ein, ſo erhalten wir:

$$\varphi_1 = \frac{Z_1 l}{2\,(P + Q)\,a + G s},$$

daher:

$$\varphi : \varphi_1 = Z : Z_1.$$

Bei kleinen Zulagen verhalten ſich alſo die Ausſchlagwinkel wie die Zulagen ſelbſt. Es iſt hiernach auch:

$$\varphi : \varphi_1 - \varphi = Z : Z_1 - Z;$$

und daher:

$$Z = \frac{\varphi}{\varphi_1 - \varphi}\,(Z_1 - Z).$$

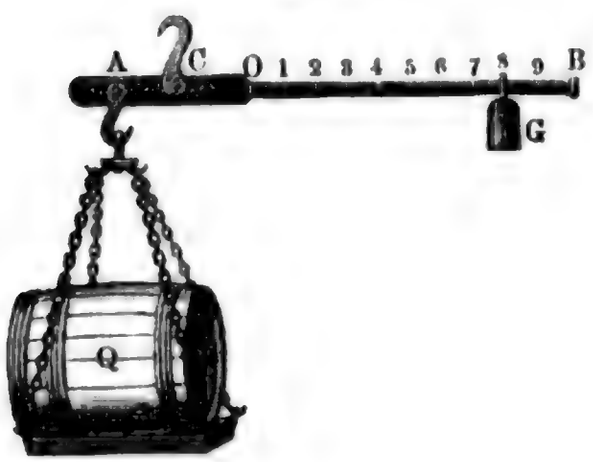
Man findet alſo die einem Ausſchlage φ entſprechende Zulage, indem man zuſieht, wie viel der Ausſchlag vergrößert wird, wenn man die Zulage um ein beſtimmtes Gewicht vergrößert, und nun dieſe Vergrößerung $(Z_1 - Z)$ durch das Verhältniß des erſten Ausſchlages zur nachherigen Vergrößerung deſſelben multiplicirt.

Anmerkung. Die gleicharmigen Wagen kommen in ſehr verſchiedenen Größen und in ſehr verſchiedenen Graden der Güte vor. Die gewöhnlichſte Wage iſt die im Handel vorkommende Krämerwage, wie ſie Fig. 211 vor Augen

führt; am feinſten ſind aber die Probir- und ſolche Wagen, welche zu phyſikaliſchen und chemiſchen Zwecken beſtimmt ſind, wie deren eine in Fig. 212 abgebildet iſt. An ihnen wiegt man höchſtens 1 Pfund ſchwere Gegenſtände ab, und ſie geben gleichwohl noch $\frac{1}{50}$ Gran oder $\frac{1}{3000}$ Quentchen, alſo $\frac{1}{384000}$ von einem Pfunde oder von dem größten Gewichte an. Die feinſten Wagen zeigen ſogar noch den millionteſten Theil der Laſt an, doch wiegt man damit nur höchſtens wenige Lothe ſchwere Gegenſtände ab. Wenn man den Wagbalken eine Eintheilung giebt, und an denſelben ein feines Drahthäkchen hängt, ſo kann man durch Verſchiebung deſſelben auch ohne ganz feine Gewichte die Schärfe in der Angabe einer guten Wage vergrößern. Uebrigens laſſen ſich auch große Wagen, womit man centnerſchwere Gegenſtände abwiegt, in ſehr hohem Grade empfindlich conſtruiren, namentlich wenn man dieſelben leicht, ihre Balken aus Holz u. ſ. w. verfertigt. S. Lardner's und Kater's Lehrbuch der Mechanik.

Ungleicharmige Wagen. Der ungleicharmigen Gewichtswagen (Schnellwagen) giebt es dreierlei, nämlich die Schnellwage mit Laufgewicht, die Schnellwage mit verjüngtem Gewichte und die Schnellwage mit feſtem Gewichte. Die Schnellwage mit Laufgewicht (franz. balance romaine; engl. steel-yard), Fig. 217, iſt ein ungleicharmiger Hebel AB, an deſſen kürzerem Arme CA eine Schale und an deſſen längerem eingetheilten Arme CB ein verſchiebbares Gewicht (Laufgewicht) hängt, welches mit dem in der Schale liegenden Körper Q ins Gleichgewicht geſetzt wird. Iſt l_0 der Hebelarm CO des Laufgewichtes G, wenn daſſelbe die leere Wage zum Einſpielen bringt, ſo hat man das ſtatiſche Moment, mit welchem die leere Wagſchale niederzieht: §. 116

Fig. 217.



$$X_0 = G l_0.$$

Iſt dagegen l_n der Hebelarm CG, wenn das Laufgewicht G der belaſteten Wage das Gleichgewicht hält, ſo hat man für deren ſtatiſches Moment:

$$X_n = G l_n;$$

und es folgt daher durch Subtraction, das Moment der aufgelegten Laſt Q:

$$X_n - X_0 = G (l_n - l_0) = G \,.\, \overline{OG}.$$

Bezeichnet nun noch a den Hebelarm CA der Laſt und x die Entfernung OG des Laufgewichtes von dem Punkte O, wo daſſelbe die leere Wage zum Einſpielen bringt, ſo hat man:

$$Q \,.\, a = G \,.\, x,$$

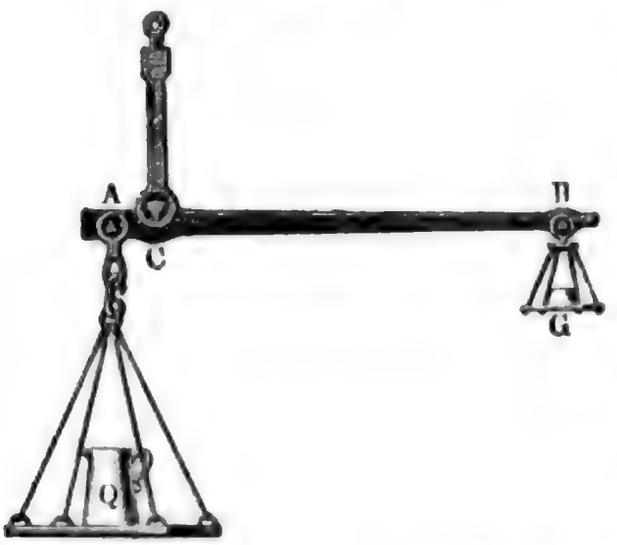
daher die Laſt ſelbſt:

$$Q = \frac{G}{a} \cdot x.$$

Es iſt alſo die Laſt oder das Gewicht Q der aufgelegten Waare der Entfernung x oder dem Wege des Laufgewichtes vom Punkte O aus, proportional. Dem doppelten x entſpricht ein doppeltes Q, dem dreifachen x ein dreifaches Q u. ſ. w.; es iſt daher die Scala OB eine gleichtheilige und ihr Anfang im Punkte O. Die Einheit der nöthigen Eintheilung ergiebt ſich, wenn man zuſieht, welches Gewicht Q_n aufzulegen iſt, um dem am Ende B niederziehenden Laufgewichte G das Gleichgewicht zu halten; es iſt dann Q_n die Anzahl der Theile und daher $\frac{OB}{Q_n}$ die Einheit der Eintheilung oder Scala OB. Iſt z. B. das Laufgewicht auf B, wenn die Laſt $Q = 100$ Pfund beträgt, ſo hat man OB in 100 gleiche Theile zu theilen, und daher die Einheit der Scala $= \frac{OB}{100}$. Hat man bei einer anderen Laſt Q das Gewicht auf $x = 80$ ſtellen müſſen, um die Wage zum Einſpielen zu bringen, ſo iſt auch $Q = 80$ Pfund; ſteht ebenſo das Laufgewicht auf 53, ſo iſt die Laſt Q, 53 Pfund ſchwer u. ſ. w.

Bei der Schnellwage mit verjüngtem Gewichte, Fig. 218, hängt die Laſt an einem kurzen Arme $CA = a$, und das Gewicht an einem langen Arme $CB = b$. Das Verhältniß $\frac{CB}{CA} = \frac{b}{a}$ der Armlängen iſt gewöhnlich ein ſehr einfaches, z. B. $^{10}/_{1}$, in welchem Falle die Wage eine Decimalwage heißt. Hat man die leere Wage durch ein beſonderes, übrigens nicht in Betracht zu ziehendes Gewicht (Tarirgewicht) zum Einſpielen gebracht, ſo iſt für das Gewicht Q des aufgelegten Gegenſtandes:

Fig. 218.



$$Q a = G b,$$

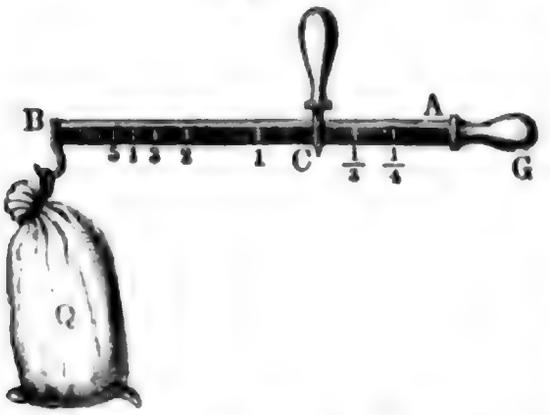
daher:

$$Q = \frac{b}{a} G.$$

Es wird alſo das Gewicht der Waare gefunden, wenn man das verjüngte Gewicht mit einer unveränderlichen Zahl, z. B. bei der Decimalwage, mit 10, multiplicirt, oder das letztere $\frac{b}{a}$mal, z. B. zehnmal ſo ſchwer ſetzt, als es wirklich iſt.

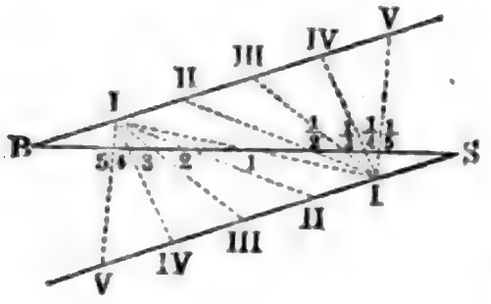
Die Schnellwage mit feſtem Gewichte, däniſche Wage, Fig. 219, hat eine veränderliche Drehaxe C, welche mit einer Handhabe feſtgehalten wird, während man den Wagebalken über ſie wegſchiebt und das Gleichgewicht zwiſchen der angehängten Laſt Q und dem feſten Knopfe G am anderen Ende herzuſtellen ſucht. Ihre Eintheilung iſt eine ungleichtheilige, wie in der Anmerkung gezeigt wird.

Fig. 219.



Anmerkung. Um die Eintheilung der Däniſchen Wage, Fig. 220, zu finden, ziehe man durch den Schwerpunkt S und durch den Aufhängepunkt B derſelben zwei Parallellinien, trage auf dieſe, von S und B aus, gleiche Theile auf, und ziehe von dem erſten Theilpunkte (I) der einen Parallellinie aus nach den Theilpunkten I, II, III u. ſ. w. der anderen Parallellinien gerade Linien; dieſe Verbindungslinien ſchneiden die Arenlinie BS des Wagebalkens in den geſuchten Theilpunkten. Der Theilpunkt (1) in der Linie I÷I liegt in der Mitte zwiſchen B und S, bei Unterſtützung deſſelben iſt daher im Gleichgewichtszuſtande das Gewicht Q der Waare dem Gewichte G der ganzen Wage gleich; der Theilpunkt (2) in der Linie I÷II ſteht von S noch einmal ſo weit ab als von B; bei Unterſtützung deſſelben iſt daher im Zuſtande des Gleichgewichtes, $Q = 2\,G$, ebenſo der Theilpunkt (3) in der Linie I÷III ſteht von S dreimal ſo viel ab als von B; es iſt daher derſelbe zu unterſtützen, wenn $Q = 3\,G$ beträgt u. ſ. w. Ebenſo läßt ſich leicht einſehen, daß bei Unterſtützung der Theilpunkte $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ u. ſ. w. im Gleichgewichtszuſtande die Laſt Q, $\frac{1}{2}\,G$, $\frac{1}{3}\,G$ u. ſ. w. iſt. Man erſieht hieraus, daß die Theilpunkte für größere Laſten näher und für kleinere weiter von einander abſtehen, daß alſo auch dieſe Wage einen ſehr veränderlichen Grad von Empfindlichkeit beſitzt.

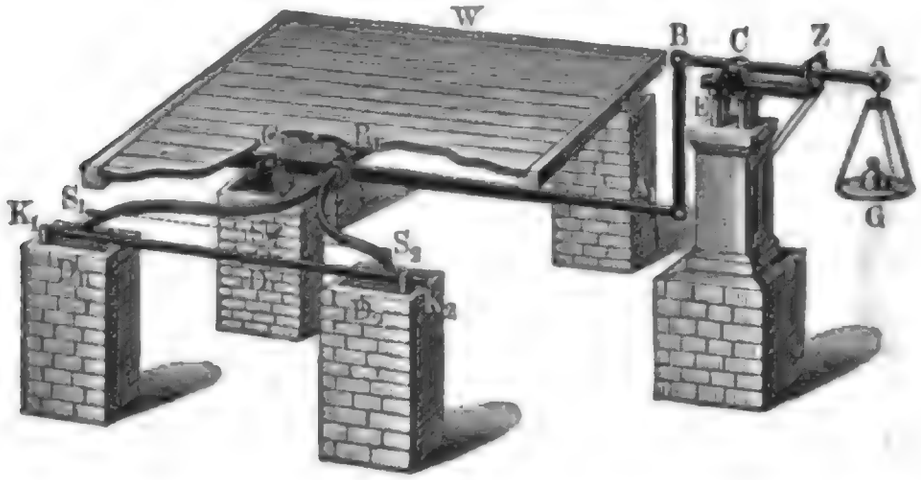
Fig. 220.



Brückenwagen. Zuſammengeſetzte Gewichtswagen beſtehen §. 117
aus zwei, drei oder noch mehr Hebeln oder Wagebalken. Es gehören hierher die Brücken-, Straßen- und Mauthwagen, die Tafelwagen u. ſ. w. Sie dienen meiſt zum Abwiegen größerer Körper und ſind deshalb in der Regel verjüngte Wagen. Die Wagſchale für die Laſt wird hier durch eine große Tafel (Brücke) erſetzt, und es iſt dieſelbe ſo zu unterſtützen und mit den Hebeln zu verbinden, daß das Auf- und Abnehmen des abzuwiegenden Körpers die größte Bequemlichkeit gewährt, und die Angabe der Wage von der Stellung und dem Orte des Körpers auf der Brücke nicht abhängt.

Eine vorzügliche **Brückenwage** (franz. balance à bascule; engl. weighbridge) iſt die in Fig. 221 abgebildete Wage von Schwilgue in Straß-

Fig. 221.



burg. Die Brückenwage beſteht aus einem doppelarmigen Hebel ACB, aus einem einfachen einarmigen Hebel $A_1 B_1 C_1$ und aus zwei gabelförmigen einarmigen Hebeln $B_1 S_1 D S_2$ u. ſ. w. Die Drehaxen dieſer Hebel ſind C, C_1 und D_1, D_2. Die Brücke W iſt nur zum Theil abgebildet, und von den beiden gabelförmigen Hebeln iſt nur der eine ſichtbar. Für gewöhnlich ruht die Brücke auf den vier Bolzen K_1, K_2 u. ſ. w., während des Abwiegens aber wird dieſelbe durch die vier Schneiden S_1, S_2 u. ſ. w., welche auf den gabelförmigen Hebeln ſitzen, unterſtützt. Um dies zu können, iſt das Geſtell E der Wage AB beweglich und durch eine Kurbel mittels gezahnter Räder u. ſ. w. (hier nicht ſichtbar) auf und nieder ſtellbar. Das Geſchäft des Abwägens beſteht in dem Auflegen der Laſt (Auffahren des Laſtwagens), in dem Emporheben des Geſtelles EC, in dem Auflegen von Gewichten in die Wagſchale G und, nach bewirktem Einſpielen der Wage, in dem Wiederniederlaſſen des Geſtelles und der Brücke.

Gewöhnlich iſt das Hebelarmverhältniß $\frac{CA}{CB} = 2$,

das Hebelarmverhältniß $\frac{C_1 A_1}{C_1 B_1} \ldots\ldots = 5$,

und das Armverhältniß $\frac{DB_1}{DS} \ldots\ldots = 10$;

iſt demnach die leere Wage tarirt, ſo hat man die Kraft in B oder A_1:

$= 2$ mal Gewicht G in der Wagſchale;

die Kraft in B_1:

$= 5$ mal Kraft in $A_1 = 2 . 5 = 10$ mal Gewicht G,

und endlich die Kraft in S:

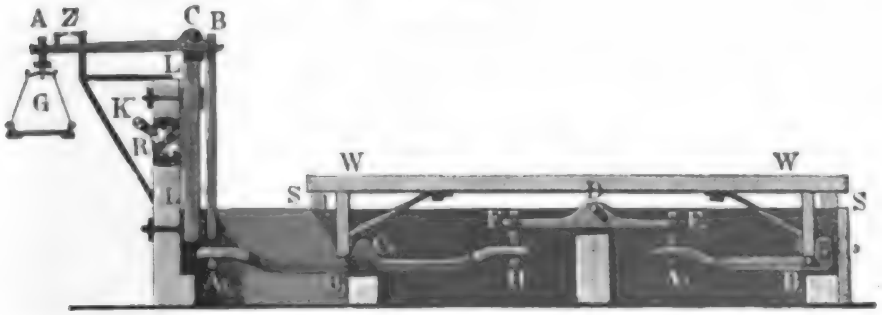
$= 10$ mal Kraft in $B_1 = 10 . 10 = 100$ mal Gewicht G;

es iſt alſo beim Einſpielen die aufgelegte Laſt 100 mal ſo groß als das

aufgelegte Gewicht G; und die Wage eine Centeſimal- oder 100fach verjüngende Wage.

Eine andere, von W Becker in Straßburg conſtruirte Brückenwage iſt in Fig. 222 abgebildet. Die Brücke W dieſer Wage ruht mittels vier Säulen in B_1, B_2 u. ſ. w. auf den gabelförmigen einarmigen Hebeln $A_1 B_1 C_1$, $A_2 B_2 C_2$, von denen der letztere durch einen gleicharmigen Hebel DEF mit einer Verlängerung $C_1 H$ des erſteren verbunden iſt. Vor dem

Fig. 222.



Abwägen ruht die Brücke auf den Lagern S, S, wenn aber die Laſt aufliegt, wird das Geſtelle LL der Wage AB, ſowie auch das ganze Hebelſyſtem mittels einer Kurbel K, eines gezahnten Rades R u. ſ. w. emporgehoben, und nun ſo viel Gewicht G in die Wagſchale gelegt, als zum Aequilibriren nöthig iſt. Wo und wie auch die Laſt Q auf der Brücke W aufruhe, immer iſt die Summe der Kräfte in B_1, B_2 u. ſ. w. der Laſt gleich. Nun iſt aber das Verhältniß $\frac{C_2 A_2}{C_2 B_2}$ der Armlängen dem Verhältniſſe $\frac{C_1 A_1}{C_1 B_1} = \frac{a_1}{b_1}$ gleich, auch die Armlänge $DE =$ der Armlänge DF, ſowie $C_1 H = C_1 A_1$; es kommt daher auf Eins hinaus, ob ein Theil der Laſt Q von B_2 oder unmittelbar von B_1 aufgenommen werde, oder die Gleichgewichtsverhältniſſe des Hebels $C_1 B_1 A_1$ ſind dieſelben, ob die ganze Laſt Q in B_1 unmittelbar, oder nur ein Theil in B_1, der andere Theil aber in B_2 aufruhe und erſt mittels der Hebel $C_2 B_2 A_2$, EDF und $C_1 H$ auf $C_1 B_1 A_1$ wirke. Iſt nun noch $\frac{a}{b}$ das Armverhältniß $\frac{CA}{CB}$ der oberen Wage ACB, ſo hat man die Kraft in der Zugſtange BA_1:

$$Z = \frac{a}{b} \cdot G,$$

und daher die Größe der Belaſtung der vorher tarirten Brücke:

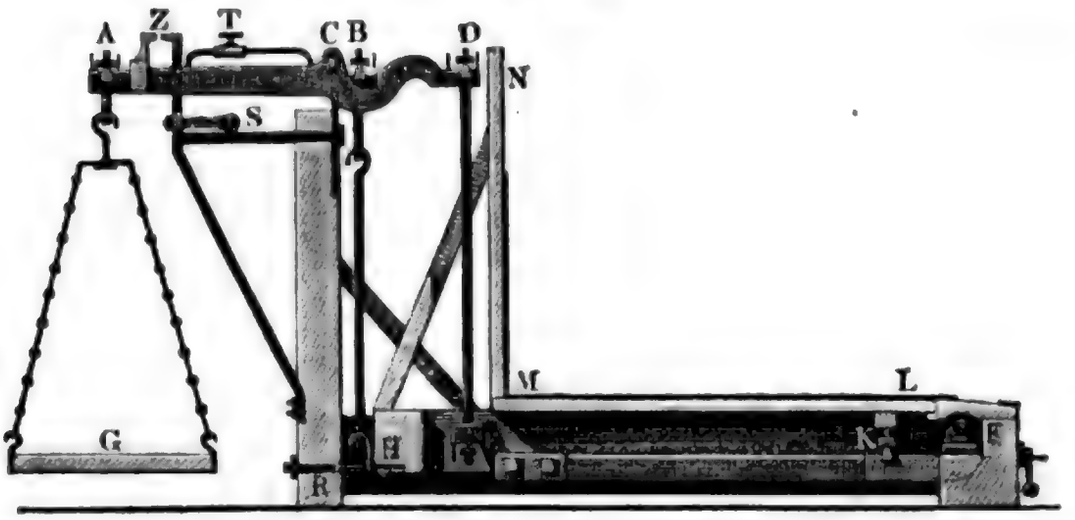
$$Q = \frac{a_1}{b_1} Z = \frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{a}{b} G.$$

Gewöhnlich iſt $\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1} = {}^{10}/_{1}$, daher $Q = 100\,G$, und die Wage eine Centeſimalwage.

Anmerkung. Die Straßen- oder Mautlwagen erfordern nur ſchmale Brücken, wenn man die Laſtwagen erſt mit den Vorder- und dann mit den Hinterrädern auffährt. Das Gewicht des ganzen Wagens iſt hier die Summe der Abwägungsreſultate, wie auch die Laſt auf die beiden Radaren vertheilt ſei.

§. 118 **Tragbare Brückenwagen.** In techniſchen Werkſtätten, Fabriken und Manufacturen findet man die in ſehr verſchiedenen Größen ausgeführten tragbaren Brückenwagen von Quintenz angewendet. Eine ſolche, in Fig. 223 abgebildete Wage beſteht aus drei Hebeln ACD, EF und HK. An dem erſten Hebel hängen die Wagſchale G für die Beſtimmungsgewichte

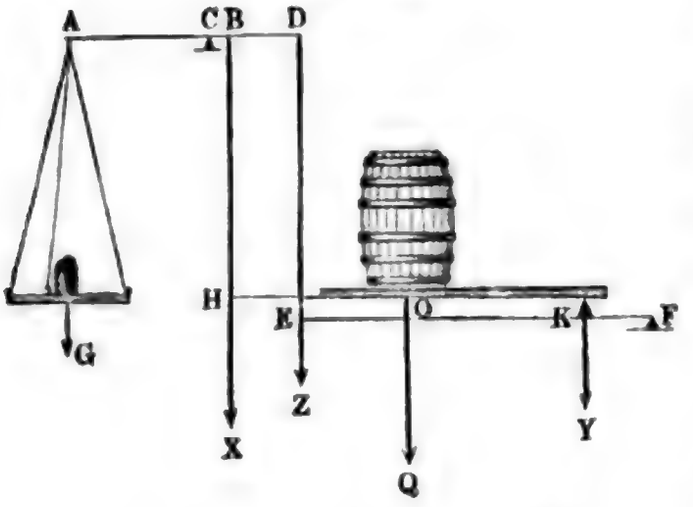
Fig. 223.



und noch zwei Stangen DE und BH herab; die Stange DE trägt den um den feſten Punkt F drehbaren Hebel EKF, und die zweite Stange BH trägt den Hebel HK, deſſen Drehungsaxe K auf dem Hebel EF aufſitzt. Um den beiden letzten Hebeln eine ſichere Lage zu verſchaffen, ſind dieſelben gabelförmig geſtaltet, und die Drehaxen F und K derſelben durch je zwei Schneiden gebildet. Auf dem Hebel HK ſitzt die trapezoidale Brücke ML, welche zur Aufnahme der abzuwiegenden Laſt beſtimmt und noch mit einer Rückwand MN verſehen iſt, um die verletzlichen Theile der Wage vor Beſchädigung zu ſchützen. Vor und nach dem Abwägen ruht der durch einen Rahmen gebildete Hebel auf drei Stiften, wovon in der Durchſchnittszeichnung nur der eine (R) ſichtbar iſt, der Wagebalken AD aber wird durch eine mit einer Handhabe ausgerüſtete hebelförmige Arretirung S unterſtützt. Hat man die Waare aufgelegt, ſo legt man die Arretirung nieder und ſetzt nun ſo viel Gewicht auf G, bis AD zum Einſpielen kommt. Nach dieſem wird die Arretirung wieder gehoben, ſo daß ſich HK wieder auf die drei Bolzen aufſetzt, und die Laſt, ohne die Wage zu beſchädigen, abgenommen werden kann. Den horizontalen Stand von AD erkennt man an dem Zeiger Z und die leere Wage tarirt man durch ein verſchiebbares Gewicht T oder durch eine beſondere Zulage bei G.

Wie bei allen Wagen, ſo iſt es auch bei dieſer Brückenwage nöthig, daß ihre Angabe nicht von der Lage und der Stellung des abzuwiegenden Körpers auf der Brücke abhänge; damit aber dieſer Bedingung Genüge geleiſtet werde, iſt es erforderlich, daß das Verhältniß $\frac{EF}{KF}$ der Arme des Hebels EKF, Fig. 224, gleich ſei dem Hebelarmverhältniß $\frac{CD}{CB}$ des Wagebalkens AD.

Fig. 224.



Ein Theil X der Laſt Q auf der Brücke wird durch die Zugſtange BH auf den Wagebalken AD übergetragen und wirkt an dieſem mit dem ſtatiſchen Momente $\overline{CB}.X$; ein anderer Theil Y hingegen geht bei K auf den Hebel EF über und wirkt in E mit der Kraft:

$$Z = \frac{KF}{EF} \cdot Y.$$

Nun geht wieder dieſe Kraft mittels der Stange DE in D auf den Wagebalken über; es wirkt daher der Theil Y mit dem ſtatiſchen Momente:

$$CD \cdot \frac{KF}{EF} \cdot Y$$

und in B mit der Kraft:

$$\frac{CD}{CB} \cdot \frac{KF}{EF} \cdot Y$$

am Wagebalken AD. Damit das Gleichgewicht des Wagebalkens weder von X noch von Y allein, ſondern nur von der Summe $Q = X + Y$ abhänge, iſt nöthig, daß Y in demſelben Punkte B genau ſo wirke, als wenn es unmittelbar von demſelben aufgenommen würde, daß alſo

$$\frac{CD}{CB} \cdot \frac{KF}{EF} \cdot Y = Y, \text{ d. i.}$$

$$\frac{CD}{CB} \cdot \frac{KF}{EF} = 1,$$

alſo

$$\frac{CD}{CB} = \frac{EF}{KF} \text{ ſei.}$$

Bezeichnen wir nun die Hebelarme CA und CB durch a und b, ſo haben wir wieder, wie bei der einfachen Wage,

$$G\,a = (X + Y)\,b = Q\,b,$$

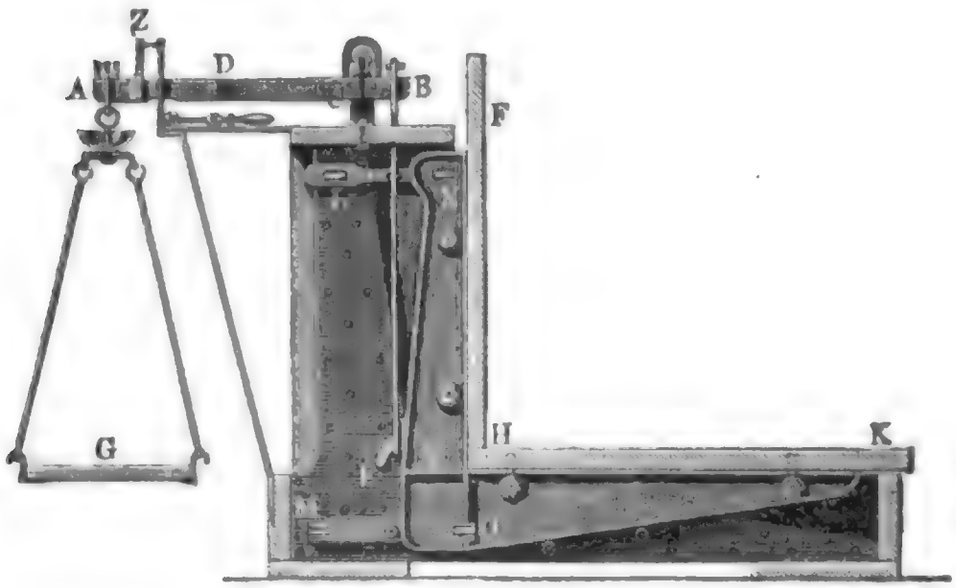
und daher das geſuchte Gewicht:

$$Q = \frac{a}{b}\,G,$$

z. B. $= 10\,G$, wenn die Armlänge CB in der Armlänge CA, 10 mal enthalten iſt. Dieſe Wage prüft man, indem man zuſieht, ob ein nach und nach in mehreren, und zumal in den Eckpunkten der Brücke aufgelegtes Gewicht Q ſtets einem $\frac{a}{b}$ (10) mal ſo kleinem Gewichte G in der Wagſchale das Gleichgewicht hält.

§. 119 Eine andere eigenthümliche Brückenwage iſt die (balance-bascule) von George in Paris, ſ. Bulletin de la Société d'Encouragement, Avril 1844, oder Dingler's Polyt. Journal, Bd. 93. Die weſentliche Einrichtung einer ſolchen Wage iſt folgende. $A\,C\,B$, Fig. 225, iſt eine Decimalwage mit der Wagſchale G und dem Zeiger Z, welche rechts von D in zwei

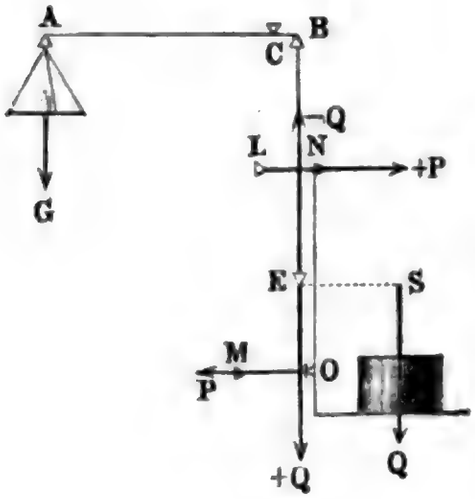
Fig. 225.



Armen ausläuft, wovon jeder mittels einer Schneide C auf dem Geſtelle aufruht und mittels einer anderen Schneide B eine Zugſtange BE erfaßt, woran die Brücke FHK hängt. Damit ſich die letztere nicht um den Aufhängepunkt E drehe und umſchlage, iſt das Wagegeſtelle mit zwei Paar horizontalen Schneiden L, M, ſowie der Rahmen, welcher die Brücke trägt, mit zwei Paar Schneiden wie N, O ausgerüſtet, und ſind je zwei dieſer Schneiden durch Querſtangen $L\,N$, $M\,O$ dergeſtalt mit einander verbunden, daß die Componenten der aus der excentriſchen Belaſtung der Brücke hervorgegangenen Kräftepaare von N auf L durch Zug und von O auf M durch Druck übergetragen werden.

Denkt man ſich im Aufhängepunkte E der Brücke HK, Fig. 226, zwei gleiche Verticalkräfte $+ Q$, $- Q$ angebracht, ſo bildet die eine ($- Q$) mit der Belaſtung Q der Brücke ein Kräftepaar, welches von dem Geſtelle mittels der Querſtangen aufgenommen wird, während die andere Kraft ($+ Q$) mittels der Zugſtange BE auf den Wagebalken ACB wirkt. Iſt d der Abſtand ES des Aufhängepunktes E von der Laſt Q und e der Abſtand NO der Schneiden N und O oder L und M von einander, ſo hat man der Theorie der Kräftepaare zufolge (ſ. Bd. I, §. 93) für die Kräfte $+ P$, $- P$, mit welchen die Brücke auf die feſten Schneiden L, M wirkt,

Fig. 226.



$$Pe = Qd,$$

und daher

$$P = \frac{d}{e} Q.$$

Sind ferner a und b die Hebelarme CA und CB des Wagebalkens, und iſt G das aufgelegte Gewicht, ſo hat man für den Gleichgewichtszuſtand der übrigens tarirten Wage:

$$Ga = Qb,$$

und daher:

$$G = \frac{b}{a} Q.$$

Es hängt alſo nur die Horizontalkraft $\pm P$, nicht aber das aufgelegte Gewicht G von der Entfernung e oder von der Lage der Laſt Q auf der Brücke ab.

Schiffswage. Zu den einfacheren Wagen mit verjüngten Gewichten §. 120
gehört die ſogenannte ſchwediſche Schiffswage. Dieſelbe beſteht in der Hauptſache aus zwei übereinander hängenden ungleicharmigen Wagebalken, welche ſo mit einander verbunden ſind, daß die Kraft des unteren Balkens als Laſt des oberen wirkt. Sind folglich bei beiden Balken die Laſtarme 10 mal in den Kraftarmen enthalten, ſo giebt die Kraft oder das Gewicht G in der Wagſchale des langen Armes des oberen Balkens die Laſt Q in der Wagſchale des kürzeren Armes vom unteren Balken hundertfach verkleinert an.

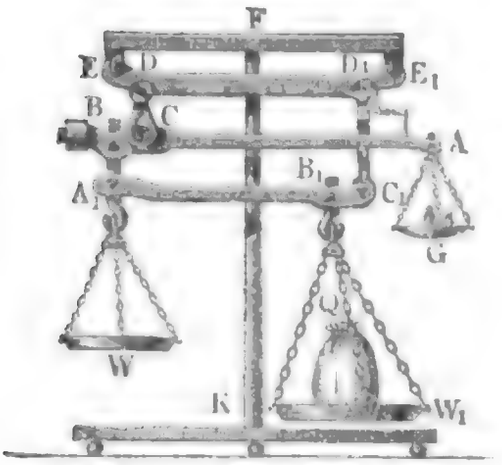
Nach demſelben Principe iſt auch die Decimal- und Centeſimalwage von Joſeph Veranger (ſ. Polyt. Centralblatt, 1850) conſtruirt. Es beſteht

dieſelbe ebenfalls aus zwei Balken ACB und $A_1C_1B_1$, Fig. 227, mit den Armverhältniſſen:

$$\frac{CA}{CB} = \frac{C_1A_1}{C_1B_1} = 10.$$

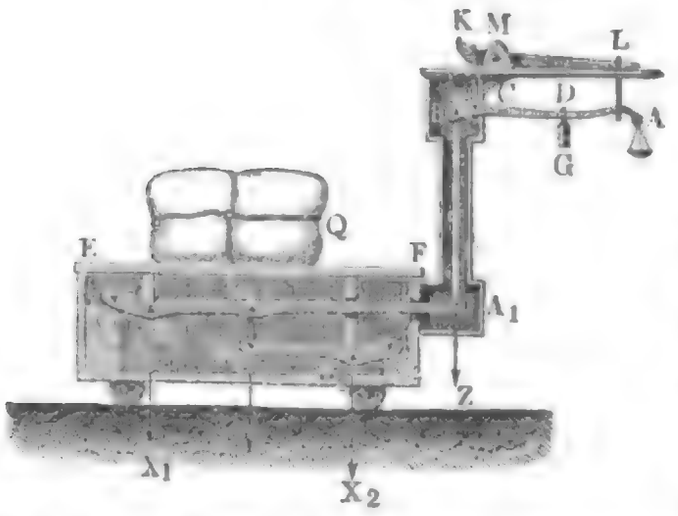
Die Scheeren CD, C_1D_1 derſelben ſind mit einem dritten Balken DD_1 verbunden, welcher mittels zwei Oeſen E und E_1 an das Geſtelle FK angehangen wird. Während der obere Wagebalken nur die kleine, zur Aufnahme der Gewichte dienende Wagſchale G trägt, ſind an den unteren Wagebalken zwei Wagſchalen W und W_1 zur Aufnahme der Laſt oder des abzuwiegenden Körpers angebracht. Je nachdem man nun dieſe Laſt Q in die eine oder in die andere Wagſchale legt und mit G ins Gleichgewicht ſetzt, giebt dieſes Gewicht die Größe von Q zehn- oder hundertfach an.

Fig. 227.



§. 121 **Tafelwage.** Eine engliſche auf Rädern ruhende Brücken- oder Tafelwage iſt der Hauptſache nach in Fig. 228 abgebildet. Die Brücke oder Tafel EF zur Aufnahme der Laſt Q bildet hier den Deckel eines Kaſtens, worin der Hebelmechanismus der Wage eingeſchloſſen iſt und ruht mittels vier Füßen auf den Schneiden B_1, B_2 u. ſ. w. der um C_1 und C_2 drehbaren Hebel oder Wagebalken $C_1B_1D_1$ und $C_2B_2D_2$, welche unter ſich durch eine Hängeſtange D_1D_2 und mit dem Wagebalken ABC durch eine andere Stange BA_1 verbunden ſind.

Fig. 228.



Die Scheere CK des letzteren Wagebalkens hängt an einem um M drehbaren Hebel KL, deſſen Ende L niedergedrückt wird, um C und hiermit auch EF zu heben und die Wage ins Spiel zu ſetzen.

Iſt derjenige Theil, welchen die Doppelſchneide B_1 trägt, $= X_1$, ferner derjenige Theil, welchen die Doppelſchneide B_2 aufnimmt, $= X_2$, und ſind

die Hebelarme $C_1 A_1 = a_1$, $C_1 B_1 = C_2 B_2 = b_1$ und $C_1 D_1 = C_2 D_2 = d_1$, ſo hat man die Zugkraft in $D_1 D_2$:

$$Y = \frac{b_1 X_2}{d_1}$$

und die in $B A_1$:

$$Z = \frac{b_1 X_1}{a_1} + \frac{d_1 Y}{a_1} = \frac{b_1 X_1 + b_1 X_2}{a_1} = \frac{b_1 (X_1 + X_2)}{a_1} = \frac{b_1 Q}{a_1}.$$

Bezeichnet endlich a den veränderlichen Arm CD des Laufgewichtes G, und b den Arm CB der Zugkraft Z, ſo hat man, unter der Vorausſetzung, daß die leere Wage durch ein beſonderes Gewicht tarirt iſt:

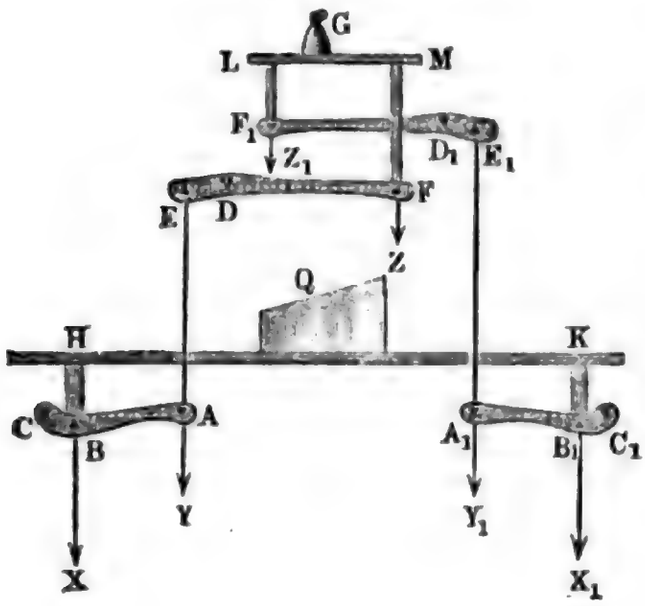
$$G a = Z b = \frac{b_1 b Q}{a_1},$$

und daher die Laſt:

$$Q = \frac{a a_1}{b b_1} G.$$

Die Einrichtung einer Tafelwage nach Kuppler iſt aus Fig. 229 zu erſehen. Die Laſt Q wird hier auf eine Tafel HK und das Gewicht G auf eine Tafel LM gelegt; während die erſtere vorzüglich von den Hebeln ACB und $A_1 C_1 B_1$ unterſtützt wird, ruht die letztere zunächſt auf den Hebeln DEF und $D_1 E_1 F_1$, welche durch die Zugſtangen AE und $A_1 E_1$ mit den erſteren Hebeln verbunden ſind. Bezeichnet man die Arme $CA = C_1 A_1$ durch a, die Arme $CB = C_1 B_1$ durch b, ferner die Arme $DF = D_1 F_1$ durch a_1 ſowie die Arme $DE = D_1 E_1$ durch b_1, und ſetzt man die aus Q hervorgehenden Drücke auf B und B_1, $= X$ und X_1, ſo hat man die hieraus reſultirenden Kräfte in den Zugſtangen AE und $A_1 E_1$:

Fig. 229.



$$Y = \frac{b}{a} X \quad \text{und} \quad Y_1 = \frac{b}{a} X_1,$$

und die das Gewicht G aufnehmenden Kräfte in den Füßen FM und $F_1 L$ der Tafel LM:

$$Z = \frac{b_1}{a_1}\, Y = \frac{b\,b_1}{a\,a_1}\, X \text{ und } Z_1 = \frac{b_1}{a_1}\, Y_1 = \frac{b\,b_1}{a\,a_1}\, X_1,$$

ſo daß nun

$$G = Z + Z_1 = \frac{b\,b_1}{a\,a_1}\,(X + X_1) = \frac{b\,b_1}{a\,a_1}\, Q,$$

ſowie umgekehrt

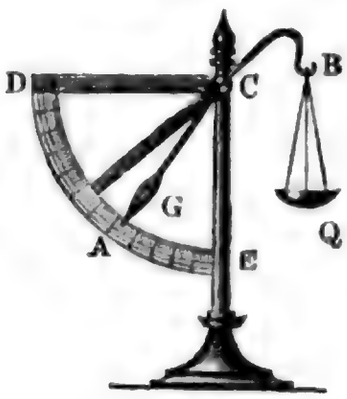
$$Q = \frac{a\,a_1}{b\,b_1}\, G,$$

z. B. für $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a}{b} = 10$, $Q = 100\, G$ folgt.

Anmerkung. Ueber die Brückenwagen wird ausführlich gehandelt in Hülſe's Allgemeiner Maſchinenencyclopädie, Bd. II, Art. Brückenwagen; nächſtdem auch in Gerſtner's Mechanik, Bd. I. Ueber Hofmann's Tafelwagen, welche ebenfalls hierher zu zählen ſind, iſt in Poggendorff's Annalen 1845 und in Dingler's Polyt. Journal, Bd. 97, nachzuſehen. Es gehören hierher auch die Wagen von Kuppler und Baumann, welche im Baieriſchen Kunſt- und Gewerbeblatt, Jahrgang 1845 und dem oben citirten Artikel in der Allgemeinen Maſchinenencyclopädie abgehandelt werden. S. auch die Beſchreibung der Brückenwage zum Wägen belaſteter Wagen von Däntzer und Schmidt in Bd. 27 (1861) des polytechniſchen Centralblattes. Eine ausführliche Abhandlung über die Wagen von Burg enthält auch Prechtl's Technologiſche Encyclopädie Bd 20. Nächſtdem iſt Rühlmann's allgemeine Maſchinenlehre Bd. I, 1862 zu empfehlen. Eine Brückenwage eigenthümlicher Conſtruction, von Herrn Prof. Schönemann, wird in einer beſonderen Monographie, Wien 1855, beſchrieben.

§. 122 **Zeigerwage.** Die Zeigerwage (franz. peson ordinaire; engl. bentlever balance) iſt ein ungleicharmiger Hebel ACB, Fig. 230, welcher das Gewicht Q der angehängten Waare mittels eines über einer feſten Scala DE weggehenden Zeigers CA angiebt, indem ſich das an dem Zeiger befeſtigte Gewicht G mit Q ins Gleichgewicht ſetzt. Um die Theorie dieſer Wage zu entwickeln, denken wir uns zunächſt den einfachen Fall, daß die Zungenaxe CD durch den Aufhängepunkt B der Wagſchale, Fig. 231, gehe. Iſt die leere Wage im Gleichgewicht, alſo ihr Schwerpunkt S_0 ſenkrecht unter der Drehaxe C, ſo ſtehe der Zeiger in CD_0, und es befinde ſich der Aufhängepunkt der Laſt in B_0. Legt man aber eine Laſt Q zu, ſo komme B_0 nach B, D_0 nach D und S_0 nach S, es erhalte alſo die Laſt Q den Hebelarm CK und das Gewicht G der leeren Wage den Hebelarm CH. Es iſt für den neuen Gleichgewichtszuſtand:

Fig. 230.



$$Q \,.\, \overline{CK} = G \,.\, \overline{CH}.$$

Fällt man $D_0 N$ winkelrecht gegen CD, ſo erhält man in $CD_0 N$ und SCH zwei ähnliche Dreiecke, weshalb ſich

$$\frac{CH}{CS} = \frac{D_0 N}{CD_0}$$

ſetzen läßt; da nun auch noch die Dreiecke $D_0 PN$ und CBK einander ähnlich ſind, ſo hat man auch:

$$\frac{CK}{CB} = \frac{D_0 N}{D_0 P},$$

und daher:

$$Q \cdot \frac{CB \,.\, D_0 N}{D_0 P} = G \cdot \frac{CS \,.\, D_0 N}{CD_0},$$

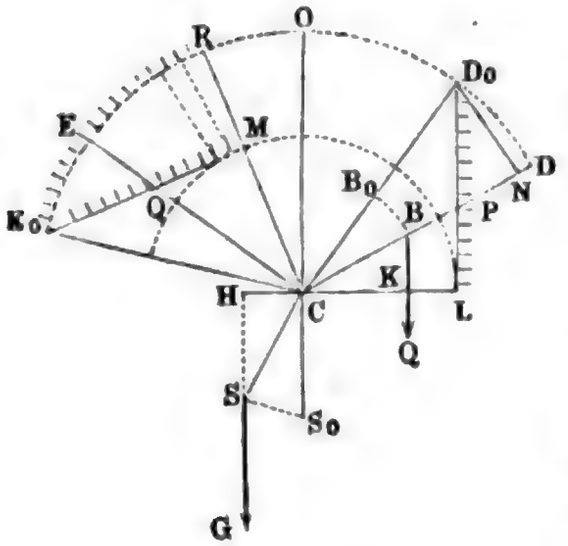
d. i.:

$$Q = \frac{CS}{CB} \cdot \frac{D_0 P}{CD_0} G;$$

oder, wenn man $CS = a$, $CB = b$, $CD_0 = CD = d$ und $D_0 P = x$ ſetzt:

$$Q = \frac{a}{b} \cdot \frac{x}{d} G.$$

Fig. 231.



Es wächſt alſo Q mit dem Abſchnitte $\overline{D_0 P} = x$ der Zunge auf der Verticalen $D_0 L$, und es läßt ſich daher $D_0 L$ als eine gleichtheilige Scala gebrauchen. Hat man durch Auflegen einer bekannten Laſt den entſprechenden Theilpunkt P auf dieſer Scala gefunden, ſo erhält man folglich andere Theilpunkte, wenn man den Raum $D_0 P$ in gleiche Theile theilt.

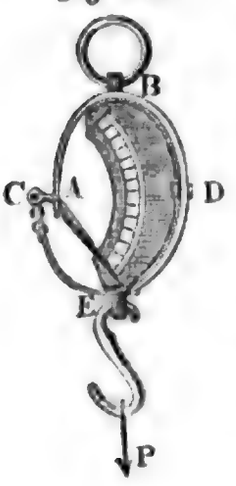
Geht die Zeigerlinie CD_0 nicht über den Aufhängepunkt B weg, ſondern hat ſie eine andere Richtung CE_0, ſo findet man die entſprechende gleichtheilige Scala $E_0 M$, wenn man das rechtwinkelige Dreieck $CD_0 L$ als $CE_0 M$ über CE_0 legt. Um endlich eine anders gerichtete oder kreisförmige Scala $E_0 R$ zu erhalten, zieht man aus dem Drehpunkt C gerade Linien durch die Theilpunkte der $E_0 M$ bis zum Kreiſe, welchen die Zeigerſpitze durchläuft.

Anmerkung. Es giebt noch andere Zeigerwagen, z. B. die Zeigerwage von Du Mont, die Zeigerwage von Braby u. ſ. w.; auch gehört hierher Weber's Kettenwage, ſowie Steinhiel's Brückenwage mit Zeiger, welche nicht mittels Schneiden unterſtützt, ſondern an Fäden oder Bändern aufgehangen iſt. Bei dieſen Wagen bildet die Scala mit dem Gewichte ein Ganzes, und es dient ein die Wagſchale tragendes Loth als Zeiger. Die Zeigerwagen kommen im praktiſchen Leben als Garn-, Sortir-, Papier-, Briefwagen u. ſ. w. vor. Siehe den Artikel „Wage" im Band 20 von Prechtl's Technologiſche Encyclopädie, ſowie im Band 10 von Gehler's Phyſikaliſchem Wörterbuche.

§. 123 **Federwage.** Federwagen oder Federdynamometer (franz. pesons à ressort; engl. spring-balances, spring-yards) bestehen aus gehärteten Stahlfedern, auf welche die zu messenden Gewichte oder Kräfte wirken, und aus Zeigern, welche auf Scalen hinlaufen, wo sie die von den Kräften hervorgebrachten Formveränderungen anzeigen und dadurch die Größe der Kräfte mittelbar angeben. Diese Stahlfedern müssen vollkommen elastisch sein, d. h. sie müssen nach Wegnahme der Kraft ihre erste Gestalt wieder vollkommen herstellen. Aus diesem Grunde darf man die Federwage auch nur bis zu einem gewissen, ihrer Stärke entsprechenden, Grade belasten; geht man damit über die Elasticitätsgrenze hinaus, so verlieren sie ihre vollkommene Elasticität und werden dadurch ganz unbrauchbar. Die zu diesen Wagen verwendeten Federn sind von sehr verschiedenen Formen. Zuweilen sind diese schraubenförmig gewunden, und in einem cylindrischen Gehäuse eingeschlossen, so daß sie durch ihre Verlängerung oder Verkürzung in der Axenrichtung dieses Cylinders die Größe der in eben dieser Richtung wirkenden Kraft anzeigen. Eine solche Federwage, wie sie in Frankreich gebraucht wird, ist in Fig. 232 abgebildet. Das eingetheilte Stäbchen AB endigt sich oben in einem Ringe C zum Aufhängen und unten in einem Kolben B, und ist mit einer, in der Figur durchschnitten dargestellten, Spiralfeder umgeben, welche nebst dem Kolben B von dem cylindrischen Gehäuse DE umgeben wird. Das letztere hat oben eine rectanguläre Oeffnung für das eingetheilte Stäbchen und trägt unten einen Haken H, woran der abzuwiegende Körper gehangen wird. Da hier das Gewicht des in H hängenden Körpers mittels der Spiralfeder auf den festen Kolben B des Stäbchens AB wirkt, so wird sich natürlich diese Feder um so mehr zusammendrücken, folglich das Gehäuse DE um so tiefer herabsinken und ein um so größerer Theil AD der Scala sichtbar werden, je größer dieses Gewicht ist.

Fig. 232.

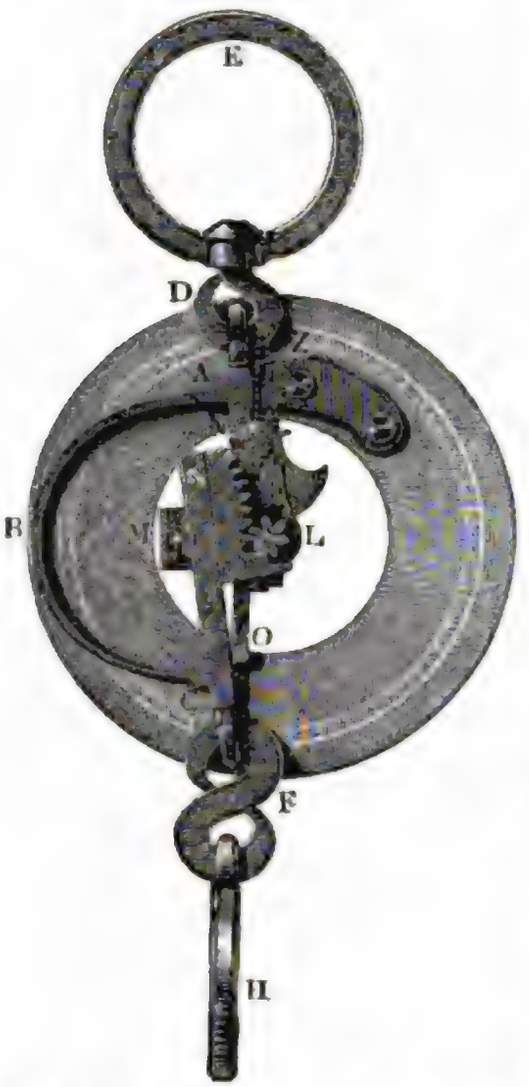
Fig. 233.



Bei anderen Federwagen bildet die Stahlfeder einen offenen Ring $ABDEC$, Fig. 233, und es ist der Zeiger CZ durch ein Scharnier mit einem Ende C derselben verbunden sowie durch das ringförmige Ende A gesteckt. Wird der bei B sitzende Ring festgehalten, während eine Kraft P an dem Haken EP zieht, so gehen die Enden A und C in der Richtung der Kraft aus einander und

es ſteigt der Zeiger CZ bis zu einer gewiſſen Stelle an der bei D auf der Feder befeſtigten Scala in die Höhe. Hat man vorher durch bekannte angehängte Gewichte die Eintheilung der Scala beſtimmt, ſo läßt ſich nun an dieſer Scala die Größe der unbekannten und auf die Wage wirkenden Kraft P beſtimmen.

Fig. 234.



In Fig. 234 iſt die hintere Anſicht einer franzöſiſchen Federwage derſelben Art abgebildet. Die Feder ABC iſt hier bei A auf der hinteren Seite eines kreisrunden Ziffernblattes befeſtigt, ſowie mit einem Haken D und Ringe E zum Aufhängen verbunden, und trägt mit dem freien Ende C eine Hakenverbindung FH, an welche die abzuwiegende Waare gehangen wird. Auch iſt an dieſem Federende C ein gezahnter Arm CK angeſchloſſen, welcher mit ſeinen Zähnen in ein Zahnrädchen L eingreift, auf deſſen Axe der (in der Figur nur zum Theil ſichtbare) Zeiger Z ſitzt. Dieſer gezahnte Arm läßt ſich in der Führung MNO verſchieben, welche mit A und dem Zifferblatte feſt verbunden iſt, und auch die Axenlager des Weiſers und Zahnrades L trägt. Es iſt leicht einzuſehen, wie durch die in H angreifende Laſt der Arm CK abwärts gezogen und dadurch das Zahnrädchen ſammt dem Zeiger LZ in Bewegung geſetzt wird, ſo daß der letztere durch ſeinen Stand auf dem Zifferblatte die Größe der Laſt angeben kann.

Fig. 235.

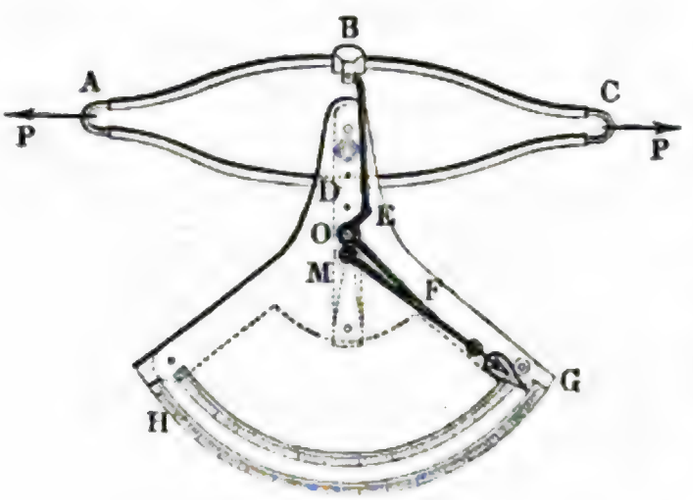
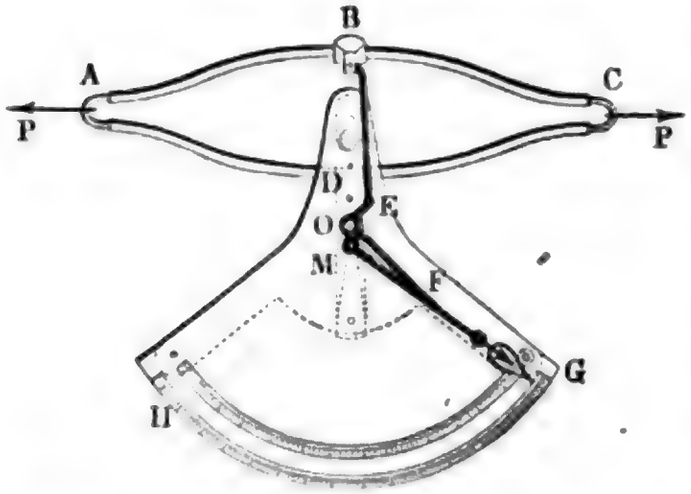


Fig. 235 zeigt einen Kraftmeſſer oder Dynamometer von Regnier; $ABCD$ iſt

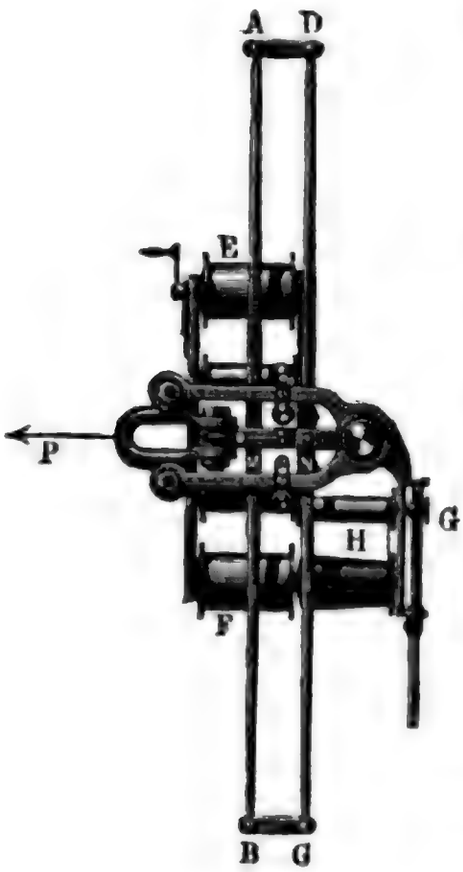
die einen geſchloſſenen Ring bildende Stahlfeder, die entweder durch Kräfte in A und C ausgezogen oder durch Kräfte in B und D zuſammengedrückt wird; $DEGH$ iſt ein mit zwei Kreisſcalen verſehener und bei DE mit der Feder feſt verbundener Sector, ferner MG ein um M drehbarer und auf den Scalen hinlaufender Doppelzeiger, und EOF iſt ein Winkelhebel, welcher bei Einwirkung der Kräfte und Sichnähern der Punkte B und D durch eine Stange BE um O gedreht wird, und den Zeiger MG mit Hülfe des Armes OF in Bewegung ſetzt. Damit der Zeiger nach Einwirkung der Kraft ſeinen Stand behält und dieſer bequem abgeleſen werden kann, wird der Zeiger auf ſeiner unteren Seite mit einem ſich auf der Zeigerebene reibenden Tuchläppchen verſehen.

Fig. 236.



§. 124 Federdynamometer. Die vollkommenſten und für maſchinelle Zwecke brauchbarſten Federdynamometer hat der General Morin bei ſeinen Verſuchen über die Reibung u. ſ. w. angewendet, und in der beſonderen Abhandlung (Description des appareils chronométriques à style et des appareils dynamométriques. Metz 1838) beſchrieben. Dieſe Dynamometer ſind aus zwei gleichen Stahlfedern AB und CD, Fig. 237, von $^1/_4$ bis $^1/_2$ Meter Länge zuſammengeſetzt, und geben die Größe der in der Mitte M der einen Feder angreifenden Kraft P durch die bewirkte Vergrößerung der Entfernung MN zwiſchen beiden Federmitten an. Um nun die Größe einer Kraft, z. B. die Zugkraft der Pferde vor einem Wagen, zu finden, wird die Feder CD in der Mitte N durch einen Bolzen mit dem Wagen feſt verbunden, und die Zugkette der Pferde in M angeſchloſſen, und es läßt ſich durch einen Zeiger in M

Fig. 237.



und an einer mit N verbundenen Scala der die Kraft P meſſende relative Weg von M beobachten. Sind die Federn parallelepipediſch geformt und von der Länge l, Breite b und Dicke h, ſo hat man nach Band I, §. 217 die der Kraft P entſprechende Bogenhöhe:

$$a = {}^1/_{48} \cdot \frac{Pl^3}{WE} = {}^1/_4 \cdot \frac{Pl^3}{Ebh^3};$$

es wächſt folglich die Bogenhöhe wie die Kraft und es läßt ſich alſo bei dieſem Dynamometer eine gleichtheilige Scala anwenden. Da hier die Ausbiegung s von zwei Federn angegeben wird, ſo hat man dieſelbe doppelt ſo groß als die einfache Bogenhöhe, d. i.:

$$s = {}^1/_2 \frac{Pl^3}{Ebh^3}.$$

Um Material zu erſparen, giebt man lieber dieſen Federn die bekannte paraboliſche Form eines Körpers von gleichem Widerſtande, wobei ſie zwar eine conſtante Breite, dagegen eine nach den Enden zu allmälig abnehmende Dicke erhalten (ſ. Bd. I, §. 253 bis §. 256), und die Durchbiegung doppelt ſo groß ausfällt, als bei einem Körper von conſtanter Dicke h. Es iſt alſo für ſolche paraboliſche Doppelfedern:

$$s = \frac{Pl^3}{Ebh^3} = \frac{1}{Eb}\left(\frac{l}{h}\right)^3 . P = vP,$$

wenn v eine Erfahrungszahl bezeichnet.

Wenn man vor der Anwendung eines ſolchen Inſtrumentes ein bekanntes Gewicht angehängt und die bewirkte Ausbiegung s beobachtet hat, ſo läßt ſich das Verhältniß v zwiſchen Ausbiegung und Kraft berechnen, und dieſelbe zur Anfertigung der Scala benutzen. Bei Anwendung des beſten Stahles hat ſich gezeigt, daß die Bogenhöhe bis ${}^1/_{10}$ der Länge ausfallen kann, ehe das Verhältniß zwiſchen Kraft und Weg ein anderes und die Elaſticitätsgrenze überſchritten wird.

Zeichnen- und Zählapparate. In der Regel wirken die Kräfte §. 125
nicht immer gleich ſtark, ſondern ſie ſind ſteten Schwankungen ausgeſetzt, es kann daher meiſt nur die Frage nach dem mittleren Werthe einer veränderlichen Kraft beantwortet werden. Nun geben aber die gewöhnlichen Zeigerapparate einer Federwage nur die Kraft für einen Augenblick, oder nur den Maximalwerth derſelben an; es laſſen daher die gewöhnlichen Dynamometer bei größerer Veränderlichkeit der Kräfte, wie z. B. bei Bewegung von Fuhrwerken, noch eine große Unſicherheit zurück. Aus dieſem Grunde iſt die Anwendung der zuerſt von Poncelet vorgeſchlagenen und von Morin zur Anwendung gebrachten Totaliſirungsapparate von Nutzen. Beide Apparate geben das Product aus Kraft und Weg oder die Arbeit derſelben an,

und es läßt ſich nun der mittlere Werth der Kraft finden, wenn man die Arbeit durch den Weg der Kraft, z. B. durch den zurückgelegten Weg des Wagens, dividirt.

Bei dem Zeichnenapparate (Dynamomètre à style et à bande de papier) wird das Maß der Kraftleiſtung von einem durch M geſteckten Stifte MS, Fig. 238, auf einem ſich unter ihm wegziehenden Papierſtreifen KL aufgezeichnet. Dieſer Papierſtreifen wird von der Rolle E auf die Rolle F aufgewickelt, die durch die Maſchine ſelbſt mittels Schnur ohne Ende und Räder, wie G, H u. ſ. w., Fig. 237, ihre Bewegung erhält. Ohne Spannung der Federn, und alſo auch ohne Kraft, würde während der Bewegung der Maſchine eine gerade Linie auf dem ſich unter dem Zeichnenſtifte hinziehenden Papierſtreifen entſtehen; da aber bei der Bewegung der Maſchine die Federn durch die Kraft P geſpannt ſind, ſo bildet ſich auf dem Papierſtreifen in einiger Entfernung von jener Linie eine im Ganzen mit ihr parallellaufende Curve OS ab. Der Flächenraum zwiſchen dieſen beiden Linien iſt das Maß von der Arbeit der Kraft, da er zur Baſis eine dem Wege der Kraft proportionale Linie und zur Höhe die der Kraft ſelbſt proportionale, übrigens aber mit ihr veränderliche Größe der Ausbiegung der Feder hat.

Fig. 238.

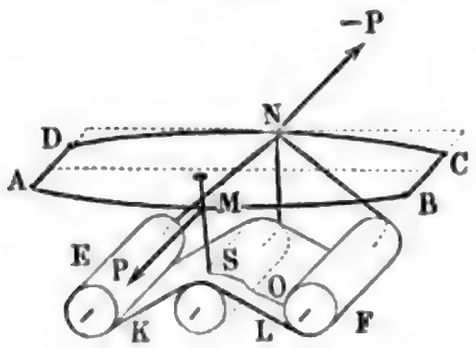
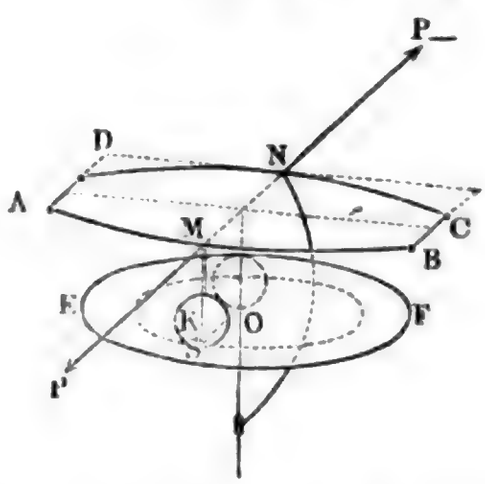


Fig. 239.



Der Zählapparat (Dynamomètre à compteur) beſteht in der Hauptſache 1) aus einem horizontalen Teller EF, Fig. 239, welcher mit der Mitte N der hinteren Feder CD in feſter Verbindung ſteht und durch die Maſchine, an welcher die zu ermittelnde Kraft wirkt, in Umdrehung geſetzt wird, und 2) aus einem verticalen Rädchen KS, welches mit der Mitte M der vorderen Feder AB feſt verbunden iſt und ſanft auf den Teller EF aufdrückt, ſo daß es in Folge der Reibung von letzteren um ſeine Axe K umgedreht wird. Macht der Teller pr. Minute u Umdrehungen und iſt die Entfernung OS des Berührungspunktes S zwiſchen dem Rädchen und dem Teller von der Umdrehungsaxe O des letzteren, $= \varepsilon$, ſo läßt ſich die Geſchwindigkeit des Punktes S

$$v = \frac{2\pi z u}{60} = \frac{\pi u z}{30}$$

ſetzen.

Macht dagegen das Rädchen pr. Minute u_1 Umdrehungen und iſt der Halbmeſſer KS deſſelben $= r$, ſo hat man ſeine Umdrehungsgeſchwindigkeit:

$$v = \frac{\pi u_1 r}{30},$$

ſo daß nun folgt:

$$u_1 r = u z,$$

oder:

$$u_1 = \frac{u z}{r}$$

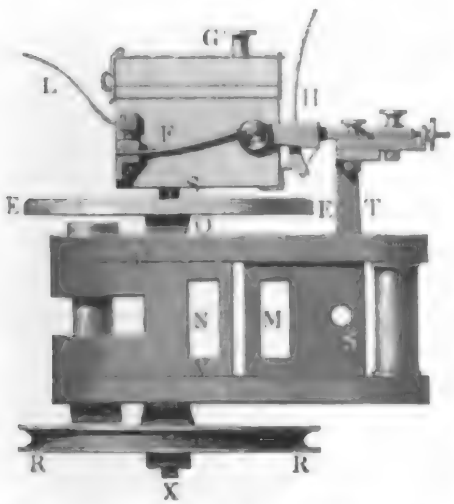
Steht das Rädchen im Mittelpunkte O des Tellers, wenn die Feder noch gar nicht geſpannt iſt, ſo rückt es durch die Einwirkung einer Zugkraft P um einen Weg $OS = z$ fort, welcher dieſer Kraft P proportional iſt, und da nun die Umdrehungszahl u des Tellers durch den Weg der Maſchine oder die Kraft P gemeſſen wird, ſo folgt, daß die Umdrehungszahl u_1 des Rädchens mit dem Producte aus Kraft P und Weg s gleichmäßig wächſt, daß ſie daher auch das Maß der Arbeit L der Kraft iſt.

Setzt man $z = \alpha P$ und $u = \beta s$, ſo hat man folglich:

$$L = \frac{\alpha \beta P s}{r} = \mu P s,$$

wenn man noch $\frac{\alpha\beta}{r}$ durch den conſtanten Coefficienten μ ausdrückt. Die ſpeciellere Einrichtung des Zählapparates iſt aus Fig. 240 zu erſehen. EE iſt wieder der mittels eines Seilrades RR u. ſ. w. um die Axe OX umzudrehende Teller und S der ſichtbare Theil des Laufrädchens. Der übrige Theil deſſelben iſt in dem Gehäuſe FG eingeſchloſſen, welches zugleich das Uhr- oder Räderwerk enthält, wodurch zwei eingetheilte Scheiben in Umdrehung geſetzt werden, welche die Anzahl der Umdrehungen des Laufrädchens angeben. Ein Paar Federn (F) drückt das Gehäuſe ſammt Laufrädchen S während der Beobachtung ſanft auf den Teller auf, wogegen es mittels der Haken L und H vom Teller abgehoben und über demſelben aufgehangen werden kann. Um den Beginn und das

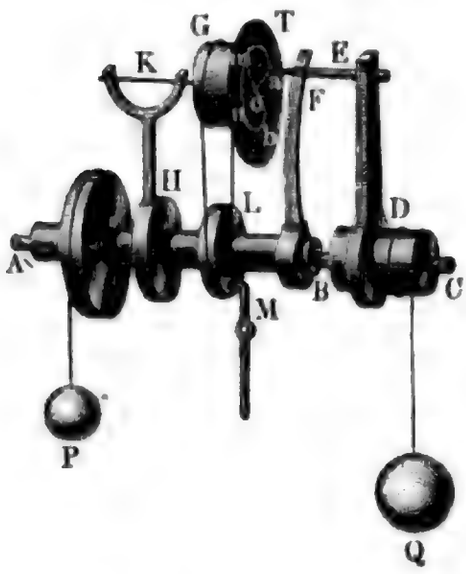
Fig. 240.



Ende der Beobachtung am Zählapparate zu markiren, wird auf einen Knopf G gedrückt, welcher mittels eines einfachen Mechanismus auf jedes der beiden eingetheilten Räder einen Punkt mit Tusche angiebt. Die hintere Hauptfeder des Dynamometers ergreift das mit der Maschine fest verbundene und die Axe des Tellers tragende Gestell UV im Punkte N, wogegen die vordere Hauptfeder in M auf den verschiebbaren Support MST des Zählapparates wirkt.

§. 126 **Rotationsdynamometer.** Wenn es darauf ankommt, die Umdrehungskraft einer umlaufenden Welle zu ermitteln, so müssen die im Vorstehenden beschriebenen Dynamometer modificirt werden. Die wesentliche Einrichtung eines so modificirten Dynamometers ist aus der ideellen geometrischen Darstellung in Fig. 241 zu ersehen. Eine Maschine, deren Umdrehungskraft und Arbeit man ermitteln will, bestehe in der Hauptsache aus der Welle AB mit der Kraft P und aus der Welle BC mit der Last Q, und es sei die Verbindung dieser beiden Wellen mit einander durch eine auf der Welle AB sitzende Stahlfeder BF und einen auf der Welle BC befestigten und mit einem Bolzen E ausgerüsteten Arm DE hergestellt. Wenn man nun an einer am Bolzen E angebrachten Scala die Seitenbiegung der Feder BF abliest, so erhält man dadurch ein Maß der Kraft R, womit die beiden Wellen auf einander wirken, und ist noch der Abstand a des Bolzens E von der gemeinschaftlichen Axenrichtung AC beider Wellen sowie die Umdrehungszahl u der Welle bekannt, so läßt sich nun auch die Arbeit der Kraft P oder Q durch die Formel

Fig. 241.



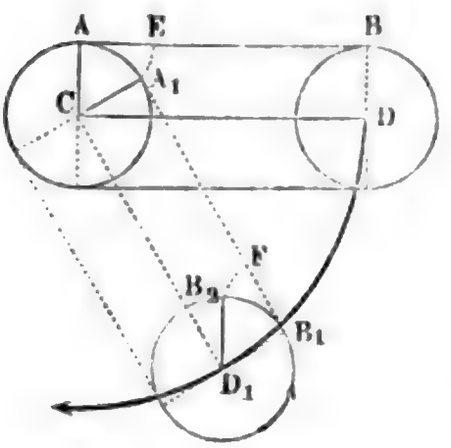
$$L = \frac{\pi u a}{30} R$$

berechnen.

Da von der gedachten Scala immer nur ein Einzel- und nicht der Mittelwerth der Kraft R angegeben wird, so ersetzt man dieselbe durch einen Totalisirungsapparat (s. den vorigen Paragraphen), welcher das Maß der Arbeit der Kraft R angiebt. Ein solcher Totaliseur besteht zunächst in einer Welle oder Trommel G, welche sich nicht allein mit der Welle AB gemeinschaftlich, sondern auch noch um ihre eigene Axe K umdreht, und es ist zu diesem Zwecke die Axe K auf einem Arme HK gelagert, welcher auf

der Welle AB feſtſitzt; damit ſich dieſe Trommel G auch um ihre eigene Axe drehe, iſt ſie noch mit einer anderen Trommel L, welche zwar auf der Welle AB aufſitzt, jedoch mit dieſer nicht feſt verbunden iſt und durch einen Arm M an der Umdrehung verhindert wird, durch eine Schnur ohne Ende verbunden. In Folge der Umdrehung der Axe K um AB dreht ſich dann auch die Rolle G um K. Es ſtelle in Fig. 242 AC die feſte und BD die um C drehbare, mit AC durch eine Schnur ohne Ende verbundene Rolle von beliebiger Größe vor. Gelangt dieſe Rolle BD nach B_1D_1, wobei ihre Axe D den Winkel DCD_1 zurücklegt, ſo legt ſich von der Schnur AB ein Stück AE als Bogen AA_1 auf die feſte Rolle auf und es wickelt ſich ein anderes $B_1B_2 = B_1F$ von der umlaufenden Rolle ab. Da $A_1B_1 = AB$ iſt, ſo muß auch $B_1B_2 = B_1F = AE = AA_1$ ſein. Wären nun die Halbmeſſer der Rollen $CA = r_1$ und $DB = r_2$, ſowie die gleichzeitigen Drehungswinkel $ACA_1 = DCD_1 = \varphi_1$ und $B_1D_1B_2 = \varphi_2$, ſo hätte man:

Fig. 242.



$$AA_1 = r_1\varphi_1 \quad \text{und} \quad B_1B_2 = r_2\varphi_2,$$

und daher das Verhältniß zwiſchen den Winkelgeſchwindigkeiten der Drehungen um D und C:

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{r_1}{r_2}$$

Wäre z. B. $r_2 = r_1$, ſo hätte man dieſes Verhältniß:

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_1} = 1,$$

dann würde ſich alſo die Rolle genau ein Mal um ihre Axe D drehen, während die letztere ſelbſt ein Mal um C läuft; wäre dagegen $r_2 = 2r_1$, ſo hätte man:

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_1} = 1/2,$$

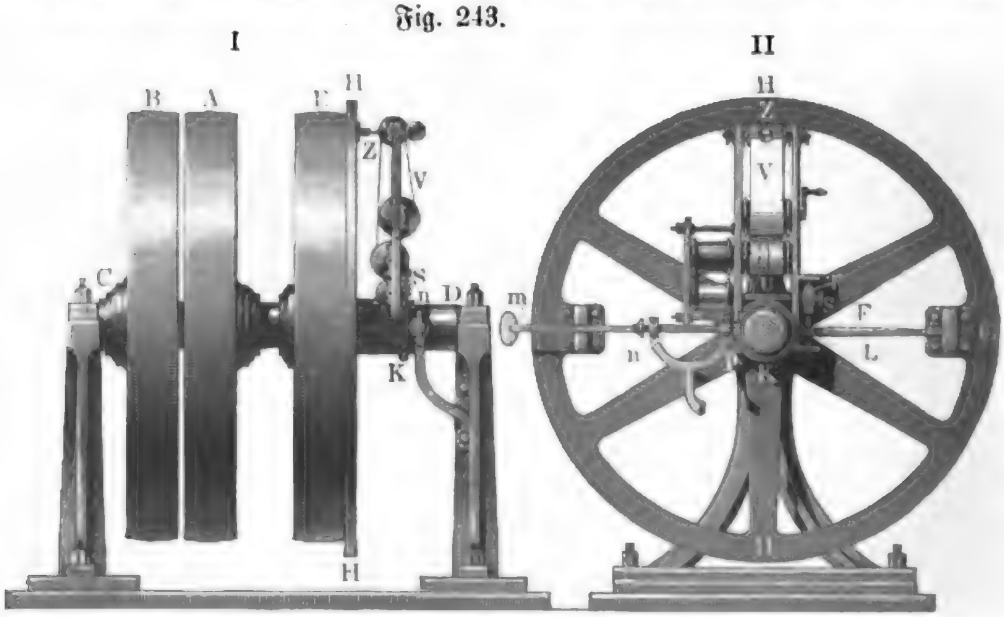
und es würde folglich die Rolle BD zwei Mal um C laufen, während ſie ſich um ihre eigene Axe D ein Mal umdreht.

Den einfachſten Totaliſeur erhält man nun, wenn man die Rolle G, Fig. 241, mit einem Teller T verſieht und denſelben mit Papier überzieht, auf welches dann der Stift a, in welchem der Bolzen E ausläuft, eine Curve $amnb$ beſchreibt. Nimmt man dann aus den verſchiedenen Ab-

ſtänden ca, cm, cn, cb ... dieſes Bogens von dem Mittelpunkte c des Tellers, das Mittel, ſo erhält man dadurch auch das Maß von dem mittleren Werthe der Kraft R, mit welcher während Durchlaufung des dem Umdrehungswinkel acb entſprechenden Weges, die Feder F den Bolzen E im Kreiſe herumführt.

§. 127 Um die Arbeit einer Maſchine für größere Wege oder Zeiten zu ermitteln, erſetzt man den Teller T, Fig. 241, durch ein Paar Trommeln mit einem Papierſtreifen ohne Ende nach der oben beſchriebenen Einrichtung, ſo daß dann die Spitze a des Bolzens E auf dem unter ihr weggehenden Streifen eine Curve beſchreibt, durch deren Quadratur das Maß der mechaniſchen Arbeit ermittelt wird, welche die Maſchine verrichtet, während der Papierſtreifen einen gewiſſen Weg unter dem Stifte a zurücklegt. Die Einrichtung eines ſolchen Rotationsdynamometers nach Morin iſt aus zwei Anſichten I und II, Fig. 243, zu erſehen und beſteht weſentlich in Folgendem.

Fig. 243.



Auf der horizontalen Welle CD ſitzen eine feſte Riemenſcheibe A und zwei loſe Riemenſcheiben B und E, und es wird durch die erſtere die Kraft der Umtriebsmaſchine (ſ. §. 108) auf die Welle CD, ſowie durch die Rolle E von der genannten Welle auf die Arbeitsmaſchine übergetragen, deren Kraft und Leiſtung man durch das Dynamometer ermitteln will. So lange der Riemen auf B liegt und E nicht mit der Welle in feſter Verbindung ſteht, findet natürlich weder eine Umdrehung der Welle, noch eine Bewegung der Arbeitsmaſchine Statt. Um das erſtere zu bewirken, hat man dagegen den Riemen von B nach A zu rücken. Die feſte Verbindung der Rolle E mit der Welle CD erfolgt durch zwei aus dem Obigen bekannte dynamometriſche

Federn, wie FG, welche mit der Welle CD feſt verbunden ſind, mit dem einen Ende F aus derſelben radial hervorragen und mit dem anderen Ende G einen an der Rolle E feſtſitzenden Ring HGH ergreifen. Auf der Welle CD ſitzt zugleich noch ein gezahntes Rad K, welches ſeitwärts eine Naſe p hat, womit es während der Meſſung mittels einer Zugſtange mn an der Umdrehung verhindert werden kann. Dieſes Zahnrad greift in ein Zahnrädchen L ein, welches auf der Welle einer Schraube S ſitzt, die mittels eines anderen Zahnrädchens T die erſte Welle U des Trommelſyſtemes in Umdrehung ſetzt, wodurch der Papierſtreifen V von einer Rolle über eine andere geführt und auf eine dritte Rolle aufgewickelt wird. Während dieſer Bewegung drückt ein Stift Z, welcher in einem Arme des Ringes GH ſitzt, auf den Papierſtreifen und es entſteht dadurch eine Curve, welche, wie aus dem Obigen bekannt, als Maß der Arbeit der Maſchine benutzt werden kann.

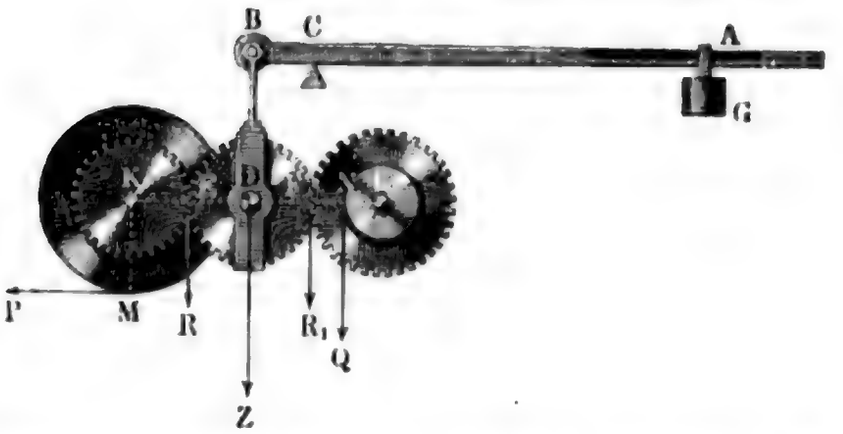
Statt des im Vorſtehenden beſchriebenen Zeichnenapparates kann man ſich auch zur Ausmittelung der Umdrehungskraft einer Maſchine eines Zähl-apparates bedienen, wo der Stift Z durch ein Laufrädchen mit einem Zeigermechanismus und der Papierſtreifen V durch einen mittels des Räderwerkes $KL\ldots$ umzudrehenden Teller erſetzt wird (vergl. §. 124, Fig. 240).

Wenn ſich die Bewegung des Papierſtreifens oder des Tellers nicht unmittelbar von der Maſchine ableiten läßt, ſo kann man auch dieſe Theile des Inſtrumentes durch ein beſonderes Uhrwerk, welches ungefähr die Einrichtung eines Bratenwenders oder des Schlagwerkes einer Uhr hat, in Bewegung ſetzen. Das Inſtrument giebt aber dann nicht ein Product aus Kraft und Weg, ſondern ein Product aus Kraft und Zeit an; um daher die mittlere Kraft zu finden, muß man dieſes Product durch die Zeit dividiren, und um die Arbeit der Maſchine zu beſtimmen, iſt der letzte Quotient noch durch den Weg zu multipliciren.

Dynamometriſche Zapfenlager. Bei einem anderen Dynamometerſyſteme wird der Druck des Zapfens der umlaufenden Welle gemeſſen und hieraus die Größe der Umdrehungskraft der Maſchine beſtimmt. Das einfachſte Dynamometer dieſer Art iſt die dynamometriſche Schnellwage von Hachette. Dieſelbe beſteht aus einer gewöhnlichen Schnellwage ACB, Fig. 244 (a. f. S.), an welcher ſtatt der Wagſchale für die Laſt ein Zahnrad DEF hängt, welches zwiſchen die Zahnräder KE und LF eingeſetzt wird, deren Umdrehungskraft ermittelt werden ſoll. Iſt P die Umdrehungskraft der einen Welle am Hebelarme $KM = a$ und Q der Umdrehungswiderſtand der anderen Welle am Hebelarme $LN = b$, ſowie r der Halbmeſſer KE des einen und r_1 der Halbmeſſer LF des anderen Zahnrades, ſo hat man die Kräfte, mit welchen beide Räder auf das eingeſchaltete Zahnrad in E und F vertical abwärts drücken: §. 128

$$R = \frac{P a}{r} \quad \text{und} \quad R_1 = \frac{Q b}{r_1}.$$

Fig. 244.



Da dieſelben an gleichen Armen DE und DF wirken, ſo iſt auch

$$R = R_1,$$

und daher die Laſt oder Zugkraft der Wage ACB in B:

$$Z = R + R_1 = 2R,$$

ſowie umgekehrt, der Druck R zwiſchen den Zähnen oder Zahnrädern:

$$R = \frac{Z}{2}.$$

Hat man die Wage durch Verſchiebung des Laufgewichtes G mit der Zugkraft $Z = 2R$ ins Gleichgewicht gebracht, ſo iſt dadurch auch Z und R, ſowie

$$P = \frac{r}{a} R = \frac{r}{a} \cdot \frac{Z}{2}, \quad \text{und}$$

$$Q = \frac{r_1}{b} R = \frac{r_1}{b} \cdot \frac{Z}{2}$$

beſtimmt, und iſt nun noch die Umdrehungszahl u der Kraft- oder die Umdrehungszahl u_1 der Laſtwelle pr. Minute bekannt, ſo kann man endlich die Arbeit der Maſchine mittels einer der Formeln

$$L = \frac{\pi u a}{30} P = \frac{\pi u r}{30} \cdot \frac{Z}{2} \quad \text{und}$$

$$L = \frac{\pi u_1 b Q}{30} = \frac{\pi u_1 r_1}{30} \cdot \frac{Z}{2}$$

berechnen.

Wegen der Reibungen am Zapfen D und zwiſchen den Zähnen bei E und F fällt, genau genommen, R_1 etwas kleiner als R aus, es iſt daher R etwas größer als $\frac{Z}{2}$, und die nach der Formel

$$L = \frac{\pi u r}{30} \cdot \frac{Z}{2}$$

berechnete Leiſtung der Kraft etwas zu klein.

In der Regel wird man

$$R = \frac{Z}{2}(1 + \mu) \text{ und}$$

$$R_1 = \frac{Z}{2}(1 - \mu)$$

ſetzen können, wo μ eine von den Verhältniſſen der Wage abhängige Erfahrungszahl iſt. Hiernach hat man:

$$P = (1 + \mu)\frac{r}{a} \cdot \frac{Z}{2}, \text{ ſowie:}$$

$$Q = (1 - \mu)\frac{r_1}{b} \cdot \frac{Z}{2}$$

und daher:

$$\frac{P}{Q} = \frac{1 + \mu}{1 - \mu} \cdot \frac{r}{r_1} \cdot \frac{b}{a},$$

ſowie umgekehrt:

$$\mu = \frac{P a r_1 - Q b r}{P a r_1 + Q b r}.$$

Wenn man durch einen Vorverſuch zwei Kräfte P und Q ermittelt, welche einander an dieſem Mechanismus das Gleichgewicht halten, ſo kann man hieraus die Erfahrungszahl μ berechnen und nun mit Hülfe derſelben in anderen Fällen die Kraft

$$P = (1 + \mu)\frac{r}{a} \cdot \frac{Z}{2},$$

ſowie die Arbeit

$$L = (1 + \mu)\frac{\pi u r}{30} \cdot \frac{Z}{2} = (1 + \mu)\frac{\pi u r}{60} Z$$

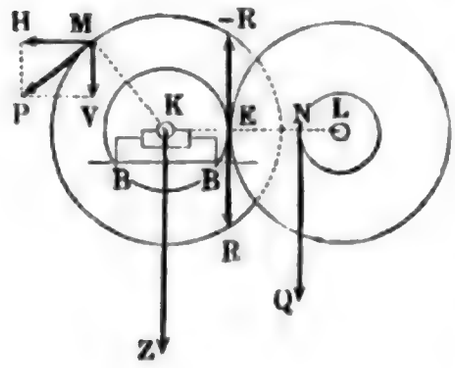
beſtimmen.

Das Dynamometer von Schinz (ſ. Polytechniſches Centralblatt, 1848) iſt von der dynamometriſchen Schnellwage weſentlich nicht verſchieden. Ebenſo Rittinger's verbeſſertes Dynamometer (ſ. die öſterreichiſche Zeitſchrift für Berg- und Hüttenweſen, 1855).

Das dynamometriſche Zapfenlager (ſ. Rittinger's Abhandlung in der öſterreichiſchen Zeitſchrift für Berg- und Hüttenweſen, 1856) beruht auf demſelben Principe wie die dynamometriſche Schnellwage; nur wird hier kein drittes Zahnrad eingeſchaltet, ſondern gleich der verticale Zapfendruck der einen oder anderen Welle ermittelt und hieraus die Umdrehungskraft derſelben berechnet. Zur Beſtimmung dieſes Zapfendruckes Z der Welle

MKE, Fig. 245, kann man sich am besten einer Brückenwage bedienen,

Fig. 245.



auf deren Brücke BB die beiden Zapfenlager K der Welle zu stellen sind. Wirkt die Kraft dieser Welle am Hebelarm $KM = a$, weicht die Richtung derselben um den Winkel α vom Horizont ab, ist ferner der Halbmesser KE des auf dieser Welle sitzenden Zahnrades, $= r$, und wiegt die ganze armirte Welle KEM, $= G$, so hat man den durch die Brückenwage zu bestimmenden verticalen Componenten des Zapfendruckes:

$$Z = G + P \sin.\alpha + \frac{a}{r} P = G + \left(\sin.\alpha + \frac{a}{r}\right) P,$$

so daß nun die Umdrehungskraft

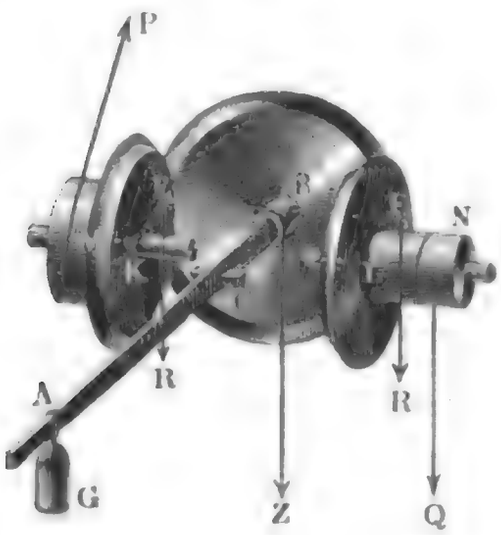
$$P = \frac{Z - G}{\sin.\alpha + \frac{a}{r}}$$

folgt.

Die Bestimmung dieser Kraft fällt natürlich um so schärfer aus, je kleiner das Gewicht G der Welle ist.

§. 129 **Differenzialdynamometer.** Wenn die Wellen K und L, Fig. 244, deren Umdrehungskraft die dynamometrische Schnellwage angeben soll, nicht

Fig. 246.



neben, sondern hinter einander liegen, so daß ihre Axen in eine Linie fallen, wie Fig. 246 monodimetrisch darstellt, so müssen die Zahnräder KE und LF eine kegelförmige Gestalt erhalten, also sogenannte conische Räder sein, wogegen alles Uebrige, wie z. B. die Wage ACB, woran das Mittelrad EF hängt, unverändert bleiben kann. Ist auch hier Z der von der Wage angegebene Zapfendruck des Rades EF, so läßt sich der Zähnedruck bei E wieder

$$R = (1 + \mu)\frac{Z}{2},$$

und folglich die am Hebelarme a wirkende Umdrehungskraft

$$P = (1 + \mu)\,\frac{a}{r}\,\frac{Z}{2},$$

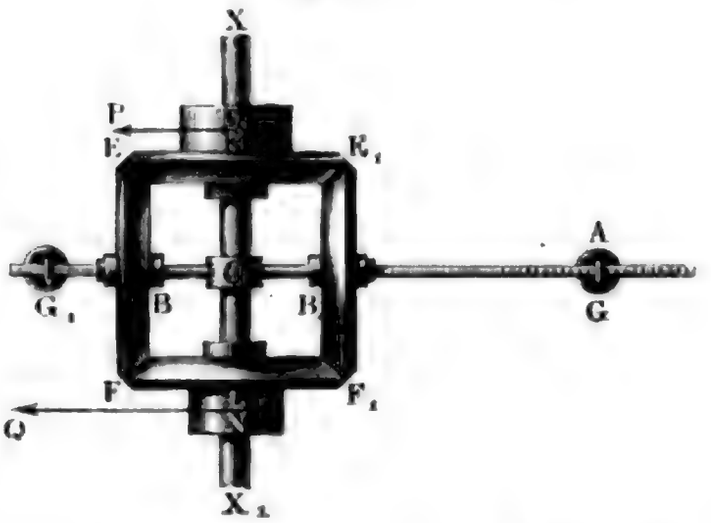
ſowie die Arbeit der Welle

$$L = (1 + \mu)\,\frac{\pi\,u\,r}{60}\,Z$$

ſetzen, inſofern wieder r den Halbmeſſer KE des auf KM ſitzenden Zahnrades, ſowie u die Umdrehungszahl der Welle MK bezeichnet.

Dieſes Dynamometer wird dadurch noch vervollkommnet, daß man Hebel oder Wagebalken ACB mit zwei coniſchen Rädern ausrüſtet, ſo daß das Zahnrad KE der Kraftwelle durch beide Räder auf das Zahnrad LF der Laſtwelle wirken kann. Die allgemeine Einrichtung eines ſolchen Dynamometers iſt aus dem Grundriſſe deſſelben in Fig. 247 zu erſehen. Mit der Krafttrommel M iſt das coniſche Zahnrad EE_1 und mit der Laſttrommel N

Fig. 247.



das coniſche Zahnrad FF_1 feſt verbunden; beide Räder ſitzen loſe auf der feſten Welle XX_1 und ſtehen durch die coniſchen Zahnräder EF und E_1F_1 mit einander in Verbindung. Durch die Kraft P und die Laſt Q und mittels der Räder EE_1 und FF_1 wird das Zahnrad EF bei E und F ab- und dagegen das Zahnrad E_1F_1 bei E_1 und F_1 aufwärts gedrückt.

Der abgebildete Rädermechanismus heißt ein Differenzialgetriebe, weshalb dieſes Dynamometer auch den Namen Differenzialdynamometer erhalten hat.

Iſt R die Größe des Druckes zwiſchen den Zähnen an jeder dieſer vier Stellen, ſo beträgt daher die Wirkung der Räder EE_1 und FF_1 auf den Hebel ACB aus einem abwärts gerichteten Verticaldruck

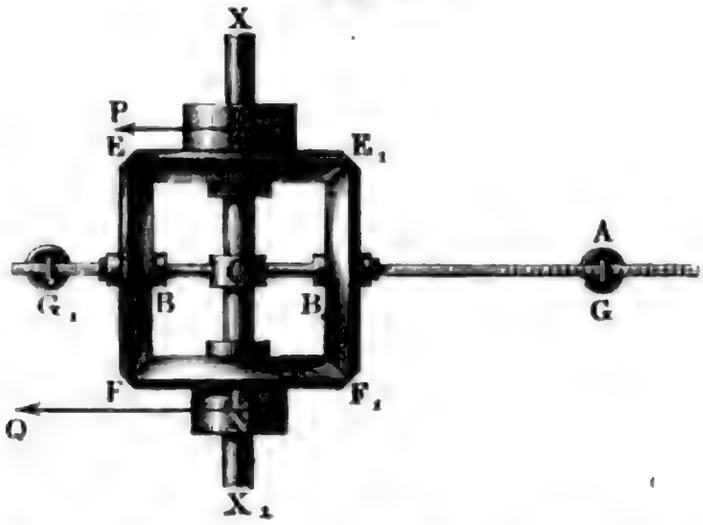
$$Z = 2R \text{ in der Axe } B \text{ des Rades } EF$$

und aus einem aufwärts gerichteten Verticaldruck

$$Z = -\,2R \text{ in der Axe } B_1 \text{ des Rades } E_1F_1.$$

Beide Drücke bilden nun ein Kräftepaar, welchem durch das Laufgewicht G im Punkte A des Hebels und durch den Widerſtand $(-G)$ der Welle

Fig. 248.



XX_1 in C, wo dieſelbe mittels einer Hülſe vom Hebel umſchloſſen wird, das Gleichgewicht zu halten iſt. Sind a_1 und b_1 die Hebelarme CA und $CB = CB_1$ des durch ein Gewicht G_1 gehörig tarirten Wagebalkens ACB, ſo hat man:

$$Ga_1 = Zb_1 + Zb_1 = 2Zb_1 = 4Rb_1;$$

bezeichnet ferner, wie ſeither, a den Hebelarm der Kraft P und r den Halbmeſſer eines Zahnrades EE_1 und FF_1, ſo iſt auch:

$$Pa = Rr + Rr = 2Rr,$$

und daher:

$$P = \frac{r}{a} \cdot 2R = \frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{r}{a} \cdot \frac{G}{2},$$

wobei natürlich nicht auf die Nebenhinderniſſe Rückſicht genommen wird.

Mit Rückſicht auf die Nebenhinderniſſe läßt ſich

$$P = (1 + \mu) \frac{a_1}{b_1} \frac{r}{a} \frac{G}{2},$$

ſowie die mechaniſche Arbeit

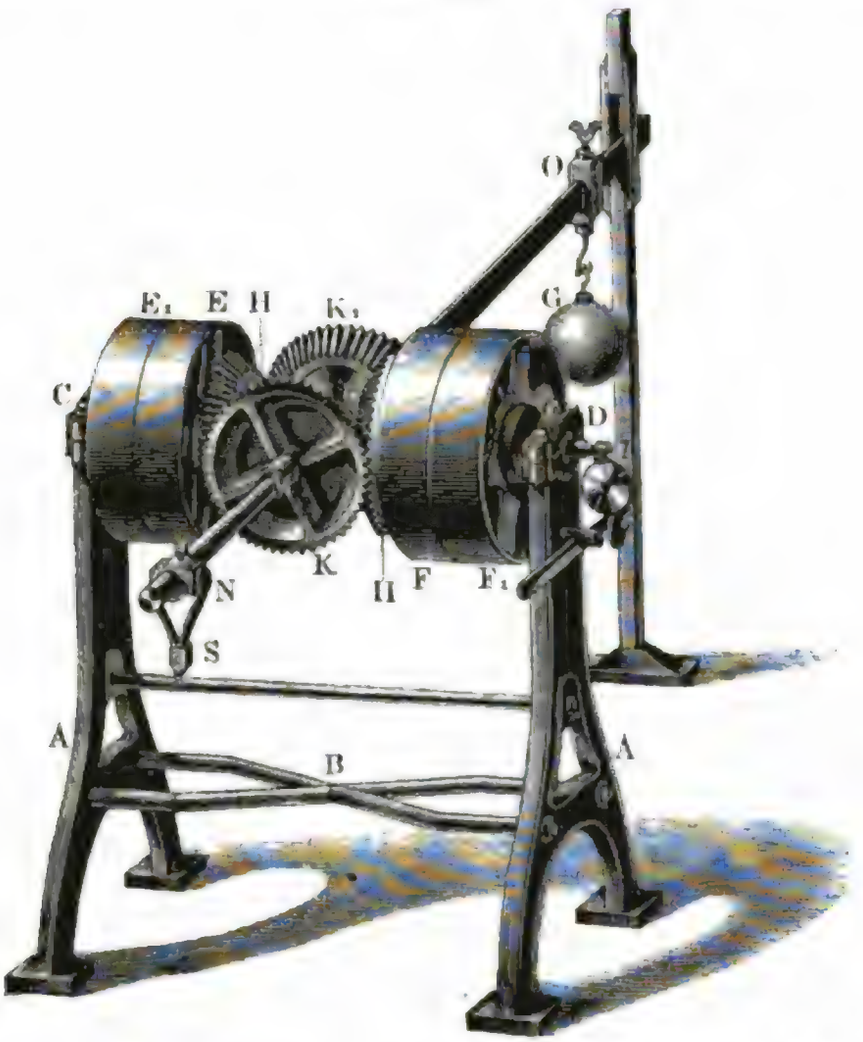
$$L = (1 + \mu) \frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{\pi u r}{60} G$$

ſetzen.

Nach demſelben Principe ſind die Dynamometer von Batchelder (ſiehe Dingler's Polytechn. Journal, 1844) conſtruirt, deren weſentliche Einrichtung aus der monodimetriſchen Abbildung in Fig. 249 zu entnehmen iſt. Zwei durch ſchmiedeeiſerne Stangen B zuſammengehaltene gußeiſerne Ständer A, A unterſtützen die Zapfenlager C, D der horizontalen Welle CD, welche zwei Paar gleich große Riemenſcheiben E, E_1 und F, F_1, ſowie die coni-

ſchen Räder H, H_1 trägt. Das Rad H iſt mit E, ſowie das Rad H_1 mit F feſt verbunden, und während die erſtere Verbindung feſt auf der

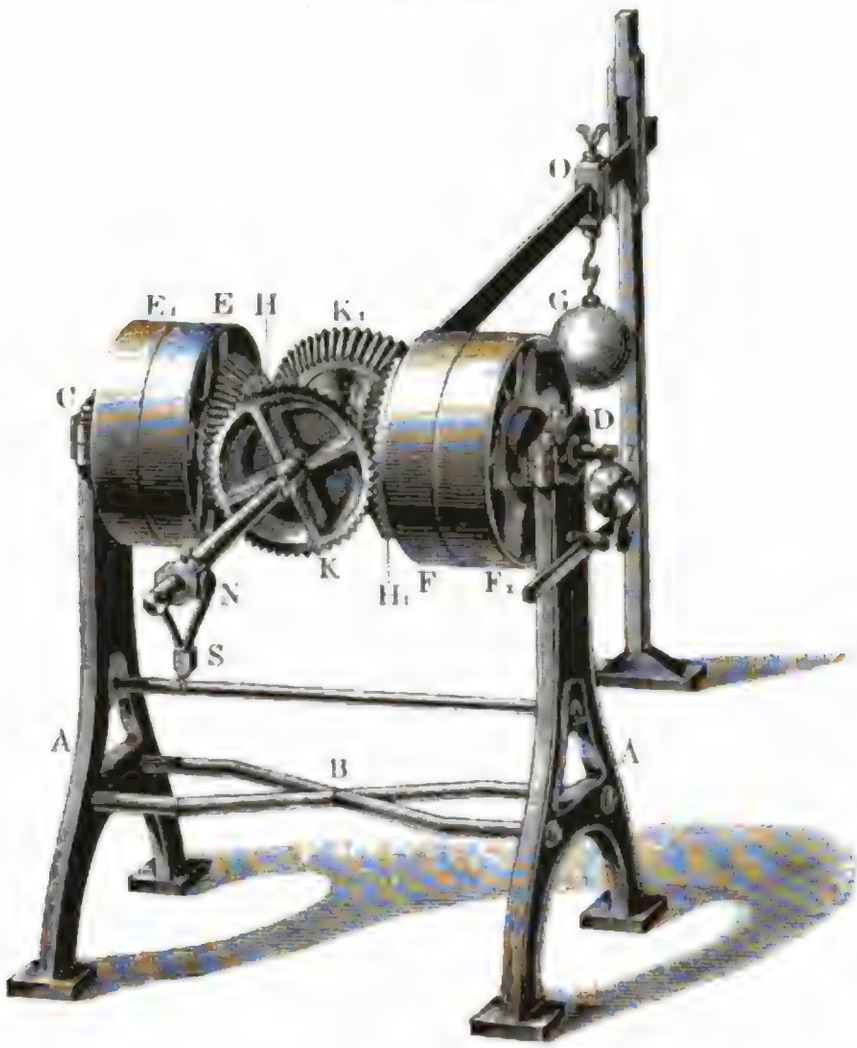
Fig. 249.



Welle CD ſitzt, iſt die letztere, ſowie die Rolle E_1 und die Rolle F_1, loſe auf derſelben. Zwei andere coniſche Räder K, K_1, welche mit den erſteren im Eingriff ſtehen, ſitzen loſe auf der Welle LM, deren Verlängerung LO den Wageballen mit dem Laufgewichte G bildet. In der Mitte zwiſchen den beiden Rädern K und K_1 bildet die Welle LM eine Hülſe, durch welche die Welle CD hindurchgeht, und an dem Ende N der erſteren Welle iſt ein Haken angebracht, an welchen das dieſe Welle äquilibrirende Tarirgewicht angehangen wird. Endlich iſt Z ein die Anzahl der Umdrehungen angebender Zählapparat, welcher durch das ſchraubenförmig geſchnittene Ende D der Welle CD in Bewegung geſetzt wird. Vor dem Verſuche liegt der Riemen, welcher mit der Kraftmaſchine in Verbindung ſteht, auf der loſen Rolle E_1, und derjenige Riemen, welcher die Laſtmaſchine ergreift, auf der loſen Rolle F_1; bei Beginn des Verſuches werden aber dieſe Riemen auf die Rollen E und F geſchoben, welche mittels der Zahnräder in Verbindung ſtehen, ſo daß dadurch die Kraftmaſchine in den Stand geſetzt wird, mecha-

niſche Arbeit zu verrichten. Wird endlich hierbei durch gehörige Verſchiebung des Laufgewichtes G der Arm LO in horizontaler Lage erhalten, ſo

Fig. 250.



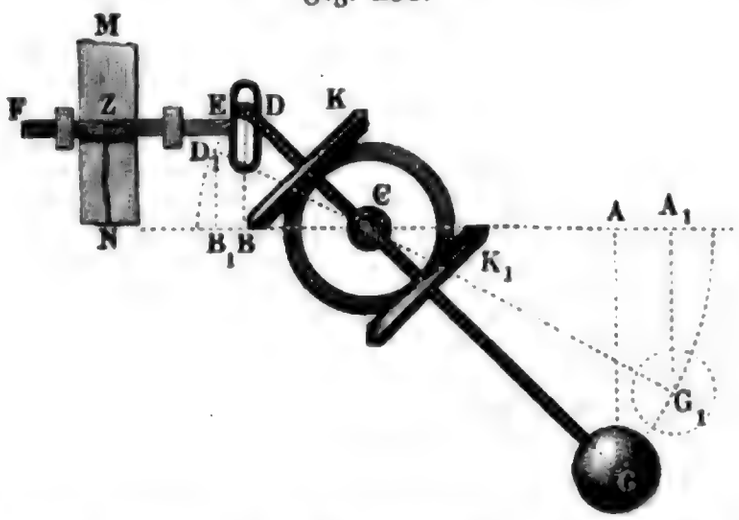
erhält man in G das zur Beſtimmung der Kraft der Maſchine erforderliche Element.

Will man durch dieſes Inſtrument die Arbeit der Maſchine, in welche daſſelbe eingeſchoben worden iſt, unmittelbar angeben oder totaliſiren, ſo kann man ſtatt des Laufgewichtes G in N ein Federdynamometer, wie Fig. 237, anſchließen, und von dem Stift deſſelben auf einen von Z in Bewegung zu ſetzenden Papierſtreifen eine Curve aufzeichnen laſſen.

Zu dieſem Totaliſiren iſt übrigens ein Federdynamometer nicht unbedingt nöthig; man kann auch den Zeichnenſtift durch das Gewicht am Hebel LO ſelbſt in Bewegung ſetzen laſſen. Ein ſolches Dynamometer, bei welchem der Zeichnenſtift durch das die Kraft der Maſchine beſtimmende Gewicht bewegt wird, iſt dem Mechaniker J. Wagner in Paris (ſchon im J. 1837) patentirt worden. Die weſentliche Einrichtung eines ſolchen Zeichnenapparates iſt aus Fig. 251 zu erſehen. Der Wagebalken, welcher eine Verlängerung der Umdrehungsaxe der coniſchen Räder K, K_1 bildet, iſt um C drehbar und hat eine geneigte

Lage CG, ferner iſt an dem anderen Ende der gedachten Drehungsaxe ein Frictionsrädchen D angebracht, welches von dem ringförmigen Kopfe E einer Stange EF, woran der Zeichnenſtift Z befeſtigt iſt, ergriffen wird.

Fig. 251.

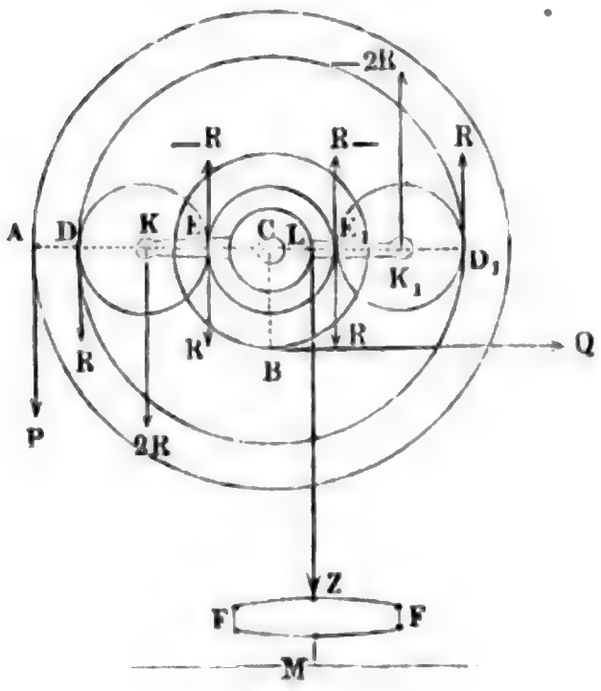


Wenn nun unter dem letzteren der Papierſtreifen MN mittels der Maſchine oder eines chronometriſchen Apparates hinbewegt wird, ſo zeichnet dieſer Stift die Arbeitscurve der Maſchine auf, zwiſchen welche letztere die beiden coniſchen Räder K, K_1 ſammt Hebel DG eingeſchaltet ſind. Aendert ſich die Kraft, ſo nimmt der Arm CG eine andere Neigung an, wobei der Hebelarm CA in CA_1 übergeht und ſich um eine gewiſſe Größe AA_1 ändert, welche nicht allein der Veränderung der Kraft, ſondern auch der Projection BB_1 vom Wege DD_1 des Hebelendes D in der Richtung von CA, proportional iſt, ſo daß folglich auch die Verſchiebung der Stange EF ſammt Stift Z mit der Aenderung der Kraft gleichmäßig zu- und abnimmt.

Ein, wie es ſcheint, ſehr zweckmäßiges Dynamometer für Arbeitsmaſchinen §. 130
mit Zähl- und Zeichnenapparat beſchreibt Herr Dr. E. Hartig im Polytechniſchen Centralblatt, 1857. Nro. 1, und es iſt das Princip dieſes Inſtrumentes aus Folgendem zu erſehen. Mit dem Rade CA, Fig. 252 (a. f. S.), woran die Umdrehungskraft wirkt, iſt ein innen verzahntes Rad DCD_1 feſt verbunden, und das letztere greift bei D und D_1 in zwei gleiche Zahnräder DE, D_1E_1 ein, welche gemeinſchaftlich auf ein drittes Zahnrad EE_1 wirken. Dieſes Rad ruht loſe auf der Welle C des Rades DD_1 und iſt mit der Trommel BC, woran die Laſt Q wirkt, in feſter Verbindung, wogegen die Räder DE, D_1E_1 mit ihren Axen auf einem Hebel KCK_1 ſitzen, welcher ſich frei um C drehen läßt. Mit dem letzteren iſt eine Rolle CL verbunden, um welche ein Riemen liegt, welcher an das bei M befeſtigte Federdynamometer FF angeſchloſſen iſt. Es läßt ſich leicht einſehen, daß hier der Umdrehungskraft P durch zwei Kräfte, R, $-R$, das Gleichgewicht gehalten wird, daß aus den letzteren wieder ein Kräftepaar,

— R, R, entſteht, welches ſich mit der Laſt Q ins Gleichgewicht ſetzt, und daß in Folge deſſen in den Axpunkten K und K_1, die Kräfte $2R$ und — $2R$ wirken und das Federdynamometer mit einer gewiſſen Kraft Z ſpannen.

Fig. 252.



Iſt a der Hebelarm CA der Kraft,

b der Hebelarm CB der Laſt,

r der Halbmeſſer $CD = CD_1$ des größeren,

r_1 der Halbmeſſer $CE = CE_1$ des kleineren, alſo

$\frac{r - r_1}{2}$ der Halbmeſſer $KD = K_1 D_1$ eines der beiden Zwiſchenräder, und

c der Hebelarm CL der Spannkraft Z, ſo hat man:

$Pa = 2Rr$, $Qb = 2Rr_1$

und

$$Zc = 2R(r + r_1);$$

daher:

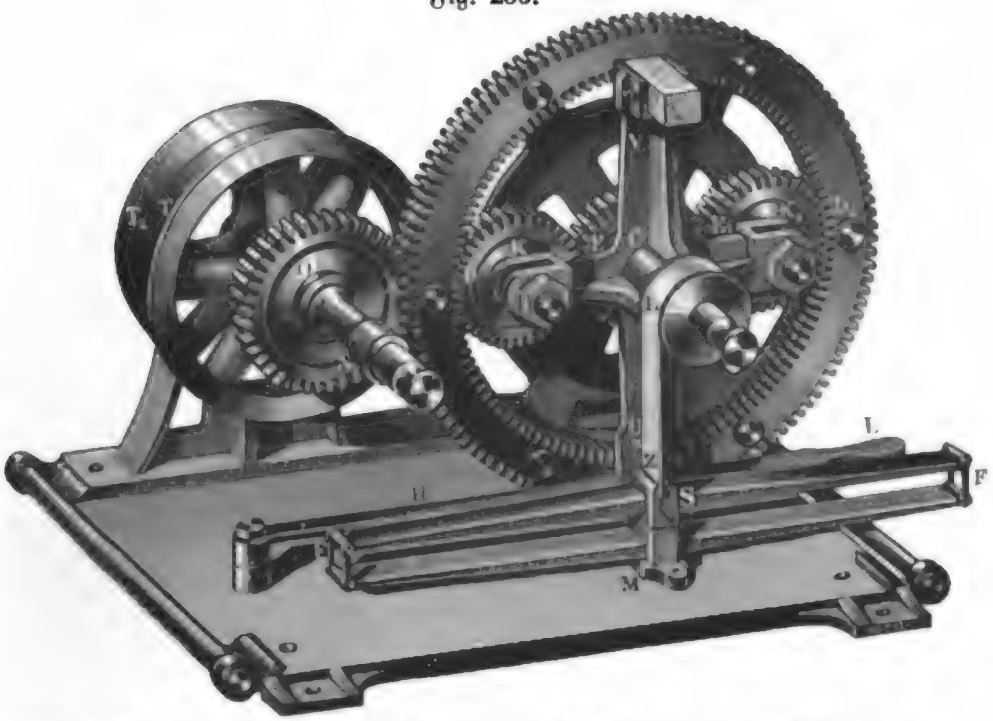
$$\frac{P}{Q} = \frac{r}{r_1} \cdot \frac{b}{a} \text{ und}$$

$$\frac{P}{Z} = \frac{r}{r + r_1} \cdot \frac{c}{a}.$$

In der monodimetriſchen Abbildung, Fig. 253, dieſes Inſtrumentes ſieht man noch bei T und T_1 die feſte und loſe Riemenſcheibe, ſowie in O das Zahnrad, wodurch die von der letzteren aufgenommene Kraft auf das außen und innen gezahnte Rad ADD_1 übergetragen wird. Auch bemerkt man bei N die Schraube, womit der (nicht abgebildete) Zähl- oder Zeichnenapparat in Bewegung geſetzt wird. Die Arme KC und K_1C, welche die in die Verzahnungen DD_1 und EE_1 eingreifenden Zahnräder DK, D_1K_1 tragen, bilden mit zwei anderen Armen U und V, ſowie mit der auf der Welle des Rades EE_1 loſe ſitzenden Trommel CL ein Ganzes. Letztere iſt durch den Riemen LZ mit den dynamometriſchen Federn FF verbunden, deren eine den Stift S trägt, welcher auf dem vorbeilaufenden Papierſtreifen eine Curve aufzeichnet. Durch den in das Armende U eingreifenden Hebel ΠL kann die Thätigkeit des Inſtrumentes nach Belieben hervorgerufen und

aufgehoben werden. Um das übermäßige Anſpannen der Federn zu verhindern, iſt das Ende des Armes CV mit einem ſtarken Holzdaumen verſehen,

Fig. 253.



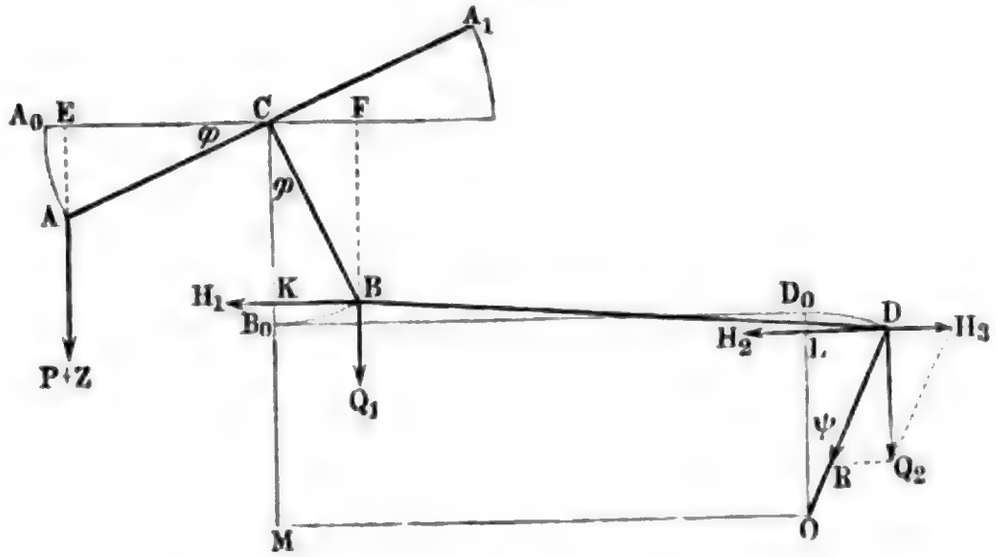
welcher ſich bei einer gewiſſen Stellung des Kreuzes KUK_1V gegen ein feſtes Hinderniß ſtemmt.

Anmerkung. Bentall's Dynamometer mit Spiralfedern ſind in Dingler's Journal Bd. 167 (1863), vom Herrn M. Eyth beſchrieben.

Horizontal-Dynamometer. Zum Meſſen horizontaler Kräfte von mäßiger Größe läßt ſich das vom Herrn Profeſſor Schönemann erfundene Horizontal-Dynamometer mit Vortheil anwenden. Deſſen weſentliche Einrichtung beſteht in Folgendem: ACA_1 (Fig. 254 a. f. S.) iſt ein gewöhnlicher, um C drehbarer Wagebalken und BD iſt die zur Aufnahme der zu meſſenden Kraft dienende Tafel- oder Wagſchale, welche mit dem einen Ende B auf dem Ende eines mit dem Wagbalken feſt verbundenen Armes CB und mit dem anderen Ende D auf dem Kopfe eines um O drehbaren Tragarmes OD ruht. Natürlich müſſen die Stützpunkte A, B, C, D und O in ſogenannte Schneiden beſtehen. Beim Einſpielen der Wage hat die Tafel BD die horizontale Lage B_0D_0 und ſind die Arme CB und OD in den verticalen Stellungen CB_0 und OD_0. Bei dieſem Stande der Wage werden die verticalen Kräfte und Gewichte der Wage mittels der Arme B_0C und D_0O direct auf die feſten Stützpunkte C und O übergetragen, dagegen wirkt die Horizontalkraft der Tafel BD mittels des Hebelarmes CB_0 auf den Wagebalken § 131

$A\,C\,A_1$ und ſucht denſelben um C zu drehen. Iſt nun H die Größe dieſer Horizontalkraft, P die Größe des Gewichtes in A_0, welches dieſer Kraft das

Fig. 254.



Gleichgewicht hält, und ſind b und a die Hebelarme $C\,B_0$ und $C\,A_0$ dieſer Kräfte, ſo hat man $Pa = Hb$, und daher einfach die Horizontalkraft der Tafel $B_0\,D_0$:

$$H = \frac{a}{b}\,P.$$

Die Zulage Z zu P bewirkt einen Ausſchlag $A_0\,C\,A = \varphi$ des Wagebalkens, welcher unter der Vorausſetzung, daß er nur wenige Grade beträgt, wie folgt, zu beſtimmen iſt. Die ſämmtlichen Kräfte und Gewichte der armirten Brücke oder Tafel $B\,D$ kann man auf bekannte Weiſe auf zwei Verticalkräfte Q_1 und Q_2 und zwei Horizontalkräfte H_1 und H_2 zurückführen, welche in B und D ihre Angriffspunkte haben. Ferner läßt ſich der horizontale Ausſchub $L\,D$ des Stützpunktes D gleich dem horizontalen Ausſchub $K\,B$ des Stützpunktes B ſetzen; bezeichnet man die Armlänge $O\,D = O\,D_1$ durch r und den Drehungswinkel $D_0\,O\,D$, welcher dem Ausſchlag $B_0\,C\,B = A_0\,C\,A = \varphi$ entſpricht, durch ψ, ſo hat man folglich

$$r\,sin.\,\psi = b\,sin.\,\varphi, \text{ daher}$$

$$sin.\,\psi = \frac{b}{r}\,sin.\,\varphi, \text{ auch annähernd } \psi = \frac{b}{r}\,\varphi.$$

Da beim Ausſchlagen der Wage, B_0 um $B_0\,K = b\,(1 - cos.\,\varphi) = 2\,b\left(sin.\frac{\varphi}{2}\right)^2 = \frac{b\,\varphi^2}{2}$ ſteigt und D_0 um $D_0\,L = r\,(1 - cos.\,\psi) = \frac{r\,\psi^2}{2} = \frac{b^2\,\varphi^2}{2\,r}$ fällt, ſo iſt bei der Länge $B\,D = l$ der Tafel, für den Neigungswinkel μ derſelben:

$$sin.\,\mu = \frac{B_0K + D_0L}{BD} = \frac{br\varphi^2 + b^2\varphi^2}{2rl} = \frac{(b+r)\,b}{2rl}\varphi^2.$$

Wegen des Factors φ^2 läßt ſich daher annähernd $\mu = o$ ſetzen, iſt alſo anzunehmen, daß die Tafel während eines kleinen Ausſchlages φ nahe horizontal bleibt. Von der Verticalkraft O_2 des Punktes D nimmt der Stützpunkt O den Componenten $R = \frac{Q_2}{cos.\,\psi}$ auf, während ſich der horizontale Component $H_3 = Q_2\ tang.\,\psi$ mit der Horizontalkraft H_2 vereinigt, ſo daß die ganze Horizontalkraft in D:

$$H_2 - H_3 = H_2 - Q_2\ tang.\,\psi \text{ annähernd}$$
$$= H_2 - \frac{Q_2\,b\,\varphi}{r} \text{ übrig bleibt.}$$

Da nun BD annähernd horizontal iſt, ſo kann man auch annehmen, daß dieſe Kraft von BD aufgenommen und bis B fortgepflanzt werde. Dieſem zu Folge wirkt in B am Hebelarm $\overline{CK} = \overline{CB}\,cos.\,B_0CB = b\,cos.\,\varphi$ die geſammte Horizontalkraft $H_1 + H_2 - H_3 = H_1 + H_2 - \frac{Q_2\,b\,sin.\,\varphi}{r}$, ſowie am Hebelarm $\overline{CF} = b\,sin.\,\varphi$ die Verticalkraft Q_1 der am Hebelarm $\overline{CE} = a\ cos.\,\varphi$ wirkenden Kraft des Wagbalkens ACA_1 entgegen, und es iſt nun zu ſetzen:

$$(P + Z)\ a\ cos.\,\varphi = \left(H_1 + H_2 - Q_2\frac{b\,sin.\,\varphi}{r}\right)b\,cos.\,\varphi + Q_1\,b\,sin.\,\varphi,$$

oder

$$(P + Z)\,a = (H_1 + H_2)\,b + Q_1\,b\,tang.\,\varphi - \frac{Q_2\,b^2}{r}sin.\,\varphi \text{ annähernd}$$
$$= (H_1 + H_2)\,b + \left(Q_1 - \frac{b}{r}Q_2\right)b\,\varphi.$$

Nun iſt aber für $\varphi = 0$,

$$Pa = (H_1 + H_2)\,b = Hb, \text{ daher hat man}$$

$$Za = \left(Q_1 - \frac{b}{r}\,Q_2\right)b\,\varphi, \text{ und den geſuchten Ausſchlag}$$

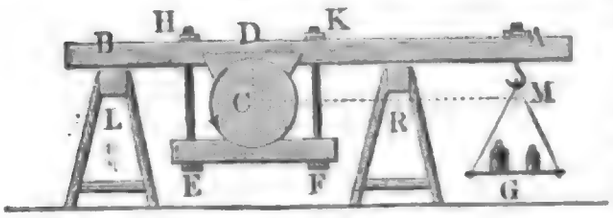
$$\varphi = \frac{Za}{\left(Q_1 - \frac{b}{r}\,Q_2\right)b}.$$

Es wächſt alſo hier wie bei der gemeinen Wage der Ausſchlag direct wie die Zulage, wie die Armlänge a u. ſ. w.

Anmerkung. Die Monographie: Das Horizontal-Dynamometer und ſeine Anwendung auf die Mechanik von Th. Schönemann, Berlin 1864 giebt eine ausführliche Theorie und Beſchreibung dieſes Inſtrumentes, und behandelt auch mehrfache Anwendungen deſſelben. Vorſtehendes iſt nur ein kurzer möglichſt populär gehaltener Abriß der Theorie deſſelben.

§. 132 **Bremsdynamometer.** Das Bremsdynamometer, der Prony'ſche Zaum (franz. frein dynamométrique; engl. dynamometrical break, Friction Dynamometer), wird angewendet, um die Kraft der Arbeit einer umlaufenden Welle oder einer rotirenden Maſchine überhaupt zu ermitteln. In ſeiner einfachen Geſtalt beſteht dieſes Inſtrument aus einem Balken AB, Fig. 255, mit einer Wagſchale AG, und aus zwei hölzernen Zirkelſtücken D und EF, welche durch Schraubenbolzen EH und FK auf die umlaufende Welle C ſtark aufgedrückt werden. Soll mit Hülfe dieſer Vorrichtung die Kraft der Welle C bei einer beſtimmten Winkelgeſchwindigkeit oder Umdrehungszahl gefunden werden, ſo legt man ſo viel Gewicht G auf die Wagſchale und zieht die Schraubenmuttern H und K ſo ſtark an, daß nicht allein die Welle die verlangte Umdrehungszahl annimmt, ſondern auch der Hebel oder Balken AB horizontal und frei, d. i. ohne auf einem der beiden Böcke L und R zu ruhen, ſchweben bleibt. Dann wird die ganze Arbeit der Maſchine von der Reibung zwiſchen den Bremsbacken und dem Wellenumfange conſumirt, und es iſt daher die Arbeit derſelben der geſuchten Leiſtung gleich zu ſetzen. Da nun noch der Hebel frei hängt, ſo hält nur die in der Umdrehungsrichtung wirkende Reibung F dem aufgelegten Gewichte das Gleichgewicht, und es läßt ſich jene Reibung aus dieſem Gewichte leicht finden. Setzen wir den Hebelarm $\overline{CM}$ des Gewichtes G in Hinſicht auf die Wellenaxe, $= a$, ſo iſt das ſtatiſche Moment des Gewichtes und alſo auch das Reibungsmoment oder auch die Reibung, wenn man ſie am Halbmeſſer Eins wirkſam annimmt, $= Ga$; bezeichnet daher noch ε die Winkelgeſchwindigkeit der Welle, ſo hat man ihre mechaniſche Arbeit (pr. Secunde):

Fig. 255.



$$L = Pv = Ga.\varepsilon = \varepsilon a G.$$

Iſt u die Umdrehungszahl der Welle pr. Minute, ſo läßt ſich

$$\varepsilon = \frac{2\pi u}{60} = \frac{\pi u}{30},$$

daher die geſuchte Arbeit

$$L = \frac{\pi u a}{30} G$$

ſetzen.

Uebrigens hat man unter G nicht allein das aufgelegte Gewicht, ſondern auch noch das auf den Aufhängepunkt der Wagſchale reducirte Gewicht des aufgeſetzten Apparates zu verſtehen. Um das letztere zu ermitteln, legt man den Apparat mit D auf eine ſcharfe Schneide und hängt denſelben bei A mittels einer Schnur an einer Wage auf.

Damit ein Bremsdynamometer wie eine gewöhnliche Gewichtswage Stabilität beſitze, ſoll man den Aufhängepunkt A des Gewichtes G oder der Wagſchale in einer Schneide beſtehen laſſen, und denſelben nicht, wie in Fig. 256, über, ſondern, wie in Fig. 257, unter die Axe C der Welle legen. Wenn bei der letzteren Anordnung das Gewicht G ſinkt oder ſteigt,

Fig. 256.

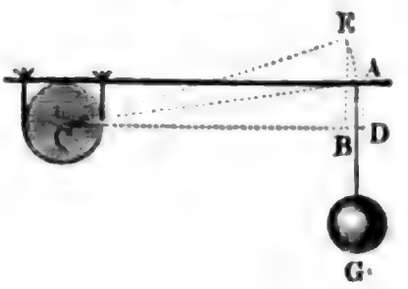
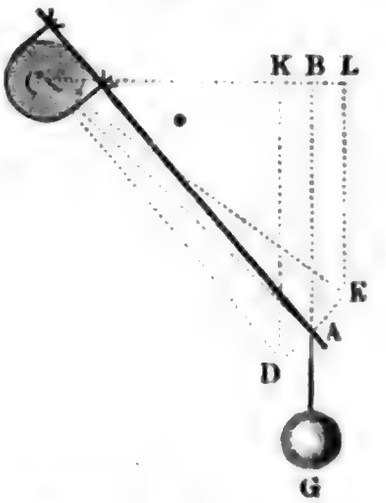


Fig. 257.



und dabei der Aufhängepunkt A nach D oder E kommt, ſo nimmt der Hebelarm CB ab oder zu, ſo daß zuletzt das Plus oder Minus von G durch das Minus BK oder Plus BL von CB ausgeglichen wird, und ſich der Hebel CA von ſelbſt ins Gleichgewicht bringt. Bei der erſteren Auflegung (Fig. 256) findet dagegen mit der Zu- oder Abnahme von G auch eine Zu- oder Abnahme vom Hebelarme $\overline{CB} = a$ Statt, und es kann ſich daher der Hebel CA nicht von ſelbſt ins Gleichgewicht ſtellen.

Um den Zapfendruck nicht zu vergrößern, iſt es zweckmäßig, zwei Bremsdynamometer AB, A_1B_1, Fig. 258, anzuwenden, oder den einfachen Brems durch eine Kraft $G_1 = G$ in B_1 zu unterſtützen.

Zweckmäßiger iſt das in Fig. 259 abgebildete Bremsdynamometer mit einem gußeiſernen Bremsringe DEF, der durch drei Paar Schrauben S, T, U auf jede Welle, wenn ſie nicht ſehr ſtark iſt, aufgeſchraubt werden

Fig. 258.

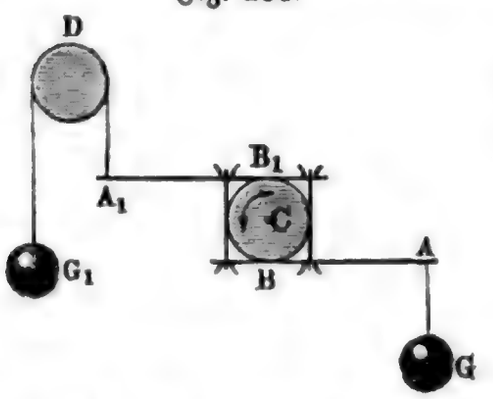
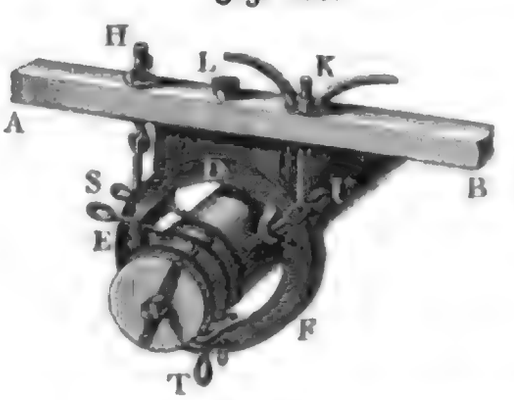


Fig. 259.



kann. Bei dieſem Apparate iſt auch das untere Holzſtück durch ein eiſernes Band erſetzt, das die Hälfte des zu dieſem Zwecke rinnenförmig ausgenom-

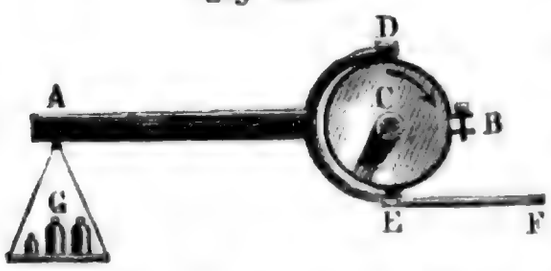
menen Bremsringes umgiebt. Uebrigens endigt ſich dieſes Band in zwei durch den Balken AB gehenden Bolzen und läßt ſich durch eine oder zwei Schraubenmuttern, wie z. B. K, beliebig ſtark an den Bremsring andrücken. Um das Verkohlen des Holzes oder die allzugroße Erwärmung des Eiſens zu verhindern, wird den Reibungsflächen durch das Loch L und mittels eines Trichters Oel oder Waſſer zugeführt. Dieſe Apparate ſind in Deutſchland unter dem Namen „Egen's Bremsdynamometer“ bekannt.

Beiſpiel. Um die Leiſtung eines Waſſerrades zu finden, hat man auf die Welle deſſelben ein Bremsdynamometer aufgeſetzt, und während der vollkommenen Regulirung des Aufſchlagwaſſers bei der vorgeſchriebenen Umdrehungszahl $u = 6$ pr. Minute gefunden: Aufgelegtes Gewicht nebſt dem reducirten Gewichte vom Inſtrumente, $G = 530$ Pfund, Armlänge von dieſem Gewichte, $a = 10{,}5$ Fuß. Hieraus berechnet ſich nun die effective Leiſtung dieſes Waſſerrades bei der verlangten Geſchwindigkeit:

$$L = \frac{\pi \,.\, 6 \,.\, 10{,}5}{30} \cdot 530 = 3497 \text{ Fußpfund} = 7{,}29 \text{ Pferdekräfte.}$$

§. 133 Man hat in den neueren Zeiten ſehr mannigfaltige mehr oder weniger vollkommene und zum Theil ſehr complicirte Bremsdynamometer in Anwendung gebracht. Hier ſei jedoch nur von den einfachſten Vorrichtungen dieſer Art die Rede. Fig. 260 repräſentirt ein von Armſtrong angewendetes Dynamometer. Dieſes beſteht aus einem eiſernen Ringe, welcher durch eine Schraube B ſcharf auf die umſchloſſene Welle C aufgedrückt wird, und aus einem Hebel ADE, welcher auf der einen Seite eine Wagſchale zur Aufnahme von Gewichten G trägt, und auf der anderen Seite in einer Gabel ausläuft, welche zwei aus dem Ringe hervorragenden Naſen ergreift. Um dieſes Inſtrument bequem handhaben zu können, iſt der eine Schenkel der Gabel noch um ein Stück EF verlängert. Die Ausführung und Berechnung der Verſuche mit dieſem Inſtrumente weichen von denen mit dem einfachen Bremsdynamometer nicht ab.

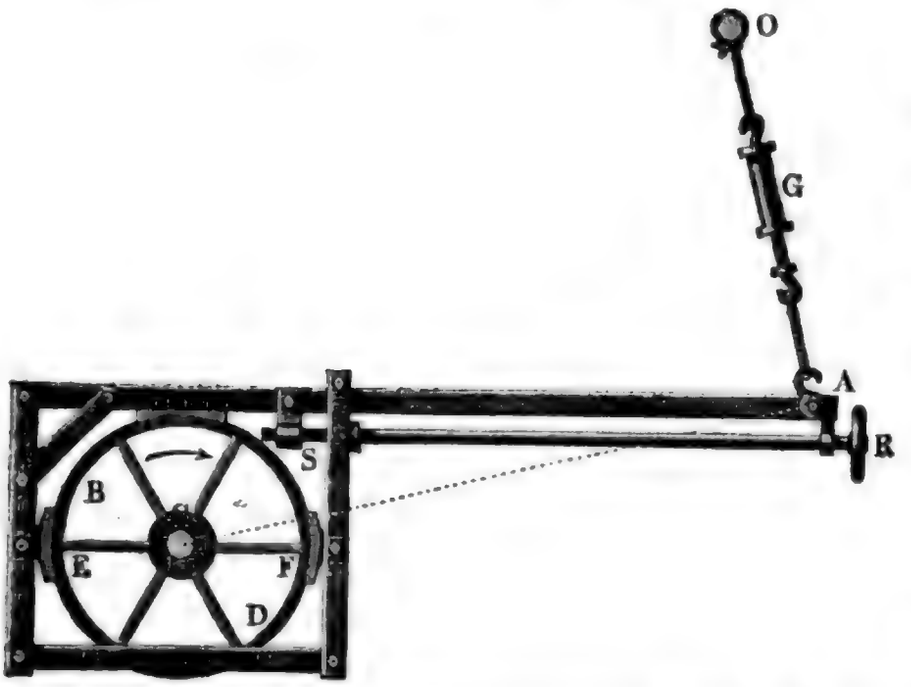
Fig. 260.



Ein kleines aus Walzeiſenſtäben von $2^3/_4$ Zoll Breite und 1 Zoll Dicke zuſammengeſetztes Dynamometer, Fig. 261, hat der Herr Oberinſpector Tauberth zur Beſtimmung der Leiſtung einer Dampfmaſchine von fünf Pferdekräften angewendet. Dieſes Dynamometer wurde auf die Riemenſcheibe BD aufgelegt, welche auf der $4^1/_8$ Zoll dicken Welle C ſaß, und das Aufdrücken der Bremsbacken E, F auf die Scheibe BD erfolgte durch Umdrehen der Schraube S mittels der Handhabe R. Die Kraft wurde durch eine Federwage, wie Fig. 232, gemeſſen, wobei dann CA, $118^3/_4$ Zoll maß (ſiehe „Civilingenieur“, Band III, 1856).

Wenn man die Kraft durch ein Federdynamometer mißt, ſo kann man auch ſehr leicht durch Anwendung eines Zeichnen- oder Zählapparates die Arbeit der Maſchine mittels des Bremsdynamometers totaliſiren oder unmittelbar angeben. Nach Navier's Vorſchlag beſtimmt man die Kraft einer umlaufenden Welle auch dadurch, daß man ein eiſernes Band um dieſelbe legt, das eine Ende deſſelben an ein Federdynamometer anſchließt, das andere Ende aber durch Gewichte ſo ſtark ſpannt und dadurch am Umfange der Welle ſo viel Reibung erzeugt, bis die Welle eine verlangte Umdrehungsgeſchwindigkeit annimmt. Die Differenz zwiſchen dieſem Gewichte Q und der von dem Federdynamometer angegebenen Kraft P iſt jedenfalls der Reibung F zwiſchen der Welle und dem Bande gleich; mißt nun noch der Umfang der Welle, $= p$ und macht die Welle während des Verſuches u Umdrehungen pr. Minute, ſo erhält man die Leiſtung der Welle:

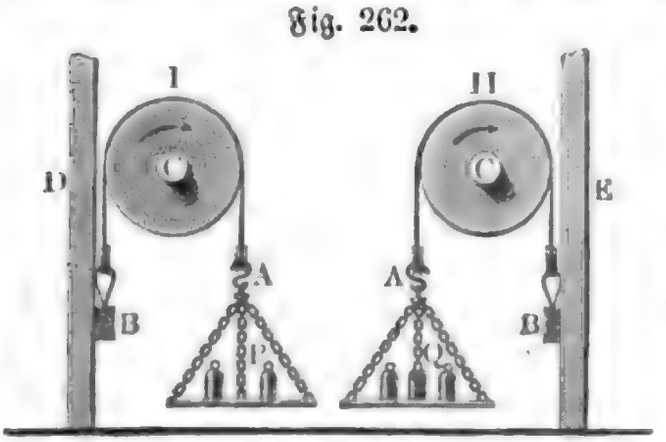
Fig. 261.



$$L = F \cdot \frac{up}{60} = \frac{up}{60}(Q - P).$$

In Ermangelung eines Federdynamometers reicht der einfache Gurt, Fig. 262, zu dieſem Zwecke noch aus, wenn man den Verſuch doppelt macht, und dabei das eine Ende B des Gurtes bald auf der einen Seite der Welle, bald auf der anderen Seite an einem feſten Gegenſtande, z. B. an den Säulen D und E befeſtigt. Hier bekommt man durch den einen Verſuch

Fig. 262.



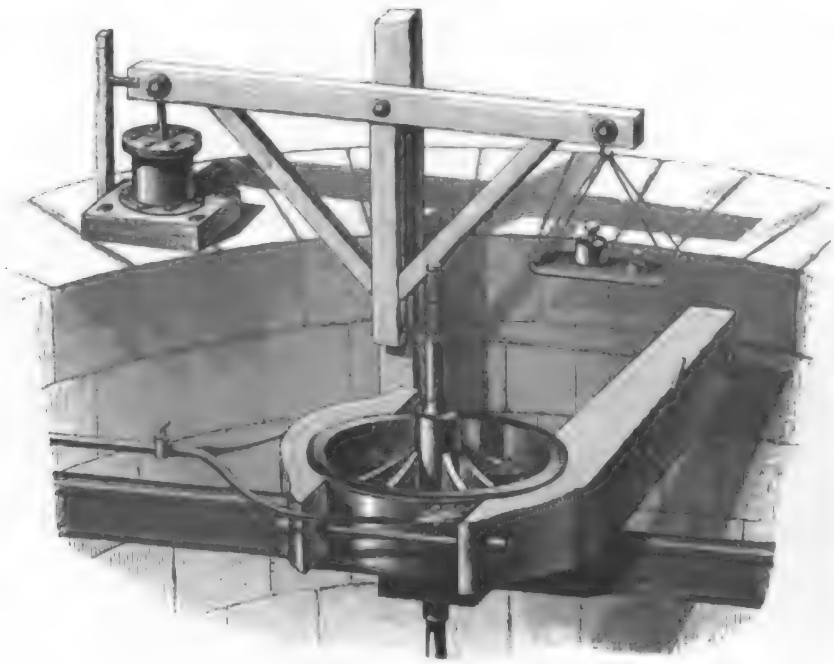
$$Q = P + F,$$

durch den anderen aber P, weil

in dem einen Falle die in der Umdrehungsrichtung der Welle wirkende Reibung F dem Gewichte auf der am Ende A hängenden Wagſchale entgegenwirkt, und in dem anderen ihm zu Hülfe kommt. Uebrigens iſt bei dieſer zuerſt vom Verfaſſer in Anwendung gebrachten Vorrichtung die Beſtimmung der Leiſtung die obige. Dieſe Vorrichtung läßt ſich, weil die Kraft immer nur an einem kleinen Hebelarme wirkt, nur zur Beſtimmung kleiner Leiſtungen anwenden. Um Leiſtungen ſtärkerer Maſchinen zu finden, hat der Verfaſſer ſtatt der Wagſchale in A den Laſtpunkt einer einfachen Decimalwage angeſchloſſen, und dadurch die Spannung des Gurtes verzehnfacht. Damit durch Auflegen dieſes Gurtdynamometers der Zapfendruck nicht zu ſehr vergrößert werde, und ſich daſſelbe auch bei größeren Kräften anwenden laſſe, kann man auch den Gurt ganz um die Welle ſchlingen, und das eine Ende nach oben, das andere aber nach unten richten.

§. 134 Kommt es darauf an, die Umdrehungskraft einer ſtehenden Welle, z. B. die einer Turbine, durch ein Bremsdynamometer auszumitteln, ſo kann man natürlich die Schale für die aufzulegenden Gewichte nicht unmittelbar an den Bremshebel hängen, ſondern man muß eine Leitrolle oder einen Winkelhebel zwiſchen einſetzen, wodurch die Verticalkraft, mit welcher dieſe Gewichte niederziehen, in eine den Bremsarm ergreifende Horizontalkraft verwandelt wird. Eine monodimetriſche Projection eines ſolchen Bremsdynamometers für eine ſtehende Welle führt Fig. 263 vor Augen. Dieſes Dynamometer hat Herr Francis bei ſeinen hydrauliſchen Verſuchen (Lowell hydraulic

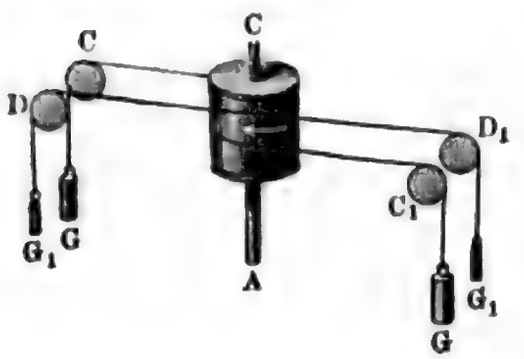
Fig. 263.



experiments) zur Beſtimmung der Leiſtung einer Turbine von 75 Pferdekräften angewendet. (S. die deutſche Bearbeitung der Schrift über dieſen Gegenſtand im „Civilingenieur“ Band II). Es iſt AA das gußeiſerne Frictions- oder Bremsrad von $5\frac{1}{2}$ Fuß Durchmeſſer und $2\frac{1}{4}$ Fuß Höhe, welches ſtatt des Vorlegerades auf die Turbinenwelle CD aufgeſteckt und mit derſelben feſt verbunden iſt. Die mit Eiſen beſchlagenen Bremsbacken E, F werden durch zwei Schraubenbolzen von 2 Quadratzoll Querſchnitt mittels des Hebels B auf das Bremsrad AA aufgepreßt, und es iſt das Ende des längeren Bremsbackens F durch eine eiſerne Zugſtange KL mit dem Winkelhebel KOH verbunden, an deſſen horizontalem Arme OH die Wagſchale G zur Aufnahme der Gewichte hängt. Um die großen Schwankungen des Dynamometers u. ſ. w. zu verhindern, iſt an einem dritten Arme OM des Winkelhebels KOH ein hydrauliſcher Moderator, und, um die Abweichung des Armes HM von der horizontalen Lage anzugeben, ein an einer Scala auf- und niedergehender Zeiger Z angebracht. Der Moderator beſteht in der Hauptſache aus einem Teller, welcher in dem mit Waſſer angefüllten Gefäße N auf- und niederbewegt wird, wobei das Waſſer bald über, bald unter denſelben zu treten genöthigt iſt. Um der zu großen Erhitzung des Kranzes vorzubeugen, werden mittels der gegabelten Röhre R Waſſerſtrahlen gegen die freie Außenfläche des Bremsrades AA geführt.

Um die Leiſtungen kleiner Maſchinenkräfte zu ermitteln, kann man auch eine Methode anwenden, welcher ſich der Verfaſſer bei dynamometriſchen Meſſungen an Modellrädern bedient hat (ſ. meine Verſuche über den Stoß des Waſſers, berichtet vom Herrn Prof. Zeuner im „Civilingenieur“, Bd. I, 1854). Um eine Trommel B, Fig. 264, welche auf der umlaufenden Welle AC, deren Kraft man meſſen will, ſitzt, werden zwei Riemen, Seile oder Schnüre ſo gelegt, daß die beiden Enden der letzteren entgegengeſetzte Richtungen haben. Dieſe Seilenden laufen außerdem noch über die Leitrollen C, C_1 und D, D_1 und ſind durch Gewichte G, G und G_1, G_1 geſpannt. Wenn nun die Gewichte G und G_1 einer Schnur in Vereinigung mit der Reibung derſelben am Umfange der Trommel einander das Gleichgewicht halten, ſo iſt folglich die ganze Umdrehungskraft der Trommel:

Fig. 264.



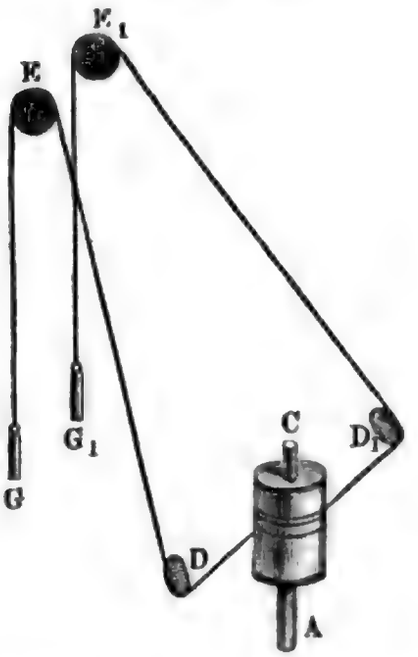
$$P = 2(G - G_1),$$

wobei natürlich G das größere, der Umdrehungsbewegung entgegengeſetzt ziehende, und G_1 das kleinere, in der Richtung der Umdrehung wirkende Gewicht bezeichnet.

Anmerkung 1. Man kann auch die Drehungskraft einer Welle unmittelbar durch Gewichte bestimmen, welche man an das Ende eines Seiles oder einer Schnur hängt, welche sich auf die umlaufende Welle aufwickelt. Bei meinen dynamometrischen Versuchen an Modellrädern, (s. Weisbach's Versuche über die Leistung eines einfachen Reactionsrades, Freiberg, 1851) habe ich, um den Seitendruck durch die messende Kraft so viel wie möglich herabzuziehen, von der umlaufenden Welle AC, Fig. 265, zwei gleiche Gewichte G, G_1 auf einmal heben und zu diesem Zwecke die Schnüre, an welchen diese Gewichte hängen, mittels der Rollen D, E und D_1, E_1 auf entgegengesetzten Seiten und in entgegengesetzten Richtungen auf die Trommel B aufwickeln lassen.

Eigentlich ist auch das Dynamometer, womit man die Arenkraft der Schraubendampfschiffe bestimmt, hierher zu rechnen; es stemmt sich hier die Welle der Wasserschraube gegen einen Hebel, dessen längerer Arm mit einem spiralförmigen Federdynamometer und einem Zeichenapparat verbunden ist, welcher die Arbeit der Kraft auf den Mantel eines umlaufenden Cylinders verzeichnet (siehe The indicator and dynamometer etc., London 1847).

Fig. 265.

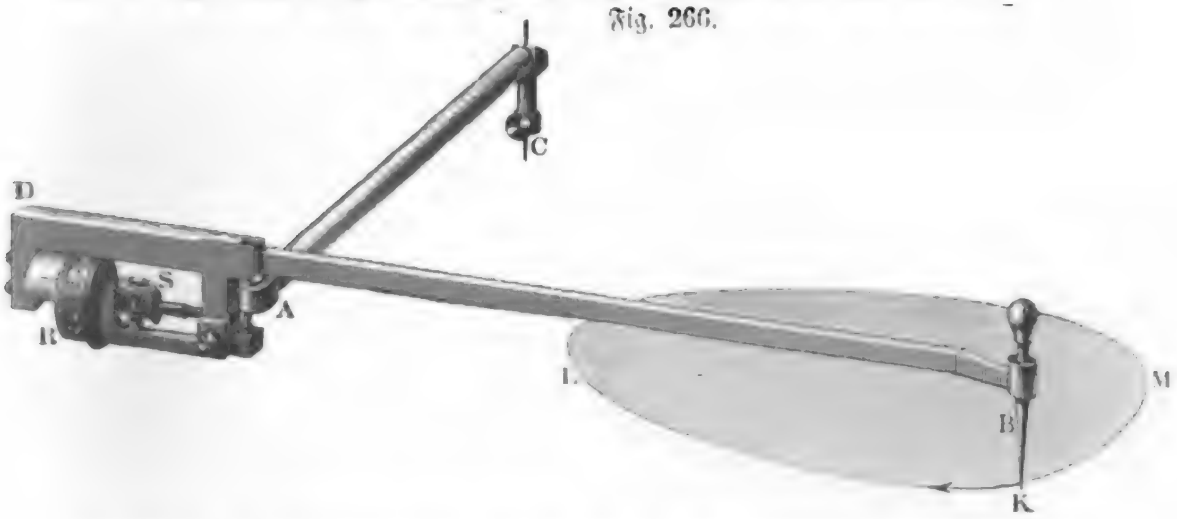


Anmerkung 2. Ueber die verschiedenen Dynamometer zum Messen der Maschinenkräfte handelt Egen in seinen Untersuchungen über den Effect einiger Wasserwerke u. s. w., nächstdem Hülsse im Artikel „Bremsdynamometer" in der allgemeinen Maschinenencyclopädie. Die Literatur über diesen Gegenstand findet man in diesen beiden Abhandlungen vollständig angegeben. Wir haben hier nur noch die neuesten Aufsätze im 88., 92. und 110. Bande von Dingler's Journal anzuführen. Besonders zeichnen sich die sich selbst regulirenden Dynamometer nach Poncelet, Saint-Leger u. s. w. aus, welche durch angebrachtes Räderwerk die Schrauben von selbst anziehen oder lösen, je nachdem der Hebel zu sinken oder zu steigen anfängt. Ueber Federdynamometer ist auch nachzusehen: Notions fondamentales de Mécanique, par Morin, Paris 1855; sowie über Dynamometer überhaupt: Prechtl's Technologische Encyclopädie, ferner Hachette: Traité élémentaire des machines. Besondere Abhandlungen über diesen Gegenstand sind oben an den betreffenden Stellen citirt worden. Ueber die Dynamometer mit Registrirapparat von Moisen, Noury und Matter s. Civilingenieur, Bd. VIII, 1862.

§. 135 **Planimeter.** Bei Anwendung des Zeichenapparates zu dynamometrischen Versuchen kann man die Bestimmung der Flächenräume, wodurch die mechanische Arbeit einer Maschine ausgedrückt wird, einfach durch ein sogenanntes Planimeter (franz. planimètre; engl. planimeter) bewirken. Unter den verschiedenen Planimetern von Ernst, Wetli, Hansen, Oppikofer und Amsler ist das letztere oder sogenannte Polarplanimeter von Amsler eines der einfachsten, wenn auch vielleicht weniger schärfsten. Eine monodimetrische Abbildung dieses Planimeters führt Fig. 266 vor Augen.

Es iſt C eine Nadel, welche feſt in den Tiſch eingeſtoßen wird und um welche ſich das Inſtrument dreht, während man mit dem Stifte B am Umfange der Figur KLM, deren Inhalt durch das Inſtrument beſtimmt werden ſoll, hinfährt. Die beiden Arme AC und AB, welche die Spitze C und den Stift B tragen, ſind durch eine Axe A mit einander vereinigt, und die Verlängerung AD des Armes AB trägt ein Laufrädchen R, welches ſich auf dem Papiere fortwälzt, während der Stift am Umfange der Figur hingeführt wird. Um die Umdrehungszahl dieſes Rädchens während dieſer Umſchreibung der Figur ableſen zu können, iſt nicht allein auf dem Rädchen R ſelbſt eine Eintheilung, ſondern auch noch ein zweites eingetheiltes Rädchen S angebracht, welches mittels einer Schraube ohne Ende von der Welle

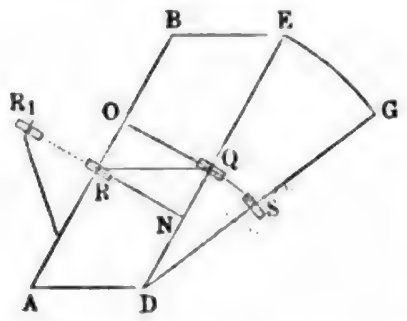
Fig. 266.



des erſteren ſo umgedreht wird, daß es erſt bei zehn Umdrehungen des erſteren eine vollſtändige Umdrehung macht.

Wie der Inhalt der vom Stifte B umſchriebenen ebenen Figur von der Umdrehungszahl des auf der Ebene dieſer Figur fortrollenden Rädchens abhängt, läßt ſich elementar auf folgende Weiſe darthun. Wenn eine Gerade $AB = b$, Fig. 267, parallel mit ſich ſelbſt fortgeführt wird, und dadurch in die Lage DE kommt, ſo beſchreibt ein auf ihr ſitzendes Rädchen R einen Weg $RQ = AD = BE$, welcher aus den Wegen RN und RO zuſammengeſetzt iſt, wovon der erſtere auf AB rechtwinkelig ſteht und der andere die Richtung von AB und DE hat. Vermöge des Fortrollens des Rädchens auf der Ebene von $ABDE$ dreht ſich der Umfang dieſes Rädchens um $RN = \varphi_1 r$, wo φ_1 den Umdrehungsbogen, und r den

Fig. 267.



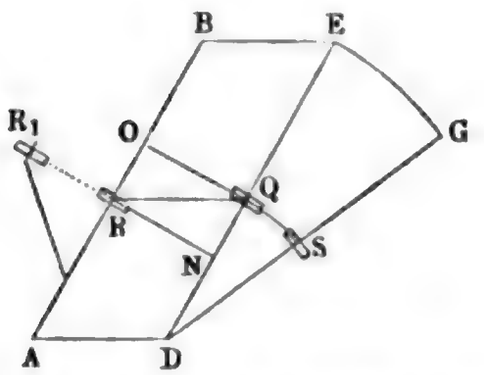
Radius des Rädchens bezeichnet. Nun iſt aber $AB.RN = b\varphi_1 r = \varphi_1 br$ der Inhalt P des Parallelogrammes AE, folglich auch

$$\varphi_1 = \frac{P}{br}$$

ein Maß dieſes Inhaltes.

Dreht ſich ferner DE noch um D, ſo durchläuft das Rädchen einen Bogen QS, und es beſchreibt hierbei dieſe Linie den Sector DEG, deſſen Inhalt

Fig. 268.



$$S = \frac{DE \,.\, EG}{2} = {}^1/_2\, \overline{DE}^2 \,.\, \psi = {}^1/_2\, \psi b^2$$

iſt, wenn ψ das Bogenmaß des Centriwinkels EDG bezeichnet. Es iſt folglich der Inhalt der ganzen Figur $ABEGD$:

$$F_1 = P + S = \varphi_1 br + {}^1/_2\, \psi b^2.$$

Iſt der Umdrehungswinkel des Rädchens beim Durchlaufen des Bogens $QS, = \varphi_2$, ſo hat man den Umdrehungswinkel beim Durchlaufen des Weges $RQ + QS$:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \text{ und daher umgekehrt:}$$
$$\varphi_1 = \varphi - \varphi_2,$$

oder da, wenn der Abſtand $AR = DQ = DS$ mit c bezeichnet wird,

$$\overline{QS} = \psi c = \varphi_2 r, \text{ alſo}$$
$$\varphi_2 = \frac{c}{r}\,\psi \text{ iſt,}$$
$$\varphi_1 = \varphi - \frac{c}{r}\,\psi \text{ und}$$
$$F_1 = \left(\varphi - \frac{c}{r}\,\psi\right) br + {}^1/_2\, \psi b^2 = \varphi r b + \frac{\psi}{2}(b^2 - 2bc),$$

oder:

$$F_1 = bs_1 + \frac{\psi}{2}\,(b^2 - 2bc),$$

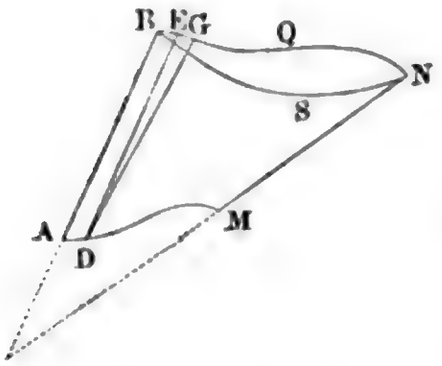
wenn $s_1 = \varphi r$ den ganzen Umdrehungsbogen des Rädchens bezeichnet.

Sind die Wege $AD = BE$ und EG unendlich klein, ſo iſt $ABEGD$ nur das Element einer endlichen Figur $ABNM$, Fig. 269, welche von AB bei beliebiger Verrückung auf der Ebene des Papiers beſchrieben wird, und es iſt in der Formel

$$F_1 = bs_1 + \frac{\psi}{2}\,(b^2 - 2bc)$$

ſtatt ψ der Bogen des ganzen Winkels BON einzuſetzen, welchen die Richtungen der beiden Grenzlagen AB und MN der erzeugenden Linie mit einander einſchließen, wenn F_1 den Inhalt der ganzen Figur $ABQNM$ angeben ſoll. Bewegt man die Linie MN rückwärts nach AB, ſo beſchreibt ſie irgend eine Fläche

Fig. 269.



$$F_2 = bs_2 + \frac{\psi}{2}(b^2 - 2bc),$$

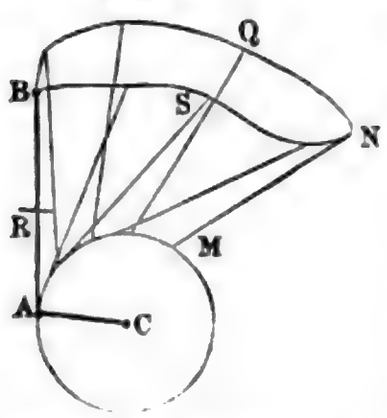
wo s_2 den in umgekehrter Richtung zu meſſenden Umdrehungsbogen des Rädchens bezeichnet; und bleibt hierbei der untere Endpunkt der Erzeugungslinie auf dem erſten Bogen AM, ſo liegt zwiſchen den Wegen BQN und NSB eine Fläche, deren Inhalt F die Differenz von F_1 und F_2 iſt, und folglich einfach durch

$$F = F_1 - F_2 = b(s_1 - s_2) = bs$$

ausgedrückt wird, wobei s die von der Eintheilung des Rädchens angegebene Differenz der Umdrehungsbögen s_1 und s_2 oder den algebraiſchen Umdrehungsbogen bei der Umſchreibung der Figur $BQNSB$ bezeichnet.

Bei dem Amsler'ſchen Planimeter beſchreibt der Endpunkt A der Linie oder des Lineales AB einen Kreisbogen AM, Fig. 270; übrigens iſt auch hier der Flächenraum der Figur $BQNS$, deren Umfang der Stift B durchläuft, dem Umdrehungsbogen s des Rädchens R proportional und

Fig. 270.



$$\text{I.}\quad F = bs.$$

Dieſe Formeln gelten auch dann noch, wenn das Rädchen nicht auf der Stange AB ſelbſt, ſondern wie R_1, Fig. 268, neben derſelben angebracht iſt, nur hat man dann unter c nicht die Entfernung AR_1, ſondern die Projection AR derſelben in AB zu verſtehen.

Die letzte Formel ſetzt voraus, daß der Punkt A bei Umſchreibung der Figur einen und denſelben Kreisbogen AM hin und zurück durchläuft; geht aber dieſer Punkt hierbei ſtetig im Kreiſe herum, wie die Fig. 271 (a. f. S.) und Fig. 272 vor Augen führen, ſo iſt noch die Fläche πa^2 des Kreiſes CAM, deſſen Halbmeſſer CA durch a bezeichnet wird, in Betracht zu ziehen. Es iſt deshalb in dem Falle von Fig. 271, wo C außerhalb der Figur $BQNS$ liegt,

$$F = \pi a^2 + bs,$$

und im zweiten Falle, Fig. 271, wo C von der Figur BQS umſchloſſen wird, und AB nach und nach eine vollſtändige Umdrehung macht, alſo $\psi = 2\pi$ iſt,

Fig. 271.

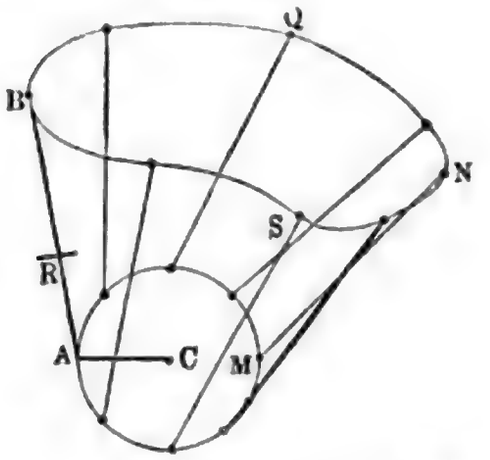
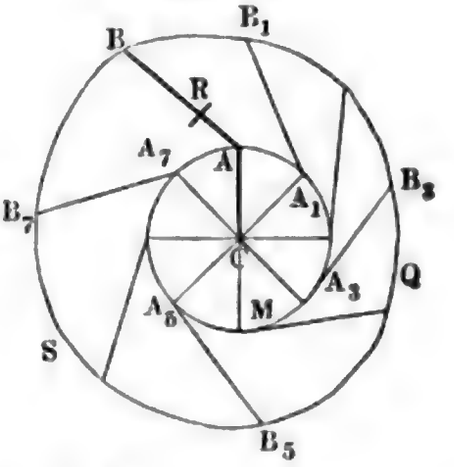


Fig 272.



$$F = \pi a^2 + \pi (b^2 - 2bc) + bs$$
$$= \pi (a^2 + b^2 - 2bc) + bs.$$

Der Fall in Fig. 271 ſetzt voraus, daß $b > 2a$, alſo $a < {}^1/_2 b$ ſei. Iſt daher, wie gewöhnlich, $a > {}^1/_2 b$, ſo kommt derſelbe gar nicht vor. Wenn im zweiten Falle die Fläche BQS vom Kreiſe AM umſchloſſen wird, ſo iſt bs negativ, und daher:

$$F = \pi (a^2 + b^2 - 2bc) - bs.$$

Anmerkung. Es iſt nachzuleſen: Die Planimeter von Ernſt, Wetli und Hanſen, von Bauernfeind, München 1853, ſowie die unter folgendem Titel erſchienene Schrift: Mechaniſche Beſtimmung des Flächeninhaltes u. ſ. w. ebener Figuren, von Amsler, Schaffhauſen 1856.

Zweites Capitel.

Von den Menſchen- und Thierkräften, ſowie von den Maſchinen zur Aufnahme derſelben.

§. 136 **Thieriſche Kräfte.** Die thieriſchen Kräfte oder das Arbeitsvermögen der Thiere iſt allerdings nicht allein bei Individuen verſchiedener Gattungen, ſondern auch bei Geſchöpfen einer und derſelben Species verſchieden. Bei Thieren gleicher Art hängt das Arbeitsvermögen von der beſonderen Conſtitution des Individuums, von deſſen Alter und Geſundheits-

zustand, von dessen Willen oder Beaufsichtigung, dann aber auch noch davon ab, ob das Thier hinreichend in nahrhaftem Futter erhalten wird, ob es an die Arbeit, welche es verrichtet, gewöhnt ist u. s. w. Auf alle diese Verschiedenheiten können wir, da sie auf unendlich viele Abstufungen führen, nicht Rücksicht nehmen, wir müssen vielmehr bei unseren Berechnungen von jeder Gattung ein Thier von mittlerer Stärke und Behendigkeit voraussetzen, welches an die Arbeit, die es verrichtet, gewöhnt ist, dabei im mittleren Lebensalter steht, sich in gesundem Zustande befindet und in gutem nahrhaften Futter gehalten wird.

Noch hängt aber auch das Arbeitsvermögen eines Thieres von der Kraft, Geschwindigkeit und Arbeitszeit ab; und es fällt dieses bei einer mittleren Kraft, Geschwindigkeit und täglichen Arbeitszeit am größten aus. Je größer die Kraft ist, welche ein Geschöpf ausübt, desto kleiner fällt die Geschwindigkeit aus, und umgekehrt, je größer die Geschwindigkeit ist, desto kleiner stellt sich die damit ausgeübte Kraft heraus; ja es giebt eine Maximalkraft, wo die Geschwindigkeit und also auch die Arbeit Null ist, und ebenso eine Maximalgeschwindigkeit, bei welcher die Kraft und also die Arbeit wiederum Null ausfällt. Man sieht hieraus, daß man die animalischen Motoren nur mit einer mittleren Kraft und einer mittleren Geschwindigkeit arbeiten lassen soll, und kann übrigens noch leicht ermessen, daß man dieselben auch nur auf eine mittlere Zeit in Anspruch nehmen darf, um von denselben ein möglichst großes Arbeitsquantum zu gewinnen. Uebrigens folgt aus unzähligen Erfahrungen, daß kleine Abweichungen von der mittleren Kraft, mittleren Geschwindigkeit und mittleren Arbeitszeit, namentlich wenn die Verrichtung zur Gewohnheit geworden ist, eine beachtungswerthe Verminderung der Leistung nicht verursachen. Auch ist es eine Thatsache, daß es keineswegs vortheilhaft ist, die animalischen Motoren mit constanter Kraft und Geschwindigkeit ohne Unterbrechung wirken zu lassen, sondern daß das animalische Arbeitsvermögen besser benutzt oder weniger Ermüdung herbeigeführt wird, wenn das arbeitende Geschöpf in Pausen arbeitet, die um so öfter zu wiederholen sind, je mehr die wirklich verrichtete Arbeit in der Zeiteinheit von der mittleren Arbeit abweicht.

Das Hauptmoment bei Beurtheilung der Wirkungen animalischer Motoren ist die tägliche Leistung. Vergleicht man dieselbe mit den täglichen Unterhaltungs- und, nach Befinden, mit den täglichen Zinsen der Ankaufskosten, so erhält man ein Maß zur Vergleichung der Werthe verschiedener Motoren unter einander.

§. 137

Die Art und Weise, wie Menschen und Thiere mechanische Arbeiten verrichten, ist sehr verschieden. Die animalischen Motoren arbeiten entweder mit oder ohne Maschinen; und zwar die Menschen mit den Händen oder mit den

Füßen oder mit beiden zugleich; die Thiere natürlich nur mit den Füßen. Bei den ſo ſehr verſchiedenen Verrichtungen iſt jedoch der Grad der Ermüdung der geleiſteten mechaniſchen Arbeit nicht proportional, manche Arbeiten ſcheinen mehr Ermüdung herbeizuführen als andere, oder was daſſelbe iſt, bei manchen Verrichtungen fällt das mechaniſche Arbeitsquantum größer oder kleiner aus, als bei anderen Verrichtungen. Auch laſſen ſich manche Arbeiten gar nicht auf eine und dieſelbe Weiſe meſſen, wie z. B. das Tragen auf horizontalen Wegen und das Aufheben einer Laſt. Nach den ſeither gefaßten Begriffen iſt die Arbeit beim Tragen auf horizontalen Wegen Null, weil hierbei in der Richtung der Kraft, d. i. vertical, kein Weg zurückgelegt wird (Bd. I, §. 83), wogegen beim Aufheben oder Aufziehen einer Laſt die Arbeit beſtimmt das Product aus Gewicht und Steighöhe deſſelben iſt. Gleichwohl führt das Gehen oder Tragen ebenfalls zur Ermüdung wie das Aufheben; d. h. es wird durch jenes auch das tägliche Arbeitsvermögen conſumirt wie durch dieſes; es muß daher auch der einen Thätigkeit ein tägliches Arbeitsquantum zukommen wie der anderen, wenn auch dieſe Arbeiten ſelbſt weſentlich verſchieden ſind.

Erfahrungsmäßig geht ein Menſch leer auf horizontalem Wege täglich 10 Stunden lang mit $4^3/_4$ Fuß Geſchwindigkeit; nimmt man nun ſein Gewicht zu 140 Pfd. an, ſo erhält man als tägliches Arbeitsquantum den Werth:

$$140 \,.\, 4{,}75 \,.\, 10 \,.\, 60 \,.\, 60 = 23'940000 \text{ Fußpfund.}$$

Trägt der Menſch 80 Pfund auf dem Rücken, ſo geht er täglich 7 Stunden lang auf horizontalem Wege mit 2,4 Fuß Geſchwindigkeit, und leiſtet daher täglich, wenn man ſein Gewicht unbeachtet läßt, die Arbeit:

$$80 \,.\, 2{,}4 \,.\, 7 \,.\, 60 \,.\, 60 = 4'838400 \text{ Fußpfund.}$$

Ein Pferd trägt auf dem Rücken 240 Pfund täglich 10 Stunden lang im Schritt mit $3^1/_2$ Fuß Geſchwindigkeit, und leiſtet folglich in einem Tage:

$$240 \,.\, 3{,}5 \,.\, 10 \,.\, 60 \,.\, 60 = 30'240000 \text{ Fußpfund,}$$

alſo mehr als ſechsmal ſo viel als ein Menſch beim Tragen. Hat das Pferd nur 160 Pfund auf dem Rücken, ſo läuft es täglich 7 Stunden im Trabe mit 7 Fuß Geſchwindigkeit, und leiſtet daher nur

$$160 \,.\, 7 \,.\, 7 \,.\, 60 \,.\, 60 = 28'224000 \text{ Fußpfund}$$

täglich.

Viel kleiner fallen die Arbeiten beim Heben von Laſten aus, weil hier mechaniſche Arbeit im eigentlichen Sinne zu nehmen, alſo der Weg in Hinſicht auf die Kraftrichtung einzuführen iſt.

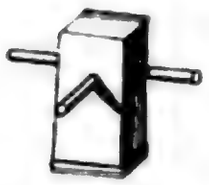
Steigt ein Menſch auf einer Treppe oder Auffahrt leer hinauf, ſo iſt bei einer täglichen Arbeitszeit von 8 Stunden die Geſchwindigkeit, in verticaler Richtung gemeſſen, = 0,48 Fuß, daher ſein tägliches Arbeitsquantum:

$$= 140 \,.\, 0{,}48 \quad 8 \,.\, 60 \,.\, 60 = 1'935360 \text{ Fußpfund.}$$

Hiernach kann ein Mensch täglich horizontal $12^1/_2$ mal so viel Weg zurücklegen als vertical.

Bei dem hiesigen Teichbaue hat der Verfasser beobachtet, daß vier kräftige und eingeübte Arbeiter einen Rammklotz, wie Fig. 273, welcher 112 Pfund wiegt, in jeder Minute genau 34mal 4 Fuß hoch heben, dabei nach 260 Secunden Arbeit jedesmal wieder 260 Secunden Ruhezeit nöthig haben und im Ganzen täglich nur 5 Stunden arbeiten; es stellt sich daher hier die tägliche Arbeit eines Menschen

Fig. 273.



$$= \frac{112}{4} \cdot 4 \cdot 34 \cdot 5 \cdot 60 = 1'142400 \text{ Fußpfund}$$

heraus.

Anmerkung 1. Ausführlichere Zusammenstellungen über die Leistungen animalischer Motoren theilt der „Ingenieur" mit. Uebrigens findet man auch die Leistungen der Thiere bei Maschinen in der Folge bei den betreffenden Maschinen angegeben.

Anmerkung 2. Die Leistungen der Menschen und Thiere sind noch lange nicht vollständig genug bekannt. Die Leistungen ungeübter oder unter ungünstigen Umständen arbeitender Menschen (bei großer Hitze, Regen u. s. w.) können um die Hälfte kleiner ausfallen als die Leistungen tüchtiger und eingeübter Arbeiter. Die erste vollständige Untersuchung über die Leistung der animalischen Motoren lieferte Coulomb (siehe Théorie des machines simples). Vor ihm hatten sich vorzüglich Desaguliers (Cours de Physique expér.) und Schulze (Abhandlungen der Berliner Akademie, 1783) mit der Bestimmung der thierischen Kräfte beschäftigt. In den neueren Zeiten sind die Erfahrungen Coulomb's von Vielen vervollständigt worden. Siehe Hachette, Traité élémentaire des machines. Bouguer, Euler und Gerstner haben versucht, die Wirkungen der animalischen Motoren auf Gesetze zurückzuführen. Man kann jedoch behaupten, daß diese Aufgabe selbst durch Gerstner (Mechanik, Bd. I) noch keineswegs als gelöst anzusehen ist.

Kraftformeln. Kraft und Geschwindigkeit bei der Arbeitsverrichtung animalischer Wesen stehen zwar im genauesten Zusammenhange mit einander, jedoch ist das Gesetz dieses Zusammenhanges keineswegs bekannt, und noch viel weniger aus Vernunftgründen abzuleiten. Die empirischen Formeln, welche Bouguer und Euler angegeben haben, entsprechen der Wahrheit gewiß nur annähernd. Ist K_0 die größte Kraft, welche ein lebendes Wesen ohne Geschwindigkeit ausüben kann, und c_0 die größte Geschwindigkeit ohne Kraftäußerung, so hat man für eine andere Geschwindigkeit v die entsprechende Kraft, §. 138

nach Bouguer:

$$P = \left(1 - \frac{v}{c_0}\right) K_0,$$

nach Euler 1):

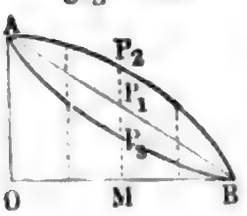
$$P = \left(1 - \frac{v^2}{c_0^2}\right) K_0,$$

nach demſelben 2):

$$P = \left(1 - \frac{v}{c_0}\right)^2 K_0.$$

Von dieſen drei Formeln iſt die erſte die einfachſte, und nach Gerſtner auch diejenige, welche mit den Erfahrungen am meiſten übereinſtimmt. Nach den Beobachtungen Anderer, z. B. Schulze's, ſcheint ſich hingegen die dritte Formel mehr an die Erfahrungen anzuſchließen. Sieht man v als Abſciſſe und P als Ordinate einer Curve an, ſo entſpricht der erſten Formel eine Gerade AB, Fig. 274, der zweiten aber ein concaver Parabelbogen AP_2B und der dritten ein convexer Parabelbogen AP_3B, und es liegt allemal die Ordinate MP_1 der Geraden zwiſchen den Ordinaten MP_2 und MP_3 beider Parabeln mitten inne, z. B. der Abſciſſe $OM = v = {}^1/_2\, c_0$ entſprechen die Ordinaten $\overline{MP_1} = {}^1/_2\, K = {}^1/_2\, \overline{OA}$, ferner $\overline{MP_2} = {}^3/_4\, K = {}^3/_4\, \overline{OA}$, und $\overline{MP_3} = {}^1/_4\, K = {}^1/_4\, OA$. Es giebt alſo die Bouguer'ſche Formel Kraftwerthe, welche zwiſchen den von den Euler'ſchen Formeln zu erhaltenden Werthen mitten inne liegen, und man kann ſich derſelben wenigſtens ſo lange bedienen, als keine beſonderen Gründe für die Richtigkeit einer der Euler'ſchen Formeln angegeben werden können. Führen wir in der Bouguer'ſchen Formel ſtatt der Maximalwerthe K_0 oder c_0 ihre Hälften oder die mittleren Werthe $K = {}^1/_2\, K_0$ und $c = {}^1/_2\, c_0$ ein, ſo erhalten wir die zuerſt von Gerſtner angewendete Formel:

Fig. 274.



$$P = \left(1 - \frac{v}{2c}\right) 2K,$$

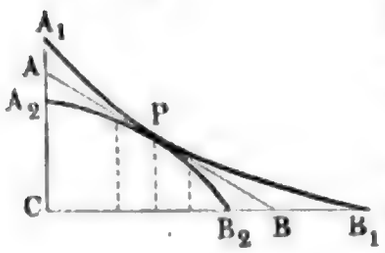
oder

$$1.)\quad P = \left(2 - \frac{v}{c}\right) K,$$

ſowie umgekehrt:

$$2.)\quad v = \left(2 - \frac{P}{K}\right) c.$$

Fig. 275.



Wenn nun auch dieſe Formel für Grenzwerthe von v und P weniger Schärfe oder Sicherheit gewährt, ſo läßt ſich wenigſtens erwarten, daß ſie für Werthe, welche von den mittleren nicht bedeutend abweichen, mit genügender Genauigkeit zu gebrauchen ſei, zumal, da bei gleichen Werthen von c und K beide Euler'ſche Curven A_1PB_1 und A_2PB_2, Fig. 275, von der Bouguer'ſchen Geraden APB in P tangirt werden.

Die mechaniſche Arbeit pr. Secunde iſt hiernach:

$$Pv = \left(2 - \frac{v}{c}\right) v\,K.$$

Da ſich $\left(2 - \frac{v}{c}\right) v\,K$ auch $= (2c - v)\,v\,\frac{K}{c}$ ſetzen läßt, ſo fällt wie in Band I, §. 500 die mechaniſche Arbeit am größten aus, wenn $v = c$, alſo auch

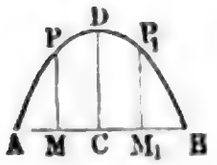
$$P = K,$$

d. i. Geſchwindigkeit und Kraft die mittleren ſind, nämlich

$$L = Pv = Kc.$$

Sowie man aber mit einer größeren oder kleineren Geſchwindigkeit, oder mit einer kleineren oder größeren Kraft arbeiten läßt, erhält man eine Leiſtung $L = Pv$ kleiner als Kc. Sieht man wieder die Geſchwindigkeiten als Abſciſſen, und die Arbeiten als Ordinaten an, ſo bekommt man in der ſich herausſtellenden Curve eine Parabel ADB, Fig. 276, und man ſieht nun leicht ein, daß ſowohl der Abſciſſe $AM < AC$ als auch der Abſciſſe $AM_1 > AC$ eine kleinere Ordinate MP, M_1P_1 zukommt, als der Abſciſſe $\overline{AC} = c$. Für $v = \frac{c}{2}$, ſowie für $v = {}^3/_2\,c$ folgt z. B.:

Fig. 276.



$$L = {}^3/_4\,Kc, \text{ alſo } \overline{MP} = \overline{M_1P_1} = {}^3/_4\,\overline{CD}.$$

Nach den Angaben von Gerſtner gelten, namentlich für Zugkräfte, die in folgender Tabelle enthaltenen Werthe:

Geſchöpfe.	Gewicht.	Mittlere Kraft K in Pfund.	Mittlere Geſchwindigkeit c Fuß.	Mittlere Arbeitszeit t Stunden.	Leiſtung pr. Sec. Fußpfund.	Tägliche Leiſtung Fußpfund.
Menſch. .	140	28	2,5	8	70	2′016000
Pferd . .	750	112	4	8	448	12′902400
Ochs. . .	600	112	2,5	8	280	8′064000
Eſel . . .	360	70	2,5	8	175	5′040000
Mauleſel .	500	94	3,5	8	329	9′475200

Beiſpiele. 1. Nach der vorſtehenden Tabelle leiſtet ein Menſch bei einer mittleren Kraft von 28 Pfund und mittleren Geſchwindigkeit von $2^1/_2$ Fuß täglich 2'016000 Fußpfund; ſoll er aber mit 3 Fuß Geſchwindigkeit arbeiten, ſo kann er nur die Kraft

$$P = \left(2 - \frac{3}{2{,}5}\right) . 28 = 22{,}4 \text{ Pfund}$$

ausüben, und es wird ſeine tägliche Leiſtung nur

$$22{,}4 . 3 . 8 . 60 . 60 = 1'935360 \text{ Fußpfund}$$

betragen.

2. Wenn ein Zugpferd 150 Pfund Kraft ausüben ſoll, ſo kann es nur mit der Geſchwindigkeit

$$v = \left(2 - \frac{150}{112}\right) . 4 = 2{,}643 \text{ Fuß}$$

arbeiten, weswegen ſeine Leiſtung pr. Secunde nur

$$2{,}643 . 150 = 396{,}5 \text{ Fußpfund}$$

beträgt, alſo um $448 - 396{,}5 = 51{,}5$ Fußpfund kleiner iſt als bei 4 Fuß Geſchwindigkeit.

Anmerkung. Für die Leiſtungen der Pferde giebt Fourier eine complicirte Formel in Annales des ponts et chaussées, 1836; ſiehe auch Crelle's Journal der Baukunſt. Bd. XII, 1838.

§. 139 **Arbeit beim Steigen.** Noch kann man, nach Gerſtner, die Leiſtungen von animaliſchen Motoren bei der Bewegung auf ſchiefen Ebenen berechnen. Bezeichnet G das Gewicht des Motors, Q die von ihm getragene Laſt und α den Neigungswinkel der ſchiefen Ebene, auf welcher der Motor mit der Laſt hinaufſteigt, ſo iſt die Kraft $= (Q + G) \sin. \alpha$ (ſ. Theorie der ſchiefen Ebene, Bd. I, §. 146), und daher zu ſetzen:

$$\left(2 - \frac{v}{c}\right) K = (Q + G) \sin. \alpha.$$

Hiernach folgt die Laſt, mit welcher ein animaliſcher Motor auf einer ſchiefen Ebene von gegebener Neigung emporſteigen kann, ſowie umgekehrt, der Neigungswinkel, welcher einer gegebenen Laſt entſpricht; es iſt nämlich:

$$\sin. \alpha = \frac{\left(2 - \frac{v}{c}\right) K}{Q + G},$$

darnach für $Q = 0$, und $v = c$, alſo leer, und bei der mittleren Geſchwindigkeit:

$$\sin. \alpha = \frac{K}{G}.$$

Nun iſt aber das Gewicht eines Thieres faſt immer fünfmal ſo groß als ſeine mittlere Kraft; es iſt daher

$$\sin. \alpha = {}^1/_5 \quad \text{und} \quad \alpha = 11^1/_2{}^0$$

der Neigungswinkel derjenigen ſchiefen Ebene, auf welcher ein Thier bei mittlerer Kraftanſtrengung hinaufſteigt.

Anmerkung. Bei dem Ausſchreiten auf horizontalem Wege HR, Fig. 277, dreht ſich der ganze Körper um den Fußpunkt C, wobei der Schwerpunkt des Körpers um eine Höhe $DE = h$ ſteigt, die ſich aus der Schenkellänge $CA = CB = l$ und der Schrittlänge $CH = CR = s$ durch die bekannte Formel

Fig. 277.

$$DE = \frac{\overline{AD}^2}{2\,AC},$$

d. i.
$$h = \frac{s^2}{8\,l}$$

leicht beſtimmen läßt. Iſt nun G das Gewicht des Menſchen und Q die von demſelben getragene Laſt, ſo hat man die von demſelben bei jedem Schritte zu verrichtende Arbeit:

$$L = (G + Q)\,h = \frac{(G + Q)\,s^2}{8\,l},$$

alſo die entſprechende Kraft:

$$P = \frac{L}{s} = \frac{(G + Q)\,s}{8\,l}.$$

Setzen wir die Schenkellänge $l = 3$ Fuß und die Schrittlänge $s = 2$ Fuß, ſo haben wir hiernach die Kraft:

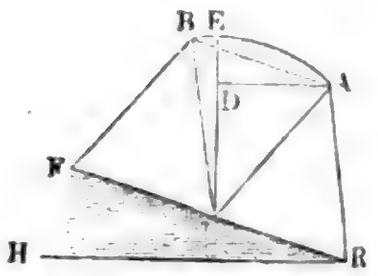
$$P = \frac{2\,(G + Q)}{8\,.\,3} = {}^1/_{12}\,(G + Q) = 0{,}08333\,(G + Q),$$

alſo für $Q = 0$ und $G = 140$ Pfund,

$$P = {}^1/_{12}\,G = 11{,}67 \text{ Pfund},$$

Es iſt folglich der Arbeitsaufwand beim Ausſchreiten einer horizontalen Strecke s gleich dem Arbeitsaufwand beim ſenkrechten Steigen auf die Höhe $^1/_{12}\,s$.

Fig. 278.



Hiernach wäre alſo die Anſtrengung, um ſich ſelbſt auf horizontalem Wege fortzubewegen, bei gleichem Wege eben ſo groß, als diejenige, welche man nöthig hat, ein Gewicht von $11^2/_3$ Pfund zu heben.

Beim Hinaufſteigen auf einer ſchwach anſteigenden Ebene FR, Fig. 278, iſt, wenn α den Steigwinkel FRH dieſer Ebene und β den Drehungswinkel ACB bezeichnen, die Steighöhe eines Schrittes

$$DE = h = CE - CD = CE\,(1 - cos.\,ACD) = l\left[1 - cos.\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)\right]$$

$$= l\left(1 - cos.\,\alpha\,.\,cos.\,\frac{\beta}{2} + sin.\,\alpha\,.\,sin.\,\frac{\beta}{2}\right),$$

annähernd, bei kleinem Steigwinkel α:

$$h = l\left(1 - cos.\,\frac{\beta}{2} + sin.\,\alpha\,sin.\,\frac{\beta}{2}\right) = l\left(\frac{s^2}{8\,l^2} + \frac{s}{2\,l}\,sin.\,\alpha\right)$$

$$= \frac{s}{2}\left(\frac{s}{4\,l} + sin.\,\alpha\right).$$

Es iſt folglich die mechaniſche Arbeit bei jedem Schritte:

$$L = (G + Q)\,h = (G + Q)\left(\frac{s}{4\,l} + sin.\,\alpha\right)\frac{s}{2},$$

und die mittlere Kraft:

$$P = \tfrac{1}{2}\,(G + Q)\left(\frac{s}{4\,l} + \mathit{sin.}\,\alpha\right).$$

Für das Herabſteigen auf der ſchiefen Ebene iſt α negativ, daher die Kraft:

$$P = \tfrac{1}{2}\,(G + Q)\left(\frac{s}{4\,l} - \mathit{sin.}\,\alpha\right).$$

Hiernach wäre allerdings für $\mathit{sin.}\,\alpha = \frac{s}{4\,l}$ die Kraft = Null. Nimmt man wieder $l = 3$ und $s = 2$ Fuß, ſo erhält man:

$$\mathit{sin.}\,\alpha = \tfrac{1}{6} = 0{,}1666, \text{ d. i.}$$
$$\alpha = 9\tfrac{1}{2} \text{ Grad},$$

den Neigungswinkel, bei welchem wenigſtens das Herabſteigen am leichteſten wird.

Iſt der Steigwinkel $\alpha = \frac{\beta}{2}$, ſo hat man die Kraft zum Aufſteigen:

$$P = \frac{(G + Q)\,s}{4\,l},$$

und iſt $\alpha > \frac{\beta}{2}$, d. i. $> \frac{s}{2\,l}$, in Zahlen $\alpha > \frac{1}{3}$, alſo $\alpha^0 > 19$ Grad, ſo fällt einfach:

$$P = (G + Q)\,\mathit{sin.}\,\alpha \quad \text{aus.}$$

§. 140 **Arbeit an Maſchinen.** Wenn man, nach Gerſtner, der Arbeitszeit ε denſelben Einfluß auf das tägliche Arbeitsquantum beimißt, wie der Geſchwindigkeit, ſo hat man für die Kraft zu ſetzen:

$$P = \left(2 - \frac{v}{c}\right)\left(2 - \frac{\varepsilon}{t}\right) K,$$

und erhält hiernach die tägliche Leiſtung:

$$L = \left(2 - \frac{v}{c}\right)\left(2 - \frac{\varepsilon}{t}\right) K v \varepsilon.$$

Jedenfalls iſt die Leiſtung am größten, und zwar $= Kct$, wenn das Thier nicht allein mit der mittleren Geſchwindigkeit und Kraft arbeitet, ſondern auch die mittlere Arbeitszeit innehält. Uebrigens iſt nicht außer Acht zu laſſen, daß dieſe Formel bloß für ſolche Werthe von v, ε und P hinreichende Genauigkeit gewährt, welche nicht ſehr von den mittleren Werthen c, t und K abweichen.

Herr Maſchek empfiehlt ſtatt der obigen Kraftformel von Gerſtner den einfacheren Ausdruck:

$$P = \left(3 - \frac{v}{c} - \frac{\varepsilon}{t}\right) K,$$

der allerdings zum Rechnen ſehr bequem iſt. S. Neue Theorie der menſchlichen und thieriſchen Kräfte u. ſ. w. von F. J. Maſchek, Prag u. ſ. w.

In der Regel wird man die Thiere während der mittleren Arbeitszeit von 8 bis 10 Stunden arbeiten laſſen, und daher auf den Factor $\left(2 - \frac{\varepsilon}{t}\right)$

nicht weiter Rücksicht zu nehmen haben, also die tägliche Leistung

$$L = \left(2 - \frac{v}{c}\right) K v s$$

setzen können. Arbeitet nun aber ein Thier an einer Maschine, so wird sich seine Kraft P in eine Nutzlast P_1 und eine Nebenlast P_2 zerlegen, also

$$P = P_1 + P_2$$

zu setzen sein, wofern wir beide auf den Kraftpunkt reducirt uns denken. Auch wird in der Regel, wie wir in der Folge wiederholt sehen können, die Nebenlast P_2 aus einem constanten und schon bei der unbelasteten Maschine vorkommenden Theile R und aus einem von der Nutzlast abhängigen und dieser genau oder wenigstens annähernd proportionalen Theile δP_1, wo δ einen Erfahrungscoefficienten bezeichnet, bestehen, es wird also

$$P_2 = R + \delta \,.\, P_1,$$

und sonach

$$P = (1 + \delta)\, P_1 + R,$$

also auch

$$\left(2 - \frac{v}{c}\right) K = (1 + \delta)\, P_1 + R$$

zu setzen sein.

Die Totalleistung pr. Secunde ist nun:

$$Pv = \left(2 - \frac{v}{c}\right) Kv = (1 + \delta)\, P_1 v + Rv,$$

und daher die Nutzleistung:

$$P_1 v = \frac{(2K - R)\, v - \dfrac{Kv^2}{c}}{1 + \delta} = \left[\left(2 - \frac{R}{K}\right) c - v\right] v \cdot \frac{K}{(1 + \delta)\, c}.$$

Damit diese Leistung so groß wie möglich ausfalle, muß (s. §. 138)

$$v = {}^1/_2 \left(2 - \frac{R}{K}\right) c = \left(1 - \frac{R}{2K}\right) c,$$

also die Geschwindigkeit kleiner als die mittlere, und zwar um so kleiner sein, je größer der constante Theil R der Nebenlast ist. Die entsprechende Kraft ist hiernach:

$$P = \left(1 + \frac{R}{2K}\right) K = K + \frac{R}{2},$$

also größer als die mittlere Kraft, die Nutzlast hingegen folgt:

$$P_1 = \frac{K - \dfrac{R}{2}}{1 + \delta},$$

die Totalleistung stellt sich

$$Pv = \left[1 - \left(\frac{R}{2K}\right)^2\right] Kc,$$

die Nutzleiſtung aber

$$P_1 v = \left(1 - \frac{R}{2K}\right)^2 \frac{Kc}{1 + \delta},$$

und endlich der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{\left(1 - \frac{R}{2K}\right)^2}{1 + \delta}$$

heraus.

Beiſpiel. Wenn bei einer durch zwei Pferde in Umdrehung zu ſetzenden Maſchine die auf den Kraftpunkt reducirte conſtante oder der unbelaſteten Maſchine entſprechende Nebenlaſt 60 Pfund beträgt, ſo hat man die zu fordernde Geſchwindigkeit der Pferde, da $K = 2.112 = 224$ Pfund, und $c = 4$ Fuß zu ſetzen iſt:

$$v = (1 - {}^{60}/_{448})\, c = {}^{97}/_{112} \cdot 4 = 3{,}464 \text{ Fuß},$$

ferner die Kraft der Pferde:

$$P = 224 + {}^{60}/_{2} = 254 \text{ Pfund},$$

alſo die eines Pferdes:

$$\tfrac{1}{2} P = 127 \text{ Pfund}.$$

Iſt nun noch der veränderliche Theil der Nebenlaſt 15 Procent der Nutzlaſt, ſo hat man $\delta = 0{,}15$ und daher die aufzulegende Nutzlaſt:

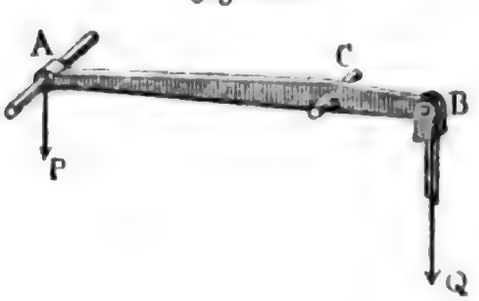
$$P_1 = \frac{224 - 30}{1{,}15} = 169 \text{ Pfund},$$

und endlich den Wirkungsgrad der Maſchine:

$$\eta = ({}^{97}/_{112})^2 : 1{,}15 = 0{,}652.$$

§. 141 **Hebel.** Die animaliſchen Motoren arbeiten entweder an Hebeln oder an Radwellen. Die letzteren ſind entweder liegend, oder ſtehend, oder gegen den Horizont geneigt. Zunächſt iſt von dem Hebel als Maſchine zur Aufnahme der Menſchenkraft die Rede. Die allgemeine Theorie dieſer Maſchine iſt aus Band I, §. 135 und §. 187 bekannt. Der Hebel iſt entweder ein einfacher, wie ACB, Fig. 279, oder ein doppelter, wie $ACBA_1$, Fig. 280; jener hat nur einen Kraftarm CA, dieſer aber hat deren zwei, nämlich CA und CA_1. Man erzeugt durch den Hebel eine ſchwingende Bewegung im Kreiſe, und wendet ihn deshalb vorzüglich in den Fällen an, wo eine auf- und nieder- oder hin- und hergehende Bewegung erzeugt werden ſoll, wie z. B. bei Pumpen, zumal bei Feuerſpritzen. Zur Aufnahme der Menſchenkräfte dienen die Handhaben oder Spillen, deren Anzahl und Länge ſich nach der Anzahl der Arbeiter richtet, welche den Hebel in

Fig. 279.



Bewegung setzen. Da die Kraftausübung bei der Bewegung von oben nach unten eine leichtere ist als bei der Bewegung von unten nach oben, so läßt man den Arbeiter meist nur beim Niedergange wirken, und bringt zu diesem Zwecke Gegengewichte an, welche dem Aufgange zu Hülfe kommen, oder bedient sich eines doppelten Hebels, an welchem dann die Arbeiter abwechselnd niederzudrücken haben. In dem Falle, wenn die Arbeiter nur beim Niedergange wirken, werden oft die Handhaben durch Seile ersetzt, die vom Hebel niederhängen und von den Menschen ergriffen werden. Zuweilen werden Hebel auch mit den Füßen durch Treten in Bewegung gesetzt.

Fig. 280.

Um eine nicht zu große Richtungsänderung während eines Spieles zu erhalten, läßt man den Hebel in einem nicht sehr großen, wenigstens nicht 60 Grad überschreitenden Bogen schwingen; und um die Ausübung der Kraft nicht zu erschweren, läßt man den Handhaben oder Angriffspunkten der Kräfte nur die der menschlichen Armlänge entsprechenden Wege von $2^1/_2$ bis $3^1/_2$ Fuß zurücklegen. Aus dem letzteren Grunde ist es auch angemessen, die Handhaben bei ihrem mittleren Stande um die der menschlichen Länge entsprechenden Höhe von 3 bis $3^1/_2$ Fuß vom Fußboden abstehen zu lassen. Nach gemachten Erfahrungen arbeitet ein Mensch an einem Hebel täglich 8 Stunden lang mit der Kraft $K = 12$ Pfund, und Geschwindigkeit $c = 2{,}5$ Fuß, es ist daher seine Leistung an dieser Maschine pr. Secunde:

$$L = 12 \,.\, 2{,}5 = 30 \text{ Fußpfund};$$

und demnach täglich:

$$Kct = 30 \,.\, 8 \,.\, 3600 = 864000 \text{ Fußpfund}.$$

Es ist nöthig, bei der Anordnung eines Hebels dafür zu sorgen, daß die Arbeiter mit der angegebenen mittleren Kraft und Geschwindigkeit arbeiten, oder vielmehr, daß die effective Kraft nur um die halbe constante Nebenlast größer ausfällt als die mittlere Kraft.

An dem Hebel selbst stellt sich nur ein Hinderniß, nämlich dessen Axenreibung, heraus. Ist D der aus dem Gewichte des Hebels und aus der Kraft und Last desselben entspringende Zapfendruck, r der Zapfenhalbmesser und φ der Reibungscoefficient, endlich a der Hebelarm CA der Kraft, so hat man die auf den Kraftpunkt reducirte Zapfenreibung:

$$F = \frac{\varphi r}{a} D;$$

da nun aber φ und in der Regel auch $\frac{r}{a}$ ein kleiner Bruch ist, so fällt

meiſtens die Reibung F klein genug aus, um ſie in Anſehung der übrigen Laſt vernachläſſigen zu können.

Denken wir uns am Laſtpunkte B eine Nutzlaſt Q und eine Nebenlaſt $\delta Q + W$ wirkſam, und bezeichnen wir den Hebelarm $\overline{CB}$ dieſer Laſten durch b, ſo haben wir das Kraftmoment zu ſetzen:

$$Pa = [(1 + \delta)\, Q + W]\, b,$$

und daher die Kraft ſelbſt:

$$P = \frac{b}{a}\,[(1 + \delta)\, Q + W].$$

Damit nun die Menſchenkraft mit möglichſtem Vortheile wirke, iſt auch

$$P = K + \frac{b}{a} \cdot \frac{W}{2}, \text{ und daher}$$

$$\frac{a}{b}\, K = (1 + \delta)\, Q + \frac{W}{2},$$

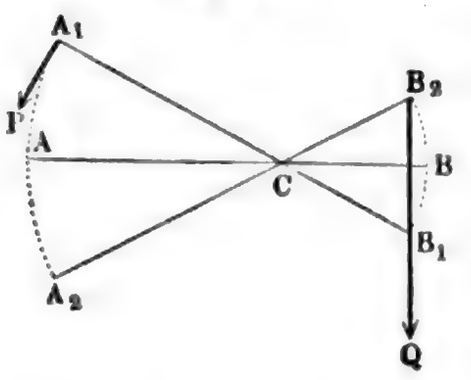
alſo das Hebelarmverhältniß

$$\frac{a}{b} = \frac{(1 + \delta)\, Q + {}^1/_2\, W}{K}$$

in Anwendung zu bringen.

Anmerkung. Die Hebelarme ſind in der Regel während eines Spieles etwas veränderlich, weswegen es wohl nöthig iſt, mittlere Werthe für dieſelben zu finden und in die Rechnungen einzuführen. Steht der Hebelarm CB, Fig. 281, bei halbem Hube horizontal, und iſt der Schwingungswinkel

Fig. 281.



$$B_1 C B_2 = \beta^0,$$

ſo hat man die Hubhöhe der Laſt:

$$s = \overline{B_1 B_2} = 2\, b\, sin.\, \frac{\beta}{2},$$

daher die Arbeit für einen Anhub:

$$= 2\, b\, sin.\, \frac{\beta}{2} \cdot Q;$$

wäre aber die Laſt während des Anhubes unveränderlich am Hebelarme $CB = b$ wirkſam, ſo würde der Weg für jeden Hub = Bogen $B_1 B B_2 = \beta\, b$ ſein; und daher die Laſt

$$Q_1 = \frac{2\, b\, sin.\, \frac{\beta}{2}}{\beta\, b}\, Q = \frac{2\, sin.\, {}^1/_2\, \beta}{\beta} \cdot Q,$$

alſo ihr ſtatiſches Moment

$$Q_1\, b = \frac{2\, sin.\, {}^1/_2\, \beta}{\beta}\, Q\, b \quad \text{zu ſetzen ſein.}$$

Umgekehrt können wir nun auch annehmen, daß die Laſt Q während eines

Spieles am mittleren Hebelarme $\frac{2\,b\,sin.\,{}^1/_2\,\beta}{\beta}$ wirkſam ſei. Für $\beta^0 = 60^0$ ſtellt ſich dieſer Hebelarm

$$= \frac{b}{arc.\,60^0} = \frac{b}{1{,}0472} = 0{,}955\,.\,b$$

heraus, alſo um $5^1/_2$ Procent kleiner als b, und bei kleineren Schwingungswinkeln iſt die Abweichung noch bedeutend kleiner.

Beiſpiel. Welches Armverhältniß iſt bei einem Hebel auszuwählen, damit derſelbe bei einer Nutzlaſt $Q = 160$ Pfund und einer Nebenlaſt

$$Q_2 = 0{,}15\,Q + 55 = 0{,}15\,.\,160 + 55 = 79 \text{ Pfund}$$

durch vier Arbeiter möglichſt vortheilhaft in Wirkſamkeit geſetzt werde? Es iſt:

$$K = 4\,.\,12 = 48 \text{ Pfund},$$

daher:

$$\frac{a}{b} = \frac{1{,}15\,.\,160 + {}^1/_2\,.\,55}{48} = \frac{211{,}5}{48} = 4{,}4.$$

Soll nun die Laſt bei jedem Anhube 1 Fuß Weg durchlaufen, ſo muß hiernach die Kraft gleichzeitig 4,4 Fuß Weg zurücklegen, und nimmt man nun den Schwingungswinkel $\beta = 50^0$ an, ſo erhält man die nöthige Armlänge:

$$b = \frac{s}{2\,sin.\frac{\beta}{2}} = \frac{0{,}5}{sin.\,25^0} = 1{,}183 \text{ Fuß},$$

und die Länge des Kraftarmes:

$$a = 4{,}4\,.\,b = 4{,}4\,.\,1{,}183 = 5{,}20 \text{ Fuß}.$$

Der nöthige Kraftaufwand iſt nun:

$$P = \frac{160 + 79}{4{,}4} = 54{,}32 \text{ Pfund},$$

folglich die Kraft eines Arbeiters:

$$= 13{,}58 \text{ Pfund},$$

und der Wirkungsgrad des Hebels:

$$\eta = \frac{\left(1 - \frac{55}{2\,.\,4{,}4\,.\,48}\right)^2}{1{,}15} = \frac{(1 - 0{,}13)^2}{1{,}15} = 0{,}658.$$

Wenn alſo auch die vier Menſchen eine tägliche Arbeit von $4\,.\,864000 = 3'456000$ Fußpfund verrichten können, ſo wird von ihnen an dieſer Maſchine doch nur $0{,}658\,.\,3'456000$, alſo circa $= 2'274000$ Fußpfund nützliche Arbeit zu verlangen ſein.

Haspel. Das vorzüglichſte Mittel zur Aufnahme der Menſchenkraft iſt §. 142
die liegende Radwelle, welche in dieſem Falle den Namen Haspel (franz. treuil, tour; engl. windlass) erhält. Dieſe Maſchine beſteht im Allgemeinen aus einer horizontalen Welle, an deren Umfang die Laſt wirkt, und in einem Syſteme von Handhaben oder Spillen zur Aufnahme der Kraft. Man unterſcheidet vorzüglich drei Arten von Haspeln, nämlich den Kurbel- oder Hornhaspel, den Kreuz- und den Spillenhaspel, von einander. Bei dem Hornhaspel wirkt die Kraft an der Kurbel (franz.

manivelle; engl. winch), einem knieförmig gebogenen Anſatze CAD, Fig. 282, des Zapfens der Welle. Der Kreuzhaspel, Fig. 283, hat ſtatt der Kurbel, durch die Welle CO geſteckte, als Hebel dienende Arme, CA, CA_1 ... und der Spillenhaspel, Fig. 284, iſt eine vollſtändige Radwelle mit ra-

Fig. 282.

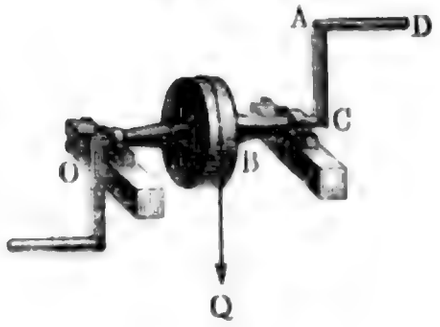


Fig. 283.

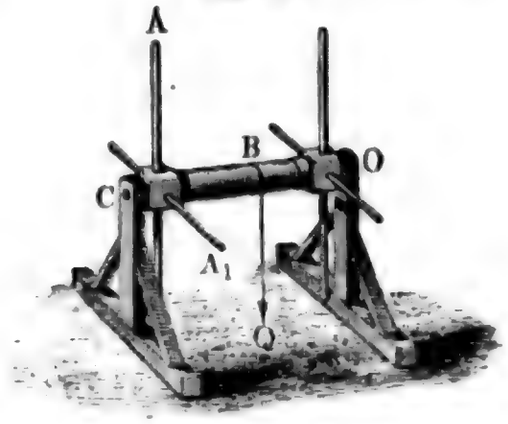
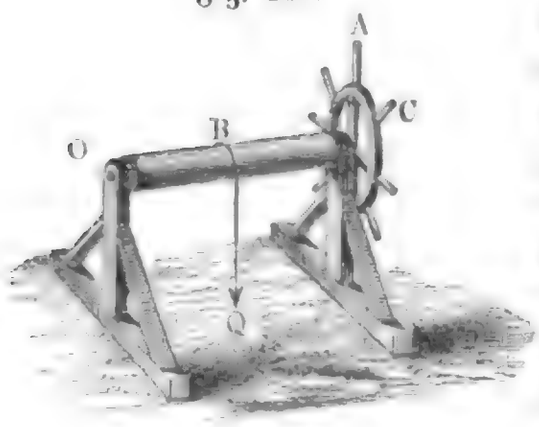


Fig. 284.



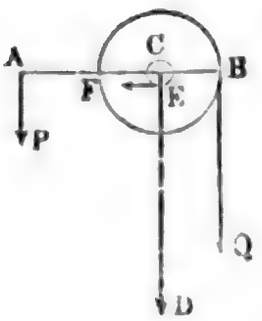
dialen oder axialen Handhaben oder Spillen (franz. chevilles; engl. pins). Bei dem Hornhaspel verändert der Arbeiter ſeinen Angriffspunkt während einer Umdrehung nicht, bei den Kreuz- und Spillenhaspeln hingegen geht hierbei die Hand des Arbeiters von einem Arme oder von einer Spille zur anderen über. Die letzteren beiden Haspelarten werden angewendet, wenn es darauf ankommt, auf kürzere Zeit und bei längeren Unterbrechungen große Laſten zu überwinden, z. B. Baumaterialien und Maſchinentheile beim Aufſtellen derſelben zu heben u. ſ. w. Zur gewöhnlichen ſtetigen Arbeitsverrichtung dienen die Hornhaspel.

Damit der Arbeiter am Hornhaspel ſeine Arbeit mit möglichſtem Nutzen verrichten könne, iſt es nöthig, daß die Armlänge oder Kurbel, der menſchlichen Armlänge entſprechend, 16 bis 18 Zoll betrage, und daß die Axe der Kurbel, der mittleren Menſchenlänge entſprechend, 38 bis 39 Zoll über dem Fußboden ſtehe. Uebrigens hat man nach der Zahl der Arbeiter, welche ſich an einem Haspel anſtellen laſſen, ein-, zwei- und mehrmänniſche Kurbeln (Haspeln). Da der Menſch mit weniger Anſtrengung drückend und ſchiebend arbeiten kann, als ziehend und hebend, ſo wird ihm die Umdrehung der Kurbel an allen Stellen ihrer Spille im Kreiſe nicht gleich ſchwer, und es iſt deshalb zweckmäßig, bei einem zwei- oder mehrmänniſchen Haspel die Spillen auf dem Kreiſe gleichmäßig zu vertheilen, alſo z. B. beim zweimänniſchen Haspel die beiden Kurbelhörner einander gegenüber zu ſtellen.

Man hat die tägliche Leiſtung eines Menſchen an der Kurbel nicht

größer als 1'105920 Fußpfund gefunden, und zwar bei der mittleren Kraft $K = 16$ Pfund, mittleren Geschwindigkeit $c = 2{,}4$ Fuß und Arbeitszeit $t = 8$ Stunden. Die Berechnung des Haspels ist übrigens von der Berechnung einer Radwelle überhaupt nicht verschieden. Wirkt die Last Q, Fig. 285, am Hebelarme $CB = b$, die Kraft P aber am Hebelarme $CA = a$,

Fig. 285.



so hat man:

$$Pa = Qb,$$

daher die einer gegebenen Last entsprechende Kraft:

$$P = \frac{b}{a} Q;$$

ist noch D der Zapfendruck und r der Zapfenhalbmesser CE, so hat man vollständiger:

$$Pa = Qb + \varphi D r,$$

und daher:

$$P = \frac{b}{a} Q + \frac{r}{a} \cdot \varphi D.$$

Besteht die Last Q sammt Reibung $\frac{r}{a} \varphi D$ aus der Nutzlast Q_1, der constanten Nebenlast W und der veränderlichen Nebenlast δQ, ist also $Q = (1 + \delta)\, Q_1 + W$, so gilt die Regel

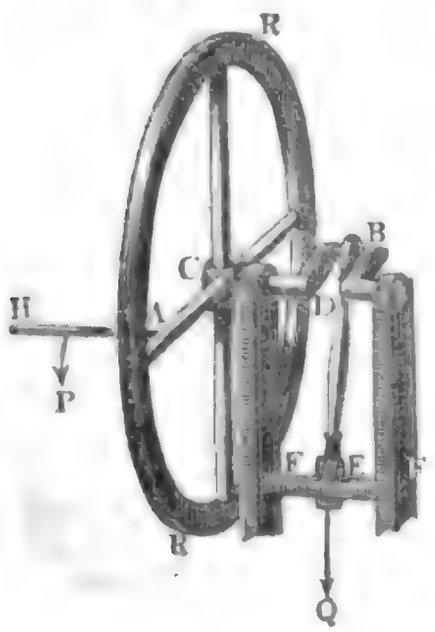
$$P = \frac{b}{a} [(1 + \delta)\, Q_1 + W] = K + \frac{b}{a} \cdot \frac{W}{2},$$

also ist das Verhältniß

$$\frac{a}{b} = \frac{(1 + \delta)\, Q_1 + {}^1/_2\, W}{K}$$ zu machen.

Da aber die Kurbel eine vorgeschriebene Höhe von 16 bis 18 Zoll hat, so ist hiernach der Hebelarm b der Last zu bestimmen, nämlich

Fig. 286.



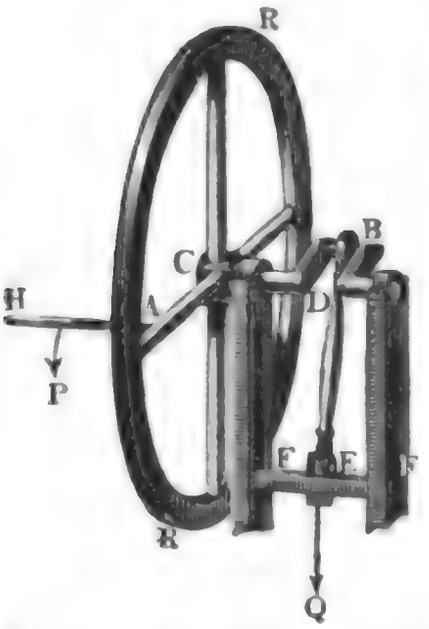
$$b = \frac{Ka}{(1 + \delta)\, Q_1 + {}^1/_2\, W}$$

zu machen, damit die Arbeiter mit möglichstem Vortheile wirken.

Wenn die Last Q an einem Haspel variabel ist, wenn sie z. B. an einem Krummzapfen oder einer anderen Kurbel DB, Fig. 286, wirkt, so ist es zweckmäßig, die Kurbelwelle CD mit einem Schwungrade RR auszurüsten, welches durch seine Trägheit die Veränderlichkeit der nöthigen Kraft P in einem gewissen Grade ausgleicht. Man

kann in dieſem Falle die Handhabe oder Spille AH an einem Arme des Schwungrades befeſtigen, welcher dann mit derſelben die eigentliche Kraftkurbel bildet. Die Laſt oder der Widerſtand Q greift hier zunächſt an einen Querarm FF an, welcher in einer Geradführung beweglich und durch die ſogenannte Kurbelſtange BE mit der Laſtkurbel verbunden iſt.

Fig. 287.



Bezeichnet hier wieder a die Länge des Kraftarmes CA, und b die Länge des Laſtarmes DB, ſo iſt während einer halben Umdrehung der Weg der Kraft, $= \pi a$, und der der Laſt, $= 2b$, und daher, wenn man von den Nebenhinderniſſen abſieht, zu ſetzen:

$$P \,.\, \pi a = Q \,.\, 2b,$$

folglich die mittlere Umdrehungskraft:

$$P = \frac{2}{\pi}\,\frac{b}{a}\,Q.$$

Beiſpiel. An einem zweimänniſchen Haspel wirkt eine Laſt Q von 200 Pfund, wovon aber nur 150 Pfund Nutzlaſt, dagegen 30 Pfund conſtante und 20 Pfund veränderliche Nebenlaſt ſind; der Hebelarm der Laſt beträgt 4 Zoll, der der Kraft 18 Zoll, der Zapfenhalbmeſſer $\frac{1}{2}$ Zoll, ferner der Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}1$, und das Gewicht der Maſchine, $= 80$ Pfund; man ſucht die Leiſtung dieſer Maſchine. Die ganze Kraft iſt, wenn man den Zapfendruck zu $D = 200 + 80 = 280$ Pfund annimmt:

$$P = \frac{4}{18}\cdot 200 + 0{,}1\cdot\frac{1}{2\,.\,18}\cdot 280 = 44{,}44 + 0{,}78 = 45{,}22 \text{ Pfund},$$

daher die eines Arbeiters $= 22{,}61$ Pfund,

und nach der Gerſtner'ſchen Formel die Geſchwindigkeit der Kraft oder Haspelſpille:

$$v = \left(2 - \frac{P}{K}\right) c = \left(2 - \frac{22{,}61}{16}\right)\cdot 2{,}4 = 1{,}408 \text{ Fuß},$$

alſo die der Laſt:

$$w = \frac{a}{b}\,v = {}^2/_9\,.\,1{,}408 = 0{,}313 \text{ Fuß},$$

und die Nutzleiſtung pr. Secunde:

$$Q_1 w = 0{,}313\,.\,150 = 46{,}95 \text{ Fußpfund},$$

und täglich:

$$= 1359160 \text{ Fußpfund};$$

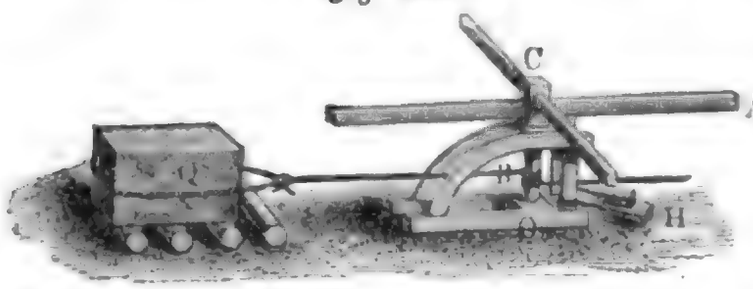
endlich iſt der Wirkungsgrad, da beide Arbeiter die Arbeit $2\,.\,1105920 = 2211840$ Fußpfund verrichten können:

$$\eta = \frac{1359160}{2211840} = 0{,}615.$$

Anmerkung. Trethaspel, Zug- und Stoßhaspel u. ſ. w. ſind außer Gebrauch gekommene Vorrichtungen, über die man ſich in den älteren Werken von Langsdorf, Gerſtner u. ſ. w. unterrichten kann.

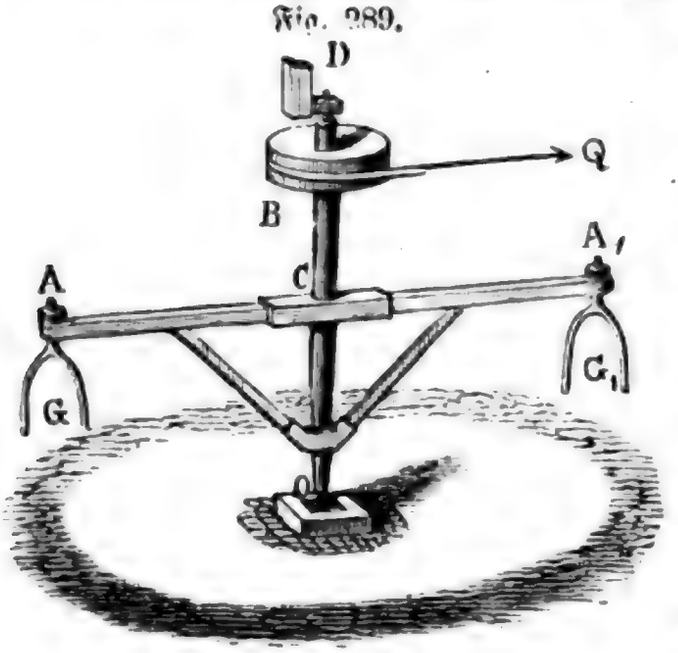
Stehende Welle. Die ſtehende Welle oder Winde (franz. cabestan; engl. capstan) wird entweder von Menſchen oder von Thieren in Umdrehung geſetzt. Man unterſcheidet Erdwinden, Schiffswinden und Göpel. Die Erdwinde, Fig. 288, iſt transportabel und dient gewöhnlich zum Fortſchaffen großer Laſten auf dem Erdboden. Sie beſteht aus einer runden Welle CO und aus vier, durch ihren vierſeitigen Kopf C geſteckten Armen wie CA u. ſ. w. Ihr Geſtell wird mittels Stricken an eingeſchlagene Pfähle H befeſtigt. Die Schiffswinde iſt von der Erdwinde nicht weſentlich verſchieden. §. 143

Fig. 288.



Der Göpel (franz. baritel; engl. whim) iſt eine größer ſtehende Welle, welche vorzüglich zum Heben von Laſten, namentlich zum Fördern aus Gruben, dient. Er wird entweder durch Menſchen oder durch Pferde in Bewegung geſetzt, und heißt im erſten Falle ein Handgöpel, im zweiten aber ein Pferdegöpel (franz. manége, baritel à chevaux; engl. horse-capstan, whim-gin). Die arbeitenden Geſchöpfe ſetzen denſelben in Umdrehung, indem ſie ſelbſt auf der ſogenannten Rennbahn im Kreiſe herumgehen und die Arme der Welle (Schwengel) entweder vor ſich hinſchieben oder mit ſich fortziehen. Fig. 289 ſtellt einen Pferdegöpel neuerer Conſtruction vor. DO iſt die Welle, welche bei O auf einem Stifte ſteht, und ACA_1 iſt der Doppelſchwengel, durch deſſen Enden die bolzenförmigen Köpfe von Gabeln G, G_1 geſteckt werden. Letztere greifen über die Rücken der Pferde weg und werden an die Kummete derſelben angeſchloſſen. Die Laſt Q wirkt an einer Trommel oder an einem gezahnten Rade B mittel- oder unmittelbar, was wir jetzt unbeſtimmt laſſen müſſen. Es iſt eine praktiſche Regel, die Schwengellänge

Fig. 289.



CA oder den Halbmeſſer der Rennbahn möglichſt groß zu machen, damit die Zahl der Umdrehungen der Welle bei Zurücklegung eines gewiſſen Weges möglichſt klein ausfalle, und ſich die Bewegung des Geſchöpfes ſo viel wie möglich einer geradlinigen nähere. Bei Handgöpeln macht man dieſen Halbmeſſer nur 8 bis 12 Fuß, bei Pferdegöpeln aber 20 bis 30 Fuß. Auch iſt dafür Sorge zu tragen, daß die Kraft möglichſt horizontal auf den Schwengel übertragen werde, und daher der Schwengel in einer gewiſſen Höhe über der Rennbahn anzubringen. Bei der in Fig. 289 abgebildeten Einrichtung mit Gabeln wirkt die Kraft der Pferde ziemlich winkelrecht gegen den Schwengel; werden aber die Pferde an eine Deichſel geſpannt (ſiehe Theil III, Artikel „Förderungsmaſchinen"), ſo ziehen die Pferde etwas ſchief, indem die Deichſel ſelbſt eine Sehne der Rennbahn bildet. Aus der radial gemeſſenen Schwengellänge $\overline{CA} = a$, Fig. 290, und aus der Deichſellänge $\overline{AD} = d$, ergiebt ſich der Hebelarm der zu beiden Seiten der Deichſel angeſpannten Pferde:

$$\overline{CN} = a_1 = \sqrt{a^2 - \frac{d^2}{4}},$$

oder annähernd

$$a_1 = a - \frac{d^2}{8a}.$$

Fig. 290.

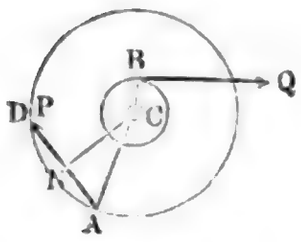
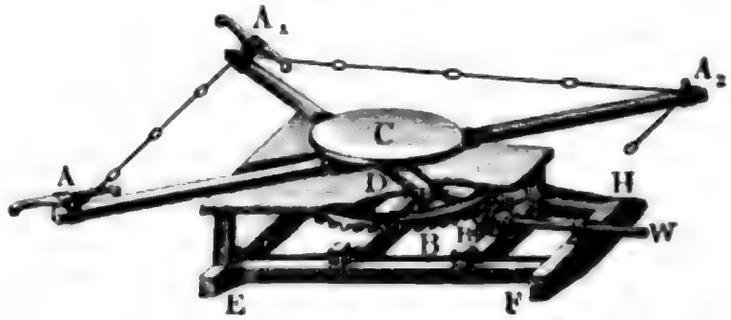


Fig. 291.



In Fig. 291 iſt ein **transportabler Göpel** zum Gebrauch in der Landwirthſchaft monodimetriſch abgebildet. Derſelbe beſteht aus vier Schwengeln CA, CA_1, CA_2 ..., wovon jedoch der eine in der Figur abgebrochen iſt, und ruht mittels eines einfachen Geſtelles auf einem unmittelbar auf der Erde liegenden Balkengeviere EFH. Die Wagen A, A_1, woran die Pferde angeſpannt werden, ſind mittels aufrecht ſtehender Bolzen mit den Schwengelenden und letztere durch einfache Ketten mit einander in Verbindung geſetzt. Auf der ſtehenden Welle, mit welcher die Schwengel durch ein eiſernes Kreuz verbunden ſind, ſitzt ein größeres Zahnrad BD, und dieſes greift in ein kleineres Zahnrad R, welches auf der horizontalen Welle RW ſitzt, wodurch die Kraft auf die Arbeitsmaſchine übergetragen wird. Uebrigens ruht die ſtehende Welle unmittelbar unter dem Armgeviere in einem Halslager und unten in einem auf einer Mittelſchwelle befeſtigten Fußlager.

Erfahrungsmäßig kann man annehmen, daß ein Arbeiter bei täglich 8 Stunden Arbeitszeit am Göpel mit 24 Pfund Kraft und 2,0 Fuß Geschwindigkeit arbeite, also ein tägliches Arbeitsquantum von

$$24 \,.\, 2{,}0 \,.\, 28800 = 48 \,.\, 28800 = 1'382400 \text{ Fußpfund}$$

verrichte; daß dagegen ein Pferd an eben dieser Maschine bei 8 Stunden täglicher Arbeitszeit und bei einer Geschwindigkeit von 2,9 Fuß (im Schritt) eine Kraft von 90 Pfund ausübe, also täglich:

$$90 \,.\, 2{,}9 \,.\, 28800 = 261 \,.\, 28800 = 7'516800 \text{ Fußpfund}$$

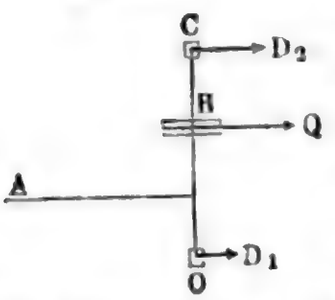
Arbeit verrichten könne.

Die Kraft am Göpel ist, wie bei jeder Radwelle, wenn die Last Q am Hebelarme $\overline{CB} = b$ (Fig. 290) wirkt:

$$P = \frac{b}{a}\, Q.$$

Nun entsteht aber noch eine Reibung unten am Stifte und eine Reibung am Umfange des Stiftes und Zapfens, daher fällt mit Berücksichtigung beider Reibungen die Kraft noch etwas größer aus. Ist G das Gewicht der armirten Göpelwelle und r_1 der Halbmesser ihres Stiftes, so hat man das statische Moment der Reibung am Stifte (Band I, §. 188), $= {}^2/_3\, \varphi\, G\, r_1$. In der Regel liegt der Angriffspunkt B der Last (Fig. 292) nicht mitten zwischen dem Zapfen C und dem Stifte O, sondern er ist dem einen oder dem anderen näher; daher haben denn auch beide ungleiche Theile von der Last Q aufzunehmen und es sind deshalb auch dieselben nicht von gleicher Stärke zu machen. Steht der Lastpunkt vom unteren Zapfen um $BO = l_1$ und vom oberen um $BC = l_2$ ab und bezeichnet man die ganze Länge $CO = l_1 + l_2$ der stehenden Welle durch l, so hat man den Druck am unteren Zapfen:

Fig. 292.



$$D_1 = \frac{l_2}{l}\, Q,$$

und den Druck am oberen:

$$D_2 = \frac{l_1}{l}\, Q,$$

wie leicht zu finden ist, wenn man einmal C und ein anderes Mal O als Stützpunkt eines Hebels CBO ansieht. Deshalb ist denn auch die Summe der statischen Momente der Seitenreibungen am Zapfen und am Stifte:

$$= \varphi\, D_1\, r_1 + \varphi\, D_2\, r_2 = \frac{r_1\, l_2 + r_2\, l_1}{l} \cdot \varphi\, Q,$$

und die Kraftgleichung des Göpels:

$$P\, a = Q\, b + {}^2/_3\, \varphi\, G\, r_1 + \varphi\, Q \cdot \frac{r_1\, l_2 + r_2\, l_1}{l}.$$

Anmerkung 1. Von der Anwendung der Göpel zum Fördern iſt im dritten Theile die Rede.

Anmerkung 2. Franzöſiſche Schriftſteller führen an, daß ein Pferd im Trabe am Göpel täglich $4\frac{1}{2}$ Stunden mit 30 Kilogrammen = 60 Pfund Kraft und 2 Meter = 6,37 Fuß Geſchwindigkeit arbeiten kann, und ſo täglich 6'191640 Fußpfund Arbeit verrichtet. Wenden wir die Gerſtner'ſche Formel an, ſetzen wir $K = 112$ Pfund, $c = 4$ Fuß, $v = 6{,}37$ Fuß, $t = 8$ Stunden und $\varepsilon = 4\frac{1}{2}$ Stunden, ſo erhalten wir die Kraft:

$$P = \left(2 - \frac{6{,}37}{4}\right)\left(2 - \frac{4{,}5}{8}\right) \cdot 112 = 9{,}37 \,.\, 7 = 65{,}6 \text{ Pfund},$$

und daher die tägliche Leiſtung:

$$= 65{,}6 \,.\, 6{,}37 \,.\, 4{,}5 \,.\, 3600 = 6'769526 \text{ Fußpfund},$$

alſo in ziemlicher Uebereinſtimmung mit dieſer Angabe. Nehmen wir aber die oben angegebene Geſchwindigkeit $c = 2{,}9$ Fuß im Schritte an, ſo erhalten wir, nach Gerſtner, die Kraft viel größer, nämlich:

$$\left(2 - \frac{2{,}9}{4}\right) \,.\, 112 = 1{,}275 \,.\, 112 = 142{,}8 \text{ Pfund},$$

und daher die tägliche Leiſtung:

$$414{,}1 \,.\, 28800 = 11'926080 \text{ Fußpfund}.$$

Anmerkung 3. Die Kräfte der Pferde, wenn dieſe an gegenüberſtehenden Schwengeln wirken, vergrößern den Zapfendruck um nichts, ſind aber die Pferde nur an einem Schwengel angeſpannt, ſo trägt ihre Kraft etwas zur Vergrößerung des Zapfendruckes bei, es iſt nämlich, einer Abhandlung des Verfaſſers in den polytechniſchen Mittheilungen Band I zufolge, ſtatt der Laſt Q:

$$Q\left[1 + \tfrac{1}{4}\left(\frac{P}{Q}\right)^2\right] = Q\left[1 + \tfrac{1}{4}\left(\frac{b}{a}\right)^2\right]$$

einzuſetzen, und daher

$$D_1 = \frac{l_2}{l}\left[1 + \tfrac{1}{4}\left(\frac{b}{a}\right)^2\right] Q, \text{ ſowie}$$

$$D_2 = \frac{l_1}{l}\left[1 + \tfrac{1}{4}\left(\frac{b}{a}\right)^2\right] Q$$

anzunehmen, ſo daß das Moment der Seitenreibung ſich

$$F = \varphi\left[1 + \tfrac{1}{4}\left(\frac{b}{a}\right)^2\right]\left(\frac{r_1 l_2 + r_2 l_1}{l}\right) Q$$

herausſtellt.

Aehnlich verhält es ſich auch beim einmänniſchen Haspel.

§. 144 **Tret- und Laufrad.** Zuweilen werden Maſchinen durch die Gewichte von Menſchen oder Thieren in Bewegung geſetzt, indem dieſe an dem Umfange eines Rades emporzuſteigen ſuchen. Solche Maſchinen heißen im Allgemeinen Treträder (franz. treuils à tambour; engl. tread-mills); doch hat man dieſelben von ſehr verſchiedenen Conſtructionen. Das Laufrad (franz. treuil de tambour) beſteht ſowie das Tretrad (franz. treuil à échelons) aus zwei Radkränzen, welche durch Arme mit der Welle und untereinander durch einen Boden verbunden ſind; nur ſteht bei dem erſten der Arbeiter im Inneren des Rades, und bei dem zweiten auf dem äußeren

Umfange deſſelben. Um dem Arbeiter einen ſicheren Stand zu verſchaffen und die Kraft deſſelben auf das Rad überzutragen, iſt der Boden des Laufrades (Fig. 293) in je $1\frac{1}{2}$ Fuß Entfernung mit Latten beſchlagen, der Raum zwiſchen den Kränzen des Tretrades (Fig. 294) aber mit Stufen oder Staffeln bildenden Schaufeln ausgerüſtet.

Das Sproſſenrad (franz. treuil à chevilles), Fig. 295, beſteht nur aus einem Kranze und hat, ſtatt der Schaufeln, durch den Kranz geſteckte Bolzen, an denen ſich der Arbeiter anhält wie an den Sproſſen einer Leiter. Bei dem letzten Rade ſteht der Arbeiter ziemlich in der halben Radhöhe, und es wirkt daher derſelbe mit ſeinem ganzen Gewichte G an einem den Radhalbmeſſer noch übertreffenden Hebelarme $\overline{CA} = a$; bei dem Tret- und Laufrade hingegen ſteht derſelbe um einen ſpitzen Winkel $ACK = \alpha$ vom Radoberſten oder Radunterſten ab, und es iſt deshalb der Hebelarm ſeines Gewichtes G kleiner als der Radhalbmeſſer $\overline{CA} = a$, nämlich:

Fig. 293.

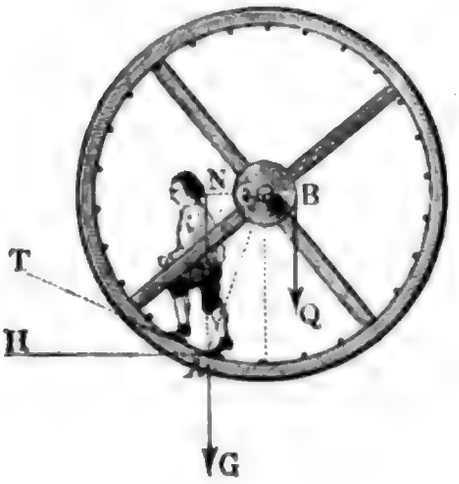


Fig. 294.

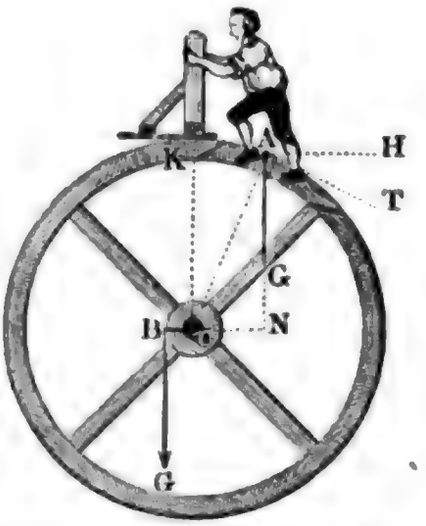
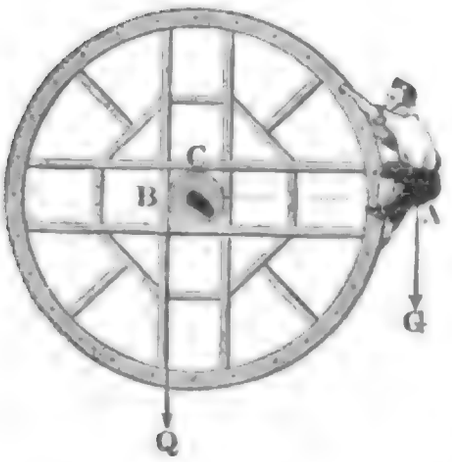


Fig. 295.



$$\overline{CN} = a_1 = \overline{CA}\,sin.\,CAN = a\,sin.\,\alpha.$$

Dafür iſt aber auch die Anſtrengung des Arbeiters am Sproſſenrade größer als die am Tret- oder Laufrade; ſie entſpricht dort der Kraft zum Hinaufſteigen auf einer verticalen Leiter, hier aber der Kraft zum Aufſteigen auf einer durch die Tangente AT gegebenen ſchiefen Ebene mit dem Steigwinkel $TAH = CAN = \alpha$. Es iſt alſo die Anſtrengung P dort

$$= G,\text{ hier aber}$$
$$= G\,sin.\,\alpha.$$

Wirkt die Laſt Q am Hebelarme $\overline{CB} = b$, ſo hat man für das Sproſſenrad

$$G a = Q b,$$

und für das Tret- und Laufrad:

$$G a \sin. \alpha = Q b,$$

oder, indem man die Kraft oder Anſtrengung P einführt, für beide Maſchinen, ſowie für den Haspel und Göpel,

$$P a = Q b.$$

Es gewähren alſo Tretmaſchinen in mathematiſcher Beziehung keinen Vorzug vor den Haspeln und Winden; es verrichtet aber der Menſch an derſelben mehr tägliche Leiſtung als an anderen Maſchinen und inſofern iſt die Anwendung dieſer Maſchinen immer von Vortheil. Die Anwendung von Thieren bei dieſen Maſchinen iſt nicht von Vortheil, nicht allein weil die vierfüßigen Thiere, und zumal die Pferde, beim Steigen weniger zu leiſten vermögen, ſondern auch deshalb, weil ſich die Thiere hier weniger leicht anſtellen laſſen und leicht Gefahr laufen, ſich zu beſchädigen oder zu verunglücken.

Man rechnet, Erfahrungen zufolge, daß ein Menſch bei 8 Stunden Arbeitszeit mit 120 Pfund Kraft und mit 0,48 Fuß Geſchwindigkeit am Tretrade arbeite, wenn er in der Nähe des Radmittels wirkt, daß er aber mit 24 Pfund Kraft und $2^1/_4$ Fuß Geſchwindigkeit arbeite, wenn ſein Standpunkt 24^0 vom Radtiefſten oder Radhöchſten abſteht. Es leiſtet demnach ein Arbeiter täglich auf die erſte Weiſe:

$$120 \,.\, 0{,}48 \,.\, 28800 = 1'658880 \text{ Fußpfund},$$

und auf die zweite:

$$24 \,.\, 2^1/_4 \,.\, 28800 = 1'555200 \text{ Fußpfund}.$$

Pferde und andere vierfüßige Thiere leiſten hier mindeſtens nicht mehr als an der ſtehenden Welle.

Ein Theil des Vortheiles, welchen die Tret- und Laufräder vor dem Haspel oder der Winde haben, geht wieder durch die Zapfenreibung verloren, welche bei dieſen Rädern größer iſt, da ſie viel ſchwerer ausfallen als Haspel und Winden. Iſt $n\,G$ das Gewicht der Arbeiter, G_1 das Gewicht der Maſchine, und wirkt die angehängte Laſt Q vertical abwärts, ſo hat man den Zapfendruck:

$$D = n\,G + G_1 + Q,$$

und bezeichnet nun noch r den Zapfenhalbmeſſer, ſo hat man das ſtatiſche Reibungsmoment:

$$= \varphi\,(n\,G + G_1 + Q)\,r,$$

ſowie die Kraftformel:

$$n\,G\,a \sin. \alpha = Q\,b + \varphi\,(n\,G + G_1 + Q)\,r.$$

Iſt die Laſt gegeben, ſo kann man hiernach den Steigwinkel α finden, nämlich:

$$\sin.\alpha = \frac{Q\,b + \varphi\,(n\,G + G_1 + Q)\,r}{n\,G\,a},$$

oder die nöthige Zahl der Arbeiter:

$$n = \frac{Q\,b + \varphi\,(G_1 + Q)\,r}{G\,(a\sin.\alpha - \varphi\,r)}.$$

Am vortheilhaftesten wirken die Menschen, wenn bei der constanten Nebenlast W ihre Kraft

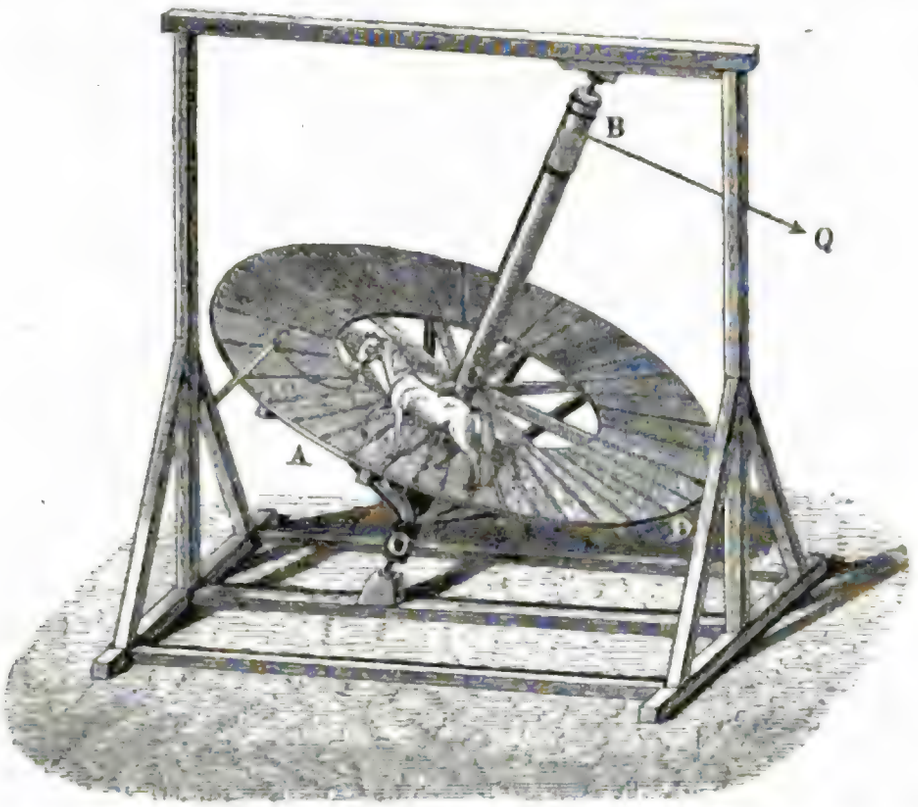
$$n\,P = n\,G\sin.\alpha = n\,K + \frac{b}{a}\cdot\frac{W}{2},$$

also

$$\sin.\alpha = \left(K + \frac{b}{a}\cdot\frac{W}{2\,n}\right) : G \quad \text{ist.}$$

Tretscheibe. In der Landwirthschaft findet man zuweilen die in Fig. 296 abgebildete Tretscheibe angewendet. Man läßt auf derselben die Pferde §. 145

Fig. 296.



oder Ochsen nur auf kurze Zeit wirken. Sie hat den Vorzug vor anderen Maschinen, daß man das arbeitende Thier ohne Aufsicht lassen kann. Die Wirkung der Thiere ist übrigens genau dieselbe wie bei dem Tret- und Laufrade, wenn man das Thier in der Nähe des horizontalen Halbmessers arbeiten läßt. Diese Maschine besteht aus einer Welle $B\,O$, deren Axe 20 bis 25° von der Richtung der Schwere abweicht, und aus einer mit radial laufenden Latten beschlagenen Scheibe $A\,C\,D$ von 20 bis 25 Fuß Halbmesser, welche winkelrecht auf der Welle aufsitzt, und deshalb eine Neigung von 20 bis 25° gegen den Horizont hat. Steht das arbeitende Thier um den horizontalen Halbmesser

$CA = a$ von der Wellenaxe ab, und iſt der Neigungswinkel der Scheibe ſowie der Steigwinkel des Pferdes, $= \alpha$, ſo hat man die Umdrehungskraft:

$$P = G \sin. \alpha,$$

und daher, wie beim Tret- und Laufrade, das Umdrehungsmoment:

$$= Pa = G a \sin. \alpha.$$

Wirkt nun noch die Laſt Q am Hebelarme b, ſo hat man ihr Moment

$$= Q b,$$

iſt ferner G_1 das Gewicht der armirten Maſchine und bezeichnet r die Halbmeſſer ihrer Zapfen, ſo hat man das ſtatiſche Moment der Reibung an der Baſis derſelben:

$$= {}^2/_3 \varphi (G + G_1) \cos. \alpha \, . \, r,$$

und das Moment der Seitenreibung:

$$= \varphi [(G + G_1) \sin. \alpha + Q] r,$$

weil ſich das Gewicht $G + G_1$ in die Seitenkraft $(G + G_1) \cos. \alpha$ nach der Richtung der Axe, und in die Seitenkraft $(G + G_1) \sin. \alpha$ nach der Fallrichtung der Scheibe zerlegt, und Q in der Richtung der letzten Kraft wirkt. Es folgt hiernach:

$$G a \sin. \alpha = Q (b + \varphi r) + \varphi (G + G_1) ({}^2/_3 \cos. \alpha + \sin. \alpha) \, . \, r.$$

Da der Component $G \cos. \alpha$ vom Gewichte G, welcher die Richtung der Axe BO hat, excentriſch wirkt, ſo giebt derſelbe nicht allein einen Axendruck, ſondern auch ein Kräftepaar (ſ. Bd. I, §. 133), welches die Tretſcheibe in der Ebene ABC umzudrehen ſucht, und die Seitenwirkungen in B und O noch etwas vergrößert. Dieſe Vergrößerung iſt jedoch bei den gewöhnlichen Dimenſionen und Gewichten klein genug, um ſie außer Acht laſſen zu können.

Es gehört hierher auch die ſogenannte Tretbrücke (engl. horse-power-Engine), wo das arbeitende Pferd auf einer ſchiefen Ebene ſteht, welche durch eine Kette ohne Ende gebildet wird. (Siehe den Artikel „Tretrad in Prechtʼs Encyclopädie. Auch Whitworth: Report on the New-York Industrial-Exhibition of 1853.)

Beiſpiel. Man will durch ein 20 Fuß hohes Tretrad eine an einem Hebelarme von 0,75 Fuß wirkende Laſt von 900 Pfund heben und ſucht die nöthige Zahl der Arbeiter. Schätzen wir das Gewicht des belaſteten Rades zu 5000 Pfd., nehmen wir den Zapfenhalbmeſſer 2 Zoll und den Reibungscoefficienten 0,075 an, ſo erhalten wir das ſtatiſche Laſtmoment:

$$Q b + \varphi (G + G_1) r = 0{,}75 \, . \, 900 + 0{,}075 \, . \, {}^1/_6 \, . \, 5000 = 675 + 62{}^1/_2$$
$$= 737{}^1/_2 \text{ Fußpfund},$$

und daher die nöthige Kraft am Umfange des Rades:

$$P = \frac{737{,}5}{10} = 73{,}75 \text{ Pfund}.$$

Nun übt aber ein Arbeiter bei circa 24° Abſtand vom Radſcheitel eine Kraft von 24 Pfund aus; es wird daher die nöthige Arbeiterzahl

$$n = \frac{73{,}75}{24} = 3$$

ausreichend, und nun zu erwarten ſein, daß dieſelben eine tägliche Leiſtung von

$$3 \cdot 1555200 = 4665600 \text{ Fußpfund}$$

liefern und demnach in dieser Zeit die Last Q von 900 Pfund

$$\frac{4665600}{900} = 5184 \text{ Fuß}$$

hoch heben, oder z. B. täglich

$$\frac{5184}{200} = 26 \text{ mal } 900 \text{ Pfund}$$

auf die Höhe von 200 Fuß fördern.

Drittes Capitel.

Von dem Ansammeln, sowie von dem Zu- und Abführen des Aufschlagewassers.

Wasserleitungen. Das Aufschlagewasser (franz. l'eau motrice; engl. the moving water), d. i. das Wasser, wodurch Maschinen in Bewegung gesetzt werden, nimmt man meistens aus Bächen und Flüssen, oft aber auch aus Seen und Teichen, und nur selten unmittelbar aus Quellen. In den meisten Fällen kann die Maschine nicht unmittelbar am Fassungspunkte des Wassers aufgestellt werden, sondern es ist dieselbe hiervon mehr oder weniger entfernt, und daher fast immer eine Wasserleitung (franz. conduite d'eau; engl. conduit of water) nöthig, um das Aufschlagewasser vom Fassungspunkte nach der Maschine zu führen. Die Wasserleitungen sind entweder oben offen oder ringsum verschlossen. Zu den offenen Wasserleitungen gehören die Canäle, Gräben und Gerinne, zu diesen aber die Röhrenleitungen. Canäle (franz. und engl. canals) sind die größeren, meist schiffbaren, Gräben (franz. fosses; engl. ditches) aber die kleineren, stets unschiffbaren, aus Mauern, Steinen, Erde oder Sand gebildeten, Gerinne (Spundstücke) franz. auges, rigoles; engl. channels) endlich die aus Holz, Eisen oder Steinen künstlich zusammengesetzten oben offenen Wasserleitungen. Die Röhrenleitungen (franz. tuyaux de conduite; engl. pipes, conduits) bestehen aus cylindrisch oder prismatisch geformten Röhren von Eisen, Holz, Thon, Steinen, Glas u. s. w. In ihnen führt man meist nur kleinere Wasserquanta ab. Uebrigens haben sie vor den offenen Wasserleitungen den Vorzug, daß sie mit beliebigem Steigen und Fallen angelegt werden können, während die offenen Wasserleitungen vom Fassungspunkte aus stets fallen müssen. Es lassen sich daher durch Röhrenleitungen Thäler, Schluchten und Anhöhen überschreiten, ohne Ueberbrückungen oder Unterfahrungen nöthig zu haben. Um dagegen mit oben offenen Wasserleitungen große Umwege zu vermeiden, ist es nöthig, bei Ueberschreitung von Vertiefungen oder Erhöhungen der Erdoberfläche, in welcher diese Leitungen gewöhnlich eingeschnitten sind, sogenannte Aquäducte oder Röschen (unterirdische Canäle) anzulegen. §. 146

§. 147 **Wehre.** Die fließenden Waſſer, aus denen man den Aufſchlag für eine Maſchine nimmt, ſind Bäche (franz. ruisseaux; engl. brooks) oder Flüſſe (franz. rivières; engl. rivers). Die lebendige Kraft der fließenden Waſſer iſt — bei der mäßigen Geſchwindigkeit von 1 bis 7 Fuß — meiſt nicht hinreichend, um ſie zum Umtriebe von Maſchinen benutzen zu können; um dieſelbe zu erhöhen, oder um das Waſſer durch ſein Gewicht wirken laſſen zu können, iſt es daher nöthig, das Waſſer aufzuſtauen und ein Gefälle (franz. chut; engl. head) zu erzeugen. Dieſes Aufſtauen des Waſſers erfolgt durch Wehre (franz. barrages; engl. bars, weirs), d. i. durch quer über einen Bach oder Fluß weggehende Dämme (franz. digues; engl. dams). Man unterſcheidet Ueberfallwehre oder Ueberfälle und Durchlaß- oder Schleuſenwehre von einander. Während bei jenen das Waſſer frei über der höchſten Schwelle oder Kappe wegfließen kann, wird es bei dieſen durch aufgeſtellte Schutzbretter (Fallſchützen) noch über der Wehrkappe aufgeſtaut. In der Regel will man durch die Ueberfallwehre das aufgeſtaute Waſſer oder einen Theil deſſelben zum Eintritt in einen nahe oberhalb des Wehres einmündenden Canal nöthigen, um es durch dieſen nach der Umtriebsmaſchine zu führen, wogegen man mit den Durchlaßwehren beabſichtigt, dem Waſſer eine erhöhte lebendige Kraft zu ertheilen und dadurch die unmittelbar unter dem Wehre befindliche Maſchine in Bewegung zu ſetzen.

Bei größeren Flüſſen und Strömen wendet man oft Dämme an, welche nicht über die ganze Breite des fließenden Waſſers weggehen, um eine Aufſtauung zu bewirken. Solche Dämme nennt man lichte Wehre, während man die den ganzen Strom abſperrenden Wehre dichte Wehre zu nennen pflegt. Brückenpfeiler, Buhnen und andere das Querprofil eines fließenden Waſſers verengende Einbaue ſind ebenfalls als lichte Wehre (franz. barrages discontinus) anzuſehen.

Was die am häufigſten vorkommenden Ueberfallwehre betrifft, ſo unterſcheidet man vollkommene Ueberfälle (franz. déversoirs complets; engl. complete overfalls) von den unvollkommenen Ueberfällen oder Grundwehren (franz. déversoirs incomplets; engl. incomplete overfalls). Bei jenen Wehren liegt die Ueberfallſchwelle noch über der Oberfläche des Unterwaſſers, und es findet daher hier ein freier Ausfluß Statt, bei dieſen hingegen liegt dieſe Schwelle unter dem Spiegel des abfließenden Waſſers, es erleidet alſo hier ein Theil des überfließenden Waſſers eine Rückwirkung vom Unterwaſſer.

§. 148 **Stauung.** Durch alle eben angeführte Einbaue erleidet das fließende Waſſer eine Stauung (franz. remou; engl. swell), d. i. eine Erhöhung ſeines Waſſerſpiegels und eine damit nothwendigerweiſe verbundene Ge-

ſchwindigkeitsverminderung. Von beſonderer Wichtigkeit ſind die Stauhöhe und Stauweite (franz. hauteur et amplitude du remou; engl. hight and amplitude of swell). Jene iſt die Höhe der Oberfläche des aufgeſtauten Waſſers über dem erſten Waſſerſpiegel oder der Oberfläche des frei abfließenden Waſſers unmittelbar vor dem Wehre, dieſe hingegen iſt die Längenerſtreckung des Aufſtauens, vom Wehre aus aufwärts gemeſſen. Es iſt nun eine wichtige Aufgabe für uns, zu ermitteln, in welchem Verhältniſſe die Stauhöhe zu den Dimenſionen des Wehres ſteht, und nach welchem Geſetze die Stauung von der Entfernung vom Wehre abhängt, und wo dieſelbe als verſchwindend klein angeſehen werden kann.

Die Kenntniß dieſer Verhältniſſe iſt aber nicht allein deshalb nothwendig, weil durch zu große oder zu weit ſich erſtreckende Stauungen leicht Ueberſchwemmungen herbeigeführt, ſondern auch weil durch dieſelben die am fließenden Waſſer aufwärts liegenden Etabliſſements durch Entziehung von Gefälle in ihrem Gange geſtört werden können. Aus dieſem Grunde werden denn auch neben den Wehren die ſogenannten Aichpfähle oder Pegel (franz. marqueurs; engl. water-markers) eingeſetzt, an welchen die Lage der Ueberfallſchwelle angegeben wird, und deren Verrückung bei Strafe verboten iſt. Oft verſieht man die Pegel mit einer Scala zum Ableſen der Waſſerſtände.

Das mit erhöhter Geſchwindigkeit von einem dichten Wehre herab- oder zwiſchen den Pfeilern eines lichten Wehres hindurchfließende Waſſer nimmt, ehe es in die dem Gefälle des Flußbettes entſprechende gleichförmige Bewegung übergeht, eine wellenförmige und zum Theil eine wirbelnde Bewegung an, wodurch ihm ſein Ueberſchuß an bewegender Kraft entzogen wird. Durch die erhöhte Geſchwindigkeit und durch die wirbelnde Bewegung des Waſſers wird eine Reaction auf das Grundbett herbeigeführt, die oft ſehr nachtheilige Folgen haben würde, wenn man das Grundbett zunächſt unterhalb des Wehres nicht durch ein Steinpflaſter u. ſ. w. ſchützte.

Das Waſſerquantum eines Baches oder Fluſſes iſt zu verſchiedenen Zeiten verſchieden, und man kann unterſcheiden: Großwaſſer, welches nur auf kurze Zeit, nach ſtarken Regengüſſen u. ſ. w. eintritt, Mittelwaſſer, welches zumal im Herbſt und Frühjahr und im Ganzen mindeſtens die Hälfte des Jahres vorzufinden iſt, Kleinwaſſer, welches nur auf kurze Zeit im Sommer vorkommt, und endlich Immerwaſſer, die kleinſte, nur in ſehr trockenen Jahren (z. B. in Deutſchland im Sommer 1842) zu beobachtende Waſſermenge. Es iſt nun ſehr zweckmäßig, wenigſtens das Mittel- und Kleinwaſſer des Baches zum Umtriebe einer Maſchinenanlage zu kennen, um hiernach nicht nur die Maſchine, ſondern auch das Wehr und die Gräben anordnen und conſtruiren zu können. Aus dieſem Grunde ſind denn vor Allem nach einer der in Band I, §§. 480, 481 u. ſ. w. angegebenen Me-

thoden zu verſchiedenen Zeiten Waſſermeſſungen anzuſtellen. Es iſt nun eine Regel, das Waſſer durch Wehre nur ſo hoch aufzuſtauen, daß es zur Zeit des Großwaſſers nicht übertrete und die Umgegend überſchwemme.

§. 149 **Wehrbau.** Für das Maſchinenweſen ſind die Ueberfallwehre die wichtigſten. Sie bilden entweder einen geraden, meiſtens winkelrecht gegen den Stromſtrich gerichteten Damm, oder ſie beſtehen aus zwei gegen den Strom gerichteten und in der Mitte zuſammenſtoßenden Dämmen, deren Spitze nach Befinden durch einen kurzen Zwiſchendamm abgeſchnitten oder abgerundet iſt, oder ſie ſind kreisbogenförmige, mit der Convexität der Bewegung des Waſſers entgegengerichtete Dämme. Die Wehre werden von Holz, oder von Steinen, oder von beiden zugleich erbaut. Sie können ſelten auf feſtes Geſtein gegründet werden, ſondern man muß dieſelben meiſt auf einen Pfahlroſt betten. Die Querprofile ganz oder theilweiſe hölzerner Wehre haben mehr oder weniger die Form eines Fünfeckes *ABCDE*, Fig. 297, bei welchem *AB* die Bruſt, *BC* die Vordecke, *CD* die Abſchußdecke, *DE* der Rücken, *EA* ſowie die Sohle und *C* die Ueberfallsſchwelle oder der Sattel-, auch Wehrbaum genannt wird. Die Querprofile ſteinerner Wehre werden in der Regel von oben durch krumme Linien gebildet, die ſich an das Fünfeck mehr oder weniger anſchließen, um den Abfluß des Waſſers zu erleichtern.

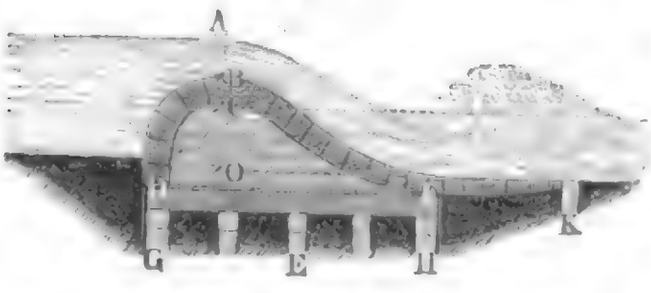
Fig. 297.

Fig. 298.

Ein unvollkommener Ueberfall, wie Fig. 298, beſteht aus einer Reihe von quer über das Bett weggehenden Pfählen *D* mit dem darüber liegenden Fachbaume *C*, ferner aus einer Spundwand *E* vor der Pfahlreihe, aus einer zweiten, tiefer unten eingerammten Pfahlreihe *F* und aus einem Steinpflaſter *G* zwiſchen beiden Pfahlreihen.

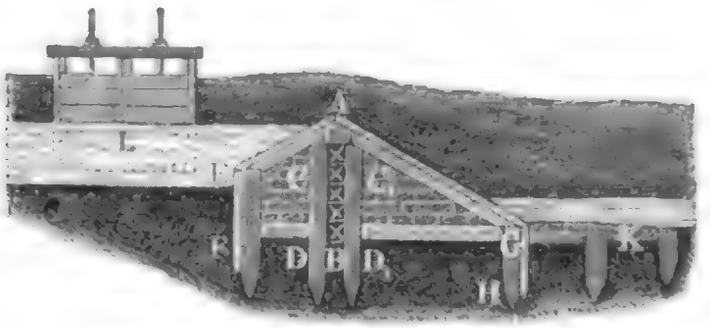
Das vollkommene Ueberfallwehr in Fig. 299 ruht auf einem Pfahlroſte *DEF* mit zwei Spundwänden *G* und *H*, und iſt aus großen Steinen gewölbförmig mit hydrauliſchem Mörtel aufgemauert. Um das Schußbett *HK* vor dem Ausſpülen ſicher zu ſtellen, iſt es mit großen Steinen gepflaſtert und unten noch durch eine Pfahlreihe *K* begrenzt.

Fig. 299.



Die Construction eines hölzernen Wehres ist in Fig. 300 ersichtlich. Hier ist AB eine aus über einander liegenden Balken bestehende Wand, A der Wehrbaum, CD und $C_1 D_1$ sind Pfahlreihen zu beiden Seiten dieser

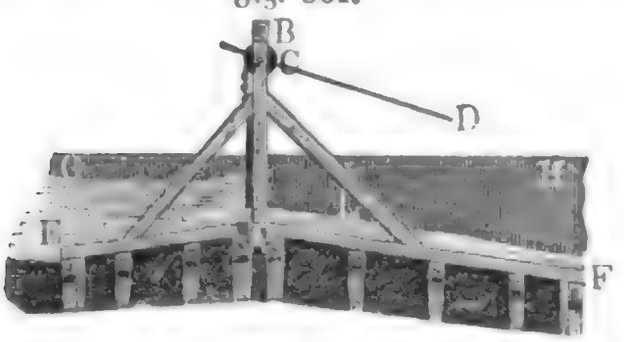
Fig. 300.



Wand, EF und GH zeigen zwei andere, außen mit Spundwänden bekleidete und oben durch Schwellen E und G bedeckte Pfahlreihen, CE und $C_1 G$ stellen Streben vor, welche den Wehrbaum A mit den Schwellen E und G verbinden und noch mit Bohlen überdeckt sind. Die inneren Räume werden ausgemauert oder mit Thon ausgeschlagen. Das Sturzbett K unterhalb des Wehres ist noch ausgepfählt und mit großen Steinen gepflastert. Bei L sind die Schutzbretter an dem Kopfe des Aufschlagewassergrabens ersichtlich.

Ein Schleusenwehr ist endlich noch in Fig. 301 abgebildet. A ist

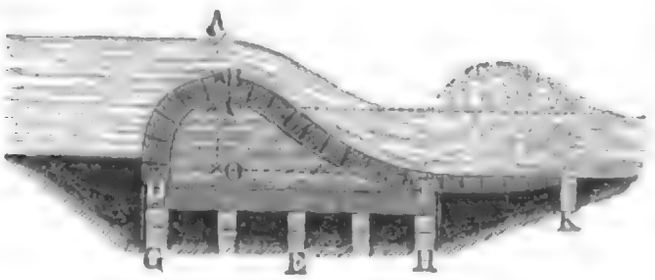
Fig. 301.



der Fachbaum, AB sind die in ihm eingezapften Griessäulen, zwischen welchen sich die Schützen in Falzen bewegen. Die Vorrichtungen zum Aufziehen der Schützen sind sehr mannigfaltig. In der Figur besteht dieselbe in einer Art Kreuzhaspel CD, und es hängt hier das Schutzbrett mittels Ketten an demselben. Von dem Fachbaume A aus neigen sich das Vor- und Hinterfluther AE und AF abwärts, beide ruhen aber auf einem Pfahlroste, sowie der Fachbaum auf einer Reihe von Grundpfählen; um das Eindringen des Wassers zu verhüten, ist dieser Pfahlrost durch ein Paar Spundwände geschlossen. Zu beiden Seiten stehen noch die aus starken Bohlen gebildeten und sich gegen lange Pfähle stützenden Seitenwände GH. Noch sind die mittleren Griessäulen mit Streben K, L gestützt, wovon die oberen (K) zugleich mit als Eisbrecher dienen.

§. 150 **Stauhöhe bei Ueberfällen.** Mit Hülfe der in der Hydraulik vorgetragenen Lehren laſſen ſich nun die Stauverhältniſſe bei Wehren ohne Schwierigkeiten ermitteln.

Fig. 302.



Iſt bei dem vollkommenen Ueberfalle (Fig. 302) h die Druckhöhe AB, b die Breite und k die der Geſchwindigkeit c des ankommenden Waſſers entſprechende Geſchwindigkeitshöhe $\frac{c^2}{2g}$, ſo hat man die Waſſermenge des Ueberfalles (Bd. I, §. 416):

$$Q = {}^2/_3 \mu b \sqrt{2g}\,[(h+k)^{3/2} - k^{3/2}];$$

iſt umgekehrt dieſe Waſſermenge Q bekannt, ſo folgt die entſprechende Druckhöhe über der Ueberfallſchwelle:

$$h = \left(\frac{{}^3/_2\, Q}{\mu b \sqrt{2g}} + k^{3/2}\right)^{2/3} - k.$$

Um nun die einer gegebenen Stauhöhe $AC = h_1$ entſprechende Wehrhöhe $BO = x$ zu finden, ſetzen wir:

$$AC + CO = AB + BO,$$

oder wenn wir die alte Waſſertiefe oder die Tiefe CO des Unterwaſſers durch a bezeichnen,

$$h_1 + a = h + x,$$

und es ergiebt ſich nun:

$$x = a + h_1 - h.$$

Bei etwas hoher Aufſtauung, wo x mindeſtens zwei Fuß beträgt, kann man die Geſchwindigkeitshöhe k des ankommenden Waſſers unbeachtet laſſen und daher

$$x = a + h_1 - \left(\frac{{}^3/_2\, Q}{\mu b \sqrt{2g}}\right)^{2/3}$$

Fig. 303.

ſetzen, und es iſt, vorläufigen Berechnungen der hierüber vom Verfaſſer angeſtellten Verſuche zufolge,

$$\mu = 0{,}80$$

anzunehmen. Bei dem unvollkommenen Ueberfall, Fig. 301, iſt die Rechnung complicirter, weil ſich hier zwei verſchiedene Ausflußverhältniſſe mit einander combiniren. Es iſt nämlich hier die Waſſerhöhe $\overline{AC} = h$ über der Schwelle größer als die Stauhöhe $\overline{AB} = h_1$, und es fließt daher nur das Waſſer oberhalb

B frei aus, dagegen das Waſſer unterhalb B mit der Druckhöhe $\overline{AB} = h_1$. Deshalb iſt die durch AB fließende Waſſermenge:

$$Q_1 = {}^2/_3 \mu b \sqrt{2g} \left[(h_1 + k)^{3/2} - k^{3/2}\right],$$

dagegen das durch $\overline{BC} = h - h_1$ ſtrömende Waſſerquantum:

$$Q_2 = \mu b (h - h_1) \sqrt{2g} (h_1 + k)^{1/2},$$

und hiernach das ganze Abflußquantum $Q_1 + Q_2$ zu ſetzen:

$$Q = \mu b \sqrt{2g} \left({}^2/_3 \left[(h_1 + k)^{3/2} - k^{3/2}\right] + (h - h_1)(h_1 + k)^{1/2}\right).$$

Aus dem Waſſerquantum Q und der Stauhöhe h_1 folgt nun die Höhe des oberen Waſſerſpiegels über dem Fachbaume:

$$h = h_1 + \frac{Q}{\mu b \sqrt{2g (h_1 + k)}} - {}^2/_3 \cdot \frac{(h_1 + k)^{3/2} - k^{3/2}}{(h_1 + k)^{1/2}},$$

woraus ſich dann die Wehrhöhe

$$\overline{CO} = x = a + h_1 - h$$

ergiebt.

Für kleinere Werthe von k läßt ſich daher einfacher

$$x = a + {}^2/_3 h_1 - \frac{Q}{\mu b \sqrt{2g h_1}}$$

ſetzen. Es iſt übrigens $h > h_1$, alſo der Ueberfall ein unvollkommener, wenn

$$Q > {}^2/_3 \mu b \sqrt{2g} \left[(h_1 + k)^{3/2} - k^{3/2}\right] \text{ ausfällt.}$$

Iſt die Längenaxe des Wehrdammes kreisbogenförmig, ſo muß man ſtatt b, die Bogenlänge der Dammkappe einführen, und in

$$k = \frac{c^2}{2g}, \; c = \frac{Q}{6(a + h_1)} \text{ ſetzen.}$$

Beiſpiel. Ein Bach von 30 Fuß Breite und 3 Fuß Tiefe führt 310 Cubikfuß Waſſer pr. Secunde und ſoll durch ein Ueberfallwehr 4½ Fuß höher aufgeſtaut werden; man ſucht die erforderliche Wehrhöhe. Da die Aufſtauung ziemlich groß iſt, ſo können wir erwarten, daß zur Berechnung der geſuchten Höhe die einfache Formel

$$x = a + h_1 - \left(\frac{3Q}{2\mu b \sqrt{2g}}\right)^{2/3}$$

genügen werde. Es iſt in dieſer Formel $a = 3$, $h_1 = 4{,}5$, $Q = 310$, $b = 30$, $\mu = 0{,}80$ und $\sqrt{2g} = 7{,}906$ einzuſetzen, weshalb daher die Wehrhöhe folgt:

$$x = 3 + 4{,}5 - \left(\frac{3.310}{2.0{,}8.30.7{,}906}\right)^{2/3} = 7{,}5 - \left(\frac{31}{12{,}65}\right)^{2/3} = 7{,}5 - 1{,}82$$

$= 5{,}68$ Fuß,

und daher der Ueberfall wirklich ein vollkommener, wie vorausgeſetzt wurde. Sollte das Waſſer nur 2 Fuß aufgeſtaut werden, ſo hätte man der letzten Formel zufolge

$$x = 3 + 2 - 1{,}82 = 3{,}18 \text{ Fuß,}$$

alſo den Ueberfall noch vollkommen. Um endlich nur 1½ Fuß aufzuſtauen, iſt auf jeden Fall nun nur ein unvollkommener, d. h. nicht aus dem Niveau des Unterwaſſers hervorragender Wehrdamm nöthig. Wenden wir die vollſtändige Formel an, und ſetzen wir in ihr

$$k = \frac{c^2}{2g} = 0{,}016 \left(\frac{Q}{(a + h_1)b}\right)^2 = 0{,}016 \left(\frac{310}{4{,}5 \,.\, 30}\right)^2 = 0{,}016 \,.\, 5{,}27$$
$$= 0{,}084 \text{ Fuß, und } \mu \text{ wieder } = 0{,}80,$$

ſo erhalten wir:

$$h - h_1 = \frac{310}{0{,}8 \,.\, 30 \,.\, 7{,}906 \sqrt{1{,}584}} - \tfrac{2}{3} \cdot \frac{(1{,}584)^{3/2} - (0{,}084)^{3/2}}{1{,}584^{1/2}}$$
$$= 1{,}30 - 1{,}06 + 0{,}01 = 0{,}25 \text{ Fuß}.$$

Es muß alſo die Ueberfallſchwelle $1/4$ Fuß oder 3 Zoll unter der Oberfläche des Unterwaſſers ſtehen und demnach das Wehr ſelbſt die Höhe

$$x = a + h_1 - h = 3 - 0{,}25 = 2{,}75 \text{ Fuß}$$

erhalten.

§. 151 **Stauhöhe bei Durchläſſen.** Die Stauverhältniſſe bei einem Durchlaßwehre ſind nach der Theorie des Ausfluſſes durch Schutzöffnungen zu beurtheilen. Es können hier drei Fälle vorkommen; entweder fließt das Waſſer frei aus, oder es fließt unter Waſſer aus, oder es fließt theils frei, theils unter Waſſer aus. Beim freien Ausfluß, wie er z. B. bei dem in Fig. 301 abgebildeten Schleuſenwehre vorkommt, hängt die Ausflußgeſchwindigkeit nur von der Druckhöhe h ab, welche von der Mitte der Schutzöffnung bis zum Waſſerſpiegel zu meſſen iſt. Iſt dann noch a_0 die Oeffnungshöhe und b die Oeffnungsbreite, ſo hat man:

$$Q = \mu a_0 b \sqrt{2gh},$$

und daher umgekehrt:

$$h = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{\mu a_0 b}\right)^2,$$

oder mit Verückſichtigung der Geſchwindigkeitshöhe k des ankommenden Waſſers:

$$h = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{\mu a_0 b}\right)^2 - k.$$

Für die Oeffnungshöhe folgt hieraus die Formel:

$$a_0 = \frac{Q}{\mu b \sqrt{2gh}},$$

oder wenn die Stauhöhe h_1 über der Schwelle gegeben iſt,

$$a_0 = \frac{Q}{\mu b \sqrt{2g\left(h_1 - \frac{a_0}{2}\right)}}.$$

Verſuchen des Verfaſſers zufolge, läßt ſich hier $\mu = 0{,}60$ ſetzen. Staut das Unterwaſſer bis zur Schütze zurück, wie z. B. in Fig. 304 vorgeſtellt wird, ſo hat man den Niveauabſtand $AB = h$ als Druckhöhe einzuführen und die obige Formel zu gebrauchen. Es iſt alſo auch hier die einer gegebenen Stauhöhe h entſprechende Oeffnungshöhe:

$$a_0 = \frac{Q}{\mu b \sqrt{2gh}}.$$

Wenn endlich das Niveau des Unterwassers innerhalb der Mündung liegt, so fließt ein Theil des Wassers frei, und ein anderer Theil unter

Fig. 304.

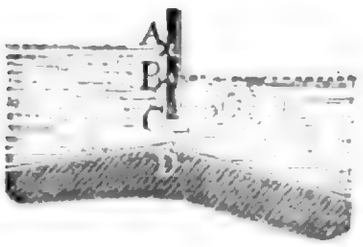
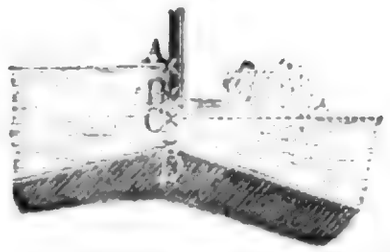


Fig. 305.



Wasser aus. Ist die Stauhöhe oder der Niveauabstand $\overline{AC}$ zwischen beiden Wasserspiegeln, Fig. 303, $= h$, die Höhe $\overline{BC}$ des über dem Unterwasserspiegel befindlichen Theiles der Mündung, $= a_1$, und die Höhe $\overline{CD}$ des unter diesem Spiegel liegenden Mündungsstückes, $= a_2$, so hat man die Wassermenge für den ersten Theil:

$$Q_1 = \mu a_1 b \sqrt{2g\left(h - \frac{a_1}{2}\right)},$$

und für den zweiten:

$$Q_2 = \mu a_2 b \sqrt{2gh};$$

daher die ganze Abflußmenge:

$$Q = Q_1 + Q_2 = \mu b \sqrt{2g}\left(a_1 \sqrt{h - \frac{a_1}{2}} + a_2 \sqrt{h}\right).$$

Aus der Ausflußmenge Q, Stauhöhe h und der Tiefe a_2 der Wehrkappe unter dem Unterwasserspiegel ergiebt sich der Abstand des Schutzbrettes von eben diesem Spiegel:

$$a_1 = \left(\frac{Q}{\mu b \sqrt{2g}} - a_2 \sqrt{h}\right) : \sqrt{h - \frac{a_1}{2}}.$$

Beispiele. 1. Wie hoch sind die Schutzbretter eines Schleusenwehres, Fig. 301, zu ziehen, welches eine Wassermenge von 250 Cubikfuß abführen soll, bei einer Breite $b = 24$ Fuß und einem Wasserstande $h_1 = 5$ Fuß über der Ueberfallsschwelle? Bei freiem Abflusse ist:

$$a_0 = \frac{250}{0{,}6 \,.\, 24 \,.\, 7{,}906 \sqrt{5 - \frac{a_0}{2}}} = \frac{2{,}196}{\sqrt{5 - \frac{a_0}{2}}},$$

annähernd ist $a_0 = 1$, daher:

$$\sqrt{5 - \frac{a_0}{2}} = \sqrt{4{,}5} = 2{,}121,$$

und genauer die gesuchte Oeffnungshöhe:

$$a_0 = \frac{2{,}196}{2{,}121} = 1{,}035 \text{ Fuß} = 12{,}4 \text{ Zoll}.$$

2. Welcher Schützenzug iſt bei dem in Fig. 304 abgebildeten Wehre nöthig, um 120 Cubikfuß Waſſer pr. Secunde unter einer Druckhöhe von 1,5 Fuß bei 30 Fuß Mündungsweite abfließen zu laſſen. Hier findet Ausfluß unter Waſſer Statt (Fig. 304), und es iſt daher:

$$a_0 = \frac{120}{0{,}6 \,.\, 30 \,.\, 7{,}906 \sqrt{1{,}5}} = 0{,}689 \text{ Fuß} = 8\tfrac{1}{4} \text{ Zoll.}$$

3. Man will die Waſſermaſſe beſtimmen, welche durch eine Schutzöffnung, wie Fig. 305, ſtrömt, deren Weite $b = 18$ Fuß und Höhe $\overline{BD} = a_1 + a_2 = 1{,}2$ Fuß iſt, wenn die Druckhöhe $\overline{AC} = h = 2$ Fuß, und der Waſſerſtand über der Schwelle, $a_2 = 0{,}5$ Fuß beträgt. Man hat hier:

$$\mu b \sqrt{2g} = 0{,}6 \,.\, 18 \,.\, 7{,}906 = 85{,}38,$$

ferner:

$$a_2 \sqrt{h} = 0{,}5 \sqrt{2} = 0{,}707$$

und

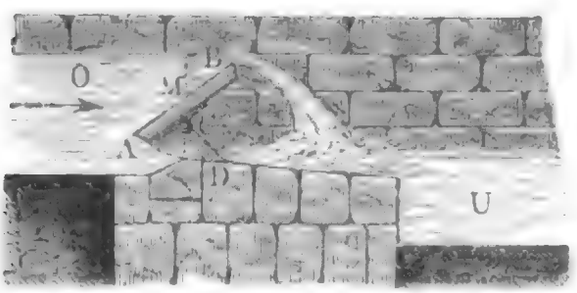
$$a_1 \sqrt{h - \frac{a_1}{2}} = 0{,}7 \sqrt{1{,}65} = 0{,}899,$$

daher die geſuchte Waſſermenge:

$$Q = 85{,}38 \,(0{,}707 + 0{,}899) = 85{,}38 \,.\, 1{,}606 = 137{,}1 \text{ Cubikfuß.}$$

Anmerkung. Setzt man ein Schützenwerk über die Kappe eines Ueberfallwerkes, ſo erhält man einen vereinigten Schleuſenüberfall. Auch hat man noch ſogenannte bewegliche Wehre, wo die Höhe der Ueberfallſchwelle nach Bedürfniß verändert, und zwar bei Hochwaſſer verkleinert und bei Niederwaſſer vergrößert werden kann. Die einfachſten Wehre dieſer Art ſind die Balkenwehre, wo die den Aufſtau bewirkende Wand aus loſe über einander liegenden Balken oder Pfoſten beſteht, nächſtdem gehören auch hierher die ſogenannten Nadelwehre, wo dieſe Wand aus aufrecht ſtehenden Pfoſten, den ſogenannten Nadeln, gebildet wird, welche an ihren oberen Enden mit einander durch ein ſtarkes Seil verbunden ſind, und ſich übrigens gegen einen feſten Rahmen ſtemmen. Die beweglichen Wehre im eigentlichen Sinne beſtehen aus Schützen oder Fallthüren, welche ſich bei hohem Waſſerſtande von ſelbſt öffnen und bei niedrigem Waſſerſtande von ſelbſt verſchließen. Ein einfaches Wehr dieſer Art iſt in Fig. 306 abgebildet, O iſt das Ober- ſowie U das Unterwaſſer, und AB eine um C drehbare Fallthür, welche eine verticale Stellung annimmt und ſich mit ihrem Fuße A gegen die Schwelle D ſtemmt, wenn der Oberwaſſerſpiegel bis auf eine gewiſſe Höhe herabſinkt, und dagegen ſich dreht und öffnet, wenn der Waſſerſpiegel auf eine gewiſſe Höhe ſteigt. Steht dieſer Waſſerſpiegel an der oberen Kante B der Klappe, ſo befindet ſich (nach Band I, §. 358) der Mittelpunkt M des Waſſerdruckes auf AB um $BM = \frac{2}{3} BA$ unter B; es iſt daher auch die Drehare C ſo anzubringen, daß ſie, in der Richtung von AB, von B doppelt ſo viel abſteht als von A. Man kann nun leicht ermeſſen, daß ſich die Klappe von links nach rechts drehen und folglich öffnen muß, wenn der Waſſerſpiegel über B

Fig. 306.



steigt, und daß sie sich von rechts nach links und folglich schließen muß, wenn der Wasserspiegel unter B herabsinkt. Es gehört hierher auch die selbstwirkende Schütze von Chaubart, welche sich wälzend dreht (s. „Civilingenieur" Bd. III, 1857).

Die beweglichen Wehre haben mit den Schleusenwehren vor den einfachen Ueberfällen den Vorzug, daß durch sie beim Eintritt des Hochwassers der übermäßige Aufstau, wobei leicht Ueberschwemmungen eintreten und ein starkes Ablagern von Schlamm vorkommt, verhindert wird.

Aufstau bei lichten Wehren. Die Stauverhältnisse bei lichten Wehren, Brückenpfeilern und Buhnen sind fast ebenso zu ermitteln, wie die bei Ueberfällen. Bei dem lichten Wehre BE, Fig. 307, erfolgt dadurch eine Aufstauung, daß die Flußbreite AC hinter dem Wehrdamme in die kleinere Breite CB übergeht. Wenn nun der Seitencanal D ganz geschlossen ist (was wir der Sicherheit wegen voraussetzen wollen), so muß das ganze Wasser Q durch den verengten Raum CB hindurchfließen. Setzt man nun die Breite $\overline{CB} = b$, die Stauhöhe $\overline{AB_1}$, Fig. 308, $= h$, und §. 152

Fig. 307.

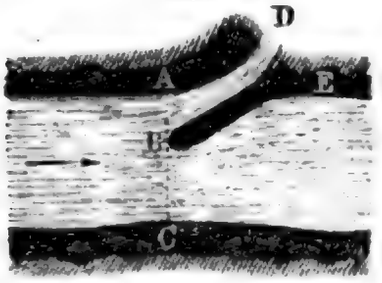
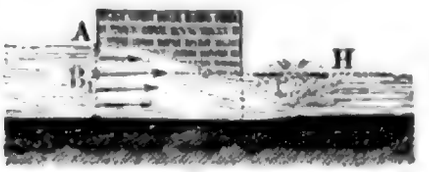


Fig. 308



die Höhe $\overline{B_1 C_1}$ des Unterwassers $= a$, so hat man die frei über dem Unterwasser ausfließende Wassermenge:

$$Q_1 = {}^2/_3 \mu b \sqrt{2gh^3},$$

und das im Unterwasser abfließende Wasserquantum:

$$Q_2 = \mu b a \sqrt{2gh},$$

daher das ganze Abflußquantum:

$$Q = \mu b \sqrt{2gh} ({}^2/_3 h + a).$$

Umgekehrt folgt daher die einer gegebenen Stauhöhe h entsprechende Breite des Abflußwassers:

$$b = \frac{Q}{\mu ({}^2/_3 h + a) \sqrt{2gh}}.$$

Ist die Aufstauung (h) klein, oder die Geschwindigkeit des Wassers groß, so muß man noch die Geschwindigkeit des ankommenden Wassers berücksichtigen. Bezeichnet wieder k die Geschwindigkeitshöhe des ankommenden Wassers, so hat man:

$$Q_1 = {}^2/_3 \mu b \sqrt{2g} [(h + k)^{3/2} - k^{3/2}]$$

sowie

$$Q_2 = \mu b a \sqrt{2g (h + k)},$$

und daher:

$$Q = \mu b \sqrt{2g} \left(\tfrac{2}{3} \left[(h + k)^{3/2} - k^{3/2}\right] + a\,(h + k)^{1/2}\right),$$

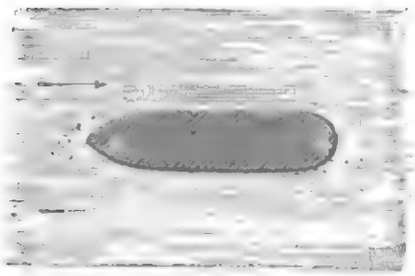
alſo umgekehrt:

$$b = \frac{Q}{\mu \sqrt{2g} \left(\tfrac{2}{3} \left[(h + k)^{3/2} - k^{3/2}\right] + a\,(h + k)^{1/2}\right)}.$$

Während bei der freien Bewegung des Waſſers in Flußbetten die Geſchwindigkeit im Waſſerſpiegel am größten iſt und dieſelbe nach dem Boden zu immer mehr und mehr abnimmt (Bd. I, §. 470), findet bei dem durch irgend eine Urſache aufgeſtauten Waſſer ein anderes Verhältniß Statt, es nimmt nämlich hier die Geſchwindigkeit von der Oberfläche des Oberwaſſers allmälig zu bis zur Oberfläche des Unterwaſſers, und von da an bis zur Sohle wieder, jedoch nur wenig, ab; es findet alſo eine Geſchwindigkeitsveränderung Statt, wie ſie durch die Länge der Pfeile in Fig. 308 angedeutet wird. Die Richtigkeit dieſes Verhältniſſes folgt daraus, daß das Waſſer über dem Unterwaſſerſpiegel unter einer von o bis h wachſenden, unter denſelben aber unter der conſtanten Druckhöhe h abfließt, während bei der ungehinderten Bewegung die Druckhöhe in allen Tiefen = Null iſt.

Dieſe Formel findet ihre Anwendung auch bei Brückenpfeilern, wenn man hier unter b die Summe der Strombreiten zwiſchen den Pfeilern verſteht. Um die den Pfeilern und dem Grundbette nachtheilige Wellen- und Wirbelbewegung des Waſſers zwiſchen den Pfeilern und hinter denſelben ſo viel wie möglich zu vermeiden, ſind Vorder- und Hintertheil der Brückenpfeiler AB, Fig 309, zuzuſchärfen oder abzurunden. Iſt der Vordertheil ſtumpf zugeſchärft, ſo hat man $\mu = 0{,}90$ anzunehmen, iſt er aber ſpitz zugeſchärft oder halbcylindriſch geformt, ſo kann man $\mu = 0{,}95$ ſetzen, und iſt derſelbe gar elliptiſch geformt, oder, wie in Fig. 309, aus zwei Kreisbögen zuſammengeſetzt, ſo fällt μ ſogar 0,97 oder nahe 1 aus (ſ. Gauthey's Traité de la construction de ponts, T. I.).

Fig. 309.



Anmerkung. Wenn der das Querprofil eines fließenden Waſſers verengende Einbau, z. B. eine Buhne, nicht aus dem Waſſer hervorragt, ſo kann man das ganze Waſſerquantum Q aus drei Theilen zuſammenſetzen. Liegt die Dammkappe EF, Fig. 310, unter dem Unterwaſſerſpiegel CD, und bezeichnet h die Stauhöhe, ſowie b die Breite $\overline{AB}$ des ganzen Querprofiles, ſo haben wir das durch das Querprofil $ABDC$ abfließende Waſſerquantum:

Fig. 310.

$$Q_1 = \tfrac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\,[(h+k)^{3/2} - k^{3/2}],$$

ferner das durch das übrige über dem Einbaue und unter conſtantem Drucke h abfließende Waſſerquantum, wenn a die Tiefe GH des Unterwaſſers, b_1 die Breite EF des Einbaues, und a_1 die Höhe EH des Einbaues bezeichnet:

$$Q_2 = \mu b_1 (a - a_1)\sqrt{2g(h+k)},$$

und endlich das übrige neben dem Einbau unter dem conſtanten Drucke h abfließende Waſſer:

$$Q_3 = \mu b_2 a\sqrt{2g(h+k)},$$

es iſt alſo:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$
$$= \tfrac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\,[(h+k)^{3/2} - k^{3/2}] + \mu(ba - b_1 a_1)\sqrt{2g\,(h+k)},$$

und es läßt ſich hiernach auch die einer gegebenen Stauhöhe entſprechende Höhe oder Breite des Einbaues berechnen. Iſt hingegen $C_1 D_1$ der Unterwaſſerſpiegel, ſteht alſo die Dammkappe über dem Unterwaſſer, ſo hat man:

$$Q = \tfrac{2}{3}\mu b_1\sqrt{2g}\,[(a + h - a_1 + k)^{3/2} - k^{3/2}]$$
$$+ \tfrac{2}{3}\mu b_2\sqrt{2g}\,[(h+k)^{3/2} - k^{3/2}] + \mu a b_2\sqrt{2g\,(h+k)}.$$

Beiſpiel. Welche Länge iſt dem Damme BE (Fig. 307) zu geben, damit durch ihn der 550 Fuß breite, 8 Fuß tiefe und 14000 Cubikfuß liefernde Fluß AC um $\frac{3}{4}$ Fuß höher geſtaut werde? Es iſt:

$$k = 0{,}016\left(\frac{14000}{550\,.\,8}\right)^2 = 0{,}016\,.\,3{,}18^2 = 0{,}162,$$

nehmen wir nun noch $\mu = 0{,}9$ an, ſo erhalten wir die Breite des verengten Waſſerſtromes:

$$BC = b = \frac{14000}{0{,}9\,.\,7{,}906\,[\tfrac{2}{3}\,(0{,}912^{3/2} - 0{,}162)^{3/2} + 8\,.\,0{,}912^{1/2}]}$$
$$= \frac{14000}{7{,}1\,(0{,}537 + 7{,}639)} = \frac{14000}{7{,}1\,.\,8{,}176} = 240{,}7 \text{ Fuß},$$

daher die geſuchte Dammerſtreckung

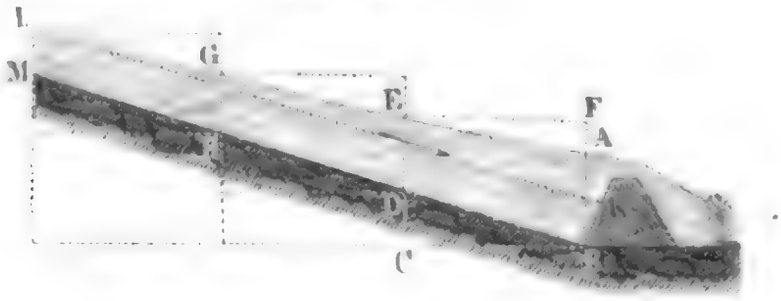
$$AB = b_1 = 550 - 240{,}7 = 309{,}3 \text{ Fuß}.$$

Stauweite. Wir haben nun die andere wichtige Frage zu beantworten: Nach welchem Geſetze nimmt die Stauhöhe oberhalb des Wehres mit der Entfernung ab? Ohne uns auf beſondere Formeln oder Theorien einzulaſſen, können wir bei Löſung dieſer Aufgabe die in Bd. I., §. 477 und §. 478 abgehandelte Theorie der ungleichförmigen Bewegung des Waſſers in Flußbetten ſogleich zur Anwendung bringen. Zu dieſem Zwecke denken wir uns von dem Wehre ABK, Fig. 311, aus die aufgeſtaute Strecke in §. 153

Fig. 311.

Stücke zerſchnitten, und führen dann die Rechnung für jedes Stück einzeln durch. Iſt nun a_0 die Waſſertiefe AB am Wehre, a_1 die Tiefe DE am

Fig. 312.



Anfange eines ſolchen Stückes $ABDE$, F_0 der Querſchnitt des fließenden Waſſers am Wehre, F_1 der Querſchnitt deſſelben bei DE, Q das Waſſerquantum, p der mittlere Umfang des Querprofiles auf dieſes Streckenſtück, und α der Neigungswinkel DBC des Grundbettes, ſo hat man nach Bd. I, §. 478 die entſprechende Länge BD des Stückes, wenn man dort a_0 und a_1, ſowie F_0 und F_1 unter einander vertauſcht:

$$l = \frac{a_0 - a_1 - \left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2}\right)\frac{Q^2}{2g}}{\sin.\alpha - \xi \cdot \frac{p}{F_0 + F_1}\left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2}\right)\frac{Q^2}{2g}}.$$

Bezeichnet a_2 die Waſſertiefe GH am Anfange eines zweiten Stückes $DEGH$, F_2 den Querſchnitt deſſelben und p_1 den mittleren Umfang des Waſſerprofiles dieſes Stückes, ſo hat man für die Länge DH dieſes Stückes:

$$l_1 = \frac{a_1 - a_2 - \left(\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2}\right)\frac{Q^2}{2g}}{\sin.\alpha - \xi \frac{p_1}{F_1 + F_2}\left(\frac{1}{F_1^2} + \frac{1}{F_2^2}\right)\frac{Q^2}{2g}}.$$

Wenn man nun ſo fortfährt, nämlich willkürliche Abnahmen $a_0 - a_1$, $a_1 - a_2$, $a_2 - a_3$ u. ſ. w. der Waſſertiefen annimmt, und hieraus die Querſchnitte F_1, F_2, F_3 u. ſ. w., ſowie die mittleren Umfänge berechnet, ſo bekommt man durch dieſe Formel die entſprechenden Abſtände l, l_1, l_2, und alſo auch die Entfernungen l, $l + l_1$, $l + l_1 + l_2$ u. ſ. w. vom Damme.

Um die einer gegebenen Entfernung x entſprechende Waſſertiefe y zu finden, kann man entweder auf die nach der eben gezeigten Methode gefundenen Werthe l, $l + l_1$, $l + l_1 + l_2$ u. ſ. w. das Interpolationsverfahren anwenden, oder ſich folgender, ebenfalls in Bd. I, §. 478 gegebenen Näherungsformel bedienen:

$$a_0 - a_1 = \frac{\left(\sin.\alpha - \zeta \cdot \frac{p_0}{a_0 b_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g}\right)}{1 - \frac{2}{a_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g}} l.$$

Führt man hierin für b_0 die Breite, für p_0 den Umfang und für v_0 die Geſchwindigkeit am Wehre ein, ſo giebt dieſe Formel die Abnahme $(a_0 - a_1)$ der Stauhöhe auf die erſte kurze Strecke l über dem Wehre; ebenſo erhält man für eine folgende kurze Strecke l_1 dieſe Abnahme:

$$a_1 - a_2 = \frac{\left(\sin.\alpha - \zeta \cdot \frac{p_1}{a_1 b_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g}\right)}{1 - \frac{2}{a_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g}} l_1 \text{ u. ſ. w.,}$$

und es läßt ſich endlich für eine gegebene Entfernung $l + l_1 + l_2 + \cdots$ die entſprechende Waſſertiefe

$$a_0 - (a_0 - a_1) - (a_1 - a_2) - \cdots$$

berechnen.

Beiſpiele. 1. In einem 80 Fuß breiten und 4 Fuß tiefen Fluſſe, welcher 1400 Cubikfuß Waſſer führt, ſoll ein Wehr eingebaut werden, um das Waſſer 3 Fuß hoch aufzuſtauen; man ſucht nun die Stauverhältniſſe oberhalb des Wehres. Ohne Aufſtauung iſt die Geſchwindigkeit des Waſſers:

$$c = \frac{1400}{80 \cdot 4} = \frac{35}{8} = 4{,}375 \text{ Fuß,}$$

daher nach der Tabelle in Bd. I, §. 476, der Widerſtandscoefficient:

$$\zeta = 0{,}00775,$$

und die Neigung des Grundbettes:

$$\sin.\alpha = 0{,}00775 \cdot \frac{p}{F} \cdot \frac{c^2}{2g}.$$

Setzen wir nun $p = 84$, $F = 80 \cdot 4 = 320$, $c = 4{,}375$ und $\frac{1}{2g} = 0{,}016$ ein, ſo folgt die Neigung:

$$\sin.\alpha = 0{,}00775 \cdot \frac{84}{320} \cdot 0{,}016 \cdot (4{,}375)^2 = 0{,}0006230.$$

Die Waſſertiefe unmittelbar am Wehre iſt $4 + 3 = 7$ Fuß, beſtimmen wir nun aber die Entfernungen, wo dieſe Tiefe nur $6\frac{1}{2}$, 6, $5\frac{1}{2}$, 5 Fuß u. ſ. w. beträgt. Setzen wir zunächſt in der Formel

$$l = \frac{a_0 - a_1 - \left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2}\right)\frac{Q^2}{2g}}{\sin.\alpha - \zeta \cdot \frac{p}{F_0 + F_1}\left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2}\right)\frac{Q^2}{2g}}, \quad a_0 - a_1 = 0{,}5, \quad F_0 = 80 \cdot 7 = 560,$$

$F_1 = 80 \cdot 6{,}5 = 520$, $Q = 1400$, $\sin.\alpha = 0{,}000623$, p etwa $= 89$, und, der mittleren Geſchwindigkeit $\frac{2Q}{F + F_1} = \frac{2800}{1080} = 2{,}59$ Fuß entſprechend, $\zeta = 0{,}00796$, ſo erhalten wir die entſprechende Entfernung:

$$l = \frac{0{,}5 - (0{,}0000036982 - 0{,}0000031888) . 31360}{0{,}000623 - 0{,}00796 \frac{89}{1080} (0{,}0000036982 + 0{,}0000031888) . 31360}$$

$$= \frac{0{,}5 - 0{,}0160}{0{,}000623 - 0{,}0001417} = \frac{484000}{481{,}3} = 1005{,}6 \text{ Fuß.}$$

Um nun die einer Senkung des Waſſerſpiegels von 1 Fuß zukommende Erſtreckung zu finden, ſetzen wir zwar wieder $a_0 - a_1 = 0{,}5$, aber dagegen $F_0 = 520$, $F_1 = 80 . 6 = 480$, $p = 88$, und, der mittleren Geſchwindigkeit $\frac{2800}{1000} = 2{,}80$ Fuß entſprechend, $\zeta = 0{,}00792$. Hiernach folgt durch die nämliche Formel die Länge der Flußſtrecke, innerhalb welcher die Waſſertiefe von 6,5 auf 6 Fuß ſinkt,

$$l = \frac{0{,}5 - 0{,}0000006421 . 31360}{0{,}000623 - 0{,}00792 \cdot \frac{88}{1000} \cdot 0{,}0000080385 . 31360}$$

$$= \frac{480000}{447{,}31} = 1073{,}1 \text{ Fuß.}$$

Es iſt alſo 1005,6 + 1073,1 = 2078,7 Fuß oberhalb des Wehres das Waſſer nur noch 6 Fuß tief, oder es beträgt die Stauung daſelbſt nur noch 2 Fuß.

Setzen wir nun wieder $a_0 - a_1 = 0{,}5$, $F_0 = 480$, $F_1 = 440$, $p = 87$ und $\zeta = 0{,}00787$, ſo erhalten wir die entſprechende Längenerſtreckung

$$l = \frac{0{,}5 - 0{,}0258}{0{,}000623 - 0{,}00022185} = \frac{474200}{401.15} = 1182{,}1 \text{ Fuß.}$$

Ebenſo erfolgt für eine weitere Senkung von ½ Fuß die entſprechende Strecke

$$l = \frac{465980}{335{,}65} = 1388{,}3 \text{ Fuß.}$$

Es iſt alſo 2078,7 + 1182,1 + 1388,3 = 4649,1 Fuß oberhalb des Wehres die Aufſtauung noch 1 Fuß, oder die Waſſertiefe 5 Fuß. Für 4½ Fuß Waſſertiefe beſtimmt ſich die Entfernung

$$l = \frac{454000}{240{,}47} = 1888{,}0 \text{ Fuß;}$$

für 4¼ Fuß Waſſertiefe iſt ferner

$$l = \frac{220710}{140{,}97} = 1565{,}6 \text{ Fuß;}$$

für 4,1 Fuß Waſſertiefe

$$l = \frac{129785}{55{,}53} = 2331{,}8 \text{ Fuß,}$$

und für 4,0 Fuß Tiefe

$$l = \infty;$$

es iſt alſo 4649,1 + 1888,0 + 1565,6 + 2331,8 = 10434,5 Fuß oberhalb des Wehres die Stauhöhe noch ⅒ Fuß, und nimmt weiter hinauf unendlich langſam ab.

2. Wie groß iſt die Stauhöhe 2500 Fuß oberhalb des im vorigen Beiſpiele behandelten Wehres? Nach der vorigen Rechnung iſt 2078,7 Fuß oberhalb des Wehres noch 2 Fuß Stauhöhe, es fragt ſich alſo, wie viel auf 2500 − 2078,7 = 421,3 Fuß Erſtreckung die Stauhöhe abnimmt. Nun beträgt aber nach

oben, die einer ferneren Senkung von 0,5 Fuß entſprechende Erſtreckung = 1182,1 Fuß, es läßt ſich daher für jeden Fuß Länge

$$\frac{0{,}5}{1182{,}1} \text{ Fuß Senkung,}$$

alſo für 421,3 Fuß Länge dieſelbe

$$= \frac{0{,}5 \,.\, 421{,}3}{1182{,}1} = 0{,}178 \text{ Fuß,}$$

und folglich 2500 Fuß oberhalb des Wehres, die Stauhöhe

$$= 2 - 0{,}178 = 1{,}822 \text{ Fuß,}$$

ſowie Waſſertiefe

$$= 5{,}822 \text{ Fuß annehmen.}$$

Rechnen wir nach der zweiten Formel

$$a_0 - a_1 = \frac{\left(\sin.\alpha - \zeta \cdot \frac{p_0}{a_0 b_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g}\right)}{1 - \frac{2}{a_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g}} l,$$

und ſetzen wir hierin erſt $l = 800$, $p_0 = 89$, $a_0 = 7$, $a_0 b_0 = 560$, $v_0 = \frac{1400}{560} = 2{,}5$ und $\zeta = 0{,}007985$, ſo erhalten wir die entſprechende Senkung:

$$a_0 - a_1 = \left(\frac{0{,}000623 - 0{,}007985 \cdot \frac{89}{560} \cdot 0{,}1}{1 - \frac{2}{7} \cdot 0{,}1}\right) \cdot 800 = \frac{0{,}0004961 \,.\, 800}{0{,}9714}$$
$$= 0{,}409 \text{ Fuß.}$$

Führen wir nun wieder $l = 800$, $p = 88$, $a_0 = 7 - 0{,}409 = 6{,}591$, $a_0 b_0 = 527{,}3$, $v_0 = \frac{1400}{527{,}3} = 2{,}655$ und $\zeta = 0{,}00795$ ein, ſo finden wir die Senkung:

$$a_0 - a_1 = \left(\frac{0{,}000623 - 0{,}00795 \,.\, \frac{88}{527{,}3} \cdot 0{,}1128}{1 - \frac{2}{6{,}591} \cdot 0{,}1128}\right) \cdot 800$$
$$= \frac{0{,}000623 - 0{,}00014964}{0{,}9658} \cdot 800 = \frac{0{,}0004735 \,.\, 800}{0{,}9658} = 0{,}392 \text{ Fuß.}$$

Fahren wir ſo fort, und ſetzen wir jetzt

$l = 900$, $p = 87$, $a_0 = 6{,}591 - 0{,}392 = 6{,}199$, $a_0 b_0 = 496$, $v_0 = \frac{1400}{496} = 2{,}82$ und $\zeta = 0{,}00791$, ſo erhalten wir die Senkung:

$$a_0 - a_1 = \frac{0{,}0004464 \,.\, 900}{0{,}959} = 0{,}419 \text{ Fuß;}$$

es iſt alſo $800 + 800 + 900 = 2500$ Fuß oberhalb des Wehres die Waſſertiefe noch $6{,}199 - 0{,}419 = 5{,}780$ Fuß. Nach der vorigen Rechnung iſt ſie 5,822 Fuß, d. i. 0,042 Fuß = ½ Zoll größer.

Waſſerſchwelle. Wenn wir die Gleichung für die von dem verti- §. 154
calen Längendurchſchnitt des aufgeſtauten Waſſerſpiegels gebildete Stau-curve, nämlich:

$$a_0 - a_1 = \left(\frac{\sin.\alpha - \zeta \cdot \frac{p}{F} \cdot \frac{v^2}{2g}}{1 - \frac{2}{a} \cdot \frac{v^2}{2g}}\right) l$$

etwas näher betrachten, ſo werden wir mit mehreren merkwürdigen Verhältniſſen des Aufſtauens bekannt. In dem Bruche

$$\frac{sin.\,\alpha - \xi \cdot \frac{p}{F} \cdot \frac{v^2}{2g}}{1 - \frac{2}{a} \cdot \frac{v^2}{2g}}$$

nähern ſich Zähler und Nenner immer mehr und mehr der Null, je größer die Geſchwindigkeit v iſt, und je nachdem nun der erſtere oder letztere zuerſt Null wird, ſtellt ſich

$$l = \frac{(a_0 - a_1)\left(1 - \frac{2}{a} \cdot \frac{v^2}{2g}\right)}{0} = \infty,$$

oder

$$l = \frac{(a_0 - a_1).0}{sin.\,\alpha - \xi \cdot \frac{p}{F} \cdot \frac{v^2}{2g}} = 0$$

heraus. Man ſieht hieraus, daß im erſten Falle der Theil l, und alſo auch die ganze Stauweite unendlich groß wird, daß dagegen im zweiten Falle der Theil l Null ausfällt, und alſo mit ihm die ganze Aufſtauung beendigt iſt. Das erſte Nullwerden tritt aber ein, ſowie

$$\xi \cdot \frac{p}{F} \cdot \frac{v^2}{2g} = sin.\,\alpha,$$

alſo die Geſchwindigkeit des aufgeſtauten Waſſers unendlich wenig von der Geſchwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2g\,F\,sin.\,\alpha}{\xi p}}$$

des unaufgeſtauten gleichförmig zufließenden Waſſers verſchieden iſt, und das zweite ſtellt ſich heraus, ſowie

$$\frac{2}{a} \cdot \frac{v^2}{2g} = 1,$$

oder

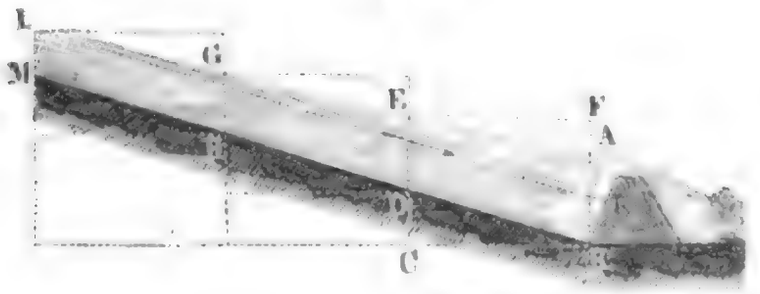
$$\frac{v^2}{2g} = \frac{a}{2},$$

alſo die Geſchwindigkeitshöhe der halben Waſſertiefe gleich wird. Es findet alſo die erſte Art des Anſchluſſes Statt, wenn die Geſchwindigkeitshöhe des unaufgeſtauten Waſſers kleiner als die halbe Tiefe des unaufgeſtauten Waſſers iſt, und dagegen die zweite Art, wenn die Geſchwindigkeitshöhe die halbe Waſſertiefe übertrifft. Während dort der Waſſerſpiegel eine hohle Fläche wie $AEGL$, Fig. 313, bildet, hat er hier eine erhabene Geſtalt wie AEG, Fig. 314, und bildet bei EG einen Sprung oder eine ſogenannte Schwelle.

Setzen wir nun in

$$\sin.\alpha = \xi \cdot \frac{p}{F} \cdot \frac{v^2}{2g},\quad \frac{v^2}{2g} = \frac{a}{2},\ F = ab \text{ und } p,$$

Fig. 313.

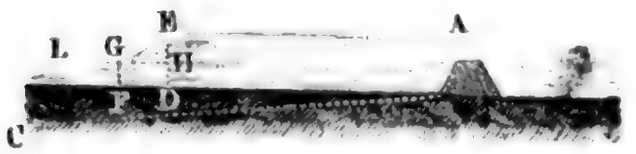


wenn auch nur annähernd, $= b$, ſo erhalten wir:

$$\sin.\alpha = {}^1/_2\,\xi;$$

es iſt alſo ein Sprung zu erwarten, wenn der Abhang α größer iſt als der halbe Reibungscoefficient, oder $\xi = 0{,}008$ geſetzt, wenn $\alpha > 0{,}004$ oder $\alpha > {}^1/_{250}$. In der Regel haben Flüſſe und Canäle einen kleineren Abhang, daher kommt denn auch bei ihnen die gedachte Waſſerſchwelle nicht leicht vor.

Fig. 314.



Die Höhe $EH = x$ des Sprunges (Fig. 314) ergiebt ſich aus der Geſchwindigkeit v des ankommenden und aus der Geſchwindigkeit v_1 des fortfließenden Waſſers, indem man ſetzt:

$$x = \frac{v^2 - v_1^2}{2g},$$

oder da $av = (a + x)\,v_1$, alſo

$$v_1 = \left(\frac{a}{a + x}\right) v \text{ iſt,}$$

$$x = \left[1 - \left(\frac{a}{a + x}\right)^2\right] \frac{v^2}{2g},$$

und die Auflöſung vollkommen beendigt:

$$x = \frac{v^2}{4g} - a + \sqrt{\frac{v^2}{2g}\left(a + \frac{v^2}{8g}\right)}.$$

Hiernach fällt ſehr richtig, für $\frac{v^2}{2g} = \frac{a}{2}$

$$x = -\,{}^3/_4\,a + {}^3/_4\,a = 0$$

aus, dagegen iſt für $\frac{v^2}{2g} = a$,

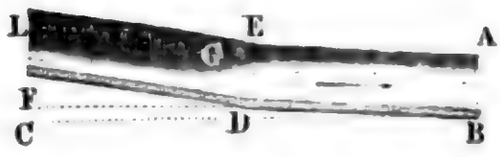
$$x = -\frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{5} = 0{,}618\,a,$$

für $\frac{v^2}{2g} = 2a$,

$$x = a\sqrt{3} = 1{,}732\,a \text{ u. ſ. w.}$$

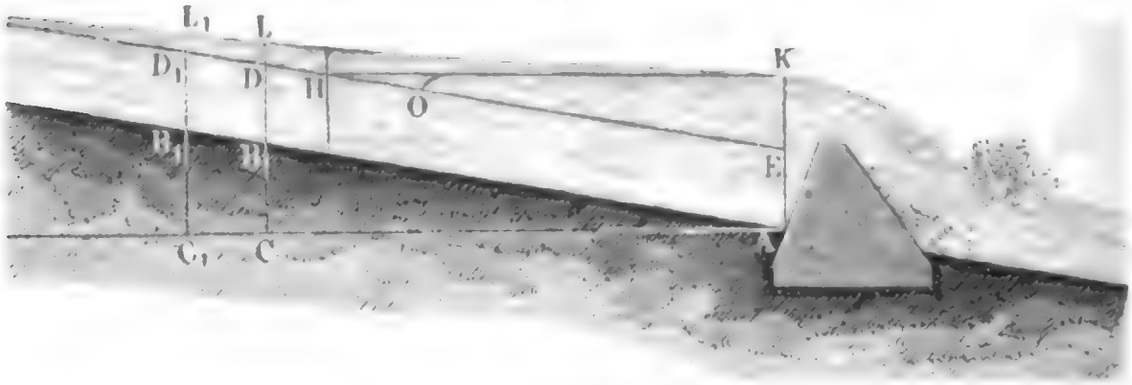
Anmerkung. Die eben behandelte Waſſerſchwelle beobachtete zuerſt Bidone in einem nur 12 Zoll breiten Gerinne mit dem mittleren Neigungsverhältniſſe $\alpha = 0{,}033$. Es bildet ſich dieſelbe aber nicht allein beim aufgeſtauten Waſſer, ſondern auch in dem Falle, wenn, wie Fig. 315 vor Augen führt, die Neigung des Gerinnes oder Flußbettes ſich ändert, wie der Verfaſſer oft Gelegenheit gehabt hat, zu beobachten. Iſt das Neigungsverhältniß des oberen Theiles größer als $\frac{1}{2}\zeta$ und das Neigungsverhältniß des unteren kleiner, ſo bildet ſich an dem Wechſel oder der Uebergangsſtelle ſtets ein Sprung, in welchem die der größeren Neigung entſprechende kleinere Waſſertiefe in die der kleineren Neigung entſprechende größere Waſſertiefe übergeht.

Fig. 315.



(§. 155) **Staucurve.** Die Gleichung der Staucurve, welche von dem verticalen Längendurchſchnitt der Oberfläche des aufgeſtauten Waſſers gebildet wird, läßt ſich mit Hülfe des höheren Calculs, wie folgt, ermitteln. Es bezeichne a die Höhe $AE = BD$, Fig. 316, des freifließenden Waſſers AD, h die

Fig. 316.



Stauhöhe EK des Fluſſes in der Nähe des Wehres, y die Stauhöhe DL deſſelben im Abſtande $ED = x$ vom Wehre, ferner ſei α der Neigungswinkel BAC des Flußbettes, c die mittlere Geſchwindigkeit des Waſſers im Querſchnitt $AE = BD$ vor der Aufſtauung, ſowie v die mittlere Geſchwindigkeit deſſelben im Querſchnitt BL; ſetzt man noch $l = DD_1 = dx$, $a_0 - a_1 = DL - D_1L_1 = -dy$ und führt ſtatt a, $a + y$, ſtatt $\frac{p}{F}$ annähernd $= \frac{1}{a+y}$ und $v = \frac{ac}{a+y}$ ein, ſo geht die Grundformel

$$a_0 - a_1 = \left(\frac{sin.\ \alpha - \xi \frac{p}{F} \frac{v^2}{2g}}{1 - \frac{2}{a} \frac{v^2}{2g}} \right)$$

in folgende über

$$- dy = \left(\frac{sin\ \alpha - \xi \frac{a}{(a+y)^2} \frac{c^2}{2g}}{1 - \frac{2a^2}{(a+y)^3} \frac{c^2}{2g}} \right) dx.$$

Benutzt man dann noch die Formel

$$sin.\ \alpha = \alpha = \xi \frac{1}{a} \frac{c^2}{2g}, \text{ und ſetzt hiernach}$$

$$\xi \frac{c^2}{2g} = \alpha a, \text{ ſo erhält man}$$

$$\alpha dx = - \left(\frac{(a+y)^3 - 2a^2 \frac{c^2}{2g}}{(a+y)^3 - a^3)} \right) dy.$$

Führt man zur Abkürzung $a + y = y_1$, $dy = dy_1$, und $\frac{c^2}{2g} = k$ ein, ſo wird einfacher

$$\alpha dx = - \left(\frac{y_1^3 - 2a^2 k}{y_1^3 - a^3} \right) dy_1 = - dy_1 - \left(\frac{a^3 - 2a^2 k}{y_1^3 - a^3} \right) dy_1,$$

wonach dann

$$\alpha x = - y_1 - a^2 (a - 2k) \int \frac{dy_1}{y_1^3 - a^3}$$

$$= - y_1 + (a - 2k) \int \frac{d\left(\frac{y_1}{a}\right)}{1 - \left(\frac{y_1}{a}\right)^3}$$

$$= - y_1 + (a - 2k) \int \frac{dZ}{1 - Z^3} \text{ folgt, wenn man noch } \frac{y_1}{a}$$

durch Z bezeichnet, alſo $y_1 = a Z$ ſetzt.
Es iſt

$$\frac{1}{1 - Z^3} = \frac{1}{(1 - Z)(1 + Z + Z^2)} = \frac{A}{1 - Z} = \frac{B + CZ}{1 + Z + Z^2},$$

alſo $1 = A(1 + Z + Z^2) + (B + CZ)(1 - Z)$, oder

$$0 = A + B - 1 + (A - B + C) Z + (A - C) Z^2;$$

daher $A + B = 1$, $A + C = B$ und $A = C$,
und es folgt $A = C = 1/3$ und $B = 2/3$, ſowie

$$\frac{1}{1-Z^3} = {}^1/_3\left(\frac{1}{1-Z} + \frac{2+Z}{1+Z+Z^2}\right).$$

Hiernach iſt

$$\int \frac{dZ}{1-Z^3} = {}^1/_3\left(\int \frac{dZ}{1-Z} + \int \frac{(2+Z)\,dZ}{1+Z+Z^2}\right) \text{ zu ſetzen.}$$

Nach III. des Artikels 22 in Bd. I, iſt

$$\int \frac{dZ}{1-Z} = -\int \frac{d(1-Z)}{1-Z} = -\,Log.\,nat.(1-Z), \text{ um}$$

aber $\frac{(2+Z)\,dZ}{1+Z+Z^2}$ zu integriren, ſchreibe man

$$1+Z+Z^2 = {}^3/_4 + ({}^1/_2+Z)^2 = {}^3/_4[1+{}^4/_3({}^1/_2+Z)^2] = {}^3/_4(1+u^2),$$

indem man $\sqrt{{}^4/_3}\,({}^1/_2+Z) = \frac{1+2Z}{\sqrt{3}} = u$, alſo

$$Z = \frac{u\sqrt{3}-1}{2} \text{ und } dZ = \frac{du\sqrt{3}}{2} \text{ ſetzt.}$$

Dann folgt

$$\frac{(2+Z)\,dZ}{1+Z+Z^2} = \frac{\left(2+\frac{u\sqrt{3}}{2}-{}^1/_2\right)}{{}^3/_4\,(1+u^2)} \cdot \frac{du\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{u\,du}{1+u^2} + \sqrt{3}\cdot\frac{du}{1+u^2};$$

da aber

$$\int \frac{u\,du}{1+u^2} = {}^1/_2\int \frac{2\,u\,du}{1+u^2} = {}^1/_2\int \frac{d\,(1+u^2)}{1+u^2} = {}^1/_2\,Ln\,(1+u^2)$$

und

$\int \frac{du}{1+u^2} = arc.\,(tang.=u)$ iſt (ſ. VI, Artikel 26, Bd. I), ſo hat man

$$\int \frac{(2+Z)\,dZ}{1+Z+Z^2} = {}^1/_2\,Ln\left(1+\frac{(1+2Z)^2}{3}\right)$$

$$+\sqrt{3}\,.arc.\left(tang.=\frac{1+2Z}{\sqrt{3}}\right) + Const., \text{ und}$$

$$\alpha x = -\,y_1 + \left(\frac{a-2k}{3}\right)\left[-\,Log.\,nat.(1-Z)\right.$$

$$\left. + {}^1/_2\,Ln\left(1+\frac{(1+2Z)^2}{3}\right) + \sqrt{3}\,.arc.\left(tang.=\frac{1+2Z}{\sqrt{3}}\right)\right]$$

$$+\,Const.$$

$$= - y_1 + \frac{a - 2k}{3}\left[\tfrac{1}{2}\,Log.\,nat.\left(\frac{1 + Z + Z^2}{(1 - Z^2)}\right) + \sqrt{3}\,.\,arc.\left(tang. = \frac{1 + 2Z}{\sqrt{3}}\right)\right] + Const.$$

$$= - y_1 + \frac{a - 2k}{3}\left[\tfrac{1}{2}\,Log.\,nat.\left(1 + \frac{3Z}{(1 - Z^2)}\right) + \sqrt{3}\,arc.\left(tang. = \frac{1 + 2Z}{\sqrt{3}}\right)\right] + Const.$$

$$= - y_1 + \frac{a - 2k}{3}\left[\tfrac{1}{2}\,Log.\,nat.\left(1 + \frac{3a\,y_1}{(a - y_1)^2}\right) + \sqrt{3}\,arc.\left(tang. = \frac{a + 2y_1}{a\sqrt{3}}\right)\right] + Const.$$

$$= - y + \frac{a - 2k}{3}\left[\tfrac{1}{2}\,Log.\,nat.\left(1 + \frac{3a\,(a + y)}{y^2}\right) + \sqrt{3}\,arc.\left(tang. = \frac{3a + 2y}{a\sqrt{3}}\right)\right] + Const.$$

Anfangs iſt $x = 0$ und $y = h$, daher auch

$$0 = - h + \frac{a - 2k}{3}\left[\tfrac{1}{2}\,Log.\,nat.\left(1 + \frac{3a\,(a + h)}{h^2}\right) + \sqrt{3}\,arc.\left(tang. = \frac{3a + 2h}{a\sqrt{3}}\right)\right] + Const.$$

und ſchließlich

$$ax = h - y + \frac{a - 2k}{3}\left[\tfrac{1}{2}\,Log.\,nat.\left(\frac{1 + \frac{3a\,(a + y)}{y^2}}{1 + \frac{3a\,(a + h)}{h^2}}\right) - \sqrt{3}\left(arc.\left(tang. = \frac{3a + 2h}{a\sqrt{3}}\right) - arc.\left(tang. = \frac{3a + 2y}{a\sqrt{3}}\right)\right)\right]$$

oder

$$ax = h - y + \frac{a - 2k}{3}\left[\tfrac{1}{2}\,Log.\,nat.\left(\frac{y^2 + 3a\,(a + y)}{h^2 + 3a\,(a + h)} \cdot \frac{h^2}{y^2}\right) - \sqrt{3}\,arc.\left(tang. = \frac{a\,(h - y)\,\sqrt{3}}{6a^2 + 3a\,(h + y) + 2hy}\right)\right].$$

Mit Hülfe dieſer Formel läßt ſich die Entfernung x der Stelle des Fluſſes vom Wehre finden, wo die Aufſtauung den Werth y hat.

Für einen kleinen Werth von h und einen ſehr kleinen Werth von y, in Hinſicht auf a, iſt einfach

$$\alpha x = h + \frac{a - 2k}{3} \, Log.\,nat. \left(\frac{h}{y}\right) \text{ zu ſetzen.}$$

Iſt $a = 2k = \frac{c^2}{g}$, ſo fällt $\alpha x = h - y$ aus, und es wird die Staucurve von einer horizontalen Linie HK gebildet; iſt $a < 2k$, ſo fällt αx kleiner als $h - y$, alſo y auch kleiner als $h - \alpha x$ aus, und man hat es dann mit der von Bidone zuerſt beobachteten Waſſerſchwelle OK zu thun.

Beiſpiel. Für $a = 4$, $h = 3$, $c = 4{,}375$ Fuß, ferner $\alpha = 0{,}000623$ und $y = 0{,}1$ Fuß iſt die Stauweite annähernd

$$x = \frac{3 + {}^1/_3\,(4 - 0{,}6125)\; Log.\;nat.\;30}{0{,}000623} = \frac{3 + 1{,}1292 \,.\, 3{,}4012}{0{,}000623}$$

$$= \frac{68406}{6{,}23} = 10980 \text{ Fuß.}$$

Im Beiſpiele (1) des vorigen Paragraphen wurde $x = 10434{,}5$ Fuß gefunden.

(Anmerkung. 1.) Die Waſſermenge, welche vor dem Wehre aufgeſtaut iſt, läßt ſich ſetzen:

$$V = \int b\,y\,dx; \text{ nun iſt aber annähernd}$$

$$\alpha x = h - y + \left(\frac{a - 2k}{3}\right) Log.\,nat. \left(\frac{h}{y}\right) \text{ und hiernach}$$

$$\alpha\,dx = -\,dy - \frac{a - 2k}{3}\,\frac{dy}{y}, \text{ daher folgt}$$

$$V = -\,\frac{b}{\alpha}\int\left(y\,dy + \frac{a - 2k}{3}\,dy\right) = -\,\frac{b}{\alpha}\left(\frac{y^2}{2} + \frac{(a - 2k)}{3}\,y\right) + Const.$$

Da für $y = h$, $V = o$ iſt, ſo folgt

$$V = \frac{b}{\alpha}\left(\frac{h^2 - y^2}{2} + \frac{(a - 2k)}{3}(h - y)\right) = \frac{b\,(h - y)}{\alpha}\left(\frac{h + y}{2} + \frac{a - 2k}{3}\right);$$

und für $y = o$,

$$V = \frac{bh}{\alpha}\left(\frac{h}{2} + \frac{a - 2k}{3}\right).$$

Fließt dieſes Waſſerquantum in der Zeit t zu, ſo hat man auch $V = a\,b\,c\,t$, und daher

$$t = \frac{h}{\alpha\,a\,c}\left(\frac{h}{2} + \frac{a - 2k}{3}\right).$$

Für $a = 2k$ fällt

$$V = \frac{bh^2}{2\alpha} \text{ und } t = \frac{h^2}{2\,\alpha\,a\,c} \text{ aus.}$$

Anmerkung 2. Vorſtehende Formel hat der Verfaſſer ſchon im Artikel „Bewegung des Waſſers“ in der allgemeinen Maſchinenencyclopädie, Bd. II, 1844 veröffentlicht. Wenn man in derſelben das Glied $2k = \frac{c^2}{g}$ vernachläſſigt, ſo er-

hält man eine Formel, welche Herr Heinemann in Berlin in Erbkam's Zeitſchrift für Bauweſen, Berlin 1855 (ſ. auch polyt. Centralblatt, 1855) die Hagen'ſche nennt. Daſſelbe gilt auch von der Formel, welche Herr Gödecker in Band VII der Zeitſchrift des Architecten- und Ingenieurvereins für das Königreich Hannover mittheilt. Dieſe Formeln geben natürlich über die Entſtehung der Waſſerſchnelle gar keine Auskunft.

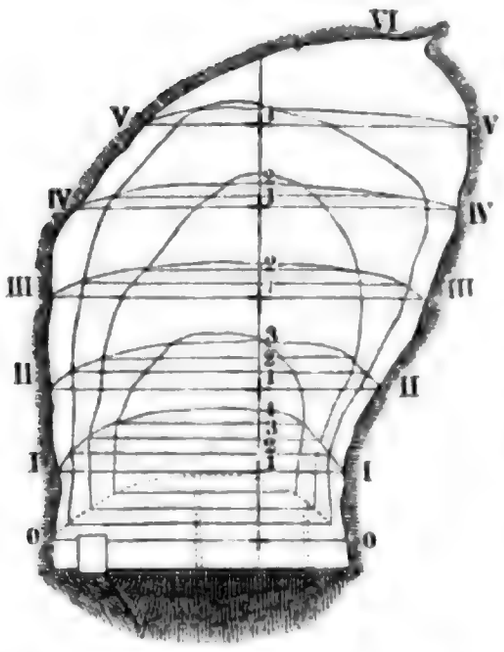
Sehr ausführlich wird die Staucurve behandelt im zweiten Theile des Cours de Mécanique appliquée par Bresse, Paris 1860. Nächſtdem auch in Rühlmann's Hydromechanik, Leipzig 1857. Ueber Saint-Guilhem's empiriſche Formel zur Berechnung der Stauweite ſiehe Annales des ponts et chauss. 1838, und über Dupuit's Formel deſſen Etudes théoretiques et practiques sur les mouvement des eaux courantes.

Teiche. In waſſerarmen Gegenden und an Orten, wo große Maſchi- §. 156
nenkräfte in Anſpruch genommen werden, wie z. B. in Bergwerksrevieren, iſt die Anlegung von Teichen (franz. étangs; engl. store-reservoirs, ponds, pools), d. i. von großen Waſſerbehältern, die ſich zur Zeit des Waſſerüberfluſſes von ſelbſt füllen, und bei eintretendem Waſſermangel geleert werden können, von der größten Wichtigkeit. Man legt in der Regel Teiche in Schluchten und Thälern an, um nicht allein das Fluth- und Regenwaſſer, ſondern auch die in dieſen Vertiefungen fließenden Quellen und Bäche aufnehmen zu können. Dann läßt ſich auch die künſtliche Umſchließung des Teichraumes durch einen einzigen Damm bewirken, den man quer über das Thal von einem Gehänge bis zum anderen führt, indem die anſteigende Thalſohle und die beiden Thalgehänge die übrige Umfaſſung des Teiches abgeben. Ein Teich hat um ſo mehr Nutzen, je kleiner die Oberfläche und je kürzer der Damm deſſelben bei beſtimmtem Faſſungsraume iſt. Es iſt daher für den Teichraum diejenige Stelle im Thale auszuſuchen, wo die Gehänge mehr ſteil als flach ſind und für den Damm der Ort, wo das Thal mehr eng als weit iſt. Nur in weiten Thälern hat man die Teiche zuweilen mit zwei Dämmen, oder mit einem Hauptdamme und zwei Flügeldämmen zu umſchließen. Localverhältniſſe beſtimmen zwar in der Regel den Ort für eine Teichanlage, jedoch iſt zu berückſichtigen, daß tieferliegenden Teichen ein größeres Sammelrevier, und daher auch ein größerer Waſſerzufluß zukommt, dieſelben aber auch weniger Gefälle für die Maſchinen übrig laſſen, daß dagegen hochliegenden Teichen weniger Waſſer zufließt, ſie dafür aber mehr Gefälle gewähren. Derjenige Teich iſt auf jeden Fall der vollkommenſte, bei welchem das Product aus dem Waſſerzufluß und dem Gefälle zwiſchen dem Teiche und der tiefer unten im Thale ſtehenden Maſchinenanlage ein Maximum iſt. Uebrigens kann man durch Anlegung von Gräben und Röſchen das Sammelrevier eines Teiches erweitern. Noch hat man bei einer Teichanlage auf die Beſchaffenheit des Teichgrundes Rückſicht zu nehmen, und dabei den Grund zu vermeiden, welcher das Waſſer nicht hält, z. B. zerklüftetes Geſtein, Kalkſchlotten, Flug- und Triebſand, tiefen Sumpf,

Moraſt u. ſ. w. Durch Ausſetzen mit Lehm und Raſen oder Ausrammen mit einem Gemenge aus feinem Sande und gutem Thon kann man oft die Waſſerdichtigkeit eines Teichgrundes hervorbringen. Sind die Gehänge nicht waſſerdicht oder leiſten ſie dem Waſſer nicht hinreichenden Widerſtand, ſo muß man ſie durch Thon- oder Raſenſchichten, Mauern u. ſ. w. ſchützen.

Der Werth eines Teiches hängt noch vorzüglich von dem Flächen- und Faſſungsraume deſſelben ab. Um Beides zu finden, iſt eine beſondere Aufnahme nöthig. Hierzu gehört aber, daß man mit Hülfe eines Meßtiſches die Endpunkte I, II, III u. ſ. w., Fig. 317, von im Teichſpiegel anzunehmenden Parallelen abſchneidet, und nun mit einer Stange und mit Hülfe eines Nivellirinſtrumentes mehrere Tiefen in durch dieſe Parallelen zu legenden Querprofilen abmißt. Durch jene Endpunkte beſtimmen ſich die Parallelen und durch dieſe Tiefen die entſprechenden Querprofile ſelbſt, und hieraus laſſen ſich die in Frage ſtehenden Räume berechnen. Sind b_0, b_1, $b_2 \ldots b_n$ die n Breiten 0 — 0, I — I, II — II u. ſ. w., und iſt der Abſtand zwiſchen je zwei Parallelen $= a$, ſo hat man die Oberfläche des Teiches:

Fig. 317.



$$G = [b_0 + b_n + 4(b_1 + b_3 + \cdots + b_{n-1}) + 2(b_2 + b_4 + \cdots + b_{n-2})] \cdot \frac{a}{3}.$$

Sind ebenſo F_0, F_1, F_2 u. ſ. w. die den Breiten b_0, b_1, b_2 u. ſ. w. entſprechenden Querprofile, ſo hat man das Teichvolumen:

$$V = [F_0 + F_n + 4(F_1 + F_3 + \cdots + F_{n-1}) + 2(F_2 + F_4 + \cdots + F_{n-2})] \cdot \frac{a}{3}$$

Uebrigens laſſen ſich auch mit Hülfe dieſer Regeln die jeder Waſſertiefe entſprechenden Faſſungsräume berechnen, indem man ſich den ganzen Teich durch Horizontalebenen in Schichten zerlegt denkt.

Anmerkung. Von der Aufnahme und Berechnung der Teiche handelt ſpeciell der „Ingenieur“ ſowie die neue Markſcheidekunſt des Verfaſſers; einen beſonderen Aufſatz hierüber findet man aber in der gleichbenannten Zeitſchrift „Der Ingenieur“, Heft I, 1846, Freiberg ꝛc.

§. 157 **Teichdämme.** Die Teichdämme führt man in der Regel aus Erde, ſelten aber aus Steinen auf. Man verſieht ſie mit einer dicken Lehmbruſt, um das Eindringen des Waſſers zu verhindern, und bekleidet dieſe wohl noch mit einer Mauer, der ſogenannten Terraſſenmauer, um die nachtheiligen

Wirkungen des Wellenschlages auf den Damm zu schwächen. Außerdem erhält der Teichdamm noch einen mit Lehm oder Rasen dicht auszuschlagenden Grundgraben, welcher vorzüglich dazu dient, das Wasser zurückzuhalten. Man geht mit diesem Graben bis auf festen Grund, z. B. bis auf festes Gestein oder dichten Lehmboden herab, oder, wenn dieser nicht zu erlangen ist, wie z. B. bei sandigem oder grandigem Erdboden, verschafft man sich durch einzuschlagende Pfähle einen festen Grund. Die Tiefe eines Grundgrabens hängt von der Beschaffenheit des Erdbodens ab, bei festem und dichtem Gestein reichen oft 5 Fuß Tiefe hin, wogegen man bei zerrissenem oder lockerem Boden 20 Fuß Tiefe nöthig haben kann. Nachtheilig können zumal Klüfte, Gesteinschichtungen und Steinscheidungen werden, indem sie das Wasser unter oder neben dem Damme durchlassen. Um dieses zu verhindern, hat man den Grundgraben sehr tief auszuheben, und ihn an den Gehängen weit hinauszuführen. Die Hauptform eines Teichdammes stimmt mit dem in Fig. 318 abgebildeten Körper von trapezoidalem Querschnitt *HKEN* oder *GLMF* überein. Die obere Fläche *AC* ist die Dammkappe, die dem Wasser zugekehrte Seite *ABGH* die Brust und die gegenüberliegende Seite der Rücken; es ist ferner *KMN* das Mittelstück, sowie *ANH* der eine und *BMC* der andere Dammflügel. Was die Dimensionen des Dammes betrifft, so macht man die obere Dammbreite *AD*=*BC* nicht unter 10 Fuß, und wenn ein Weg über sie gelegt ist, nicht unter 20 Fuß, es ist aber auch Regel, diese Breite mindestens der Dammhöhe gleich zu machen. Giebt man nun der Brust und dem Rücken 45° Böschung, so fällt die untere Dammbreite dreimal so groß aus als die Dammhöhe oder obere Dammbreite. Manchen Dämmen giebt man aber 30 bis 40° Böschung, weshalb bei ihnen ein noch größeres Verhältniß der unteren Breite zur Höhe sich herausstellt. Die Dammhöhe ist sehr verschieden; man hat im hiesigen Bergreviere 15 bis 35 Fuß hohe Dämme. Wegen des Wellenschlages ist es nothwendig, die Dämme 2 bis 3 Fuß höher zu machen als der Wasserspiegel zu stehen kommt. In Fig. 319 ist das Querprofil eines Teichdammes abgebildet. *ABCE* ist die bis auf festen Grund herabgehende festgestampfte

Fig. 318.

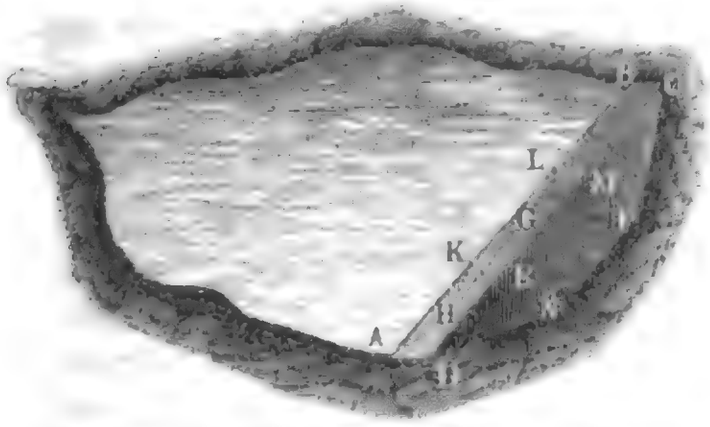
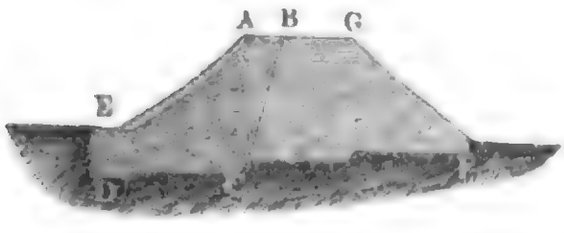


Fig. 319.



Lehmbruſt, ſowie $BGFC$ der aus Schutt beſtehende Hinterdamm, und AE die oben 2 Fuß und unten 4 Fuß dicke und ausgebauchte Terraſſenmauer.

Anmerkung 1. Bezeichnet l die obere und l_1 die untere Länge, b die obere und b_1 die untere Breite, ſowie h die Höhe eines Teichdammes, wie Fig. 318, ſo iſt das Volumen deſſelben:

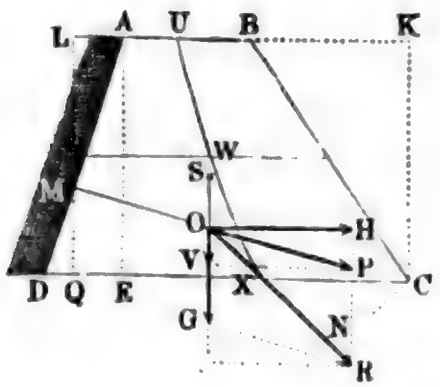
$$V = [lb_1 + l_1 b + 2(lb + l_1 b_1)]\ \frac{h}{6}$$ (ſ. Bd. I, §. 121).

Bei Anwendung dieſer Formel zur Berechnung der Dammmaſſe iſt zu berückſichtigen, daß die feſtgeſtampfte Erde noch nicht ganz die Hälfte des Volumens der lockeren Erde einnimmt.

Anmerkung 2. Einer der größten Teiche im Freiberger Bergreviere iſt der untere Großhartsmannsdorfer Teich. Er hat einen Flächenraum von 32692 Quadratruthen (ſächſ. Maaß) und einen Faſſungsraum von 60,669000 Cubikfuß oder 60,19 wöchentliche Rad Waſſer, jedes Rad zu 100 Cubikfuß pr. Minute; d. h. dieſer Teich gewährt ohne allen Zufluß 60 Wochen lang in jeder Minute 100 Cubikfuß Waſſer. Der Damm dieſes Teiches iſt 1276 Ellen lang, oben 30, unten 82 Ellen breit und $14^3/_4$ Ellen hoch, doch beträgt die höchſte Anſpannung nur 13 Ellen 7 Zoll. In Rußland, und namentlich am Ural, hat man jedoch noch viel größere Teichanlagen.

§. 158 **Stabilität der Teichdämme.** Die Teichdämme ſind dem Drucke und zuweilen ſogar dem Stoße des Waſſers ausgeſetzt, es iſt daher nöthig, ihnen hinreichende Dimenſionen zu ertheilen, damit ſie durch ihr Gewicht dieſen Wirkungen widerſtehen und weder umgeſtürzt noch fortgeſchoben werden. Die Verhältniſſe des Fortſchiebens haben wir ſchon früher (Bd. I, §. 360) kennen gelernt; es bleibt daher nur noch die Stabilität eines Teichdammes in Hinſicht auf das Kippen zu unterſuchen übrig. Das Waſſer übt gegen die Bruſtfläche AD eines Teichdammes $ABCD$, Fig. 320, einen Normaldruck $\overline{OP} = P$ aus, deſſen Angriffspunkt M um LM oder $^2/_3$ der Tiefe $\overline{CK} = {}^2/_3 h$ vom Waſſerſpiegel abſteht (Band I, §. 358). Für ein Dammſtück von der Länge $= 1$ iſt dieſer Druck

Fig. 320.



$$P = \overline{AD} . 1 . \gamma . \frac{h}{2},$$

wenn γ die Dichtigkeit des Waſſers bezeichnet. Der horizontale Component dieſes Druckes iſt

$$H = h . 1 . \gamma . \frac{h}{2} = {}^1/_2 h^2 \gamma,$$

und der verticale Component, wenn m die relative, alſo mh die abſolute Böſchung DE der Bruſtfläche bezeichnet,

$$V = mh . 1 . \gamma . \frac{h}{2} = {}^1/_2 m h^2 \gamma.$$

Das im Schwerpunkte S des trapezoidalen Querſchnittes $ABCD$ angreifende Gewicht des Dammſtückes von der Länge $= 1$ iſt, wenn γ_1 die Dichtigkeit der Dammmaſſe, b die Kappenbreite AB und n die relative, alſo nh die abſolute Hinterböſchung bezeichnet,

$$G = \left(b + \frac{m+n}{2} h\right) h \gamma_1.$$

Aus P und G oder H, V und G entſpringt aber eine Mittelkraft $\overline{OR} = R$, deren ſtatiſches Moment $\overline{CN}.R$ in Hinſicht auf die Hinterkante C des Dammes die Stabilität deſſelben ausdrückt. Denken wir uns P, und alſo auch H und V in M angreifend, ſo erhalten wir das ſtatiſche Moment von $P =$ ſtatiſches Moment von H minus ſtatiſches Moment von V:

$= \frac{1}{2} h^2 \gamma . \overline{MQ} - \frac{1}{2} m h^2 \gamma . \overline{CQ} = \frac{1}{2} h^2 \gamma (\overline{MQ} - m . \overline{CQ})$

$= \frac{1}{2} h^2 \gamma [\frac{1}{3} h - m (nh + b + \frac{2}{3} mh)]$.

Nun iſt aber das in entgegengeſetzter Richtung wirkende ſtatiſche Moment von G:

$$= \tfrac{1}{2} n h^2 \gamma_1 . \tfrac{2}{3} n h + b h \gamma_1 \left(n h + \frac{b}{2}\right) + \tfrac{1}{2} m h^2 \gamma_1 (n h + b + \tfrac{1}{3} m h)$$

$$= h \gamma_1 (\tfrac{1}{3} n^2 h^2 + n b h + \tfrac{1}{2} b^2 + \tfrac{1}{2} m n h^2 + \tfrac{1}{2} m b h + \tfrac{1}{6} m^2 h^2)$$

$$= h \gamma_1 \left[\left(\frac{m^2 + 2n^2}{3} + mn\right) \frac{h^2}{2} + \left(n + \frac{m}{2}\right) b h + \tfrac{1}{2} b^2\right];$$

es folgt daher die Stabilität des Teichdammes:

$$S = h \left(\left[\left(\frac{m^2 + 2n^2}{3} + mn\right) \frac{h^2}{2} + \left(n + \frac{m}{2}\right) b h + \tfrac{1}{2} b^2\right] \gamma_1 - [\tfrac{1}{3} h - m (nh + b + \tfrac{2}{3} mh)] \frac{h}{2} \gamma\right).$$

Um nun den Punkt X anzugeben, in welchem die Widerſtandslinie UWX die Sohle CD des Dammes durchſchneidet, beſtimmen wir die Entfernung CX dieſes Punktes von der Kante C, indem wir in Hinſicht auf den Punkt C das Moment $R . \overline{CN}$ der Mittelkraft R gleich dem Moment $(G + V) . \overline{CX}$ ihres verticalen Componenten $G + V$ ſetzen.

Es iſt hiernach $\frac{CX}{CN} = \frac{OR}{HR} = \frac{R}{G + V}$,

und daher

$$\overline{CX} = a = \frac{\overline{CN} . R}{V + G} = \frac{S}{G + V}$$

$$= \left(\left[\left(m^2 + \frac{2n^2}{3} + mn \right) \frac{h^2}{2} + \left(n + \frac{m}{2} \right) bh + {}^1/_2 b^2 \right] \gamma_1 + \left[\left(\frac{2m^2 - 1}{3} + mn \right) h + mb \right] \frac{h}{2} \gamma \right) : \left(\left[\left(\frac{m+n}{2} \right) h + b \right] \gamma_1 + {}^1/_2 mh\gamma \right);$$

oder:

$$a = \frac{[(m^2+2n^2+3mn)h^2+(2n+m).3bh+3b^2]\gamma_1+[(2m^2-1+3mn)h+3mb]h\gamma}{3([(m+n)h+2b]\gamma_1+mh\gamma)}.$$

Mit Hülfe dieſer Formel kann man auch andere Punkte W u. ſ. w. in der Widerſtandslinie finden, wenn man für h beliebige Dammhöhen einführt, alſo die Stabilität einzelner, durch Horizontalebenen begrenzter Dammſtücke ins Auge faßt.

Für einen Damm ohne Böſchung iſt $m = n = o$, daher:

$$a = \frac{3b^2\gamma_1 - h^2\gamma}{6b\gamma_1} = {}^1/_2 b - \frac{h^2\gamma}{6b\gamma_1}$$ (vergl. Bd. II, §. 12).

Bei einem Damme mit 45° Böſchung zu beiden Seiten iſt $m = n = 1$, daher:

$$a = \frac{3(2h^2 + 3bh + b^2)\gamma_1 + (4h + 3b)h\gamma}{3[2(b+h)\gamma_1 + h\gamma]};$$

iſt nun noch $b = h$, ſo hat man:

$$a = \frac{18\gamma_1 + 7\gamma}{4\gamma_1 + \gamma} \cdot \frac{h}{3},$$

nimmt man endlich $\gamma_1 = 2\gamma$ an, ſo erhält man:

$$a = {}^{43}/_{27} h = {}^{43}/_{27} b,$$

oder, da dann die untere Dammbreite $b_1 = 3b$, alſo $b = {}^1/_3 b_1$ iſt,

$$a = {}^{43}/_{81} b_1.$$

Nach Vauban iſt hinreichende Sicherheit vorhanden, wenn

$$a = {}^5/_9 \cdot \frac{b_1}{2} = {}^5/_{18} b_1$$ ausfällt (ſ. Bd. II, §. 14);

im letzten Falle wäre alſo eine übermäßige Sicherheit vorhanden. Am angemeſſenſten für Teichdämme möchte es jedoch ſein, mindeſtens $a = 0{,}4\, b_1$ zu machen, alſo die Widerſtandslinie 4 Zehntel der unteren Breite von der Hinterfläche abweichen zu laſſen.

Beiſpiel. Man ſoll die Widerſtandslinie für einen Teichdamm angeben, deſſen vordere Böſchung $m = 1$, hintere Böſchung $n = {}^1/_2$ und Dammkappenbreite $b = 10$ Fuß iſt, vorausgeſetzt, daß die Dammmaſſe das ſpecifiſche Gewicht $= 2$ hat. Hier iſt

$$a = \frac{2(3h^2 + 60h + 300) + ({}^5/_2 h + 30)h}{3(3h + 40 + h)} = \frac{1200 + 300h + 17h^2}{24(10 + h)};$$

es stellt sich daher heraus:

für $h = 0$, $a = 5$ Fuß; für $h = 5$ Fuß, $a = \frac{3125}{360} = 8{,}68$ Fuß;

für $h = 10$ Fuß, $a = \frac{5900}{480} = 12{,}29$ Fuß; für $h = 15$ Fuß, $a = \frac{9525}{600} = 15{,}87$ Fuß;

für $h = 20$ Fuß, $a = \frac{14000}{720} = 19{,}44$ Fuß u. s. w.

Für eine sehr große Dammhöhe läßt sich

$$a = \frac{17\,h}{24} \text{ und } b = {}^3/_2\,h, \text{ also } \frac{a}{b} = {}^{17}/_{36}$$

setzen. Da $^{17}/_{36}$ schon größer als 0,4 ist, so würde dieser Damm selbst bei einer unendlichen Höhe sicher vor dem Kippen sein.

Anmerkung. Nach der Formel $b = \frac{3h - a}{2}$ im Beispiele Bd. I, §. 360 ist, wenn man $a = mh$ setzt,

$$2b = (3 - m)\,h, \text{ daher:}$$

$$h = \frac{2b}{3 - m},$$

also im letzten Beispiele, wo $m = 1$ ist,

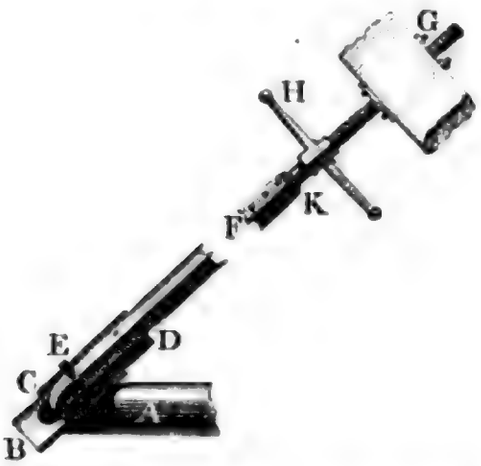
$$h = b = 10 \text{ Fuß zu machen.}$$

Ablassen der Teiche. Zum Ablassen des Wassers aus den Teichen §. 159
dienen die Teichgerinne und die Fluther. Jene gehen durch den Teichdamm hindurch und dienen zum regelmäßigen Abzapfen, diese aber sind bloße Einschnitte im Damme und haben den Zweck, das im Uebermaß zufließende Wasser eines bereits gefüllten Teiches abzuleiten. Zuweilen hat ein Teich mehrere Teichgerinne und mehrere Fluther. Das tiefste oder im tiefsten Punkte des Teiches einmündende Gerinne wird in der Regel nur beim gänzlichen Ablassen und Fischen des Teiches geöffnet, und heißt deshalb das Schlämm- oder Fischgerinne; das höher liegende Gerinne hingegen endigt sich in dem Graben, durch welchen das Wasser auf die Maschinen geführt wird, und heißt deshalb das Mühl- oder Maschinengerinne. Bei tiefen Teichen ist es sehr zweckmäßig, zwei oder mehrere, in verschiedenen Höhen einmündende Maschinengerinne anzuwenden, und das Wasser, so lange es geht, immer durch das höhere Gerinne abzulassen, um so viel wie möglich Gefälle für die Maschinen übrig zu behalten. Auch kann man, um denselben Zweck zu erreichen, das durch das Teichgerinne abgeführte Wasser außerhalb des Teiches in einem hohen Behälter auffangen, und aus demselben durch mit Schiebern oder Schützen zu versehenden Mündungen in das eine oder andere Aufschlaggerinne fließen lassen.

Die Teichgerinne sind entweder hölzern, oder steinern, oder eisern; die letzten sind die besten. Man verwendet dazu gußeiserne Röhren von 1 bis $2^1/_2$ Fuß Weite. Zum Reguliren des Abflusses dient der Zapfen oder Striegel. Die in neuerer Zeit hier in Anwendung gebrachten Striegel

haben eine Einrichtung, wie ſie Fig. 321 vor Augen führt. Es iſt hier A der Kopf des Teichgerinnes mit der außen abgeſchliffenen Kopfplatte B, CD ein innen abgeſchliffener gußeiſerner Schieber, EF die bis auf die Dammkappe hinaufführende Striegelſtange oder der Striegelſchaft, E eine mit dem Schieber feſt verbundene und über die Kopfplatte weggreifende Schiene, wodurch der Schieber gegen die Kopfplatte gedrückt wird; es iſt ferner G ein ſtarker Steg über der Teichkappe und innerhalb des Teichhäuschens, GK eine Schraubenſpindel, welche durch eine in dem Stege feſtſitzende Mutter hindurchgeht, bei K durch ein Gewinde mit dem Zapfenſchaft verbunden iſt, und durch einen Schlüſſel H in Umdrehung geſetzt werden kann. Man kann nun leicht ermeſſen, wie durch dieſe Umdrehung der Schieber mittels ſeines Schaftes gehoben oder geſenkt, oder die Eintrittsöffnung in das Teichgerinne vergrößert oder verkleinert werden kann.

Fig. 321.



Das Teichgerinne muß einen Querſchnitt erhalten, welcher ſelbſt bei dem niedrigſten Waſſerſtande und bei vollſtändiger Eröffnung noch das erforderliche Waſſerquantum hindurchläßt. Iſt Q die pr. Secunde abzulaſſende Waſſermenge, h die gegebene kleinſte Druckhöhe, l die Länge, d die Weite des Teichgerinnes, ζ_0 der Widerſtandscoefficient für den Eintritt und ζ der Reibungscoefficient für die Bewegung in dem Teichgerinne, ſo hat man nach Bd. I, §. 430:

$$d = \sqrt[5]{\frac{(1 + \zeta_0)\, d + \zeta l}{2 g h} \cdot \left(\frac{4 Q}{\pi}\right)^2},$$

oder einfacher:

$$d = 0{,}4817 \sqrt[5]{[(1 + \zeta_0)\, d + \zeta l]\, \frac{Q^2}{h}} \text{ Fuß}.$$

Wenn man nun ζ_0 aus der Tabelle in Bd. I, §. 423 und ζ aus der Tabelle in Bd. I, §. 429 wählt, ſo läßt ſich hiernach auf dem Wege der Näherung die geſuchte Gerinnweite berechnen. Bei höherem Waſſerſtande wird ein Theil der Eintrittsmündung durch den Schieber verſchloſſen, weshalb nun nach Bd. I, §. 443 ein größerer Widerſtandscoefficient für den Eintritt einzuführen iſt. Iſt die Eintrittsöffnung ſehr klein, ſo füllt endlich das Waſſer das Teichgerinne gar nicht mehr aus, und es iſt dann einfach der Inhalt dieſer Einmündung:

$$F = \frac{Q}{\mu\sqrt{2gh}} = \frac{(1+\sqrt{\zeta_0})\,Q}{\sqrt{2gh}},$$

wo ζ_0 ebenfalls aus §. 443 genommen werden muß. Mit Hülfe der S. 152 u. ſ. w. im „Ingenieur“ mitgetheilten Kreisſegmententabelle läßt ſich hieraus die Schieberſtellung ſelbſt finden.

Die Fluther oder Fluthbetten werden wegen der leichteren Ableitung des Waſſers nahe an den Gehängen in den Damm eingeſchnitten. Sie ſind höchſtens 5 Fuß tief, 10, 20 und mehr Fuß lang und erhalten, wie die Wehre, ein ſteinernes Bette. Uebrigens rüſtet man ſie noch mit Schützen und Rechen aus.

Beiſpiele. 1. Welche Weite iſt einem Teichgerinne von 100 Fuß Länge zu ertheilen, welches bei 1 Fuß Druckhöhe noch 10 Cubikfuß Waſſer pr. Secunde abführt? Führen wir den einer Dammneigung von 40° entſprechenden Coefficienten $\zeta_0 = 0{,}870$, und den einer Geſchwindigkeit von 5 Fuß entſprechenden Reibungscoefficienten $\zeta = 0{,}022$ ein, ſo erhalten wir die Formel:

$$d = 0{,}4817\,\sqrt[5]{(1{,}870\,d + 2{,}2).100},$$

welcher $d = 1{,}7$ ſo ziemlich entſpricht, denn ſetzt man rechts $d = 1{,}7$, ſo folgt links:

$$d = 0{,}4817\,.\sqrt[5]{537{,}9} = 1{,}694 \text{ Fuß}.$$

Es iſt alſo hiernach ein Gerinne von $1{,}7\,.\,12 = 20{,}4$ Zoll anzuwenden.

2. Wie tief iſt der Schieber zu ſtellen, damit das vorige Gerinne bei 16 Fuß Druckhöhe ebenfalls nur 10 Cubikfuß Waſſer liefert? Nehmen wir an, daß hier das Gerinne nicht vollfließt, ſo haben wir:

$$F = \frac{(1+\sqrt{\zeta_0})\,Q}{\sqrt{2gh}} = \frac{(1+\sqrt{0{,}87}).10}{7{,}906\,.\sqrt{16}} = \frac{19{,}327}{7{,}906\,.\,4} = 0{,}611 \text{ Quadratfuß}.$$

Dieſes Segment vom Halbmeſſer $\frac{1{,}7}{2}$ auf den Halbmeſſer 1 reducirt, fällt nun

$$F = 0{,}611 \cdot \frac{4}{2{,}89} = 0{,}846$$

aus, und es giebt nun die Segmententabelle im „Ingenieur“ die entſprechende Bogenhöhe oder Schieberſtellung:

$$s = 0{,}629 \cdot \frac{1{,}7}{2} = 0{,}535 \text{ Fuß} = 6{,}42 \text{ Zoll}.$$

Canäle. Man führt das Aufſchlagwaſſer in Canälen, Gräben und Gerinnen aus den Wehren, Teichen und anderen Sammelapparaten nach dem Punkte des Bedarfes, d. i. nach den Maſchinen, welche es in Bewegung ſetzen ſoll. Die Canäle werden in der Regel in die natürliche Erdoberfläche eingeſchnitten, zuweilen aber auch in einen künſtlich aufgeworfenen Damm gebettet; ſie werden ferner mittels Brücken (Aquäducte) in größerer Höhe über der Erdoberfläche oder unterirdiſch (in Röſchen) unter derſelben fortgeführt. Das Bett wird entweder durch natürliche Erde, Sand oder Steine, oder durch künſtlichen Mörtel gebildet, oder es wird ausgemauert, §. 160

oder es beſteht daſſelbe in einem hölzernen, ſteinernen oder eiſernen Gerinne. Das Querprofil eines Canales iſt ein geradliniges oder wenig gebauchtes Trapez, das eines Gerinnes aber in der Regel ein Rechteck. Das Nöthigſte über die zweckmäßigſte Form der Querprofile iſt bereits in Bd. I, §. 472 u. f. w. abgehandelt worden. Die Querprofile bei Aufſchlagecanälen ſind meiſtens im Mittel $1\frac{1}{2}$- bis 3mal ſo lang als tief, bei Schifffahrtscanälen aber iſt ihre Tiefe 5- bis 10mal in ihrer mittleren Länge enthalten. Mit Mörtel ausgemauerten Canälen giebt man wenig oder gar keine Böſchung, Canälen mit Trockenmauerung giebt man $\frac{1}{2}$ Böſchung, in dichter Erde ausgehobene Canäle erhalten aber die Böſchung 1 und in Sand und lockere Erde ausgehobene Canäle die Böſchung 2. Die Conſtruction eines Canales in einem nicht waſſerdichten Boden führt Fig. 322 vor Augen. Hier ſind die Seiten und der Boden 1 bis 2 Fuß dick mit Lehm ausgerammelt, und wenig geböſchte Seitenmauern AD und BC von $1\frac{1}{2}$ bis 2 Fuß

Fig. 322.

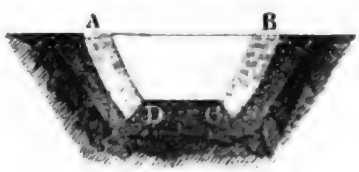
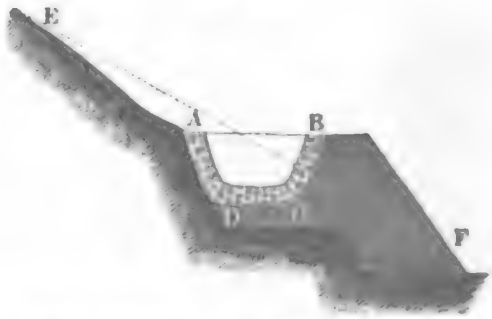


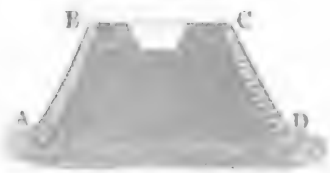
Fig. 323.

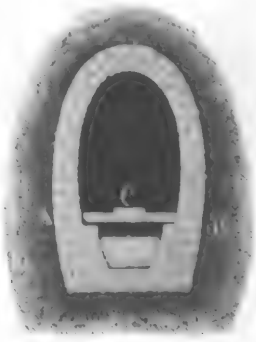


Dicke angeſetzt. Wird der Canal an einem Gehänge EF, Fig. 323, hingeführt, ſo ſchneidet man ihn nur zum Theil ein und benutzt die ausgehobene Erde zur Bildung des übrigen Theiles. Um die Sohle CD zu ſchützen iſt dieſelbe, wie die Seiten, ausgemauert. Höhere Dämme, auf welchen Canäle fortgeführt werden, verſieht man mit Futtermauern AB und CD, Fig. 324. Unterirdiſche Canäle ſtehen entweder in feſtem Geſteine oder ſind ausgemauert, wie Fig. 325 vor Augen führt. Um Röſchen

Fig. 325.

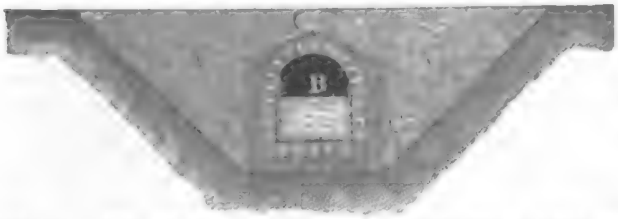
Fig. 324.





begehen zu können, erhalten dieſelben eine angemeſſene Höhe und ein auf Stegen *AB* liegendes Laufbrett *C*. Die in einem Gebirgseinſchnitt *AA* (Fig. 326) liegende Waſſerleitung *B* iſt rund herum ausgemauert, innen mit Cement überzogen, und außen mit einer Lehmhülle umgeben.

Fig. 326.



Ein hölzernes Gerinne oder Spundſtück iſt in Fig. 327 abgebildet. Daſſelbe beſteht aus den durch Pfoſten gebildeten Borden oder Seitenwänden *AA*, aus dem durch Bretter gebildeten und auf Tragleiſten *CC* ruhenden Boden *B*, und wird durch Geviere, wie *DEFG*, zuſammengehalten. Die Verdichtung in den Stoßfugen wird durch feines Moos oder durch Kitt u. ſ. w. bewirkt. Die Conſtruction gußeiſerner Gerinne iſt aus Fig. 328 erſichtlich. Hier ſind die Seitenwände mit Lappen, wie *AB*, *BC* u. ſ. w., verſehen, und es erfolgt die Zuſammenſetzung durch Schrauben, welche durch je zwei Lappen hindurchgehen.

Fig. 327.

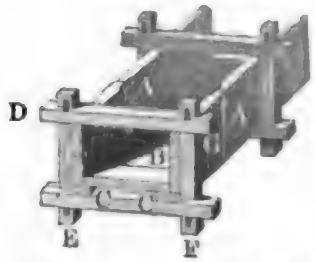
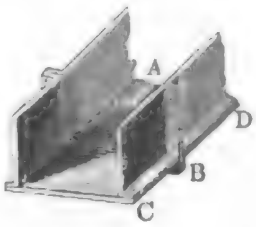
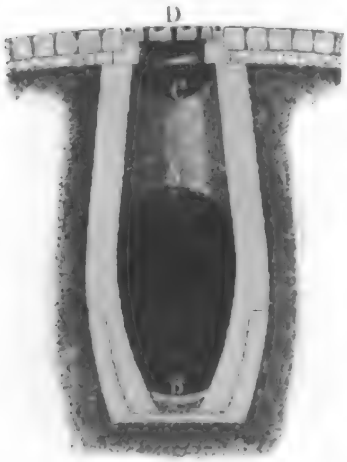


Fig. 328.



Zu den unterirdiſchen Waſſerleitungen gehören auch die Straßenſchleuſen oder verdeckten Abzugscanäle unter den Straßen (franz égouts; engl. sewers). Sie unterſcheiden ſich von den gewöhnlichen unterirdiſchen Waſſerleitungen nur dadurch, daß das Waſſer, welches dieſelben fortführen, ſehr unrein und mit vielen fremden Stoffen angefüllt, und daß die Menge deſſelben innerhalb weiter Grenzen ſehr veränderlich iſt. Deshalb erhalten dieſelben ein großes Gefälle von mindeſtens $^1/_{50}$ der Länge. Damit ſie dem Erddruck hinreichend widerſtehen können, giebt man dieſen Schleuſen eine eiförmige Umfangsmauer *AB*, Fig. 329, und damit ſie die nöthige Waſſerdichtigkeit erhalten, verwahrt man die Sohle derſelben durch eine Betonſchicht *B* u. ſ. w. Noch verſieht man dieſe Schleuſen mit Lichtlöchern, wie z. B. *C*, welche mittels durchlöcherter eiſerner Deckel *DD* verſchloſſen werden.

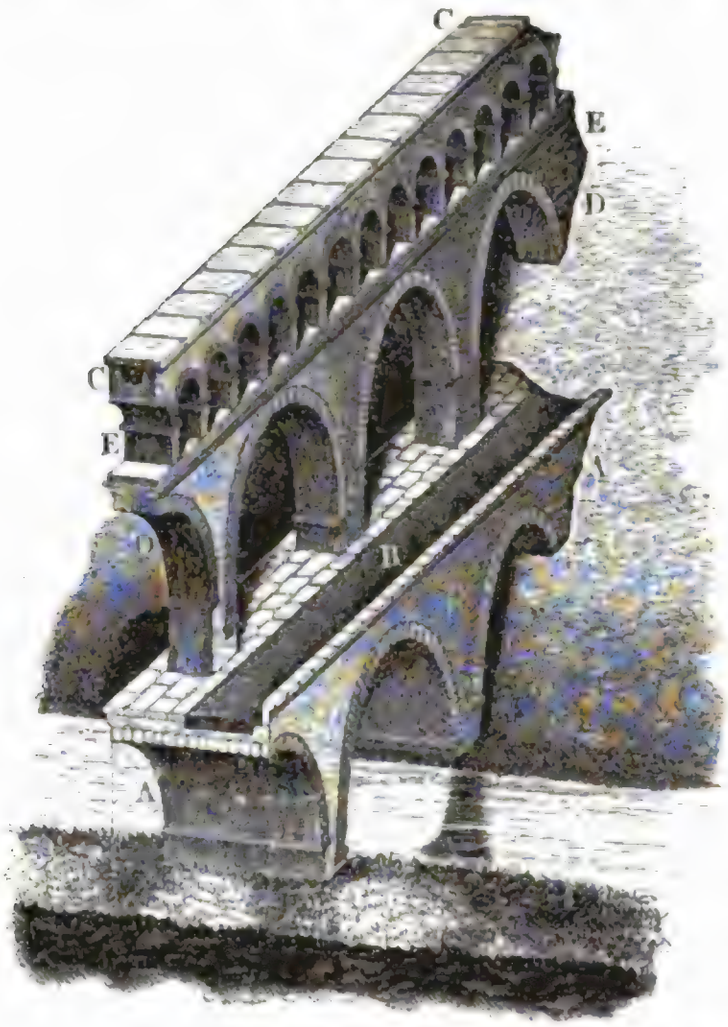
Fig. 329.



Digitized by Google

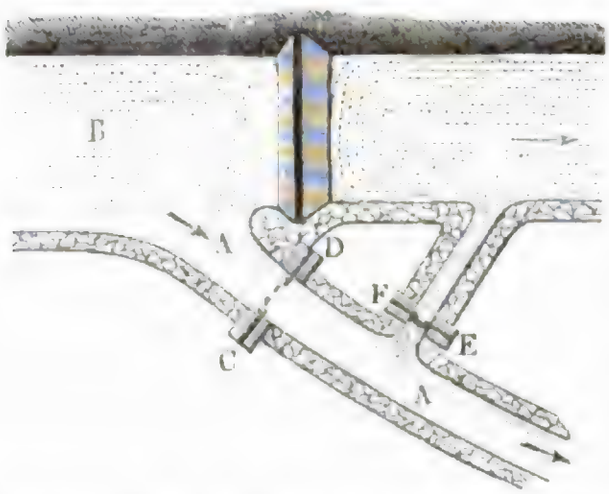
Anmerkung. Ein Beiſpiel von einem antiken Aquäduct führt Fig. 330 vor Augen. Es iſt dies eine monodimetriſche Abbildung von dem 160 Fuß hohen Aquäduct du Gard bei Nismes. Der Canal *CC*, in welchem das Waſſer floß, iſt $4\frac{1}{2}$ Fuß breit und 5 Fuß hoch; er ruht auf drei übereinander ſtehenden Bogenreihen und iſt durch ſteinerne Platten bedeckt. Die untere Bogenreihe *AA* beſteht aus ſechs Halbkreisbögen von 55 bis 77 Fuß Spannung und trägt zugleich eine gewöhnliche Fahrſtraße *B*. Die mittlere Bogenreihe *DD* beſteht aus zehn Bögen und die oberſte Bogenreihe *EE* aus einer ſehr großen Anzahl kleiner Bögen, iſt aber an den Enden bereits eingeſtürzt.

Fig. 330.



§. 161 Die Einmündung eines Canales *AA*, Fig. 331, in einen Fluß *B* iſt durch allmälige Erweiterung und Abrundung zu bewirken, die Ufer ſind durch Mauerung und durch eine zwiſchen Lehmrammelung ſtehende Spundwand *CD* vor den zerſtörenden Wirkungen des fließenden Waſſers zu ſchützen. Uebrigens läßt ſich das Schützenwerk, welches zum Reguliren des Waſſers dient, gleich in das Bundwerk der Spundwand oder der ſogenannten Verheerdung einſetzen. Um das durch beſondere Umſtände, z. B. durch ſtarke Regengüſſe, Thauſluthen u. ſ. w.

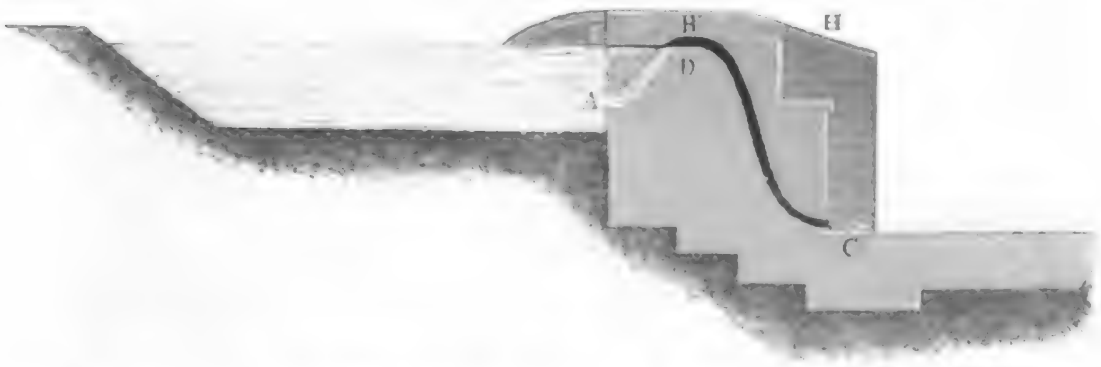
Fig. 331.



herbeigeführte Ueberlaufen oder Ueberfüllen der Canäle zu verhindern, ſind noch Abläſſe, Abſchläge oder Fluther anzubringen. Dieſe ſind kurze, ſeitwärts einmündende Canäle mit einem ſtarken Gefälle. Man ſchützt dieſelben durch Mauerung, Lehmrammelung und Verheerdung, wie EF, Fig. 331 zeigt, und ſperrt ſie für gewöhnlich durch eingeſetzte Pfoſten oder bewegliche Schützen. Auch verſieht man wohl zu demſelben Zwecke den Wehrdamm mit einem Fluther.

Um endlich noch das nöthige Ablaſſen des Waſſers aus Canälen von ſelbſt, ohne Beihülfe eines Aufſehers zu bewirken, wendet man beſondere Mechanismen, wie z. B. Schwimmer, an, welche beim Anſchwellen des Waſſers im Canale ſteigen und dabei die meiſt in einer Klappe oder Thür beſtehende Schütze öffnen, oder man bedient ſich eines Kaſtens, in welchen Waſſer einfließt, wenn daſſelbe im Canale eine gewiſſe Höhe überſchritten hat, und welcher beim Niederſinken die Ausflußklappe öffnet. Am einfachſten iſt aber der Heber ABC, Fig. 332, mit einer Luftröhre DE. Sowie der Waſſerſpiegel im Canale in das Niveau des Heberſcheitels B kommt, ſo füllt ſich

Fig. 332.



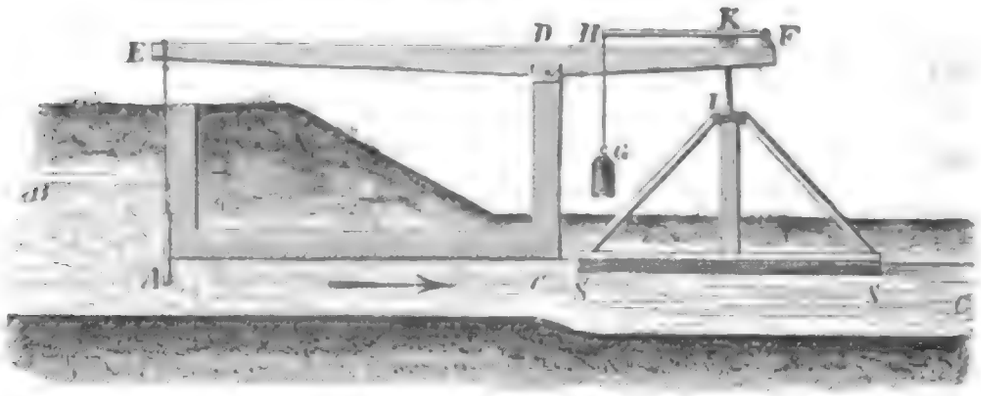
der letztere ganz mit Waſſer und es fließt daſſelbe bei C mit gefülltem Querſchnitte und unter einer Druckhöhe ab, welche der Tiefe CH der Ausmündung C unter dem Waſſerſpiegel gleichkommt. Sinkt aber das Waſſer wieder bis zur Luftröhre, ſo dringt Luft ein, und es endigt ſich dadurch der Ausfluß. Füllt das Waſſer nur einen Theil des höchſten Röhrenquerſchnittes BD aus, ſo tritt natürlich nur das Ausflußverhältniß eines Ueberfalles ein.

Eine ſich ſelbſt ſtellende Schütze iſt in Fig. 333 (a. f. S.) abgebildet. Es iſt hier die Schütze A, welche das aus B nach C abfließende Waſſer reguliren ſoll, an einem um D drehbaren Hebel EF aufgehangen, der mit einem auf dem abfließenden Waſſer CC ruhenden Schwimmer SS in Verbindung ſteht. Steigt das Waſſer CC und mit ihm SS, ſo ſinkt die Schütze A, und fällt CC, ſo wird A mittels SS gehoben; im erſten Falle wird aber die Ausflußmenge bei A vermindert, und im zweiten vergrößert,

Digitized by Google

jedenfalls alſo die dem Steigen oder Sinken von SS entſprechende Zu- oder Abnahme des Abflußwaſſers wieder aufgehoben. Um dem Steigen des

Fig. 333.



Schwimmers kein Hinderniß entgegenzuſetzen, wenn die Schütze A geſchloſſen und CC in Folge von Regengüſſen angeſchwollen iſt, läßt man die Schwimmer mittels eines Bolzens KL auf einen Hebel FH wirken, der durch ein Gewicht G niedergezogen wird.

§. 162 **Canalgefälle.** Die **Geſchwindigkeit des Waſſers** in einem Canale ſoll eine mittlere ſein; nicht zu klein, weil ſich außerdem derſelbe leicht verſchlämmt oder verſandet, und nicht zu groß, weil ſonſt das Bett nicht hinreichenden Widerſtand leiſtet, und weil eine große Geſchwindigkeit ein zu großes Gefälle für den Canal in Anſpruch nimmt und es den Maſchinen entzieht. Um das Abſetzen von Schlamm zu verhindern, ſoll die mittlere Geſchwindigkeit mindeſtens 7 bis 8 Zoll übertreffen, da, wo aber das Abſetzen von Sand zu befürchten iſt, ſoll man dieſelbe nicht unter $1^1/_4$ Fuß zulaſſen. Was die Maximalgeſchwindigkeit des Waſſers in Canälen anlangt, ſo hängt dieſe von der Beſchaffenheit des Bettes ab; damit dieſes nicht angegriffen wird, darf die Geſchwindigkeit am Boden nicht überſchreiten:

bei ſchlammigem Boden $^1/_4$ Fuß,
„ thonigem Boden $^1/_2$ Fuß,
„ ſandigem Boden 1 Fuß,
„ kieſigem Boden 2 Fuß,
„ grobſteinigem Boden 4 Fuß,
„ einem Boden von Conglomerat oder Schiefergeſtein 5 Fuß,
„ einem Boden von geſchichtetem Geſteine 6 Fuß,
„ einem Boden von hartem und ungeſchichtetem Geſteine 10 Fuß.

Wenn nun auch die Geſchwindigkeit am Boden kleiner iſt als die mittlere Geſchwindigkeit im ganzen Querprofile, ſo wird es doch der Sicherheit wegen gut ſein, ſelbſt mit der letzteren die eben angegebenen Grenzen nicht zu überſchreiten.

Aus der angenommenen mittleren Geſchwindigkeit c und aus dem fortzuführenden Waſſerquantum Q ergiebt ſich nun der Inhalt des Querprofiles

F, und hieraus wieder der Umfang p des Waſſerprofiles; ſetzt man nun dieſe Werthe in die Formel

$$\delta = \frac{h}{l} = \xi \cdot \frac{p}{F} \cdot \frac{c^2}{2g} \text{ (ſ. Bd. I, §. 475 u. ſ. w.)}$$

ein, ſo bekommt man den erforderlichen Abhang δ des Canales, aus dem ſich wieder das Gefälle auf die ganze Canallänge l, $h = \delta l$ ergiebt.

Hiernach erhält man allerdings unter verſchiedenen Verhältniſſen ſehr verſchiedene Abhänge; da indeſſen, ξ im Mittel $= 0{,}007565$, c in der Regel zwiſchen 1 und 5 Fuß und bei Aufſchlagecanälen, $\frac{p}{F}$ zwiſchen $^1/_5$ und 2 gelegen iſt, ſo folgen die Grenzen der Abhänge bei dieſen Canälen:

$$0{,}007565 \,.\, {}^1/_5 \,.\, 1 \,.\, 0{,}016 = 0{,}000024 \text{ und}$$
$$0{,}007565 \,.\, 2 \,.\, 25 \,.\, 0{,}016 = 0{,}00605.$$

Den Abzugscanälen giebt man in der Regel ein größeres Gefälle, um eine größere Geſchwindigkeit zu erzeugen und das Waſſer, nachdem es gewirkt hat, ſchnell von der Umtriebsmaſchine zu entfernen.

Da nach Bd. I, §. 474 für Canäle mit ähnlichen Querprofilen $\frac{p}{F} = \frac{m}{\sqrt{F}}$ iſt, ſo folgt die Neigung der Canalſohle $\delta = \xi \frac{m}{\sqrt{F}} \cdot \frac{c^2}{2g}$; und es fällt alſo hiernach dieſelbe um ſo größer aus, je kleiner das Querprofil des Canales iſt.

Aus demſelben Grunde haben bei gleicher Geſchwindigkeit große Flüſſe und Ströme einen kleineren Fall als Bäche und Canäle. Beziehen ſich p, F, l und c auf einen Graben und p_1, F_1, l_1 und c_1 auf eine Flußſtrecke, neben welcher der Graben hinläuft, iſt folglich $h = \xi \frac{pl}{F} \frac{c^2}{2g}$ das Gefälle des erſteren und $h_1 = \xi \frac{p_1 l_1}{F_1} \frac{c_1^2}{2g}$ das der letzteren, ſo fällt das durch die Grabenführung gewonnene nutzbare Gefälle

$$h_2 = h_1 - h = \xi \frac{p_1 l_1}{F_1} \frac{c_1^2}{2g} - \xi \frac{pl}{F} \frac{c^2}{2g} \text{ aus.}$$

Da in der Regel $\frac{p_1}{F_1} < \frac{p}{F}$ ausfällt, ſo iſt zu fordern, daß $l c^2 < l_1 c_1^2$, daß alſo die Grabenſtrecke kürzer ſei als die Flußſtrecke, und daß die Geſchwindigkeit des Waſſers in der erſteren kleiner ausfalle als in der letzteren.

Anmerkungen. 1. Hieſigen Aufſchlagegräben giebt man 0,00025 bis 0,0005, den Abzugsgräben aber 0,001 bis 0,002 Abhang. Die urſprünglich römiſche Waſſerleitung zu Arcueil bei Paris hat $\delta = 0{,}000416$, die New-River-Waſſerleitung in London aber $\delta = 0{,}00004735$ u. ſ. w.

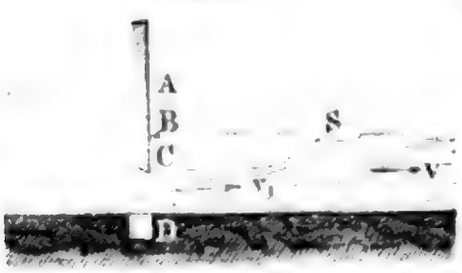
2. Plötzliche Richtungs- und Querſchnittsveränderungen ſind bei einem Canale zu vermeiden, weil dadurch nicht nur Gefälle verloren geht, ſondern auch nachtheilige Wirkungen auf das Bett deſſelben entſtehen. Wenn man Canäle an Gehängen hinführt, ſo ſind Krümmungen nicht zu vermeiden, und es iſt dann wenigſtens dafür zu ſorgen, daß dieſelben große Halbmeſſer oder wenigſtens größere Querſchnitte erhalten.

3. Durch das Anſetzen von Schlamm, Sand und Eis, ſowie durch Einwachſen von Waſſerpflanzen, wie Schilf u. ſ. w., wird das Querprofil der Canäle verengt, und dadurch ebenfalls ein Gefällverluſt herbeigeführt. Man ſoll daher die Canäle von Zeit zu Zeit von ſolchen Hinderniſſen befreien, übrigens aber die Bildung derſelben, zumal durch Bedeckung der Canäle, zu verhindern ſuchen. Endlich verliert ein Canal auch Waſſer durch Verdunſtung und Verſickerung, gewinnt aber auch wieder durch Quellen und Regen. Sichere Angaben laſſen ſich jedoch hierüber nicht machen.

4. Wenn man in der Formel $h = \zeta \frac{ml}{\sqrt{F}} \frac{c^2}{2g} = \zeta \frac{ml\,Q^2}{2\,g\,F^{7/3}}$, F um $\triangle F$ zunehmen läßt, ſo nimmt h um $\triangle h = {}^5/_2\,\zeta \frac{ml\,Q^2 \triangle F}{2\,g\,F^{7/3}}$ ab, und es iſt $\frac{\triangle h}{h} = -{}^5/_2 \frac{\triangle F}{F}$ ſowie $\frac{\triangle F}{F} = -{}^2/_5 \frac{\triangle h}{h}$. Es iſt alſo die relative Gefällvergrößerung $= {}^5/_2$mal der relativen Querſchnittsverminderung, ſowie die relative Querſchnittsvergrößerung $= {}^2/_5$mal der relativen Gefällverminderung. Die Waſſermenge bleibt z. B. dieſelbe, ob man den Querſchnitt des Grabens um 2 Procent größer oder kleiner, oder ob man das Gefälle deſſelben um 5 Procent kleiner oder größer macht.

§. 163 **Schützen.** Der Eintritt des Waſſers in einen Canal iſt entweder frei oder durch eine Schütze zu reguliren. Tritt das Waſſer frei aus dem Wehrteiche oder einem Reſervoir, worin es als ſtillſtehend anzunehmen iſt, ſo bildet ſich eine Senkung des Waſſerſpiegels, welche auf die Erzeugung der Geſchwindigkeit v des Waſſers im Canale verwandt wird, daher $= \frac{v^2}{2g}$ iſt, und allemal vom ganzen Canalgefälle abgezogen werden muß. Bei mittleren Geſchwindigkeiten von 3 bis 4 Fuß beträgt jedoch dieſe Senkung nur $1^1/_2$ bis 3 Zoll. Wird der Eintritt des Waſſers in einen Canal durch ein Schutzbrett regulirt, ſo ſind zwei Fälle von einander zu unterſcheiden. Entweder fließt das Waſſer frei durch die Schutzöffnung, oder es fließt unter dem die Vorderfläche des Schutzbrettes zum Theil bedeckenden Unterwaſſer aus. In der Regel iſt die Höhe des im Graben fortfließenden Waſſers größer als die Oeffnungshöhe und es bildet ſich deshalb in einer gewiſſen Entfernung vor der Schütze AC, Fig. 334, ein Sprung S. Die Höhe $BC = x$ dieſes Sprunges beſtimmt ſich aus der Geſchwindigkeit v des fortfließenden und

Fig. 334.



aus der Geſchwindigkeit v_1 des ankommenden Waſſers mittels der Formel:

$$x = \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v^2}{2g},$$

und zieht man dieſe Höhe von der die Geſchwindigkeit v_1 erzeugenden Druckhöhe

$$AC = h = \frac{v_1^2}{2g}$$

ab, ſo bleibt das zur Erzeugung der Anfangsgeſchwindigkeit v verwendete Gefälle

$$AB = h_1 = h - x = \frac{v_1^2}{2g} - \left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}\right) = \frac{v^2}{2g};$$

und zwar genau ſo groß wie beim freien Eintritt. Da die Mündung nie vollkommen glatt und abgerundet iſt, ſo wird ſie allerdings noch ein Hinderniß darbieten und das Gefälle noch um 10 oder mehr Procent vergrößern.

Setzen wir den Inhalt des Querſchnittes vom fortfließenden Waſſer $= G$ und den der Oeffnung CD, $= F$, ſowie den Contractionscoefficienten $= \alpha$, ſo erhalten wir:

$$Gv = \alpha F v_1,$$

und daher die Sprunghöhe:

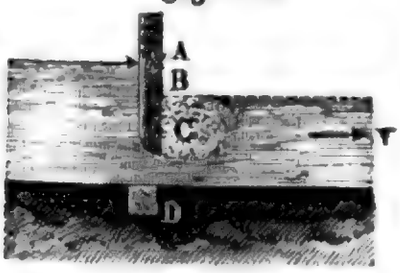
$$x = a - a_1 = \left[1 - \left(\frac{\alpha F}{G}\right)^2\right] \frac{v_1^2}{2g}.$$

Statt $\frac{v_1^2}{2g}$ die Geſchwindigkeits- oder Druckhöhe $\overline{AC} = h$ und den Widerſtandscoefficienten ξ_0 eingeführt, ſowie $h = (1 + \xi_0) \frac{v_1^2}{2g}$ geſetzt, folgt

$$x = \left[1 - \left(\frac{\alpha F}{G}\right)^2\right] \frac{h}{1 + \xi_0}.$$

Iſt anfänglich die Differenz $a - a_1$ der Waſſerhöhen a und a_1 kleiner als $= \left[1 - \left(\frac{\alpha F}{G}\right)^2\right] \frac{v_1^2}{2g}$, ſo zieht ſich der Sprung bis zu einer gewiſſen Stelle S ſtromabwärts; iſt ſie hingegen größer, ſo zieht er ſich aufwärts, ſo daß zuletzt der in Fig. 335 abgebildete Ausfluß unter Waſſer eintritt. Hier wird die Druckhöhe $AB = h$ nicht allein auf die Erzeugung der Geſchwindigkeit v des fortfließenden Waſſers, ſondern auch auf die Ueberwindung des Hinderniſſes verwendet, welches ſich herausſtellt, wenn die Geſchwindigkeit v_1 in der Mündung plötzlich in die Geſchwindigkeit v im Canale verwandelt wird. Setzen wir den Inhalt der Mündungsfläche $\overline{CD} = F$ und den Querſchnitt des Canales, $= G$, ſo haben wir die durch dieſen Uebergang verlorene Druckhöhe

Fig. 335.



$$h_1 = \frac{(v_1 - v)^2}{2g} = \left(\frac{G}{\alpha F} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g},$$

und daher das erforderliche Gefälle:

$$AB = h = \frac{v^2}{2g} + \left(\frac{G}{\alpha F} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g},$$

d. i.:

$$h = \left[1 + \left(\frac{G}{\alpha F} - 1\right)^2\right] \frac{v^2}{2g}.$$

Man ſieht, daß dieſes Gefälle oder der Niveauabſtand des Waſſers vor und hinter dem Schutzbrette um ſo größer ausfällt, je kleiner die Schutzöffnung F in Anſehung des Canalquerſchnittes G iſt.

Beiſpiel. Ein Canal hat 5 Fuß mittlere Breite und liefert bei 3 Fuß Tiefe 45 Cubikfuß Waſſer pr. Secunde; wenn nun ſeine Speiſung durch eine 4 Fuß weite und 1 Fuß hohe Schutzöffnung erfolgt, um wie viel wird das Waſſer hinter dem Schutzbrette tiefer ſtehen als vor demſelben? Es iſt:

$G = 5.3 = 15$ Quadratfuß und $F = 4.1 = 4$ Quadratfuß; ferner:

$v = {}^{45}/_{15} = 3$ Fuß und $v_1 = \frac{3.15}{4} = {}^{45}/_{4} = 11{}^{1}/_{4}$ Fuß.

Da nun $\left[1 - \left(\frac{F}{G}\right)^2\right] \frac{v_1^2}{2g} = [1 - ({}^{4}/_{15})^2].2{,}02 = 1{,}88$ Fuß kleiner als $a - a_1 = 3 - 1 = 2$ Fuß iſt, ſo wird ein freier Ausfluß nicht ſtattfinden können. Die Formel

$$h = \left[1 + \left(\frac{G}{F} - 1\right)^2\right] \frac{v^2}{2g}$$

giebt den geſuchten Niveauabſtand:

$$h = (1 + 2{,}75^2).0{,}144 = 8{,}56.0{,}144 = 1{,}23 \text{ Fuß},$$

welcher jedoch wegen der Hinderniſſe in der Mündung mindeſtens noch 10 Proc. größer ſein kann.

§. 164 **Leitungsröhren.** Röhrenleitungen dienen in der Regel nur zur Fortleitung kleiner Waſſermengen, wie ſie etwa zum Speiſen einer Waſſerſäulenmaſchine mit hohem Gefälle nöthig ſind. Da ſie rings umſchloſſen ſind, ſo kann man ſie nicht bloß fallend, ſondern auch ſteigend legen. Auch kann das Neigungsverhältniß ein ganz beliebiges ſein, wenn nur die Ausmündung unter, und der höchſte Punkt der Leitung noch nicht 1 Atmoſphäre (32,84 Fuß) über, beſſer aber ebenfalls unter der Einmündung liegt. Durch Röhrenleitungen laſſen ſich alſo Thäler und Anhöhen überſchreiten, ohne Brücken und Röſchen zu erfordern. Die Leitungsröhren ſind aus Holz oder gebranntem Thon, Stein, Glas, Eiſen, Blei u. ſ. w. Am häufigſten kommen die Holz- und Eiſenröhren vor, nächſtdem aber die Steinröhren.

Zu den hölzernen Leitungsröhren verwendet man gewöhnlich Nadelholz, weil ſich daraus leicht gerade Röhren von 12 bis 20 Fuß Länge ſchneiden laſſen. Die Weite der Bohrung beträgt $1{}^{1}/_{2}$ bis 8 Zoll, ſie ſoll übrigens

ein Drittel des Röhrendurchmessers nicht übertreffen. Die Verbindungsweisen der Röhren untereinander sind aus den Figuren 336 und 337 zu ersehen. Fig. 336 zeigt eine conische Verzapfung mit einem eisernen Ringe

Fig. 336.

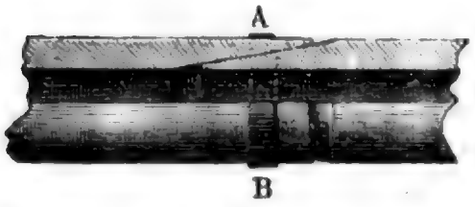
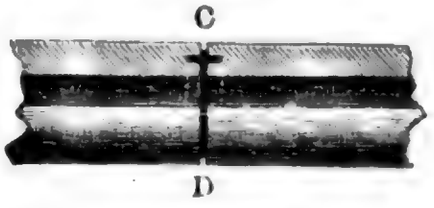


Fig. 337.



AB und einer Einlage von getheertem Hanf oder getheerter Leinwand. Fig. 337 zeigt eine Verbindung mit einer eisernen Büchse *CD*, welche mit ihren schneidigen Ringen in beide Röhrenenden 1 bis 2 Zoll tief eindringt.

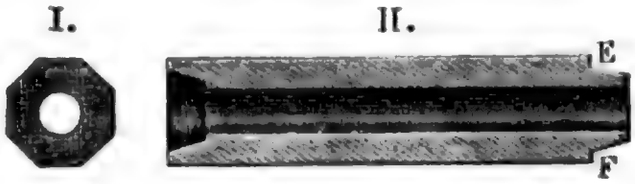
Die steinernen Röhren sind 5 bis 6 Fuß lang, sie werden stumpf zusammengestoßen, mit einem Kitte oder hydraulischem Mörtel und einem über beide Röhrenenden weggreifenden eisernen Ringe verbunden.

Es gehören hierher auch die sogenannten Steinzeugröhren, Portlandcementröhren u. s. w.

In manchen Fällen lassen sich auch Asphaltröhren mit Vortheil anwenden. Ebenso gezogene Bleiröhren, sowie zusammengelöthete Zinkröhren u. s. w.

Einen Quer- und einen Längendurchschnitt einer steinernen Röhre mit conischer Verzapfung *EF* zeigt Fig. 338, I und II.

Fig. 338.



Die eisernen Röhren zeichnen sich durch große Festigkeit und Dauerhaftigkeit vor allen anderen Röhren aus. Sie werden von sehr verschiedenen Weiten und bei mindestens $^1/_2$ Zoll Stärke, 5 bis 10 Fuß lang gegossen. Man muß sie vor dem Gebrauche einer hydrostatischen Prüfung unterwerfen. Um sie vor der Oxydation von innen zu schützen, werden dieselben ausgepicht, oder überfirnißt, oder gar mit hydraulischem Mörtel bestrichen. Uebrigens ist die Wandstärke von der Weite und vom Drucke abhängig und nach Band I, §. 363 zu bestimmen. Die Zusammensetzung der eisernen Röhren erfolgt entweder mittels Kränzen *AB* und Schrauben *CD*, wie Fig. 339 (a. f. S.) vor Augen führt, oder mittels Schnauzen *EF*, wie Fig. 340 zeigt, oder mittels Ringen (Sätteln) *GH*, welche, wie Fig. 341 andeutet, über die stumpf zusammengestoßenen Enden von je zwei Röhren weggreifen. Zur Verdichtung dient Leder, Filz, Kautschuk, Blei,

Eiſenkitt oder Holz, welches letztere in Keilform in die Fugen einzutreiben iſt. Zuweilen ſetzt man auch noch ſchwache Eiſen- oder Kupferringe ſo inwendig

Fig. 339.

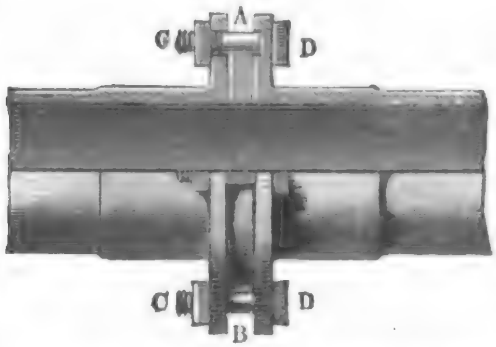
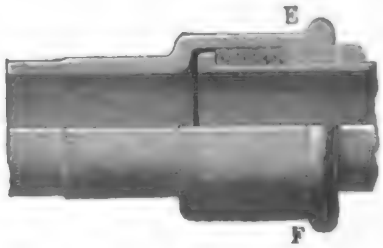


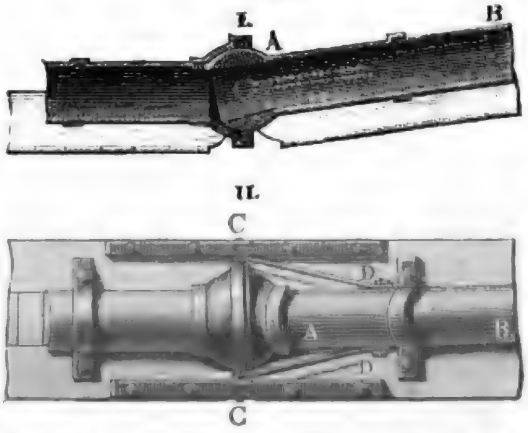
Fig. 340.



an, daß ſie über beide Röhrenenden weggreifen. Hölzerne und ſteinerne Röhren laſſen ſich ebenfalls durch Schnauzen mit eiſernen Röhren verbinden. Noch hat man auch Verbindungen mit der Nuß *A*, wie Fig. 342 I und II zeigt, durch welche ſich die Röhren unter beliebigen Winkeln zuſammenſtoßen laſſen. Dieſe Nußverbindung iſt noch mit einer Drehaxe *CC* und zwei Armen *CD*, *CD* ausgerüſtet, welche um die Axe *CC* drehbar und mit der Röhre *AB* feſt verbunden ſind.

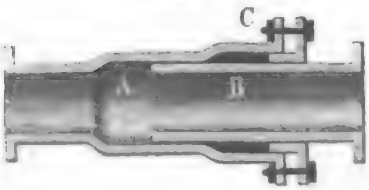
Fig. 341.

Fig. 342.



Liegen die gußeiſernen Röhren nicht tief unter oder wohl gar über der Erde, ſo erleiden dieſelben mit dem Wetter Temperaturveränderungen, die wieder eine Ausdehnung oder Verkürzung der Röhren zur Folge haben. Um nun aber die nachtheiligen Folgen dieſer Veränderung, wie z. B. das Zerſprengen, ſowie auch das Zufrieren der Röhren, zu vermeiden, müſſen ſogenannte Compenſationsröhren, wie Fig. 343, in die Leitung eingeſetzt werden. Die Längenausdehnung des Gußeiſens beträgt bei jedem Grad Wärmezunahme = 0,0000111; folglich die Längenausdehnung bei 50° Temperaturzunahme (vom tiefſten Winterfroſte bis zur höchſten

Fig. 343.



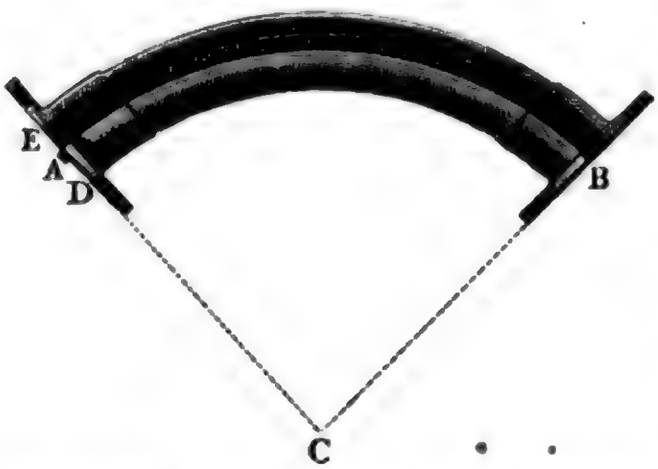
Sommerhitze) = 50 . 0,0000111 = 0,000555; ist nun die Leitungsröhre $^1/_{0,000555}$ = 1800 Fuß lang, so nimmt dieselbe folglich bei dieser Temperaturveränderung um 1 Fuß an Länge zu. Diese Ausdehnung wird nun durch die Compensationsröhre *A* wieder ausgeglichen, indem sich die folgende Röhre *B* in ihr verschiebt. Damit dies ungehindert geschehen könne, wird das Ende dieser Röhre abgedreht, und der Verschluß durch eine mit einem Polster gefüllte Stopfbüchse *C* hervorgebracht. In der Regel bringt man auf 300 Fuß Länge eine Compensationsröhre an.

Um das schon bei Null Grad Wärme eintretende Zufrieren der Röhren zu verhindern, legt man die Röhren mindestens 3 Fuß tief in die Erde, wobei natürlich auch die Zusammenziehung derselben durch die Kälte im Winter wegfällt.

Regulirung des Wassers in Leitungsröhren. Nicht immer lassen sich Röhrenleitungen gerade fortführen, sondern man muß sie bald zur Seite, bald auf- bald abwärts steigend legen. Es ist hierbei aber stets die Regel zu befolgen, plötzliche Richtungsänderungen, also Knieröhren, gänzlich zu vermeiden, krummen Röhren aber große Krümmungshalbmesser oder auch eine größere Weite zu geben. Ein solches gußeisernes Kropfstück ist in Fig. 344 abgebildet. Es ist hier der Ablenkungswinkel $ACB = 90^0$ und das Verhältniß der Röhrenweite *DE* zum Krümmungshalbmesser *CA*, = $^1/_6$. Uebrigens sind plötzliche Querschnittsveränderungen ebenfalls zu vermeiden und, sowie bei Ein- und Ausmündungen der Röhrenleitung, durch Abrundungen allmälige Uebergänge aus einem Querschnitt in einen anderen zu bewirken. Aufwärtsgehende Krümmlinge, Fig. 345 (a. f. S.), haben den Nachtheil, daß sich in ihnen die Luft *L* ansammelt, die den Querschnitt verengt, und wenn sie sich in großer Menge angehäuft hat, denselben ganz einnimmt, und dadurch die Bewegung des Wassers ganz verhindert. Um diese Anhäufung zu verhindern, setzt man senkrechte Röhren *AL*, sogenannte Luftständer, Windstöcke (franz. ventouses; engl. wind-pipes), Fig. 345, auf, durch die sich die Luft oder andere sich aus dem Wasser entwickelnde Gase entfernen können. Um sie nicht zu lang machen zu dürfen, verschließt man dieselben mit einem Hahne, der von dem Röhrenwärter von Zeit zu Zeit und jedes Mal so lange zu öffnen ist, bis sich alle Luft entfernt hat und nur Wasser ausströmt. Um

§. 165

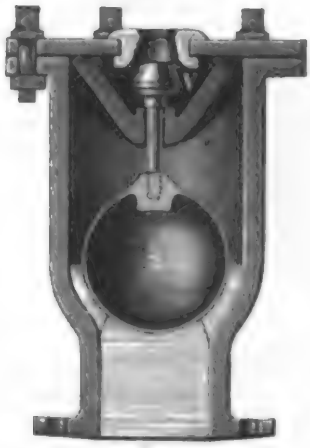
Fig. 344.



ſelbſt dieſes Oeffnen durch Menſchenhände unnöthig zu machen, wendet man Windſtöcke mit Schwimmer wie Fig. 346 an. Hier iſt das abſchließende Ventil V mit einem hohlen Schwimmer S aus Blech verbunden, der,

Fig. 345.

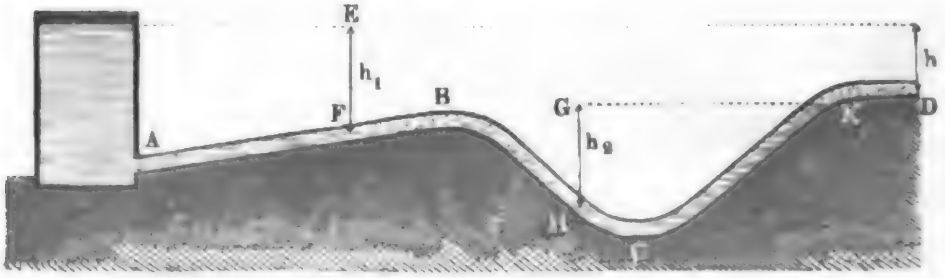
Fig. 346.



ſo lange Waſſer im Raume über dem Röhrenſcheitel iſt, nach oben zu ſteigen ſucht und das Ventil zuhält, dagegen aber niederfällt und das Ventil öffnet, wenn dieſer Raum mit Luft ausgefüllt iſt.

Wenn eine Röhrenleitung $ABCD$, Fig. 347, in der Kröpfung B

Fig. 347.



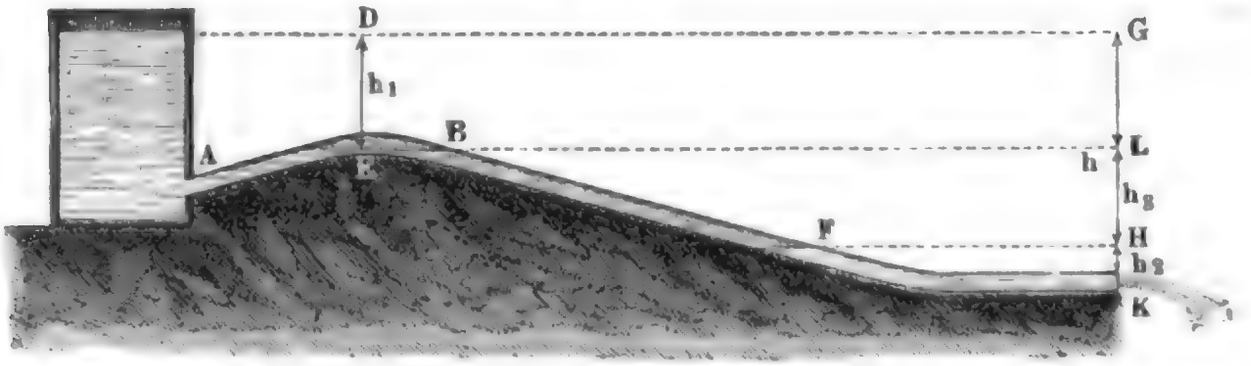
keinen Windſtock hat, ſo wird die eingeſchloſſene Luft einerſeits durch eine Waſſerſäule von der Höhe $EF = h_1$ und anderſeits durch eine ſolche von der Höhe $GH = h_2$ gedrückt; iſt daher $h_2 = h_1$, und reicht der Waſſerſpiegel K nicht bis zur Mündung D, ſo ſetzt ſich der Luftdruck in FBH mit dieſen beiden Waſſerſäulen ins Gleichgewicht, ohne daß ein Ausfluß bei D erfolgt.

Der Mangel eines Windſtockes kann den Abfluß des Waſſers durch eine Röhrenleitung zuweilen auch bloß vermindern. Einen ſolchen Fall ſtellt die Leitung ABC, Fig. 348, dar, wo die Höhe z der Waſſerſäule, welche den Druck der in EBF eingeſchloſſenen Luft mißt, nur wenig kleiner iſt als die Druckhöhe $DE = h_1$ des zufließenden Waſſers, und deshalb auch die Geſchwindigkeit des letzteren ſehr klein ausfällt. Von E aus fließt dann

Digitized by Google

das Wasser bis zu einer Stelle F auf dem Boden der Röhre hin, ohne eine Druckveränderung zu erleiden, und von F aus strömt es bis zur Mündung

Fig. 348.



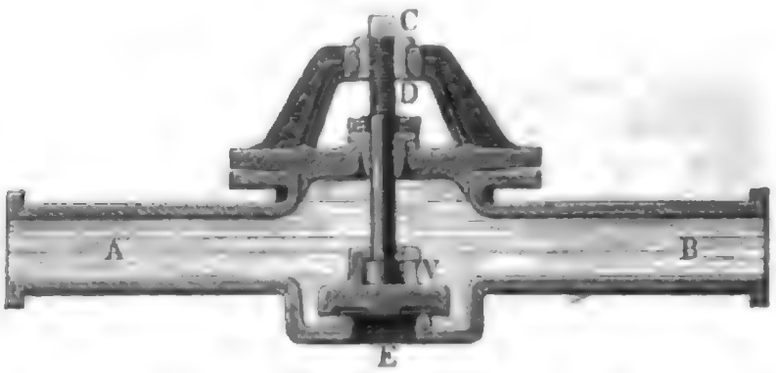
K mit gefülltem Querschnitt. Es ist also dann die Druckhöhe in der Ausmündung K nicht $\overline{GK} = h$, sondern $\overline{HK} = h_2$ plus ε, oder nahe $= h_1 + h_2$, und daher das Gefälle $\overline{HL} = h_3$ zwischen E und F ganz verloren.

Sowie sich an den höchsten Stellen einer Röhrenleitung Luft ansammelt, ebenso setzt sich an den tiefsten Punkten derselben Schlamm, Sand u. s. w. nieder. Um diese Niederschläge von Zeit zu Zeit zu entfernen, bringt man an diesen Stellen Ausgußröhren oder Schlammkästen (Wechselhäuschen) an. Die Ausgußröhren münden seitwärts in die Röhre ein, und sind für gewöhnlich durch Hähne oder Stöpsel verschlossen. Die Schlammkästen sind Gefäße, in welche die beiden Theile der Röhrenleitung einmünden, durch die also das Wasser mit verminderter Geschwindigkeit hindurchströmen muß. Das Absetzen des Schmandes wird nicht allein durch die langsame Bewegung des Wassers, sondern wohl auch durch eingesetzte Siebe oder Scheidewände erleichtert. Durch Oeffnen eines Spundes im Boden lassen sich diese Kästen von Zeit zu Zeit vom Bodensatze reinigen. Ueberdies ist es nöthig, in Distanzen von 100 oder mehr Fuß Spunde an der Röhrenleitung anzubringen, um das Untersuchen und Reinigen der Röhren zu erleichtern. Das Reinigen erfolgt durch Auslassen des Wassers, durch Einführen von Gestängen aus Holz oder Eisen, und das Ablösen von Kalkkrusten durch Salzsäure und durch Einführen eines birnförmigen Eisens, der sogenannten Rohrbirne. Die Anwendung von Piezometern (s. Bd. I, §. 435) ist ebenfalls zu empfehlen.

Zur Regulirung des Wassers in Röhren sind noch Hähne, Schieber oder Ventile nöthig. Ein einfaches Sperrventil ist in Fig. 349 (a. f. S.) abgebildet. Dieses Ventil V sitzt an einem Schraubenbolzen CDV, und bedeckt eine Seitenöffnung E der Röhre AB. Wenn es darauf ankommt, das Wasser durch E abzulassen, so wird CD durch einen Schlüssel umgedreht, wobei sich dann der Bolzen in Folge seiner schraubenförmigen Gestalt

bei D und ſeiner Lagerung in der feſten Mutter CD hebt. Die Wirkungen dieſer Regulirungsapparate haben wir in Bd. I, §. 443 u. ſ. w. kennen gelernt. Um endlich noch die Wirkungen der Stöße beim ſchnellen Schließen einer ſolchen Vorrichtung zu ſchwächen, iſt es nützlich, durch Gewichte be-

Fig. 249.



ſchwerte Ventile anzubringen, die ſich nach außen öffnen, ſowie der Druck eine gewiſſe Grenze überſchreitet.

Anmerkung. Ausführlich über Waſſerleitungen wird gehandelt in Geniey's Essai sur les moyens de conduire, d'élever et de distribuer les eaux, ſowie im Traité théoretique et pratique de la conduite et de la distribution des eaux etc. par Dupuit, Paris 1854 und in der Schrift: Les Fontaines publiques de la ville de Dijon, par Henry Darcy, Paris 1856, ferner über Röhrenleitungen insbeſondere in Hagen's Waſſerbaukunſt, Theil I, in Gerſtner's Mechanik, Theil II und in Eytelwein's Hydraulik. Auch in Bornemann's Hydrometrie, Freiberg 1849.

§. 166 **Bewegung des Waſſers in zuſammengeſetzten Röhren.** Die Bewegungsverhältniſſe des Waſſers in einer Röhrenleitung haben wir bereits kennen gelernt. Iſt h das Gefälle, l die Länge, d die Weite einer Leitung, ζ_0 der Widerſtandscoefficient beim Eintritt, ζ der Reibungscoefficient, ſind ferner ζ_1 u. ſ. w. die übrigen Widerſtandscoefficienten beim Durchgange durch Krümmungen, Hähne u. ſ. w. zuſammen genommen, und iſt endlich v die Ausflußgeſchwindigkeit, ſo hat man:

$$h = \left(1 + \zeta_0 + \zeta \frac{l}{d} + \zeta_1 + \cdots\right) \frac{v^2}{2g},$$

oder, wenn Q die Waſſermenge bezeichnet,

$$h = \left(1 + \zeta_0 + \zeta \frac{l}{d} + \zeta_1 + \cdots\right) \left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{2gd^4}.$$

Man ſieht hieraus, daß zum Fortführen einer gewiſſen Waſſermenge Q um ſo weniger Gefälle erfordert wird, je größer die Weite der Leitung iſt. Wendet man ſtatt einer Röhre deren zwei an, welche zuſammen ebenſo viel Querſchnitt haben als die einfache, und laſſen wir von jeder die halbe Waſſermenge der einfachen fortführen, ſo iſt das erforderliche Gefälle:

$$h_1 = \left(1 + \xi_0 + \xi \frac{l}{d\sqrt{1/2}} + \xi_1 + \cdots\right)\left(\frac{2Q}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{2g\,(d\sqrt{1/2})^4}$$

$$= \left(1 + \xi_0 + \xi \cdot \frac{l\sqrt{2}}{d} + \xi_1 + \cdots\right)\left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{2g\,d^4},$$

alſo größer als im erſten Falle. Es iſt daher mechaniſch vollkommener ſtatt mehrerer Röhren nur eine anzuwenden, deren Querſchnitt ſo groß iſt als die Querſchnitte der einzelnen Röhren zuſammen.

Sehr zuſammengeſetzt fallen die Rechnungen für ganze Waſſerleitungsſyſteme aus, wo ſich die Röhrenleitungen in Zweige theilen, die ſich nach Befinden wieder weiter verzweigen u. ſ. w. Auch kommt es vor, daß ſich zwei oder mehrere Zweige einer Waſſerleitung vereinigen, wenn ſie z. B. das Waſſer von verſchiedenen Quellen auf eine Maſchine führen. Der Gang bei dieſen Rechnungen iſt wenigſtens im Allgemeinen aus Folgendem zu erſehen. Erfolgt die Theilung des Waſſers in einem Reſervoir, welches viel weiter als die Hauptröhre iſt, ſo kommt das Waſſer in demſelben wieder zur Ruhe und es wird alſo hier die ganze lebendige Kraft deſſelben getödtet, die gleichwohl beim Eintritt in die Zweigröhren wieder nöthig iſt. Derſelbe Kraftverluſt tritt auch ein, wenn ſich mehrere Zweige in einem Sammelreſervoir vereinigen, aus dem das Waſſer wieder durch eine Hauptröhre fortgeführt wird. In dieſem Falle läßt ſich die Rechnung für die Haupt- und für jede Zweigröhre beſonders machen, weshalb etwas Weiteres hierüber nicht zu ſagen iſt. Damit das Theilen oder Anſammeln des Waſſers in ſolchen Zwiſchenreſervoiren nur zu mäßigen Gefälleverluſten führe, iſt es nöthig, dieſe Behälter ſo hoch zu ſtellen, daß die Geſchwindigkeit des Waſſers in jeder der Röhren eine mittlere bleibe.

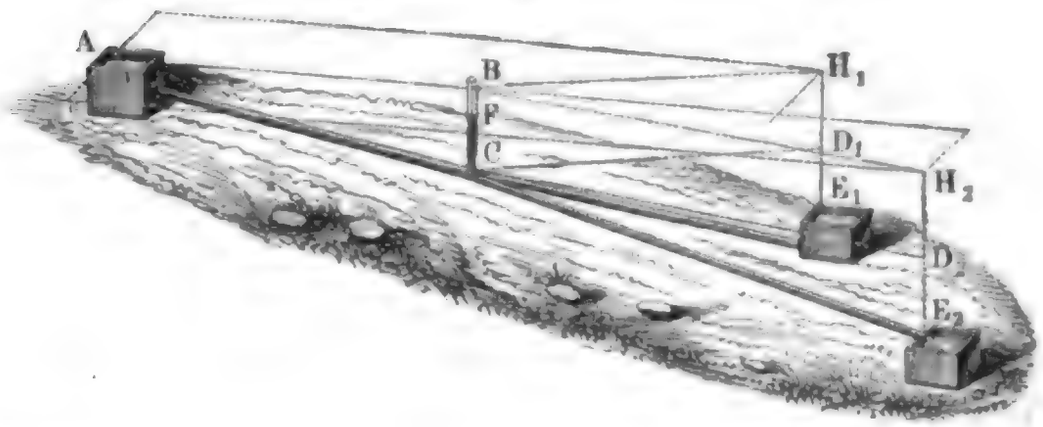
Bei der einfachen Verzweigung oder Gabelung iſt es mechaniſch vortheilhaft, die Anordnung ſo zu treffen, daß ſich das Waſſer in allen Röhren mit einerlei Geſchwindigkeit bewege. Wenn nun noch die Gabelung im richtigen Verhältniſſe gekrümmt iſt, ſo daß eine plötzliche Richtungsänderung bei dem Uebertritte des Waſſers aus der Hauptröhre in eine Zweigröhre nicht vorkommt, ſo läßt ſich annehmen, daß hierbei ein namhafter Verluſt an Druck oder lebendigem Gefälle nicht ſtattfinde.

In dem in Fig. 350 (a. f. S.) abgebildeten Falle ſei h das Gefälle $\overline{BC} = H_1 D_1 = H_2 D_2$, l die Länge und d die Weite der Hauptröhre AC, ferner h_1 das Gefälle $\overline{D_1 E_1}$, l_1 die Länge und d_1 die Weite der einen, ſowie h_2 das Gefälle $\overline{D_2 E_2}$, l_2 die Länge und d_2 die Weite der anderen Zweigröhre, ferner ſeien c, c_1, c_2 die Geſchwindigkeiten des Waſſers in dieſen drei Röhren, und endlich ſei ξ_0 der Widerſtandscoefficient für den Eintritt, ſowie ξ der Reibungscoefficient des Waſſers.

Bezeichnet nun noch z den Piezometerſtand oder die Druckhöhe $\overline{CF}$ am Ende des Hauptſtranges, ſo läßt ſich ſetzen:

$$\text{I.}\quad \overline{BF} = \overline{CB} - \overline{CF} = h - z = \left(1 + \zeta_0 + \zeta \frac{l}{d}\right) \frac{c^2}{2g},$$

Fig. 350.



ferner:

$$\text{II.}\quad \overline{CF} + \overline{D_1 E_1} = z + h_1 = \frac{c_1^2}{2g} - \frac{c^2}{2g} + \zeta \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{c_1^2}{2g},$$

$$\text{III.}\quad \overline{CF} + \overline{D_2 E_2} = z + h_2 = \frac{c_2^2}{2g} - \frac{c^2}{2g} + \zeta \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{c_2^2}{2g}.$$

Da die Waſſermenge

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} c$$

der Hauptröhre gleich iſt der Summe der Waſſermengen

$$Q_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} c_1 \text{ und } Q_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} c_2$$

der beiden Zweigröhren, ſo gilt noch folgende Gleichung:

$$\text{IV.}\quad d^2 c = d_1^2 c_1 + d_2^2 c_2.$$

Mit Hülfe dieſer vier Gleichungen laſſen ſich natürlich auch vier Größen berechnen. In den gewöhnlichen Fällen ſind die Gefälle, Röhrenlängen und Waſſermengen gegeben und es wird nach den erforderlichen Röhrenweiten u. ſ. w. gefragt. Nehmen wir die Geſchwindigkeit c des Waſſers in der Hauptröhre als gegeben an, ſo können wir zunächſt die Weite dieſer Röhre mittels der Formel:

$$1)\quad d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi c}} = 1{,}1284 \sqrt{\frac{Q}{c}}$$

berechnen, und hiernach wieder, mit Hülfe von I. die Piezometerhöhe an dem Theilungspunkte C:

$$2)\quad z = h - \left(1 + \zeta_0 + \zeta \frac{l}{d}\right) \frac{c^2}{2g}$$

beſtimmen.

Setzt man dieſen Werth für z in die Gleichungen II. und III., ſo erhält man, nach gehöriger Umformung, folgende Beſtimmungsgleichungen für die Weiten d_1 und d_2 der Zweigröhren:

$$3)\quad d_1 = \sqrt[5]{\frac{\zeta l_1 + d_1}{2g\,(z + h_1) + c^2} \left(\frac{4\,Q_1}{\pi}\right)^2}$$

und

$$4)\quad d_2 = \sqrt[5]{\frac{\zeta l_2 + d_2}{2g\,(z + h_2) + c^2} \left(\frac{4\,Q_2}{\pi}\right)^2}.$$

Um die erſten Näherungswerthe zu erhalten, können wir anfangs d_1 und d_2 unter dem Wurzelzeichen vernachläſſigen. Fallen c_1 und c_2 ſehr verſchieden von c aus, ſo hat man noch auf die Veränderlichkeit des Reibungscoefficienten ζ Rückſicht zu nehmen, demſelben alſo für jede der drei Röhren beſondere Werthe beizulegen und hiermit die Beſtimmung von d_1 und d_2 zu wiederholen.

Beiſpiel. Eine Röhrenfahrt, welche aus einer Haupt- und zwei Zweigröhren beſtehen ſoll, iſt dazu beſtimmt, in einem Zweige 15 und im anderen 24 Cubikfuß Waſſer pr. Minute fortzuleiten, und es hat ſich durch ein Nivellement ergeben, daß die Haupträhre bei 1000 Fuß Länge, 4 Fuß, die erſte Zweigröhre bei 600 Fuß Länge, 3 Fuß und die andere Zweigröhre bei 200 Fuß Länge, 1 Fuß Gefälle erhalten kann; welche Weiten muß man einzelnen Röhren geben? Wenn wir dem Waſſer in der Haupträhre $2^1/_2$ Fuß Geſchwindigkeit ertheilen wollen, ſo müſſen wir dieſer Röhre die Weite:

$$d = \sqrt{\frac{4\,Q}{\pi\,c}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 39}{5/2 \cdot 60\,\pi}} = \sqrt{\frac{26}{25\,\pi}} = 0{,}5754 \text{ Fuß} = 6{,}9 \text{ Zoll}$$

geben. Nehmen wir nun (nach Band I, Seite 821) den Widerſtandscoefficienten für den Eintritt, $\zeta_0 = 0{,}505$, und den Reibungscoefficienten (nach Band I, Seite 835), der Geſchwindigkeit $c = 2{,}5$ Fuß entſprechend, $\zeta = 0{,}0253$ an, ferner $2g = 62{,}5$ und $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 = 1{,}621$, ſo erhalten wir für den Piezometerſtand an dem Theilungspunkte:

$$z = h - \left(1 + \zeta_0 + \zeta \frac{l}{d}\right) \frac{c^2}{2g} = 4 - \left(1 + 0{,}505 + 0{,}0253 \cdot \frac{12000}{6{,}9}\right) \frac{6{,}25}{62{,}5}$$

$$= 4 - (1{,}505 + 44) \cdot {}^1/_{10} = 4 - 4{,}5505 = -0{,}5505 \text{ Fuß.} \quad \text{(Nicht gut.)}$$

Nimmt man vorläufig auch für die Zweigröhre $\zeta = 0{,}0253$ an, und vernachläſſigt man anfangs die Glieder d_1 und d_2 auf der rechten Seite, ſo erhält man:

$$z + h_1 = -0{,}5505 + 3 = 2{,}4495,$$

$$z + h_2 = -0{,}5505 + 1 = 0{,}4495,$$

$$\left(\frac{4\,Q_1}{\pi}\right)^2 = 1{,}621 \cdot \left(\frac{15}{60}\right)^2 = \frac{1{,}621}{16} = 0{,}10131$$

und

$$\left(\frac{4\,Q_2}{\pi}\right)^2 = 1{,}621 \cdot \left(\frac{24}{60}\right)^2 = 1{,}621 \cdot (0{,}4)^2 = 0{,}25936,$$

ſowie

$$d_1 = \sqrt[5]{\frac{0{,}0253 \cdot 600 \cdot 0{,}10131}{62{,}5 \cdot 2{,}4495 + 6{,}25}} = \sqrt[5]{\frac{15{,}18 \cdot 0{,}10131}{159{,}34}} = 0{,}395 \text{ Fuß}$$

und

$$d_2 = \sqrt[5]{\frac{0{,}0253 \cdot 200 \cdot 0{,}25936}{62{,}5 \cdot 0{,}4495 + 6{,}25}} = \sqrt[5]{\frac{5{,}06 \cdot 0{,}25936}{34{,}34}} = 0{,}520 \text{ Fuß}.$$

Dieſen Durchmeſſern entſprechen die Geſchwindigkeiten:

$$c_1 = \frac{4\,Q}{\pi\, d_1^2} = \frac{4 \cdot 15}{60\,\pi\,(0{,}395)^2} = 2{,}04 \text{ Fuß}$$

und

$$c_2 = \frac{4\,Q}{\pi\, d_2^2} = \frac{4 \cdot 24}{60\,\pi\,(0{,}520)^2} = 1{,}88 \text{ Fuß},$$

welchen (wieder nach Band I, Seite 835) die Widerſtandscoefficienten

$$\zeta = 0{,}0262 \text{ und } \zeta = 0{,}0268$$

angehören.

Es iſt hiernach ſchärfer die Weite der erſten Zweigröhre:

$$d_1 = \sqrt[5]{\frac{0{,}0262 \cdot 600 + 0{,}395}{159{,}34} \cdot 0{,}10131} = 0{,}400 \text{ Fuß} = 4{,}8 \text{ Zoll},$$

und die der zweiten Zweigröhre:

$$d_2 = \sqrt[5]{\frac{0{,}0268 \cdot 200 + 0{,}520}{34{,}34} \cdot 0{,}25963} = 0{,}537 \text{ Fuß} = 6{,}44 \text{ Zoll}.$$

§. 167 **Zuſammengeſetzte Leitungsröhren.** Wenn die Theilung der Hauptröhre in zwei Röhren in einem beſonderen Behälter erfolgt, worin das Waſſer eine freie Oberfläche annimmt, ſo gehen die obigen Gleichungen unter I., II. und III. in folgende über:

$$\text{I.}\quad h = \left(1 + \xi_0 + \xi\frac{l}{d}\right)\frac{c^2}{2\,g},$$

$$\text{II.}\quad h_1 = \left(1 + \xi_0 + \xi\frac{l_1}{d_1}\right)\frac{c_1^2}{2\,g}$$

und

$$\text{III.}\quad h_2 = \left(1 + \xi_0 + \xi\frac{l_2}{d_2}\right)\frac{c_2^2}{2\,g},$$

wobei h den ſenkrechten Abſtand des Waſſerſpiegels A im oberen Reſervoir über dem im mittleren bezeichnet, und h_1 ſowie h_2 von dem letzteren Waſſerſpiegel entweder bis zum Waſſerſpiegel E_1 im unteren Gefäße oder bis zur Mündungsmitte E_2 der Zweigröhre CE_2 gemeſſen wird, je nachdem das Waſſer unter Waſſer oder frei ausfließt.

Giebt man auch hier c, oder $d = \sqrt{\frac{4\,Q}{\pi\,c}}$, ſo kann man mittels der erſten Gleichung zuerſt den Niveauabſtand h berechnen, und zieht man den-

ſelben von dem ganzen Gefälle zwiſchen A und E_1, ſowie zwiſchen A und E_2 ab, ſo erhält man die Gefälle h_1 und h_2 der Zweigröhren CE_1 und CE_2, deren Durchmeſſer d_1 und d_2 ſich dann durch die Formeln

$$d_1 = \sqrt[5]{\frac{(1 + \zeta_0)\, d_1 + \zeta l_1}{2 g h_1} \cdot \left(\frac{4 Q_1}{\pi}\right)^2}$$

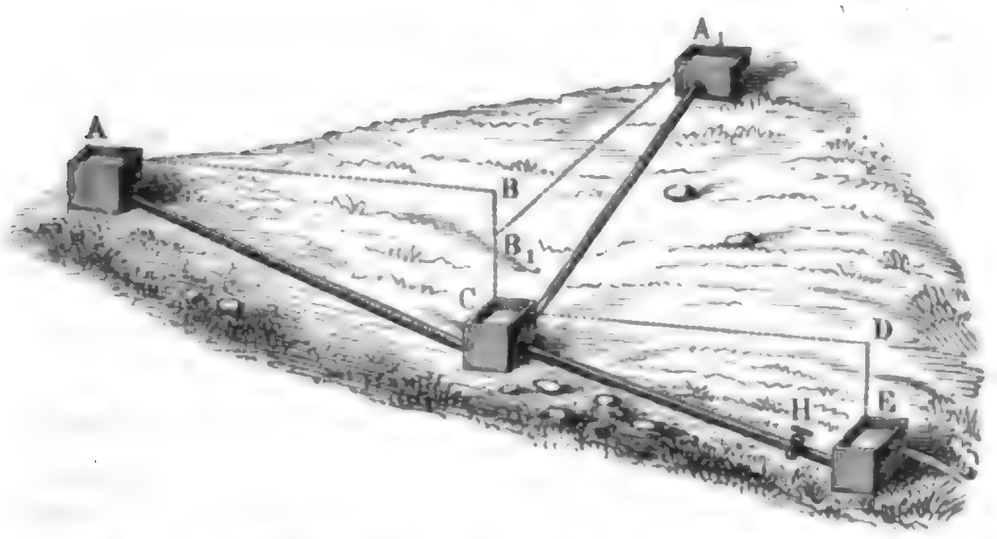
und

$$d_2 = \sqrt[5]{\frac{(1 + \zeta_0)\, d_2 + \zeta l_2}{2 g h_2} \cdot \left(\frac{4 Q_2}{\pi}\right)^2}$$

berechnen laſſen.

Vorſtehende Formeln finden auch dann ihre Anwendung, wenn, wie Fig. 351

Fig. 351.



darſtellt, ſich zwei Röhrenſtränge AC und A_1C in einem Reſervoir C vereinigen und das von beiden gelieferte Waſſer in einem Hauptſtrange CE weiter fortgeführt wird. Es bezeichnen dann h das Gefälle (DE), l die Länge, d die Weite u. ſ. w. der Hauptröhre CE, ferner h_1 das Gefälle $\overline{BC}$, l_1 die Länge, d_1 die Weite u. ſ. w. der einen Zweigröhre AC, ſowie h_2 das Gefälle $\overline{B_1C}$, l_2 die Länge, d_2 die Weite u. ſ. w. der anderen Zweigröhre A_1C. Auch finden bei einer ſolchen Confluenz die Formeln des vorigen Paragraphen ihre Anwendung, wenn ſtatt des Sammlers C eine einfache Gabelröhre angebracht iſt, wie in Fig. 350.

Kommen in der Leitung noch Kröpfe oder Knieſtücke vor, ſo muß natürlich der Widerſtand, welchen das Waſſer beim Durchgange durch dieſelben zu überwinden hat, in Betracht gezogen werden, und ebenſo iſt es, wenn Regulirungsapparate, z. B. Stellhähne wie H, in der Röhrenleitung angebracht ſind. Iſt ζ_2 der Widerſtandscoefficient für eine gewiſſe Stellung eines ſolchen Apparates (ſ. Band I, §. 443), ſo hat man in demjenigen der obigen Ausdrücke, welcher der Leitröhre entſpricht, worin dieſer Apparat vorkommt, den Widerſtandscoefficienten ζ_0 für den Eintritt in die Röhre noch um ζ_2 zu vergrößern, alſo ſtatt ζ_0, $\zeta_0 + \zeta_2$

zu ſetzen, um dem obigen Ausdrucke auch in dieſem Falle Gültigkeit zu verſchaffen.

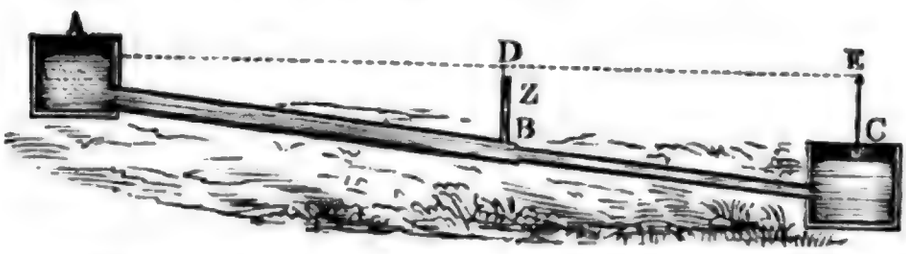
Kommt in einer Leitungsröhre eine kantige Querſchnittsveränderung vor, welche eine plötzliche Geſchwindigkeitsveränderung des Waſſers zur Folge hat, ſo tritt noch ein Widerſtand hinzu, welcher durch die Druckhöhe

$$h_1 = \frac{(c_1 - c)^2}{2g}$$

gemeſſen wird, wenn c_1 und c die beiden Geſchwindigkeiten des Waſſers bezeichnen.

Wenn ein Röhrenſtrang ABC, Fig. 352, aus einem weiteren und einem

Fig. 352.



engeren Röhrenſtück zuſammengeſetzt iſt, ſo fällt natürlich auch der Widerſtand in demſelben anders aus, als wenn derſelbe an allen Stellen eine und dieſelbe Weite hat.

Iſt l die Länge, d die Weite und h die Druckhöhe der unteren Röhre BC, ſowie c die Geſchwindigkeit des Waſſers in derſelben, ferner l_1 die Länge, d_1 die Weite und h_1 die Druckhöhe der oberen Röhre AB, ſowie c_1 die Geſchwindigkeit des Waſſers in derſelben, und bezeichnet h das ganze Gefälle CE, ſowie z den Piezometerſtand BZ an der Stelle B, wo die Querſchnittsveränderung eintritt, ſo hat man:

$$h_1 - z = \left(1 + \zeta_0 + \zeta_1 \frac{l_1}{d_1}\right) \frac{c_1^2}{2g}$$

ſowie

$$z + h - h_1 = \frac{c^2}{2g} - \frac{c_1^2}{2g} + \frac{(c - c_1)^2}{2g} + \zeta \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g},$$

und es folgt durch Addition:

$$h = \left(\zeta_0 + \zeta_1 \frac{l_1}{d_1}\right) \frac{c_1^2}{2g} + \frac{c^2}{2g} + \frac{(c - c_1)^2}{2g} + \zeta \frac{l}{d} \cdot \frac{c^2}{2g}.$$

Da $\frac{c_1}{c} = \frac{d^2}{d_1^2}$ iſt, ſo läßt ſich

$$c_1 = \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 c$$

einführen, und wenn man nun nach Band I, §. 436 u. ſ. w.

$$\frac{(c - c_1)^2}{2g} = \left(1 - \frac{c_1}{c}\right)^2 \frac{c^2}{2g} = \left[1 - \left(\frac{d}{d_1}\right)^2\right]^2 \frac{c^2}{2g} = \zeta_2 \frac{c^2}{2g}$$

setzt, so erhält man folgende Bestimmungsgleichung:

$$2gh = \left[1 + \zeta_2 + \zeta\frac{l}{d} + \left(\zeta_0 + \zeta_1\frac{l_1}{d_1}\right)\left(\frac{d}{d_1}\right)^4\right]c^2.$$

Ist das ganze Gefälle gegeben, so erhält man hiernach die Ausflußgeschwindigkeit:

$$c = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \zeta_2 + \zeta\frac{l}{d} + \left(\zeta_0 + \zeta_1\frac{l_1}{d_1}\right)\left(\frac{d}{d_1}\right)^4}},$$

woraus sich dann das Wasserquantum

$$Q = \frac{\pi d^2}{4}c$$

berechnen läßt.

Giebt man das letztere, so hat man hingegen für die erforderliche Röhrenweite:

$$d = \sqrt[5]{\frac{\zeta l + (1 + \zeta_2)\,d}{2gh\left(\frac{\pi}{4Q}\right)^2 - \left(\zeta_0 + \zeta_1\frac{l_1}{d_1}\right)\frac{1}{d_1^4}}}.$$

Beispiel. Wenn die Wasserleitung in Fig. 352 aus einer Röhre BC von 200 Fuß Länge und 3 Zoll Weite und aus einer Röhre AB von 300 Fuß Länge und 5 Zoll Weite besteht, und das Totalgefälle derselben 5 Fuß beträgt, so kann man, da sich $\zeta_0 = 0{,}505$ und $\zeta_2 = \left[1 - \left(\frac{d}{d_1}\right)^2\right]^2 = (1 - 0{,}36)^2 = 0{,}410$, sowie vorläufig $\zeta = 0{,}024$ und $\zeta_1 = 0{,}030$ annehmen läßt, die Geschwindigkeit des Wassers in der engeren Röhre:

$$c = \sqrt{\frac{62{,}5\,.\,5}{1{,}410 + 0{,}024\,.\,800 + (0{,}505 + 0{,}03\,.\,300\,.\,{}^{12}/_5)\,({}^3/_5)^4}}$$

$$= \sqrt{\frac{312{,}5}{23{,}475}} = 3{,}65 \text{ Fuß},$$

und folglich die in der weiteren Röhre

$$c_1 = \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 c = 0{,}36\,.\,c = 1{,}314 \text{ Fuß}$$

setzen.

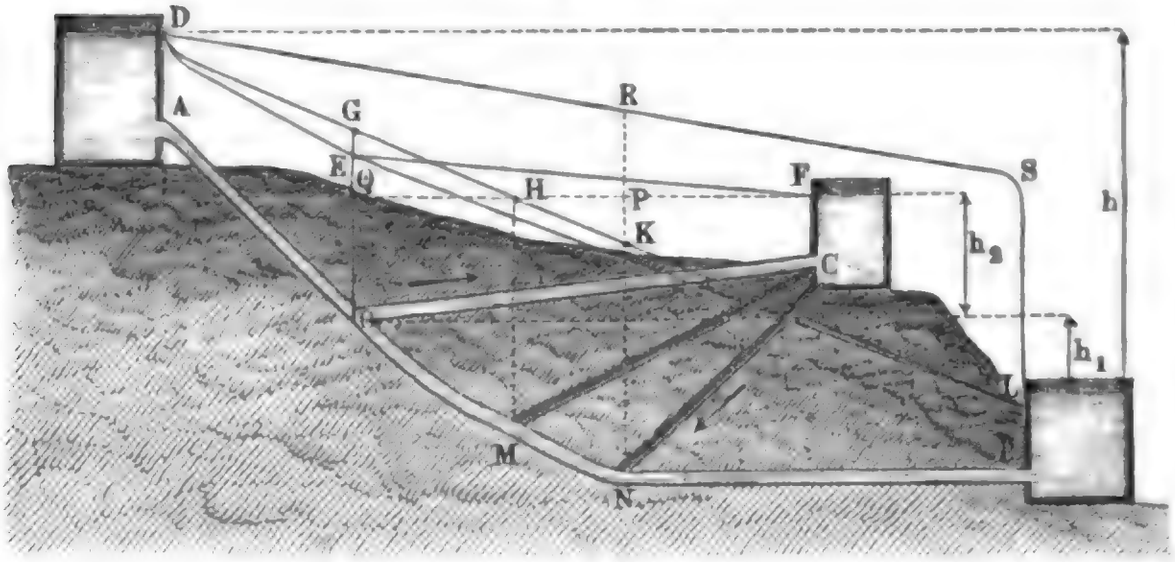
Nimmt man hiernach $\zeta = 0{,}0233$ und $\zeta_1 = 0{,}0291$ an, so folgt genauer die Geschwindigkeit $c = 3{,}70$ Fuß, und das entsprechende Wasserquantum pr. Sec.:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4}\,c = \frac{\pi}{4}\cdot\frac{3{,}70}{16} = 0{,}1816 \text{ Cubikfuß}.$$

Drucklinie einer Röhrenleitung. Die durch die Piezometerstände einer Röhrenleitung AMB, Fig. 353 (a. f. S.), gehende Drucklinie $DGHIKL$ giebt eine vollständige Uebersicht über den Druck des Wassers an jeder Stelle der Leitung. Z. B. in O wird der Druck §. 168

des Waſſers durch den Piezometerſtand OG, in M durch den Piezometerſtand MH gemeſſen u. ſ. w. Bei Röhrenleitungen mit Querſchnitts-

Fig. 353.



und Richtungsänderungen iſt die Drucklinie gekrümmt; ſie zieht ſich z. B. an den Stellen, wo die Röhre eng iſt, und folglich das Waſſer ſchnell fließt, nach unten, dagegen an den Stellen, wo dieſelbe einen größeren Querſchnitt hat, folglich das Waſſer langſam fließt, nach oben. Wenn die Röhrenleitung AMB, welche zwei Behälter A und B in Verbindung ſetzt, durch eine zweite Röhre mit einem dritten Behälter C communicirt, ſo entſteht zunächſt die Frage, ob das Waſſer aus C nach AB, oder ob es aus AB nach C fließt. Schneidet die Ebene des Waſſerſpiegels in C die Drucklinie $DGHKL$ in H, ſo iſt jedenfalls die ſenkrecht unter H liegende Stelle M der Röhre AMB diejenige, wo eine von C nach AB führende Seitenröhre CM in AMB einmünden kann, ohne daß Waſſer aus C heraus oder in C hineinſtrömt. Legt man die Einmündung nach dem Punkt N, deſſen Tiefe NP unter dem Waſſerſpiegel in C größer iſt als der Piezometerſtand NK, ſo fließt Waſſer aus C nach N und von da weiter nach B; läßt man dagegen die Communicationsröhre im Punkte O einmünden, deſſen Tiefe OQ unter dem Waſſerſpiegel in C kleiner iſt als der Piezometerſtand OG, ſo fließt das Waſſer aus A nicht allein nach B, ſondern zum Theil nach C; es ſind alſo dann beide Behälter B und C Sammelbehälter, wogegen im erſten Falle nur B ein ſolcher iſt.

Bezeichnen wieder, wie in §. 166, l, l_1 und l_2 die Längen; ſowie d, d_1 und d_2 die Weiten und h, h_1 und h_2 die Gefälle der Leitungsſtücke AO, OB und OC, ſetzen wir ferner den Piezometerſtand im Knotenpunkt O, $= z$, und berückſichtigen wir nur die Reibungswiderſtände der Röhren, ſo hat man einfach

$$h - z = \xi \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g}$$

$$z + h_1 = \xi \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{c_1^2}{2g}$$

$$z - h_2 = \xi \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{c_2^2}{2g},$$

oder, wenn man die Waſſermengen $Q = \frac{\pi d^2}{4} c$, $Q_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} c_1$ und $Q_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} c_2$ einführt, und zur Vereinfachung $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{\xi}{2g} = \psi$ ſetzt,

$$h - z = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{\xi}{2g} \frac{l Q^2}{d^5} = \frac{\psi l Q^2}{d^5},$$

$$z + h_1 = \frac{\psi l_1 Q_1^2}{d_1^5} \text{ und } z - h_2 = \frac{\psi l_2 Q_2^2}{d_2^5}.$$

Nun iſt aber $Q = Q_1 + Q_2$, daher folgt

$$\sqrt{\frac{(h - z)\, d^5}{l}} = \sqrt{\frac{(z + h_1)\, d_1^5}{l_1}} + \sqrt{\frac{(z - h_2)\, d_2^5}{l_2}},$$

oder, wenn die Röhrenleitung überall gleich weit iſt,

$$\sqrt{\frac{h - z}{l}} = \sqrt{\frac{z + h_1}{l_1}} + \sqrt{\frac{z - h_2}{l_2}}.$$

Es iſt folglich im letzteren Falle der Piezometerſtand z im Knotenpunkt O weder von der Röhrenweite d noch vom Waſſerquantum Q abhängig.

Wäre das Reſervoir C von der Röhrenleitung AB abgeſperrt, ſo würde das Abflußquantum nach C

$Q_0 = \sqrt{\frac{(h + h_1)\, d^5}{\psi\,(l + l_1)}}$ betragen, und es wäre

$Q_0^2\,(l + l_1) = Q^2 l + Q_1^2 l_1 = (Q_1 + Q_2)^2 l + Q_1^2 l_1$, daher

$$Q_1^2 + \frac{2 Q_2 l}{l + l_1} Q_1 = Q_0^2 - \frac{Q_2^2 l}{l + l_1}.$$

Die Auflöſung dieſer quadratiſchen Gleichung giebt die Waſſermenge, welche durch OB in den Behälter B geführt wird.

$$Q_1 = -\frac{Q_2 l}{l + l_1} + \sqrt{Q_0^2 - Q_2^2 \frac{l l_1}{(l + l_1)^2}},$$ oder annähernd,

wenn Q_2 nicht groß iſt gegen Q_0,

1) $Q_1 = Q_0 - \frac{l}{l + l_1} Q_2$, und

2) $Q = Q_1 + Q_2 = Q_0 + \frac{l_1}{l + l_1} Q_2$.

Durch das Hinzutreten der Röhre OC geht die Drucklinie $DGHKL$ in DEL über und kommt die Drucklinie EF hinzu; jedenfalls iſt dann der Piezometerſtand in O, $\overline{OE} > \overline{OQ} < \overline{OG}$, ſowie die Druckhöhendifferenz von $\overline{AO}$ kleiner als $h - h_2$, dagegen die Druckhöhendifferenz von $\overline{OB}$ größer als $h_1 + h_2$.

Es läßt ſich daher auch ſetzen:

$$Q < \sqrt{\frac{(h - h_2)\, d^5}{\psi\, l}} \text{ und}$$

$$Q_1 > \sqrt{\frac{(h_1 + h_2)\, d^5}{\psi\, l_1}}, \text{ ſowie}$$

$$Q_2 = Q - Q_1 < \sqrt{\frac{(h - h_2)\, d^5}{\psi\, l}} - \sqrt{\frac{(h_1 + h_2)\, d^5}{\psi\, l_1}}.$$

Nehmen wir nun vorläufig

$$Q_2 = \sqrt{\frac{(h - h_2)\, d^5}{\psi\, l}} - \sqrt{\frac{(h_1 + h_2)\, d^5}{\psi\, l_1}} \text{ an,}$$

ſo können wir mittels der obigen Formeln 1) und 2) annähernd auch Q und Q_1 berechnen, woraus dann genauer $Q_2 = Q - Q_1$ folgt. Durch wiederholte Anwendung der gedachten Formeln kann man ſo Q, Q_1 und folglich auch Q_2 immer genauer und genauer beſtimmen.

Wenn man bei B durch Stellung eines Hahnes oder anderen Regulators den Druck in der Röhre AMB vergrößert, ſo daß die Drucklinie in $DRSL$ übergeht, ſo ſteigt der Piezometerſtand NR im Knotenpunkte N über den Waſſerſpiegel von C, und es fließt dann durch die Röhre NC ebenfalls Waſſer aus A nach C. Um nach Bedürfniß mehr oder weniger Waſſer nach B zu leiten, bedarf es daher nur einer größeren oder kleineren Eröffnung des Regulators bei B.

Viertes Capitel.

Von den verticalen Waſſerrädern.

§. 169 **Waſſerkraft.** Das Waſſer wirkt als Motor oder ſetzt Maſchinen in Bewegung, entweder durch ſein Gewicht oder durch ſeine Trägheit (lebendige Kraft). Bei der Wirkung durch ſein Gewicht ſinkt das Waſſer allmälig und langſam in der Maſchine von einer gewiſſen Höhe, dem ſogenannten

Gefälle (franz. chute; engl. fall) herab, wogegen es bei der Wirkung durch ſeine lebendige Kraft mit allmälig abnehmender Geſchwindigkeit an Flächen oder in Canälen hinläuft, welche mit den umlaufenden Maſchinen ein Ganzes ausmachen.

Iſt Q das Waſſerquantum (alſo $Q\gamma$ das Gewicht deſſelben), welches pr. Secunde zur Wirkung kommt, und h das Gefälle oder die ſenkrechte Höhe, von welcher daſſelbe bei der Wirkung durch ſein Gewicht herabſinkt, ſo verrichtet das Rad die mechaniſche Arbeit oder Leiſtung

$$L = Q\gamma . h = Qh\gamma.$$

Iſt hingegen c die Geſchwindigkeit, mit welcher es der Maſchine zufließt, ſo hat man die Leiſtung, welche es durch ſeine lebendige Kraft verrichten kann:

$$L = Q\gamma \cdot \frac{c^2}{2g} = \frac{c^2}{2g} Q\gamma.$$

Damit das Waſſer aus der Ruhe in die Geſchwindigkeit c verſetzt werde, erfordert es ein Gefälle oder eine Geſchwindigkeitshöhe $h = \frac{c^2}{2g}$; und man kann daher auch im zweiten Falle:

$$L = Qh\gamma$$

ſetzen. Es iſt alſo ſtets das Arbeitsvermögen des Waſſers, ſowie das eines ſtarren Körpers, ein Product aus ſeinem Gewicht und aus der Höhe, von welcher es herabſinkt.

Zuweilen wirkt das Waſſer durch ſein Gewicht und durch ſeine lebendige Kraft zugleich, indem es während ſeiner Wirkung von der Höhe h herabſinkt und ſeine Geſchwindigkeit c zuſetzt. Dann iſt natürlich auch die mechaniſche Arbeit deſſelben:

$$L = Q\gamma . h + Q\gamma \cdot \frac{c^2}{2g} = \left(h + \frac{c^2}{2g}\right) Q\gamma.$$

Die effective Leiſtung Pv einer hydrauliſchen Maſchine iſt allerdings ſtets kleiner als die eben angegebene disponible mechaniſche Arbeit $Qh\gamma$, weil noch manche Verluſte vorkommen. Erſtens kommt oft nicht alles Waſſer zur Wirkung, zweitens geht in der Regel ein Theil von dem Gefälle verloren; drittens hält das Waſſer, indem es die Maſchine verläßt, noch eine gewiſſe lebendige Kraft zurück, und viertens treten noch andere Nebenhinderniſſe, wie Reibung u. ſ. w., hinzu. Es iſt hiernach der Wirkungsgrad einer hydrauliſchen Umtriebsmaſchine:

$$\eta = \frac{Pv}{Qh\gamma}$$

zu ſetzen, und nun die Güte oder Zweckmäßigkeit einer ſolchen Maſchine um ſo größer, je mehr ſich dieſe Verhältnißzahl der Einheit nähert.

Aus der allgemeinen Formel $L = Qh\gamma$ iſt übrigens zu erſehen, daß

Gefälle und Waſſerquantum gleichen Antheil an der Leiſtung einer Maſchine haben, daß z. B. das doppelte Gefälle ebenſo gut die Leiſtung verdoppelt als das zweifache Waſſerquantum, auch daß von zwei Maſchinen einerlei Wirkung zu erwarten iſt, wovon die eine dreimal ſo viel Aufſchlagewaſſer hat als die andere, welche wieder dreimal ſo viel Gefälle benutzt als dieſe.

Beiſpiel. Einer Maſchine ſtehen 12 Cubikfuß Waſſer pr. Secunde und 10 Fuß Gefälle zu Gebote, ſie benutzt aber von demſelben nur 8,5 Fuß, und das Waſſer verläßt dieſelbe mit 9 Fuß Geſchwindigkeit, endlich verliert die elbe noch 750 Fußpfund durch die Reibung. Man ſoll den Wirkungsgrad dieſer Maſchine angeben. Es iſt die disponible Leiſtung

$$L = 12 . 10 . 61{,}75 = 7410 \text{ Fußpfund},$$

ferner die Leiſtung, welche dem benutzten Gefälle entſpricht,

$$= 12 . 8{,}5 . 61{,}75 = 6298{,}5 \text{ Fußpfund},$$

die durch die lebendige Kraft des fortfließenden Waſſers verlorene Arbeit

$$= 0{,}016 . 9^2 . 12 . 61{,}75 = 960{,}2 \text{ Fußpfund},$$

die durch die Reibung conſumirte Arbeit war aber

$$= 750 \text{ Fußpfund};$$

es iſt daher die effective Leiſtung dieſer Maſchine:

$$Pv = 6298{,}5 - (960{,}2 + 750) = 6298{,}5 - 1710{,}2 = 4588{,}3 \text{ Fußpfund},$$

und der Wirkungsgrad derſelben

$$\eta = \frac{4588{,}3}{7410} = 0{,}619.$$

§. 170 **Waſſerräder.** Die hydrauliſchen Umtriebsmaſchinen ſind entweder Radmaſchinen (Waſſerräder) oder Kolbenmaſchinen (Waſſerſäulenmaſchinen). Die Waſſerräder (franz. roues hydrauliques; engl. water-wheels) ſind durch Waſſerkraft in Bewegung geſetzte Radwellen (ſ. Band I, §. 165). Die Waſſerſäulenmaſchinen (franz. machines à colonne d'eau; engl. pressure-engines) beſtehen im Weſentlichen in einer Waſſerſäule (mit Waſſer angefüllten Röhre) und in einem Kolben, welcher durch den Druck der Waſſerſäule gegen ſeine Grundfläche in Bewegung geſetzt wird.

Man unterſcheidet verticale Waſſerräder (franz. roues hydrauliq s verticales; engl. vertical water-wheels), d. h. ſolche mit horizontaler Axe, von den horizontalen Waſſerrädern (franz. roues hydrauliques horizontales; engl. horizontal water-wheels), oder den Waſſerrädern mit verticaler Axe.

Die verticalen Waſſerräder, von denen zunächſt die Rede iſt, ſind entweder oberſchlägige (franz. roues en dessus; engl. overshot wat r-wheels), oder mittelſchlägige (franz. roues de côté; engl. middleshot water-wheels), oder unterſchlägige Waſſerräder (franz. roues en dessous; engl. undershot water-wheels). Bei den Rädern der erſteren Art trifft das Waſſer die höheren Punkte des Rades, bei de en der zweiten Art fällt es in der Nähe des Radmittels ein, und bei den unterſchlägigen

Rädern kommt das Wasser nahe am Fuße bei dem Rade an. Noch unterscheidet man rückenschlägige Wasserräder, bei welchen das Wasser zwischen dem Scheitel und dem Mittel des Rades einfällt, und welche daher zwischen den ober- und mittelschlägigen Rädern innestehen. Bei den oberschlägigen Wasserrädern wirkt das Wasser vorzüglich durch sein Gewicht, bei den unterschlägigen Rädern aber in der Regel durch seine, der Trägheit entsprechende lebendige Kraft, und bei den mittelschlägigen Rädern wirkt es meist durch Gewicht und Trägheit zugleich. Die unterschlägigen Wasserräder hängen entweder frei im unbegrenzten Wasser, oder sie sind von Gerinnen eingeschlossen. Zu den im unbegrenzten Wasser hängenden Rädern gehören die Schiffmühlenräder (franz. roues pendantes; engl. ship-mills wheels). Die übrigen unterschlägigen Wasserräder hängen entweder im geraden Gerinne (franz. coursier rectiligne; engl. strait channel) oder in einem (kreisförmigen) Kropfgerinne (franz. coursier circulaire; engl. circular channel breast-trough).

Uebrigens giebt es auch mittelschlägige Räder im Kropfgerinne, und diese heißen dann gewöhnlich Kropfräder (franz. roues de côté; engl. breast wheels).

Endlich sind noch von den übrigen Wasserrädern die Ponceleträder zu unterscheiden, bei welchen das Wasser nur durch seine lebendige Kraft wirkt, indem es an krummen Flächen auf- und hinabsteigt.

Zellenräder. Ein gewöhnliches verticales Wasserrad besteht aus einer §. 171
hölzernen oder eisernen Welle mit zwei Zapfen, ferner aus zwei (seltener ein, drei oder mehreren) ringförmigen Kränzen, und aus mehr oder weniger radiallaufenden Armen, welche die Kränze mit der Welle verbinden, ferner aus den Schaufeln zwischen den Kränzen und endlich, nach Befinden noch, aus einem Boden, der sich an die inneren Kranzumfänge cylindrisch anschließt. Die Schaufeln theilen den von den Kränzen und dem Boden gebildeten ringförmigen Raum in Abtheilungen, und wenn die Schaufeln mehr tangential als radial gestellt sind, so bilden diese Abtheilungen wasserhaltende Tröge oder sogenannte Zellen. Hiernach hat man auch in Hinsicht auf Construction zweierlei Wasserräder, nämlich Schaufelräder (franz. roues à aubes; engl. wheels with floats) mit mehr radial gestellten Schaufeln, und Zellenräder (franz. roues à augets; engl. wheels with buckets) mit trogförmigen Zellen. Die letzteren kommen in allen den Fällen vor, wenn das Wasser durch sein Gewicht wirkt, also bei den ober-, rücken-, und nach Befinden, mittelschlägigen Wasserrädern.

Zunächst ist die Rede von den oberschlägigen Wasserrädern. Das Wasser wird dem Rade durch ein Gerinne zugeführt, und sein Ausfluß durch eine Schütze am Ende des letzteren regulirt; es fällt hier in der Nähe des Radscheitels, nämlich in der ersten, zweiten oder dritten Zelle, vom Scheitel ausgegangen,

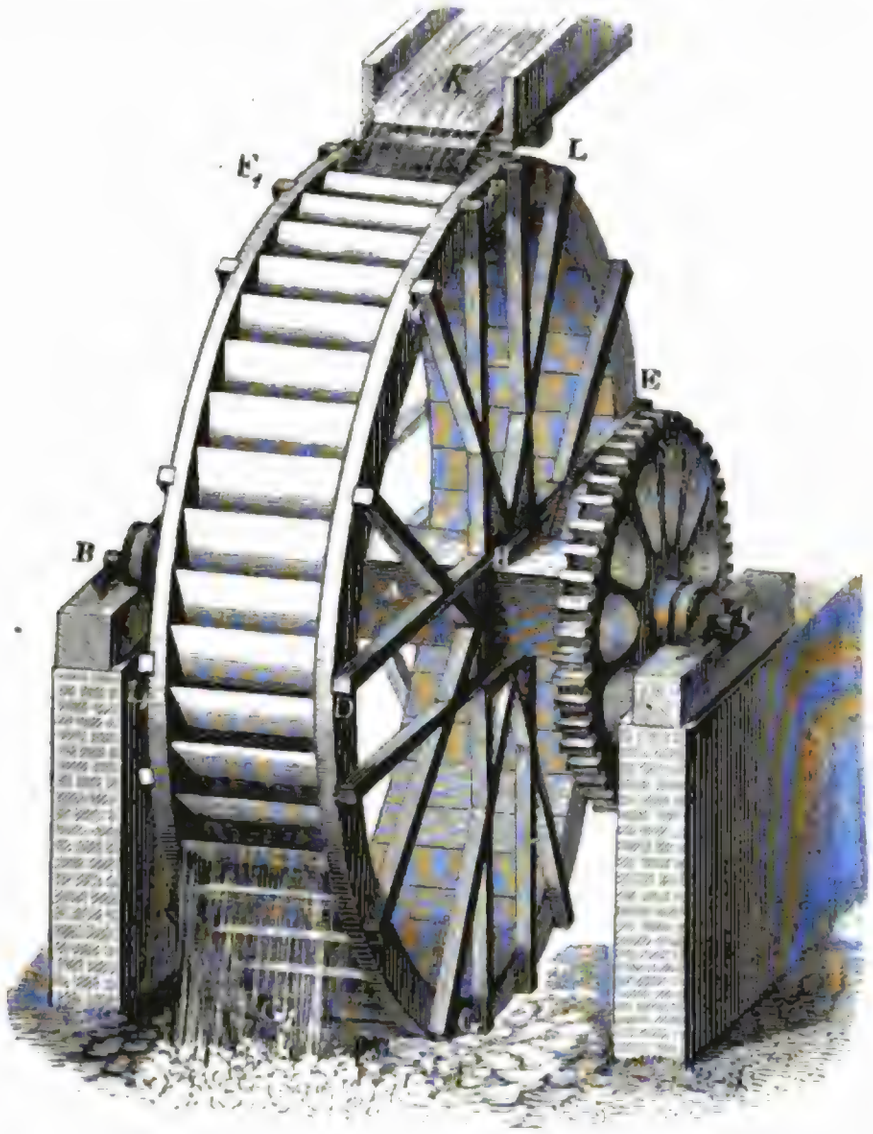
ein. Iſt nun das Rad einmal in Umdrehung geſetzt, ſo füllen ſich alle unter der Schützenmündung vorbeigehende Zellen zum Theil mit Waſſer, welches erſt in der Nähe des Radfußes wieder aus den Zellen heraustritt, ſo daß immer auf der einen Seite des Rades eine gewiſſe Anzahl von Zellen mit Waſſer gefüllt iſt, das nun durch ſein Gewicht die ſtete Umdrehung des Rades im Kreiſe unterhält. Die oberſchlägigen Räder kommen bei 8 bis 50 Fuß Gefälle und 3 bis 25 Cubikfuß Aufſchlagewaſſer pr. Secunde vor. Dem kleinſten Gefälle und kleinſten Waſſerquantum entſpricht die kleinſte Leiſtung von 3 bis 5 Pferdekräften, dem größten Gefälle und größten Aufſchlage aber die größte Leiſtung von 130 Pferdekräften; im letzteren Falle iſt es jedoch zweckmäßiger, zwei Räder anzuwenden, weil Waſſerräder über 80 Pferdekraft zu ſchwerfällig ausfallen.

Das Gefälle eines Waſſerrades iſt vom Waſſerſpiegel im Aufſchlaggerinne, oder vor der Schütze, bis zur Oberfläche des Unterwaſſers zu nehmen, deſſen Höhe von dem Waſſerquantum, der Breite und dem Gefälle des Abzugsgrabens abhängt. Um an Wirkung ſo wenig wie möglich zu verlieren, ſoll das Radtiefſte unmittelbar über dem Unterwaſſerſpiegel ſtehen, weshalb denn auch das Gefälle von der Oberfläche des Oberwaſſers bis zum Radtiefſten gemeſſen wird. Nur dann, wenn der Rückſtau und das Waten des Rades zu befürchten iſt, hängt man das Rad etwas höher, ſo daß ſein Tiefſtes noch $^1/_2$ bis 1 Fuß von dem Unterwaſſer abſteht oder, wie man ſagt, freihängt.

§. 172 **Radconſtructionen.** Man baut die Waſſerräder aus Holz, oder aus Eiſen, oder theils aus Holz, theils aus Eiſen. Die Art und Weiſe, wie die Radarme mit der Welle verbunden ſind, iſt ſehr verſchieden. Bei den ganz hölzernen Rädern hat man gewöhnlich ſogenannte Armgeviere, welche die zu dieſem Zwecke vierkantig gearbeitete Welle umfaſſen; ſeltener ſind die Arme durch die zu dieſem Zwecke durchlochte Welle hindurchgeſteckt. Die erſte Art von Rädern nennt man Sattelräder, die zweite Art Sternräder. Letztere Conſtruction kommt nur bei leichten oder ſchwachen Rädern vor. Bei hohen Rädern reichen die Armgeviere nicht aus, es müſſen daher noch andere Arme, ſogenannte Helfarme, zwiſchen die die Armgeviere bildenden Arme, oder ſogenannte Hauptarme, eingeſetzt werden. Die letztere Conſtruction kommt bei dem in Fig. 354 abgebildeten Rade vor. Man baut beim ſächſiſchen Bergbau ſolche Räder zum Umtriebe der Pochwerke, Kunſtgezeuge u. ſ. w. von 20 bis 50 Fuß Höhe. In dieſer Zeichnung iſt A die Welle, B und C ſind deren Zapfen, DE, FG u. ſ. w. die Hauptarme, HM, HL u. ſ. w. aber die Helfarme, welche bei H in den ſogenannten Viertelſtöcken eingeſetzt ſind. Ferner ſind DFG und $D_1 F_1 G_1$ die Radkränze, und K iſt das Aufſchlaggerinne. Die Kränze ſind aus zwei Holzringen

zuſammengeſetzt, die aus 8 bis 16 einzelnen, 3 bis 5 Zoll dicken bogenförmig gearbeiteten Pfoſtenſtücken, den ſogenannten Felgen, beſtehen. Die

Fig. 354.

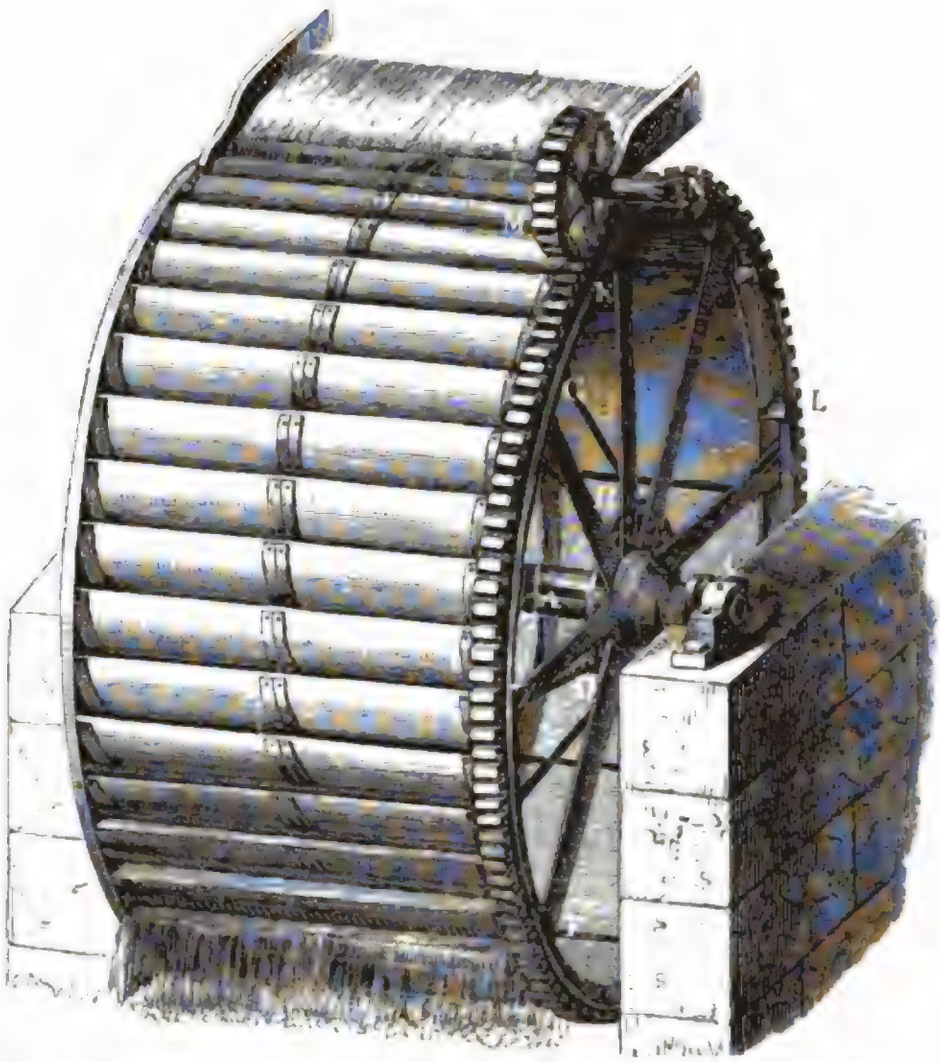


Arme ſind unter ſich und mit den Kränzen durch Schrauben verbunden. Zur feſten Verbindung der Kränze mit einander dienen die Hängenägel oder lange Schraubenbolzen, welche durch beide Kränze und durch je zwei Radarme zugleich hindurchgehen. Um die Schaufeln einſetzen zu können, ſind in die Innenflächen der Kränze ſogenannte Larven eingeſchnitten. Das Zahnrad N dient zur Transmiſſion der Bewegung.

In Fig. 355 (a. f. S.) iſt ein eiſernes Rad neuerer Conſtruction abgebildet. Hier ſind die Radarme $BE, DF \ldots$ durch Schrauben mit Scheiben oder Roſetten, wie BD, feſt verbunden, welche auf der Welle AC aufſitzen. Dieſe Räder werden in der Regel ſehr weit gemacht, und erhalten deshalb außer den beiden Seitenkränzen noch einen dritten, mitten zwiſchen jenen. Dieſer dritte Kranz iſt nun noch durch Diagonalarme, wie BG u. ſ. w., geſtützt. Zur Befeſtigung des Ganzen ſind noch Ankerſtangen durch je zwei Haupt-

arme hindurchgezogen. Mit einem der äußeren Kränze iſt das Zahnrad *E L F* verbunden, das in ein anderes Zahnrad *M* eingreift und dadurch

Fig. 355.



eine Welle *M N* in Umdrehung ſetzt. Die Schaufeln beſtehen hier aus Eiſenblech, und werden mittels Schrauben auf Rippen befeſtigt, die an den inneren Seiten der Radkränze angegoſſen ſind.

§. 173 **Radhalbmesser.** Das erſte Hauptelement eines Waſſerrades iſt die Umfangsgeſchwindigkeit v, oder Umdrehungszahl u deſſelben. Aus einem oder dem anderen dieſer beiden Elemente läßt ſich zunächſt der Radhalbmeſſer beſtimmen. Wir werden weiter unten ſehen, daß wir oberſchlägigen Waſſerrädern eine kleine Umfangsgeſchwindigkeit geben müſſen. Bei hohen Rädern ſteigt dieſelbe bis auf 10 Fuß, Räder von mittlerer Höhe haben nur 5 Fuß Geſchwindigkeit und ſelbſt bei den niedrigſten Rädern läßt man dieſe Geſchwindigkeit nicht unter $2^1/_2$ Fuß herabgehen. Die Geſchwindigkeit c des eintretenden Waſſers hängt von der Radgeſchwindigkeit v ab, und iſt in einem beſtimmten Verhältniſſe größer als dieſe. Zur Erzeugung der Geſchwindigkeit c iſt ein Gefälle nöthig, wie in Fig. 356,

$\overline{AB} = h_1 = \frac{c^2}{2g}$, welches vom Totalgefälle $AF = h$ nur noch das eigentliche Radgefälle

$$\overline{BF} = h_2 = h - h_1 = h - \frac{c^2}{2g}$$

übrig läßt. Da ſelbſt bei dem vollkommenſten Ausfluß noch 5 Procent an lebendiger Kraft verloren gehen (ſ. Band I, §. 405), ſo möchte es rathſam ſein, denſelben hier zu 10 Procent anzunehmen, und daher das effective Gefälle für den Eintritt,

$$h_1 = 1{,}1 \cdot \frac{c^2}{2g},$$

alſo

$$h_2 = h - 1{,}1 \cdot \frac{c^2}{2g}$$

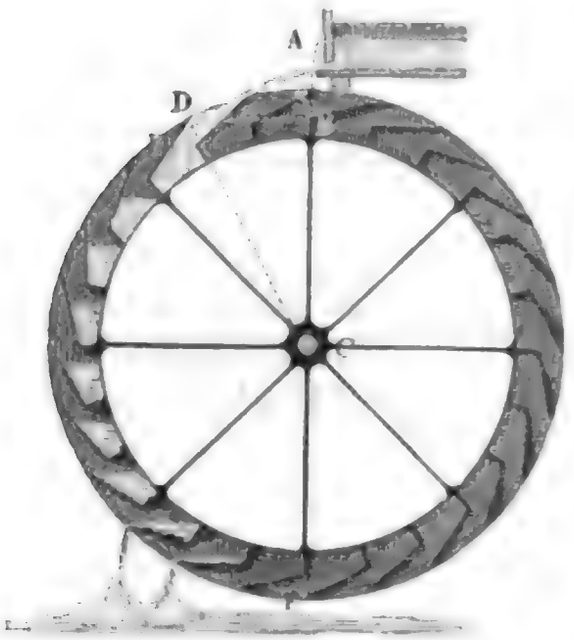
zu ſetzen. Aus dem Radgefälle h_2 ergiebt ſich nun noch die Radhöhe oder der Radhalbmeſſer $\overline{CF} = \overline{CS} = a$, indem wir den Winkel $SCD = \theta$, um welchen die Eintrittsſtelle D vom Radſcheitel S abweicht, als gegeben anſehen können. Es iſt nämlich:

$$h_2 = \overline{CF} + \overline{CB} = a + a\cos.\theta = (1 + \cos.\theta)\, a,$$

daher umgekehrt, der Radhalbmeſſer:

$$a = \frac{h - h_1}{1 + \cos.\theta}.$$

Fig. 356.



Aus dem Radhalbmeſſer a und der Umfangsgeſchwindigkeit v ergiebt ſich die Anzahl der Umdrehungen des Rades pr. Minute:

$$u = \frac{30\, v}{\pi\, a}.$$

In der Regel giebt man die Umdrehungszahl u und hat hieraus a und v zu berechnen. Setzen wir hiernach

$$v = \frac{\pi\, u\, a}{30} \text{ und } c = \varkappa \cdot \frac{\pi\, u\, a}{30},$$

wo $\varkappa$ ein gegebenes Verhältniß, der ſogenannte Geſchwindigkeitscoefficient $\frac{c}{v}$ iſt, ſo erhalten wir:

$$(1 + \cos.\theta)\, a = h - \frac{1{,}1}{2g} \cdot \left(\frac{\varkappa \,.\, \pi\, u\, a}{30}\right)^2,$$

und hieraus, wenn man $g = 31{,}25$ und $\pi = 3{,}1416$ einführt,

$$a = \frac{h - 0{,}000193\ (x u a)^2}{1 + cos.\,\theta}.$$

Die Auflöſung dieſer quadratiſchen Gleichung giebt den **Radhalbmeſſer**:

$$1)\quad a = \frac{\sqrt{0{,}000772\ (x u)^2\ h + (1 + cos.\,\theta)^2} - (1 + cos.\,\theta)}{0{,}000386\ (x u)^2},$$

oder annähernd:

$$a = \frac{h\ [1 - 0{,}000048\ (x u)^2\ h]}{1 + cos.\,\theta}\ \text{Fuß}.$$

Hiernach folgt dann die **Umfangsgeſchwindigkeit** des Rades:

$$2)\quad v = \frac{\pi u a}{30} = 0{,}1047\,.\,u a.$$

Beiſpiele. 1. Für ein Gefälle von 30 Fuß iſt ein Rad zu conſtruiren, welches 8 Fuß Umfangsgeſchwindigkeit hat, und das noch einmal ſo ſchnell eintretende Waſſer 12 Grad unter dem Scheitel aufnimmt, wie groß iſt der erforderliche Radhalbmeſſer und die Umdrehungszahl? Es iſt:

$$c = 2\,.\,8 = 16\ \text{Fuß},$$

daher:

$$h_1 = 1{,}1\,.\,0{,}016\,.\,16^2 = 4{,}5\ \text{Fuß},$$

und

$$a = \frac{30 - 4{,}5}{1 + cos.\,12^0} = \frac{25{,}5}{1{,}978} = 12{,}9\ \text{Fuß},$$

endlich:

$$u = \frac{30\,.\,8}{\pi\,.\,12{,}9} = 5{,}92.$$

2. Iſt die Umdrehungszahl $u = 5$ gegeben, ſo folgt bei dem nämlichen Gefälle und dem gegebenen Verhältniſſe $x = 2$, der Radhalbmeſſer

$$a = \frac{\sqrt{2{,}316 + 3{,}9125} - 1{,}978}{0{,}0386} = \frac{0{,}5177}{0{,}0386} = 13{,}41\ \text{Fuß};$$

ferner die Umfangsgeſchwindigkeit:

$$v = 0{,}1047\,.\,5\,.\,13{,}41 = 7{,}02\ \text{Fuß},$$

die Eintrittsgeſchwindigkeit:

$$c = 14{,}04\ \text{Fuß},$$

und endlich das Gefälle zur Erzeugung der letzteren Geſchwindigkeit:

$$h_1 = 1{,}1\,.\,0{,}016\,.\,14{,}04^2 = 3{,}47\ \text{Fuß}.$$

§. 174 **Kranzbreite und Radweite.** Wichtige Radverhältniſſe ſind ferner noch die **Kranzbreite** und die **Radweite**. Die **Kranzbreite** (Radtiefe) oberſchlägiger Waſſerräder macht man gewöhnlich 10 bis 12 Zoll, ſelten 14 bis 15 Zoll, und zwar nur deshalb, weil das Waſſer bei einem Rade mit ſchmalem Kranze an einem größeren Hebelarme wirkt, als bei einem gleich hohen Rade mit breitem Kranze. Was dagegen die Radweite oder Radbreite anlangt, ſo hängt dieſe von dem dem Rade zu gebenden Faſſungsraume ab. Iſt d die Kranzbreite oder Radtiefe und e die Radweite, ſo hat

man für den Querſchnitt des vom Boden und von den Radkränzen gebildeten ringförmigen Faſſungsraumes, $= de$; und iſt noch v_1 die Radgeſchwindigkeit im Mittel der Kranzbreite, ſo hat man den in der Secunde dem eintretenden Waſſer dargebotenen Faſſungsraum, $= de.v_1$. Dieſer Raum kann jedoch dem Aufſchlagquantum Q pr. Secunde nicht gleich ſein, weil der Faſſungsraum einer Radzelle nicht ſo groß iſt als der ganze zwiſchen je zwei Schaufeln befindliche Raum, und es auch wegen des zu zeitigen Ausfließens nicht zweckmäßig iſt, die Zellen ganz mit Waſſer anzufüllen; es iſt daher $\varepsilon dev_1 = Q$, und $\varepsilon < 1$ zu ſetzen. In der Regel nimmt man dieſen Coefficienten, den man auch den Füllungscoefficienten nennt, $\varepsilon = 1/4$ bis $1/3$ an. Jedenfalls beſtimmt ſich nun die geſuchte Radweite durch die Formel

$$e = \frac{Q}{\varepsilon d v_1},$$

oder, wenn man annähernd

$$v_1 = v = \frac{\pi a u}{30}$$

einführt,

$$e = \frac{30\,Q}{\varepsilon \pi u a d} = 9{,}55\,\frac{Q}{\varepsilon u a d},$$

oder für ε den mittleren Werth $1/4$ angenommen,

$$e = 38{,}2\,\frac{Q}{u a d}.$$

Damit ſehr hohe Räder nicht zu ſchmal ausfallen, nimmt man für ſie ε wohl gar $1/5$.

Schaufelzahl. Die Schaufelzahl n iſt ein weiteres wichtiges Rad- §. 175
element. Es iſt leicht einzuſehen, daß eine kleinere Waſſermenge in einer Radzelle länger beharrt als ein größeres Waſſerquantum, und da nun dieſes letztere unter übrigens gleichen Umſtänden und Verhältniſſen um ſo kleiner ausfällt, je größer die Anzahl der Schaufeln des Rades iſt, ſo folgt, daß im Allgemeinen eine große Schaufelzahl auf eine größere Ausnutzung der Waſſerkraft führt, und daher eine größere Leiſtung des Waſſerrades verſpricht als eine kleine Schaufelzahl. Jedoch hat dieſe Zahl auch ihre Grenzen, und zwar nicht allein deshalb, weil die Schaufeln in Folge ihrer Dicke einen gewiſſen Theil vom Faſſungsraum des Rades in Anſpruch nehmen, wonach man alſo Rädern mit dünneren eiſernen Schaufeln eine größere Schaufelzahl geben müßte, als Rädern mit dickeren Holzſchaufeln, ſondern auch deshalb, weil es zwecklos und nachtheilig iſt, die Schaufeln ſo nahe an einander zu rücken, daß die eine Zelle in den Faſſungsraum der anderen tritt, welche daher nicht ſoviel Waſſer zu faſſen vermag, als wenn dieſe Schaufeln mehr von einander abſtehen. Einen weſent-

lichen Einfluß auf die Anzahl der Schaufeln eines Rades hat auch noch die Geſtalt der Schaufeln, ſowie die Art und Weiſe der Einführung des Waſſers in das Rad, da dem Waſſerſtrahl zum Eintritt in das Rad ein hinreichender Querſchnitt dargeboten werden muß.

Hat man den Abſtand zwiſchen je zwei Schaufeln feſtgeſetzt, ſo iſt die Anzahl n der Schaufeln dem Radumfang oder Halbmeſſer a proportional wachſend anzunehmen, und zwar im Mittel bei der gewöhnlichen Radtiefe von 10 bis 12 Zoll, $n = 5\,a$ bis $6\,a$ zu ſetzen, wenn a in Fußen ausgedrückt wird.

Räder von größerer Radtiefe erhalten eine kleinere Schaufelzahl als ſolche von kleinerer Tiefe.

Aus der Schaufelzahl n folgt der ſogenannte Theilwinkel, d. i. der Winkel zwiſchen zwei benachbarten Schaufeln:

$$\varphi = \frac{360^0}{n}.$$

Beiſpiel. Wenn ein oberſchlägiges Waſſerrad bei 15 Fuß Halbmeſſer, 1 Fuß Kranzbreite und 10 Cubikfuß Aufſchlag pr. Secunde, fünf Umdrehungen pr. Minute machen ſoll, ſo hat man ihm die Weite

$$e = 38{,}2 \cdot \frac{10}{5 \,.\, 15 \,.\, 1} = 5{,}1 \text{ Fuß}$$

zu geben; und es iſt die Schaufelzahl $n = 5\,a = 5 \,.\, 15 = 75$, oder, wegen der leichteren Vertheilung, $n = 72$, in Anwendung zu bringen, endlich iſt der Theilungswinkel $\varphi = {}^{360}/_{72} = 5^0$ zu machen.

§. 176 **Schaufelungsmethoden.** Von großem Einfluſſe auf die Wirkung eines Waſſerrades ſind die ſogenannten Schaufelungsmethoden oder die Formen der durch den Boden und durch die Schaufeln des Rades gebildeten Radzellen (franz. augets; engl. buckets). Die Schaufeln müſſen ſo geformt und ſo geſtellt ſein, daß ſie das Ausſchlagewaſſer (franz. eau motrice; engl. moving water) nicht allein ungehindert in die Radzelle eintreten laſſen, ſondern auch darin ſoviel wie möglich zum tiefſten Punkte des Rades zurückhalten. Viele von den verſchiedenen Schaufelungsmethoden entſprechen dieſen Forderungen nur ſehr unvollkommen. Bei gleicher Schaufelzahl, gleicher Waſſermenge u. ſ. w. hängt jedenfalls der Ein- und Austritt des Waſſers von der Lage des äußeren Schaufelendes AB, Fig. 357, ab. Daſſelbe ſchließt mit dem äußeren Radumfange einen gewiſſen Winkel $BAT = \beta$ ein, welchen wir in der Folge den Eintrittswinkel des Waſſers nennen wollen. Dieſer Winkel ergänzt den Winkel BAC, welchen das Schaufelende mit dem Radhalbmeſſer CA einſchließt und gewöhnlich der Dockungs- oder Deckungswinkel genannt wird, zu einem Rechten (90°). Das äußere Schaufelend AB bildet die äußere Seitenwand einer Zelle, deren veränderlicher Faſſungsraum daher auch von der Lage und Ausdehnung dieſes Begrenzungselementes abhängt. Wenn beim Niedergehen der Zelle das Schaufelende in eine horizontale Lage AB, Fig. 358, gelangt, ſo ver-

liert es die Eigenschaft einer Seitenwand vollständig und es fällt der Fassungsraum der Zelle Null aus. In diesem Augenblicke steht das Schaufelende

Fig. 357.

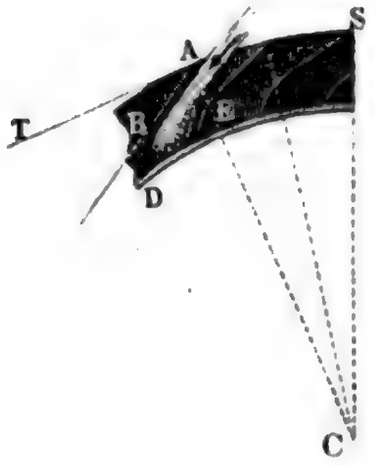
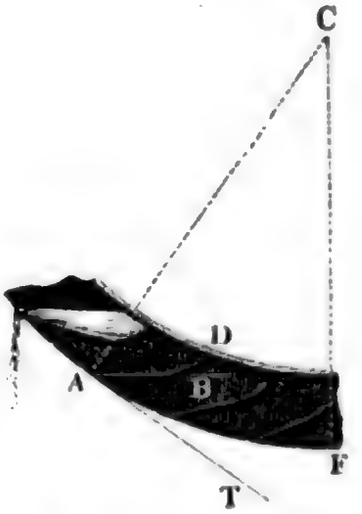


Fig. 358.



noch um den Winkel $ACF = BAT = \beta$ von dem Radtiefsten F ab; damit folglich das Wasser so lange wie möglich in der niedergehenden Zelle zurückgehalten werde, ist dieser Winkel so klein wie möglich zu machen. Da nun aber zur Einführung des Wassers in das Rad ein gewisser Zellenquerschnitt AE, Fig. 357, nothwendig ist, welcher von der Größe des Eintrittswinkels abhängt und mit demselben gleichzeitig Null ausfällt, so ist zur Erzielung einer vortheilhaften Leistung des Wasserrades erforderlich, daß der Eintrittswinkel des Wassers zwar klein sei, jedoch unter eine gewisse und noch zu bestimmende Grenze nicht herabkomme.

Außerdem hängt der Fassungsraum einer Radzelle auch noch von der Form und Ausdehnung der Schaufeln ab, und es ist leicht zu ermessen, daß derselbe um so größer ausfällt, je breiter die Schaufeln sind und je mehr dieselben im Mittel vom inneren Radumfange oder von dem als innere Seitenwand der Zellen dienenden Radboden abstehen. Wenn es nun auch zum längeren Zurückhalten des Wassers in den Zellen erforderlich ist, den Fassungsraum der letzteren so viel wie möglich zu vergrößern, so ist doch auch hierin die Grenze nicht zu überschreiten, wobei entweder die Fassungsräume der benachbarten Zellen in einander eindringen oder die Zellen Dimensionen annehmen, welche dem Ein- und rechtzeitigen Austritt des Wassers hinderlich sind. Aus diesem Grunde sind auch die einfachen ebenen Schaufeln, wie AB, Fig. 359 (a. f. S.), entweder gar nicht anwendbar oder wenigstens ganz unzweckmäßig, und man ersetzt dieselben durch zusammengesetzte oder krumme Schaufeln, welche sich zwar an den äußeren Radumfang unter dem gegebenen Eintrittswinkel β anschließen, dagegen aber auf dem inneren Radumfang oder Radboden ganz oder nahe rechtwinkelig stehen.

Die hölzernen Schaufeln läßt man gewöhnlich aus zwei Theilen AB und

BD, Fig. 360, beſtehen, welche natürlich unter einem ſtumpfen Winkel aneinander ſtoßen. Der äußere Theil der Schaufel heißt die Stoß- oder

Fig. 359.

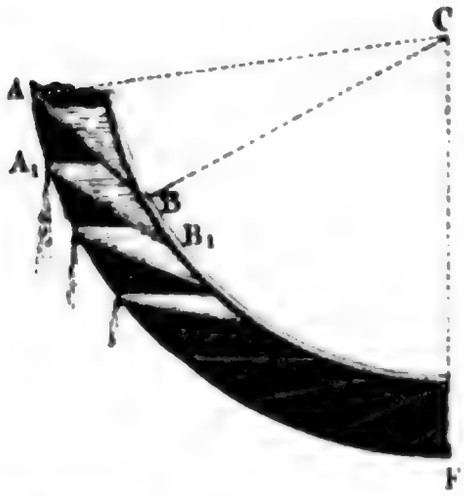
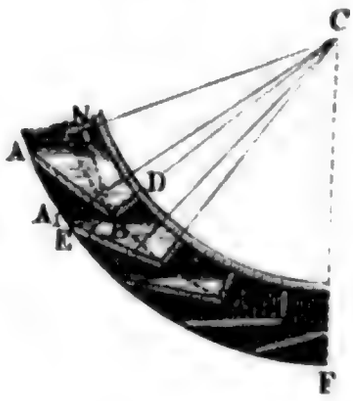


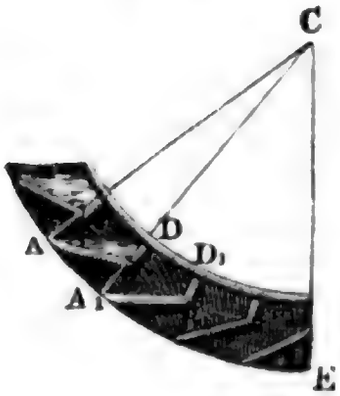
Fig. 360.



Setzſchaufel, und der innere die Riegel- oder Kropfſchaufel; die erſtere trifft den äußeren Radumfang unter dem Eintrittswinkel β und die letztere wird radial, zuweilen auch, jedoch mit Nachtheil, rechtwinkelig gegen die erſtere gelegt. Man nennt den Kreis, welcher durch die Punkte beſtimmt iſt, worin dieſe Schaufeln zuſammenſtoßen, den Theilkreis des Waſſerrades, weil auf ihm die Eintheilung des Rades in Zellen vorgenommen wird. Dieſen Kreis legt man bei einem kleineren Eintrittswinkel ins Mittel, wie Fig. 360, und bei einem größeren Eintrittswinkel ins Drittel der Kranzbreite, wie Fig. 361, ſo daß er im erſteren Falle von beiden Radumfängen gleich und im zweiten vom äußeren Radumfange noch ein Mal ſo viel abſteht als vom inneren.

Eine gewöhnliche und ſehr einfache Schaufelconſtruction beſteht darin, daß man die Stoßſchaufel AB, Fig. 361, von den Schenkeln CA und CB des Theilwinkels $ACB = \varphi$ einſchließen und folglich in einem und demſelben Radius CD eine Stoßſchaufel A_1B_1 anfangen und eine andere Stoßſchaufel AB auslaufen läßt. Um einen kleineren Eintrittswinkel zu erhalten, macht man auch den Winkel $ACB = \psi$, Fig. 360, welcher eine Stoßſchaufel zwiſchen ſeine Schenkel faßt, noch größer als den Theilwinkel ACA_1, z. B. Fünfviertel dieſes Winkels.

Fig. 361.



Iſt a der äußere Halbmeſſer CA, und a_1 der Halbmeſſer CB des Theilkreiſes, ſo hat man für den dem Schaufelwinkel ψ entſprechenden Eintrittswinkel $EAB = ABN = \beta$

$$tang.\,\beta = \frac{AN}{BN} = \frac{a - a_1\,cos.\,\psi}{a_1\,sin.\,\psi},$$

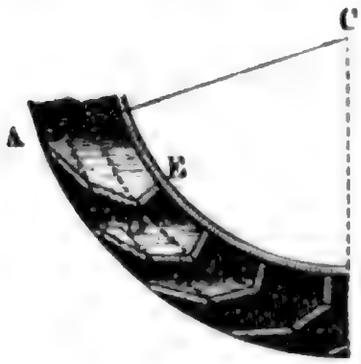
in welchem Ausdrucke φ ſtatt ψ einzuſetzen iſt, wenn die gewöhnliche einfache Schaufelconſtruction angewendet wird. Bezeichnet nun d die Kranzbreite $\overline{DE}$, ſo hat man, jenachdem man den Theilkreis ins Mittel oder ins Drittel legt,

$$a_1 = a - {}^1/_2 d \text{ oder } a_1 = a - {}^2/_3 d$$

in die letzte Formel einzuſetzen.

Die Stoß- und Riegelſchaufeln aus Gußeiſen oder Eiſenblech gehen in einem Bogen allmälig in einander über und beſtehen nur aus einem Stücke (Fig. 358). Da bei dieſen eiſernen Schaufeln die Verengung der Zelle durch die Ecke zwiſchen den beiden Schaufeln wegfällt, ſo gewähren dieſe Schaufeln eine beſſere Einführung des Waſſers als die zweitheiligen Holzſchaufeln. Um auch den aus Holzſchaufeln gebildeten Radzellen eine größere Weite zu verſchaffen, kann man die Kante zwiſchen der Stoß- und Riegelſchaufel abſtumpfen und ſtatt derſelben ein drittes Schaufelſtück BD, Figur 362, einſetzen.

Fig. 362.



Noch kann man den Faſſungsraum einer Zelle dadurch vergrößern, ohne die Zelle, zum Nachtheil der Einführung des Waſſers in dieſelbe, zu verengen, daß man die Riegelſchaufel BD, Fig. 363, nicht rechtwinkelig gegen den Radboden, ſondern ſo ſtellt, daß ſie innerlich mit demſelben einen ſpitzen Winkel BDE, z. B. einen ſolchen von 45 Grad einſchließt. Um dieſen ſchrägen Anſchluß bei eiſernen Schaufeln zu erhalten, kann man dieſe Schaufeln ganz oder zum Theil nach einem Kreisbogen krümmen, welcher unter einem ſpitzen Winkel von circa 45 Grad an den Radboden anſtößt. Den Mittelpunkt M eines ſolchen Kreisbogens AD, Fig. 364, hat man in einer Linie

Fig. 363.

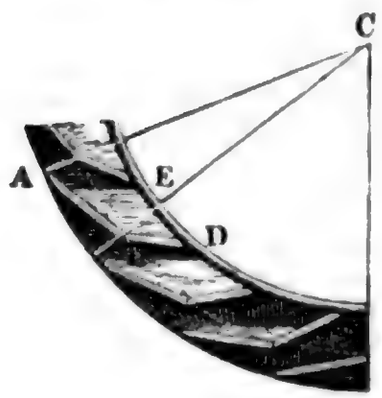
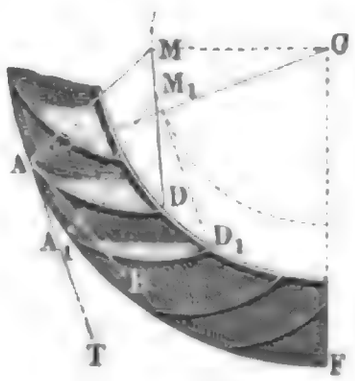


Fig. 364.



AM anzunehmen, welche mit dem Radhalbmeſſer CA den Eintrittswinkel

$$CAM = BAT = \beta$$

einſchließt. Die Mittelpunkte M_1, M_2... der übrigen Schaufeln $A_1 D_1$, $A_2 D_2$... liegen in einem mit CM aus C beſchriebenen Kreiſe.

Beiſpiel. Bei einem Rade von $2a = 30$ Fuß Höhe und $d = 10$ Zoll Kranzbreite, welches nach der in §. 175 vorläufig angegebenen Regel

$$5a = 5 . 15 = 75,$$

oder, der leichten Vertheilung wegen, 72 Radſchaufeln erhalten ſoll, iſt der Theilwinkel:

$$\varphi = \frac{360^0}{n} = {}^{360}/_{75} = {}^{24}/_{5} = 4{}^{4}/_{5} \text{ Grad};$$

macht man die Schaufelwinkel $\psi = {}^{5}/_{4}\,\varphi$ und legt den Theilungskreis in die Kranzmitte, ſo hat man:

$$\psi = {}^{24}/_{5} . {}^{5}/_{4} = 6^0;$$

ferner den Theilkreishalbmeſſer

$$a_1 = a - \frac{d}{2} = 15 - {}^{5}/_{12} = 14{,}5833 \text{ Fuß}$$

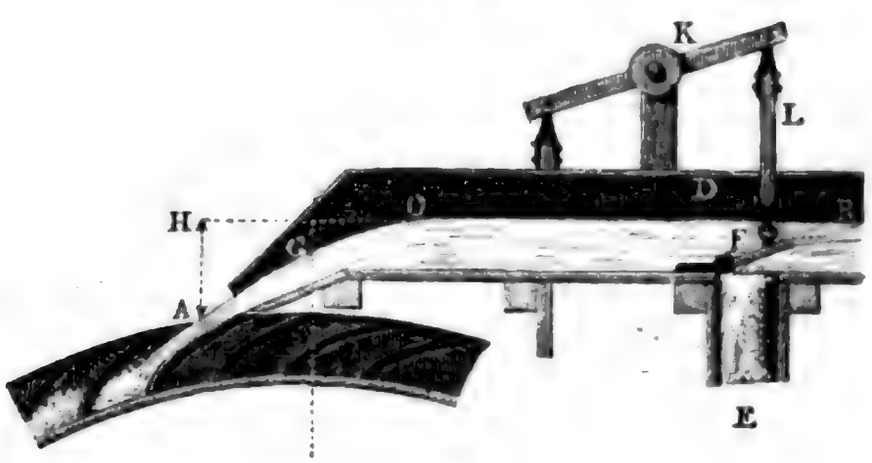
und für den Eintrittswinkel β:

$$tang.\,\beta = \frac{a - a_1\,cos.\,\psi}{a_1\,sin.\,\psi} = \frac{15 - 14{,}5833\,cos.\,6^0}{14{,}5833\,sin.\,6^0} = \frac{0{,}496}{1{,}527} = 0{,}325;$$

hiernach iſt dieſer Winkel ſelbſt: $\beta = 18^0\,1'$
und der Deckungswinkel $90 - \beta = 71^0\,59'$,
wofür man 72 Grad annehmen kann.

§. 177 **Schützen.** Von nicht unbedeutender Wichtigkeit iſt die Art und Weiſe, wie das Waſſer auf ein Rad geführt wird. Man läßt entweder das Waſſer aus dem Gerinne frei einfallen in das Rad, oder man ſpannt daſſelbe durch eine ſogenannte Spannſchütze an, ehe es in das Rad tritt. Im erſten Falle hängt die Einfallsgeſchwindigkeit faſt nur von der Fallhöhe ab, im zweiten hingegen kann dieſe durch die Druckhöhe regulirt werden. Aus dem letzteren Grunde zieht man daher auch die Anwendung eines Schutzbretes dem freien Eintritte oder der Einführung durch ein ſogenanntes Schußgerinne vor. In Fig. 365 iſt ein Waſſereinlauf ohne Schütze abgebildet.

Fig. 365.



Das durch das Gerinne DO zugeführte Wasser wird durch ein Schußgerinne G in bestimmter Richtung auf das Rad geführt. Um wenigstens den Zufluß zu reguliren, ist vor dem Rade ein Abfalllutten E angebracht, durch den das überflüssige Wasser abfließt und über welchem eine Fallklappe F liegt, welche sich mittels Hebel K, Stange L u. s. w. beliebig eröffnen und verschließen läßt. Fließt das Wasser im Gerinne mit der Geschwindigkeit c_0 zu und ist die Fallhöhe $\overline{AH}$, vom Wasserspiegel OR bis Eintrittspunkt A gerechnet, $= h_1$, so hat man die Geschwindigkeit des eintretenden Wassers beinahe

$$c = \sqrt{2gh_1 + c_0^2} = \sqrt{2gh_1 + \left(\frac{Q}{G}\right)^2},$$

wenn Q das Wasserquantum und G den Inhalt des Querschnittes vom zufließenden Wasser bezeichnen.

Die Spannschützen (franz. vannes; engl. sluices, hatches, penstocks, shuttles) sind entweder horizontal, oder vertical, oder geneigt. Die Anordnung und Stellvorrichtung eines horizontalen Schutzbretes BC ist aus Fig. 366, und die eines verticalen Schutzbretes aus Fig. 367 ersichtlich. Dort wird das Bret durch Zugstange DE und Hebel KD u. s. w., und durch Zahnstange Z und Getriebe R in Bewegung gesetzt.

Die Construction von einer schiefstehenden Spannschütze ist in Fig. 368 abgebildet. Bei dieser in Freiberg angewendeten Spannschütze

Fig. 366.

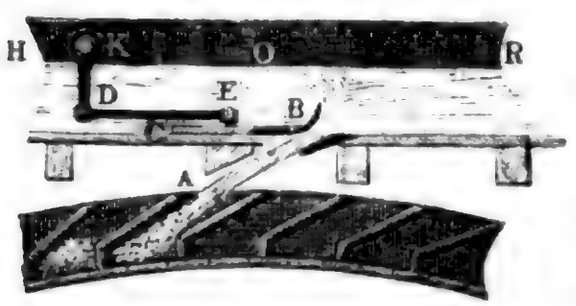


Fig. 367.

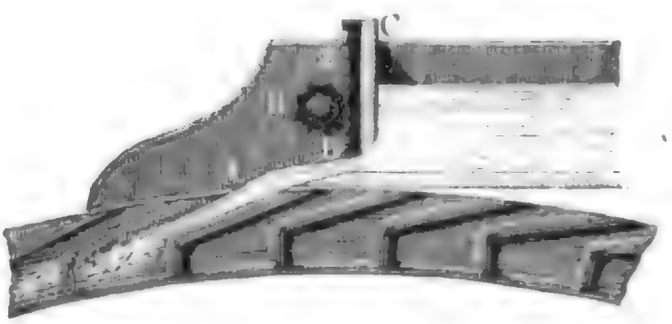
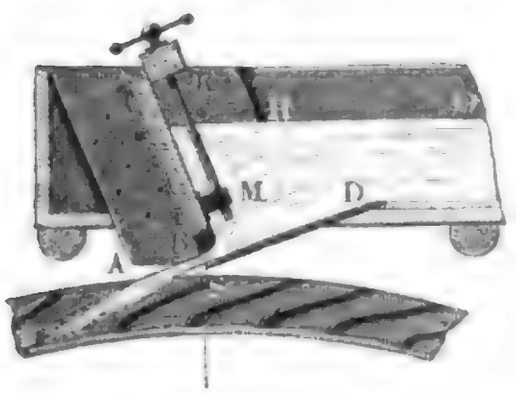


Fig. 368.



erfolgt die Stellung durch eine Schraube RM, welche oben durch eine über dem Gerinne wegliegende Schwelle R und unten durch eine an dem Schutzbrete BC vorstehende Nase M hindurchgeht.

Es ist bei allen Constructionen dieser Art, Regel, die Mündung im Inneren so viel und so glatt wie möglich abzurunden oder nach der Gestalt des contrahirten Wasserstrahles zu formen, damit die äußere Con-

traction des Waſſerſtrahles vermieden und dem Waſſer ſo wenig wie möglich Hinderniſſe in den Weg gelegt werden. Fällt das Waſſer, nachdem es aus der Mündung herausgetreten iſt, ganz frei, und kann man die Mündungsebene winkelrecht gegen die Richtung des Strahles legen, ſo iſt es auch zweckmäßig, die Mündung einer dünnen Wand anzuwenden; nur muß dann auch dafür geſorgt werden, daß nicht partielle, einen ſchiefen Strahl gebende Contraction eintrete (ſ. Bd. I, §. 414).

Bei dem Ausfluſſe durch Spannſchützen beſtimmt ſich aus der Druckhöhe $= h_0$ die Ausflußgeſchwindigkeit

$$c_0 = \mu \sqrt{2 g h_0};$$

iſt nun noch z die freie Fallhöhe von Schutzmündung bis Eintrittspunkt gerechnet, ſo hat man die Einfallsgeſchwindigkeit:

$$c = \sqrt{c_0^2 + 2 g z} = \sqrt{2 g (\mu^2 h_0 + z)}.$$

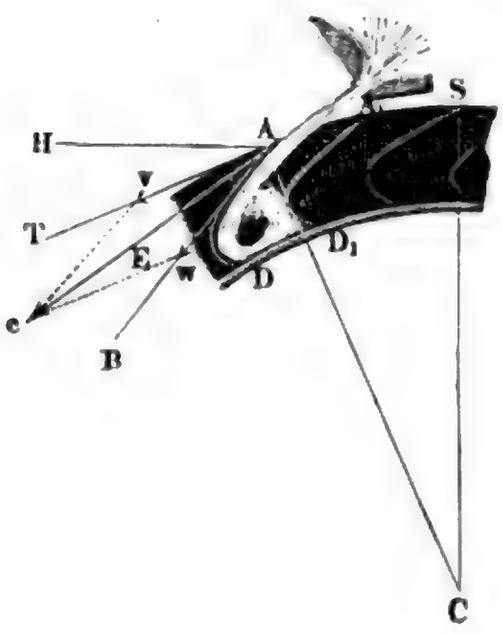
Nehmen wir den Ausflußcoefficienten $\mu = 0{,}95$ an, ſo bekommen wir demnach:

$$c = \sqrt{2 g (0{,}9 h_0 + z)}.$$

Man erſieht hieraus, daß bei gleichem Einlaßgefälle die Einfallsgeſchwindigkeit ziemlich dieſelbe iſt, das Waſſer mag frei einfallen oder aus einer Schutzöffnung in das Rad gelangen.

§. 178 **Eintritt des Waſſers.** Damit das Waſſer ungehindert in die Radzellen eintrete, darf es nicht am äußeren Radumfange mit den Schaufeln zuſammenſtoßen, ſondern es muß der Zuſammenſtoß erſt nahe am inneren Umfange erfolgen. Aus dieſem Grunde iſt nicht nur die äußere Schaufelkante A möglichſt zuzuſchärfen, ſondern auch noch der Waſſerſtrahl $\overline{Ac}$, Fig. 369, ſo zu richten, daß ſich ſeine Geſchwindigkeit in zwei Componenten zerlegen läßt, wovon der eine mit der Umfangsgeſchwindigkeit $\overline{Av} = v$ zuſammenfällt und der andere die Richtung AB der Stoßſchaufel oder des äußeren Schaufelendes überhaupt hat. Da man die Richtung AB der Stoßſchaufel als gegeben anſehen kann, ebenſo die gegen den Radhalbmeſſer CA rechtwinkelig gerichtete Geſchwindigkeit v am äußeren Radumfange bekannt und die Größe der Geſchwindigkeit c des einfallenden Waſſers eine beſtimmte iſt, ſo findet man

Fig. 369.



die erforderliche Richtung des letzteren, wenn man durch (v) eine Parallele zu AB legt, mit c, als Halbmeſſer, aus A einen Kreisbogen beſchreibt und nun von A nach dem Durchſchnitte (c) dieſes Bogens mit jener Parallelen eine Gerade $\overline{Ac}$ zieht.

Führt man endlich noch durch den Endpunkt (c) eine Parallele zu $\overline{Av}$, ſo ſchneidet dieſe von AB die relative Geſchwindigkeit $\overline{Aw} = w$ ab, mit welcher das Waſſer in das Rad eintritt. Durch Rechnung findet man Folgendes: Iſt α der Zutrittswinkel EAT, unter welchem der zufließende Waſſerſtrahl den äußeren Radumfang trifft, und β der gegebene Eintrittswinkel, unter welchem ſich die Schaufeln an dieſen Radumfang anſchließen, ſo gelten für dieſelben die bekannten Proportionen (ſ. Bd. I, §. 33):

$$\frac{\sin.\alpha}{\sin.\beta} = \frac{w}{c} \text{ und } \frac{\sin.(\beta - \alpha)}{\sin.\beta} = \frac{v}{c}.$$

Die letztere Proportion führt auf die Formel

$$\sin.(\beta - \alpha) = \frac{v}{c}\sin.\beta = \frac{\sin.\beta}{\varkappa},$$

wonach ſich aus dem Eintrittswinkel β und dem Geſchwindigkeitsverhältniſſe $\varkappa = \frac{c}{v}$, der Winkel $\beta - \alpha = EAB$ beſtimmen läßt, um welchen die Richtung AE des Waſſerſtrahles von der Richtung AB des Schaufelendes abweichen muß, und wodurch auch der Zutrittswinkel

$$\alpha = \beta - (\beta - \alpha)$$

gefunden wird.

Mit Hülfe der erſteren Proportion folgt dann aus dem letzteren Winkel die relative Eintrittsgeſchwindigkeit:

$$w = \frac{c\sin.\alpha}{\sin.\beta}.$$

Man kann dieſe Geſchwindigkeit auch mittels der bekannten Formel

$$w = \sqrt{c^2 + v^2 - 2cv\cos.\alpha} = v\sqrt{1 - 2\varkappa\cos.\alpha + \varkappa^2}$$

berechnen, auch läßt ſich, da α ſtets nur ein kleiner Winkel und folglich $\cos.\alpha$ nahe = Eins iſt, annähernd, jedoch für den praktiſchen Gebrauch genau genug,

$$w = c - v = (\varkappa - 1)v, \text{ und ebenſo}$$

$$\sin.\alpha = \frac{c - v}{c}\sin.\beta = \left(\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}\right)\sin.\beta,$$

oder einfacher,

$$\alpha = \left(\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}\right)\beta \text{ ſetzen.}$$

Hiernach kann man alſo mittels des gegebenen Geſchwindigkeitsverhältniſſes $\varkappa = \frac{c}{v}$ aus dem Eintrittswinkel β der Zutrittswinkel α berechnen. Man erſieht auch hieraus, daß $\varkappa > 1$, und alſo auch $c > v$ ſein muß.

Da das in eine Radzelle eintretende Waſſer in Folge des Stoßes gegen die Kropfſchaufel u. ſ. w. eine entgegengeſetzte Bewegungsrichtung annimmt, ſo würde daſſelbe, wenigſtens theilweiſe, wieder aus der Zelle heraustreten, wenn die relative Eintrittsgeſchwindigkeit des Waſſers eine ſehr große wäre und wenn nicht das Waſſer durch den Stoß gegen die Außenfläche der folgenden Schaufel eine andere Richtung bekäme. In dieſer Hinſicht iſt daher auch die Schaufelconſtruction in Fig. 360 der in Fig. 363 vorzuziehen und die Anwendung von Schaufeln $A\,D$, wie Fig. 369, welche ſich mit ihrer Außenfläche unter einem ſpitzen Winkel an den Radboden anſchließen, in allen den Fällen zu rechtfertigen, wo das Waſſer mit einer großen relativen Geſchwindigkeit in das Rad eintritt.

Da die relative Eintrittsgeſchwindigkeit $w = c - v = (\varkappa - 1)\,v$ nicht allein mit v, ſondern auch mit $\varkappa$ wächſt, ſo ſoll aus dieſem Grunde das Verhältniß $\varkappa$ nie einen großen, meiſtens nur zwiſchen $^3/_2$ und 2 liegenden Werth annehmen.

Giebt man noch den Winkel $S\,C\,A = \theta$, um welchen der Eintrittspunkt A vom Radſcheitel abweicht, ſo kann man nun auch den Neigungswinkel $E\,A\,H = \nu$ des einfallenden Waſſerſtrahles gegen den Horizont $A\,H$ angeben; es iſt nämlich

$$\nu = T\,A\,H + E\,A\,T = \theta + \alpha.$$

Beiſpiel. Wenn ein 36 Fuß hohes verticales Waſſerrad in der Minute vier Umdrehungen machen und folglich mit der Geſchwindigkeit

$$v = \frac{\pi\,u\,a}{30} = 0{,}1047 \,.\, 4 \,.\, 18 = 7{,}54 \text{ Fuß}$$

umlaufen ſoll, ſo iſt bei dem Verhältniſſe $\varkappa = \frac{c}{v} = 2$ die erforderliche abſolute Geſchwindigkeit des zufließenden Waſſers:

$$c = \varkappa \,.\, v = 2 \,.\, v = 15{,}08 \text{ Fuß}.$$

Macht man nun den Eintrittswinkel $\beta = 20$ Grad, ſo iſt für den Zutrittswinkel α:

$$\sin.\,(\beta - \alpha) = \frac{\sin.\,\beta}{\varkappa} = {}^1/_2 \sin.\,\beta = {}^1/_2 \,.\, 0{,}3420 = 0{,}1710, \text{ daher:}$$

$$\beta - \alpha = 9^0\,51', \text{ ſo daß nun der Zutrittswinkel}$$
$$\alpha = 20^0 - 9^0\,51' = 10^0\,9',$$

und die relative Geſchwindigkeit des eintretenden Waſſers

$$w = \frac{\sin.\,\alpha}{\sin.\,\beta}\,c = \frac{0{,}1762}{0{,}3420} \cdot 15{,}08 = 7{,}78 \text{ Fuß folgt.}$$

Nach den Näherungsformeln wäre

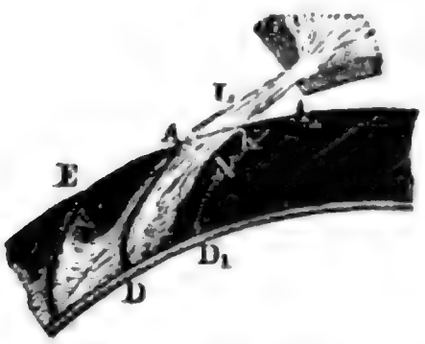
$$w = c - v = (\varkappa - 1)\,v = v = 7{,}54 \text{ Fuß und}$$
$$\alpha = \left(\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}\right)\beta = {}^1/_2\,\beta = 10 \text{ Grad.}$$

Steht die Eintrittsstelle um den Winkel $\theta = 12$ Grad vom Radscheitel ab, so ist folglich die erforderliche Neigung des Wasserstrahles gegen den Horizont:

$$\nu = \theta + \alpha = 12^0 + 10^0\,9' = 22^0\,9'.$$

Ist b die Länge des Bogens AK, Fig. 370, welchen der eintretende Wasserstrahl am äußeren Radumfange einnimmt, so beträgt die Dicke des Strahles unmittelbar vor dem Eintritte: §. 179

Fig. 370.



$\overline{KL} = \overline{AK}\,sin.\,KAL = b\,sin.\,\alpha$;

dagegen die Dicke desselben unmittelbar nach seinem Eintritte:

$\overline{AN} = \overline{AK}\,sin.\,AKN = b\,sin.\,\beta$,

und ist nun noch e die der Radweite gleichzusetzende Strahlbreite, so hat man die entsprechenden Querschnitte des Strahles: $e\,b\,sin.\,\alpha$ und $e\,b\,sin.\,\beta$, und folglich das Aufschlagwasserquantum:

$$Q = e\,b\,sin.\,\alpha\,.\,c = e\,b\,sin.\,\beta\,.\,w.$$

Nun ist aber dem Obigen zufolge,

$$Q = \varepsilon\,d\,e\,v,$$

wenn ε den Füllungscoefficienten und d die Radtiefe DE bezeichnen, daher hat man auch:

$$sin.\,\alpha = \frac{v}{c}\,\frac{\varepsilon d}{b} \text{ und } sin.\,\beta = \frac{v}{w}\,\frac{\varepsilon d}{b}.$$

Umgekehrt, ist die Länge des Bogens, welchen der Wasserstrahl am Radumfang einnimmt,

$$b = \frac{v}{c}\cdot\frac{\varepsilon\,d}{sin.\,\alpha} = \frac{v}{w}\cdot\frac{\varepsilon\,d}{sin.\,\beta}.$$

Annähernd, $w = c - v = (\varkappa - 1)\,v$ eingesetzt, folgt:

$$b = \frac{\varepsilon\,d}{(\varkappa - 1)\,sin.\,\beta}.$$

Da die oberschlägigen Wasserräder nicht ventilirt werden, d. i. keine Oeffnungen im Radboden zum Austritt der vom eintretenden Wasser vertriebenen Luft haben können, so darf die Einmündung einer Radzelle nicht einen Augenblick lang von dem Querschnitt des eintretenden Wassers ausgefüllt sein, sondern es muß dieser Querschnitt noch einen zum Entweichen der verdrängten Luft nöthigen Raum übrig lassen. Wenn nun die Strahlbreite nur wenig kleiner ist als die Radweite e, so muß die Luft längs der ganzen Radweite austreten können, und es ist daher nöthig, daß der im Vorstehenden gefundene Bogen, welchen das eintretende Wasser am äußeren Radumfange

einnimmt, noch kleiner ſei als der an eben dieſem Umfange von einer Radzelle eingenommene Bogen $A A_1$.

Iſt n die Anzahl der Radſchaufeln und a der äußere Radhalbmeſſer, ſo mißt dieſer letztere Bogen: $b_1 = \frac{2\pi a}{n}$, und ſetzen wir ihn nun der Bogenlänge b gleich, ſo erhalten wir folgenden Ausdruck für die zuläſſige Schaufel- oder Zellenzahl des Rades:

$$n = \frac{2\pi a}{b} = (\varkappa - 1) \cdot \frac{2\pi a \sin.\beta}{\varepsilon d}.$$

Der Sicherheit wegen iſt dieſe Zahl noch kleiner, je nach Befinden, nur halb ſo groß, d. i.

$$n = (\varkappa - 1) \cdot \frac{\pi a \sin.\beta}{\varepsilon d}$$

anzunehmen.

Man erſieht aus dieſer Formel, daß die Anzahl der Schaufeln eines Rades um ſo größer ausfallen kann, je größer der Radhalbmeſſer a, der Eintrittswinkel β und das Geſchwindigkeitsverhältniß $\varkappa = \frac{c}{v}$, ſowie je kleiner der Füllungscoefficient ε und je kleiner die Breite d des Radkranzes iſt.

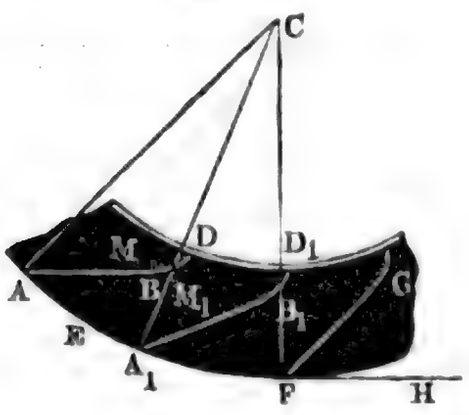
Beiſpiel. Für ein oberſchlägiges Waſſerrad von 24 Fuß Höhe und 1 Fuß Kranzbreite iſt bei dem Geſchwindigkeitsverhältniſſe $\varkappa = \frac{c}{v} = 2$, dem Füllungscoefficienten $\varepsilon = 1/4$ und dem Eintrittswinkel $\beta = 20$ Grad die größte Schaufelzahl:

$$n = (\varkappa - 1) \cdot \frac{2\pi a \sin.\beta}{\varepsilon d} = \frac{2\pi . 12 \sin. 20^0}{1/4} = 96\pi \sin. 20^0$$
$$= 96 . 3{,}14 . 0{,}342 = 103{,}1,$$

wofür jedoch der Sicherheit wegen nur zwei Drittel dieſes Werthes, etwa 72, anzunehmen ſein möchte.

(§. 180) **Anzahl der Zellen.** Wir haben im Obigen angenommen, daß das Waſſer eine Zelle vollſtändig verlaſſen habe, wenn die Stoßſchaufel $A B$, Fig. 371, oder wenigſtens das äußerſte Schaufelende eine horizontale Lage angenommen hat; dies iſt jedoch nur annähernd richtig; denn die letzten Waſſertheile, wie z. B. M, welchen der Druck mangelt, fallen erſt allmälig von der Schaufel $A B$ herab, während dieſelbe fortrückt und eine größere und größere Neigung annimmt. Die Zeit, welche hierzu nöthig iſt, läßt ſich wie folgt ermitteln.

Fig. 371.



Hat ſich die anfangs horizontale Schaufel AB um den Winkel $ACA_1 = \psi$ gedreht, iſt alſo auch ihre Neigung gegen den Horizont $= \psi$ geworden, ſo beträgt die Beſchleunigung des Waſſertheilchens M_1 auf derſelben: $p = g \sin. \psi$; nun iſt aber nach Bd. I, (§. 20) für die entſprechende Fallgeſchwindigkeit w, $\partial w = p \partial t$, daher hat man hier:

$$\partial w = g \sin. \psi . \partial t.$$

Dreht ſich das Rad, und alſo auch die Schaufel mit der Geſchwindigkeit v herum, ſo haben wir auch:

$$a\psi = vt, \text{ ſowie } a\partial\psi = v\partial t, \text{ daher läßt ſich}$$

$$\partial w = g \sin. \psi \cdot \frac{a\partial\psi}{v} = \frac{ga}{v} \sin. \psi \partial \psi,$$

und die relative Geſchwindigkeit des auf der Schaufel herabfallenden Waſſer-Elementes

$$w = \frac{ga}{v} \int \sin. \psi \partial \psi = \frac{ga}{v} (1 - \cos. \psi)$$

ſetzen.

Nach derſelben Stelle in Band I iſt auch für den Raum $B_1 M_1 = s$, welchen das Element in der Zeit t auf der Schaufel zurückgelegt hat:

$$\partial s = w \partial t = \frac{w a \partial \psi}{v} = \frac{g a^2}{v^2} (1 - \cos. \psi) \partial \psi;$$

es folgt daher der Weg ſelbſt

$$s = \frac{g a^2}{v^2} \int (1 - \cos. \psi) \partial \psi = \frac{g a^2}{v^2} (\psi - \sin. \psi).$$

Geht das Rad ſchnell um, ſo wird die Schwerkraft noch durch die anſehnliche Centrifugalkraft unterſtützt, und man hat daher, wenn auch nur annähernd, ſtatt $g, g + \frac{v^2}{a}$ (ſ. Band I, §. 42), wo a den Radhalbmeſſer bezeichnet, zu ſetzen.

Hiernach iſt nun:

$$s = \frac{a^2}{v^2} \left(g + \frac{v^2}{a} \right) (\psi - \sin. \psi),$$

und umgekehrt:

$$\psi - \sin. \psi = \frac{v^2 s}{(ga + v^2) a}.$$

Da der Inhalt eines Kreisſegmentes $= \frac{\psi - \sin. \psi}{2}$ für den Radius $= 1$ iſt, ſo läßt ſich daher ψ als der Centriwinkel eines Kreisabſchnittes vom Inhalt $\frac{\frac{1}{2} v^2 s}{(ga + v^2) a}$ anſehen.

Damit ſich alles Waſſer aus der Zelle entfernt hat, wenn das äußere Schaufelende A am Fußpunkte F des Rades ankommt, muß dieſer Formel auch entſprochen werden, wenn man ſtatt s die ganze Schaufelbreite $AB = FG$, und für ψ den Aus- oder Eintrittswinkel, d. i. den Winkel $BAE = GFH = \beta$ einführt, um welchen die Schaufel AB oder FG vom äußeren Radumfange abweicht.

Mit Hülfe der Formel

$$\beta - \sin.\beta = \frac{v^2 s}{(g a + v^2) a}$$

oder annähernd, mittels der Formel

$$\sin.\beta = \sqrt[3]{\frac{6\, v^2 s}{(g a + v^2) a}},$$

läßt ſich die Größe des zuläſſigen Eintrittswinkel β beſtimmen, den wir im Vorſtehenden immer als gegeben oder bekannt angenommen haben. Auch erſieht man aus ihr, daß der Eintrittswinkel β um ſo kleiner, alſo der Deckungswinkel um ſo größer angenommen werden kann, je größer der Radhalbmeſſer a, ſowie je kleiner die Umfangsgeſchwindigkeit v und die Schaufelbreite s iſt.

Beiſpiele. 1. Für die Stoßſchaufelbreite $s = 1$ Fuß, die Umfangsgeſchwindigkeit $v = 5$ Fuß und den Radhalbmeſſer $a = 10$ Fuß hat man:

$$\beta - \sin.\beta = \frac{25}{(31{,}25 \,.\, 10 + 25) \,.\, 10} = \frac{2{,}5}{337{,}5} = \frac{5}{675} = \frac{1}{135} = 0{,}0074074,$$

folglich:

$$\frac{\beta - \sin.\beta}{2} = 0{,}0037037.$$

Nach dem „Ingenieur", Seite 152, iſt der entſprechende Winkel $\beta = 20\frac{1}{3}$ Grad. Die Näherungsformel giebt

$$\sin.\beta = \sqrt[3]{6 \,.\, 0{,}0074074} = \sqrt[3]{0{,}04444} = 0{,}354,$$

und hiernach $\beta = 20\frac{2}{3}$ Grad.

2. Für ein hohes Rad von 20 Fuß Halbmeſſer und 10 Fuß Umfangsgeſchwindigkeit iſt, wenn man wieder $s = 1$ Fuß annimmt,

$$\frac{\beta - \sin.\beta}{2} = \frac{50}{(31{,}25 \,.\, 20 + 100) \,.\, 20} = \frac{2{,}5}{725} = \frac{1}{290} = 0{,}0034483,$$

und hiernach β nahe $= 20$ Grad.

3. Für ein ſehr ſchnell umlaufendes niedriges Rad von 5 Fuß Halbmeſſer und 8 Fuß Umfangsgeſchwindigkeit iſt:

$$\frac{\beta - \sin.\beta}{2} = \frac{32}{(31{,}25 \,.\, 5 + 64) \,.\, 5} = \frac{6{,}4}{220{,}25} = 0{,}029058,$$

folglich $\beta =$ nahe 40 Grad.

Es folgt aus dieſen Beiſpielen, daß ſich die Schaufeln unter einem Winkel von 20 bis 40 Grad an den äußeren Radumfang anſchließen müſſen, und zwar erſteres bei hohen und langſam und letzteres bei niedrigen und ſchnell umlaufenden Rädern.

Einführung des Wassers. Damit das Wasser in der gegebenen Richtung an das Rad gelange, legt man entweder die Schützenmündung ganz nahe an die Eintrittsstelle und stellt das Schutzbrett rechtwinkelig zur Strahlrichtung, oder man bringt ein Schußgerinne in der geforderten Richtung des Strahles an, oder man stellt das Schutzbrett so, daß das Wasser bei seinem freien Falle in einer Parabel die gegebene Richtung beim Eintritt von selbst annimmt. §. 181

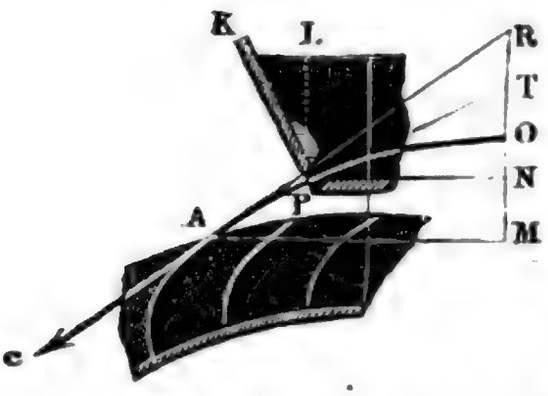
Um die Richtung des Schutzbrettes in dem Falle zu finden, wenn das Wasser zum Theil frei auf das Rad fällt, hat man von der in Band I, §. 39 u. f. w. abgehandelten Theorie der Wurfbewegung Gebrauch zu machen. Aus der Geschwindigkeit $\overline{Ac} = c$, Fig. 372, und dem Neigungswinkel $RAM = v$ der geforderten Strahlrichtung gegen den Horizont folgt die verticale Coordinate des Parabelscheitels:

$$\overline{MO} = x = \frac{c^2 \, sin. \, v^2}{2g},$$

und dagegen die horizontale Coordinate:

$$\overline{AM} = y = \frac{c^2 \, sin. \, 2v}{2g}.$$

Fig. 372.



Will man nun die Schutzöffnung nach irgend einem Punkte P dieser parabolischen Bahn verlegen, und giebt man etwa die Höhe $MN = z$ dieser Mündung über der Eintrittsstelle A, so hat man für die Coordinaten $\overline{ON} = x_0$ und $\overline{NP} = y_0$ dieses Punktes die Formeln:

$$x_0 = x - z$$

sowie

$$y_0 = y\sqrt{\frac{x - z}{x}} = y\sqrt{1 - \frac{z}{x}},$$

und für den Neigungswinkel $TPN = v_0$, welchen die Parabel an dieser Stelle mit dem Horizonte einschließt,

$$tang. \, v_0 = \frac{TN}{PN} = \frac{2\,\overline{ON}}{PN} = \frac{2\,x_0}{y_0} = \frac{2\sqrt{x\,(x - z)}}{y}.$$

Die Ebene PK des Schutzbrettes muß nun winkelrecht auf der Tangente PT stehen. Wir finden hiernach also die erforderliche Lage des Schutzbrettes, wenn wir die Abscisse ON umgekehrt als OT auftragen, nun PT ziehen, und hierauf wieder ein Perpendikel PK errichten.

Legen wir die Schutzmündung in den Parabelscheitel, so kommt natürlich das Schutzbrett vertical zu stehen.

Die Ausflußgeſchwindigkeit bei P iſt nun:

$$c_0 = \sqrt{c - 2gz},$$

und die entſprechende theoretiſche Druckhöhe

$$h_0 = \frac{c^2}{2g} - z,$$

oder effectiv:

$$h_0 = 1{,}1 \left(\frac{c^2}{2g} - z\right),$$

wenn die Ausmündung glatt abgerundet und vielleicht gar mit Eiſenblech bekleidet iſt. Die Weite der Schutzmündung ſoll man nur wenig kleiner machen als die Radweite.

Beiſpiel. Für die Geſchwindigkeit $c = 15$ Fuß und den Neigungswinkel $\nu = 20\frac{1}{4}^0$ hat man die Coordinaten des Parabelſcheitels:

$$x = 0{,}016 \,.\, 15^2 \,(\mathit{sin}.\, 20\tfrac{1}{4}^0)^2 = 0{,}4312 \text{ Fuß},$$

und

$$y = 0{,}016 \,.\, 15^2 \,.\, \mathit{sin}.\, 40\tfrac{1}{2}^0 = 2{,}338 \text{ Fuß}.$$

Will man nun die Mitte der Schutzmündung um $z = 4$ Zoll $= 0{,}3333$ Fuß über die Eintrittsſtelle legen, ſo hat man die Coordinaten von der Mitte der Mündung:

$$x_0 = 0{,}4312 - 0{,}3333 = 0{,}0979, \text{ und}$$

$$y_0 = 2{,}338 \sqrt{\frac{979}{4312}} = 1{,}114 \text{ Fuß}.$$

Für die Neigung des Strahles gegen den Horizont iſt

$$\mathit{tang}.\, \nu_0 = \frac{1958}{11140},$$

hiernach dieſe Neigung ſelbſt:

$$\nu_0 = 9^0 58,$$

und folglich die des Schutzbrettes:

$$90^0 - \nu_0 = 80^0 2'.$$

§. 182 Bei der in §. 178 angegebenen Einführung des Waſſers in die Radzellen erleidet die paraboliſche Bahn des Waſſerſtrahles innerhalb des Rades nicht eher eine Veränderung, als bis der Strahl auf die Riegelſchaufel oder auf das bereits in der Zelle befindliche Waſſer aufſchlägt; es laſſen ſich auch für den Punkt W, Fig. 373, in welchem der Strahl auftrifft, die im vorigen Paragraphen gefundenen Formeln anwenden. Bezeichnet z_1 den ſenkrechten Abſtand $\overline{MN}$ des Eintrittspunktes A von der Oberfläche W des Waſſers im Augenblicke, wenn der Zufluß in die entſprechende Zelle beendigt iſt, ſo haben wir die Abſciſſe des Endpunktes A_1 des Strahles:

$$\overline{ON} = \overline{OM} + \overline{MN}, \text{ d. i. } x_1 = x + z_1,$$

ferner die Ordinate deſſelben:

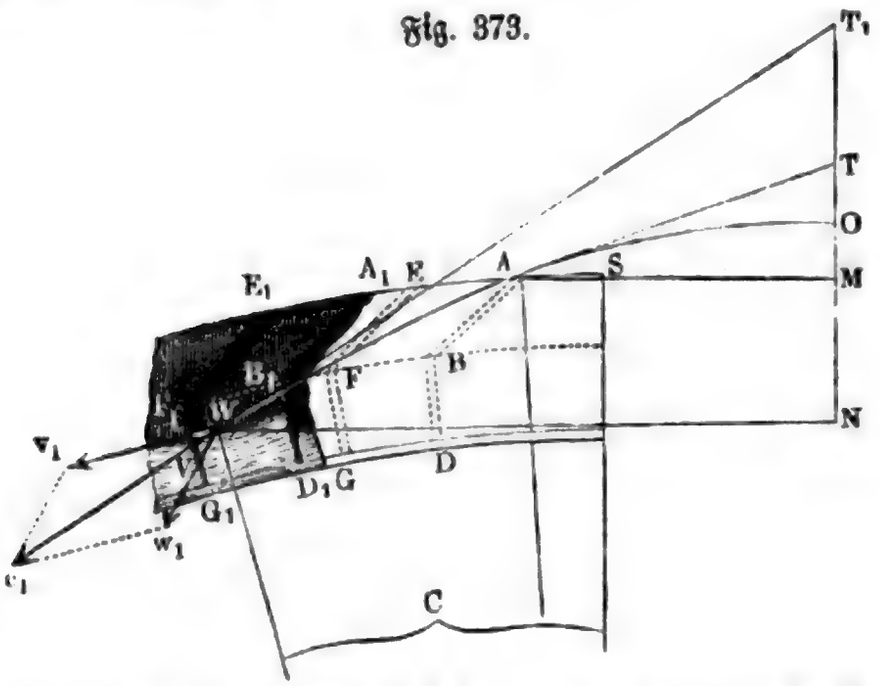
$$\overline{NW} = y_1 = y\sqrt{\frac{x_1}{x}} = y\sqrt{1 + \frac{z_1}{x}}$$

und endlich für den Neigungswinkel $T_1 WN = \nu_1$ des Waſſerſtrahles gegen den Horizont an eben dieſer Stelle:

$$tang.\, \nu_1 = \frac{2x_1}{y_1} = \frac{2\sqrt{x(x+z_1)}}{y}.$$

Noch iſt für den Winkel $WCS = \theta_1$, um welchen der Endpunkt W vom Radſcheitel S abweicht,

Fig. 373.



$$sin.\, \theta_1 = \frac{WN - AM + AS}{CW} = \frac{y_1 - y + a\, sin.\, \theta}{a_1},$$

wobei a_1 den Halbmeſſer CW bezeichnet; und hieraus folgt nun der Winkel, um welchen die Richtung der Endgeſchwindigkeit c_1 von der Richtung der Umdrehungsgeſchwindigkeit v_1 in W abweicht:

$$\alpha_1 = \nu_1 - \theta_1.$$

Die Geſchwindigkeit c_1, mit welcher endlich das Waſſer in W aufſchlägt, iſt durch die bekannte Formel $\frac{c_1^2}{2g} = \frac{c^2}{2g} + z_1$ beſtimmt, alſo:

$$c_1 = \sqrt{c^2 + 2gz_1},$$

oder nach §. 177:

$$c_1 = \sqrt{2g\,(0{,}9\,h_0 + z + z_1)}.$$

Beiſpiel. Bei dem im letzten Beiſpiele behandelten Falle iſt, wenn man $z_1 = 9$ Zoll $= 0{,}75$ Fuß annimmt, für den Angriffspunkt W die Abſciſſe:

$$\overline{ON} = x_1 = x + z_1 = 0{,}4312 + 0{,}75 = 1{,}1812 \text{ Fuß},$$

die Ordinate:

$$\overline{NW} = y_1 = y\sqrt{1 + \frac{z_1}{x}} = 2{,}338\sqrt{1 + \frac{0{,}75}{0{,}4321}}$$

$$= 2{,}338\sqrt{2{,}7356} = 3{,}867 \text{ Fuß}.$$

Ferner iſt für den Neigungswinkel des Strahles an eben dieſer Stelle:

$$tang.\,\nu_1 = \frac{2\,x_1}{y_1} = \frac{2{,}3624}{3{,}867},\quad log.\,tang.\,\nu_1 = 0{,}7859732 - 1,$$

folglich: $\nu_1 = 31^\circ 25'$.

Dagegen iſt für den Centriwinkel des Angriffspunktes W, wenn der Radhalbmeſſer $a = 18$ Fuß beträgt und der Winkel $A\,C\,S = \theta = 12$ Grad mißt:

$$sin.\,\theta_1 = \frac{y_1 - y + a\,sin.\,\theta}{a_1} = \frac{3{,}867 - 2{,}338 + 18\,sin.\,12^0}{17{,}25}$$

$$= \frac{1{,}529 + 3{,}742}{17{,}25} = \frac{5{,}271}{17{,}25},\quad log.\,sin.\,\theta_1 = 9{,}4851039,$$

folglich $\theta_1 = 17^0\,48'$, und der Winkel, um welchen in W die Richtung des Waſſerſtrahles von der Tangente des Rades abweicht:

$$\alpha_1 = \nu_1 - \theta_1 = 13^0\,37'.$$

Endlich iſt die Geſchwindigkeit des in W zum Stoße gelangenden Waſſers:

$$c_1 = \sqrt{c^2 + 2\,g\,z_1} = \sqrt{15^2 + 62{,}5\,.\,0{,}75} = \sqrt{225 + 46{,}875}$$
$$= \sqrt{271{,}875} = 16{,}490 \text{ Fuß}.$$

§. 183 **Bewegung des einfallenden Waſſers im Rade.** Die Art und Weiſe, wie das Waſſer innerhalb einer Zelle zum Stoße gelangt, iſt folgende. Es ſei $A\,F\,W$ (Fig. 374) die Axe des Waſſerſtrahles vor dem Anſtoße, und $A\,B\,D$ eine Schaufel, welche mit ihrem äußeren Ende durch A geht, ſowie $E\,F\,G$ die nächſt vorhergehende Schaufel und folglich $A\,G\,E$ die Zelle, welche den Waſſerkörper aufnimmt, deſſen Axe durch $A\,F$ repräſentirt wird.

Bei der oben (§. 178) angegebenen Lage des Schaufelendes $F\,E$ gelangt dieſer Waſſerkörper faſt ohne allen Stoß in die Zelle $A\,G\,E$, wenigſtens ſind es bloß nur die vorderſten Elemente, welche bei F an $E\,F\,G$ wirklich anſtoßen, der hauptſächlichſte Stoß erfolgt vielmehr erſt, während die Zelle allmälig aus der Lage $A\,G\,E$ in die Lage $A_1\,G_1\,E_1$ rückt, wobei die vorderſte Schaufel der Zelle nach und nach von allen übrigen Elementen des Waſſerkörpers $A\,F$ eingeholt wird. Der Stoß des Waſſers innerhalb der gedachten Zelle iſt beendigt, ſowie das letzte Element A des Waſſerkörpers $A\,F$ an die vorderſte Schaufel $E_1\,F_1\,G_1$ (in V) antrifft oder auf das Waſſer in der gefüllten Zelle (in W) aufſchlägt. Bei der entſprechenden Stellung der Zelle $A_1\,G_1\,E_1$ iſt alſo auch die Füllung deſſelben beendigt und daher anzunehmen, daß hier die Wirkung des Waſſers durch Stoß beendigt ſei und die Wirkung deſſelben durch Druck beginne. Um dieſe Zellenſtellung $A_1\,G_1\,E_1$ zu finden, hat man in Betracht zu ziehen, daß die vordere Schaufel $E\,F\,G$ bei ihrer Bewegung nach $E_1\,F_1\,G_1$ dieſelbe Zeit braucht, als das letzte Waſſerelement bei ſeiner Bewegung von A nach V oder W.

Bezeichnen wir den zu beſtimmenden Weg $A\,A_1 = E\,E_1$ der Schaufel durch s, ſo können wir, da ſich die letztere mit der Geſchwindigkeit v fortbewegt, die Zeit zum Durchlaufen dieſes Weges ſetzen:

$$t = \frac{s}{v},$$

bezeichnen wir dagegen die Länge des Curvenbogens AFV, durch s_1, und nehmen wir an, daß das letzte Wasserelement A denselben mit der mittleren Geschwindigkeit $\frac{c + c_1}{2}$ zurücklege, so können wir die hierzu nöthige Zeit

$$t = \frac{2 s_1}{c + c_1}$$

setzen. Da nun aber diese beiden Zeiten einander gleich sind, so folgt die Bestimmungsgleichung

$$\frac{s}{v} = \frac{2 s_1}{c + c_1}.$$

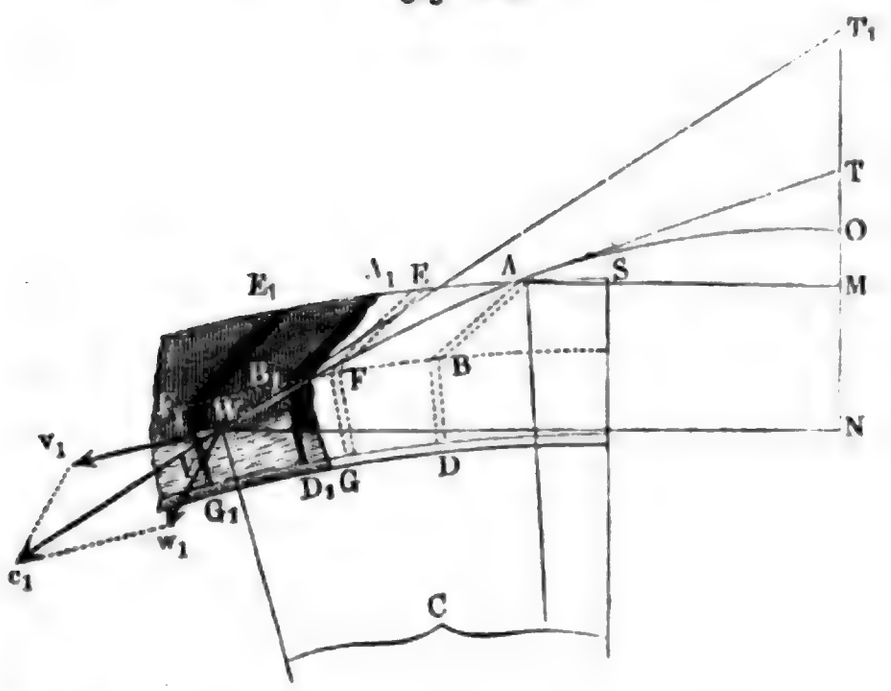
Wegen der nur mäßigen Abweichung der Richtung des Strahles AFV vom Umfange AE_1 läßt sich annähernd $s_1 = AFV = AE + EF + EE_1$ setzen. Nun ist aber AE der als bekannt anzusehende und auf dem äußeren Radumfang zu messende Abstand $b = \frac{2\pi a}{n}$, zwischen je zwei Radschaufeln, und EF durch die Proportion

$$\frac{EF}{EA} = \frac{w}{v} = \frac{c - v}{v} = \varkappa - 1$$

bestimmt, und zwar

$$\overline{EF} = (\varkappa - 1)\,\overline{EA} = (\varkappa - 1)\,b;$$

Fig. 374.



daher folgt:

$$s_1 = b + (\varkappa - 1)\,b + s = \varkappa b + s;$$

es nimmt nun die gefundene Beſtimmungsgleichung folgende Geſtalt an:

$$\frac{s}{v} = \frac{2}{c + c_1}(\varkappa b + s), \text{ oder:}$$

$$(c + c_1 - 2v)\, s = 2\varkappa v b,$$

und es iſt daher der geſuchte Weg der Schaufel während des Waſſerſtoßes folgender:

$$s = \varkappa \cdot \frac{2v}{c + c_1 - 2v}\, b = \frac{2\varkappa b}{\left(1 + \frac{c_1}{c}\right)\varkappa - 2}.$$

Mit Hülfe von $s = \overline{AA_1} = \overline{EE_1}$ läßt ſich nun die entſprechende Schaufelſtellung aufzeichnen. Da ſich aus dem gegebenen Aufſchlagsquantum Q pr. Secunde die Umdrehungszahl des Rades pr. Minute ſowie aus der Anzahl der Radſchaufeln der Waſſerkörper

$$V = \frac{60\, Q}{n\, u}$$

und hieraus wieder der Querſchnitt deſſelben:

$$F = \frac{V}{c} = \frac{60\, Q}{n\, u\, c}$$

beſtimmen läßt, ſo kann man nun auch die Lage des Waſſerſpiegels W in der Zelle $A_1 G_1 E_1$ angeben und die Höhe $MN = z_1$ abmeſſen, welche wir im vorigen Paragraphen als gegeben angeſehen haben.

Da $c_1 = \sqrt{c^2 + 2gz_1}$ iſt, ſo hängt allerdings die ganze Beſtimmung von s durch die obige Formel mit von z_1 ab; es iſt indeſſen z_1 in der Regel eine mäßige Größe, für welche man in dem letzteren Ausdrucke einen Annäherungswerth einſetzen kann.

Beiſpiel. Wenn ein oberſchlägiges Waſſerrad bei einer Höhe von 36 Fuß, 96 Schaufeln hat und mit $7\frac{1}{2}$ Fuß Geſchwindigkeit umläuft, wenn ferner das Waſſer mit der Geſchwindigkeit $c = 2v = 15$ Fuß in daſſelbe eingeführt wird und ſich dieſelbe im Rade auf $c_1 = 16{,}49$ Fuß ſteigert (ſ. das Beiſpiel des vorigen Paragraphen), ſo iſt die Theilung oder die äußere Weite einer Radzelle:

$$b = \frac{2\pi a}{n} = \frac{36 \,.\, 3{,}1416}{96} = 1{,}18 \text{ Fuß},$$

und die Bewegung derſelben während des Waſſerſtoßes:

$$s = \frac{2\varkappa b}{\left(1 + \frac{c_1}{c}\right)\varkappa - 2} = \frac{2b}{1 + \frac{16{,}45}{15} - 1} = \frac{2 \,.\, 1{,}18}{1{,}097} = 2{,}15 \text{ Fuß}.$$

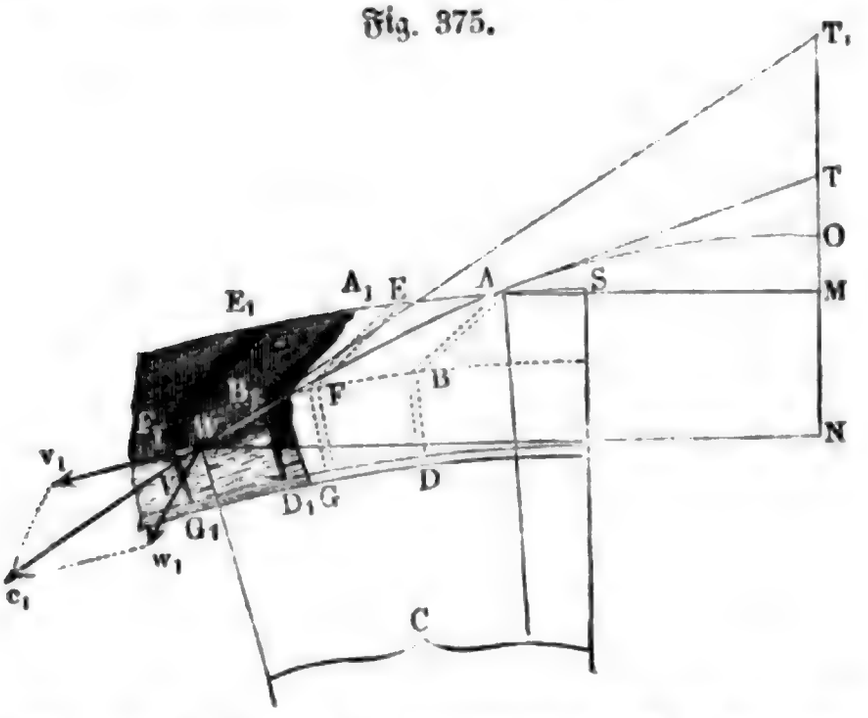
Anmerkung. Eine theoretiſche Unterſuchung über die Einführung des Waſſers in verticale Waſſerräder habe ich im „Civilingenieur" Bd. 4 veröffentlicht. Siehe auch das Taſchenbuch „der Ingenieur."

Stosswirkung. Das Wasser wirkt beim oberschlägigen Wasserrade §. 184
vorzüglich durch sein Gewicht, und nur zum kleinsten Theil durch Stoß. Die Wirkung durch den Stoß finden wir, indem wir von der ganzen Wirkung, welche der lebendigen Kraft des eintretenden Wassers entspricht, abziehen: die mechanische Arbeit, welche das Wasser behält, wenn es das Rad verläßt, sowie diejenige, welche es durch seine wirbelnde Bewegung beim Eintritt in die Zellen verliert. Die Geschwindigkeit des abfließenden Wassers ist gleichzusetzen der Geschwindigkeit v_1 des Rades im Theilrisse, und es ist daher das im abfließenden Wasser zurückbleibende Arbeitsvermögen $= \frac{v_1^2}{2g} Q\gamma$. Der Arbeitsverlust, welcher bei dem Wirbeln und Zertheilen des Wassers entsteht, läßt sich aber, wie beim Stoße, $= \frac{w_1^2}{2g} Q\gamma$ setzen, insofern w_1 diejenige Geschwindigkeit bezeichnet, welche das Wasser beim Eintritt in die Zellen plötzlich verliert. Ist daher c_1 die Geschwindigkeit $\overline{Wc_1}$, Fig. 375, des eintretenden Wassers, so folgt die noch übrig bleibende Wirkung seiner lebendigen Kraft:

$$L_1 = \left(\frac{c_1^2 - v_1^2 - w_1^2}{2g}\right) Q\gamma.$$

Nun läßt sich aber c_1 in die Seitengeschwindigkeiten $\overline{Wv_1} = v_1$ und $\overline{Ww_1} = w_1$ theilen, wovon v_1 eben diejenige Geschwindigkeit ist, die das

Fig. 375.



Wasser behält, indem es mit der Zelle fortgeht, es ist daher auch der andere Component w_1 die verlorene Geschwindigkeit. Setzen wir den Winkel $c_1 W v_1$, welchen die Richtung der Eintrittsgeschwindigkeit c_1 mit der Tan-

gente $W v_1$ oder Richtung der Umfangsgeſchwindigkeit einſchließt, $= \alpha_1$, ſo haben wir bekanntlich:

$$w_1^2 = c_1^2 + v_1^2 - 2 c_1 v_1 \cos. \alpha_1,$$

und daher die geſuchte mechaniſche Arbeit:

$$L_1 = \left(\frac{c_1^2 - v_1^2 - c_1^2 - v_1^2 + 2 c_1 v_1 \cos. \alpha_1}{2 g} \right) Q \gamma$$

$$= \frac{(c_1 \cos. \alpha_1 - v_1) v_1}{g} Q \gamma,$$

oder da $\frac{1}{g} = 0{,}032$ und $\gamma = 61{,}75$ Pfund iſt,

$$L_1 = 1{,}976 \, (c_1 \cos. \alpha_1 - v_1) \, v_1 \, Q \text{ Fußpfund, oder auch}$$

$$L_1 = 102 \, (c_1 \cos. \alpha_1 - v_1) \, v_1 \, Q \text{ Meterkilogramm.}$$

Man erſieht leicht, daß dieſe Stoßleiſtung um ſo größer wird, je größer c_1 und je kleiner α_1 iſt; auch folgt durch Vergleichung mit Bd. I, §. 500, daß dieſe ein Maximum wird, wenn $v_1 = {}^1/_2 \, c_1 \cos. \alpha_1$ ausfällt. Die dem letzten Verhältniſſe entſprechende Maximalleiſtung iſt

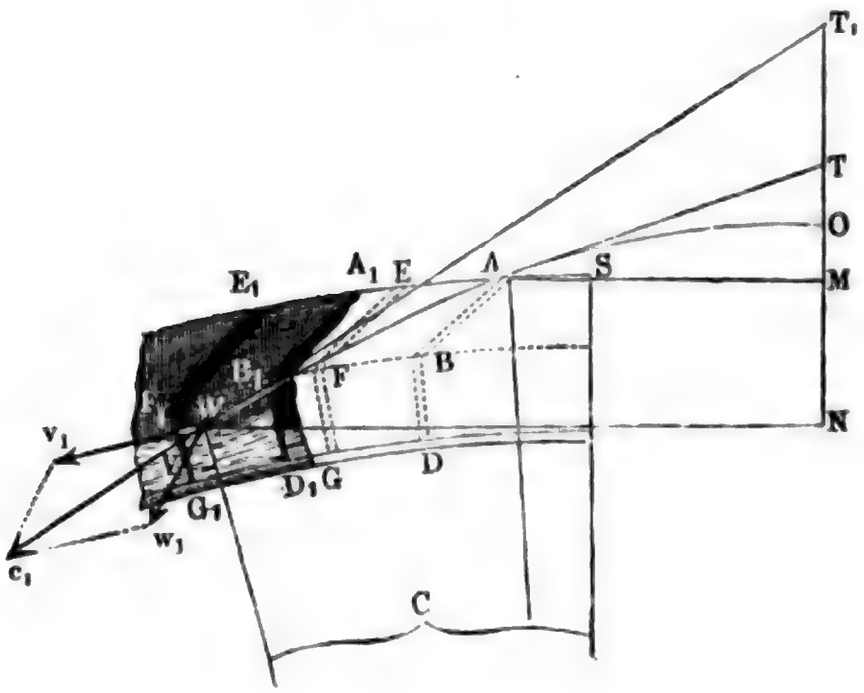
$$L_1 = {}^1/_2 \frac{c_1^2 \cos. \alpha_1^2}{2 g} Q \gamma,$$

oder $\alpha_1 = 0$, alſo $\cos. \alpha_1 = 1$ geſetzt,

$$L_1 = {}^1/_2 \cdot \frac{c_1^2}{2 g} Q \gamma.$$

Da $\frac{c_1^2}{2 g}$ das der Geſchwindigkeit c_1 entſprechende Gefälle iſt, ſo folgt, daß die Stoßwirkung im günſtigſten Falle nur halb ſo groß iſt, als die

Fig. 376.



disponible Leiſtung. Und es iſt aus dieſem Grunde zweckmäßiger, vom ganzen Radgefälle nur den kleinſten Theil auf den Stoß und dagegen ſo viel wie möglich auf den Druck zu verwenden. Könnten wir $c_1 \cos. \alpha_1 = v_1$, alſo $c_1 = \frac{v_1}{\cos. \alpha_1}$ machen, ſo würden wir das Gefälle $\frac{v_1^2}{2g \cos. \alpha_1^2}$ zur Einführung des Waſſers in das Rad aufwenden, ohne eine Wirkung durch den Stoß zu erhalten. Machen wir hingegen $c_1 = \frac{2v_1}{\cos. \alpha_1}$, verwenden wir alſo auf die Einführung des Waſſers das vierfache Gefälle $4 \cdot \frac{v_1^2}{2g \cos. \alpha_1^2}$, ſo erhalten wir doch nur die Wirkung

$$1/2 \cdot \frac{4 v_1^2}{2g} Q\gamma = 2 \cdot \frac{v_1^2}{2g} Q\gamma,$$

und verlieren alſo gar das Gefälle $\left(\frac{4}{\cos. \alpha_1^2} - 2\right) \frac{v_1^2}{2g}$, oder, wenn wir, da α_1 ſehr klein iſt, $\cos. \alpha_1 = 1$ ſetzen, $= 2 \cdot \frac{v_1^2}{2g}$, d. i. doppelt ſo viel, als wenn wir auf alle Stoßleiſtung Verzicht leiſten, alſo das Waſſer nur ſo ſchnell eintreten laſſen, als das Rad umgeht. Uebrigens erſehen wir auch, daß eine um ſo größere Wirkung vom Rade zu erwarten iſt, je kleiner v_1, d. i. je langſamer das Rad umgeht. Allerdings fällt aber die Radweite e oder der Faſſungsraum, und alſo auch das Gewicht des Waſſerrades, um ſo größer aus, je kleiner die Umfangsgeſchwindigkeit v oder Umdrehungszahl u des Rades iſt; da nun aber die Zapfen eines Rades um ſo ſtärker gemacht werden müſſen, je ſchwerer das Rad iſt, und das Moment der Zapfenreibung mit den Zapfenſtärken wächſt, ſo wird allerdings bei einem langſam umgehenden Rade mehr mechaniſche Arbeit durch die Zapfenreibung conſumirt als bei einem ſchneller umlaufenden, und es iſt hiernach leicht zu ermeſſen, daß die größte Leiſtung eines Waſſerrades noch keineswegs eine unendlich kleine Umdrehungsgeſchwindigkeit erfordert.

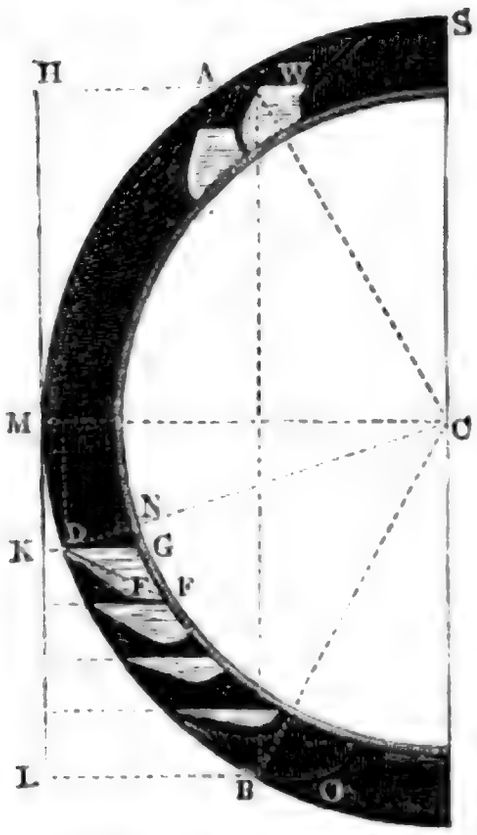
Da (nach §. 178) ſchon c größer als v ſein muß, ſo iſt um ſo mehr c_1 größer als v_1, es übertrifft daher der Arbeitsverluſt durch den Stoß ſtets die Größe

$$\frac{v_1^2}{2g} Q\gamma.$$

Druckwirkung. Die mit Waſſer gefüllten Zellen eines Waſſerrades §. 185
bilden gleichſam einen ringförmigen Waſſerraum AB, Fig. 377 (a. f. S.), den man deshalb auch den waſſerhaltenden Bogen nennt. Da das Waſſer am oberen Ende dieſes Bogens ein- und am unteren Ende austritt,

ſo iſt deſſen Höhe h_2 das wirkſame Gefälle, und daher die **mechaniſche Leiſtung** des Rades durch Druck, $= h_2 . Q\gamma$. Die Höhe des waſſerhaltenden Bogens läßt ſich aber aus drei Theilen zuſammenſetzen. Der erſte Theil HM liegt über dem Radmittel und hängt von dem Winkel $SCW = \theta_1$ ab, um welchen die aus §. 183 bekannte Eintrittsſtelle W des Waſſers in das Rad vom Radſcheitel abſteht. Setzen wir wieder den Halbmeſſer $CW = a_1$, ſo haben wir die Höhe des oberſten Theiles vom waſſerhaltenden Bogen,

Fig. 377.



$$\overline{HM} = a_1 \cos.\theta_1.$$

Der zweite Theil MK liegt unter dem Radmittel M und hängt von der Stelle D ab, wo das Waſſer anfängt auszufließen; ſetzen wir den Winkel MCD, um welchen dieſe Stelle unter dem Radmittel liegt, $= \lambda$, ſo haben wir dieſe zweite Höhe $\overline{MK} = a \sin.\lambda$. Der dritte Theil entſpricht endlich demjenigen Bogen DB, in welchem das Ausleeren vor ſich geht, der alſo zwiſchen dem Anfange D und dem Ende B des Austrittes liegt. Setzen wir den Winkel MCB, um welchen die Stelle B, wo das letzte Waſſer aus dem Rade tritt, unter dem Radmittel M liegt, $= \lambda_1$, ſo haben wir die Höhe KL deſſelben $= a\,(\sin.\lambda_1 - \sin.\lambda)$. Während nun in den erſten beiden Bogentheilen das Waſſer zur vollſtändigen Wirkung gelangt, theilt es in dem unteren Drittel nur einen Theil ſeiner mechaniſchen Arbeit dem Rade mit, weil es ſich hier allmälig vom Rade entfernt, und wir können daher die ganze Wirkung des Waſſers durch ſein Gewicht nur

$$= (a_1 \cos.\theta_1 + a \sin.\lambda)\, Q\gamma + a\,(\sin.\lambda_1 - \sin.\lambda)\, Q_1\gamma$$

ſetzen, wenn Q das ganze Aufſchlagwaſſerquantum pr. Secunde, Q_1 aber nur einen Theil deſſelben und zwar das mittlere Waſſerquantum bezeichnet, welches wir im Bogen DB wirkend annehmen können.

Vereinigen wir hiermit die Stoßleiſtung des Waſſers, ſo bekommen wir die **ganze mechaniſche Arbeit** eines oberſchlägigen Waſſerrades:

$$L = \left(\frac{(c_1 \cos.\alpha - v_1)\, v_1}{g} + a_1 \cos.\theta_1 + a \sin.\lambda\right) Q\gamma + a\,(\sin.\lambda_1 - \sin.\lambda)\, Q_1\gamma,$$

oder, wenn wir die Höhe $(a_1 \cos.\theta_1 + a \sin.\lambda)$ des Theiles vom waſſer-

haltenden Bogen, welcher das vollſtändige Waſſerquantum aufnimmt, durch h_3, den übrigen Theil $a\,(sin.\,\lambda_1 - sin.\,\lambda)$ aber durch h_4 und das Verhältniß $\frac{Q_1}{Q}$ durch ξ bezeichnen:

$$L = Pv = \left(\frac{(c_1\,cos.\,\alpha_1 - v_1)\,v_1}{g} + h_3 + \xi h_4\right) Q\gamma,$$

und die Kraft am Umfange des Waſſerrades:

$$P = \left(\frac{(c_1\,cos.\,\alpha_1 - v_1)\,v_1}{g} + h_3 + \xi h_4\right) \frac{Q}{v}\,\gamma.$$

Beiſpiel. Bei einem 30 Fuß hohen oberſchlägigen Waſſerrade iſt die Eintrittsgeſchwindigkeit $c_1 = 16$ Fuß, die Geſchwindigkeit der Theilriſſe, $v_1 = 7$ Fuß der Winkel α_1, um welchen die Strahlrichtung von der Bewegungsrichtung des Rades an der Eintrittsſtelle W abweicht, $= 12^0$, und der Halbmeſſer oder Abſtand $CW = 14$ Fuß, ferner der Abſtand dieſer Stelle vom Scheitel, $WCS = 18^0$, der Abſtand der Anfangsſtelle D des Ausguſſes vom Radmittel, $\lambda = 58\frac{1}{2}^0$, und der Abſtand der Endſtelle B von eben dieſem Mittel, $\lambda_1 = 70\frac{1}{2}^0$, endlich das Aufſchlagequantum $Q = 5$ Cubikfuß, und es werde $\xi = \frac{Q_1}{Q} = \frac{1}{2}$ angenommen: man ſucht die Leiſtung des Rades. Es iſt das wirkſame Stoßgefälle

$= 0{,}032\,(16\,cos.\,12^0 - 7).7 = 0{,}224\,(15{,}65 - 7) = 1{,}937$ Fuß;

und das Druckgefälle:

$= 14\,cos.\,18^0 + 15\,[sin.\,58\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,(sin.\,70\frac{1}{2} - sin.\,58\frac{1}{2})]$

$= 13{,}315 + 15\,(0{,}8526 + \frac{1}{2}.\,0{,}09) = 13{,}315 + 13{,}464 = 26{,}779$ Fuß;

folglich die ganze Leiſtung des Waſſerrades:

$L = (1{,}937 + 26{,}779).5.61{,}75 = 28{,}716.308{,}75 = 8866$ Fußpfund

$= 18{,}5$ Pferdekräfte.

Die Kraft am Umfange des Rades, deſſen Geſchwindigkeit $v = 7\frac{1}{2}$ Fuß mißt, beträgt folglich: $P = \frac{L}{v} = \frac{8862}{7{,}5} = 1182$ Pfund.

Austritt des Waſſers aus dem Rade. Man ſieht hiernach leicht §. 186
ein, daß es bei genauer Beſtimmung der Druckwirkung des Waſſers bei einem oberſchlägigen Rade beſonders darauf ankommt, die beiden Grenzen des Ausgußbogens und das Verhältniß $\xi = \frac{Q_1}{Q}$ der mittleren Waſſermenge einer Zelle im Ausgußbogen zur anfänglichen Waſſermenge in einer Zelle zu finden. Hierüber ſollen daher in Folgendem die nöthigen Regeln gegeben werden.

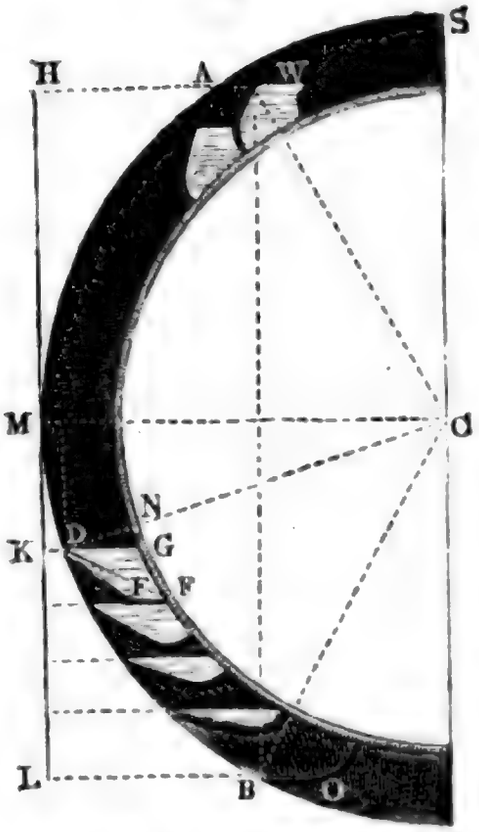
Hat das Rad n Schaufeln oder Zellen und macht es pr. Minute u Umdrehungen, ſo werden dem Waſſer in jeder Secunde $\frac{nu}{60}$ Zellen zur Aufnahme der Waſſermenge Q dargeboten, und es kommt daher auf eine Zelle das Waſſerquantum:

$$V = Q : \frac{nu}{60} = \frac{60\,Q}{nu}.$$

Bezeichnet e, wie früher, die Radweite, ſo folgt der Querſchnitt des Waſſerprismas in einer Zelle:

$$F_0 = \frac{V}{e} = \frac{60\,Q}{nue}. \quad \text{(S. §. 183.)}$$

Fig. 378.



Iſt nun $DEFG$, Fig. 378, diejenige Zelle, bei welcher das Ausgießen anfängt, ſo können wir ſetzen:

F_0 = Segment DEF + Dreieck DFG,
oder da Dreieck DFG = Dreieck DFN — Dreieck DGN iſt,
F_0 = Segment DEF + Dreieck DFN — Dreieck DGN.

Setzen wir nun den Inhalt des Segmentes $DEF = S$, und den des Dreieckes $DFN = D$, ſo haben wir das Dreieck $DGN = S + D - F_0$. Da ſich aber

$$\triangle DGN \text{ auch} = \frac{DN.NG}{2} = {}^1/_2 d^2\, tg.\, \lambda$$

annehmen läßt, ſo folgt endlich annähernd, und zwar um ſo richtiger, je größer die Anzahl der Schaufeln iſt,

$$tang.\, \lambda = \frac{S + D - F_0}{{}^1/_2\, d^2}.$$

Hiernach iſt der Winkel $MCD = \lambda$ beſtimmt, welcher dem Anfangspunkte D des Ausguſſes entſpricht. Eine Zelle wird ferner das Waſſer gänzlich verloren haben, wenn das äußere Schaufelende horizontal liegt; iſt daher Winkel CBO, welchen dieſes Ende, oder nach Befinden, die ganze Stoßſchaufel mit der Richtung des Halbmeſſers CB einſchließt, $= \lambda_1$, ſo wird λ_1 auch zugleich den Winkel MCB angeben, welcher den Endpunkt B des Ausgußbogens beſtimmt. Um nun die Wirkung des Waſſers im Ausgußbogen zu finden, theilen wir die Höhe $KL = a\,(sin.\,\lambda_1 - sin.\,\lambda)$ in eine gerade Anzahl gleicher Theile, geben die den erhaltenen Theilpunkten entſprechenden Schaufelſtellungen an, ſchneiden durch Horizontallinien die Querprofile der Waſſermengen der Zelle bei dieſen verſchiedenen Stellungen an, und beſtimmen die Inhalte $F_1, F_2, F_3, \ldots F_n$ dieſer Querprofile. Nun wird der mittlere Werth F dieſer Profile durch die Simpſon'ſche Regel ermittelt, indem man ſetzt:

$$F = \frac{F_0 + F_n + 4(F_1 + F_3 + \cdots + F_{n-1}) + 2(F_2 + F_4 + \cdots + F_{n-2})}{3n},$$

und hieraus erhält man das Verhältniß der mittleren Waſſermenge einer Zelle im Ausgußbogen zur Waſſermenge einer Zelle vor Anfang des Ausguſſes:

$$\xi = \frac{Q_1}{Q} = \frac{F}{F_0} = \frac{F_0 + F_n + 4(F_1 + F_3 + \cdots + F_{n-1}) + 2(F_2 + F_4 + \cdots F_{n-2})}{3\,n\,F_0}.$$

Beiſpiel. Ein 40 Fuß hohes Waſſerrad ſoll pr. Minute 300 Cubikfuß Aufſchlagewaſſer erhalten und innerhalb eben dieſer Zeit vier Umdrehungen machen; man ſucht die Leiſtung dieſes Rades. Nehmen wir die Radtiefe oder Kranzbreite 1 Fuß an, ſo können wir die Radweite

$$e = \frac{4 \,.\, 300}{\pi \,.\, 40 \,.\, 1 \,.\, 4} = \frac{30}{4\,\pi} = 2{,}4 \text{ Fuß}$$

machen; geben wir dem Rade 136 Schaufeln, ſo erhalten wir das Waſſerquantum in einer Zelle:

$$V = \frac{300}{4 \,.\, 136} = \frac{75}{136} = 0{,}5515 \text{ Cubikfuß},$$

und demnach den Querſchnitt deſſelben:

$$F_0 = \frac{0{,}5515}{2{,}4} \text{ Quadratfuß} = \frac{144 \,.\, 0{,}5515}{2{,}4} = 33{,}09 \text{ Quadratzoll}.$$

Bei der angewandten und aus Fig. 379 zu erſehenden Schaufelconſtruction ergiebt ſich durch genaue Meſſung der Inhalt des Segmentes $A_0 B D$, $S = 24{,}50$ Quadratzoll, und der des Dreieckes $A_0 F D = 102$ Quadratzoll; es folgt daher für den Anfang des Ausguſſes:

$$tang.\,\lambda = \frac{24{,}50 + 102 - 33{,}09}{\frac{1}{2} \,.\, 144} = \frac{93{,}41}{72} = 1{,}2973\ldots,$$

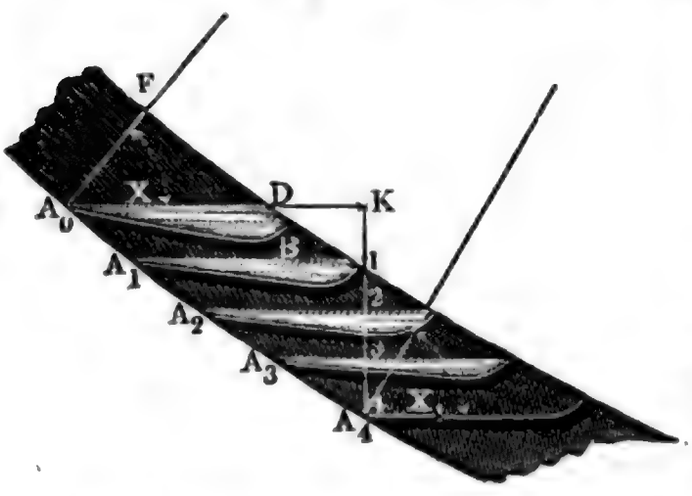
alſo:

$$\lambda = 52^\circ 22\tfrac{1}{2}'.$$

Der Winkel, unter welchem das äußere Schaufelende den Halbmeſſer des Rades trifft, iſt $\lambda_1 = 62^\circ 30'$, daher die Höhe $K A_4$ des waſſerhaltenden Bogentheiles, in welchem das Ausleeren erfolgt,

$$= a\,(sin.\,\lambda_1 - sin.\,\lambda)$$
$$= 20\,(0{,}8870 - 0{,}7920)$$
$$= 1{,}9 \text{ Fuß}.$$

Fig. 379.



Verzeichnet man nun innerhalb dieſer Höhe noch drei Schaufelſtellungen, ſo findet man durch Meſſung und Rechnung die Querſchnitte der Waſſerkörper einer Schaufel bei dieſen Stellungen:

$F_1 = 24{,}50$; $F_2 = 14{,}48$ und $F_3 = 6{,}60$ Quadratzoll.

Da nun noch der Querſchnitt am Anfang, $F_0 = 33{,}09$ und der am Ende $F_4 = 0$ iſt, ſo hat man die Verhältnißzahl:

$$\xi = \frac{F}{F_0} = \frac{33{,}09 + 4\,(24{,}50 + 6{,}60) + 2 \,.\, 14{,}48}{12 \,.\, 33{,}09} = \frac{15{,}5375}{33{,}09} = 0{,}469.$$

Wäre nun noch die Höhe des oberſten Waſſerſpiegels über der Radmitte M, $a_1 \cos.\,\theta_1 = 18$ Fuß, ſo würde die Leiſtung des Waſſerrades durch das Gewicht des Waſſers, ohne Rückſicht auf den Stoß und auf die Zapfenreibung betragen:

$$L = (a_1 \cos.\theta_1 + a\,[\sin.\lambda + 0{,}469\,(\sin.\lambda_1 - \sin.\lambda)])\,Q\gamma$$
$$= [18 + 20\,(0{,}7920 + 0{,}469\,.\,0{,}0950)]\;5\,.\,61{,}75$$
$$= (18 + 16{,}73)\,.\,308{,}75 = 10723 \text{ Fußpfund} = 22^1/_3 \text{ Pferdekräfte.}$$

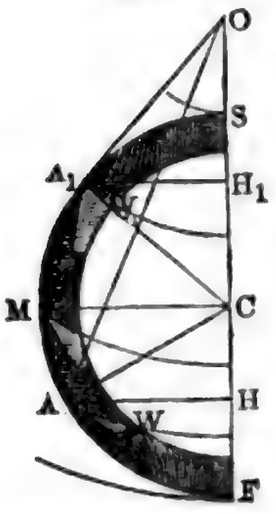
Anmerkung. Die Höhe des waſſerhaltenden Bogens von Waſſerſpiegel zu Waſſerſpiegel zu meſſen, iſt nur annähernd richtig; eigentlich hat man dieſelbe vom Schwerpunkt zum Schwerpunkt des Waſſers in einer Zelle zu nehmen.

§. 187 **Einfluss der Centrifugalkraft.** Bei gleicher Umfangsgeſchwindigkeit haben kleine Räder eine größere Umdrehungszahl als große; überdies erfordert es oft der gleichförmige Gang oder der Zweck der Maſchinen, z. B. bei Sägemühlen, Hammerwerken u. ſ. w., kleinen Rädern eine mehr große als kleine Geſchwindigkeit zu geben. Aus dieſen Gründen machen kleine Räder oft eine große Anzahl (25) von Umdrehungen in der Minute. Bei dieſem großen Werthe von u fällt aber die Centrifugalkraft des Waſſers in den Zellen ſo groß aus, daß die Neigung der Oberfläche deſſelben gegen den Horizont (ſ. Bd. I, §. 354) ſehr bedeutend wird, und daher ein viel zeitigeres Austreten erfolgt, als wenn das Rad langſam umginge. Wir haben an dem citirten Orte gefunden, daß die Oberflächen des Waſſers in den Radzellen lauter concentriſche Cylindermäntel bilden, deren gemeinſchaftliche Axe O, Fig. 380, parallel mit der Radaxe läuft und um die Höhe

$$\overline{CO} = k = \frac{g}{\omega^2} = g \cdot \left(\frac{30}{\pi u}\right)^2 = \frac{2850}{u^2} \text{ Fuß}$$

über der Radaxe C ſteht. Es wächſt alſo dieſer Abſtand umgekehrt wie das Quadrat der Umdrehungszahl, und fällt bei einer großen Umdrehungszahl ziemlich klein aus. Man findet nun ſogleich, daß nur im Radſcheitel S und im Radfuße F der Waſſerſpiegel horizontal iſt, daß er dagegen an einer gewiſſen Stelle oberhalb des Radmittels M am meiſten vom Horizont abweicht. Es iſt die Abweichung $HAW = AOC = \chi$ für irgend einen Punkt A, welcher um $ACM = \lambda$ unter dem Radmittel ſteht,

Fig. 380.



$$tang.\,\chi = \frac{AH}{OH} = \frac{a\cos.\lambda}{k + a\sin.\lambda}.$$

Für einen Punkt A_1 oberhalb M iſt λ negativ, daher:

$$tang.\,\chi = \frac{a\cos.\lambda}{k - a\sin.\lambda}.$$

Legt man von O aus eine Tangente OA_1 an den Radumfang, ſo erhält man im Berührungspunkte A_1 diejenige Stelle, wo der Waſſerſpiegel am meiſten vom Horizonte abweicht, wo alſo χ ein Maximum, und zwar $= \lambda$ iſt, und durch

$$\sin.\,\chi = \frac{a}{k} = \frac{\pi^2 a u^2}{900\,g} = \frac{a u^2}{2850} \text{ beſtimmt wird.}$$

Es nimmt also die Neigung χ des Wasserspiegels mit dem Radhalbmesser a und dem Quadrate der Umdrehungszahl u proportional zu.

Beispiel. 1. Für ein Rad, welches in der Minute fünf Umdrehungen macht, ist $k = {}^{2850}/_{25} = 114$ Fuß, wäre nun noch der Radhalbmesser $a = 16$ Fuß, und der Ausgußwinkel $\lambda = 50^0$, so hätte man für die Ausgußstelle:

$$tang.\,\chi = \frac{16\ cos.\,50^0}{114 + 16\ sin.\,50^0} = \frac{10{,}285}{126{,}256},$$

daher $\chi = 4^0\,39'$; es wiche also an diesem Punkte der Wasserspiegel beinahe $4^1/_3{}^0$ vom Horizonte ab.

2. Für ein Rad mit 20 Umdrehungen hat man:

$$k = \frac{2850}{400} = 7{,}125 \text{ Fuß};$$

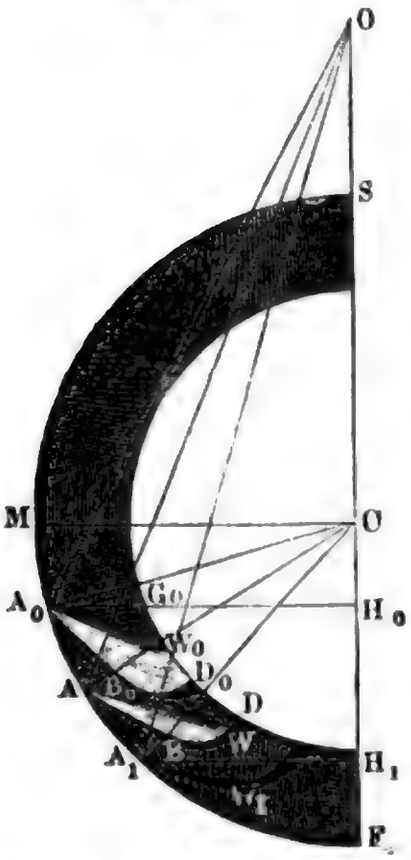
ist nun noch $a = 5$ Fuß und $\lambda = 0^0$, so hat man:

$$tang.\,\chi = \frac{5}{7{,}125}, \text{ daher } \chi = 35^0\,3';$$

endlich $44^0\,34'$ oberhalb des Radmittels ist diese Abweichung sogar $44^0\,34'$.

Wenn wir nun den Einfluß der Centrifugalkraft berücksichtigen, was bei schnell umlaufenden Wasserrädern unbedingt nothwendig ist, so müssen die oben gefundenen Formeln für den Ausgußbogen durch andere ersetzt werden. §. 188

Fig. 381.



Es sei A_0, Fig. 381, die Anfangsstelle des Ausgusses, $M\,C\,A_0 = H_0\,A_0\,C = \lambda$ der Ausgußwinkel, $H_0\,A_0\,W_0 = A_0\,O\,C = \chi$ die Depression des Wasserspiegels unter dem Horizonte, also:

$$\angle\, G_0\,A_0\,W_0 = \lambda + \chi \text{ und}$$
$$\triangle\, A_0\,G_0\,W_0 = {}^1/_2\,d\,.\,d\ tang.\,(\lambda + \chi)$$
$$= {}^1/_2\,d^2\ tang.\,(\lambda + \chi).$$

Setzen wir nun wieder den Inhalt des Segmentes $A_0\,B_0\,D_0 = S$, den des Dreieckes $A_0\,G_0\,D_0 = D$, und den Querschnitt des Wasserkörpers $= F_0$, so erhalten wir:

$$F_0 + {}^1/_2\,d^2\ tang.\,(\lambda + \chi) = S + D,$$

und daher:

$$1)\ tang.\,(\lambda + \chi) = \frac{S + D - F_0}{{}^1/_2\,d^2}.$$

Noch ist aber $\frac{sin.\,A_0\,O\,C}{sin.\,O\,A_0\,C} = \frac{C\,A_0}{C\,O}$, d. i.:

$$\frac{sin.\,\chi}{sin.\,[90^0 - (\lambda + \chi)]} = \frac{a}{k},$$

daher folgt dann:

$$2)\ sin.\,\chi = \frac{a\ cos.\,(\lambda + \chi)}{k}.$$

Nachdem man durch die erſte Formel $\lambda + \chi$ und durch die zweite die Depreſſion χ gefunden hat, erhält man durch Subtraction dieſer beiden Winkel von einander den Ausgußwinkel:

$$\lambda = (\lambda + \chi) - \chi.$$

Am Ende A_1 des Ausgußbogens fällt das äußere Schaufelende mit dem Waſſerſpiegel $A_1 W_1$ zuſammen, es iſt alſo dort $CA_1 W_1 = \lambda_1 + \chi_1 =$ dem bekannten, durch die Schaufeldeckung beſtimmten Winkel $\delta = 90^0 - \beta$, daher: $sin.\,\chi_1 = \frac{a\,cos.\,\delta}{k} = \frac{a\,sin.\,\beta}{k}$, und $\lambda_1 = \delta - \chi_1$,

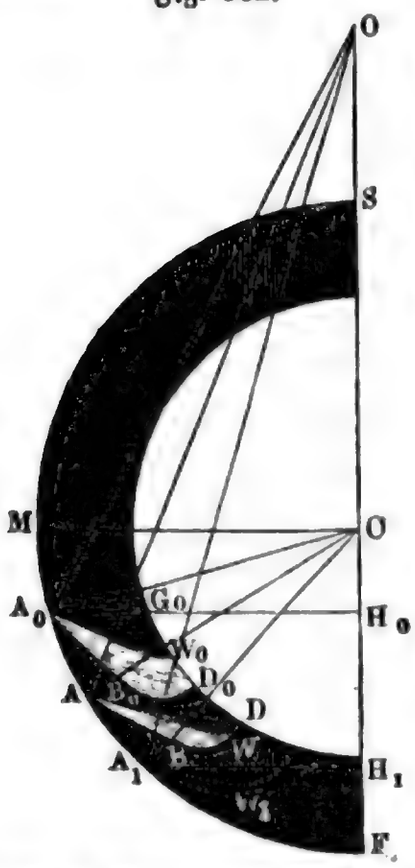
d. i. der Winkel, um welchen das Ende A_1 des Ausgußbogens vom Radmittel M abſteht.

Wenn man nun die ſich auf dieſe Weiſe herausſtellende Höhe

$$H_0 H_1 = h_4 = a\,(sin.\,\lambda_1 - sin.\,\lambda),$$

Fig. 382, des Ausgußbogens in eine paare Anzahl (4 oder 6) gleicher Theile theilt, und die Schaufelfüllungen für die entſprechenden Schaufelſtellen ermittelt, ſo kann man wieder das Verhältniß

Fig. 382.



$$\xi = \frac{Q_1}{Q} = \frac{F}{F_0}$$

der mittleren Schaufelfüllung während des Ausgießens zur Füllung vor dem Ausgießen finden, und hiernach die Wirkung des Waſſers im Ausgußbogen berechnen. Hierbei ſind natürlich die obigen Formeln umgekehrt zu gebrauchen. Es iſt hier λ gegeben, hiernach

$$tang.\,\chi = \frac{a\,cos.\,\lambda}{k + a\,sin.\,\lambda} \text{ und}$$

$$F = S + D - {}^1/_2\,d^2\,tang.\,(\lambda + \chi).$$

Füllt das Waſſer nicht mehr das ganze Segment aus, iſt alſo $F < S$, alſo

$${}^1/_2\,d^2\,tang.\,(\lambda + \chi) > D,$$

ſo hat man zu ſetzen (ſ. Fig. 382):

$$F = \text{Segment } ABD - \triangle\, ADW,$$

und bei geraden Schaufeln

$$F = S - {}^1/_2\,s^2 \cdot \frac{sin.\,(\lambda + \chi - \delta)\,sin.\,\delta_1}{sin.\,(\lambda + \chi)},$$

wo s die Diagonale AD, und δ_1 den Winkel DAC bezeichnet, welchen dieſelbe mit dem Halbmeſſer CA einſchließt.

Beiſpiel. Das kleine hölzerne Waſſerrad in Fig. 383 hat 12 Fuß Höhe, 1 Fuß Tiefe, 4 Fuß Weite und nimmt bei 17 Umläufen pr. Minute 1080 Cubikfuß Aufſchlag auf, man ſucht die mechaniſche Leiſtung deſſelben. Es iſt hier:

$$a = 6,\ d = 1,\ e = 4,\ a_1 = 5{,}5,\ Q = \frac{1080}{60} = 18 \text{ und } u = 17;$$

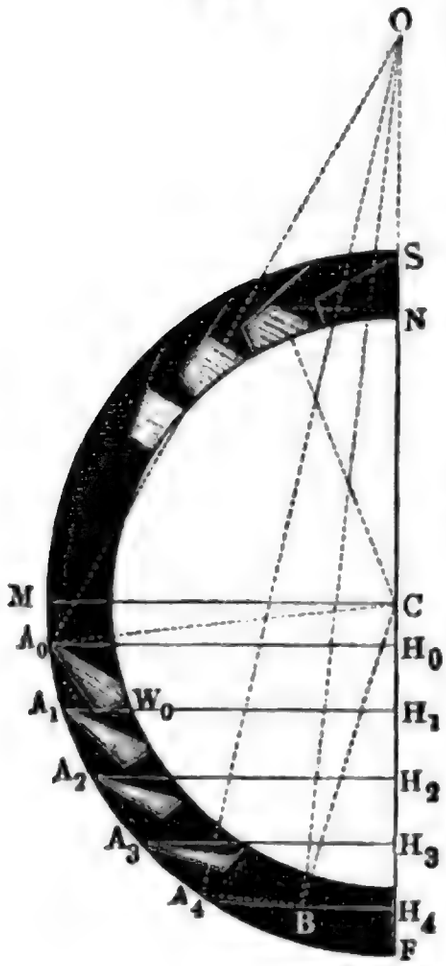
giebt man nun dem Rade 24 Schaufeln, so hat man:

$$\varphi^0 = \frac{360^0}{24} = 15^0 \quad \text{und} \quad F_0 = \frac{1080}{24 \,.\, 17 \,.\, 4} = \frac{45}{68} = 0{,}662 \text{ Quadratfuß.}$$

Ist ferner $D = 0{,}652$ und $S = 0{,}373$, so hat man:

$$tang.\ (\lambda + \chi) = \frac{0{,}373 + 0{,}652 - 0{,}662}{1/2} = 0{,}363 \,.\, 2 = 0{,}726,$$

Fig. 383.



daher:

$$\lambda + \chi = 35^0{,}59'.$$

Nun ist $\overline{C\,O} = k = \frac{2850}{17^2} = 9{,}86$ Fuß, daher:

$$sin.\ \chi = \frac{6\ cos.\ 35^0{,}59'}{9{,}86} = 0{,}4924,$$

hiernach:

$$\chi = 29^0\,30' \text{ und } \lambda = 6^0{,}29'.$$

Es fängt hier also der Ausguß schon $6\frac{1}{2}^0$ unter dem Radwinkel an. Um die Stelle zu finden, wo der Ausguß beendigt ist, hat man in dem vorliegenden Falle, wo sich noch etwas Wasser in der Zelle erhält, wenn auch der Wasserspiegel das äußere Ende der Schaufel berührt, in der Formel

$$sin.\ \chi_1 = \frac{a\ sin.\ \beta}{k}$$

statt a den Theilkreishalbmesser $a_1 = 5{,}5$ und statt β den Eintrittswinkel, welcher hier $= 10^0\,46'$ beträgt, zu setzen. Es ist sonach:

$$sin.\ \chi_1 = \frac{5{,}5\ sin.\ 10^0\,46'}{9{,}86}, \text{ daher:}$$

$$\chi_1 = 5^0\,59',$$

und der zweite Ausgußwinkel:

$$\lambda_1 = 79^0\,14' - 5^0\,59' = 73^0\,15'.$$

Hiernach ist nun die Höhe des Ausgußbogens:

$$h_4 = a_1\ sin.\ \lambda_1 - a\ sin.\ \lambda = 5{,}5\ sin.\ 73^0\,15' - 6{,}0\ sin.\ 6^0\,29'$$
$$= 5{,}2666 - 0{,}6775 = 4{,}589 \text{ Fuß.}$$

Diese Höhe theilen wir in vier gleiche Theile, und bestimmen nun durch Zeichnung, genaue Messung und Rechnung noch die entsprechenden drei Zwischenwerthe von F. Die erlangten Ergebnisse sind: $F_1 = 0{,}501$, $F_2 = 0{,}409$, $F_3 = 0{,}195$; daher das gesuchte Querschnittsverhältniß:

$$\xi = \frac{F}{F_0} = \frac{0{,}662 + 4\,(0{,}501 + 0{,}195) + 2 \,.\, 0{,}409}{12 \,.\, 0{,}662} = 0{,}537,$$

und die mechanische Arbeit des Wassers beim Herabsinken im Ausgußbogen:

$$L_4 = \xi \,.\, h_4\ Q\gamma = 0{,}537 \,.\, 4{,}589 \,.\, 18 \,.\, 61{,}75 = 2739 \text{ Fußpfund.}$$

Fiele das Wasser mit 20 Fuß Geschwindigkeit 20^0 unter dem Radscheitel so ein, daß seine Richtung um 25^0 von der Tangente am Eintrittspunkte abwiche, so hätte man noch die übrige Druckwirkung:

$$L_3 = (5{,}5\ cos.\ 20^0 + 6\ sin.\ 6^0\,29') \ 18 \,.\, 61{,}75 = 5{,}845 \,.\, 1111{,}5$$
$$= 6497 \text{ Fußpfund},$$

und die Stoßwirkung, da die Geschwindigkeit im Theilrisse

$$v_1 = \frac{11 \,.\, \pi \,.\, 17}{60} = 9{,}791 \text{ Fuß}$$

ist:

$$L_1 = 0{,}032\ (20\ cos.\ 25^0 - 9{,}791)\ 9{,}791 \,.\, 18 \,.\, 61{,}75 = 2{,}611 \,.\, 18 \,.\, 61{,}75$$
$$= 2902 \text{ Fußpfund}.$$

Demnach wäre die ganze Leistung dieses Rades:

$$L = L_1 + L_3 + L_4 = 12138 \text{ Fußpfund}.$$

§. 189 **Stärke der Radarme.** Von der Größe und Art der Wirkung eines Wasserrades hängen auch noch die erforderlichen Querschnittsdimensionen der Radarme, sowie die Stärke der Welle und die der Wellenzapfen ab. Um diese Raddimensionen zu ermitteln, hat man vorzüglich den vierten Abschnitt des ersten Theiles dieses Werkes zu Rathe zu ziehen.

In der Regel wird die Kraft des Wasserrades durch ein Zahnrad weiter fortgepflanzt, und dasselbe sitzt entweder

1) auf der Wasserradwelle, oder
2) auf einem der Armsysteme (Armgeviere), oder
3) an einem der Radkränze fest.

Im ersteren Falle wird die Kraft des Wassers durch die Radarme auf die Welle und von dieser wieder auf das Transmissionsrad übergetragen; im zweiten Falle geht hingegen die Wasserkraft nur mittels der Radarme auf das Transmissionsrad über, und im dritten Falle erfolgt die Uebertragung der Wasserkraft fast unmittelbar. Der erstere Fall ist bei weitem der häufigere, um so mehr, da hierzu auch die Fälle zu rechnen sind, wo die Transmission nicht durch Zahnräder, sondern durch Trommeln, Kurbeln u. s. w. erfolgt.

Bezeichnet m die Anzahl der Arme des Wasserrades, ferner b_1 die Breite und h_1 die Dicke eines Armes, jene parallel zur Radaxe und diese parallel zum Radumfange gemessen, so hat man nach der aus Bd. I, §. 236 bekannten Formel

$$Pl = b_1 h_1^2 \,.\, \frac{T}{6},$$

da hier P die Kraft, $\frac{P}{m}$ und l die Länge a eines Radarmes in Zollen bedeuten,

$$\frac{Pa}{m} = 9{,}549\ \frac{L}{mu} = b_1 h_1^2 \,.\, \frac{T}{6}$$

zu setzen, und ist nun noch das Dimensionsverhältniß $\frac{b_1}{h_1} = \mu$ ein bestimm-

tes, z. B. bei Holz $= 5/7$ und bei Gußeisen $1/5$, so erhält man hiernach für die gesuchte Dicke der Radarme:

$$h_1 = \sqrt[3]{\frac{6}{\mu T} \cdot \frac{Pa}{m}} = \sqrt[3]{\frac{6}{\mu T} \cdot 9{,}549 \frac{L}{mu}} = 3{,}86 \sqrt[3]{\frac{L}{\mu T m u}}.$$

Drückt man, wie gewöhnlich, a in Fuß und L in Pferdekräften (jede zu 480 Fußpfund) aus, so erhält man:

$$h_1 = 4{,}16 \sqrt[3]{\frac{Pa}{\mu T m}} = 69{,}2 \sqrt[3]{\frac{L}{\mu T m u}} \text{ Zoll.}$$

Nimmt man nun noch für Holz $\mu = 5/7$ und $T = 1000$ Pfund an (s. Bd. I, §. 240), so erhält man für hölzerne Arme:

$$h_1 = 0{,}465 \sqrt[3]{\frac{Pa}{m}} = 7{,}74 \sqrt[3]{\frac{L}{mu}} \text{ Zoll.}$$

Der Sicherheit wegen, und weil die Arme auch noch das Gewicht des Rades aufnehmen müssen, nimmt man in der Ausführung reichlich das Doppelte, und setzt hiernach:

$$\text{I.} \quad h_1 = 0{,}95 \sqrt[3]{\frac{Pa}{m}} = 15{,}5 \sqrt[3]{\frac{L}{mu}} \text{ Zoll.}$$

Nimmt man dagegen für Gußeisen $\mu = 1/5$ und $T = 7000$ an, so erhält man für gußeiserne Arme:

$$h_1 = 0{,}372 \sqrt[3]{\frac{Pa}{m}} = 6{,}19 \sqrt[3]{\frac{L}{mu}}.$$

In der Praxis nimmt man nahe das Doppelte an, nämlich:

$$\text{II.} \quad h_1 = 0{,}7 \sqrt[3]{\frac{Pa}{m}} = 12 \sqrt[3]{\frac{L}{mu}} \text{ Zoll.}$$

Beispiel. Wenn ein hölzernes oberschlägiges Wasserrad mit 16 Armen in der Minute fünf Umdrehungen machen, und eine Leistung von 20 Pferdekraft aufnehmen und mittels seiner Welle fortpflanzen soll, so müssen dessen Arme folgende Querschnittsdimensionen erhalten:

$$h_1 = 15{,}5 \sqrt[3]{\frac{L}{mu}} = 15{,}5 \sqrt[3]{\frac{20}{16 \cdot 5}} = 15{,}5 \sqrt[3]{0{,}25} = 9{,}6 \text{ Zoll}$$

und $b_1 = \mu h_1 = 5/7 \cdot 9{,}6 = 7$ Zoll.

Nach den äußeren Enden zu können natürlich diese Dimensionen etwas abnehmen.

§ 190 Wenn die Kraft eines oberschlägigen Wasserrades durch ein am Radumfange angebrachtes Zahnrad fortgepflanzt wird, so haben die Radarme hauptsächlich nur das Gewicht des Rades zu tragen, und es ist daher in diesem Falle die Stärke der Arme fast nur von dem Radgewichte abhängig. Da während einer Umdrehung des Rades die Arme desselben nach

und nach in alle möglichen Stellungen gegen die Richtung der Schwere kommen, ſo iſt auch die Kraft, welche ein Radarm hierbei aufzunehmen hat, veränderlich, und es ſind daher bei Beſtimmung des Querſchnittes eines Armes verſchiedene Stellungen in Betracht zu ziehen. Setzen wir zunächſt nur ein Armſyſtem mit ſechs Armen CB, CD, CE..., Fig. 384 und Fig. 385, ſowie eine vollkommene Starrheit des Radkranzes voraus. Bei der Stellung in Fig. 384 ſind zwei Arme, CB, CB, verticale, und vier Arme, CD, CE u. ſ. w., unter 30 Grad gegen den Horizont geneigt. Der aufſteigende Arm widerſteht durch ſeine Druck-, der abwärts gerichtete Arm durch ſeine Zug-, und die übrigen Arme widerſtehen durch ihre zuſammengeſetzte Feſtigkeit, und zwar die Arme CD, CD durch Druck- und Biegungs-, dagegen die Arme CE und CE durch Zug- und Biegungsfeſtigkeit. Da die Widerſtände des Druckes und Zuges dem Rade nur eine ſehr kleine verticale Senkung geſtatten, ſo ſind auch die Biegungen der Arme ſehr klein, und wir können deshalb die Kraft, welche die Biegung aufnimmt, ganz außer Betracht laſſen.

Fig. 384.

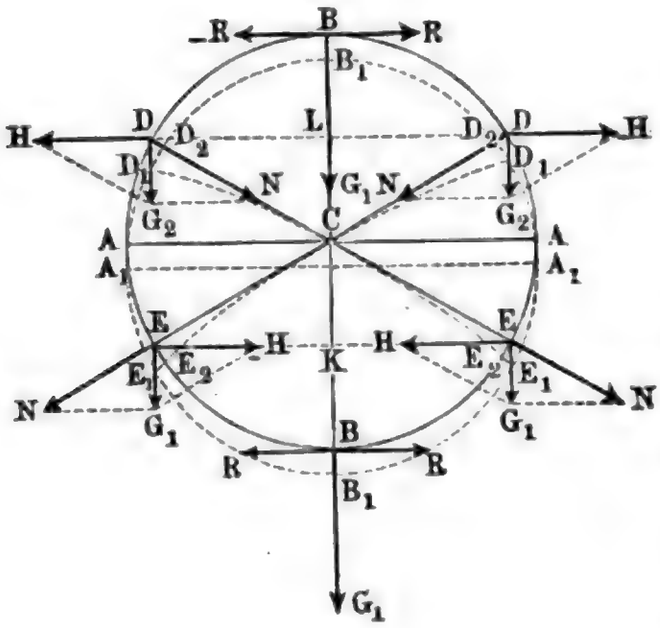
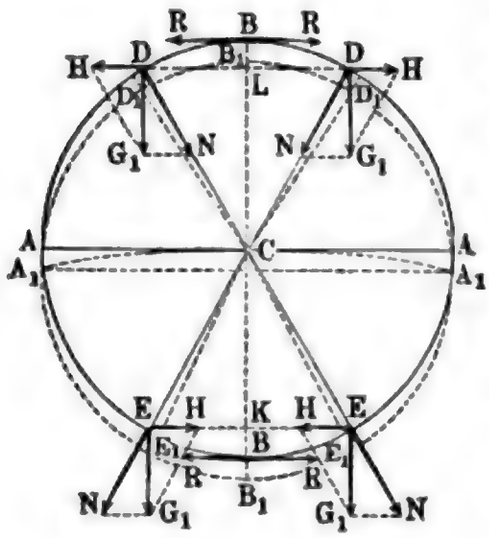


Fig. 385.



Es ſei G derjenige Theil des Radgewichtes, welchen das in Betrachtung zu ziehende Armſyſtem auf die Welle C überzutragen hat, ferner G_1 der Theil des Gewichtes, welchen jeder der beiden verticalen Arme, und G_2 der Theil, welchen jeder der beiden geneigten Arme aufnimmt. Die letztere Kraft zerlegt ſich in eine horizontale Kraft:

$$H = G_2 \, tang. \, 60^0 = \sqrt{3} . G_2,$$

und in eine Kraft nach der Richtung des Armes:

$$N = \frac{G_2}{\cos. 60^0} = 2\, G_2.$$

Da ſich die Horizontalkräfte H, H... gegenſeitig im Rade aufheben, ſo kann natürlich das letztere in Folge der Elaſticität der Radarme nur ſenkrecht, und zwar um die Größe $\overline{BB_1} = \overline{DD_1} = \overline{EE_1} \ldots = \sigma$ ſinken. Nun entſpricht aber der Senkung $\overline{DD_1} = \overline{EE_1}$... der Armenden D, E... die Verkürzung oder Ausdehnung

$$\overline{DD_2} = \overline{EE_2} = \overline{DD_1} \cos. D_1 DD_2 = \sigma \cos. 60^0 = {}^1/_2\, \sigma;$$

es iſt daher auch die Kraft N in der Richtung der Arme CD, CE... die Hälfte der Kraft G_1 des ſich um σ verkürzenden Armes CB, ſowie auch des ſich um σ ausdehnenden Armes CB, und folglich

$$G_2 = {}^1/_2\, N = {}^1/_4\, G_1$$

zu ſetzen.

Führen wir dieſen Werth in der Gleichung $2\, G_1 + 4\, G_2 = G$ ein, ſo erhalten wir folgende Ausdrücke für G_1 und G_2:

$$G_1 = {}^1/_3\, G \text{ und } G_2 = {}^1/_{12}\, G.$$

Bezeichnet endlich F den Querſchnitt eines Radarmes und T den Tragmodul deſſelben, ſo erhalten wir hiernach:

$$F = \frac{G_1}{T} = \frac{G}{3\, T},$$

ſowie:

$$F = \frac{N}{T} = \frac{2\, G_2}{T} = \frac{G}{6\, T}.$$

Es iſt natürlich der erſtere Querſchnitt in Anwendung zu bringen.

Bei der Armſtellung in Fig. 385, wo zwei Arme CA, CA horizontal ſind, werden nur die vier Arme CD, CD und CE, CE der Druck- und Zugfeſtigkeit ausgeſetzt, und es iſt die Druck- oder Zugkraft:

$$N = \frac{G_1}{\cos. 30^0} = G_1 \sqrt{{}^4/_3} = \frac{G}{4} \sqrt{{}^4/_3},$$

folglich der entſprechende Armquerſchnitt:

$$F = \frac{N}{T} = \frac{G}{4\, T} \sqrt{{}^4/_3} = \frac{G}{3{,}464\, T},$$

alſo kleiner als für die Stellung in Fig. 384.

Der anzuwendende Armquerſchnitt bleibt alſo

$$F = \frac{G}{3\, T}.$$

Bei Anwendung von nur vier Armen iſt

$$F = \frac{G}{2\, T},$$

ſowie bei Anwendung von acht Armen

$$F = \frac{G}{4\,T}$$

zu ſetzen, wie durch eine ähnliche Unterſuchung leicht gefunden werden kann.

Iſt allgemein die Anzahl der Arme eines Rades $= m$ und das ganze Gewicht deſſelben $= G$, ſo beſtimmt ſich hiernach der Querſchnitt eines Radarmes einfach durch die Formel

$$F = \frac{2\,G}{m\,T}.$$

Für hölzerne Arme wäre nach Tabelle I. in §. 212 von Bd. I, $T = 2500$, dagegen für gußeiſerne, $T = 9120$ Pfund und nach Tabelle II, für ſchmiedeeiſerne, $T = 18000$ Pfund; da ſich aber lange Arme auch durch Druckkräfte leicht biegen und die Spannung derſelben während einer Umdrehung ſich unaufhörlich verändert, von dem erſten Werthe nur der zehnte und von den letzteren Werthen nur der fünfte Theil in Anwendung zu bringen, und hiernach

für hölzerne Arme

$$F = \frac{2\,G}{250\,m} = 0{,}008\,\frac{G}{m}$$

und dagegen für gußeiſerne Arme

$$F = \frac{2\,G}{1822\,m} = 0{,}0011\,\frac{G}{m}$$

und für ſchmiedeeiſerne

$$F = \frac{2\,G}{3600\,m} = 0{,}00056\,\frac{G}{m}$$ Quadratzoll

zu ſetzen.

Sind die Radkränze eines Waſſerrades durch ſchmiedeeiſerne Spannſtangen mit der Welle feſt verbunden, ſo wird das Rad nur von denjenigen Armen oder Stangen, welche abwärts gerichtet ſind, getragen. Es iſt daher dann

$$G_1 = {}^2/_3\,G \text{ und } G_2 = {}^1/_6\,G,$$

ſowie auch N und F doppelt ſo groß als bei einem ſteifen Armſyſtem.

Anmerkung. Mit Hülfe der vorſtehenden Theorie läßt ſich auch die erforderliche Stärke eines Radkranzes ermitteln. Jede Radhälfte wird von einem Kräftepaar $(H, -H)$ ergriffen, welches in den Punkten B, B Spannungen $R, -R$ hervorbringt, denen der Radkranz durch ſeine Feſtigkeit widerſtehen muß. Setzt man das Moment $R \cdot 2a$ des Paares $R, -R$, dem Momente Ha des Paares $H, -H$ gleich, ſo erhält man

$$R = {}^1/_2\,H = {}^1/_2\sqrt{3}\;G_2 = {}^1/_{24}\sqrt{3}\;G = 0{,}072\,G$$

und daher den nöthigen Querſchnitt des Radkranzes: $fd = \frac{R}{T}$, ſo wie die Dicke deſſelben:

$$f = \frac{0{,}072\,G}{d\,T}.$$

Um einen möglichst steifen Radkranz zu erhalten, muß man
für hölzerne Kränze $T = 50$,
für gußeiserner Kränze $T = 350$, und
für schmiedeeiserne Kränze $T = 600$ Pfund annehmen.

Stärke der Wasserradwelle. Die Stärke der Wasserradwelle §. 191
bestimmt sich aus dem Kraftmomente des Rades bei in Betrachtnahme der Torsionsfestigkeit, sowie aus dem Gewichte desselben bei Berücksichtigung der relativen Festigkeit. Zieht man bloß das Kraftmoment Pa in Betracht, so hat man der Theorie der Torsionsfestigkeit zu Folge (s. Bd. I, §. 264) für die Stärke einer gußeisernen cylindrischen Welle:

$$Pa = 360\, d^3 \text{ Zollpfund}$$

und folglich diese Stärke selbst:

$$d = \sqrt[3]{\frac{Pa}{360}} = 0{,}1406 \sqrt[3]{Pa},$$

oder, wenn man, wie gewöhnlich, Pa in Fußpfund ausdrückt,

$$d = 0{,}3218 \sqrt[3]{Pa} \text{ Zoll.}$$

Giebt man die Leistung L der Maschine in Pferdekräften, und die Umdrehungszahl u derselben pr. Minute, so hat man:

$$Pa = \frac{30 . 480 . L}{\pi u} = 4584 \frac{L}{u},$$

und daher die gesuchte Wellenstärke:

$$d = 0{,}3218 \sqrt[3]{4584} \sqrt[3]{\frac{L}{u}} = 5{,}35 \sqrt[3]{\frac{L}{u}},$$

wofür man jedoch in der Praxis

$$d = 0{,}361 \sqrt[3]{Pa} = 5 \sqrt[3]{\frac{L}{u}} \text{ Zoll} = 16 \sqrt[3]{\frac{L}{u}} \text{ Centimeter}$$

annimmt.

Für schmiedeeiserne Wellen ist dagegen im Mittel

$$d = 0{,}301 \sqrt[3]{Pa} = 5 \sqrt[3]{\frac{L}{u}} \text{ Zoll} = 13 \sqrt[3]{\frac{L}{u}} \text{ Centimeter}$$

zu setzen.

Hölzerne Wasserradwellen macht man in der Praxis drei- bis viermal so stark als gußeiserne Wellen, wiewohl aus theoretischen Gründen die reichliche zweifache Stärke ausreicht.

Für Wellen mit quadratischen Querschnitten ist die Seitenlänge $s = 0{,}94\, d$ zu setzen, und für hohle cylindrische Wellen von der äußeren Weite d_1 und der inneren Weite d_2, statt

$$d^3 = \frac{d_1^4 - d_2^4}{d_1} = d_1^3 \left[1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4\right] = (1 - \psi^4)\, d_1^3,$$

alſo

$$d_1 = \frac{d}{\sqrt[3]{1 - \psi^4}},$$

wobei ψ das Verhältniß $\frac{d_2}{d_1}$ bezeichnet. Gewöhnlich nimmt man $\frac{d_2}{d_1} = 0{,}6$ an, und hat dann

$$d_1 = \frac{d}{\sqrt[3]{1 - 0{,}13}} = 1{,}05\, d,$$

ſowie

$$d_2 = 0{,}63\, d.$$

Die unmittelbare Anwendung dieſer Formeln ſetzt voraus, daß das Transmiſſionsrad auf der Waſſerradwelle ſitze; iſt aber daſſelbe mit einem Armſyſteme oder einem Radkranze verbunden, ſo wird durch die übrigen Armſyſteme nur ein Theil des ganzen Umdrehungsmomentes auf die Welle übergetragen, und es fällt daher die erforderliche Stärke kleiner aus als im erſteren Falle. Hat in dieſem Falle das Rad zwei Armſyſteme, ſo kann man annehmen, daß durch das zweite Armſyſtem die Hälfte des ganzen Momentes Pa auf die Welle, und von da mittels des anderen Armſyſtemes auf das in ſeiner Ebene befindliche Zahnrad übergetragen werde; hat dagegen das Rad drei Armſyſteme, ſo läßt ſich annehmen, daß das mittlere Armſyſtem zwei und das dritte Armſyſtem ein Viertel des ganzen Momentes mittels der Welle auf das erſte Armſyſtem übertrage; es iſt daher bei Beſtimmung der erforderlichen Wellenſtärke in dieſem Falle ſtatt P, entweder $^1/_2\, P$ oder $^3/_4\, P$, und ebenſo ſtatt L, entweder $^1/_2\, L$ oder $^3/_4\, L$ einzuführen.

Wenn nun das Transmiſſionsrad auf einem zwiſchen den äußerſten Radkränzen mitten innen ſtehenden Kranze aufſitzt, ſowie wenn die Transmiſſion durch zwei auf den äußerſten Radkränzen aufſitzende Zahnräder erfolgt, ſo hat die Welle faſt gar keine Torſion auszuhalten, und es iſt daher deren Stärke aus dem Gewichte des Rades nach der Theorie der Biegungsfeſtigkeit zu berechnen.

Beiſpiel. Wenn ein oberſchlägiges Waſſerrad von 24 Fuß Höhe bei fünf Umdrehungen pr. Minute eine Leiſtung von 20 Pferdekräften verrichtet und die Transmiſſion ſeiner Kraft durch ein auf ſeiner gußeiſernen Welle ſitzendes Zahnrad erfolgt, ſo iſt die erforderliche Stärke dieſer Welle:

$$d = 6\sqrt[3]{\frac{L}{u}} = 6\sqrt[3]{\frac{20}{5}} = 6\sqrt[3]{4} = 9{,}53 \text{ Zoll.}$$

Wollte man ſtatt dieſer Welle eine runde hölzerne Welle anwenden, ſo müßte man ihr mindeſtens die Stärke

$$d = 3 \,.\, 9{,}53 = 28{,}6 \text{ Zoll}$$

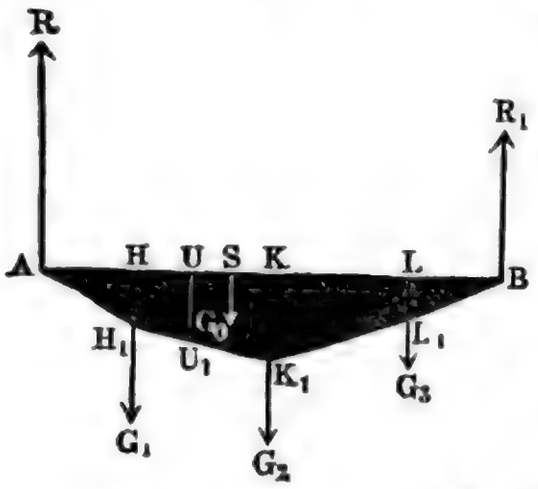
geben, und ſollte dieſe Welle einen quadratiſchen Querſchnitt erhalten, ſo würde die Seite deſſelben

$$s = 0{,}94\, d = 26{,}9 \text{ Zoll}$$

betragen müſſen.

Um die dem Gewichte eines Wasserrades entsprechende Stärke der Welle bestimmen zu können, ist es nöthig, zuerst die beiden Zapfendrücke der letzteren zu ermitteln. Es sei in Fig. 386, AKB die Axe der in den Punkten H, K, L durch die Gewichte G_1, G_2, G_3 belasteten Wasserradwelle von der Länge $AB = l$; es seien ferner l_1, l_2, l_3 die Abstände der Angriffspunkte H, K, L der Gewichte G_1, G_2, G_3 vom Zapfen A, und es bezeichne endlich R die Größe des Zapfendruckes in A, sowie R_1 die Größe dieses Druckes in B. Sehen wir die ganze Welle als einen Hebel mit dem Stützpunkte A an, so können wir (nach Bd. I, §. 92) setzen: §. 192

Fig. 386.



$$R_1 = \frac{G_1 l_1 + G_2 l_2 + G_3 l_3}{l},$$

und wenn wir statt l_1, l_2, l_3; $l - l_1$, $l - l_2$, $l - l_3$, sowie statt R_1, R einführen:

$$R = \frac{G_1 (l - l_1) + G_2 (l - l_2) + G_3 (l - l_3)}{l} = G_1 + G_2 + G_3 - R_1.$$

Es ist leicht zu ermessen, welche Zusätze diese Formeln erhalten müssen, wenn die Zahl der Gewichte eine größere ist. Hat man die Zapfendrücke R_1 und R bestimmt, so kann man nun auch die Biegungsmomente der Welle in Hinsicht auf die verschiedenen Punkte H, K, L bestimmen. Für den Punkt H ist dieses Moment

$$M_1 = R l_1,$$

und für den Punkt K ist es:

$$M_2 = R l_2 - G_1 (l_2 - l_1)$$
$$= R l_1 + (R - G_1) (l_2 - l_1),$$

also größer oder kleiner als $M_1 = R l_1$, je nachdem R größer oder kleiner als G_1 ausfällt.

Für den Punkt L ist ferner dies Moment:

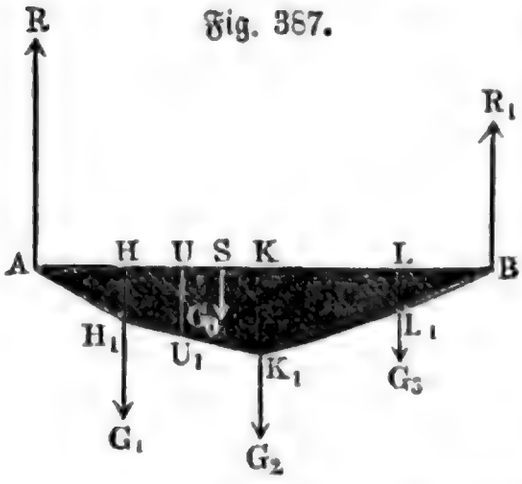
$$M_3 = R l_3 - G_1 (l_3 - l_1) - G_2 (l_3 - l_2)$$
$$= R l_1 + (R - G_1) (l_2 - l_1) + [R - (G_1 + G_2)] (l_3 - l_2),$$

und dasselbe ist größer oder kleiner als das in K, je nachdem sich R größer oder kleiner als $G_1 + G_2$ herausstellt.

Trägt man diese Momente in den entsprechenden Punkten H, K, L als Ordinaten HH_1, KK_1, LL_1 auf, und verbindet man die Endpunkte A, H_1, K_1, L_1, B mit einander durch gerade Linien, so messen die Ordinaten UU_1... derselben auch die Momente der Zwischenpunkte U... Es findet

folglich das größte Biegungsmoment M nur in einem der Angriffspunkte H, K, L ſtatt. Zu den Gewichten $G_1, G_2, G_3 \ldots$, welche die Armſyſteme in beſtimmten Punkten H, K, L auf die Welle übertragen, geſellt ſich auch noch das auf die ganze Axe AB ſtetig vertheilte Gewicht G_0 der Welle ſelbſt. Iſt l_0 der Abſtand AS des Schwerpunktes S der Welle von dem Endpunkte A, ſo hat man die Vergrößerung des Zapfendruckes R_1 in B durch das Gewicht G_0:

Fig. 387.



$$Z_1 = \frac{l_0}{l} G_0,$$

ſowie die des Zapfendruckes R in A:

$$Z = \left(\frac{l - l_0}{l}\right) G_0.$$

In der Regel iſt das Gewicht G_0 der Welle nur ein kleiner Theil vom Gewichte G des Rades und es werden daher auch durch daſſelbe die Zapfendrücke nur wenig vergrößert. Deshalb iſt es daher auch genügend, wenn man die Welle als einen prismatiſchen Körper anſieht, und $l_0 = {}^1/_2\, l$,

ſowie $Z_1 = Z = {}^1/_2\, G_0$

ſetzt. Auch laſſen ſich dann die Gewichte der Wellenſtärke $AH, AK, AL \ldots$

$$= \frac{l_1}{l} G_0,\ \frac{l_2}{l} G_0,\ \frac{l_3}{l} G_0 \ldots,$$

ſowie ihre Momente in Hinſicht auf die Punkte $H, K, L \ldots$ der Reihe nach

$${}^1/_2\, G_0 \frac{l_1^2}{l},\ {}^1/_2\, G_0 \frac{l_2^2}{l},\ {}^1/_2\, G_0 \frac{l_3^2}{l} \cdots$$

ſetzen, ſo daß zuletzt die durch das Wellengewicht hervorgebrachten Vergrößerungen der Biegungsmomente in Hinſicht auf die Punkte H, K, L der Reihe nach folgen:

$$Zl_1 - {}^1/_2\, G_0 \frac{l_1^2}{l} = {}^1/_2\, G_0 \frac{l_1 (l - l_1)}{l},$$

$$Zl_2 - {}^1/_2\, G_0 \frac{l_2^2}{l} = {}^1/_2\, G_0 \frac{l_2 (l - l_2)}{l},$$

$$Zl_3 - {}^1/_2\, G_0 \frac{l_3^2}{l} = {}^1/_2\, G_0 \frac{l_3 (l - l_3)}{l} \text{ u. ſ. w.}$$

Addirt man nun dieſe Momente zu den oben angegebenen Momenten, welche den Gewichten G_1, G_2, G_3 entſprechen, ſo erhält man die vollſtändigen Biegungsmomente, wonach die erforderlichen Stärken der Welle in $H, K, L \ldots$ zu beſtimmen ſind. Soll die Welle an allen Stellen eine und dieſelbe Stärke erhalten, ſo muß man natürlich dieſelbe nach dem größten dieſer Momente berechnen. Vortheilhafter iſt es aber, die Stärke

der Welle nach den Enden zu, entſprechend der Abnahme der Biegungsmomente, allmälig ſchwächer zulaufen zu laſſen. Zu dieſem Zwecke verſieht man auch die Welle ſehr oft mit Federn oder Rippen, deren Höhe nach den Wellenenden hin allmälig abnehmen.

Beiſpiel. Die Waſſerradwelle AKB, Fig. 387, hat die Länge von 10 Fuß, das Gewicht $G_0 = 3000$ Pfund, und trägt in H und K die Armſyſteme eines Waſſerrades von 20000 Pfund Gewicht, ſowie in L ein Transmiſſionsrad von 2000 Pfund; wenn nun der Abſtand $AH = BL = 2$ Fuß und die Länge HK des Waſſerrades 3 Fuß beträgt, welches ſind die Zapfendrücke und die Biegungsmomente dieſer Welle?

Es iſt hier $G_1 = G_2 = 10000$, $G_3 = 2000$ Pfund, und
$l_1 = 2$, $l_2 = 5$, $l_3 = 8$ und $l = 10$ Fuß,
daher der Zapfendruck in B:

$$R_1 = \frac{G_1 l_1 + G_2 l_2 + G_3 l_3}{l} = \frac{20000 + 50000 + 16000}{10} = 8600 \text{ Pfund},$$

ferner der Zapfendruck in A:

$$R = G_1 + G_2 + G_3 - R_2 = 22000 - 8600 = 13400 \text{ Pfund}.$$

Das Biegungsmoment in H iſt:

$$M_1 = Rl_1 = 13400 . 2 = 26800 \text{ Fußpfund},$$

das in K:

$$M_2 = Rl_1 + (R - G_1)(l_2 - l_1) = 26800 + 3400 . 3 = 37000 \text{ Fußpfund},$$

und dagegen das in L:

$$M_3 = R_1 (l - l_3) = 8600 . 2 = 17200 \text{ Fußpfund}.$$

Durch das Wellengewicht wird annähernd jeder der beiden Zapfendrücke um $\frac{1}{2} G_0 = 1500$ vergrößert; es fällt alſo im Ganzen

$$R_1 = 8600 + 1500 = 10100 \text{ Pfund}$$

und

$$R = 13400 + 1500 = 14900 \text{ Pfund}$$

aus.

Ferner ſteigert ſich durch das letzte Gewicht das Biegungsmoment in Hinſicht auf H um

$$\frac{1}{2} G_0 \frac{l_1 (l - l_1)}{l} = \frac{2 . 8}{10} \cdot 1500 = 2400 \text{ Fußpfund},$$

in Hinſicht auf K um

$$\frac{1}{2} G_0 \frac{l_2 (l - l_2)}{l} = \frac{5 . 5}{10} \cdot 1500 = 3750 \text{ Fußpfund},$$

und in Hinſicht auf L um

$$\frac{1}{2} G_0 \frac{l_3 (l - l_3)}{l} = \frac{8 . 2}{10} \cdot 1500 = 2400 \text{ Fußpfund},$$

ſo daß folglich das ganze Moment in Hinſicht auf H:

$$26800 + 2400 = 29200 \text{ Fußpfund},$$

das in Hinſicht auf K:

$$37000 + 3750 = 40750 \text{ Fußpfund},$$

und das in Hinſicht auf L:

$$17200 + 2400 = 19600 \text{ Fußpfund}$$

zu ſetzen iſt.

Es bleibt nun im Folgenden noch anzugeben, wie aus dem gefundenen §. 193 Zapfendrucke und dem größten Biegungsmomente (M) die Wellenſtärken

zu berechnen ſind. Iſt der Querſchnitt der Welle kreisrund und der Durchmeſſer derſelben $= d$, ſo hat man nach Bd. I, §. 236, das zuläſſige Biegungsmoment in dieſem Querſchnitte:

$$M = \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{2}\right)^3 T = \frac{\pi d^3}{32} T,$$

und es folgt daher umgekehrt, der dem Momente M entſprechende Wellendurchmeſſer:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32\,M}{\pi\,T}} = 2{,}17\,\sqrt[3]{\frac{M}{T}},$$

oder, wenn man M nicht in Zollpfund, ſondern in Fußpfund giebt:

$$d = 4{,}97\,\sqrt[3]{\frac{M}{T}}.$$

Führt man aus Bd. I, §. 240, für Gußeiſen $T = 7000$ Pfund ein, ſo erhält man:

$$d = \frac{4{,}97}{\sqrt[3]{7000}}\sqrt[3]{M} = 0{,}260\,\sqrt[3]{M}\ \text{Zoll}.$$

Der Sicherheit wegen nimmt man aber T nur 4500 an, und ſetzt hiernach die geſuchte Stärke gußeiſerner Wellen:

$d = 0{,}131\,\sqrt[3]{M}$, wenn M in Zollpfund, und

$d = 0{,}300\,\sqrt[3]{M}$ Zoll, wenn M in Fußpfund gegeben iſt.

Für ſchmiedeeiſerne Wellen genügt

$$d = 0{,}250\,\sqrt[3]{M}\ \text{Zoll}.$$

Hölzerne Wellen ſind $2^1/_2$- bis 3mal ſo ſtark zu machen als gußeiſerne.

Für Wellen mit quadratiſchem Querſchnitte iſt die Seitenlänge

$s = 0{,}94\,d$,

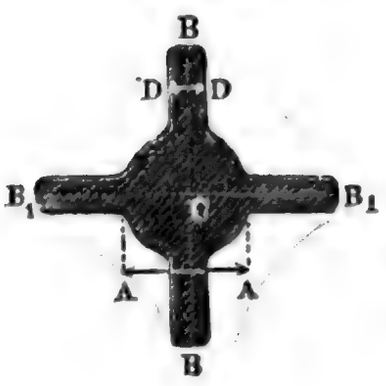
$= 0{,}282\,\sqrt[3]{M}$, wenn dieſelben aus Gußeiſen beſtehen.

Für eine hohle Welle mit den Durchmeſſern d_1 und d_2 iſt wieder ſtatt d

$$d_1 = \frac{d}{\sqrt[3]{1-\psi^4}},$$

wo $\psi = \frac{d_2}{d_1}$ bezeichnet, zu ſetzen.

Fig. 388.



Iſt bei einer gerippten Welle der Durchmeſſer $\overline{AA}$, Fig. 388, des cylindriſchen Kernes $= d_1$, ferner die ganze Höhe $\overline{BB}$ der Rippe $= h_1$ und die Dicke $\overline{DD} = s_1$, ſo hat man das Tragmoment dieſer Welle (vgl. Bd. I, §. 228 u. f. w.):

$$M = \left(\frac{\pi d_1^4}{64} + \frac{(h_1^3 - d_1^3)\, s_1 + (h_1 - d_1)\, s_1^3}{12}\right) \frac{T}{\frac{1}{2} h_1}$$

oder, wenn man $h_1 = \mu d_1$ und $s_1 = \nu d_1$ ſetzt,

$$M = \left(\frac{\pi}{16} + \frac{(\mu^3 - 1)\, \nu + (\mu - 1)\, \nu^3}{3}\right) \frac{d_1^3\, T}{2\mu}.$$

Nun iſt aber für die cylindriſche Welle vom Durchmeſſer d dieſes Moment

$$M = \frac{\pi d^3}{32}\, T;$$

ſetzt man daher dieſe Momente einander gleich, ſo folgt die Stärke des cylindriſchen Kernes der gerippten Welle:

$$d_1 = \frac{d \sqrt[3]{\mu}}{\sqrt[3]{1 + \frac{16}{3\pi}\left[(\mu^3 - 1)\, \nu + (\mu - 1)\, \nu^3\right]}}.$$

In den meiſten Fällen iſt ν ſo klein gegen μ, daß man das Glied $(\mu - 1)\, \nu^3$ außer Acht laſſen und einfacher

$$d_1 = \frac{d \sqrt[3]{\mu}}{\sqrt[3]{1 + \frac{16\,(\mu^3 - 1)\, \nu}{3\pi}}}$$ ſetzen kann.

Gewöhnlich nimmt man $\mu = \frac{h_1}{d_1} = 3$ und $\nu = \frac{s_1}{d_1} = \frac{1}{3}$ an, ſo daß man einfach

$$d_1 = \frac{d \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{1 + \frac{16 \cdot 26}{9\pi}}} = 0{,}574\, d,$$ ſowie

$h_1 = 1{,}722\, d$ und $s_1 = 0{,}191\, d$ erhält.

Wenn von den beiden Momenten Pa und M das eine viel größer iſt als das andere, ſo kann man das kleinere Moment ganz außer Acht laſſen, folglich die Stärke der Welle nur nach dem größeren Momente berechnen, und zwar nach der Formel

$$d = 0{,}355 \sqrt[3]{Pa},$$

wenn das Torſionsmoment Pa das größere, und dagegen nach der Formel

$$d = 0{,}300 \sqrt[3]{M},$$

wenn das größte Biegungsmoment M das größere iſt. Weichen aber beide Momente nicht bedeutend von einander ab, ſo muß man die Stärke nach der Theorie der zuſammengeſetzten Feſtigkeit (ſ. Bd. I, §. 277) berechnen, welche eine der Grundformeln

$$d^3 = \frac{16}{\pi} \frac{Pa}{T} \left(1 - \frac{32\, M}{\pi d^3\, T}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

und

$$d^3 = \frac{32\,M}{\pi\,T}\left[1 - \left(\frac{16\,Pa}{\pi\,d^3\,T}\right)^2\right]^{-1}$$ giebt.

Nun iſt aber die Wellenſtärke 1) ohne Rückſicht auf Biegung

$d_1 = \sqrt[3]{\frac{16\,Pa}{\pi\,T}}$, und 2) dieſelbe ohne Rückſicht auf Torſion:

$d_2 = \sqrt[3]{\frac{32\,M}{\pi\,T}}$, daher läßt ſich auch ſetzen:

$d^3 = d_1^3\left[1 - \left(\frac{d_2}{d}\right)^3\right]^{-1/2}$ und

$d^3 = d_2^3\left[1 - \left(\frac{d_1}{d}\right)^6\right]^{-1}$, oder annähernd, je nachdem d_1 größer oder kleiner als d_2 iſt, entweder

1) $$d = d_1\left[1 + 1/6\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^3\right],$$ oder

2) $$d = d_2\left[1 + 1/3\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^6\right].$$

Mit Hülfe der obigen Formel

$$d = 0{,}300\,\sqrt[3]{M}$$

läßt ſich endlich auch die erforderliche Stärke der Zapfen beſtimmen, wenn man vorausſetzt, daß der Zapfen ſeine ungünſtigſte Lage habe, nämlich mit ſeinem Ende auf dem Lager ruhe. Iſt dann l_0 die Länge, d_0 die Stärke des Zapfens und R der nach §. 192 zu beſtimmende Zapfendruck, ſo hat man folglich

$$d_0 = 0{,}300\,\sqrt[3]{R\,l_0}$$

zu ſetzen.

Nun ſteht aber die Länge l_0 in einem beſtimmten Verhältniſſe λ zur Stärke d_0 des Zapfens, daher läßt ſich auch

$$d_0^3 = (0{,}300)^3\,.\,R\,\lambda\,\frac{d_0}{12}$$

ſetzen, ſo daß

$$d_0 = \sqrt{\frac{(0{,}300)^3}{12}}\,\sqrt{\lambda\,R} = 0{,}0475\,\sqrt{\lambda\,R}\ \text{Zoll}$$

folgt.

Gewöhnlich iſt $\lambda = 1$ bis 1,25, und daher die Zapfenſtärke

$$d_0 = 0{,}0475\,\sqrt{R}\ \text{bis}\ 0{,}0531\,\sqrt{R}\ \text{Zoll}.$$

Beiſpiel. Wenn das größte Biegungsmoment einer gußeiſernen Waſſerradwelle, $M = 40750$ Fußpfund beträgt (ſ. das Beiſpiel des vorigen Paragraphen), ſo iſt die nöthige Stärke derſelben:

$$d = 0{,}300\,\sqrt[3]{M} = 0{,}300\,\sqrt[3]{40750} = 10{,}3\ \text{Zoll},$$

und wenn die beiden Zapfendrücke dieſer Welle $R = 14900$ und $R_1 = 10100$ Pfund betragen, ſo ſind die erforderlichen Zapfenſtärken derſelben:

$$d_0 = 0{,}0531\sqrt{14700} = 6{,}48 \text{ Zoll}$$

und

$$= 0{,}0531\sqrt{10100} = 5{,}34 \text{ Zoll.}$$

Hätte dieſe Welle nur das Torſionsmoment

$$Pa = \frac{30 \cdot 480\, L}{\pi u} = \frac{30 \cdot 480 \cdot 20}{5\pi} = 18335 \text{ Fußpfund (ſ. Beiſpiel zu §. 191)}$$

aufzunehmen, ſo wäre die nöthige Wellenſtärke

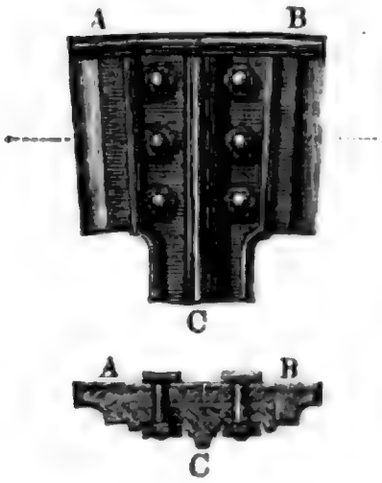
$$d = 0{,}355\sqrt[3]{18335} = 9{,}36 \text{ Zoll,}$$

ſetzt man daher in obiger Formel 2) $d_2 = 10{,}30$ und $d_1 = 9{,}36$ ein, ſo giebt dieſelbe die Stärke der Welle, welche das gegebene Biegungs- und Torſionsmoment zugleich aufnimmt:

$$d = d_2\left[1 + \tfrac{1}{3}\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^6\right] = 10{,}30\left[1 + \tfrac{1}{3}\left(\frac{9{,}36}{10{,}30}\right)^6\right] = 10{,}30 \cdot 1{,}188$$
$$= 12{,}24 \text{ Zoll.}$$

Construction der Waſſerräder. Im Folgenden möge noch etwas §. 194
ſpecieller von der Zuſammenſetzung und Auflagerung der oberſchlägigen Waſſerräder gehandelt werden. Der Zuſammenſetzung der hölzernen Radkränze aus einer doppelten Lage von Zirkelſtücken (Felgen) iſt ſchon oben (§. 172) gedacht worden. Schmiedeeiſerne Radkränze werden auf gleiche Weiſe zuſammengeſetzt, gußeiſerne Radkränze läßt man dagegen nur in einer Lage von Zirkelſtücken beſtehen. Das Befeſtigungsmittel beſteht bei den hölzernen Radkränzen in Holz- oder Eiſennägeln, bei den ſchmiedeeiſernen in Nieten und bei den gußeiſernen in Schrauben. Die gewöhnlichen ganz oder nahe radial ſtehenden Hauptradarme werden in der Regel auf die Außenflächen der Radkränze aufgeſchraubt. Beſteht der Radkranz aus Gußeiſen, ſo können die Schrauben, wodurch die Radfelgen *A*, *B*, Fig. 389, mit einander verbunden werden, auch zugleich zur Befeſtigung des Armes *C* dienen. Auf gleiche Weiſe werden auch die Arme auf der Roſette geſchraubt. Damit dieſe Schrauben nur einem Widerſtand nach ihren Axenrichtungen zu widerſtehen haben, dürfen die Armenden nicht frei aufliegen, ſondern ſind in Vertiefungen oder zwiſchen Seitenbacken einzulagern. Zu Verhinderungen der Seitenſchwankungen verſieht man auch wohl die Räder mit Diagonalarmen, welche von der Roſette des einen Radkranzes nach dem anderen Radkranze reichen. Auch wendet man ſolche Diagonalarme dann an, wenn das Rad eine größere Weite hat, wo ſie dann, wie der Durchſchnitt des Rades in Fig. 390 (a. f. S.) zeigt, einen mittleren Radkranz *D D* tragen. Dieſe Arme ſind mit einem Ende durch einen Splint und mit dem anderen Ende durch Schrauben in Hülſen oder Büchſen

Fig. 389.



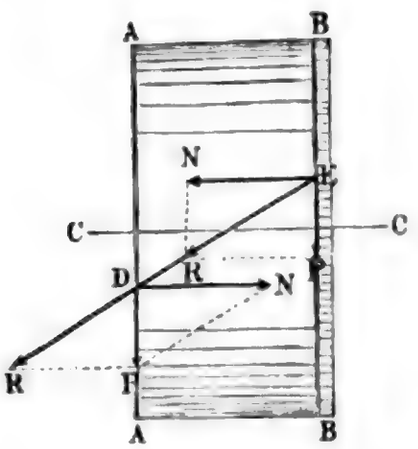
Kübel, welche mittels der Kette CE, lidt von der Welle F, Fig. 1 Taf. XXXIII, gehoben werden. Die Kübel werden durch Kippen entleert.

Fig. 1.

Fig. 1 und 2 Taf. XXXIII. Kübel mit Kippvorrichtung. Fig. 1 ist ein Kübel in der Ansicht, Fig. 2 ein Kübel im Durchschnitt. Der Kübel besteht aus einem Kasten ABCD, welcher an zwei Zapfen E, Fig. 1, Taf. XXXIII, aufgehängt ist. Die Zapfen E, Fig. 1 und 2, Taf. XXXIII, sind an einem Bügel EFG befestigt, welcher mittels des Hakens G an die Kette CE, Fig. 1, Taf. XXXIII, gehängt wird. Der Kasten ABCD ist mit einem Deckel HIKL versehen, welcher sich beim Kippen des Kübels öffnet, indem er sich um die Zapfen M, Fig. 1 und 2, Taf. XXXIII, dreht. Diese Zapfen sind an einem Bügel MNO befestigt, welcher mittels des Hakens O an die Kette CE, Fig. 1, Taf. XXXIII, gehängt wird. Der Deckel HIKL ist mit einem Bügel PQR versehen, welcher sich mittels des Hakens R an einen Haken S hängt, wenn der Kübel gekippt wird. Dadurch wird der Deckel HIKL geöffnet, und der Kübel kann entleert werden.

den Zweck haben, die Kraft des einen Radkranzes AA, Fig. 391, auf den anderen, das Transmiſſionsrad tragenden Radkranz BB überzutragen. Es ſei P ein Theil der Kraft des Rades AA, und DE die Umfangsſtange, welche denſelben auf den Kranz BB überzutragen hat. Dieſe Kraft P zerlegt ſich in eine Seitenkraft N parallel zur Radaxe CC und in eine Seitenkraft R in der Richtung der Stange DE. Die letztere pflanzt ſich durch DE hindurch bis zum Ende E im zweiten Kranze BB fort und zerlegt ſich hier wieder in die Seitenkräfte

Fig. 391.

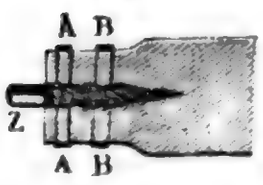


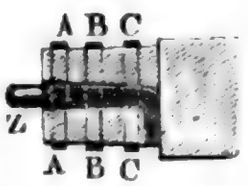
$$\overline{EN} = -N \text{ und } \overline{EP} = P.$$

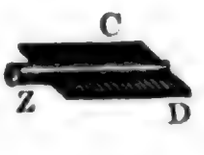
Den Kräften N, $-N$ widerſteht das ganze Schaufelſyſtem durch ſeine Druckfeſtigkeit, und die Kraft $\overline{EP} = P$ vereinigt ſich mit der Kraft des Kranzes BB, welcher beide zuſammen an das Transmiſſionsrad abgiebt.

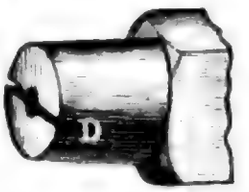
Zu den Holzwellen nimmt man am liebſten Eichenholz, jedoch verwendet man hierzu auch oft Tannen- und Fichtenholz. Für Stern- und Roſettenräder bearbeitet man dieſelben polygonal, für Sattelräder aber quadratiſch. Die Zapfen der hölzernen Wellen ſind entweder ſchmiedeeiſerne Spitzzapfen, wie Fig. 392, oder ſchmiedeeiſerne Hakenzapfen, wie Fig. 393, oder gußeiſerne Blattzapfen. Die letzteren beſtehen entweder nur aus einem Blatte, dem ſogenannten Bleuel, wie CD, Fig. 394,

Fig. 392. Fig. 393. Fig. 394.



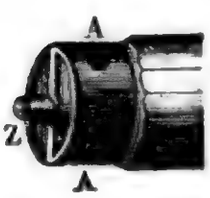






oder aus mehreren Blättern. Damit der Wellenhals gegen das Aufſpringen geſichert werde, arbeitet man ihn etwas coniſch ab und treibt über denſelben eiſerne Ringe AA, BB ... (Fig. 393) von $^1/_4$ bis $^1/_2$ Zoll Dicke und $1^1/_2$ bis 3 Zoll Breite. Statt der drei Ringe wendet man auch wohl einen einzigen Ring AA an, welcher den ganzen Wellenhals umfaßt und mit den vier Flügeln des Zapfens ein Ganzes bildet, wie Fig. 395.

Fig. 395.

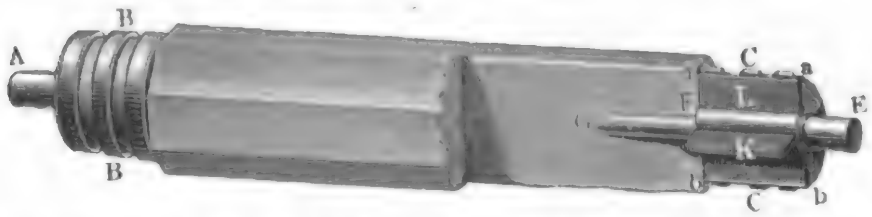


In Fig. 396 (a. f. S.) iſt eine achtſeitige Holzwelle abgebildet. Dieſelbe zeigt links das Zapfenende A und den Hals BB mit den drei Eiſenringen, und rechts die hintere Hälfte des Wellenhalſes CC und den Zapfen EF mit vier Flügeln K, L ... und dem Schwanze FG. Auch bemerkt man in aa und

bb die Keile, welche zwiſchen den Ringen und den Flügeln von der Stirnfläche aus in den Wellenhals eingetrieben werden.

Die gußeiſernen Wellen ſind entweder maſſiv oder hohl. Bei den maſſiven Wellen bilden die übrigens genau abzudrehenden Zapfen mit der

Fig. 396.



Welle ein Ganzes, bei den hohlen Wellen werden dieſelben dagegen an den Wellenkörper an- oder eingeſetzt. Die Wellenköpfe, oder die Stellen, worauf die Hülſen der Roſetten und Zahnräder zu ſitzen kommen, ſind entweder einfach cylindriſch oder gerippt und müſſen an ihrem Umfange genau abgedreht werden. Bei Wellen mit cylindriſchen Köpfen erfolgt die Befeſtigung durch einen oder zwei Keile, welche zur Hälfte in dem Kopfe und zur Hälfte in der Hülſe ſitzen; bei den Wellen mit gerippten Köpfen wird jede Rippe einzeln in der Hülſe verkeilt.

Eine gerippte maſſive Waſſerradwelle mit cylindriſchen Köpfen führt Fig. 397 vor Augen, und eine hohle Waſſerradwelle mit gerippten Köpfen zeigt Fig. 398. In beiden Figuren ſind *A* und A_1 die Zapfen, ſowie *B* und

Fig. 397.

Fig. 398.

B_1 die Tragköpfe. Eine einfache hohle gußeiſerne Welle mit eingeſetzten Zapfen *A*, A_1 iſt in Fig. 390 abgebildet.

Die Wellenzapfen ruhen in Lagern, welche, um das Rad bei ſeiner Umdrehung in ſicherer Lage zu erhalten, auf ſtarken Fundamenten oder Geſtellen befeſtigt ſein müſſen. Jedes Zapfenlager beſteht aus einer Pfanne und aus dem Unterlager oder dem ſogenannten Angewelle (Angewäge). Die Pfanne beſteht in der Regel aus Gußeiſen, ſeltener aus Stein, Holz,

Digitized by Google

Glas, Rothguß (8 Theile Kupfer und 1 Theil Zinn); ſie iſt entweder mit oder ohne Deckel, ſowie mit oder ohne Metallfutter.

Ein Zapfenlager mit hölzernem Angewäge iſt aus Fig. 354, und ein ſolches mit eiſerner Fußplatte und Deckel aus Fig. 355 erſichtlich. Ein einfaches offenes Zapfenlager zeigt Fig. 399, ein ſolches mit Metallfutter F zum Auswechſeln Fig. 400, und ein geſchloſſenes Zapfenlager mit Metallfutter zeigt Fig. 401. Dieſe Lager werden durch die Schraubenbolzen AA mit ihrer Fußplatte BB entweder unmittelbar auf das Fundament

Fig. 399.

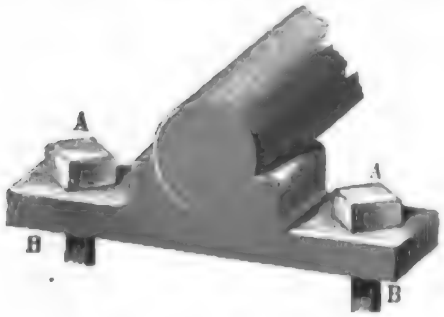


Fig. 400.

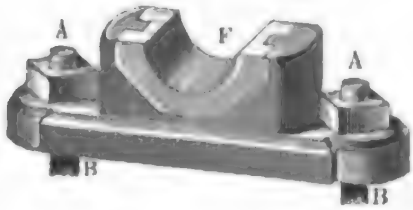
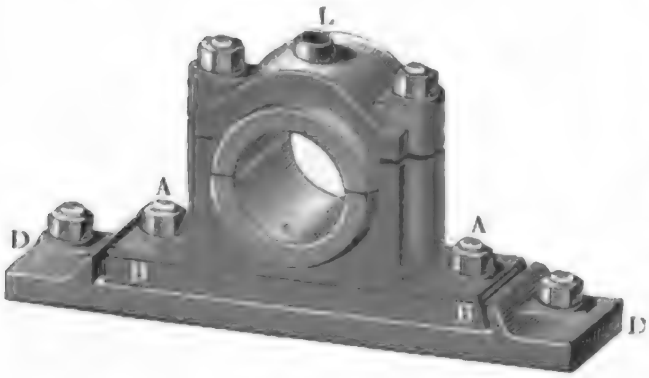


Fig. 401.



oder auf eine mit dem Fundamente feſt verbundene Sohlplatte DD aufgeſchraubt. Im Deckel des Zapfenlagers in Fig. 401 iſt noch ein Schmierloch L angebracht, auf welches eine Schmierbüchſe aufgeſetzt werden kann. Zur beſſeren Vertheilung der durch das Schmierloch zufließenden Schmiere werden Kreuzgerinne in die Innenflächen der Lagerfutter eingeſchnitten.

Zapfenreibung der Waſſerräder. Einen nicht ganz unanſehnlichen Theil der mechaniſchen Leiſtung verliert ein oberſchlägiges Waſſerrad in der durch die Zapfenreibung conſumirten Arbeit. Dieſelbe hängt vorzüglich vom Gewichte G des Rades ab, und iſt $F = \varphi G$, wenn φ den Reibungscoefficienten bezeichnet. Iſt r der Halbmeſſer des Zapfens und u die Umdrehungszahl des Rades pr. Minute, ſo läßt ſich die Umfangsgeſchwindigkeit des Zapfens §. 195

$$v = \frac{\pi u r}{30},$$

und daher die Arbeit der Zapfenreibung

$$L_1 = Fv = \varphi G v = \frac{\pi u r}{30} \varphi G = 0{,}1047\, \varphi u G r$$

ſetzen. Hierbei iſt für genau abgedrehte Zapfen, nach Band I, §. 181 $\varphi = 0{,}075$ anzunehmen, wenn dieſelben mit Oel, Talg oder Fett geſchmiert ſind; bei der beſten Abwartung geht jedoch dieſer Coefficient auf $\varphi = 0{,}054$ herab, wogegen er bei ſchlechteren Schmiermitteln, z. B. bei der Graphitſchmiere, auf $\varphi = 0{,}110$ ſteigen kann.

Die Größe und folglich auch das Gewicht eines Waſſerrades hängt jedenfalls auch von der Leiſtung deſſelben ab, und man kann annehmen, wenn es nur auf eine Annäherung ankommt, daß das Gewicht proportional der Leiſtung des Rades wachſe. Außerdem hängt dieſes Gewicht auch noch von dem Grade der Zellenfüllung und der Umdrehungszahl des Rades ab, denn wenn ſich die Zellen noch einmal ſo ſtark füllen, ſo wird dadurch das Gewicht des Rades nur wenig größer, die Leiſtung deſſelben aber ziemlich verdoppelt, und wenn auf daſſelbe Rad noch einmal ſo viel Waſſer geſchlagen wird, ſo macht es bei derſelben Laſt beinahe doppelt ſo viel Umdrehungen und verrichtet alſo auch nahe die doppelte Arbeit. Nehmen wir hiernach an, daß das Radgewicht mit der Leiſtung L, dem Füllungscoefficienten ε und der Umdrehungszahl u gleichmäßig wachſe, und führen wir noch einen Erfahrungscoefficienten ι ein, ſo können wir

$$G = \iota \frac{L}{\varepsilon u}$$

ſetzen.

Nach Redtenbacher iſt für ein kleines eiſernes Rad mit $^1/_3$ Füllung, 9,3 Umdrehungszahl und 3175 Kilogramme Gewicht, die Leiſtung $L = 6{,}3$; es folgt daher hiernach

$$\iota = \frac{\varepsilon u G}{L} = {}^1/_3 \cdot \frac{9{,}3 \,.\, 3175}{6{,}3} = 1560;$$

dagegen iſt für ein Freiberger hölzernes Kunſtrad mit eiſernen Schaufeln $\varepsilon = {}^1/_4$, $u = 5$, $G = 20000$ und $L = 20$, daher

$$\iota = {}^1/_4 \,.\, 5 \,.\, \frac{20000}{20} = 1250.$$

Nehmen wir nun aus beiden Werthen für ι das Mittel, ſo erhalten wir für das Radgewicht die Formel:

$$G = 1400 \frac{L}{\varepsilon u} \text{ Kilogramme,}$$

oder

$$= 2800 \frac{L}{\varepsilon u} \text{ Pfund.}$$

Von dem Gewichte G eines Rades hängt die Zapfenſtärke, und hiervon wieder die Arbeit der Reibung ab; deshalb hat alſo dieſes Gewicht einen zweifachen Einfluß auf die Zapfenreibung. Wir haben die mittlere Zapfenſtärke (§. 193)

$$2r = 0{,}0475 \cdot \sqrt{\frac{G}{2}} \text{ Zoll} = 0{,}00283 \sqrt{G} \text{ Fuß}$$

angegeben, können also hiernach $Gr = 0{,}0142 \sqrt{G^3}$, und daher die Arbeit der Zapfenreibung

$$L_1 = 0{,}1047\, u\varphi \,.\, 0{,}00142 \sqrt{G^3} = 0{,}00015\, u\varphi \sqrt{G^3}$$

oder, wenn wir die Leistung $= L$ Pferdekräfte einführen, diese Arbeit

$$L_1 = 0{,}00015\, u\varphi \sqrt{\left(2800 \frac{L}{\varepsilon u}\right)^3} = 22{,}2 \,.\, \varphi \,.\, \sqrt{\frac{L^3}{\varepsilon^3 u}} \text{ Fußpfund}$$

$$= 0{,}0463\, \varphi \sqrt{\frac{L^3}{\varepsilon^3 u}} \text{ Pferdekräfte,}$$

und ihr Verhältniß zur übrigen Radleistung

$$\frac{L_1}{L} = 0{,}0463\, \varphi \sqrt{\frac{L}{\varepsilon^3 u}} \quad \text{setzen.}$$

Beispiele. 1. Welche Arbeit consumirt die Zapfenreibung eines 25000 Pfund schweren Wasserrades mit 6 Zoll dicken Zapfen, wenn dasselbe pr. Minute 6 Umdrehungen macht? Nimmt man den Reibungscoefficienten $\varphi = 0{,}08$ an, so hat man die Zapfenreibung $\varphi G = 0{,}08 \,.\, 25000 = 2000$ Pfund, ferner das statische Moment derselben $= \varphi Gr = 1/4 \,.\, 2000 = 500$ Fußpfund und endlich ihre Arbeit:

$$L_1 = 0{,}1047 \,.\, 6 \,.\, \varphi Gr = 314 \text{ Fußpfund.}$$

2. Welchen Arbeitsverlust giebt die Zapfenreibung eines Wasserrades von 30 Pferdekräfte Leistung bei der relativen Zellenfüllung $\varepsilon = 1/3$ und der Umdrehungszahl $u = 4$? Es ist derselbe:

$$L_1 = 0{,}0463 \,.\, 0{,}08 \sqrt{\frac{30 \,.\, 27}{4}} \cdot L = 0{,}003704 \sqrt{\frac{810}{4}} \cdot L = 0{,}0526 \,.\, L,$$

d. i. ungefähr $5\frac{1}{4}$ Procent der Nutzleistung, also $1\frac{3}{5}$ Pferdekräfte.

Anmerkung. Die Zapfenreibung eines Rades kann noch durch die Art und Weise des Anschließens der übrigen Maschinerie vergrößert oder herabgezogen werden. Läßt man, wie Fig. 402 vor Augen führt, Kraft P und Last Q auf einerlei Seite wirken, so wird der Zapfendruck R durch die Last Q vermindert; es fällt also dann die Zapfenreibung kleiner aus; läßt man aber Kraft und Last auf entgegengesetzten Seiten des Rades wirken, wie Fig. 402 vorstellt, so wird der Zapfendruck R durch die Last Q vergrößert, und es wird also hier die Zapfenreibung um eben so viel größer als im vorigen Falle kleiner. Macht man im ersten Falle noch den Hebelarm CB der Last gleich dem Hebelarm CA der

Fig. 402.

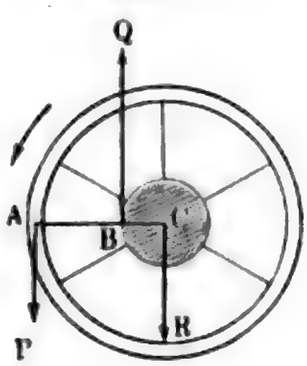
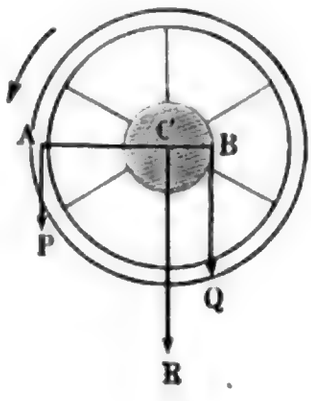


Fig. 403.



Kraft, indem man z. B. die Transmiſſion durch ein mit einem der Radkränze unmittelbar verbundenes Zahnrad bewirkt, wie z. B. Fig. 355, Seite 404 vorſtellt, ſo wird die Wirkung der Kraft auf die Zapfen durch die Laſt faſt ganz aufgehoben. Welche Vorzüge dieſe Conſtruction übrigens hat, iſt ſchon oben (Bd. II, §. 190) angegeben worden.

§. 196 **Totalleiſtung.** Die Totalleiſtung eines oberſchlägigen Waſſerrades läßt ſich nun

$$L = \left(\frac{(c_1 \cos.\alpha_1 - v_1)\,v_1}{g} + h_3 + \xi h_4\right) Q\gamma - \varphi \frac{r}{a} G v$$

ſetzen, oder, wenn man das Waſſer nahe tangential und mit der Geſchwindigkeit $c_1 = 2v_1$ eintreten läßt und annähernd $v_1 = v$ annimmt, ſo daß

$$\frac{(c_1 \cos.\alpha_1 - v_1)\,v_1}{g} = \frac{v^2}{g}$$

ausfällt,

$$L = \left(\frac{v^2}{g} + h_3 + \xi h_4\right) Q\gamma - \varphi \frac{r}{a} G v.$$

Setzen wir, dem vorigen Paragraphen zufolge, das Radgewicht

$$G = 2800 \frac{L}{\varepsilon u} \text{ Pfund},$$

und hiernach die Arbeit der Zapfenreibung:

$$L_1 = 22{,}2\,\varphi \sqrt{\frac{L^3}{\varepsilon^3 u}} \text{ Fußpfund},$$

ſo erhalten wir für die Totalleiſtung des Waſſerrades:

$$L = \left(\frac{v^2}{g} + h_3 + \xi h_4\right) Q\gamma - 22{,}2\,\varphi \sqrt{\frac{L^3}{\varepsilon^3 u}}.$$

Da zur Erzeugung der Geſchwindigkeit $c = 2v$ das Gefälle

$$4 \,.\, 1{,}1 \,.\, \frac{v^2}{2g} = \frac{4{,}4}{2g}\left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2 = 0{,}000772 \,.\, u^2 a^2$$

nöthig iſt, ſo bleibt vom Totalgefälle h das Druckgefälle $h - \frac{4{,}4}{2g}\left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2$ übrig, und ſetzen wir nun noch der Einfachheit wegen,

$$h_3 + \xi h_4 = \chi\left[h - \frac{4{,}4}{2g}\left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2\right],$$

wo χ ein ächter Bruch (etwa $^2/_3$ oder $^3/_4$ u. ſ. w) iſt, ſo erhalten wir die Leiſtung des Waſſerrades:

$$L = \left(\frac{1}{g}\left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2 + \chi\left[h - \frac{4{,}4}{2g}\left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2\right]\right) Q\gamma - 22{,}2\,\varphi \sqrt{\frac{L^3}{\varepsilon^3 u}},$$

oder annähernd, wenn man $4{,}4\,\chi \frac{v^2}{2g} - \frac{v^2}{g} = \frac{v^2}{g} = \frac{1}{g}\left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2$ ſetzt:

$$L = \chi\left[h - \frac{1}{g}\left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2\right] Q\gamma - 22{,}2\,\varphi \sqrt{\frac{L^3}{\varepsilon^3 u}}.$$

Nun können wir aber in dem Ausdrucke für die Arbeit der Reibung annähernd

$$L = \chi h Q \gamma \text{ Fußpfund} = \frac{\chi h Q \gamma}{480} \text{ Pferdekräfte}$$

ſetzen, daher bleibt dann

$$L = \left[h - \frac{1}{g}\left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2 - 22{,}2\,\varphi \sqrt{\frac{\chi h^3 Q\gamma}{(480\,\varepsilon^3)\,u}}\right] \chi Q \gamma,$$

oder $g = 31{,}25$ Fuß, und $\gamma = 61{,}74$ Pfund geſetzt,

$$L = \left[h - 0{,}0003860\,.\,(u\,a)^2 - 0{,}01659\varphi \sqrt{\left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^3 \frac{\chi Q}{u}}\right] \chi\, Q\gamma \text{ Fußpfd.}$$

Aus der Art und Weiſe, wie u in dieſem Ausdrucke vorkommt, folgt, daß die Leiſtung L weder für $u = 0$, noch für $u = \infty$, ſondern für einen zwiſchen 0 und ∞ liegenden Werth von u ein Maximum wird. Der höhere Calcül giebt dieſen Werth

$$u = \sqrt[5]{\frac{\chi Q\gamma}{480^3} \cdot (5{,}55\,\varphi g)^2 \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^3 \left(\frac{30}{\pi a}\right)^4},$$

oder für das preußiſche Maaß:

$$u = 2{,}585 \sqrt[5]{\frac{\chi \varphi^2 Q}{a^4}\left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^3}$$

oder wenn man annähernd $a = {}^1/_2 h$ ſetzt:

$$u = 4{,}50 \sqrt[5]{\frac{\chi \varphi^2 Q}{\varepsilon^3 h}}.$$

In der Praxis macht man u meiſt noch etwas größer, um eine möglichſt gleichförmige Umdrehung des Rades zu erlangen.

Setzen wir dieſen Werth für u in den Ausdruck für L ein, ſo erhalten wir die Formel für die Maximalleiſtung des Waſſerrades:

$$\begin{aligned} L &= \left[h - 0{,}002580 \sqrt[5]{(\chi Q a)^2 \varphi^4 \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^6}\right. \\ &\qquad \left. - 0{,}010318 \sqrt[5]{(\chi Q a)^2 \varphi^4 \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^6}\right] \cdot \chi Q \gamma, \\ &= \left[h - 0{,}0129 \sqrt[5]{(\chi Q a)^2 \varphi^4 \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^6}\right] \cdot \chi Q \gamma. \end{aligned}$$

Der Wirkungsgrad eines oberſchlägigen Waſſerrades läßt ſich, da die disponible Leiſtung $= Qh\gamma$ iſt, allgemein ſetzen:

$$\eta = \frac{\left(h_1 + \xi h_2 + \frac{(c_1 \cos.\alpha_1 - v_1)\,v_1}{g}\right) Q\gamma - \varphi \frac{r}{a} G v}{Qh\gamma};$$

nach dem Vorſtehenden iſt der Maximalwerth deſſelben:

$$\eta = \frac{L}{Qh\gamma} = \chi\left(1 - \frac{0{,}0129\sqrt[5]{(\chi Q a)^2 \varphi^4 \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^6}}{h}\right).$$

Beiſpiele. 1. Für ein oberſchlägiges Waſſerrad, welches ein Gefälle h von 35 Fuß und ein Aufſchlagequantum $Q = 5$ Cubikfuß benutzt, bei welchem ferner der Füllungscoefficient $\varepsilon = 1/4$, der Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}1$ und der Gefällcoefficient $\chi = 5/6$ iſt, hat man die vortheilhafteſte Umdrehungszahl:

$$u = 4{,}50\sqrt[5]{5/6 \cdot \frac{0{,}01 \,.\, 64 \,.\, 5}{35}} = 4{,}50\sqrt[5]{0{,}0762} = 2{,}69.$$

2. Für $h = 10$, $Q = 15$, $\varepsilon = 1/3$ und $\chi = 4/5$ ſtellt ſich dagegen die geſuchte zweckmäßigſte Umdrehungszahl

$$u = 4{,}50\sqrt[5]{4/5 \cdot \frac{0{,}01 \,.\, 27 \,.\, 15}{10}} = 4{,}58\sqrt[5]{0{,}325} = 3{,}59 \text{ heraus.}$$

§. 197 **Effective Radleiſtung.** Ueber die Wirkungen oberſchlägiger Waſſerräder ſind zwar von Vielen, namentlich von Smeaton, Nordwall, Morin u. ſ. w. Beobachtungen oder Verſuche angeſtellt worden, es bleibt indeſſen noch ſehr zu wünſchen, daß deren noch mehr angeſtellt werden, und zwar namentlich an recht gut conſtruirten und an ſehr hohen Rädern, weil man die Leiſtungen letzterer erfahrungsmäßig noch gar nicht genau kennt, und weil, wie ſich der Verfaſſer hinreichend überzeugt hat, die Wirkungen derſelben meiſt zu klein angenommen werden. Smeaton machte Verſuche an einem Modellrade von 75 engl. Zoll Umfang mit 36 Zellen, und fand bei einer Umdrehungszahl $u = 20$ den größten Wirkungsgrad 0,74. D'Aubiſſon führt in ſeiner Hydraulik an, daß er an einem $11\frac{1}{3}$ Meter hohen Waſſerrade bei $2\frac{1}{2}$ Meter Umfangsgeſchwindigkeit den Wirkungsgrad 0,76 gefunden habe. Der Verfaſſer fand ihn bei einem hieſigen Pochwerksrade von 7 Meter Höhe, $6/7$ Meter Weite und mit 48 Zellen bei 12 Umgängen pr. Minute = 0,78. Bei Kunſt- und anderen Rädern von 10 bis 11 Meter Höhe fand derſelbe, wenn ſie nur 5 Umdrehungen pr. Minute machten, den Wirkungsgrad 0,80 und oft noch höher. Es kann aber auch leicht nachgewieſen werden, daß ſich der Wirkungsgrad eines ſehr hohen oberſchlägigen Waſſerrades, namentlich wenn daſſelbe nur 3 bis 4 Umdrehungen macht, bis auf 0,83 ſteigern läßt, indem vielleicht durch das Eintrittsgefälle 3, durch das zu zeitige Ausleeren 9 und durch die Zapfenreibung 5 Procent an Wirkung verloren gehen. Kleine Räder geben immer einen kleineren Wirkungsgrad, nicht allein weil ſie mehr Umläufe machen, ſondern auch weil ſich bei ihnen der waſſerhaltende Bogen kleiner herausſtellt. Die meiſten und ausführlichſten Verſuche über die Wirkungen der Waſſerräder ſind von Morin (ſ. Expériences sur les roues hydrauliques à aubes planes et

sur les roues hydrauliques à augets. Metz, 1836) angeſtellt worden. Von dieſen Verſuchen können jedoch hier nur die an drei mehr kleinen Rädern angeſtellten Berückſichtigung finden. Das erſte dieſer Räder war von Holz, hatte 3,425 Meter Durchmeſſer und 30 Zellen und gab bei $1^1/_2$ Meter Geſchwindigkeit den Wirkungsgrad 0,65, dagegen den Gefällcoefficienten $\chi = 0{,}775$. Das zweite Rad hatte gar nur 2,28 Meter im Durchmeſſer; es war ebenfalls aus Holz, hatte aber 24 gekrümmte Blechſchaufeln. Der Wirkungsgrad dieſes Rades ſtellte ſich bei ebenfalls 1,5 Meter Radgeſchwindigkeit $\eta = 0{,}69$ und der Gefällcoefficient $\chi = 0{,}762$ heraus. Das dritte war ein hölzernes Hammerrad von 4 Meter Höhe mit 20 Schaufeln und mindeſtens 1 Meter Stoßgefälle über dem Radſcheitel; es gab bei $1^1/_2$ Meter Umfangsgeſchwindigkeit noch den Wirkungsgrad 0,55 bis 0,60, bei der Geſchwindigkeit von $3^1/_2$ Meter, die es bei ſeiner Arbeitsverrichtung wirklich hatte, $\eta = 0{,}40$, und bei 4 Meter Umfangsgeſchwindigkeit, η gar nur 0,25, weil hier die Centrifugalkraft das Waſſer nicht vollſtändig in die Zellen treten ließ. Morin zieht aus ſeinen Verſuchen die Folgerung, daß bei Rädern unter 2 Meter Durchmeſſer, welche höchſtens mit 2 Meter Geſchwindigkeit umgehen, ſowie bei Rädern über 2 Meter Durchmeſſer, die höchſtens mit $2^1/_2$ Meter Geſchwindigkeit umlaufen, der Coefficient χ des Druckgefälles im Mittel $= 0{,}78$, alſo die Leiſtung dieſer oberſchlägigen Räder, ohne Rückſicht auf Axenreibung,

$$Pv = \left(\frac{(c\cos.\alpha - v)v}{g} + 0{,}78\,h\right) Q\gamma$$

zu ſetzen ſei, wenn h die Höhe der Eintrittsſtelle über dem Radtiefſten, alſo $0{,}78\,h$ die mittlere Höhe des waſſerhaltenden Bogens anzeigt. Dieſer Coefficient $\chi = 0{,}78$ iſt jedoch nur zu gebrauchen, wenn der Füllungscoefficient ε noch unter $^1/_2$ iſt; er ſoll dagegen nach Morin in 0,65 umzuändern ſein, wenn ε nahe $^2/_3$ iſt. Sicherlich iſt bei hohen Rädern χ größer, z. B. bei den hieſigen Kunſträdern mindeſtens $= 0{,}9$. Noch folgert Morin, daß für Räder, welche eine ſehr große Umfangsgeſchwindigkeit (über 2 Meter) haben, oder deren Füllungscoefficient über $^2/_3$ iſt, ſich ein beſtimmter Coefficient χ für den waſſerhaltenden Bogen nicht angeben läßt, weil hier kleine Veränderungen oder Abweichungen in χ und ε ſchon bedeutende Einflüſſe auf die Größe der Leiſtung haben. Es iſt jedoch hierbei zu bemerken, daß es nicht die Geſchwindigkeit, ſondern die Umdrehungszahl u (ſ. Bd. II, §. 187) iſt, welche dieſe Grenze beſtimmt, denn hohe Räder geben bei 2 Meter Umfangsgeſchwindigkeit noch eine hohe und ziemlich beſtimmte Wirkung.

Anmerkung. Wenn hier und in der Folge der umfänglichen Verſuche Nordwall's (ſ. deſſen Maſchinenlehre, Berlin 1804) nicht gedacht wird, ſo hat dies lediglich ſeinen Grund darin, daß dieſelben nur an größtentheils unvollkom-

mene Conſtructionen nachahmenden Modellen angeſtellt worden ſind. Der Verfaſſer ſtimmt hierin ganz dem bei, was Langsdorf in ſeiner Maſchinenlehre, Theil I, Abtheilung 2, §. 518, hierüber ausſpricht.

§. 198 **Rückenſchlägige Waſſerräder.** Noch hat man ſogenannte rückenſchlägige Räder (franz. roues par derrière; engl. high-breast wheels), die ſich von den oberſchlägigen Rädern nur durch die Beaufſchlagung unterſcheiden; während bei den oberſchlägigen Rädern das Waſſer nahe am Radſcheitel eintritt, befindet ſich bei den rückenſchlägigen Rädern die Eintrittsſtelle zwiſchen dem Scheitel und dem Radmittel, jedoch dem erſteren näher, als dem letzteren. Dort liegt das Aufſchlaggerinne über, hier aber neben dem Rade; dort iſt die Radhöhe kleiner, hier aber iſt ſie in der Regel größer, als das Totalgefälle; dort geht endlich das Rad in der Richtung um, in welcher es durch das Gerinne zugeführt wird, hier iſt jedoch die Umdrehungsrichtung die umgekehrte. Man wendet rückenſchlägige Räder beſonders dann an, wenn der Waſſerſtand im Ab- oder Aufſchlagsgraben ſehr veränderlich iſt, weil hier das Rad in der Richtung umgeht, in welcher das Waſſer abfließt, alſo das Waten im Waſſer von wenigem oder gar keinem Nachtheile iſt, und weil hier Schutzvorrichtungen zur Anwendung kommen können, bei denen die Ausmündung ſtellbar iſt, und daher auch immer um eine gewiſſe Höhe unter die Oberfläche des Aufſchlagwaſſers gerückt werden, und ſelbſt bei verſchiedenen Waſſerſtänden die Ausfluß- oder Eintrittsgeſchwindigkeit immer dieſelbe bleiben kann. Schützen für rückenſchlägige Räder ſind in Fig. 404 und Fig. 405 abgebildet; man nennt ſie gewöhnlich Couliſſenſchützen. Bei der Schütze in Fig. 404 iſt das Schutzbrett AB concen-

Fig. 404.

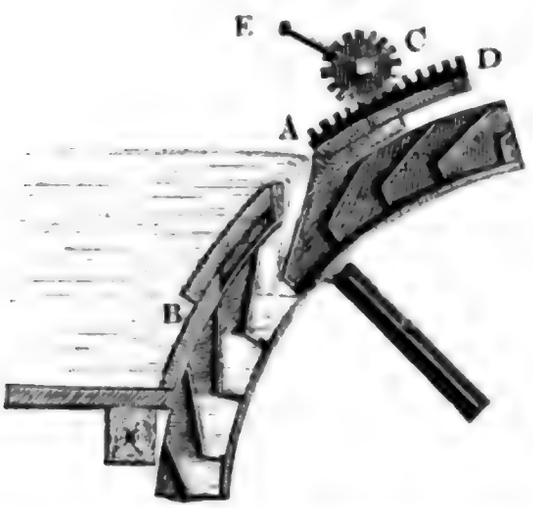
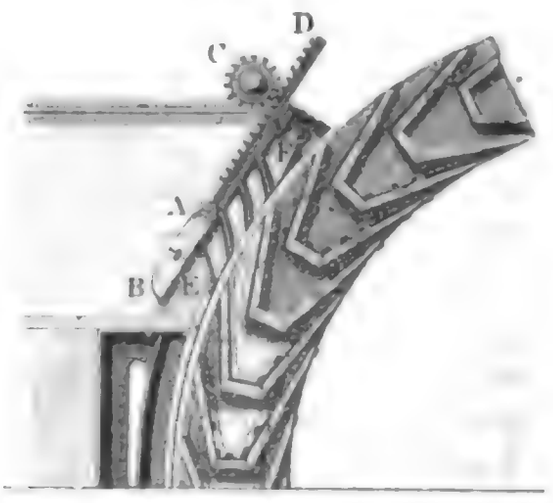


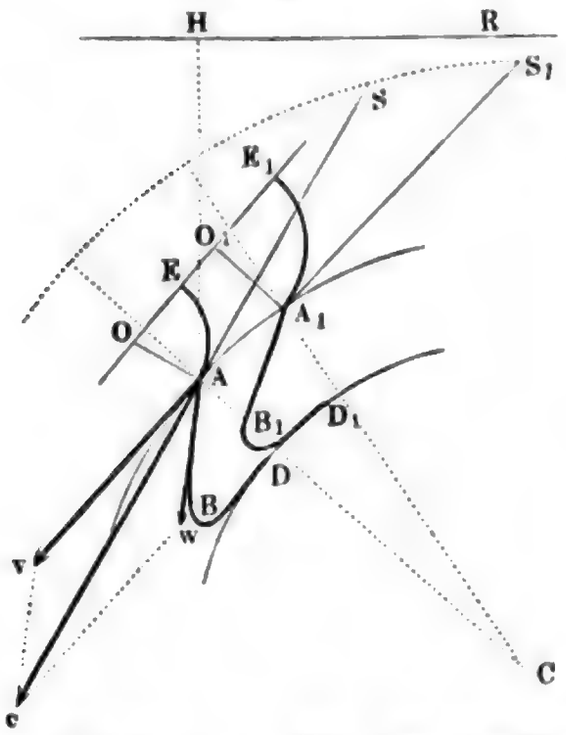
Fig. 405.



triſch mit dem Radumfange gekrümmt, damit die Mündung A bei allen Stellungen des Schutzbrettes das Waſſer gehörig in die Radzellen leitet. Die Bewegung dieſes Schutzbrettes erfolgt durch eine Zahnſtange AD und ein Getriebe C mit Hülfe einer Kurbel CE. Bei der Schütze in Fig. 405

fließt das Waſſer über dem Kopfe A des Schutzbretes ab, das auf ähnliche Weiſe wie das vorige geſtellt wird; damit aber das Waſſer in beſtimmter Richtung zum Rade gelangt, wird ein feſtes Leitſchaufelſyſtem EF zwiſchen das Rad und das Schutzbret gebracht, über welchem dann das Letztere hingleitet. Die Leitſchaufeln müſſen eine beſtimmte Stellung erhalten, damit ſich das Waſſer nicht beim Eintritt an die äußeren Schaufelenden ſtoße. Iſt Aw, Fig. 406, die Richtung des äußeren Radſchaufelendes, ſowie $\overline{Av}$ Größe und Richtung der Geſchwindigkeit eben dieſes Endes A, ſo ergiebt ſich genau wie in §. 178 die erforderliche Richtung $\overline{Ac}$ des eintretenden Waſſers, wenn man $\overline{vc}$ parallel zu $\overline{Aw}$ zieht und $\overline{Ac}$ der durch den Waſſerſtand über A beſtimmten Eintrittsgeſchwindigkeit c gleich macht. Iſt h die Tiefe AH des Punktes A unter dem Waſſerſpiegel HR im Aufſchlaggerinne, ſo läßt ſich mindeſtens $c = 0{,}82\sqrt{2gh}$ ſetzen, wie beim Ausfluſſe durch kurze Anſatzröhren (ſ. Bd. I, §. 421), wenn jedoch die von den Leitſchaufeln gebildeten Canäle nach innen abgerundet ſind, ſo fällt der Ausflußcoefficient noch größer aus, ſo daß $c = 0{,}90\sqrt{2gh}$ geſetzt werden kann. Wendet man gerade Leitſchaufeln an, ſo bringt man ſie in die Richtung cAS, bedient man ſich aber gekrümmter Schaufeln AE, was den Vortheil gewährt, daß hier das Waſſer allmälig aus der Richtung im Gerinne in die Richtung $\overline{Ac}$ übergeht, ſo läßt man dieſelben mit AS in A tangiren, indem man z. B. AO winkelrecht auf AS ſetzt, und einen Kreisbogen AE aus O beſchreibt.

Fig. 406.



Da verſchieden tief liegenden Eintrittspunkten verſchiedene Druckhöhen (h) und alſo auch verſchiedene Geſchwindigkeiten (c) zukommen, ſo hat man die Conſtruction für jede Leitſchaufel beſonders zu machen. Gewöhnlich macht man die Eintrittsgeſchwindigkeit $c = 9$ bis 10 Fuß und die Radgeſchwindigkeit $\frac{1}{2}c$ bis höchſtens $\frac{2}{3}c$. Man führt dieſe Conſtruction für den mittleren Waſſerſtand im Aufſchlaggerinne aus, damit die Abweichungen beim höchſten und tiefſten Waſſerſtande nicht zu groß ausfallen.

Die Luft kann bei dieſen Schützen weniger leicht entweichen, als bei den Spannſchützen; weshalb dann entweder die Schütze ſchmäler zu machen iſt, als das Rad, oder dieſes beſonders zu ventiliren, d. h. mit Luftlöchern im Rad-

boden (ſ. Fig. 405) zu verſehen iſt. Auch iſt es nicht rathſam, die Radſchaufeln zu ſcharf zu decken, ſondern das Waſſer lieber durch einen Mantel im Rade zurück zu erhalten, als durch die Schaufeln, weil bei großen Deckungswinkeln die Leitſchaufeln einen zu großen Bogen vom Rade einnehmen oder zu enge Canäle bilden, und das nöthige Stoßgefälle zu groß ausfällt.

Was endlich noch den Wirkungsgrad der rückenſchlägigen Räder anlangt, ſo kommt dieſer mindeſtens dem der oberſchlägigen Räder gleich; wegen der zweckmäßigen Waſſereinführung iſt er ſogar oft größer, als bei einem oberſchlägigen Rade unter übrigens gleichen Verhältniſſen. **Morin** fand bei einem Rade von 9,1 Meter Höhe mit 96 Zellen, wo der Eintritt des Waſſers 50° vom Radſcheitel abſtand, bei $1\frac{1}{2}$ Meter Umfangs- und $2\frac{1}{2}$ Meter Eintrittsgeſchwindigkeit $\eta = 0{,}69$, die Höhe χh des waſſerhaltenden Bogens aber $= 0{,}78 \,.\, h$.

§. 199 **Ventilirte rückenſchlägige Waſſerräder.** Sind die rückenſchlägigen Waſſerräder ventilirt, kann alſo die Luft durch Canäle DE, $D_1 E_1$, Fig. 407, aus den Zellen A, A_1 u. ſ. w. entweichen, ſo kann man die Schaufeln näher an einander rücken, alſo auch eine größere Anzahl der Zellen anwenden, als bei unventilirten rückenſchlägigen Waſſerrädern, wodurch man unter übrigens gleichen Umſtänden mehr Faſſungsraum erhält als bei den oberſchlägigen Rädern, ſo daß ſich der Füllungscoefficient $\varepsilon = \frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ anwenden läßt.

Für die gewöhnliche Schaufelconſtruction hat man annähernd den Querſchnitt des Faſſungsraumes einer Zelle $ABDF$, Fig. 408:

Fig. 407.

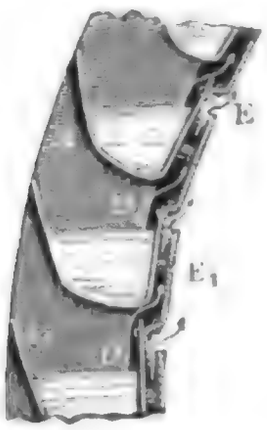
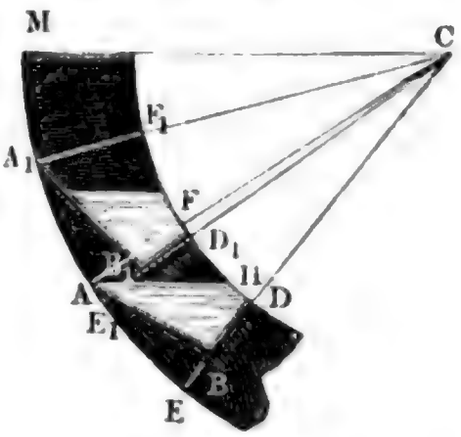


Fig. 408.



$ABDH =$ Viereck $AEDF$ minus Dreieck ABE minus Dreieck AFH

$$= \psi a_1 d - \tfrac{1}{4} \psi a_1 d - \tfrac{1}{2} d^2 \, tang. \lambda,$$

wobei ψ den Schaufelwinkel ACB und λ den Ausgußwinkel $CAH = ACM$ bezeichnen und $\overline{BE} = \frac{1}{2} \overline{DE} = \frac{d}{2}$ vorausgeſetzt wird. Dagegen iſt der ganze Querſchnitt einer Zelle:

$$EDD_1 E_1 = \varphi a_1 d,$$

wovon φ den Theilwinkel $ACA_1 = ECE_1$ bezeichnet. Hiernach folgt der Füllungscoefficient:

$$\varepsilon = \frac{\text{Fläche } ABDH}{\text{Fläche } EDD_1E_1} = \frac{{}^3/_4\,\psi a_1 - {}^1/_2\,d\,tang.\,\lambda}{\varphi a_1},$$

und daher:

$$tang.\,\lambda = ({}^3/_4\,\psi - \varepsilon\varphi)\,\frac{2a_1}{d}.$$

Die größte Raumbenutzung würde dann ſtattfinden, wenn der eben zum Ausguß gelangende Waſſerſpiegel AH die folgende Schaufel in B_1 berührte; dies vorausgeſetzt, ſo hätte man, da $BD = BE$, alſo auch:

$B_1D_1 = B_1E_1$, und $B_1H = B_1A$ und $D_1H = D_1F$, d. i.:

$${}^1/_2\,d\,tang.\,\lambda = (\psi - \varphi)\,a_1, \text{ alſo auch:}$$

$$tang.\,\lambda = (\psi - \varphi)\,\frac{2a_1}{d}.$$

Aus der Verbindung dieſer beiden Ausdrücke für λ reſultirt nun die einfache Formel:

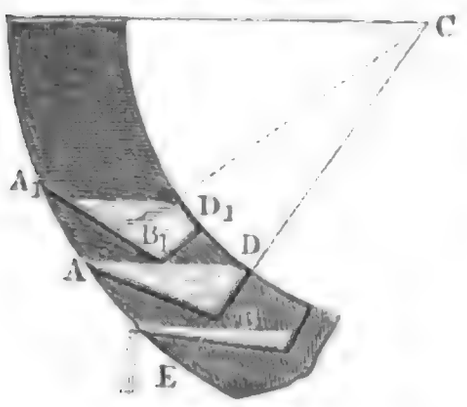
$${}^3/_4\,\psi - \varepsilon\varphi = \psi - \varphi, \text{ d. i. } \varphi = \frac{\psi}{4(1-\varepsilon)}.$$

Nimmt man $\varepsilon = {}^1/_2$ an, ſo erhält man endlich

$$\varphi = \frac{\psi}{2},$$

und es bildet der Querſchnitt des den Ausguß beginnenden Waſſerkörpers ein Dreieck ABD, Fig. 409, deſſen Seiten AB und BD von den beiden Schaufelbreiten gebildet werden.

Fig. 409.



Der Schaufelwinkel $ACB = \psi$ beſtimmt ſich aus dem Eintrittswinkel $BAE = \beta$ mittels der bekannten trigonometriſchen Formel:

$$sin.\,ABC = \frac{CA\,sin.\,CAB}{CB}, \text{ d. i.}$$

$$1)\quad cos.\,(\beta - \psi) = \frac{a\,cos.\,\beta}{a - {}^1/_2\,d}.$$

Hieraus ergiebt ſich der Schaufelwinkel ACB:

$$2)\quad \psi = \beta - (\beta - \psi),$$

ferner nach der oben gefundenen Formel:

$$3)\quad \varphi = \frac{\psi}{4(1-\varepsilon)}$$

und endlich die Schaufelzahl:

$$4)\quad n = \frac{2\pi}{\varphi} = \frac{360^0}{\varphi^0}.$$

Beiſpiel. Für ein rückenſchlägiges Rad von 15 Fuß Halbmeſſer, 1 Fuß Kranzbreite und mit einem Eintrittswinkel $\beta = 20$ Grad, iſt

$$cos.(\beta - \psi) = \frac{15\, cos.\, 20^0}{14{,}5},\quad log.\, cos.(\beta - \psi) = 0{,}98771 - 1,$$

hiernach ergiebt ſich

$$\beta - \psi = 13^0\, 34',$$

und der Schaufelwinkel

$$\psi = 20^0 - 13^0\, 34' = 6^0\, 26';$$

endlich folgt für $\varepsilon = 1/2$, der Theilwinkel

$$\varphi^0 = \frac{6^0\, 26'}{2} = 3^0\, 13'$$

und die Schaufelanzahl

$$n = \frac{360 \,.\, 60}{3 \,.\, 60 + 13} = \frac{21600}{193} = 112.$$

Für den Ausgußpunkt iſt

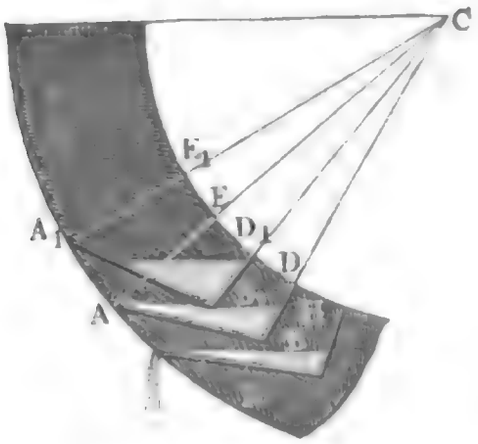
$$tang.\, \lambda = (\psi - \varphi)\, \frac{2\, a_1}{d} = 30\, arc.\, 3^0\, 13' = 1{,}684,$$

und hiernach

$$\lambda = 59^0\, 18'.$$

§. 200 Wenn der Füllungscoefficient ε noch unter $1/2$ iſt, ſo füllt das den Ausguß beginnende Waſſer einer Zelle noch nicht den Raum ABD, Fig. 410, über den beiden Schaufeln BA und BD aus, und es läßt ſich dann die Formel für den waſſerhaltenden Bogen auf folgende Weiſe finden. Es iſt der Querſchnitt des Waſſerraumes einer Zelle

Fig. 410.



$$\triangle ABH = \triangle ANH - \triangle ANB, \text{ d. i.:}$$
$$= 1/2\, AN\, (NH - NB);$$

nun kann man aber

$$AN = CA\ sin.\, ACB = a\ sin.\, \psi,$$
$$NB = AN\ cotang.\, ABN = a\ sin.\, \psi\ tang.(\beta - \psi) \text{ und}$$
$$NH = AN\, cotang.\, AHN = a\ sin.\, \psi\ cotang.(\lambda + \psi)$$

ſetzen; daher folgt dann:

$$\triangle ABH = 1/2\, a^2\, sin.\, \psi^2\, [cotang.(\lambda + \psi) - tang.(\beta - \psi)],$$

und der Füllungscoefficient:

$$\varepsilon = \frac{\triangle ABH}{AEE_1A_1} = \frac{1/2\, a^2\, sin.\, \psi^2\, [cotang.(\lambda + \psi) - tang.(\beta - \psi)]}{da\varphi}.$$

Umgekehrt iſt demnach hier

$$cotang.(\lambda + \psi) = tang.(\beta - \psi) + \frac{2\varepsilon\varphi d}{a\, sin.\, \psi^2}.$$

Soll auch hier die Oberfläche des abfließenden Waſſers von der folgenden Schaufel berührt werden, ſo hat man annähernd

$$tang.\,\lambda = (\psi - \varphi)\,\frac{2a}{d};$$

und es laſſen ſich daher mittels beider Gleichungen φ und λ beſtimmen. Es iſt (ſ. „Ingenieur“ Seite 157, Formel XX)

$$cotang.\,(\lambda + \psi) = \frac{cotang.\,\lambda\ cotang.\,\psi - 1}{cotang.\,\lambda + cotang.\,\psi} = \frac{1 - tang.\,\lambda\ tang.\,\psi}{tang.\,\psi + tang.\,\lambda}.$$

daher den letzten Werth für $tang.\,\lambda$ eingeſetzt,

$$cotang.\,(\lambda+\psi) = \frac{1-(\psi-\varphi)\frac{2a}{d}\,tang.\,\psi}{tang.\,\psi+(\psi-\varphi)\frac{2a}{d}} = \frac{d-2a\,(\psi-\varphi)\,\psi}{d\,\psi+2a\,(\psi-\varphi)},$$

wenn man noch annähernd $tang.\,\psi = \psi$ ſetzt. Hiernach folgt:

$$\frac{d-2a\,(\psi-\varphi)\,\psi}{d\,\psi+2a\,(\psi-\varphi)} = tang.\,(\beta-\psi) + \frac{2\,\varepsilon\,\varphi\,d}{a\,\psi^2},$$

und daher der geſuchte Theilwinkel:

$$\varphi = \frac{a\,\psi^2}{2\,\varepsilon\,d}\left(\frac{d-2a\,(\psi-\varphi)\,\psi}{d\,\psi+2a\,(\psi-\varphi)} - tang.\,(\beta-\psi)\right),$$

woraus nun die Schaufelzahl $n = \frac{6{,}28}{\varphi}$ zu finden iſt.

Beiſpiel. Wenn wir im vorigen Beiſpiele den Füllungscoefficienten $\varepsilon = 1/4$ annehmen, ſo haben wir den Theilwinkel:

$$\varphi = \frac{15\,.\,0{,}1123^2}{2\,.\,1/4}\left(\frac{1-30\,.\,0{,}1123\,(0{,}1123-\varphi)}{0{,}1123+30\,(0{,}1123-\varphi)} - 0{,}2413\right)$$

$$= 30\,.\,0{,}012611\left(\frac{1-3{,}369\,(0{,}1123-\varphi)}{0{,}1123+30\,.\,(0{,}1123-\varphi)} - 0{,}2413\right)$$

$$= 0{,}37833\left(\frac{0{,}62166+3{,}369\,\varphi}{3{,}4813-30\,\varphi} - 0{,}2413\right).$$

Nimmt man ferner annähernd $\varphi = 1/20 = 0{,}05$ an, ſo erhält man genauer:

$$\varphi = 0{,}3783\left(\frac{0{,}62166+0{,}16845}{3{,}4813-1{,}5} - 0{,}2413\right)$$

$$= 0{,}3783\,.\,0{,}1575 = 0{,}0596,$$

ſetzt man dagegen $\varphi = 0{,}04$, ſo folgt

$$\varphi = 0{,}3783\left(\frac{0{,}62166+0{,}13476}{3{,}4813-1{,}20} - 0{,}2413\right)$$

$$= 0{,}3783\,(0{,}3316 - 0{,}2413) = 0{,}3783\,.\,0{,}0903 = 0{,}0342.$$

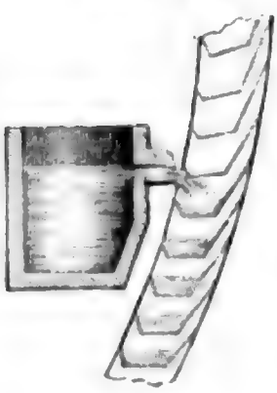
Man kann hiernach $\varphi = 0{,}044$, oder $\varphi^0 = 2^0\,31'$ ſetzen. Die entſprechende Schaufelzahl iſt hiernach:

$$n = \frac{2\pi}{\varphi} = \frac{6{,}283}{0{,}044} = 143,$$

wofür vielleicht der leichteren Vertheilung wegen, $n = 136$ zu nehmen ſein möchte.

§. 201 **Mittelſchlägige Waſſerräder.** Die mittelſchlägigen Waſſerräder ſind entweder gemein mittelſchlägige, oder Kropfräder. Die erſteren ſind Zellenräder wie die ober- und rückenſchlägigen Räder; die letzteren aber ſind mit einem Mantel oder Kropfe umgebene Schaufelräder (ſ. Bd. II, § 170). Da durch das zu zeitige Austreten des Waſſers aus den Zellen der größte Gefäll- oder Arbeitsverluſt in der unteren Radhälfte ſtatt hat, ſo iſt leicht zu ermeſſen, daß bei gleichen Verhältniſſen und unter gleichen Umſtänden die mittelſchlägigen Räder weniger Wirkungsgrad haben, als die ober- und rückenſchlägigen Räder. Aus dieſem Grunde hat man denn auch bei den erſteren Rädern das Gefälle noch mehr zuſammenzuhalten und dafür Sorge zu tragen, daß das Waſſer möglichſt lange im Rade zurück gehalten werde; man deckt daher ſolche Räder gern ſehr ſtark, oder führt wohl das Waſſer von innen in das Rad, wie z. B. Fig. 411 vorſtellt, oder, was das Beſte iſt, man umgiebt das Rad mit einem Mantel oder Kropfe, und läßt die Schaufeln nur aus einem Stück beſtehen. Der Kropf ſoll vom Radumfange nicht mehr als $\frac{1}{2}$ bis 1 Zoll abſtehen, damit durch den übrig bleibenden Zwiſchenraum ſo wenig wie möglich Waſſer entweichen kann. Was die Schaufeln bei Kropfrädern anlangt, ſo kann man dieſe ganz radial ſtellen, da ſie nicht den Zweck haben, das Waſſer in dem Rade zurückzuhalten; damit ſie aber beim Austritte aus dem Unterwaſſer kein Waſſer mit emporwerfen, iſt es rathſam, wenigſtens den Theil der Schaufel, welcher ins Unterwaſſer eingetaucht iſt, ſo ſchief zu ſtellen, daß er bei dem Austritte aus demſelben eine verticale Lage annimmt. Was die Schaufelzahl betrifft, ſo iſt es hier ebenfalls zweckmäßig, dieſelbe groß zu machen, nicht allein, weil dadurch der Waſſerverluſt durch den Spielraum zwiſchen Rad und Mantel kleiner ausfällt, ſondern auch weil bei einer engeren Schaufelſtellung das Stoßgefälle kleiner und alſo das Druckgefälle größer wird. Gewöhnlich macht man die äußere Entfernung zwiſchen je zwei Schaufeln der Kranzbreite d gleich, oder nimmt ſie 10 bis 15 Zoll, auch wendet man zur Beſtimmung der Schaufelzahl wohl eine der oben (Bd. II, §. 175) gegebenen Regeln an. Weſentlich nothwendig iſt es aber, daß die mittelſchlägigen Räder hinreichend ventilirt werden, weil hier der eintretende Waſſerſtrahl beinahe den ganzen Querſchnitt der Zellen ausfüllt, ſo daß die Luft nach außen nicht entweichen kann. Man muß deshalb in dem Radboden Spalten zum Entweichen der Luft aufſparen, damit dieſelbe nicht dem Eintritte des Waſſers entgegen-

Fig. 411.

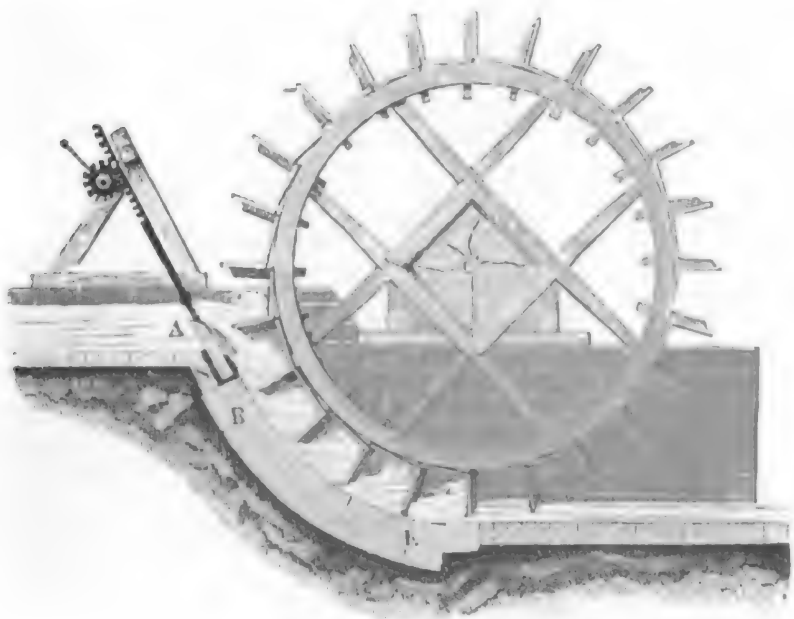


wirkt. Dies iſt bei dieſen Rädern um ſo nöthiger, da man ſie bis zur Hälfte oder gar bis zwei Drittel ihrer Capacität anfüllen läßt. Uebrigens kommen die mittelſchlägigen Räder vorzüglich bei einem Gefälle von 5 bis 15 Fuß und bei einem Aufſchlagsquantum von 5 bis 80 Cubikfuß pr. Secunde in Anwendung.

Anmerkung. Theoretiſche Unterſuchungen und Verſuche über mittel- und unterſchlägige Waſſerräder, welche von innen beaufſchlagt werden, ſind in Schweden angeſtellt worden, worüber ausführlich gehandelt wird in dem Werke: Hydrauliska Försök etc. of Lagerhjelm, of Forselles och Kallstenius, Andra Delen, Stockholm, 1822. Egen beſchreibt ein ſolches Rad in ſeinen Unterſuchungen über den Effect einiger Waſſerwerke ꝛc., Berlin 1831. Dieſes Rad wurde vom Grafen de Thiville auf der Saline Neuwerk bei Werl erbaut, in der Erwartung, durch daſſelbe einen großen Wirkungsgrad zu erlangen. Egen fand jedoch den Wirkungsgrad nur 59 Proc., obgleich dieſes Rad ein Gefälle von 13,42 Fuß benutzte. Nach dieſem Rade wurde ein anderes, aber nur 2 Meter hohes Rad in Frankreich erbaut (ſ. Bulletin de la société d'encouragement Nro. 282), und von Mallet unterſucht; nach genauer Berechnung dieſer Verſuche ſcheint hiernach der Wirkungsgrad nicht größer als 60 Proc. ausgefallen zu ſein. Egen ſagt nun ſehr recht, daß die Räder mit innerer Beaufſchlagung nur in wenigen Fällen zu empfehlen ſein möchten, weil ſie nur eine geringe Breite (unter 4 Fuß) zulaſſen, und ohne dies eine große Feſtigkeit und Stabilität nie beſitzen können.

Ueberfallſchützen. Die Waſſereinführung bei mittelſchlägigen §. 202
Waſſerrädern iſt ſehr mannigfaltig, entweder wird das Waſſer durch eine Ueberfallſchütze, oder durch eine Leitſchaufelſchütze, oder durch eine Spannſchütze dem Rade zugeführt, ſelten fließt es aber ganz frei zu. Bei den Ueberfallſchützen AS, welche in den Figuren 412 und 413 (a. f. S.)

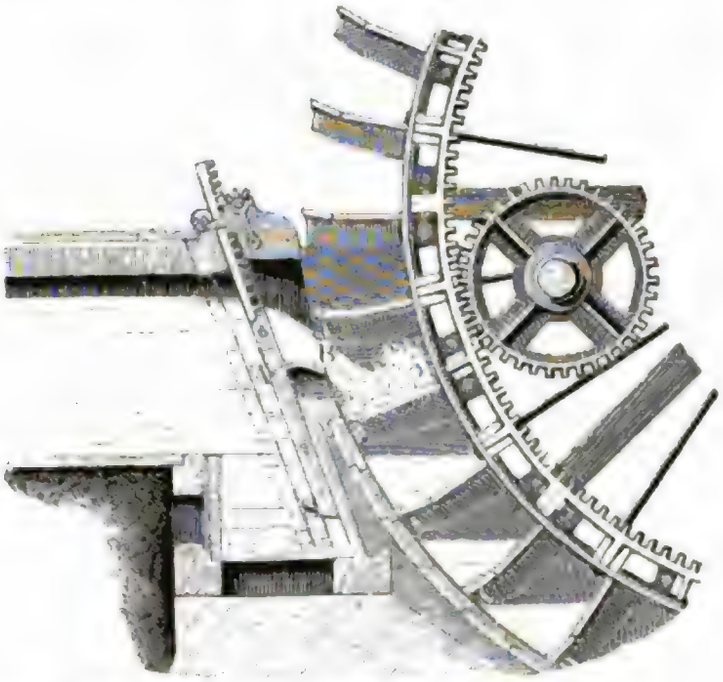
Fig. 412.



Digitized by Google

abgebildet ſind, fließt das Waſſer über den Kopf A des Schutzbrettes; damit es aber in der gehörigen Richtung eintrete, iſt es nöthig, den Schützenkopf abzurunden, oder an denſelben eine abgerundete Leitſchaufel AB, Fig. 413, anzuſetzen. Dieſe Leitſchaufel AB, Fig. 414, iſt nach der Parabel zu krümmen, welche die tiefſten Waſſerelemente bei ihrer freien Bewegung beſchreiben, denn wollte man ſie mehr krümmen, ſo würde ihr der Waſſerſtrahl gar nicht folgen, und gäbe man ihr weniger Krümmung, ſo würde entweder die Leitſchaufelbreite und alſo auch die Reibung des Waſſers auf der Leitſchaufel größer ausfallen oder das Waſſer nicht in der erforderlichen Richtung an das Rad gelangen.

Fig. 413.



Der Theorie des Ausfluſſes durch Ueberfälle zufolge, hat man (ſ. Bd. I, §. 411) die Ausflußmenge, wenn e_1 die Mündungsweite ſowie h_0 die Druckhöhe $\overline{HA}$, Fig. 414, über der Schwelle bezeichnet, und μ den Ausflußcoefficienten ausdrückt:

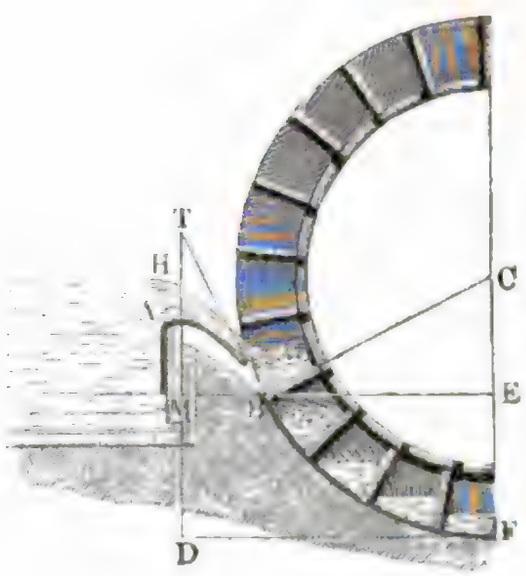
$$Q = {}^2/_3 \mu e_1 h_0 \sqrt{2 g h_0};$$

iſt aber das Aufſchlagquantum Q und die Mündungsweite e_1, da ſie wenige (3 bis 4) Zoll kleiner als die Radweite e gemacht wird, gegeben, ſo folgt dann die Druckhöhe für den Ausfluß:

$$h_0 = \left(\frac{{}^3/_2 Q}{\mu e_1 \sqrt{2g}}\right)^{2/3}$$

$$= 0{,}3302 \left(\frac{Q}{\mu e_1}\right)^{2/3}.$$

Fig. 414.



Nun iſt noch die Geſchwindigkeit c des bei B eintretenden Waſſers durch ihr Verhältniß $\varkappa = \frac{c}{v}$ zur Radgeſchwindigkeit v beſtimmt, daher folgt auch das nöthige Gefälle zur Erzeugung dieſer Geſchwindigkeit:

$$\overline{HM} = h_1 = \frac{c^2}{2g} = \frac{(\varkappa v)^2}{2g},$$

oder wegen des Verluſtes beim Ausfluß, wie oben,

$$h_1 = 1{,}1 \cdot \frac{(\varkappa v)^2}{2g}.$$

Gewöhnlich macht man $\varkappa = 2$, und daher iſt

$$h_1 = 4{,}4 \cdot \frac{v^2}{2g}$$

zu ſetzen. Aus h_0 und h_1 folgt nun die Höhe $\overline{AM}$ der Kröpfung der Leitſchaufel,

$$x = h_1 - h_0;$$

und iſt nun das Totalgefälle $\overline{HD} = h$, ſo bleibt für das Druckgefälle im Rade:

$$\overline{MD} = \overline{EF} = h_2 = h - h_1$$

übrig. Noch hat man, der Theorie der Wurfbewegung zufolge, den Neigungswinkel $TBM = \nu$ des Leitſchaufelendes gegen den Horizont beſtimmt durch die Formel:

$$x = \frac{c^2 \sin.\nu^2}{2g}, \text{ folglich iſt}$$

$$\sin.\nu = \sqrt{\frac{x}{h_1}} = \sqrt{\frac{h_1 - h_0}{h_1}}$$

und die Länge der Kröpfung der Leitſchaufel:

$$\overline{MB} = y = \frac{c^2 \sin.2\nu}{2g} = h_1 \sin.2\nu.$$

Endlich iſt, wenn man noch die Forderung macht, daß das Waſſer tangential an das Rad gelangt, der Radhalbmeſſer $\overline{CB} = \overline{CF} = a$ beſtimmt durch die Gleichung:

$$a(1 - \cos.\nu) = h - h_1,$$

alſo

$$a = \frac{h - h_1}{1 - \cos.\nu}.$$

Umgekehrt hat man für den Centriwinkel $BCF = \theta$ des waſſerhaltenden Bogens:

$$\cos.\theta = 1 - \frac{h - h_1}{a},$$

und, wenn man der letzten Bedingung nicht Genüge leiſtet, alſo ν nicht $= \theta$ macht, ſo hat man die Abweichung der Richtung des eintretenden Strahles von der Bewegungsrichtung der von ihm geſtoßenen Schaufel:

$$a = \theta - \nu.$$

Beiſpiel. Wenn bei einem mittelſchlägigen Rade mit Ueberfallſchütze das Aufſchlagwaſſerquantum $Q = 6$ Cubikfuß, das Totalgefälle $h = 8$ Fuß, die Umfangsgeſchwindigkeit $v = 5$ Fuß iſt, und das Füllungsverhältniß $\frac{2}{3}$ betragen ſoll, ſo hat man bei 1 Fuß Radtiefe die erforderliche Radweite:

$$e = \tfrac{5}{2} \cdot \frac{Q}{dv} = \frac{5 \,.\, 6}{2 \,.\, 1 \,.\, 5} = 3 \text{ Fuß},$$

und wenn man nun hiernach die Weite des Ueberfalles $= 2\frac{3}{4}$ Fuß macht und $\mu = 0{,}6$ ſetzt, ſo erhält man die Waſſerſtandshöhe:

$$h_0 = 0{,}3302 \left(\frac{6}{0{,}6 \,.\, 11/4}\right)^{\frac{2}{3}} = 0{,}3302 \left(\frac{4}{1{,}1}\right)^{\frac{2}{3}} = 0{,}781 \text{ Fuß}.$$

Nimmt man $x = \frac{8}{5}$ an, ſo erhält man das Gefälle zur Erzeugung der Eintrittsgeſchwindigkeit:

$$c = \tfrac{8}{5} \,.\, 5 = 8 \text{ Fuß}, \quad h_1 = 1{,}1 \,.\, 0{,}016 \,.\, 8^2 = 1{,}126 \text{ Fuß},$$

und daher die Höhe der Schaufelkröpfung:

$$x = 1{,}126 - 0{,}781 = 0{,}345 \text{ Fuß} = 4\tfrac{1}{7} \text{ Zoll},$$

ferner für den Neigungswinkel des Leitſchaufelendes:

$$\sin. \nu = \sqrt{\frac{0{,}345}{1{,}126}} = 0{,}5539;$$

hiernach $\nu = 33^0\,38'$, und die Länge der Leitſchaufelkröpfung:

$$y = 1{,}126 \; \sin. 67^0\,16' = 1{,}039 \text{ Fuß} = 12\tfrac{1}{2} \text{ Zoll}.$$

Um das Waſſer tangential einzuführen, müßte das Rad den großen Halbmeſſer

$$a = \frac{h - h_1}{1 - \cos. \nu} = \frac{8 - 1{,}126}{1 - \cos. 33^0\,38'} = \frac{6{,}874}{0{,}1674} = 41{,}06 \text{ Fuß}$$

erhalten; wenn man es aber nur 25 Fuß hoch macht, alſo $a = 12{,}5$ Fuß annimmt, ſo erhält man für den Centriwinkel θ des waſſerhaltenden Bogens:

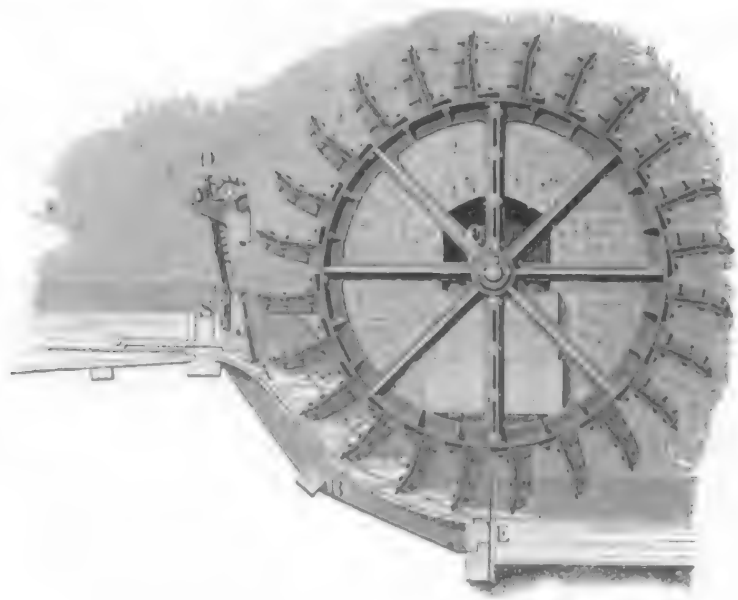
$$\cos. \theta = 1 - \frac{6{,}874}{12{,}5} = 0{,}450,$$

alſo $\theta = 63^0\,16'$ und die Abweichung der Bewegungsrichtung des Waſſers von der des Rades an der Eintrittsſtelle:

$$\alpha = \theta - \nu = 63^0\,16' - 33^0\,38' = 29^0\,38'.$$

§. 203 **Spann- und Coulissenschützen.** Die Beaufſchlagung eines mittelſchlägigen Rades durch eine Spannſchütze führt Fig. 415 vor Augen.

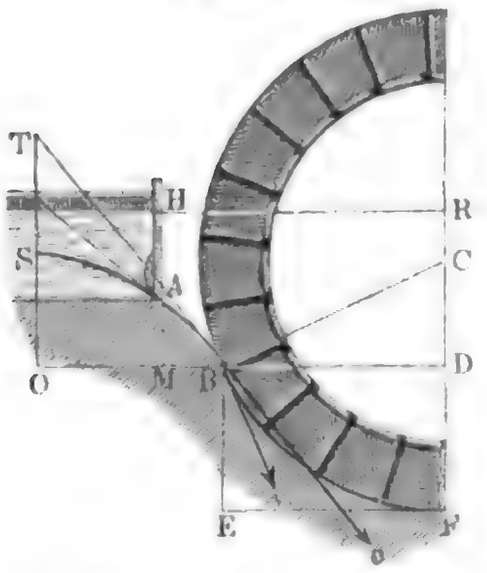
Fig. 415.



Digitized by Google

Es ist hier das übrigens so nahe wie möglich an das Rad gerückte Schutzbrett AD unten sehr dick und gut abgerundet, damit das Wasser in gehöriger Richtung und ohne Contraction durch die Schutzöffnung fließe. Aus demselben Grunde ist auch das Ende A des Gerinnbodens parabolisch zu formen. Die Höhe $\overline{BE} = \overline{DF} = h_2$, Fig. 416, des Kropfes bestimmt

Fig. 416.



sich aus dem Totalgefälle $\overline{RF} = h$ und der Geschwindigkeitshöhe

$$\overline{MH} = h_1 = 1{,}1 \cdot \frac{c^2}{2g} = 1{,}1 \cdot \frac{x^2 v^2}{2g}$$

durch die Formel $h_2 = h - h_1$, folglich der entsprechende Centriwinkel

$$BCF = \theta,$$

indem man setzt:

$$\cos.\theta = \frac{CD}{CB} = \frac{a - h_2}{a}$$

$$= 1 - \frac{h - h_1}{a}.$$

Wenn man nun das Wasser tangential einführen will, so muß man die Neigung $TBO = v$ des Wasserstrahles gegen den Horizont $= \theta$ setzen, und hiernach die Coordinaten $\overline{SO} = x$ und $\overline{OB} = y$ des Parabelscheitels S durch die Formeln

$$x = \frac{c^2 \sin.\theta^2}{2g} \text{ und } y = \frac{c^2 \sin.2\theta}{2g}$$

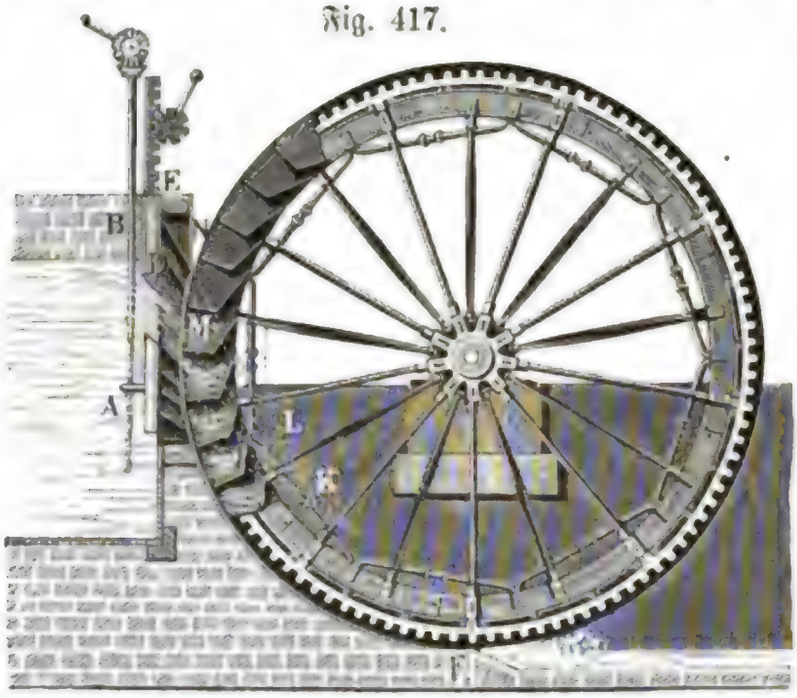
bestimmen.

Man hat aber nicht nöthig, die Schutzöffnung genau in den Parabelscheitel S zu legen, sondern man kann dieselbe nach jedem anderen Punkte A des Parabelbogens SB versetzen, nur muß dafür gesorgt werden, daß die Mündungsaxe tangential an die Parabel zu liegen komme (s. Bd. II, §. 181).

Eine dritte Wassereinführung besteht in der Schütze mit Leitschaufeln oder in der Coulissenschütze AB, Fig. 417 (a. f. S). Man wird diese besonders dann mit großem Vortheil anwenden, wenn der Wasserstand im Aufschlaggerinne sehr veränderlich ist. Der in Fig. 417 abgebildete Apparat besteht aus zwei Schutzbrettern A und B, wovon jedes für sich gestellt und dadurch nicht allein die Druckhöhe, sondern auch die Ausflußöffnung verändert werden kann. Eine tangentiale Einführung des Wassers in das Rad ist durch den Leitschaufelapparat DE nicht möglich, man muß sich vielmehr damit begnügen, die Richtungen der Leitschaufeln noch 20 bis 30 Grad von den Tangentialrichtungen abweichen zu lassen. Das Wasser läuft zwischen den Leitschaufeln hindurch nach demselben Gesetze, wie es durch kurze Ansatzröhren ausfließt; es ist daher in der Regel der Ausflußcoefficient $\mu = 0{,}82$

und nur bei genauer Abrundung von innen, $\mu = 0{,}90$ anzunehmen. Aus dieſem Grunde fällt denn auch der Widerſtandscoefficient größer aus, als bei der Ueberfall- und bei der Spannſchütze. Nehmen wir für μ den Mittel-

Fig. 417.



werth 0,85 an, ſo erhalten wir die zur Erzeugung der Geſchwindigkeit c nöthige Druckhöhe:

$$h_1 = \left(\frac{1}{0{,}85}\right)^2 \cdot \frac{c^2}{2g} = 1{,}384\,\frac{c^2}{2g},$$

und es iſt hiernach die von dem Totalgefälle h übrigbleibende Höhe des Kropfes oder waſſerhaltenden Bogens:

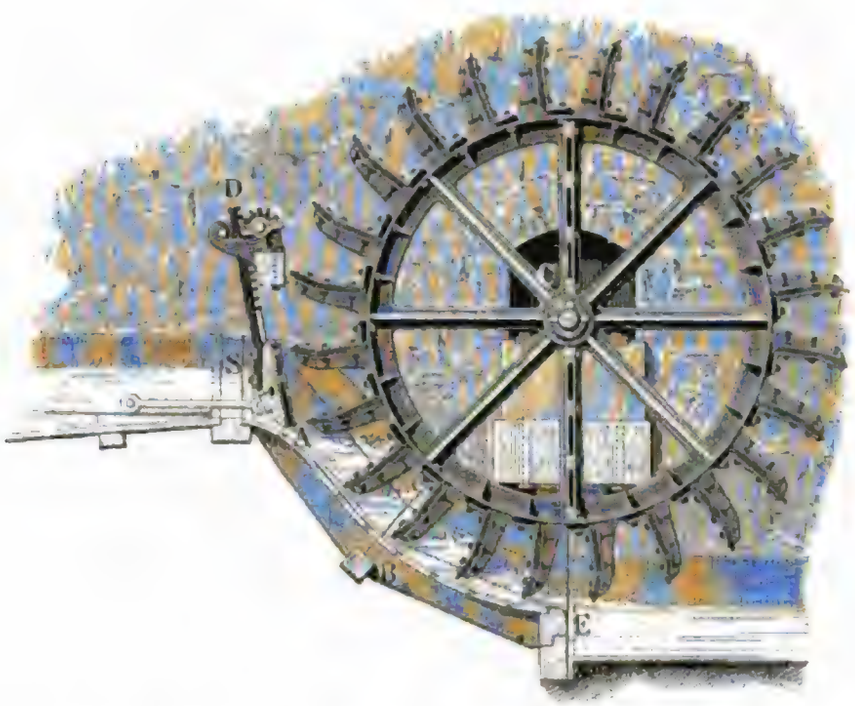
$$h_2 = h - h_1 = h - 1{,}384\,\frac{\varkappa^2 v^2}{2g}.$$

Bei veränderlichem Waſſerſtande macht man die Anordnung für den mittleren Waſſerſtand, indem man das äußerſte Ende M der mittleren Leitſchaufel um die letzte Höhe h_2 über den Fuß F des Rades legt. Um ſämmtliche Leitſchaufeln, deren Normalabſtand etwa 3 Zoll gemacht wird, unter gleichen Winkeln gegen den Radumfang zu ſtellen, legt man ſie tangential an einen zum Radumfange concentriſchen Kreis KL, der durch die Richtung DK der erſten Leitſchaufel beſtimmt wird.

§. 204 **Kropf- und Radconſtructionen.** Der Mantel oder ſogenannte Kropf, womit man die mittelſchlägigen Räder umgiebt, um das Waſſer in denſelben ſo lange wie möglich zurückzuhalten, wird entweder von Steinen (ſ. Fig. 412) oder von Holz (ſ. Fig. 415) gebildet. Jedenfalls wird der Zweck eines Kropfes um ſo mehr erfüllt, je kleiner der Spielraum zwiſchen den äußerſten Kanten der Radſchaufeln und der von dem Kropfboden gebil-

deten Cylinderfläche iſt, weil durch dieſen Spielraum dem Waſſer Gelegenheit zum Entweichen gegeben wird. Bei den beſten Conſtructionen macht man dieſen Zwiſchenraum $^1/_2$ Zoll, doch findet man ihn auch 1 und nicht ſelten ſogar 2 Zoll weit. Bei hölzernen Rädern und hölzernen Kröpfen genügt deshalb ein Spielraum von $^1/_2$ Zoll Weite nicht, weil dieſe leichter und öfters unrund werden, ſo daß endlich gar ein Anſtreifen des Rades am Kropfe zu befürchten iſt. Bei eiſernen Rädern und Kropfgerinnen aus Quaderſteinen fallen bedeutende Deformationen nicht vor, weshalb man hier allerdings dem Spielraume nur $^1/_2$ Zoll Weite geben ſoll. Räder mit enganſchließenden Kröpfen können durch feſte Körper, wie z. B. durch Holz- oder Eisſtücke, die durch das Waſſer zugeführt werden, bedeutende Beſchädigungen erleiden; deshalb iſt es denn auch nöthig, dieſe durch Rechen, welche vor der Schütze aufzuſtellen ſind, von dem Zutritte zum Rade abzuhalten. Wenn dies, freilich zum Nachtheile der Wirkung des Rades, nicht oder nur unvollkommen geſchieht, ſo iſt allerdings der Spielraum des Rades im Kropfe ſehr weit zu machen. Zu ſteinernen Kröpfen wählt man gern ſehr große Sandſteinquader und verbindet dieſelben durch Cement oder hydrauliſchen Kalk; hölzerne Kröpfe *AE*, Fig. 418, werden aus Kropfſchwellen

Fig. 418.

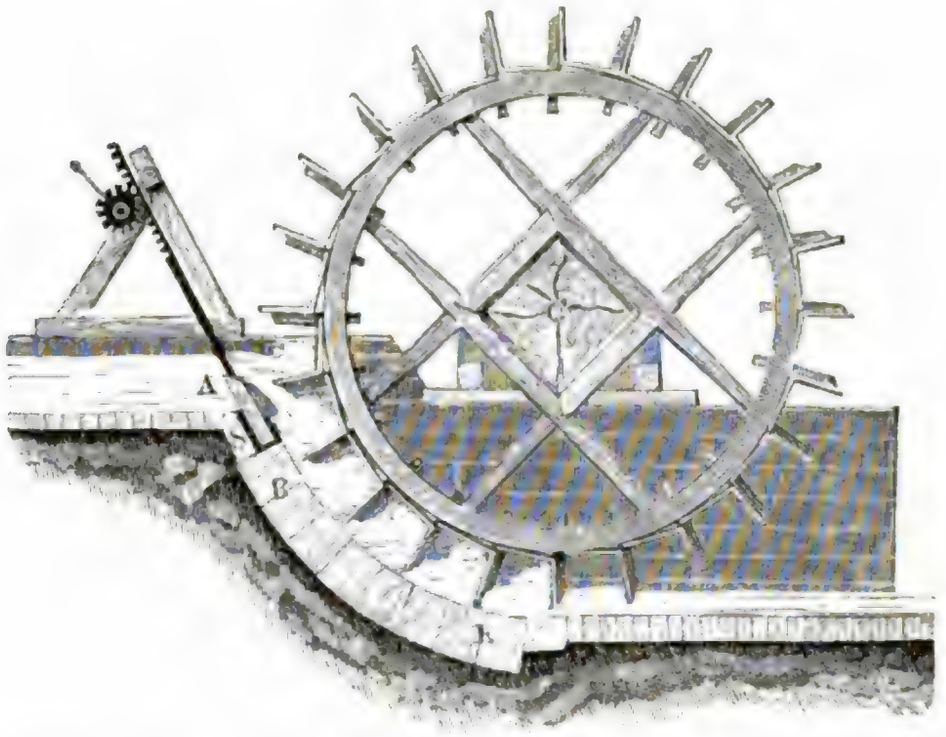


A, *B*, *E*, Kropfbalken *AB*, *BE* und aus Kropfdielen, welche quer über die letzteren zu liegen kommen, gebildet. In der Regel befeſtigt man noch beſondere Waſſerbänke auf die Kropfdielen, welche das Rad zu beiden Seiten umfaſſen, um dadurch das ſeitliche Entweichen des Waſſers zu verhindern. Wenn das Waſſer im Abzugscanale mit derſelben Geſchwindigkeit abfließen kann, mit welcher das Rad umläuft, ſo kann man den

Digitized by Google

Kropf *AE*, Fig. 419, unter dem Untertheile des Rades, in der Sohle *EH* des Abzugscanales auslaufen laſſen; wenn aber das Waſſer langſamer abfließt, als das Rad umläuft, oder wenn gar Aufſtauungen des Unterwaſſers

Fig. 419.



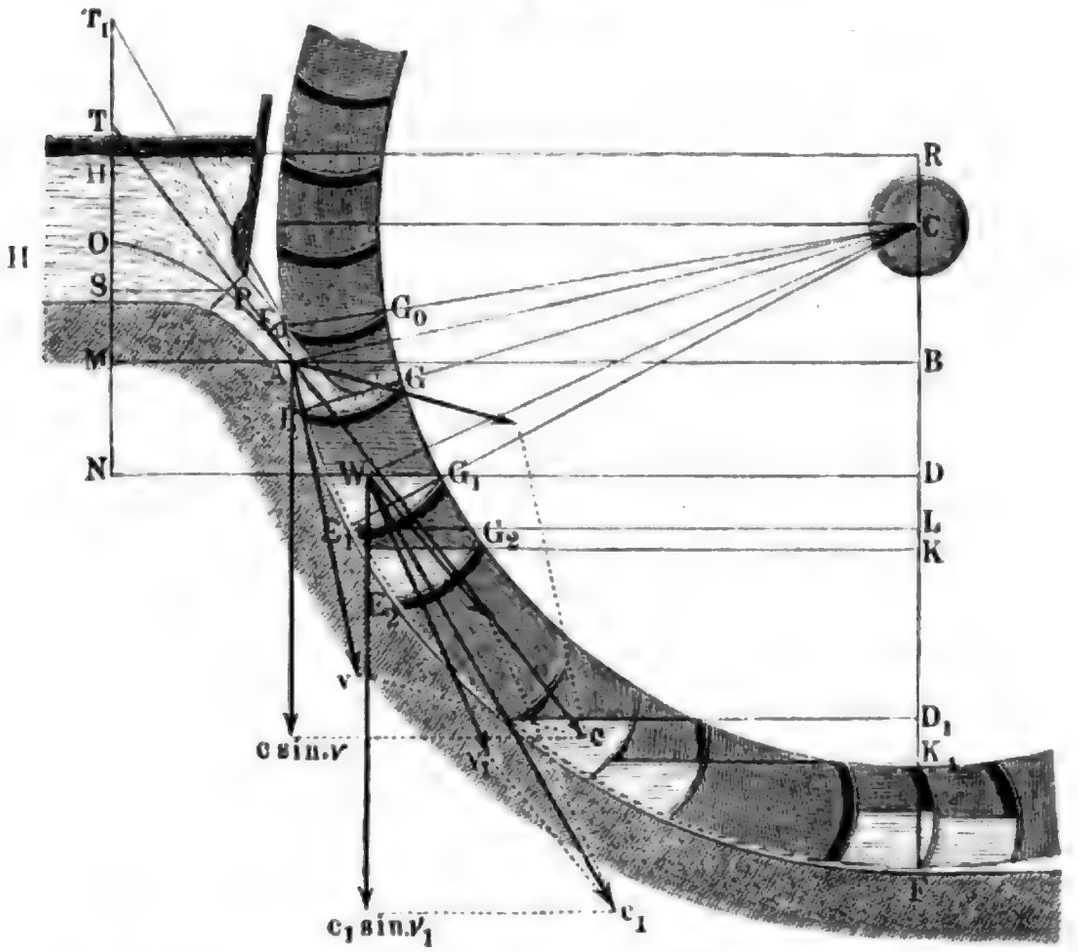
zu befürchten ſind, ſo muß man einen Abſatz *E*, Fig. 418, zwiſchen dem Kropfe und dem Abzugscanale herſtellen.

Was endlich die Radconſtructionen anlangt, ſo findet ein Unterſchied zwiſchen den ober- und mittelſchlägigen Rädern ſchon darin ſtatt, daß jene nur Zellen-, dieſe aber in der Regel bloße Schaufelräder ſind; nächſtdem weichen dieſe Räder auch in der Art und Weiſe der Verbindung der Schaufeln mit den Kränzen von einander ab. Man unterſcheidet hiernach Stabe- und Strauberäder von einander, und rechnet nun zu den Staberädern diejenigen, bei welchen die Schaufeln zwiſchen zwei Kränzen befeſtigt ſind, zu Strauberädern aber diejenigen, deren Schaufeln auf kurzen Armen (Kolben oder Schaufelarmen) aufſitzen, welche radial aus dem Radkranze hervorragen. Fig. 417 iſt ein Staberad, Fig. 418 und 419 aber ſind Strauberäder; Fig. 419 iſt ein hölzernes und Fig. 418 ein eiſernes Strauberad. Schmale Strauberäder haben nur einen, weite aber haben, wie die Staberäder, zwei Kränze. Die Kränze der Strauberäder ſind jedoch ſchmäler als die der Staberäder. Bei den hölzernen Rädern ſind die Schaufelarme durch die aus zwei Felgenlagen gebildeten Kränze hindurchgeſteckt, oder zwiſchen denſelben ſchwalbenſchwanzförmig eingelegt; bei den eiſernen Rädern aber werden ſie entweder mit den einzelnen Kranzſegmenten aus einem Stücke gegoſſen oder auf dieſe aufgeſchraubt. Die Schaufeln ſind gewöhnlich von Holz, und werden auf ihre Arme aufgeſchraubt. Der

Radboden liegt hier auf dem äußeren Umfang des Radkranzes und umſchließt das Rad nicht vollſtändig, indem in ihm Spalten zum Entweichen der Luft ausgeſpart ſind, wie die Figuren 418 und 419 vor Augen führen. Uebrigens ſind auch dieſe Räder entweder Stern- oder Sattelräder (ſ. §. 172).

Einführung des Waſſers. Die Regeln über die Einführung des Waſſers in ein Kropfrad, Fig. 420, ſind im Allgemeinen dieſelben wie §. 205

Fig. 420.



bei den Zellenrädern. Aus der Geſchwindigkeit $c = \varkappa v$ des bei A eintretenden Waſſers folgt das nöthige Gefälle zur Erzeugung derſelben:

$$h_1 = 1{,}1\,\frac{c^2}{2g},$$

und daher das übrigbleibende, der Kropfhöhe gleiche Druckgefälle im Rade:

$$FB = h_2 = h - h_1 = h - 1{,}1\,\frac{c^2}{2g}.$$

Giebt man noch den Radhalbmeſſer $CA = CF = a$, ſo läßt ſich der Winkel $ACF = \theta$, um welchen die Eintrittsſtelle A vom Radtiefſten F abſteht, durch die Formel

$$cos.\,ACF = \frac{CB}{CA} = \frac{CF - FB}{CA},\quad \text{d. i.}$$

$$\cos\theta = \frac{a - h}{a} = 1 - \frac{h}{a}$$ berechnen.

Da der Zuleitungswinkel $\varepsilon A\varepsilon = \alpha$ (10 bis 20 Grad) als gegeben angesehen ist, so kann man hier auch den Neigungswinkel des in A eintretenden Wasserstrahles:

$$\varepsilon AB = \nu = \theta - \alpha$$

bestimmen, woraus sich wieder die Coordinaten des Scheitels O von dem einhüllenden Parabelbogen:

$$\overline{OM} = x = \frac{c^2 \sin.\nu^2}{2g} \text{ und}$$

$$\overline{MA} = y = \frac{c^2 \sin.2\nu}{2g}$$ ergeben.

Legt man nun die Mitte P der Schützenmündung um $\overline{MS} = s$ über die Eintrittsstelle A, so erhält man die Coordinaten von P in Hinsicht auf O:

$$\overline{OS} = x_0 = x - s \text{ und}$$

$$\overline{SP} = y_0 = y\sqrt{\frac{x - s}{x}} = y\sqrt{1 - \frac{s}{x}}.$$

Digitized by Google

ſowie für die Neigung der Axe des Strahles beim Austritt P:

$$tang.\ v = \frac{2\,x_0}{y_0} = \frac{2\sqrt{x\,(x-z)}}{y}.$$

Kennt man die ſenkrechte Tiefe $\overline{MN} = z_1$, um welche das Waſſer im Rade ſinkt, bis es vollſtändig zum Stoße gelangt, ſo hat man für die Coordinaten des Punktes W, wo dieſer Stoß beendigt iſt,

$$\overline{ON} = x_1 = x + z_1, \quad \text{und}$$

$$\overline{NW} = y_1 = y\sqrt{\frac{x_1}{x}} = y\sqrt{1 + \frac{z_1}{x}},$$

ſowie für den Neigungswinkel DWc_1 des Waſſerſtrahles in W gegen den Horizont:

$$tang.\,v_1 = \frac{2\,x_1}{y_1} = \frac{2\sqrt{x\,(x+z_1)}}{y}.$$

Ferner folgt für den Winkel $WCF = \theta_1$, um welchen der Punkt W vom Radfuße F abweicht, wenn a_1 den mittleren Radhalbmeſſer CW bezeichnet,

$$cos.\,\theta_1 = \frac{CD}{CW} = \frac{a\,cos.\,\theta + z_1}{a_1};$$

und der Winkel $c_1 W v_1 = \alpha_1$, um welchen die Richtung der Endgeſchwindigkeit c_1 des Waſſers in W von der der Radgeſchwindigkeit v_1 daſelbſt abweicht,

$$\alpha_1 = \theta_1 - v_1.$$

Endlich iſt, wie oben, die Geſchwindigkeit, mit welcher das Waſſer in W aufſchlägt,

$$c_1 = \sqrt{c^2 + 2\,g\,z_1}.$$

Die letzteren Beſtimmungen ſetzen voraus, daß die Fallhöhe $\overline{MN} = z_1$ bekannt ſei. Dieſe iſt daher vorher, und zwar auf dem im Folgenden angegebenen Näherungsweg zu finden.

In der Zeit $t = \frac{EE_1}{v} = \frac{s}{v}$ legt die Schaufel EG, welche der Schaufel $E_0 G_0$ unmittelbar vorausgeht, einen Weg $\overline{EE_1} = s$ zurück, während das von $E_0 G_0$ abgeſchnittene Einfallwaſſer den Weg $\overline{AW}$ macht, deſſen Verticalprojection $= \overline{MN} = z_1$ iſt. Da die Verticalprojectionen der Geſchwindigkeit des Waſſerſtrahles in A und W

$$c\ sin.\,v \quad \text{und} \quad c_1\ sin.\,v_1$$

ſind, ſo folgt die mittlere Geſchwindigkeit, mit welcher z_1 durchlaufen wird:

$$\frac{c\ sin.\,v + c_1\ sin.\,v_1}{2}, \quad \text{und daher auch}$$

$$t = \frac{2\,z_1}{c\ sin.\,v + c_1\ sin.\,v_1}.$$

Hiernach iſt

$$\frac{s}{v} = \frac{2\,\varepsilon_1}{c\ sin.\,v + c_1\ sin.\,v_1},$$

und daher der Weg, welchen die Schaufel während der Füllung durchläuft:

$$s = \frac{2\,\varepsilon_1\,v}{c\ sin.\,v + c_1\ sin.\,v_1}.$$

Nimmt man nun erſt für ε_1 einen Näherungswerth an, und berechnet mit Hülfe dieſer Formel s, ſo kann man auch die entſprechende Stelle der Schaufel $E_1 G_1$ aufzeichnen; und trägt man über dieſelbe den Querſchnitt $F = \frac{V}{e} = \frac{60\,Q}{nue}$ des Waſſerkörpers zwiſchen je zwei Schaufeln, ſo kann man unterſuchen, ob die Oberfläche W des letzteren die angenommene Tiefe $\overline{MN} = \varepsilon_1$ unter dem Eintrittspunkte A hat. Iſt dies nicht der Fall, ſo muß man ein anderes ε_1 annehmen, s von Neuem beſtimmen, und die vorige Probe wiederholen. Findet auch dann noch keine Uebereinſtimmung zwiſchen den angenommenen und beſtimmten Werthen von ε_1 ſtatt, ſo iſt dieſes Verfahren nochmals anzuwenden.

§. 206 **Leistung der Kropfräder.** Die Leiſtung der Räder im Kropfgerinne zerfällt, wie bei einem oberſchlägigen Rade, in eine Stoß- und in eine Druckleiſtung; es iſt auch die Formel für die Leiſtung beider genau dieſelbe, nur macht die Beſtimmung des Waſſerverluſtes verſchiedene Rechnungen nöthig, denn während dort dieſer Verluſt in dem allmäligen Ablaufen des Waſſers aus den Zellen ſeinen Grund hat, entſteht er hier durch das Entweichen des Waſſers in dem Zwiſchenraume zwiſchen dem Rade und dem Kropfe. Wir haben alſo hier zu unterſuchen, auf welche Weiſe und in welcher Menge das Waſſer in dieſem Zwiſchenraume, den man deshalb auch den ſchädlichen Raum nennen kann, erfolgt, und müſſen hiernach die Wirkung, welche dadurch dem Rade entzogen wird, berechnen. Setzen wir nun, wie bei den oberſchlägigen Rädern, die Eintrittsgeſchwindigkeit des Waſſers in den Theilkreis des Rades $= c_1$, die Geſchwindigkeit des Rades in Theilkreiſe, $= v_1$ und den Winkel $c_1 W v_1$, Fig. 422, zwiſchen den Richtungen dieſer Geſchwindigkeiten, $= \alpha_1$, ſo haben wir wieder die Stoßleiſtung:

$$= \frac{(c_1\,cos.\,\alpha_1 - v_1)\,v_1}{g} \cdot Q\gamma.$$

Bezeichnen wir ferner den Niveauabſtand DK_1 zwiſchen dem Eintrittspunkte W und der Oberfläche des Unterwaſſers durch h_3, und nehmen wir an, daß von dem Aufſchlagquantum Q nur der Theil $Q_1 = \xi Q$ im

Kropfe zur Wirkung gelange, ſo können wir die Druckleiſtung des Waſſers $= h_3 Q\gamma$, und genau wie bei einem oberſchlägigen Rade die Totalleiſtung

$$L = Pv = \left(\frac{(c_1 \cos.\alpha_1 - v_1)v_1}{g} + \xi h_3\right) Q\gamma \text{ ſetzen.}$$

Um mit Hülfe der vorſtehenden Formel die Leiſtung des Kropfrades berechnen zu können, iſt noch nöthig das Verhältniß $\xi = \frac{Q_1}{Q}$ zu ermitteln.

Der Arbeitsverluſt, welcher aus dem Entweichen des Waſſers durch den Spielraum (franz. jeu; engl. back-lash) des Rades im Kropfe hervorgeht, iſt bei dem Stoße des Waſſers unbedeutend, da der eintretende Waſſerſtrahl dieſen Spielraum in der Regel nicht unmittelbar trifft; anders iſt es aber bei dem Drucke deſſelben, denn hier findet ein ununterbrochener Waſſerverluſt ſtatt, während eine Schaufel $E_1 G_1$ (Fig. 418) nach und nach in tiefere Stellungen $E_2 G_2$, $E_3 G_3$ u. ſ. w. kommt, ehe ſie die tiefſte Stelle F erreicht. Es bildet hier der Spielraum Ausflußöffnungen $E_1, E_2 \ldots$, durch welche das Waſſer mit veränderlichen Druckhöhen ausfließt.

Bezeichnen wir wieder die Radweite durch e, und ſetzen die Weite des Spielraumes oder den kürzeſten Abſtand der Radſchaufeln vom Kropfboden durch σ, ſo können wir den Querſchnitt der Oeffnung, durch welche das Waſſer aus einer Zelle in die nächſt tiefere fließt, $= \sigma e$ ſetzen; und ſind nun während des allmäligen Niederganges der Zelle die Druckhöhen, oder Tiefen $\overline{DL}$ der Ausflußmündung unter den darüber ſtehenden Waſſerſpiegeln nach und nach l_1, l_2, u. ſ. w., ſo folgen die entſprechenden Ausflußgeſchwindigkeiten

$$v_1 = \sqrt{2gl_1}, \quad v_2 = \sqrt{2gl_2} \text{ u. ſ. w.,}$$

und Ausflußmengen innerhalb eines Zeitelementes τ

$$V_1 = \sigma e \tau \sqrt{2gl_1}, \quad V_2 = \sigma e \tau \sqrt{2gl_2} \text{ u. ſ. w.;}$$

oder, wenn man noch einen Ausflußcoefficienten μ einführt,

$$V_1 = \mu\sigma e \tau \sqrt{2gl_1}, \quad V_2 = \mu\sigma e \tau \sqrt{2gl_2} \text{ u. ſ. w.}$$

Dieſe Waſſermengen ſinken unbenutzt von den Höhen $\overline{DK} = k_1, k_2$ u. ſ. w. herab, um welchen je zwei benachbarte Waſſerſpiegel in den Radzellen von einander abſtehen; es ſind daher die durch die Waſſerverluſte V_1, V_2 u. ſ. w. herbeigeführten Arbeitsverluſte:

$V_1 k_1 \gamma = \mu\sigma e \tau \sqrt{2gl_1}.k_1\gamma$, $V_2 k_2 \gamma = \mu\sigma e \tau \sqrt{2gl_2}.k_2\gamma$, u. ſ. w.

Die Summe dieſer Verluſte giebt den Arbeitsverluſt der Radzelle

$$A_1 = \mu\sigma e \tau \sqrt{2g}.\gamma\,(k_1\sqrt{l_1} + k_2\sqrt{l_2} + \cdots).$$

Nun iſt aber die Länge des Kropfes $= \theta a$, und die Zeit, während eine Schaufel denſelben mit der Geſchwindigkeit v durchläuft:

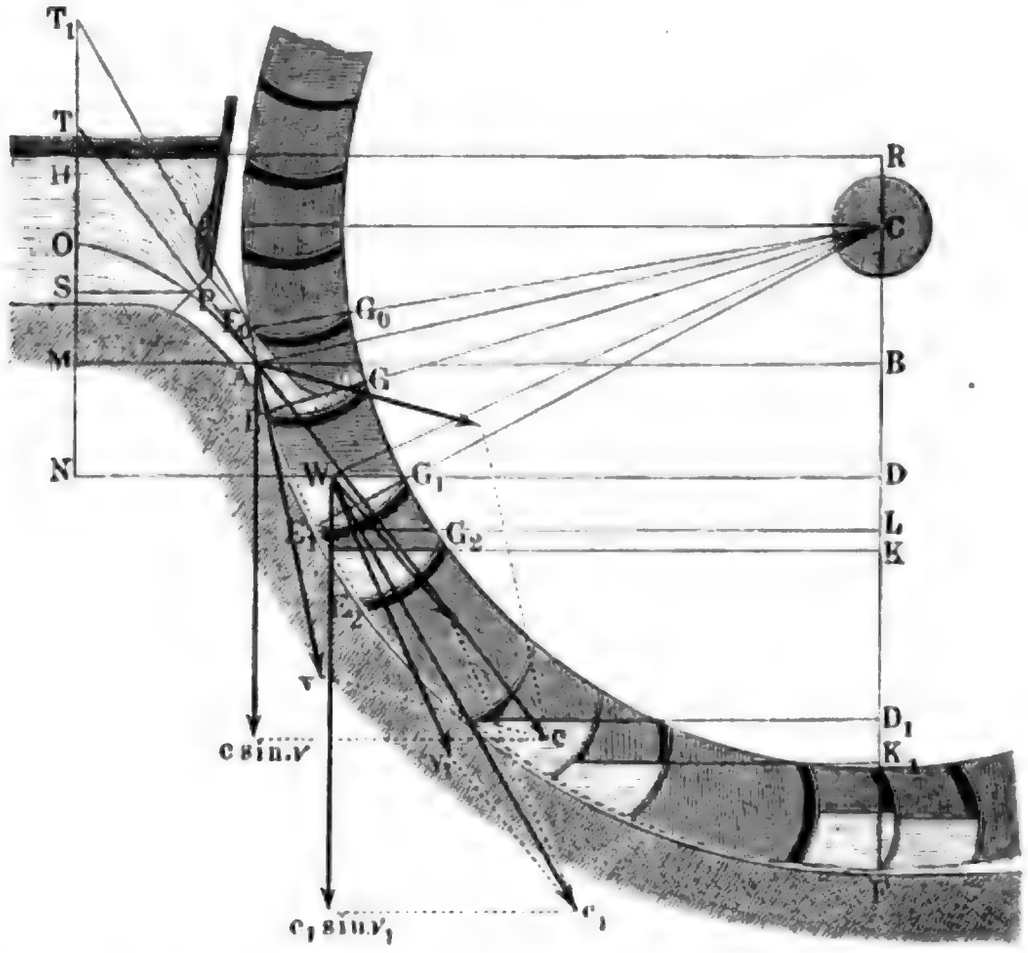
$$t = \frac{\theta a}{v};$$

ſetzt man daher $\tau = \frac{t}{n_1}$, ſo folgt

$$A_1 = \mu \sigma e \frac{\theta a}{v} \sqrt{2g}\,\gamma \left(\frac{k_1 \sqrt{l_1} + k_2 \sqrt{l_2} + \cdots}{n_1}\right),$$

zieht man dieſen Arbeitsverluſt von der Arbeit $A = Vh_3\gamma = Feh_3\gamma$ ab, welche das Waſſer einer Schaufel beim Herabſinken von der Kropfhöhe ver-

Fig. 422.



richten würde, wenn kein Waſſerverluſt ſtatt hätte, ſo erhält man die wirkliche Arbeit des Waſſers einer Schaufel

$$A - A_1 = Feh_3\gamma\left(1 - \mu\sigma\frac{\theta a}{Fv}\sqrt{2g}\cdot\frac{k_1\sqrt{l_1} + k_2\sqrt{l_2} + \cdots}{n_1 h_3}\right);$$

und daher die entſprechende Arbeit des Waſſers durch Druck

$$I_2 = \frac{nu}{60}(A - A_1) = \frac{nu}{60}Feh_3\gamma\left(1 - \frac{\mu\sigma\theta a\sqrt{2g}}{Fv}\frac{(k_1\sqrt{l_1} + k_2\sqrt{l_2}\cdots)}{n_1 h_3}\right)$$

$$= \left(1 - \frac{\mu\sigma\theta a\sqrt{2g}}{Fv}\frac{k_1\sqrt{l_1} + k_2\sqrt{l_2} + \cdots}{n_1 h_3}\right) Qh_3\gamma;$$

oder mit Anwendung der Simpſon'ſchen Regel:

$$L_1 = \left(1 - \frac{\mu\sigma\theta a\sqrt{2g}}{Fv} \cdot \frac{k_0\sqrt{l_0} + 4k_1\sqrt{l_1} + 2k_2\sqrt{l_2} + 4k_3\sqrt{l_3} + k_4\sqrt{l_4}}{12\,h_3}\right) Qh_3\gamma.$$

Es fällt folglich die Druckleiſtung des Waſſers im Kropfe um ſo größer aus, je größer die Radgeſchwindigkeit v und je größer der Querſchnitt F des Waſſers einer Zelle, d. i. je ſtärker die Radfüllung iſt.

Um die Rechnung ausführen zu können, hat man den Bogen E_1F in n_1, z. B. in vier gleiche Theile zu theilen, durch die Theilpunkte Schaufeln zu legen, über dieſelben die Querſchnittsfläche aufzutragen und die Höhen k_1, k_2... ſowie l_1, l_2... mit dem Zirkel abzunehmen. Hierbei iſt nicht außer Acht zu laſſen, daß an den Stellen, wo das Waſſer aus einer Zelle unter dem Waſſer der vorausgehenden ausfließt, die Werthe l_1, l_2... in die von k_1, k_2... übergehen (ſ. Band I, §. 399).

Auch fließt noch Waſſer ſeitwärts durch den Raum zwiſchen den Radkränzen und dem Kropfboden ab, weil die Einfaſſungswände oder ſogenannten Waſſerbänke nicht genau an den äußeren Stirnflächen der Radkränze anſchließen, ſondern 1 bis 2 Zoll davon abſtehen. Der Inhalt der Ausflußöffnung iſt hier $b\sigma$, wenn b den Bogen bezeichnet, in welchem das Waſſer einer Zelle den Kropf berührt, die Druckhöhen ſind die veränderlichen Abſtände m_1, m_2 u. ſ. w. der Oberfläche des Waſſers in der niedergehenden Zelle über der unteren Kante der Schaufel, welche dieſe Zelle bildet, und das verlorene Gefälle iſt der veränderliche Abſtand p_1, p_2 u. ſ. w. dieſes Waſſerſpiegels von dem tiefſten Waſſerſpiegel K_1. Aus dieſen Höhen m_1, m_2... und p_1, p_2... folgt der Arbeitsverluſt, welcher aus dem Entweichen des Waſſers auf dieſem Wege hervorgeht,

$$A_2 = {}^2/_3\,\mu\sigma b\,\frac{\theta a}{v}\,\sqrt{2g}.\gamma\left(\frac{p_1\sqrt{m_1} + p_2\sqrt{m_2} + \cdots}{n_1}\right),$$

und es iſt daher bei Inbetrachtnahme von beiden Waſſerverluſten, wenn man nur drei Schaufelſtellungen in Betracht zieht, die Druckleiſtung

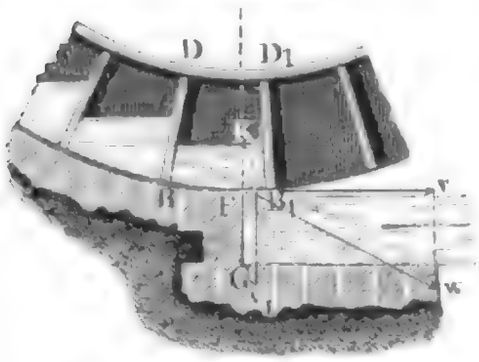
$$L_2 = \left[1 - \frac{\mu\sigma\theta a\sqrt{2g}}{6\,Fvh_3}\left(k_0\sqrt{l_0} + 4\,k_1\sqrt{l_1} + k_2\sqrt{l_2} + {}^2/_3\,\frac{b}{e}\left(p_0\sqrt{m_0} + 4\,p_1\sqrt{m_1} + p_2\sqrt{m_2}\right)\right)\right] Qh_3\gamma.$$

Setzt man dieſe Arbeit $L_2 = \xi Q h_3\gamma$, ſo hat man folglich

$$\xi = \left[1 - \frac{\mu\sigma\theta a\sqrt{2g}}{6\,Fvh_3}\left(k_0\sqrt{l_0} + 4\,k_1\sqrt{l_1} + k_2\sqrt{l_2} + {}^2/_3\,\frac{b}{e}\left(p_0\sqrt{m_0} + 4\,p_1\sqrt{m_1} + p_2\sqrt{m_2}\right)\right)\right].$$

§. 207 **Andere Arbeitsverluste.** Ein weiterer Verluſt tritt noch dann ein, wenn die Oberfläche des Unterwaſſers nicht mit der Oberfläche des Waſſers in der tiefſten Zelle in einerlei Niveau ſteht, wie z. B. in Fig. 423 vor Augen geführt wird; denn hier fließt ſogleich Waſſer aus der Zelle BDD_1B_1, wenn die Schaufel B_1D_1 die Schwelle FG überſchritten hat, es nimmt alſo daſſelbe außer der Radgeſchwindigkeit v noch eine Geſchwindigkeit an, welche durch den Niveauabſtand FK erzeugt wird. Dieſer Niveauabſtand iſt aber veränderlich, er hat im erſten Augenblicke, wenn die Schaufel über die Schwelle weggegangen und die Oeffnung bei F entſtanden iſt, ſeinen größten Werth, wird aber immer kleiner und kleiner, je mehr Waſſer aus dem Raume BDD_1B_1 gefloſſen iſt, und fällt endlich Null aus, wenn beide Waſſerſpiegel in einerlei Niveau gekommen ſind, alſo der Ausfluß durch B_1F beendigt iſt. Der mittlere Werth dieſes Niveauabſtandes läßt ſich $\frac{1}{2}h_4$ ſetzen, wenn h_4 die anfängliche Tiefe des Waſſers in der unterſten Zelle iſt, und daher die Geſchwindigkeit des abfließenden Waſſers nicht $\frac{v^2}{2g}$, ſondern $\frac{w^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} + \frac{1}{2}h_4$; da wir indeſſen den der Geſchwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ entſprechenden Verluſt an Leiſtung ſchon beim Stoße in Abzug gebracht haben, ſo bleibt daher nur noch die Leiſtung

Fig. 423.



$$L_4 = \frac{1}{2}Qh_4\gamma$$

von der gefundenen Nutzleiſtung abzuziehen. Man erſieht hieraus, daß es nicht vortheilhaft iſt, unter dem Kropfrade einen Abfall anzubringen, daß ſich daher nur dann ſeine Anwendung rechtfertigen läßt, wenn man einen veränderlichen Unterwaſſerſtand hat, ſo daß bei hohem Waſſer zu befürchten iſt, daß das Rad im Waſſer watet, indem das Waſſer im Untertheile des Rades tiefer ſteht als im Abzugsgraben.

Außerdem laſſen ſich noch mehrere Arbeitsverluſte des Kropfrades angeben. Zunächſt haben wir zu berückſichtigen, daß das Waſſer bei ſeiner Bewegung im Kropfgerinne eine Reibung zu überwinden hat, deren Coefficient ξ nach Band I, §. 476 für Geſchwindigkeiten von 4 bis 6 Fuß 0,00769 geſetzt werden kann. Der entſprechende Gefällverluſt iſt (Bd. I, §. 475):

$$h_5 = \xi \frac{lp}{F} \cdot \frac{v^2}{2g},$$

daher hier, wo l die Länge des Kropfes, p den Umfang und F den Inhalt des Waſſerprofiles bezeichnet, alſo

$$\frac{p}{F} = \frac{e+d}{\frac{1}{2}de} \text{ und annähernd } = \frac{2}{d}$$

geſetzt werden kann,

$$h_5 = \xi \cdot \frac{2l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0{,}0002461 \frac{l}{d} v^2,$$

und der entſprechende Verluſt an mechaniſcher Arbeit:

$$L_5 = 0{,}0002461 \frac{lv^2}{d} Q\gamma.$$

Endlich müſſen wir auch den Widerſtand der Luft gegen die Bewegung der Schaufeln, und vielleicht auch noch den, welchen die Radarme zu überwinden haben, berückſichtigen. Der Widerſtandscoefficient der Luft iſt hier nach Band I, §. 512, $\xi = 1{,}25$, und die Formel für dieſen Widerſtand

$$= \xi F\gamma \cdot \frac{v^2}{2g},$$

wo F die Fläche, ſowie γ die Dichtigkeit der Luft bezeichnet. Führen wir nun nach Band I, §. 393, für $\gamma = 0{,}0800$ Pfund ein, ſo erhalten wir dieſen Widerſtand

$$= 0{,}0016\, Fv^2,$$

oder, wenn wir die Fläche gleich ſetzen dem Inhalte $n.de$ ſämmtlicher n Schaufeln des Rades, denſelben

$$= 0{,}0016\, ndev^2,$$

und demnach den entſprechenden Verluſt an mechaniſcher Leiſtung:

$$L_6 = 0{,}0016\, ndev^3.$$

Bei den gewöhnlichen Verhältniſſen betragen alle dieſe Verluſte zuſammen nur wenige Procente der ganzen Radleiſtung, wie wir auch in einem Beiſpiele weiter unten ſehen werden.

Leistungsformel. Wir können nur einen Ausdruck für die vollſtändige Leiſtung eines Kropfrades angeben, wenn wir außer den im vorigen Paragraphen gefundenen Arbeitsverluſten auch die Arbeit der Zapfenreibung in Betracht ziehen. Nach dem Vorſtehenden iſt die Druckwirkung des Waſſers $= \xi Q h_3 \gamma$ und wenn wir, wie bei den oberſchlägigen Waſſerrädern, die Arbeit der Zapfenreibung $\varphi \frac{r}{a} \cdot Gv$ ſetzen, ſo bleibt die Nutzleiſtung §. 208

$$L = Pv = \left(\frac{(c_1 \cos.\alpha_1 - v_1)v_1}{g} + \xi h_3 \right) Q\gamma - \varphi \frac{r}{a} Gv$$

übrig.

Bezeichnen wir das Totalgefälle, vom Waſſerſpiegel des Oberwaſſers bis zur Oberfläche des Unterwaſſers gemeſſen, durch h, ſo können wir wieder

$$h_3 = h - 1{,}1\,\frac{c_1^2}{2g}$$

ſetzen, und erhalten nun:

$$L = \left[\frac{(c_1 \cos.\alpha_1 - v_1)\,v_1}{g} + \xi\left(h - 1{,}1\,\frac{c_1^2}{2g}\right)\right] Q\gamma - \varphi\,\frac{r}{a}\,G v.$$

Um nun denjenigen Werth der Eintrittsgeſchwindigkeit c_1 zu finden, bei welchem die Leiſtung am größten ausfällt, haben wir nur zu unterſuchen, wenn

$$\left(\frac{c_1 v_1 \cos.\alpha_1}{g} - 1{,}1\cdot\xi\,\frac{c_1^2}{2g}\right) Q\gamma = \frac{1{,}1\,.\,\xi\,.\,c_1}{2g}\left(\frac{2 v_1 \cos.\alpha_1}{1{,}1\,.\,\xi} - c_1\right) Q\gamma$$

oder

$$c_1\left(\frac{2 v_1 \cos.\alpha_1}{1{,}1\,.\,\xi} - c_1\right)$$

ein Maximum wird. Es iſt hier derſelbe Fall wie in Bd. I, §. 500, und daher wie dort

$$c_1 = \frac{v_1 \cos.\alpha_1}{1{,}1\,.\,\xi}$$

zu ſetzen. Die entſprechende Maximalleiſtung iſt:

$$L = \left[\xi h - \left(2 - \frac{\cos.\alpha_1^2}{1{,}1\,.\,\xi}\right)\frac{v_1^2}{2g}\right] Q\gamma - \varphi\,\frac{r}{a}\,G v.$$

Die Formel $c_1 = \frac{v_1 \cos.\alpha_1}{1{,}1\,.\,\xi}$ giebt uns, da α_1 klein, alſo $\cos.\alpha_1$ nahe 1 und ebenſo $1{,}1\,.\,\xi$ nahe $= 1$ iſt, auch c_1 nahe $= v_1$; wegen der leichteren und ſichereren Einführung des Waſſers in die Zellen macht man aber $c_1 \cos.\alpha_1 = 2 v_1$, läßt alſo das Waſſer noch einmal ſo ſchnell in das Rad eintreten, als dieſes umläuft, weshalb man die effective Radleiſtung

$$L = \left[\xi h - \left(\frac{4{,}4\,\xi}{\cos.\alpha_1^2} - 2\right)\frac{v_1^2}{2g}\right] Q\gamma - \varphi\,\frac{r}{a}\,G v$$

erhält.

Da dieſer Ausdruck für die Leiſtung eines rückenſchlägigen Rades nicht weſentlich verſchieden iſt von dem für die eines oberſchlägigen, ſo iſt ohne weitere Unterſuchung leicht einzuſehen, daß auch die vortheilhafteſte Umdrehungszahl (ſ. §. 196) nahe dieſelbe ſein werde.

§. 209 **Effective Leistungen der Kropfräder.** Ueber die Wirkungen mittelſchlägiger Kropfräder ſind von Morin an ziemlich gut conſtruirten Rädern mehrfache Verſuche angeſtellt worden. Morin vergleicht die Ergebniſſe ſeiner Verſuche mit den entſprechenden Werthen, welche die theoretiſche Formel

$$Pv = \left(\frac{(c\cos.\alpha - v)\,v}{g} + h_2\right) Q\gamma$$

giebt, und findet nun, daß eine ziemlich gute Uebereinſtimmung ſich herausſtellt, wenn man den letzten Ausdruck durch einen Erfahrungscoefficienten χ multiplicirt, alſo

$$Pv = \chi \left(\frac{(c \cos. \alpha - v) v}{g} + h_2 \right) Q \gamma$$

ſetzt. Das erſte von den Rädern dieſer Art, welches Morin in Unterſuchung zog, war aus Gußeiſen, hatte hölzerne, ſchief gegen die Schütze geſtellte Schaufeln und befand ſich in einem ſehr eng anſchließenden eiſernen Kropfe. Es hatte eine Höhe von $6\frac{1}{2}$ Meter, eine Breite von $1\frac{1}{2}$ Meter, ein Gefälle von $1\frac{2}{3}$ Meter, 50 Schaufeln und ging mit 1 bis 2,4 Meter Geſchwindigkeit um, während das Waſſer mit 2,8 bis 3,2 Meter Geſchwindigkeit durch eine unter einem geneigten Schutzbrete befindliche Mündung eintrat. Der Coefficient χ ergab ſich im Mittel 0,75 und der Wirkungsgrad, mit Einſchluß der Zapfenreibung, ungefähr 0,60. Das zweite Rad, an welchem Morin Verſuche angeſtellt hat, war ebenfalls eiſern und ging in einem ſehr eng anſchließenden Kropfe aus Sandſteinquadern; ſeine Höhe, wie ſeine Weite, war 4 Meter, die Schaufelzahl betrug 32 und das Gefälle 2 Meter. War die Geſchwindigkeit des Rades 47 bis 100 Proc. von der des durch einen Ueberfall zugeführten Waſſers und zwar innerhalb der Grenzen 0,5 bis 1,8 Meter, ſo blieb der Coefficient χ ziemlich derſelbe, nämlich 0,788, und der Wirkungsgrad fiel 0,70 aus. Mit einem dritten Rade wurden zwei Verſuchsreihen angeſtellt, die eine bei einem Waſſereinlaufe mit Spannſchütze und die andere bei einer Waſſerzuführung durch eine Ueberfallſchütze. Dieſes Rad war größtentheils aus Holz und hing in einem eng anſchließenden Kropfe, ſeine Höhe betrug 6 Meter und ſeine Schaufelzahl 40. Bei der Spannſchütze ergab ſich im Mittel $\chi = 0{,}792$, bei der Ueberfallſchütze dagegen 0,809. Der Wirkungsgrad aber war im erſten Falle 0,54 und im zweiten 0,67. Nimmt man nun aus dieſen Angaben Mittelwerthe, ſo erhält man für mittelſchlägige Kropfräder mit Spannſchützen die Leiſtung:

$$L = 0{,}77 \left(\frac{(c \cos. \alpha - v) v}{g} + h_2 \right) Q \gamma$$

und für die mit Ueberfallſchützen:

$$L = 0{,}80 \left(\frac{(c \cos. \alpha - v) v}{g} + h_2 \right) Q \gamma.$$

wovon jedoch die Arbeit der Zapfenreibung abzuziehen iſt. Die größere Wirkung bei der Ueberfallſchütze hatte ihren Grund darin, daß hier das Waſſer langſamer eintrat, als bei der Spannſchütze, und deshalb faſt nur durch Druck wirkte. Noch folgt aus den Verſuchen Morin's, daß der Wirkungsgrad abnimmt, wenn das Waſſer mehr als die Hälfte oder zwei Drittel der Räume zwiſchen den Schaufeln ausfüllt, daß die Wirkung ſich

nicht ſehr verändert, wenn die Umfangsgeſchwindigkeit des Rades innerhalb der Grenzen 0,5 und 2,0 Meter bleibt.

Egen hat Verſuche (ſ. die oben angeführte Abhandlung deſſelben) an einem 23 Fuß hohen und $4^1/_2$ Fuß weiten Kropfrade angeſtellt. Dieſes Rad hatte noch zwei Eigenthümlichkeiten; es waren nämlich die 69 übrigens gut ventilirten Schaufeln deſſelben genau ſo gedeckt, wie bei oberſchlägigen Rädern, und es beſtand die Schütze aus zwei Theilen, wovon, je nachdem es der Waſſerſtand erforderte, bald die eine oder obere, bald die andere oder untere gezogen werden konnte. Obgleich der Kropf ſehr genau an das Rad anſchloß, ſo fand Egen den Wirkungsgrad dieſes Rades im günſtigſten Falle doch nur 0,52, und im Mittel, bei 6 Cubikfuß Aufſchlag pr. Secunde und bei 4 Umdrehungen pr. Minute, denſelben gar nur 0,48.

Verſuche mit einem mittelſchlägigen Kropfrade werden noch in Bulletin de la Societé indust. de Mulhouse T. XVIII, (ſ. Polytechn. Centralblatt, Bd. IV, 1844) mitgetheilt. Dieſes Rad war von Holz, hatte eine Höhe von 5 Meter und eine Weite von 4 Meter, und beſtand aus drei Abtheilungen, welche durch zwei Mittelkränze hervorgebracht wurden. Das Kropfgerinne ſchloß ſich an ein paraboliſches Gerinne von 0,2 Meter Höhe an und das Waſſer trat in dieſes durch eine Ueberfallſchütze mit ebenfalls 0,2 Meter Höhe; es war daher die Eintrittsgeſchwindigkeit c ungefähr 2,8 Meter. Das ganze Gefälle betrug 2,7 Meter, und die Umfangsgeſchwindigkeit des Rades $1^1/_2$ bis 3 Meter. Die Waſſerfüllung war $^1/_3$ bis $^2/_3$, und der Wirkungsgrad fiel bei größerer Zellenfüllung größer aus, als bei kleinerer Füllung der Zellen; nämlich bei ſtarker Füllung 0,80, bei mittlerer aber nur 0,73 und bei ſchwacher Füllung gar nur 0,52. Die Verſuche über die Leiſtungen bei verſchiedenen Füllungen ließen ſich hier, da jede der Abtheilungen des Rades beſonders beaufſchlagt werden konnte, ſehr bequem und ſicher ausführen.

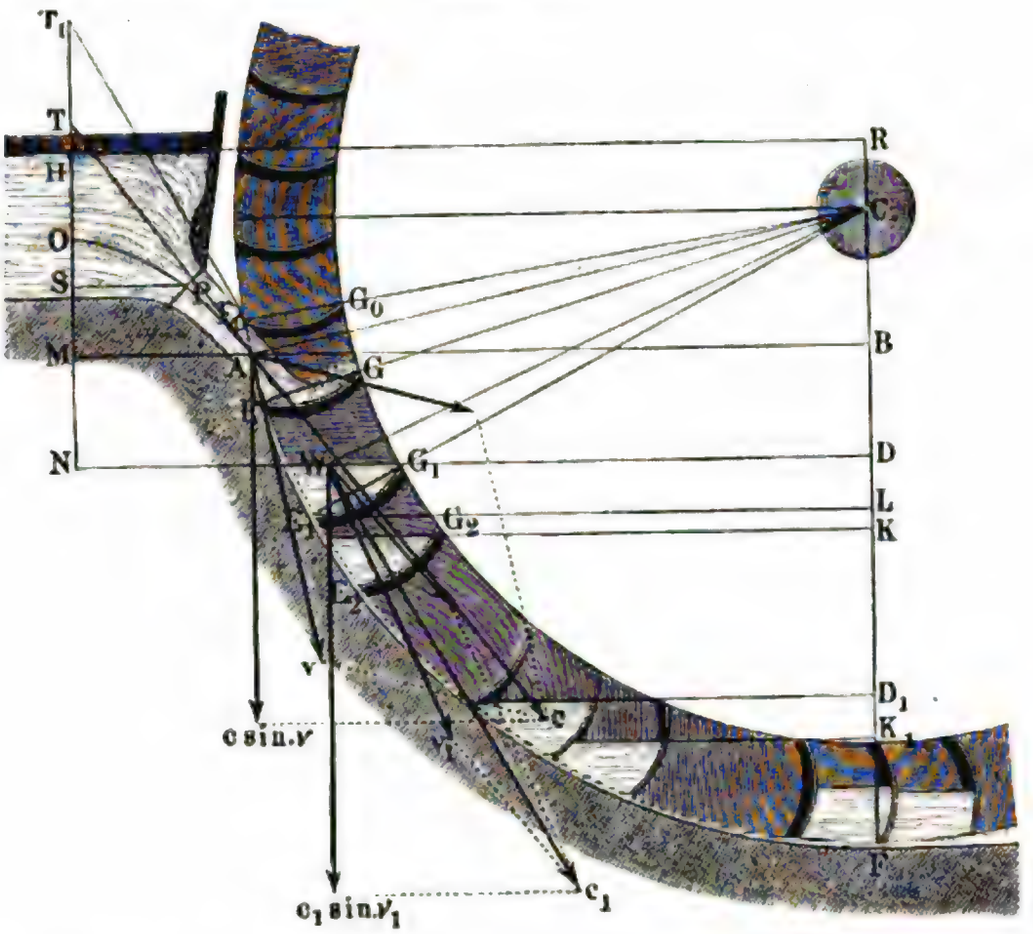
Durch Bremsverſuche an einem eiſernen mittelſchlägigen Waſſerrade von 20 ſächſiſche Fuß Höhe, 3 Fuß Breite und mit 48 Schaufeln, welches das durch eine Couliſſenſchütze zugeführte Waſſer in der Höhe des Radmittels auffing, wurde vom Verfaſſer in Verbindung mit den Herren Profeſſoren Brückmann, Zeuner u. ſ. w. (ſ. „Civilingenieur“ Bd. II) Folgendes gefunden.

Bei dem Füllungscoefficienten $\varepsilon = {}^1/_2$ und dem Geſchwindigkeitsverhältniſſe $\varkappa = {}^1/_2$ machte das Rad 8 bis 9 Umdrehungen pr. Minute und leiſtete $12^1/_2$ bis 12 Pferdekräfte, wogegen die disponible Leiſtung $Qh\gamma = 19$ Pferdekräfte betrug; es war folglich der Wirkungsgrad dieſes Rades:

$$\eta = \frac{12{,}5}{19} = 0{,}65 \text{ bis } \frac{12}{19} = 0{,}63.$$

Beispiel. Es sei für einen Aufschlag $Q = 20$ Cubikfuß pr. Secunde und für ein Gefälle $h = 9$ Fuß die Anordnung und Berechnung eines mittelschlägigen Kropfrades, Fig 424, von 16 Fuß Höhe und mit 8 Fuß Umfangsgeschwindigkeit zu vollziehen.

Fig. 424.



Nehmen wir die Radtiefe oder Kranzbreite $d = 1\frac{1}{4}$ Fuß an, und lassen wir die Radzellen halb füllen, so erhalten wir zunächst die Radweite:

$$e = \frac{2\,Q}{d\,v} = \frac{2\,.\,20}{5/4\,.\,8} = 4 \text{ Fuß}.$$

Lassen wir nun das Wasser mit der Geschwindigkeit

$$c = \varkappa v = 3/2\,v = 3/2\,.\,8 = 12 \text{ Fuß}$$

eintreten, so erhalten wir das zur Erzeugung dieser Geschwindigkeit nöthige Gefälle:

$$\overline{MH} = \overline{BR} = h_1 = 1{,}4 \cdot \frac{c^2}{2\,g} = 1{,}1\,.\,0{,}016\,.\,12^2 = 2{,}54 \text{ Fuß}.$$

Ziehen wir dieses Gefälle von dem Totalgefälle ab, so bleibt für das Gefälle im Kropfe:

$$\overline{BF} = h_2 = h - h_1 = 9 - 2{,}54 = 6{,}46 \text{ Fuß},$$

und es folgt für den Winkel $ACF = \theta$, um welchen die Eintrittsstelle A über dem Radtiefsten F steht,

$$\cos.\theta = 1 - \frac{h_2}{a} = 1 - \frac{6{,}46}{8} = 1 - 0{,}8075 = 0{,}1925,$$

und hiernach

$$\theta = 78^0\,54'.$$

Laſſen wir nun den zutretenden Waſſerſtrahl um den Winkel $\alpha = \overline{cAv} = 25\frac{1}{2}$ Grad vom Radumfange abweichen, ſo erhalten wir die Neigung des Waſſerſtrahles in A gegen den Horizont:

$$BAc = \nu = \theta - \alpha = 78^0\,54' - 25^0\,30' = 53^0\,24',$$

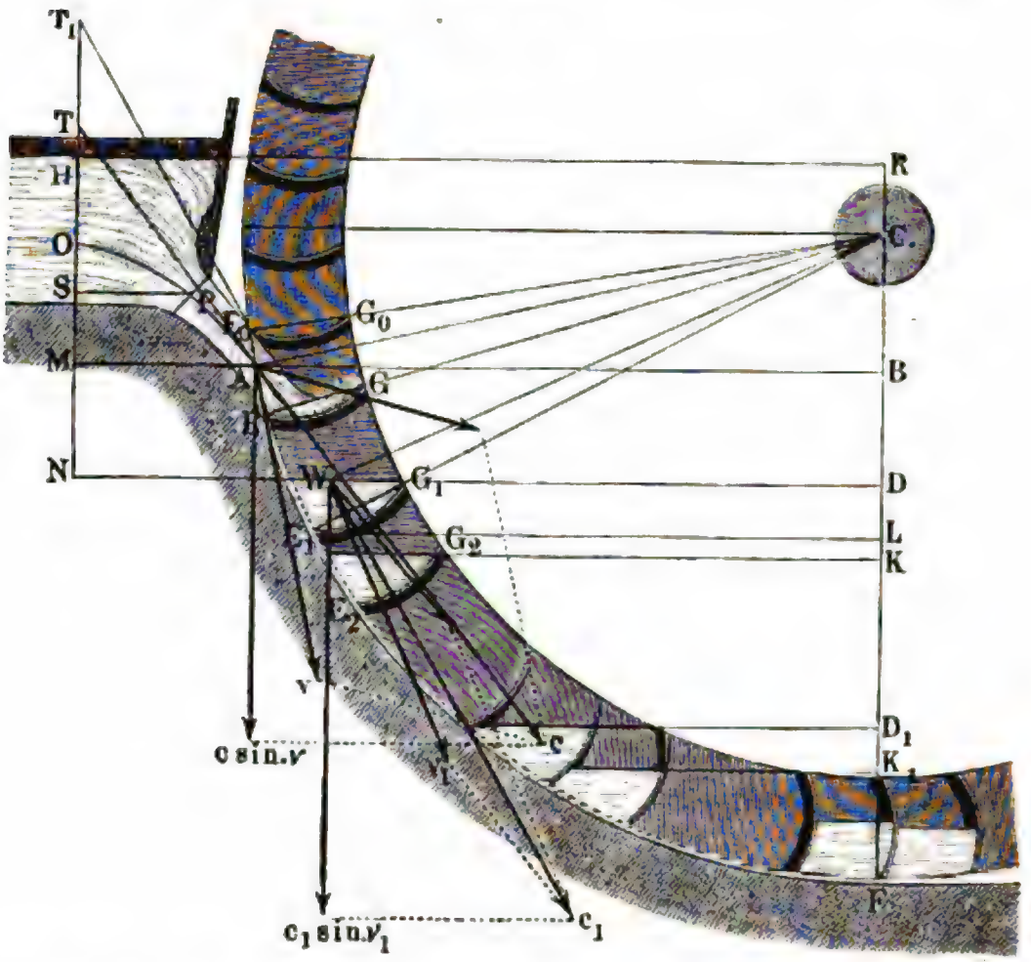
und es ſind nun die Coordinaten des Scheitels O, der Parabel, in welcher das Waſſer dem Rade zuzuführen iſt:

$$\overline{OM} = x = \frac{c^2 \sin.\nu^2}{2g} = 0{,}016 \,.\, 144\,(\sin. 53^0\,24')^2 = 1{,}48 \text{ Fuß}$$

und

$$\overline{MA} = y = \frac{c^2 \sin. 2\nu}{2g} = 0{,}016 \,.\, 144 \sin. 73^0\,12' = 2{,}21 \text{ Fuß}.$$

Fig. 425.



Die Mitte P der Schützenmündung iſt auf dem Parabelbogen OA, und zwar möglichſt nahe am Rade anzunehmen, übrigens aber ſo zu formen, daß ihre Are die Tangente an dieſem Bogen bildet. Legt man dieſe Mündungsmitte P um 0,54 Fuß über A, ſo folgt die Druckhöhe für dieſelbe:

$$h_0 = h_2 - 0{,}54 = 2{,}54 - 0{,}54 = 2 \text{ Fuß},$$

daher die Ausflußgeſchwindigkeit:

$$c_0 = 0{,}95\ \sqrt{2gh_0} = 0{,}95\ \sqrt{125} = 10{,}62 \text{ Fuß},$$

und nimmt man noch die Mündungsweite $e_0 = e - 0{,}25 = 3{,}75$ Fuß an, ſo folgt die Mündungshöhe:

$$d_0 = \frac{Q}{c_0 e_0} = \frac{20}{10{,}62 \,.\, 3{,}75} = 0{,}502 \text{ Fuß}.$$

Geben wir dem Rade 48 Schaufeln, ſo erhalten wir den äußeren Abſtand zwiſchen je zwei Schaufeln

$$b = \frac{2\pi a}{n} = \frac{2\pi . 8}{48} = \frac{3{,}1416}{3} = 1{,}047 \text{ Fuß.}$$

Nehmen wir an, daß die Schaufel EG den Weg $EE_1 = s = 0{,}9$ Fuß zurücklege, während ſie noch Waſſer aufnimmt und zeichnen wir hiernach nicht allein die Stellung E_1G_1 der Schaufel, ſondern auch den Querſchnitt des Waſſerkörpers in dem entſprechenden Augenblick der Zellenfüllung auf, ſo können wir nun auch die Tiefe $MN = z_1$ des Waſſerſpiegels W unter der Eintrittsſtelle A abmeſſen. Man findet auf dieſe Weiſe $z_1 = 1{,}25$ Fuß, und es iſt hiernach die Geſchwindigkeit des bei W auffallenden Waſſers:

$$c_1 = \sqrt{c^2 + 2gz_1} = \sqrt{144 + 62{,}5 . 1{,}25} = \sqrt{222} = 14{,}9 \text{ Fuß,}$$

ſowie die Abſciſſe des Punktes W:

$$x_1 = \overline{ON} = x + z_1 = 1{,}48 + 1{,}25 = 2{,}73 \text{ Fuß,}$$

die Ordinate deſſelben

$$y_1 = \overline{NW} = y\sqrt{\frac{x_1}{x}} = 2{,}21\sqrt{\frac{2{,}73}{1{,}48}} = 3{,}00 \text{ Fuß}$$

und für den Neigungswinkel $c_1 WD = \nu_1$ des in W einfallenden Waſſers

$$tang.\,\nu_1 = \frac{2x_1}{y_1} = \frac{5{,}46}{3{,}00} = 1{,}82, \text{ wonach}$$

$$\nu_1 = 61^0\,13' \text{ folgt.}$$

Da nun

$$c\,sin.\,\nu = 12\,sin.\,53^0\,24' = 9{,}634 \text{ und}$$

$$c_1\,sin.\,\nu_1 = 14{,}9\,sin.\,61^0\,13' = 13{,}059 \text{ iſt, ſo folgt}$$

$$\frac{2z_1}{c\,sin.\,\nu + c_1\,sin.\,\nu_1} = \frac{2 . 1{,}25}{22{,}693} = \frac{2{,}5}{22{,}693} = 0{,}1102,$$

während

$$\frac{s}{v} = \frac{0{,}9}{8} = 0{,}1125 \text{ giebt.}$$

Jedenfalls iſt die Differenz zwiſchen dieſen Werthen von $\frac{2z_1}{c_1\,sin.\,\nu + c_1\,sin.\,\nu_1}$ und $\frac{s}{v}$ klein genug um $s = 0{,}9$ und $z_1 = 1{,}25$ Fuß als die richtigen anſehen zu können.

Ferner iſt für den Winkel $WCF = \theta_1$, um welchen der Anfangspunkt W des waſſerhaltenden Bogens WF vom Radtiefſten F abſteht,

$$cos.\,\theta_1 = \frac{CD}{CW} = \frac{CB + z_1}{a_1} = \frac{1{,}54 + 1{,}25}{7{,}6} = 0{,}3671,$$

wonach $\theta_1 = 68^0\,28'$, und die Abweichung der Richtung des Waſſerſtrahles von der Bewegungsrichtung des Rades in W:

$$\alpha_1 = \theta_1 - \nu_1 = 68^0\,28' - 61^0\,13' = 7^0\,15' \text{ folgt.}$$

Da das wirkſame Druckgefälle im Rade

$$\overline{FD} = h_3 = h_2 - z_1 = 6{,}46 - 1{,}25 = 5{,}21 \text{ Fuß,}$$

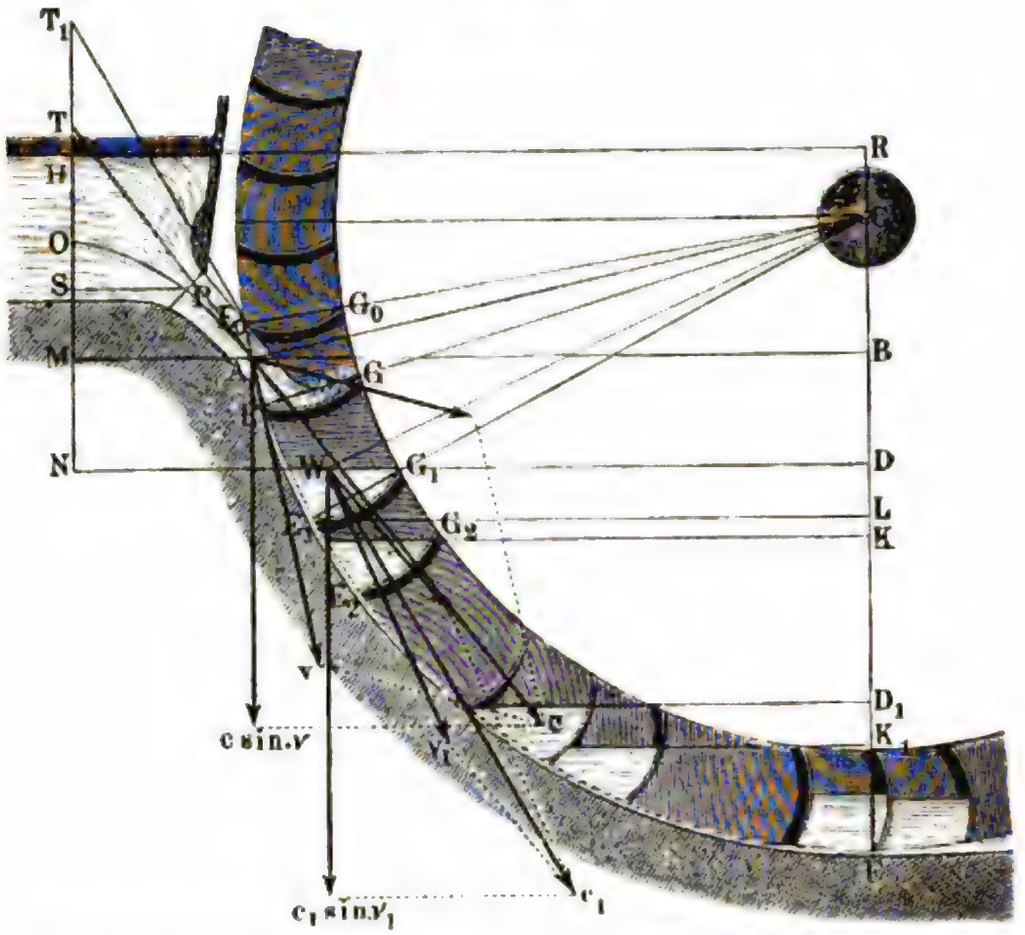
und die Geſchwindigkeit des Rades W:

$$v_1 = \frac{a_1}{a}v = \frac{7{,}6}{8} \cdot 8 = 7{,}6 \text{ Fuß iſt,}$$

ſo folgt die Leiſtung dieſes Kropfrades ohne Rückſicht auf die Waſſerverluſte u. ſ. w.:

$$L = \left(\frac{(c_1 \cos. \alpha_1 - v_1) v_1}{g} + h_3\right) Q\gamma$$
$$= [0{,}032\ (14{,}9 \cos. 7^0\,15' - 7{,}6) . 7{,}6 + 5{,}21]\ 20 . 61{,}75$$
$$= (0{,}032 . 7{,}10 . 7{,}6 + 5{,}21) . 1235 = (1{,}75 + 5{,}21) . 1235$$
$$= 6{,}96 . 1235 = 8596 \text{ Fußpfund.}$$

Fig. 426.



Iſt die Weite des Spielraumes im Kropfe $\sigma = 1/2$ Zoll und nimmt man $\mu = 0{,}7$ an, ſo hat man

$$\mu\sigma\theta a \sqrt{2g} = 0{,}7 . 1/24 . 8 . 7{,}906\ arc.78^0{,}54 = \frac{0{,}7 . 7{,}906}{3} \cdot 1{,}377 = 2{,}54.$$

Da ferner

$$Fv = \frac{60\,Q}{nuc} \cdot \frac{2\pi ua}{60} = \frac{2\pi a Q}{ne} = \frac{6{,}28 . 8 . 20}{48 . 4} = 5{,}23$$

und $h_3 = 5{,}21$ iſt, ſo folgt

$$\frac{\mu\sigma\theta a\sqrt{2g}}{Fvh_3} = \frac{2{,}54}{5{,}23 . 5{,}21} = 0{,}0932.$$

Iſt noch der mittlere Werth von $k\sqrt{l} = 0{,}5$, ferner $b = 1$ und der mittlere Werth von $^2/_3 p\sqrt{m} = 1{,}0$, ſo folgt

$\xi = 1 - 0{,}0932\ (0{,}5 + 1/4 . 1) = 1 - 0{,}0932 . 0{,}75 = 1 - 0{,}070 = 0{,}930$

und daher die effective Radleiſtung

$$L = \left(\frac{(c_1 \cos. \alpha_1 - v_1) v_1}{g} + \xi h_3\right) Q\gamma = (1{,}75 + 0{,}930 . 5{,}21) . 1235$$
$$= 6{,}595 . 1235 = 8145 \text{ Fußpfund.}$$

Wenn hiervon die übrigen Nebenhinderniſſe, der Luftwiderſtand und die Zapfenreibung 645 Fußpfund verzehren, ſo iſt die Nutzleiſtung dieſes Rades

$$L = 7500 \text{ Fußpfund} = 15\tfrac{1}{2} \text{ Pferdekräfte},$$

und der Wirkungsgrad deſſelben:

$$\eta = \frac{L}{Qh\gamma} = \frac{7500}{20.9.61{,}74} = \frac{25}{37} = 0{,}68.$$

Unterſchlägige Waſſerräder. Die unterſchlägigen Waſſerräder hängen in der Regel in einem Gerinne, welches mit ſeinem Boden und mit ſeinen Seitenwänden das Rad möglichſt genau umſchließen ſoll, damit ſich ſo wenig wie möglich Waſſer der Wirkung deſſelben auf das Rad entziehen kann. Aus dieſem Grunde iſt auch die Anwendung von einem Kropfgerinne, welches das Rad längs eines kleinen Bogens concentriſch umfaßt, zweckmäßiger, als die Anwendung von einem Schnurgerinne, welches das Rad nur tangirt. Ueberdies gewährt das Kropfgerinne, wenn es ſich nur auf der einen Seite des Rades befindet, noch den Nutzen, daß das Waſſer in ihm noch eine Druckwirkung hervorbringen kann, welche beim Schnurgerinne ganz ausfällt. Die Berechnung eines ſolchen unterſchlägigen Rades im Kropfgerinne (Fig. 427) iſt, wenn der Kropf AB wenigſtens 3 bis 4 Schaufeln umfaßt, genau ſo durchzuführen, wie die eines mittelſchlägigen Kropfrades. Auch ſind die mittel- und unterſchlägigen Kropfräder nach gleichen Regeln zu conſtruiren, da ſie ſich weſentlich nicht von einander unterſcheiden. Man wendet auch hier meiſt einfache radial geſtellte Schaufeln an; zuweilen neigt man ſie jedoch unten etwas nach der Schütze zu, damit ſie auf der anderen Seite des Rades kein Waſſer mit empor nehmen. Nicht ſelten ſetzt man ſie ſogar aus zwei Theilen BD und DE, Fig. 428, ſo zuſammen, daß dieſelben einen Winkel BDE von 100 bis 120° einſchließen. Es laſſen ſich hier große Oeffnungen im Boden ausſparen, ohne befürchten zu müſſen, daß das Waſſer durch dieſelben nach innen überfließt, und deshalb läßt man die Zellen dieſer Räder auch in der Regel zur Hälfte oder zwei Drittel vom Waſſer anfüllen, wendet alſo den Füllungscoefficienten $\varepsilon = \frac{1}{2}$ bis $\frac{2}{3}$ an. Um das Ueberlaufen des Waſſers

§. 210

Fig. 427

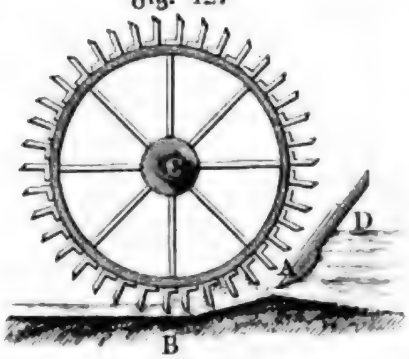
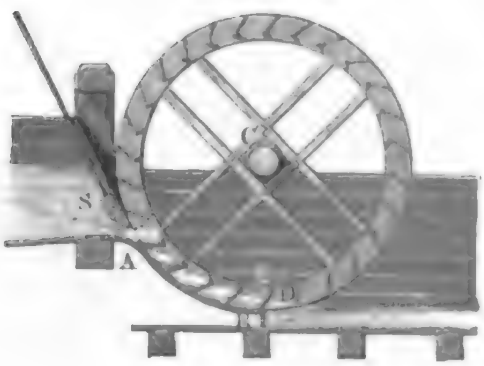


Fig. 428.



nach innen zu verhindern, oder um einen größeren Faſſungsraum zu erhalten, wendet man hier oft größere Radtiefen von $1^1/_4$ bis $1^1/_2$ Fuß an. Die tangentiale Einführung des Waſſers iſt hier noch leichter zu bewerkſtelligen als bei mittelſchlägigen Rädern. Um die Schützenmündung möglichſt nahe an das Rad legen zu können, wendet man ein geneigtes Schutzbrett S, Fig. 428, an, deſſen untere Kante noch abgerundet wird, um die partielle Contraction des Waſſerſtrahles zu verhindern.

§. 211 **Unterſchlägige Kropfräder.** Jedenfalls iſt die Leiſtung unterſchlägiger Kropfräder noch kleiner als die mittelſchlägiger, wo das Druckgefälle immer ein größeres iſt. Der Grund hiervon iſt leicht zu ermeſſen, da bei der Wirkung des Waſſers durch den Stoß mindeſtens die Hälfte der disponiblen Leiſtung verloren geht, während bei der Druckwirkung durch das Entweichen des Waſſers im ſchädlichen Raume höchſtens $^1/_4$ an der zu Gebote ſtehenden Leiſtung verloren wird. Die hierüber angeſtellten Verſuche haben dies auch zur Genüge bewieſen. Das eine Rad, an welchem Morin Verſuche angeſtellt hat, war 6 Meter hoch und 1,6 Meter lang und hatte 36 radial geſtellte Schaufeln. Das Schutzbrett war $34^1/_2{}^0$ gegen den Horizont geneigt und die Mündung unter demſelben ſtand noch 0,78 Meter vom Anfange des Kropfgerinnes ab. Das Totalgefälle betrug im Mittel 1,9 Meter, die Druckhöhe vor der Ausflußmündung im Mittel 1,4 Meter, es war demnach das Druckgefälle ungefähr 0,5 Meter. Die Umfangsgeſchwindigkeit des Rades war 2 bis 4 Meter, und die Geſchwindigkeit des eintretenden Waſſers 5 bis $5^1/_2$ Meter. So lange $\frac{v}{c}$ den Werth $= 0{,}63$ nicht übertraf, ergab ſich der Wirkungsgrad im Mittel $\eta = 0{,}41$, wenn aber $\frac{v}{c}$ zwiſchen den Grenzen 0,5 und 0,8 war, ſo ſtellte ſich η im Mittel nur 0,33 heraus. Wenn die ſchon früher gebrauchten Bezeichnungen c, v, Q und h auch hier gelten, ſo hat man hiernach für die Leiſtung dieſes Rades, ohne Rückſicht auf Zapfenreibung, im erſten Falle:

$$Pv = 0{,}74 \left(\frac{(c - v)v}{g} + h_2 \right) Q\gamma,$$

und im zweiten:

$$Pv = 0{,}60 \left(\frac{(c - v)v}{g} + h_2 \right) Q\gamma.$$

Das zweite Rad, mit welchem Morin noch Verſuche angeſtellt hat, war beinahe 4 Meter hoch, ungefähr 0,8 Meter weit, 0,3 Meter tief und hatte nur 24 Schaufeln. Das Waſſer floß aus der Mündung eines verticalen Schutzbrettes, und gelangte von da durch ein 0,8 Meter langes horizontales Gerinne bis zum Rade. Dieſes Gerinne ſowie der Kropf war von Quader-

ſteinen, und es hatte der ſchädliche Raum nur 0,005 Meter Weite. Das Gefälle betrug im Mittel 0,78 bis 1 Meter, die Druckhöhe des Waſſers hinter der Schütze aber war 0,15 bis 0,45 Meter. Die Verſuche wurden bei ſehr verſchiedenen Umfangsgeſchwindigkeiten des Rades angeſtellt, bei ſehr kleinen Geſchwindigkeiten war der Wirkungsgrad auch ſehr klein, bei der mittleren Geſchwindigkeit von 1,5 Meter aber war er am größten, und wenn dann die Geſchwindigkeit des eintretenden Waſſers hiervon nicht viel verſchieden war, ſo ſtellte ſich der größte Wirkungsgrad 0,49 heraus. Für die Geſchwindigkeitsverhältniſſe innerhalb der Grenzen $\frac{v}{c} = 1/4$ und $\frac{v}{c} = 2/4$ hat ſich im Mittel genau wie beim vorigen Rade $\eta = 0{,}74$ herausgeſtellt, daher auch hier die Formel

$$Pv = 0{,}74 \left(\frac{(c - v)v}{g} + h_2 \right) Q\gamma$$

gilt.

Morin macht nun mit den Reſultaten ſeiner Verſuche an Kropfrädern überhaupt folgende Zuſammenſtellung. Für dieſe Räder läßt ſich ſetzen:

$\eta = 0{,}40$ bis $0{,}45$, wenn $h_1 = 1/4\, h$
$\eta = 0{,}42$ bis $0{,}49$, wenn $h_1 = 2/5\, h$
$\eta = 0{,}47$, wenn $h_1 = 2/3\, h$ und
$\eta = 0{,}55$, wenn $h_1 = 3/4\, h$ iſt.

Beiſpiel. Man ſoll die Leiſtung eines unterſchlägigen Kropfrades von 15 Fuß Höhe angeben, welches in der Minute 8 Umdrehungen macht, ein Gefälle von 4 Fuß und ein Waſſerquantum von 20 Cubikfuß benutzt. Die Umfangsgeſchwindigkeit iſt

$$v = \frac{\pi u a}{30} = \frac{\pi . 8 . 15}{60} = 6{,}283 \text{ Fuß};$$

und wenn nun die Waſſergeſchwindigkeit doppelt ſo groß iſt, ſo hat man die Druckhöhe des Waſſers vor dem Schutzbrete, oder das ſogenannte Stoßgefälle

$$= 1{,}1 \cdot \frac{c^2}{2g} = 1{,}1 \,.\, 0{,}016 \,.\, 12{,}566^2 = 2{,}779 \text{ Fuß};$$

daher bleibt für Druckgefälle $h_2 = 4 - 2{,}779 = 1{,}221$ Fuß übrig, und es iſt nun die theoretiſche Leiſtung:

$L = (0{,}032 \,.\, 6{,}283^2 + 1{,}221) \,.\, 20 \,.\, 61{,}75 = (1{,}263 + 1{,}221) \,.\, 1235 = 3067$ Fußpfd.

Nun hat man aber hier h_1 nur:

$$\frac{1{,}221}{4} h = 0{,}3\, h,$$

daher möchte der Coefficient η nur 0,42 zu ſetzen, alſo die Leiſtung

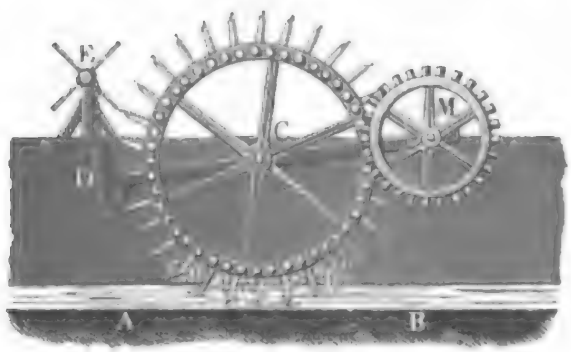
$$L = 0{,}42 \,.\, 3279 = 1288 \text{ Fußpfund}$$

anzunehmen, und hiervon ſelbſt noch die Arbeit der Zapfenreibung abzuziehen ſein.

Räder im Schnurgerinne. Die ſchwächſten Leiſtungen liefern die unterſchlägigen Räder im Schnurgerinne, weil dieſelben nur durch den §. 212

Waſſerſtoß in Umdrehung geſetzt werden, und weil ſie überdies noch ein bedeutendes Waſſerquantum unbenutzt fortgehen laſſen. Sie kommen nur bei unbedeutenden Gefällen von noch nicht 4 Fuß vor, weil hier die Anwendung eines Kropfes noch keine weſentlichen Vortheile gewährt. Wegen ihrer geringen Leiſtung erſetzt man ſie gern durch Ponceleträder, oder durch Turbinen, wovon in der Folge die Rede ſein wird. Man giebt dieſen Rädern nur 12 bis 24 Fuß Höhe, und verſieht ſie mit 24 bis 48, meiſt radial oder unten wenig nach der Schütze zu ſchräg geſtellten Schaufeln. Die Schaufeln müſſen dreimal ſo breit gemacht werden, als der ankommende Waſſerſtrahl dick iſt, weil das Waſſer nach vollbrachtem Stoße mit dem Rade eine Geſchwindigkeit annimmt, die bei der größten Wirkung 35 bis 40 Procent der Geſchwindigkeit des Waſſers vor dem Stoße iſt, daher der fortfließende Waſſerſtrom $2\frac{1}{2}$ bis 3 mal ſo dick iſt, als der ankommende Waſſerſtrahl. In der Regel iſt der ankommende Waſſerſtrahl 4 bis 6 Zoll dick, daher die Höhe des fortgehenden Waſſers 10 bis 18 Zoll, und die nöthige Schaufelbreite, damit das Waſſer nicht nach innen überfließe, 12 bis 20 Zoll. Das Schnurgerinne, in welchem ein gemeines unterſchlägiges Rad hängt, iſt entweder horizontal, wie AB, Fig. 429, oder geneigt, wie AB, Fig. 430. Damit ſo wenig wie möglich Waſſer unbenutzt durchgehe, darf der Zwiſchenraum zwiſchen Rad und Gerinne nur 1 bis 2 Zoll, beſſer ſoll er aber noch weniger betragen. Aus demſelben Grunde iſt es auch beſſer, wenn man, wie Fig. 431 vor Augen führt, eine ſchwache Krümmung in das Gerinne legt, und wenn man das Rad eng ſchaufelt, ſo daß immer 4 bis 5 Schaufeln in das Waſſer eingetaucht ſind. Die Spannſchütze legt man gern ſchief, um die Ausflußmündung der Eintrittsmündung möglichſt nahe zu bringen und die Contraction des Waſſerſtrahles möglichſt zu beſeitigen. Unter dem Rade bringt man oft einen Abfall an, weil hier ein Rückſtau des Waſſers bis zum Rade den Gang des Rades ſehr ſtören oder ganz verhindern kann. Auch wendet man in ſolchen Fällen noch beſondere Vorrichtungen zum Heben oder Senken des Rades und nach Befinden auch des Gerinnes an. Man nennt dieſe Vorrichtungen **Panſterzeuge**, und unterſcheidet in den Werken über Mühlenbaukunſt **Stock-** und **Ziehpanſter**. Bei den erſteren wird das Angewelle (Angewäge) durch **Hebeladen** (ſ. Bd. I, §. 135), bei den zweiten aber durch **Ketten** u. ſ. w. gehoben oder geſenkt.

Fig. 429.



In Fig. 429 iſt ein Ziehpanſter abgebildet. Die Axe M des Hebels MD fällt hier mit der Umdrehungsaxe der Welle, welche die Bewegung fortpflanzt,

Fig. 430.

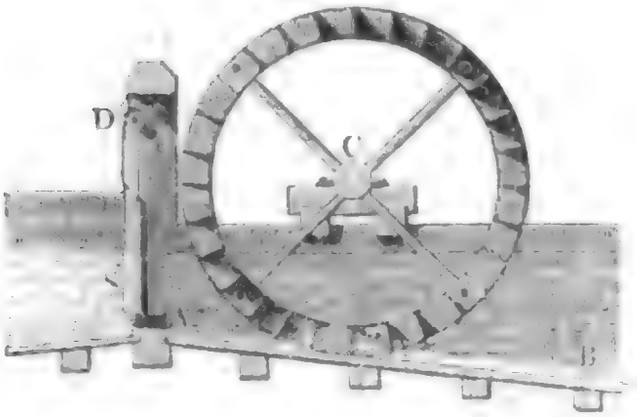
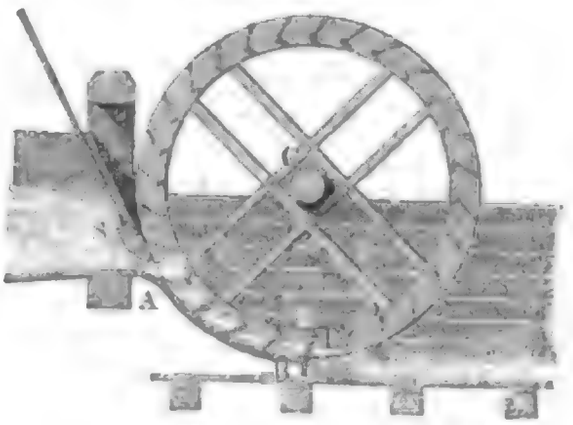


Fig. 431.



zuſammen, damit ſich der Eingriff zwiſchen Rad und Getriebe beim Heben oder Senken des Rades nicht ändert. In C trägt dieſer Hebel das Rad, und in D wird derſelbe mittels eines Kreuzhaspels E und einer Kette DE auf- oder niedergelaſſen. Um dieſe unvollkommenen und ſchwerfälligen Vorrichtungen nicht nöthig zu haben, wendet man in neuerer Zeit bei veränderlichem Waſſerſtande lieber Turbinen ſtatt unterſchlägiger Waſſerräder an, um ſo mehr, da dieſe auch mehr Leiſtung geben, als dieſe Räder.

Waſſerverluſt im Schnurgerinne. Iſt c die Geſchwindigkeit des §. 213
Waſſers und v die Umfangsgeſchwindigkeit des Rades, ſo hat man für die Leiſtung eines unterſchlägigen Rades im Schnurgerinne die theoretiſche Formel:

$$Pv = \frac{(c - v)\,v}{g}\,Q_1\,\gamma,$$

und alſo die Umdrehungskraft:

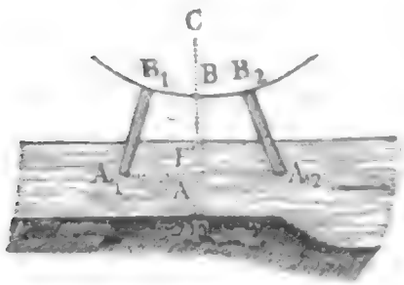
$$P = \frac{c - v}{g}\,Q_1\,\gamma = 1{,}976\,(c - v)\,Q_1$$

(ſ. Bd. I, §. 501). Hier bezeichnet allerdings Q_1 das wirklich zum Stoße gelangende Waſſerquantum; es iſt daher noch zu unterſuchen, in welchem Verhältniſſe daſſelbe zum ganzen Aufſchlagsquantum ſteht. Der Waſſerverluſt bei einem Rade im Schnurgerinne iſt ein doppelter. Erſtens geht Waſſer unbenutzt durch den Zwiſchenraum zwiſchen Rad und Gerinne hindurch, und es findet zweitens ein Waſſerverluſt dadurch ſtatt, daß gewiſſe, namentlich tiefere Waſſerelemente, gar nicht zum Stoße gegen die vorausgehende Schaufel gelangen.

Betrachten wir zunächſt den Waſſerverluſt durch den Spielraum unter dem Radtiefſten. Die Höhe des Spielraumes unter dem Rade iſt veränder-

lich; ſteht die Schaufel AB, Fig. 432, am tiefſten Punkte, ſo iſt dieſe Höhe dem kürzeſten Abſtande $\overline{AF} = \sigma$ des Rades vom Gerinne gleich, ſtehen aber zwei benachbarte Schaufeln A_1B_1 und A_2B_2 um gleichviel vom Tiefſten F ab, ſo iſt die Höhe EF des ſchädlichen Raumes am größten. Setzen wir den Radhalbmeſſer $\overline{CA} = a$, und die Schaufelzahl des Rades $= n$, ſo haben wir die halbe Entfernung $EA_1 = EA_2$ je zweier Schaufeln von einander:

Fig. 432.



$$= \frac{2\pi a}{2n} = \frac{\pi a}{n},$$

und daher die Bogenhöhe:

$$\overline{EA} \text{ annähernd} = \frac{\overline{EA_1^2}}{2a} = \left(\frac{\pi}{n}\right)^2 \frac{a}{2};$$

es ſtellt ſich folglich die größte Höhe des ſchädlichen Raumes

$$\overline{EF} = \sigma + \left(\frac{\pi}{n}\right)^2 \frac{a}{2}$$

heraus, und es läßt ſich ſonach der mittlere Werth deſſelben

$$= \sigma + \left(\frac{\pi}{n}\right)^2 \frac{a}{4}$$

ſetzen. Multiplicirt man hiermit die ganze Gerinneweite e_1, ſo erhalten wir den Querſchnitt des ſchädlichen Raumes:

$$= e_1 \left[\sigma + \left(\frac{\pi}{n}\right)^2 \frac{a}{4}\right],$$

und es iſt nur noch die Geſchwindigkeit w zu ermitteln, mit welcher das Waſſer durch denſelben entweicht. Steht die Oberfläche des Unterwaſſers in gleichem Niveau mit der Oberfläche des ankommenden Strahles, ſo kann das Waſſer ungehindert mit der Geſchwindigkeit c durch EF hindurchgehen, und es iſt daher die unter dem Rade unbenutzt hinwegfließende Waſſermenge:

$$Q_2 = \left[\sigma + \left(\frac{\pi}{2n}\right)^2 a\right] e_1 c;$$

ſteht aber die Oberfläche des Unterwaſſers höher als die des anſtoßenden, welcher Fall allemal eintritt, wenn das Abzugsgerinne AB, Fig. 433, unter oder nahe hinter dem Rade keinen Abfall hat, ſo iſt die Geſchwindigkeit des entweichenden Waſſers kleiner, weil hier ein Gegendruck vom Unterwaſſer dem Ausſtrömen entgegenwirkt. Setzen wir die Strahldicke $AD = d_1$ und die Höhe AE des abfließenden Waſſers $= d_2$, ſo haben wir

aus bekannten Gründen $d_1 c = d_2 v$, und daher

$$d_2 = \frac{d_1 c}{v},$$

sowie den Niveauabstand

$$d_2 - d_1 = \left(\frac{c - v}{v}\right) d_1.$$

Fig. 433.

Hiernach folgt für diesen Fall die Geschwindigkeit des durch den Spielraum unter dem Rade entweichenden Wassers:

$$w = \sqrt{c^2 - 2g\left(\frac{c - v}{v}\right) d_1},$$

also der Wasserverlust:

$$Q_2 = e_1 \left[\sigma + \left(\frac{\pi}{2n}\right)^2 a\right] \sqrt{c^2 - 2g\left(\frac{c - v}{v}\right) d_1}.$$

Dieser Ausdruck ist jedoch, wie der obere, noch mit einem Ausflußcoefficienten μ zu multipliciren, der wie beim Kropfrade, $= 0{,}7$ gesetzt werden kann. Noch etwas Wasser fließt durch den Spielraum zur Seite der Radkränze ab. Der Querschnitt des Wassers, welches auf diese Weise verloren geht, ist $d_1 \sigma_1$ zu setzen, und daher für den ersten Fall diese Abflußmenge:

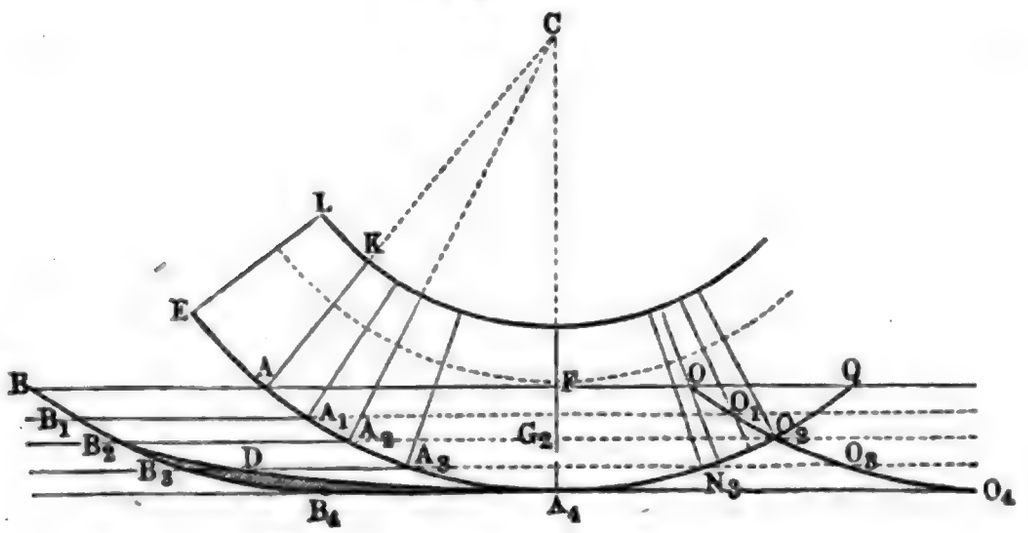
$$Q_3 = 2\mu d_1 \sigma_1 c,$$

im zweiten aber:

$$Q_3 = 2\mu d_1 \sigma_1 \sqrt{c^2 - 2g\left(\frac{c - v}{v}\right) d_1}.$$

Gerstner's Formel. Das Wasserquantum, welches zwischen den Schaufeln durchgeht, ohne zum Stoße zu gelangen, läßt sich, wenn auch nur annähernd, nach Gerstner auf folgende Weise ermitteln. Aus der Entfernung $\overline{AE} = b$, Fig. 434, je zweier Schaufeln von einander §. 214

Fig. 434.



ergiebt ſich mit Hülfe der Geſchwindigkeiten c und v des Waſſers und des Rades, die Länge $\overline{AB} = \overline{A_1B_1} = \overline{A_2B_2}$ u. ſ. w. derjenigen Waſſerfäden, welche in dem Zwiſchenraume zwiſchen je zwei Schaufeln Platz finden, $l = \frac{c}{v}\, b$. Wenn nun von dem Waſſerfaden AB das erſte Element A die Schaufel AK in A trifft, ſo wird das letzte Element B deſſelben dieſe in einem Punkte O treffen, deſſen Entfernung $\overline{AO}$ von A beſtimmt iſt durch die Gleichung:

$$\frac{AO}{v} = \frac{BO}{c}, \text{ oder } \frac{AO}{v} = \frac{AO}{c} + \frac{BA}{c},$$

es folgt hiernach:

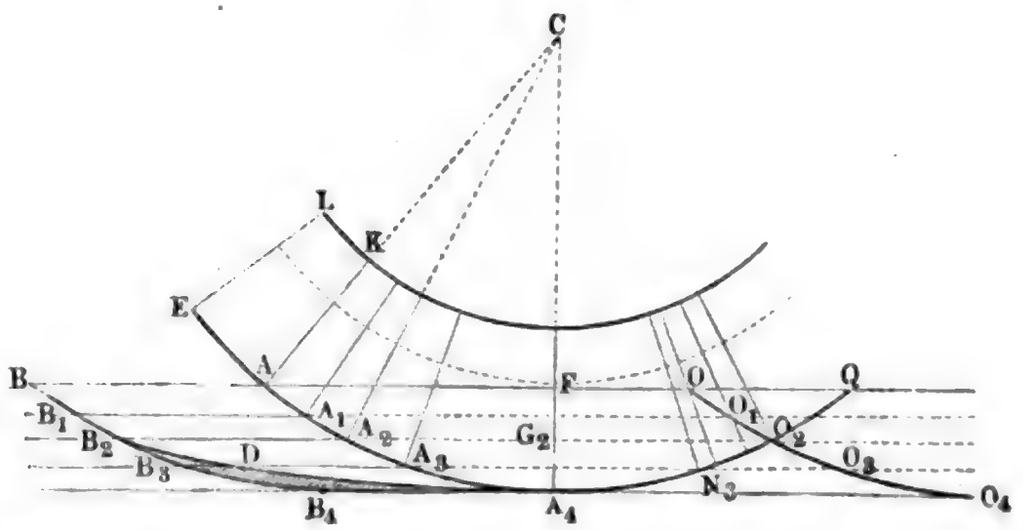
$$\overline{AO} = \left(\frac{v}{c-v}\right) \cdot \overline{BA} = \frac{vl}{c-v};$$

ebenſo iſt für tiefere Waſſerfäden:

$$\overline{A_1O_1} = \overline{A_2O_2} = \overline{AO} = \frac{vl}{c-v}.$$

Das letzte Element B_2 des Waſſerfadens A_2B_2 trifft allerdings noch die Schaufel, dagegen das letzte Element B_3 eines tieferen Fadens A_3B_3

Fig. 435.



würde die Schaufel erſt in O_3 erreichen, wo ſich dieſelbe in Folge ihrer Kreisbewegung aus der Bewegungsrichtung des Fadens A_3B_3 herausgezogen hat; es kann alſo daſſelbe nicht zum Stoße gelangen. Aber nicht allein B_3, ſondern ein ganzer Theil B_3D des Waſſerfadens A_3B_3 kommt nicht zum Stoße, weil erſt das Element D die Schaufel in N erreicht.

Die Länge A_3D desjenigen Theiles vom Waſſerfaden A_3B_3, welcher noch zum Stoße gelangt, iſt beſtimmt durch Umkehrung der obigen Formel, indem man ſetzt:

$$\overline{A_3 D} = \frac{c - v}{v} \cdot \overline{A_3 N}.$$

Dies gilt für alle Wasserfäden zwischen $A_2 B_2$ und $A_4 B_4$, es ist daher auch der Inbegriff aller zwischen $A_2 B_2 D A_4 A_3 A_2$ liegenden und eine Schaufel stoßenden Wasserfäden, $= \frac{c - v}{v}$ mal Summe aller Sehnen zwischen $A_2 O_2$ und A_4, d. i. $\frac{c - v}{v}$ mal Kreissegment $A_2 O_2 A_4$. Dieses Segment läßt sich aber (s. „Ingenieur", Geometrie S. 189) $= \frac{2}{3} \overline{A_2 O_2} \cdot \overline{A_4 G_2}$ $= \frac{2}{3} \overline{AO} \cdot \overline{A_4 G_2}$ setzen; daher ist denn der Querschnitt der zum Stoße gelangenden Wassermenge

$$A_2 B_2 D A_4 = \frac{c - v}{v} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{vl}{c - v} \cdot \overline{A_4 G_2} = \frac{2}{3} l \cdot \overline{A_4 G_2},$$

und hiernach das Verhältniß der zum Stoß gelangenden Wassermenge Q_1 zur ganzen Wassermenge:

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{\text{Fläche } A B B_2 A_2 + \text{Fläche } A_2 B_2 D A_4}{\text{Fläche } A B B_4 A_4} = \frac{l \cdot \overline{FG_2} + \frac{2}{3} l \cdot \overline{A_4 G_2}}{l \cdot \overline{A_4 F}}$$

$$= \frac{\overline{A_4 F} - \frac{1}{3} \overline{A_4 G_2}}{\overline{A_4 F}} = 1 - \frac{\overline{A_4 G_2}}{3 \overline{A_4 F}}.$$

Ist ferner a der Halbmesser $\overline{CA}$ des Rades, so läßt sich, den Eigenschaften des Kreises zufolge, annähernd:

$$\overline{A_4 F} = \frac{\overline{AF^2}}{2a} \text{ und } \overline{A_4 G_2} = \frac{\overline{A_2 G_2^2}}{2a},$$

$$\text{folglich } \frac{A_4 G_2}{A_4 F} = \frac{\overline{A_2 G_2^2}}{\overline{AF^2}} \text{ setzen.}$$

Nun ist $\overline{A_2 G_2} = \frac{1}{2} \overline{AO} = \frac{1}{2} \frac{vl}{c - v}$, und

$\overline{AF} = \frac{1}{2} \overline{AQ} = \frac{1}{2} n_1 b = \frac{1}{2} n_1 \cdot \frac{v}{c} l$, wenn n_1 die Anzahl aller ins Wasser eingetauchten Schaufeln bezeichnet, daher folgt:

$$\frac{A_4 G_2}{A_4 F} = \frac{1}{n_1^2} \cdot \left(\frac{c}{c - v}\right)^2,$$

und endlich die stoßende oder Arbeit verrichtende Wassermenge:

$$Q_1 = \left[1 - \frac{1}{3 n_1^2} \left(\frac{c}{c - v}\right)^2\right] Q.$$

Man ersieht hieraus, daß dieser Verlust um so kleiner ausfällt, je größer die Anzahl der eingetauchten Schaufeln, je größer also auch die Zahl n der

Schaufeln überhaupt, und, da die Schaufelzahl mit dem Radhalbmesser wächst, je größer die Radhöhe ist.

Beispiel. Wenn ein unterschlägiges Rad im Schnurgerinne mit 3 Schaufeln ins Wasser eingetaucht ist, und halb so viel Geschwindigkeit hat als das ankommende Wasser, so beträgt bei demselben das Verhältniß der stoßenden Wassermenge zur ankommenden:

$$\frac{Q_1}{Q} = 1 - {}^1/_{27}\left(\frac{1}{{}^1/_2}\right)^2 = 1 - {}^4/_{27} = {}^{23}/_{27} = 0{,}85 \text{ Procent};$$

es geht also 15 Procent Wasser unbenutzt durch.

Anmerkung. Die obige Untersuchung setzt voraus, daß jedes Wasserelement, nachdem es gegen eine Schaufel gestoßen hat, dem folgenden Platz macht, damit dieses ebenfalls die Schaufel stoßen könne. Da nach dem in Bd. I, §. 501 Vorgetragenen jedes Wasserelement während seines Stoßes oder während seiner Wirkung gegen die Schaufel an dieser in die Höhe steigt, so möchte sich dieser Annahme nichts Wesentliches entgegensetzen lassen.

Wenn das Rad unmittelbar unter dem Fuße A_4 einen Abfall hat, so findet nur vor $A_4 F$ ein Stoß statt; deshalb ist dann statt Segment $A_2 O_2 A_4$ nur dessen Hälfte $= {}^1/_3 l A_4 G_2$ in Rechnung zu bringen, und

$$Q_1 = \left[1 - \frac{2}{3 n_1^2}\left(\frac{c}{c - v}\right)^2\right] Q \text{ zu setzen.}$$

§. 215 **Leistung unterschlägiger Räder.** Wenn wir nun auf die im Vorstehenden gefundenen Wasserverluste und auch noch auf die Zapfenreibung Rücksicht nehmen, so können wir die effective Leistung eines unterschlägigen Wasserrades mit ziemlicher Sicherheit bestimmen. Es ist nämlich:

$$L = Pv = \frac{(c - v)v}{g}(Q_1 - Q_2)\gamma - \varphi \frac{r}{a} G v,$$

oder annähernd:

$$Q_2 = \sigma e c = \frac{\sigma}{d_1} Q \text{ und } Q_1 = \left[1 - \frac{1}{3 n^2}\left(\frac{c}{c - v}\right)^2\right] Q$$

gesetzt,

$$Pv = \frac{(c - v)v}{g}\left[1 - \frac{\sigma}{d_1} - \frac{1}{3 n_1^2}\cdot\left(\frac{c}{c - v}\right)^2\right] Q\gamma - \varphi \frac{r}{a} G v.$$

In dem Falle, wenn, wie in Fig. 436 abgebildet ist, die Sohle des Abzugsgrabens mit der des Schußgerinnes zusammenfällt, und daher das Wasser nach vollbrachter Wirkung, wo es die Geschwindigkeit v des Rades angenommen hat, mit der Tiefe $\overline{AE} = d_2 = \frac{c}{v} d_1$ fortfließt, findet noch eine Reaction des Wassers auf die Radschaufeln statt, deren mechanische Arbeit

Fig. 436.

$$L_1 = (d_2 - d_1)\, Q\gamma = \left(\frac{c - v}{v}\right) d_1\, Q\gamma$$

zu setzen ist, da hier die Druckhöhe d_1 in d_2 übergeht.

Diese Arbeit fällt um so größer aus, je größer die Differenz $c - v$ der Geschwindigkeiten und je größer die Dicke $\overline{AD} = d_1$ des ankommenden Wasserstrahles ist; um auf diese Weise wenig an Leistung zu verlieren, müßte daher das Rad schnell umgehen, und das Wasser in einem breiten und dünnen Strahle zufließen. Wir können indessen diese Arbeit der Reaction nur als relativen Verlust der Wirkung des Rades ansehen, da in Folge dieses Aufsteigens des Wasserspiegels auch das Totalgefälle, von Wasserspiegel zu Wasserspiegel gemessen, um $d_2 - d_1$ und also auch die disponible Arbeit um $(d_2 - d_1)\, Q\gamma$ kleiner wird. Jedenfalls werden wir daher keinen beträchtlichen Fehler begehen, wenn wir bei der Berechnung auf diese Wirkung des Rades nicht Rücksicht nehmen.

Es ist nun noch die Frage, bei welchem Verhältnisse $\frac{v}{c}$ der Radgeschwindigkeit zur Wassergeschwindigkeit wird die Leistung des unterschlägigen Rades am größten? Verhältnißmäßig ist hier der Verlust an Leistung, welchen das Rad durch die Zapfenreibung verliert, klein, wir können daher bei der Ermittelung des der Maximalleistung entsprechenden Verhältnisses $\frac{v}{c}$ dieselbe unbeachtet lassen, und haben daher dann nur das Maximum von

$$(c - v)\, v \left(1 - \frac{\sigma}{d_1} - \frac{c^2}{3\, n_1^2 (c - v)^2}\right) \text{ oder}$$

$$\left(1 - \frac{\sigma}{d_1}\right)(c\, v - v^2) - \frac{c^2 v}{3\, n_1^2\, (c - v)} \text{ zu finden.}$$

Der höhere Calcül findet die Bedingung

$$\left(1 - \frac{\sigma}{d_1}\right)(c - 2\, v) = \frac{c^3}{3\, n_1^2 (c - v)^3},$$

wonach sich nun

$$v = \frac{c}{2}\left(1 - \frac{c^2}{3\, n_1^2 \left(1 - \frac{\sigma}{d_1}\right)(c - v)^2}\right) \text{ setzen läßt.}$$

Man ersieht hieraus, daß die Maximalleistung erlangt wird, wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Rades etwas kleiner als die halbe Wassergeschwindigkeit ist.

Beispiel. Welche Leistung verspricht ein unterschlägiges Wasserrad im Schnurgerinne, welches bei 3 Fuß Gefälle ein Aufschlagsquantum Q von 20 Cubikfuß benutzt? Die theoretische Wassergeschwindigkeit ist:

$$c = \sqrt{2gh} = 7{,}906 \,.\, \sqrt{3} = 13{,}69 \text{ Fuß,}$$

die effective Geschwindigkeit des Wassers läßt sich aber $= 0{,}95 \,.\, 13{,}69 = 13$ Fuß annehmen. Setzen wir die Strahlhöhe $d_1 = 4$ Zoll $= \frac{1}{3}$ Fuß, so müssen wir die Mündungsweite

$$e_1 = \frac{Q}{d_1 c} = \frac{20}{\frac{1}{3} \,.\, 13} = \frac{60}{13} = 4{,}615 \text{ Fuß}$$

und die Radweite e von 4,75 Fuß in Anwendung bringen. Rechnen wir nun auf den schädlichen Raum die Weite $\sigma = \frac{3}{4}$ Zoll; so erhalten wir den Verlust des Wassers durch den Spielraum des Rades im Gerinne:

$$\frac{\sigma}{d_1} = \frac{\frac{3}{4}}{4} = \frac{3}{16}$$

Geben wir ferner dem Rade den Halbmesser $a = 10$ Fuß, so können wir es mit 48 Schaufeln, jede von 1 Fuß Breite, ausrüsten, und annehmen, daß vom ganzen Radumfange der Theil

$$\frac{2\sqrt{d_1 \,.\, 2a}}{2\pi a} = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{2d_1}{a}} = 0{,}318\sqrt{\frac{2}{30}} = 0{,}0822,$$

und von den sämmtlichen Radschaufeln $= 48 \,.\, 0{,}0822 = 3{,}95$ oder beinahe 4, ins Wasser eingetaucht sind. Hiernach ist nun die vortheilhafteste Radgeschwindigkeit

$$v = \tfrac{13}{2}\left(1 - \frac{c^2}{3 \,.\, 16 \,.\, \frac{13}{16}\,(c - v)^2}\right) = \tfrac{13}{2}\left[1 - \tfrac{1}{39}\left(\frac{c}{c - v}\right)^2\right]$$

zu setzen. Sehr leicht findet man hieraus annähernd, $v = 0{,}45\,c$. Bringen wir aber wegen der Zapfenreibung, $v = 0{,}43\,c$ in Anwendung, so erhalten wir die effective Leistung des Wassers:

$$L = \frac{0{,}57 \,.\, 0{,}43\,c^2}{g}\left[\tfrac{13}{16} - \tfrac{1}{48} \cdot \left(\tfrac{1}{0{,}57}\right)^2\right] . 20 \,.\, 61{,}75$$

$$= 0{,}032 \,.\, 0{,}2451 \,.\, 169\,(0{,}8125 - 0{,}0641) \,.\, 1235 = 1225 \text{ Fußpfund.}$$

Wenn noch das Gewicht dieses Rades 7200 Pfund beträgt und hiernach die Halbmesser seiner Zapfen $= 0{,}024 \,.\, \sqrt{3600} = 1{,}5$ Zoll oder, des allmäligen Abführens wegen, $= 1{,}75$ Zoll gemacht werden und der Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}1$ gesetzt wird, so erhält man noch den Arbeitsverlust wegen der Zapfenreibung:

$$= 0{,}1 \cdot \frac{1{,}75}{12 \,.\, 10} \cdot 7200 \,.\, 0{,}43 \,.\, 13 = 61 \text{ Fußpfund,}$$

daher die effective Leistung dieses Wasserrades:

$$L = 1225 - 61 = 1164 \text{ Fußpfund} = 2{,}43 \text{ Pferdekräfte,}$$

und endlich den Wirkungsgrad desselben:

$$\eta = \frac{1164}{3 \,.\, 20 \,.\, 61{,}75} = \frac{1164}{3705} = 0{,}315.$$

§. 216 Effective Leistungen. Ueber die Leistungen unterschlägiger Räder im Schnurgerinne sind nur Versuche an Modellen, und zwar von de Parcieux, Bossut, Smeaton, Nordwall und Lagerhjelm u. s. w. bekannt. Die vorzüglichsten unter ihnen sind aber die von Smeaton und Bossut. Im Wesentlichen stimmen die Ergebnisse aller dieser Untersuchungen nicht allein unter sich, sondern auch mit der Theorie überein. Die Wirkungen der Räder wurden bei allen diesen Versuchen dadurch ermittelt, daß man durch sie mittels einer Schnur, welche sich um die Welle des Rades umwickelte, Gewichte heben ließ. Smeaton machte seine Ver-

ſuche (ſiehe Recherches expériment. sur l'eau et le vent etc.) an einem kleinen Rade von 75 Zoll Umfang, mit vierundzwanzig 4 Zoll langen und 3 Zoll breiten Schaufeln. Das Hauptergebniß, zu welchem er gelangte, iſt: der größte Wirkungsgrad eines unterſchlägigen Waſſerrades im Schnurgerinne findet bei dem Geſchwindigkeitsverhältniſſe $\frac{v}{c} = 0{,}34$ bis $0{,}52$ ſtatt, und beträgt 0,165 bis 0,25. Boſſut gebrauchte bei ſeinen Verſuchen ein Rad von 3 Fuß Höhe mit 48 oder 24 oder 12 Schaufeln von 5 Zoll Länge und 4 bis 5 Zoll Breite. Er fand, ganz der Theorie entſprechend, die Wirkung bei 48 Schaufeln größer als bei 24, und bei 24 größer als bei 12; auch folgerte er, daß es zweckmäßig ſei, circa 25° vom Radumfange oder $^{25}/_{360} . 48 = {}^{10}/_{3}$, alſo mehr als drei Schaufeln ins Waſſer eintauchen zu laſſen. Aus den Verſuchen Boſſut's an dem Rade mit 48 Schaufeln ſtellt ſich ein etwas größerer Wirkungsgrad heraus, als ihn die Smeaton'ſchen Verſuche geben; Gerſtner, welcher auch findet, daß die Boſſut'ſchen Verſuche mehr mit ſeiner Theorie übereinſtimmen, als die von Smeaton, mißt dieſe Abweichung dem Umſtande bei, daß das Rad von Smeaton eine kleinere Schaufelzahl hatte als das von Boſſut, und daß bei demſelben auch ein beträchtlicher Rückſtau ſtatt fand. Im Mittel läßt ſich aus den Verſuchen beider Experimentatoren für die effective Leiſtung eines ſolchen Rades, ohne Rückſicht auf Zapfenreibung, ſetzen:

$$L = 0{,}61 \frac{(c - v)v}{g} Q\gamma = 1{,}205\ (c - v)vQ \text{ Fußpfund.}$$

Dieſe Formel iſt jedoch, Erfahrungen zufolge, nur dann genügend, wenn der Spielraum $1^1/_2$ Zoll nicht übertrifft; außerdem hat man ſtatt $Q = Fc$, wo F den Inhalt des ins Waſſer getauchten Flächenſtücks der Schaufeln bezeichnet, und 0,76 ſtatt 0,61; nach Chriſtian (ſ. deſſen Mécanique industr.) alſo

$$L = 0{,}76\ F\gamma \cdot \frac{(c - v)}{g} cv = 1{,}502\ (c - v)\ Fcv \text{ Fußpfund}$$

zu ſetzen.

Uebrigens läßt ſich auch aus allen dieſen Verſuchen folgern, daß die größte Wirkung, wie auch die Theorie giebt, bei dem Geſchwindigkeitsverhältniſſe $\frac{v}{c} = 0{,}4$ ſtattfindet, daß aber bei großen Geſchwindigkeiten dieſes Verhältniß etwas kleiner, und bei großen Waſſermengen etwas größer ausfällt.

In Schweden angeſtellte Verſuche an Modellrädern, eins von 3 und eins von 6 Fuß Durchmeſſer, jenes mit 72 und dieſes mit 144 Schaufeln, werden in dem zweiten Bande des ſchon oben citirten Werkes von Lagerhjelm, Forſelles und Kallſtenius beſchrieben. Ihnen zufolge ſtellt ſich der Wirkungsgrad eines Rades im Schnurgerinne noch größer, nämlich ohne

Rückſicht auf Reibung, 0,3 bis 0,35 heraus, wenn das Geſchwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c}$ nahe $1/2$ iſt. Da hier die Anzahl der eingetauchten Schaufeln ſehr groß war, ſo läßt ſich erwarten, daß hier nur ſehr wenig Waſſer ohne Wirkung fortging, und es iſt daher dieſe hohe Wirkung des Rades erklärlich und mit der Theorie in guter Uebereinſtimmung.

Beiſpiel. Die empiriſche Formel $L = 1{,}205\,(c - v)\,Q\,v$ giebt für den im Beiſpiele zu §. 215 behandelten Fall, wo $c = 13$, $v = 0{,}43\,.\,c = 5.59$ und $Q = 20$ iſt, die Leiſtung des Rades $= 1{,}205\,.\,0{,}57\,.\,0{,}43\,.\,20\,.\,13^2 = 998$ Fußpfund, während wir durch die theoretiſche Formel 1225 Fußpfund gefunden haben.

§. 217 **Theilung der Waſſerkraft.** Man vertheilt ſehr oft eine vorhandene Waſſerkraft auf mehrere Räder, nicht allein, weil ein Rad allein zu groß ausfallen würde, ſondern auch, und zwar vorzüglich, um die Arbeitsmaſchinen unabhängig von einander in Gang ſetzen zu können, und keine Stellvorrichtungen zum An- und Abſchluß mehrerer Arbeitsmaſchinen an einer und derſelben Kraftmaſchine nöthig zu haben. Bei dieſer Theilung können zwei Fälle vorkommen, man kann nämlich entweder das Waſſer, oder man kann das Gefälle theilen. Im Allgemeinen läßt ſich annehmen, daß bei Druckrädern eine Theilung des Waſſerquantums und bei Stoßrädern eine Theilung des Gefälles das Zweckmäßigere iſt, denn wir haben im Vorhergehenden geſehen, daß der Wirkungsgrad eines höheren oberſchlägigen Rades größer iſt, als der eines kleineren oberſchlägigen oder gar mittelſchlägigen Rades, und umgekehrt können wir leicht ermeſſen, daß der Verluſt durch den Stoß des Waſſers und der durch den ſchädlichen Raum kleiner iſt bei zwei hinter einander hängenden Rädern als bei zwei neben einander hängenden, weil die der verlorenen Wirkung entſprechende Geſchwindigkeitshöhe $\frac{(c - v)^2}{2g}$ (ſ. Bd. I, §. 436) und das Verhältniß $\frac{\sigma}{d_1}$ des ſchädlichen Raumes zur Waſſertiefe kleiner iſt, als im letzteren Falle. Bei mittelſchlägigen Kropfrädern, wo das Waſſer durch Druck und Stoß wirkt und wo der Waſſerverluſt vorzüglich von $\frac{\sigma}{d_1}$ abhängt, iſt im Allgemeinen der Vorzug der einen Theilungsweiſe vor der anderen unbeſtimmt, und es muß einer beſonderen Unterſuchung überlaſſen bleiben, in jedem ſpeciellen Falle den Vorzug der einen Theilung vor der anderen zu ermitteln. Im Folgenden möge nur noch von der Theilung der Waſſerkraft unterſchlägiger Räder im Schnurgerinne die Rede ſein.

Denken wir uns zwei Räder hinter einander in einem horizontalen Schnurgerinne hängend, und nehmen wir an, daß das Waſſer an das zweite Rad mit der Geſchwindigkeit (v_1) ankomme, mit welcher das erſte Rad um-

geht. Ist nun noch c die Geschwindigkeit des Wassers beim Eintritt in das erste Rad und v_2 die Geschwindigkeit des zweiten Rades, sowie Q das Aufschlagsquantum für beide Räder, und χ eine Erfahrungszahl (1,205), so hat man die Leistungen dieser Räder:

$$L_1 = \chi\,(c - v_1)\,v_1\,Q \quad \text{und} \quad L_2 = \chi\,(v_1 - v_2)\,v_2\,Q.$$

Sollen nun beide Räder gleich viel leisten, so ist

$$(c - v_1)\,v_1 = (v_1 - v_2)\,v_2$$

zu setzen, und wenn man nun noch, um der Maximalleistung sehr nahe zu kommen, $v_2 = {}^1/_2\,v_1$ annimmt, $(c - v_1)\,v_1 = {}^1/_4\,v_1^2$ oder $c - v_1 = {}^1/_4\,v_1$; hiernach

$$v_1 = {}^4/_5\,c \quad \text{und} \quad v_2 = {}^2/_5\,c,$$

und die Leistung beider Räder zusammen:

$$L = L_1 + L_2 = 2\,\chi\,(c - {}^4/_5\,c)\,{}^4/_5\,c\,Q = {}^8/_{25}\,\chi\,c^2\,Q$$
$$= 0{,}32\,\chi\,c^2\,Q,$$

während, wenn man nur ein Rad angewendet hätte, die Leistung

$$L = {}^1/_4\,\chi\,c^2\,Q \quad \text{oder} \quad = 0{,}25\,\chi\,c^2\,Q$$

ausgefallen wäre. Hiernach stellt sich also bei der Anwendung zweier Räder ein Arbeitsgewinn von $32 - 25 = 7$ Procent heraus.

Bei Anwendung dreier Räder fiele dieser Gewinn noch größer aus. Für das dritte Rad ließe sich auch

$$L_3 = \chi\,(v_2 - v_3)\,v_3\,Q,$$

wo v_3 die Umfangsgeschwindigkeit dieses Rades bezeichnet, setzen. Machen wir nun wieder $v_3 = {}^1/_2\,v_2$, und bedingen wir wieder, daß das eine Rad so viel Leistung geben soll als das andere, so erhalten wir:

$$v_2 = {}^4/_5\,v_1 \quad \text{und} \quad c - v_1 = {}^4/_{25}\,v_1,$$

daher

$$v_1 = {}^{25}/_{29}\,c, \quad v_2 = {}^{20}/_{29}\,c, \quad v_3 = {}^{10}/_{29}\,c \quad \text{und}$$

die Leistungen aller drei Räder zusammen:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 = 3\,\chi\,(c - v_1)\,v_1\;Q = 3\,\chi\,.\,{}^4/_{29}\,.\,{}^{25}/_{29}\,c^2\,Q$$
$$= {}^{300}/_{841}\,\chi\,c^2\;Q = 0{,}356\,\chi\,c^2\,Q;$$

es resultirt also in Hinsicht auf ein einziges Rad ein Arbeitsgewinn von $35{,}6 - 25 = 10{,}6$ Procent.

Allerdings wird dieser Gewinn durch die größere Zapfenreibung wieder etwas vermindert.

Anmerkung. Wenn wir die Bedingung, daß die Räder in einem Schnurgerinne gleiche Leistung hervorbringen, fallen lassen, so stellt sich der Vortheil der Anwendung mehrerer Räder noch größer heraus. Denken wir uns bei Behandlung dieses Falles den Wasserverlust in einem genau, und längs drei bis vier Schaufeln concentrisch an das Rad anschließenden Schutzgerinne klein genug, um ihn ganz bei Seite setzen zu können. Dann erhalten wir für die Leistung des ersten Rades:

$$L_1 = \frac{(c - v_1)\, v_1}{g}\, Q\gamma, \text{ und die des zweiten:}$$

$$L_2 = \frac{(v_1 - v_2)\, v_2}{g}\, Q\gamma,$$

also die Leistung beider Räder zusammen:

$$L = [(c - v_1)\, v_1 + (v_1 - v_2)\, v_2]\, \frac{Q\gamma}{g}.$$

Damit diese ein Maximum werde, ist zunächst $v_2 = \frac{1}{2} v_1$ zu machen, und da sich hiernach

$$L = (c - \tfrac{3}{4} v_1)\, v_1\, \frac{Q\gamma}{g}$$

herausstellt, wieder $\frac{3}{4} v_1 = \frac{1}{2} c$, also $v_1 = \frac{2}{3} c$ und $v_2 = \frac{1}{3} c$, daher

$$L = (\tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{1}{3})\, \frac{Qc^2\gamma}{g} = \tfrac{1}{3}\, \frac{c^2 Q\gamma}{g} = 0{,}333\, \frac{c^2 Q\gamma}{g},$$

während ein Rad allein nur $0{,}250\, \frac{c^2 Q\gamma}{g}$ und zwei Räder, bei gleicher Wirkung, $0{,}320\, \frac{c^2 Q\gamma}{g}$ geben würden. Bei drei Rädern stellt sich der Vortheil noch größer heraus, hier ist nämlich $v_1 = \frac{3}{4} c$, $v_2 = \frac{2}{4} c$, $v_3 = \frac{1}{4} c$, und daher die Wirkung aller drei Räder zusammen:

$$L = (\tfrac{3}{4} \cdot \tfrac{1}{4} + \tfrac{2}{4} \cdot \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{4} \cdot \tfrac{1}{4})\, \frac{c^2 Q\gamma}{g} = \tfrac{3}{8} \cdot \frac{c^2 Q\gamma}{g} = 0{,}375\, \frac{c^2 Q\gamma}{g},$$

während ein Rad allein $= 0{,}250\, \frac{c^2 Q\gamma}{g}$, und drei Räder bei gleicher Wirkung,

$L = 0{,}356\, \frac{c^2 Q\gamma}{g}$ geben.

Für vier Räder stellt sich $v_1 = \frac{4}{5} c$, $v_2 = \frac{3}{5} c$, $v_3 = \frac{2}{5} c$, $v_4 = \frac{1}{5} c$, und

$$L = \frac{(4 + 3 + 2 + 1)}{25} \cdot \frac{Qc^2\gamma}{g} = \tfrac{2}{5} \cdot \frac{Qc^2\gamma}{g} = \tfrac{4}{5} \cdot Qh\gamma$$

heraus, wenn h die Geschwindigkeitshöhe $\frac{c^2}{2g}$ bezeichnet. Für fünf Räder folgt

$L = \frac{5}{6} Qh\gamma$, und für n Räder $= \frac{n}{n+1} Qh\gamma$, also für unendlich viele Räder, $L = Qh\gamma$, während ein Rad L doch nur $\frac{1}{2} Qh\gamma$ gäbe. Bloß vom theoretischen Gesichtspunkte aus betrachtet sieht man hiernach, daß viele Räder hinter einander beinahe das ganze Arbeitsvermögen ($Qh\gamma$) des Wassers in sich aufnehmen, während ein Rad allein nur halb so viel Arbeit ($\frac{1}{2} Qh\gamma$) verrichtet, als das Wasser leisten kann.

Mehrere Räder **neben einander** leisten natürlich zusammen eben so viel als ein einziges.

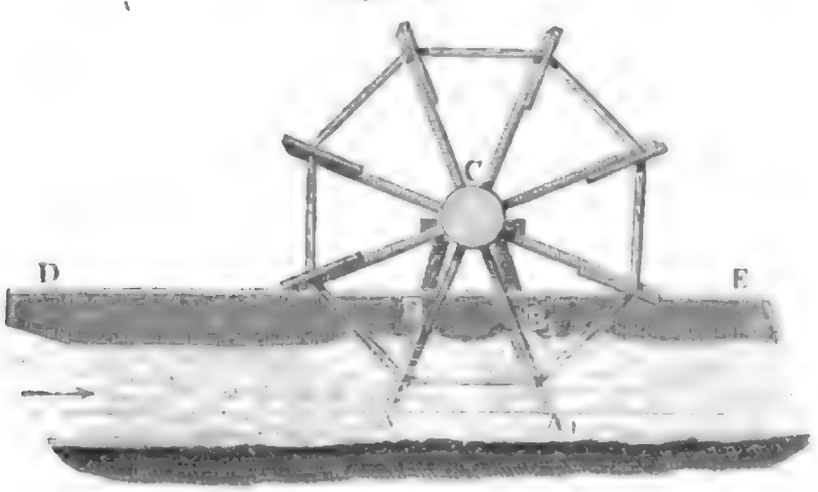
§. 218 **Schiffmühlenräder.** Noch hat man freihängende Räder, welche von keinem Gerinne umschlossen sind, sondern in einem weiten Canale oder Flusse hängen, und deshalb nur einen Theil von der Breite des fließenden Wassers einnehmen. Es gehören hierher vorzüglich die sogenannten Schiffmühlenräder, deren Zapfen auf Kähnen oder Schiffen ruhen, die durch eingeworfene Anker, angehängte Steine oder am Ufer befestigte Seile festgehalten werden. Zuweilen befindet sich nur das eine Angewelle auf einem

Schiffe, während das andere zwiſchen zwei Säulen am Ufer feſtgehalten wird. Ruhen beide Zapfen auf Schiffen, ſo befindet ſich die ausübende Maſchine ebenfalls auf einem Schiffe, daher der Name Schiffmühle, ruht aber nur der eine Zapfen auf einem Schiffe, ſo nimmt die ausübende Maſchine ihren Platz auf dem Lande ein.

Die Conſtruction der Schiffmühlenräder weicht inſofern in der Regel von der anderer Räder ab, als dieſe Räder oft mit gar keinem Kranze ausgerüſtet, und ihre Schaufeln unmittelbar auf den Radarmen befeſtigt ſind. Dieſe Räder ſind nur 12 bis 15 Fuß hoch und haben oft nur ſechs Schaufeln; es iſt jedoch beſſer, ihnen zwölf oder mehr Schaufeln zu geben. Die Schaufeln muß man ſehr lang und breit machen, damit ſie einen großen Waſſerſtrom aufnehmen, der ohnedies wegen ſeiner meiſt ſehr mäßigen Geſchwindigkeit keine große lebendige Kraft beſitzt. Die Länge der Schaufeln beträgt 6 bis 18 Fuß und die Breite 1 bis 2 Fuß. Es iſt übrigens zweckmäßig, den Schaufeln nach außen 10 bis 20° Neigung gegen den Strom zu geben, ſie mit Leiſten einzufaſſen und nicht viel über die Hälfte ins Waſſer eintauchen zu laſſen.

Fig. 437 zeigt einen Theil einer Schiffmühle (franz. moulin à nef; engl. ship-mill); AC iſt das mit acht Schaufeln AB, A_1B_1 ... ausgerüſtete Schiffmühlenrad und DE der Kahn oder das Schiff, auf welchem das eine Wellenende C ruht. Um das Biegen der Arme zu verhindern, ſind dieſelben mit einander durch Streben verbunden.

Fig. 437.



Zuweilen beſteht eine Schiffmühle aus zwei Rädern, deren gemeinſchaftliche Axe in der Mitte von einem einzigen Schiffe getragen wird.

Die Leiſtungen der Schiffmühlenräder ſind aus doppelten Gründen kleiner als die der Räder, welche in Gerinnen hängen, denn es weicht hier nicht nur ein Theil des Waſſers zur Seite der Schaufeln und unter denſelben aus, ſondern es geht auch hier ein größeres Waſſerquantum durch das Rad,

ohne zum Stoße zu gelangen, weil die Anzahl der eingetauchten Schaufeln ſehr klein, zuweilen ſogar nur $1^1/_2$ bis 2 iſt.

§. 219 **Leiſtung freihängender Räder.** Wir können die theoretiſche Leiſtung eines freihängenden Waſſerrades wie die eines Rades im Gerinne durch die Formel

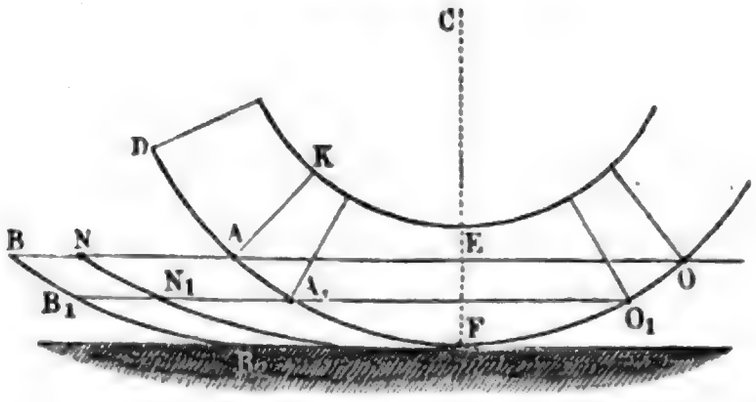
$$L = Pv = \frac{(c - v)\, vc}{g} F\gamma$$

ſetzen, wenn wieder c und v die Geſchwindigkeiten des Waſſers und Rades, ſowie F den Inhalt des eingetauchten Theiles einer Schaufelfläche (ohne Rückſicht auf die Aufſtauung vor derſelben) bezeichnet. Wegen der Waſſerverluſte müſſen wir aber dieſen Ausdruck noch durch einen Coefficienten multipliciren, deſſen Werth wir nach Gerſtner wenigſtens theilweiſe beſtimmen können. Iſt die Zahl n_1 der eingetauchten Schaufeln nicht ſehr klein, ſo haben wir auch hier wie bei den unterſchlägigen Rädern das wirklich zum Stoße gelangende Waſſerquantum:

$$Q_1 = \left(1 - \frac{c^2}{3\, n_1^2\, (c - v)^2}\right) Q;$$

iſt ſie aber klein, ſo trifft vielleicht ſchon der oberſte Waſſerfaden AB einer Zelle AD, Fig. 438, nicht vollſtändig die Schaufel AK vor ihm, es iſt

Fig. 438.



vielmehr nur ein Theil AN deſſelben, welcher noch zum Stoße gelangt. In dieſem Falle findet ein Waſſerverluſt bei allen Waſſerfäden ſtatt, und es iſt das Verhältniß des ſtoßenden Waſſerquantums zum ankommenden:

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{\text{Fläche } ANN_1FA_1}{\text{Fläche } ABB_2FA_1},$$

oder, da nach Bd. II, §. 214, Fläche $ANN_1FA_1 = \frac{c - v}{v}$ mal Segment AOF iſt,

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{{}^2/_3\left(\frac{c-v}{v}\right)\cdot\overline{AO}}{\overline{AB}} = {}^2/_3\left(\frac{c-v}{v}\right)\cdot\frac{n_1\overline{AD}}{\frac{c}{v}\cdot\overline{AD}} = \frac{2n_1}{3}\left(\frac{c-v}{c}\right).$$

Es ist also in diesem Falle die Leistung des Wasserrades:

$$\text{I.}\quad L = \frac{(c-v)v}{g}\cdot\frac{2n_1}{3}\left(\frac{c-v}{c}\right)Q\gamma = {}^2/_3\, n_1\,\frac{(c-v)^2v}{gc}Q\gamma$$

$$= {}^2/_3\, n_1\,\frac{(c-v)^2v}{g}F\gamma.$$

Die größte Leistung findet hiernach nicht für $v = {}^1/_2\, c$, sondern für $v = {}^1/_3\, c$ statt, und beträgt:

$$L = {}^2/_3\, n_1 \cdot {}^4/_{27}\cdot\frac{c^3}{g}F\gamma = \frac{8n_1}{81}\cdot\frac{c^3}{g}F\gamma.$$

Setzt man noch $Fc = Q$, so erhält man:

$$L = \frac{8n_1}{81}\cdot\frac{c^2}{g}Q\gamma = \frac{16n_1}{81}\cdot\frac{c^2}{2g}Q\gamma,$$

und daher den Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{16n_1}{81},$$

z. B. für $n_1 = {}^3/_2$:

$$\eta = {}^{24}/_{81} = {}^8/_{27} = 0{,}296.$$

Die letzte Formel findet jedoch keine Anwendung, wenn die Zahl der Schaufeln beträchtlich ist, denn sie setzt voraus, daß $AN < AB$, also:

$$\frac{c-v}{v}\cdot\overline{AO} < \overline{AB} \text{ oder } \frac{c-v}{v} < \frac{\frac{c}{v}\overline{AD}}{n_1\overline{AD}}$$

d. i.

$$n_1 < \frac{c}{c-v}$$

sei. Ist nun z. B. $v = {}^1/_3\, c$, so erhält man zur Bedingung, daß $n_1 < {}^3/_2$ sei, ist aber $v = {}^1/_2\, c$, so folgt die Bedingung $n_1 < 2$ u. s. w. Es tritt also in dem Falle, wenn zwei oder mehr Schaufeln unter das Wasser tauchen, der eben abgehandelte Fall nicht ein, und es gilt dann die Formel für Räder im Gerinne auch hier, nämlich:

$$\text{II.}\quad L = \left(1 - \frac{c^2}{3n_1^2(c-v)^2}\right)\frac{(c-v)vc}{g}F\gamma.$$

Uebrigens läßt sich die Zahl n_1 der eingetauchten Schaufeln aus der Anzahl aller Schaufeln leicht berechnen, wenn man den Radhalbmesser a und die Tiefe $EF = e_1$ der Eintauchung giebt, es ist nämlich:

$$\frac{n_1}{n} = \frac{\overline{AO}}{2\pi a},$$

oder, da ſich $\overline{AO} = 2\overline{AE} = 2\sqrt{2ae_1}$ ſetzen läßt,

$$\frac{n_1}{n} = \frac{\sqrt{2ae_1}}{\pi a} = 0{,}45\sqrt{\frac{e_1}{a}}.$$

Beiſpiel. Welche Leiſtung verſpricht ein Schiffmühlenrad von 15 Fuß Höhe und mit acht 12 Fuß langen Schaufeln, welche 1 Fuß tief ins Waſſer tauchen, wenn letzteres mit 5 Fuß Geſchwindigkeit anſtößt? Wir haben hier:

$$\frac{n_1}{n} = 0{,}45\sqrt{\frac{1}{7{,}5}} = 0{,}45 . 0{,}365 = 0{,}164.$$

daher:

$$n_1 = 0{,}164 . 8 = 1{,}3,$$

und folglich die Formel:

$$L = \tfrac{2}{3} n_1 \frac{(c-v)^2 v F\gamma}{g}$$

in Anwendung zu bringen. Laſſen wir nun das Rad mit 2 Fuß Geſchwindigkeit umgehen, ſo erhalten wir die in Frage ſtehende Leiſtung:

$$L = \tfrac{2}{3} . 1{,}3 \cdot \frac{3^2 . 2}{g} \cdot 12 . 1 . 61{,}75 = 0{,}032 . 1{,}3 . 9 . 988 = 370 \text{ Fußpfund.}$$

Giebt man dieſem Rade 16 Schaufeln, um eine größere Leiſtung zu gewinnen, ſo hat man $n_1 = 2{,}6$, und daher nach der Formel II.:

$$L = \frac{(5-2) . 5 . 2}{g}\left(1 - \frac{5^2}{3 . 2{,}6^2 . 3^2}\right) \cdot 12 . 1 . 61{,}75 = 0{,}032 . 0{,}863 . 22230$$
$$= 614 \text{ Fußpfund.}$$

§. 220 **Verſuche mit freihängenden Rädern.** Verſuche über die Leiſtungen der Waſſerräder im unbegrenzten Strome ſind von Deparcieux, Boſſut und Poncelet angeſtellt worden. Am ausgedehnteſten ſind die allerdings nur an einem Modellrade vorgenommenen Verſuche von Boſſut. Dieſes Rad hatte eine Höhe von 0,975 Meter und enthielt 24 Schaufeln von 0,135 Meter Länge, welche 0,108 Meter tief in dem Waſſer gingen, das eine Geſchwindigkeit von 1,854 Meter beſaß. Aus den Reſultaten der Verſuche berechnet ſich der Coefficient, womit der Ausdruck

$$L = \frac{(c-v)^2 v}{g} \cdot F\gamma$$

zu multipliciren iſt, um die effective Leiſtung zu geben, $\chi = 1{,}37$ bis $1{,}79$, dagegen der Coefficient, womit der Ausdruck

$$L = \frac{(c-v)vc}{g} F\gamma$$

zu multipliciren iſt, um die effective Leiſtung zu erhalten, $\chi = 0{,}847$ bis $0{,}706$ (ſ. d'Aubuiſſon's Hydraulik, §. 352). Die Grenzwerthe des letzteren Coefficienten ſind einander etwas näher als die des erſteren, da aber die Zahl der Radſchaufeln 24 betrug, ſo iſt es auch nicht anders zu erwarten, denn es findet hier jedenfalls die Formel II. des vorigen Paragraphen,

$$L = \left(1 - \frac{c^2}{3\,n_1^2\,(c-v)^2}\right)\frac{(c-v)\,cv}{g}\,F\gamma,$$

ihre Anwendung. In der Regel wird man die Schaufelzahl ſo groß machen, daß immer mindeſtens zwei Schaufeln ins Waſſer tauchen, und daher die letzte Formel mit dem mittleren Coefficienten $\chi = 0{,}8$ anwenden, alſo

$$L = 0{,}8\,\frac{(c-v)\,cv}{g}\,F\gamma = 1{,}58\,(c-v)\,cv\,F \text{ Fußpfund}$$

ſetzen können.

Hiermit ſtimmen aber auch die Beobachtungen von Poncelet, welche derſelbe an drei Rädern in der Rhone angeſtellt hat, überein. Dieſe Räder hatten $2^1/_2$ bis $2^2/_3$ Meter lange Schaufeln, welche $^2/_3$ bis $^3/_4$ Meter tief im Waſſer gingen, das $1^1/_5$ bis 2 Meter Geſchwindigkeit beſaß. Auch führt Poncelet noch eine Beobachtung von Boistard und eine andere von Chriſtian an, welche beide gut hiermit übereinſtimmen.

Nach den Verſuchen von Boſſut findet, ganz in Uebereinſtimmung mit der Theorie, die größte Wirkung ſtatt, wenn das Rad mit der Geſchwindigkeit $v = 0{,}4\,c$ umgeht; auch hat Poncelet gefunden, daß bei den ſoeben beſprochenen Rädern in der Rhone das vortheilhafteſte Geſchwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c} = 0{,}4$ war.

Wenn wir in der obigen Formel $v = 0{,}4\,c$ einſetzen, ſo bekommen wir die effective Leiſtung:

$$L = 0{,}8\cdot\frac{0{,}6\,.\,0{,}4\,c^3}{g}\,F\gamma = 0{,}192\,\frac{c^3}{g}\,F\gamma = 0{,}384\,\frac{c^2}{2g}\,Q\gamma,$$

und alſo den Wirkungsgrad:

$$\eta = 0{,}384.$$

Die Verſuche Deparcieux's waren beſonders darauf gerichtet, die vortheilhafteſte Stellung der Schaufeln zu finden; aus ihnen folgt, wie aus denen von Boſſut, daß eine Neigung von 60^0 gegen den Strom die vortheilhafteſte iſt.

Anmerkung. Es iſt lange in Zweifel gezogen worden, welche von den Formeln

$$L = \frac{\chi\,(c-v)^2 v}{g}\,F\gamma \quad \text{oder} \quad L = \frac{\chi_1\,(c-v)\,cv}{g}\,F\gamma$$

die richtigere ſei; man hat jene die Parent'ſche und dieſe die Borda'ſche genannt. Wenn nun auch bei einem Rade im unbegrenzten Waſſer nicht alles Waſſer, welches gegen die Schaufeln anrückt, nach dem Stoße die Geſchwindigkeit der Schaufeln annimmt, da dem Waſſer Gelegenheit zum Entweichen am Umfange gegeben wird, ſo läßt ſich doch bei dem ſo großen Inhalte einer Schaufelfläche erwarten, daß wenigſtens der größere Theil des Waſſers bei dem Stoße gegen die Schaufel die Geſchwindigkeit derſelben annimmt, und aus dieſem Grunde iſt die größere Uebereinſtimmung der Erfahrung mit der Borda'ſchen Formel erklärlich. Die in Bd. II, §. 219 entwickelte Gerſtner'ſche Formel ſtimmt mit

der Parent'ſchen natürlich in der Form zuſammen, denn die Parent'ſche Formel iſt ohne Coefficienten

$$L = \frac{(c - v)^2 v}{2g} F\gamma,$$

und unter der Vorausſetzung entwickelt, daß der Stoß durch die der relativen Geſchwindigkeit $c - v$ entſprechende Geſchwindigkeitshöhe gemeſſen werde. (Vergleiche Bd. I. §. 511, wo die Stoßkraft $= 1{,}86 \frac{c^2}{2g} F\gamma$ angegeben wird, wenn $v = 0$ iſt.)

Beiſpiel. Für das Schiffmühlenrad, welches wir ſchon im Beiſpiele des vorigen Paragraphen behandelt haben, iſt $c = 5$, $v = 2$, $F = 12 . 1 = 12$, daher die effective Leiſtung nach Poncelet:

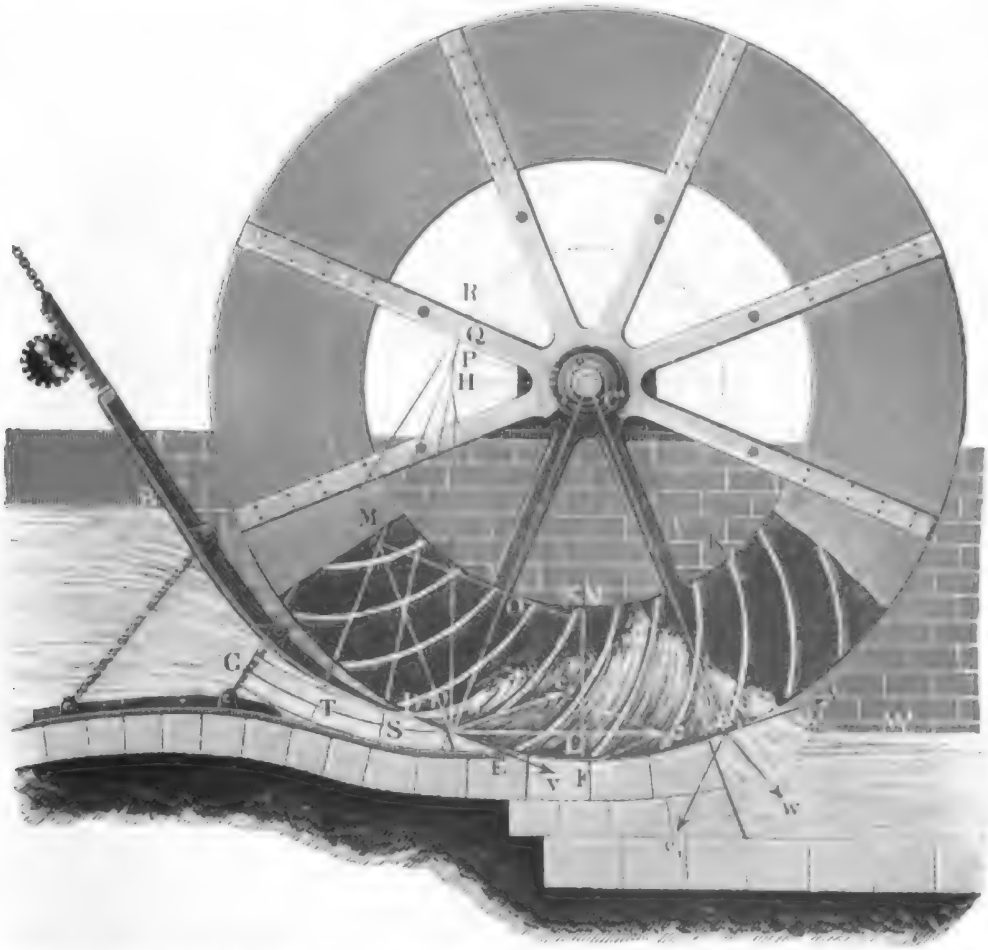
$$L = 1{,}69 . 3 . 2 . 5 . 12 = 608 \text{ Fußpfund},$$

während wir durch die theoretiſche Formel ein Mal bei 8 Schaufeln, 395 Fußpfund, und ein zweites Mal bei 16 Schaufeln 656 Fußpfund gefunden haben.

§. 221 **Ponceleträder.** Wenn man die Schaufeln unterſchlägiger Räder ſo krümmt, daß der eintretende Waſſerſtrahl an der hohlen Seite derſelben hinſtrömen und dadurch gegen dieſelbe drücken kann, ohne einen Stoß hervorzubringen, ſo erhält man eine größere Leiſtung, als wenn das Waſſer ebene Schaufeln mehr oder weniger rechtwinkelig ſtößt. Solche Räder mit krummen Schaufeln heißen nach ihrem Erfinder Poncelet'ſche oder Ponceleträder. Sie ſind beſonders bei kleinen Gefällen (unter 6 Fuß) von großem Nutzen, weil ſie mehr leiſten, als unterſchlägige Räder mit oder ohne Kropf. Bei größerem Gefälle werden ſie jedoch von den mittelſchlägigen Kropfrädern in der Leiſtung übertroffen; auch iſt, wie wir weiter unten ſehen werden, in dieſem Faſſe ihre Conſtruction eine ſchwierigere, weshalb man ſie bei Gefällen über 6 Fuß nicht gern anwendet. Poncelet behandelt dieſe Räder in der beſonderen Schrift: Mémoire sur les roues hydrauliques à aubes courbes, mues par-dessous, Metz 1827, ausführlich. Ihre Einrichtung iſt aus Fig. 441 zu erſehen, welche die untere Hälfte eines ſolchen Rades vorſtellt. Man ſieht in C die Axe und in AK, A_1K_1 u. ſ. w. Schaufeln des Rades; BD iſt das geneigte Schutzbrett und TA der eintretende und an den Schaufeln AK und A_1K_1 hinauf- und herabſteigende Waſſerſtrahl, ſowie W die Oberfläche des Unterwaſſers. Damit faſt alles Waſſer zur Wirkung gelange, muß dem Rade nur ein ſehr enger Spielraum in dem Gerinne gelaſſen werden, und um die partielle Contraction zu verhindern, wird die untere Kante des Schutzbrettes unten abgerundet; damit ferner ſo wenig wie möglich lebendige Kraft durch die Reibung des Waſſers im Zuflußgerinne verloren gehe, wird die Mündung ganz nahe an das Rad gerückt und das Bret gegen den Horizont geneigt; auch erhält wohl das Vorgerinne $^1/_{10}$ bis $^1/_{15}$ Neigung, um dadurch den Verluſt an Waſſerreibung in demſelben wieder auszugleichen. In der Regel umgiebt

man das Rad mit einem kreisförmigen Kropfe, welcher ſich wenigſtens auf zwei Schaufeltheilungen erſtreckt, und damit das Rad nicht im Unterwaſſer

Fig. 441.

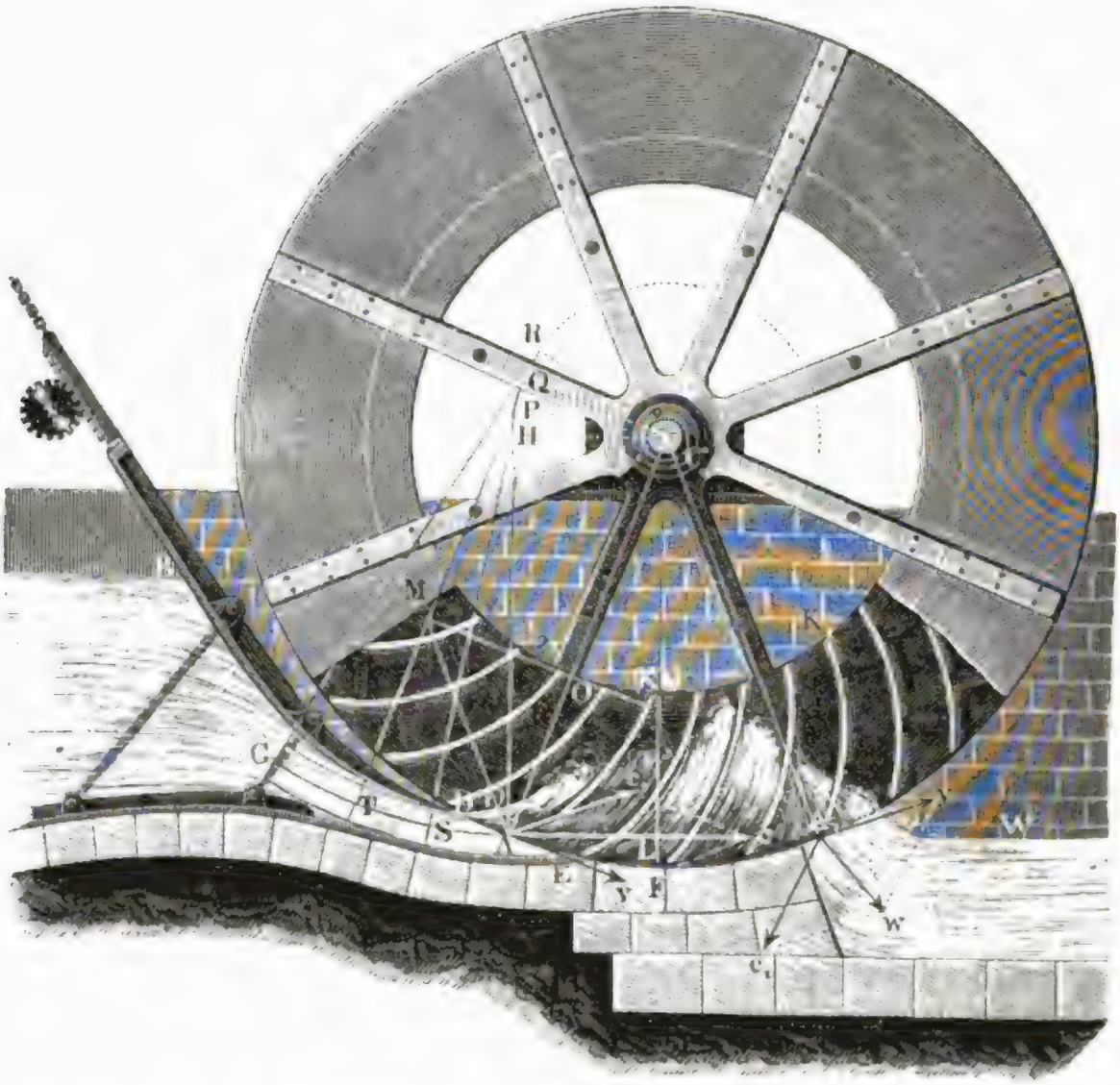


wate, bringt man hinter dieſem Kropfe einen Abfall von $^1/_2$ Fuß Höhe an, und erweitert zu dieſem Zwecke auch wohl den Abzugsgraben. Man baut Ponceleträder von 10 bis 20 Fuß Höhe und giebt ihnen 32 bis 48 Schaufeln von Blech oder Holz. Die hölzernen Schaufeln ſind aus Dauben zuſammenzuſetzen wie eine Tonne, und außen zuzuſchärfen oder mit einer Blechkante auszurüſten. Viel zweckmäßiger ſind jedoch die Blechſchaufeln. Die Anwendung von Eiſen ſtatt des Holzes iſt bei den Ponceleträdern vorzüglich zu empfehlen, weil die Wirkung dieſer Räder von einer guten Ausführung weſentlich mit abhängt. Die Schutzöffnung macht man höchſtens 1 Fuß hoch, in der Regel, namentlich aber bei größeren Gefällen von 5 bis 6 Fuß, nur $^1/_2$ Fuß, und noch niedriger.

Theorie der Ponceleträder. Um eine möglichſt große Wirkung §. 222
von einem Ponceletrade zu erhalten, iſt es nöthig, daß das Waſſer ohne

Stoß in das Rad eintrete. Iſt $\overline{Ac} = c$, Fig. 442, die Geſchwindigkeit des eintretenden Waſſers und $\overline{Av} = v$ die Umfangsgeſchwindigkeit des Rades,

Fig. 442.



ſo erhält man in der Seite $\overline{Ac_1} = c_1$ des Parallelogramms $Avcc_1$, welches der Seite $\overline{Av} = v$ und Diagonale $\overline{Ac} = c$ entſpricht, die Größe und Richtung der Geſchwindigkeit des Waſſers in Hinſicht auf das Rad; wenn man daher die Schaufel AK tangential an Ac_1 anſchließt, ſo wird das Waſſer an ihr, ohne irgend einen Stoß auszuüben, mit der Geſchwindigkeit c_1 in die Höhe zu ſteigen anfangen. Setzen wir den Winkel cAv, um welchen die Richtung des ankommenden Waſſers von dem Radumfange oder der Tangente Av abweicht, $= \alpha$, ſo haben wir die relative Anfangsgeſchwindigkeit des an den Schaufeln in die Höhe ſteigenden Waſſers:

$$c_1 = \sqrt{c^2 + v^2 - 2cv\cos.\alpha};$$

und für den Winkel $vAc_1 = \beta$, um welchen die Richtung derſelben von dem Radumfange oder der Tangente Av abweicht,

$$\sin.\beta = \frac{c \sin.\alpha}{c_1}.$$

Damit das Waſſer nicht blos in der Mitte A, ſondern in ganzer Höhe, alſo auch in D und E mit dem Winkel α in das Rad eintrete, muß es dem Rade in einem Kreisevolventenbogen GA zugeführt werden, deſſen Grundkreis mit dem Rade einerlei Mittelpunkt C hat, und deſſen Erzeugungslinie AH anfangs auf AA_1 oder auf der Bewegungsrichtung des Strahles bei ſeinem Eintritte in das Rad rechtwinkelig ſteht. Denn zieht man in dem der halben Strahlhöhe gleichen Abſtande Aequidiſtanten zu dieſem Evolventenbogen, ſo ſind dieſe gleiche Evolventenbögen und ſchneiden den Radumfang in D und E unter demſelben Winkel, wie der erſtere in A. Um die der Axe des eintretenden Waſſerſtrahles entſprechende Evolvente zu conſtruiren, ſchneide man auf dem Grundkreiſe beliebige Stücke HP, PQ u. ſ. w. ab, führe Berührungslinien durch die dadurch beſtimmten Punkte P, Q ... und mache dieſe gleich der erſten Tangente AH plus dem zwiſchenliegenden Bogenſtück HP, HQ u. ſ. w.

Das Waſſer ſteigt, wie ein feſter Körper, an der Schaufel mit abnehmender Geſchwindigkeit in die Höhe, während es mit der Schaufel gleichzeitig noch die Umdrehungsgeſchwindigkeit v beſitzt. Auf einer gewiſſen Höhe angekommen, hat es ſeine relative Geſchwindigkeit ganz verloren, und es fällt nun auf der Schaufel beſchleunigt herab, ſo daß es zuletzt mit derſelben Geſchwindigkeit c_1 wieder am äußeren Ende A_1 ankommt, mit welcher es zu ſteigen anfing. Vereinigen wir nun die relative Geſchwindigkeit $\overline{A_1 c_1} = c_1$ des bei A_1 austretenden Waſſers mit der Umfangsgeſchwindigkeit $\overline{A_1 v} = v$ durch das Parallelogramm der Geſchwindigkeiten, ſo erhalten wir in deſſen Diagonale $\overline{A_1 w} = w$ die abſolute Geſchwindigkeit des abfließenden Waſſers. Dieſe Geſchwindigkeit iſt

$$w = \sqrt{c_1^2 + v^2 - 2 c_1 v \cos.\beta},$$

und demnach die mechaniſche Arbeit, welche das abfließende Waſſer behält und, ohne dem Rade mitgetheilt zu haben, mit ſich fortnimmt:

$$L_1 = \frac{w^2}{2g} Q\gamma = \left(\frac{c_1^2 + v^2 - 2 c_1 v \cos.\beta}{2g}\right) Q\gamma.$$

Zieht man nun dieſen Verluſt von der Leiſtung $\frac{c^2}{2g} Q\gamma$, welche das Waſſer vermöge ſeiner lebendigen Kraft vor dem Eintritte in das Rad verrichten kann, ab, ſo bekommt man folgenden Ausdruck für die theoretiſche **Radleiſtung**:

$$L = \left(\frac{c^2}{2g} - \frac{w^2}{2g}\right) Q\gamma = \left(\frac{c^2 - w^2}{2g}\right) Q\gamma,$$

$$= \left(\frac{c^2 - c_1^2 - v^2 + 2 c_1 v \cos.\beta}{2g}\right) Q\gamma,$$

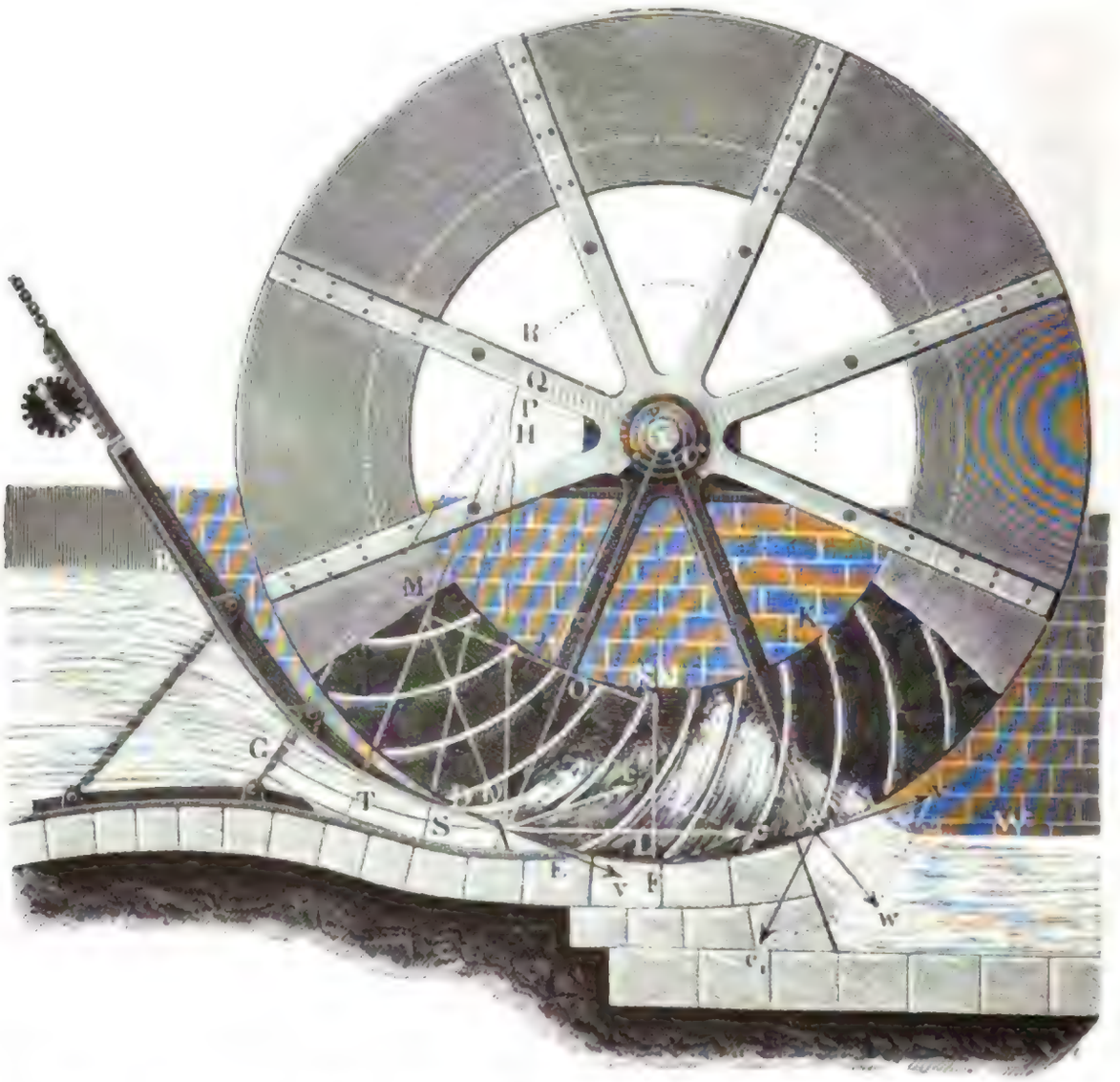
oder, da $c^2 = c_1^2 + v^2 + 2 c_1 v \cos. \beta$ iſt, auch

$$L = \frac{2 c_1 v \cos. \beta}{g} Q \gamma,$$

und es folgt, wenn man noch $c_1 \cos. \beta = c \cos. \alpha - v$ einſetzt, dieſe Leiſtung

$$L = \frac{2 v (c \cos. \alpha - v)}{g} Q \gamma.$$

Fig. 443.



Man ſieht nun leicht ein, daß für $v = {}^1/_2 c \cos. \alpha$ die Leiſtung am größten, und zwar

$$L = \frac{c^2 \cos. \alpha^2}{2 g} Q \gamma$$

wird, und daß der Arbeitsverluſt ſogar Null iſt, alſo die ganze disponible Arbeit

$$L = \frac{c^2}{2 g} Q \gamma$$

gewonnen wird, wenn man $\cos. \alpha = 1$, alſo $\alpha =$ Null hat.

Wenn es auch nicht möglich iſt, den Eintrittswinkel $\alpha =$ Null zu machen, ſo folgt doch wenigſtens hieraus, daß man α nicht ſehr groß (nicht über 20°) machen darf, um eine große Leiſtung zu erhalten, und es iſt auch hiernach zu erſehen, daß man die Umfangsgeſchwindigkeit des Rades nur wenig kleiner als die halbe Geſchwindigkeit des zufließenden Waſſers zu machen hat, um einen großen Wirkungsgrad des Rades zu erlangen.

Die ſenkrechte Höhe $\overline{LN}$, auf welche das Waſſer aufſteigt, während es §. 223
an den Schaufeln hingeht, wäre $= \frac{c_1^2}{2g}$, wenn das Rad ſtill ſtände, da es aber mit einer Geſchwindigkeit v umläuft, ſo entſteht eine Centrifugalkraft, welche ziemlich mit der Schwerkraft in gleicher Richtung wirkt und eine Acceleration p erzeugt, die ſich $\frac{v_1^2}{a_1}$ ſetzen läßt, wenn a_1 den mittleren Radkranzhalbmeſſer, und v_1 die mittlere Geſchwindigkeit des Radkranzes oder die Geſchwindigkeit im Mittel der Kranzbreite bezeichnet. S. Band I, §. 42. Es iſt ſonach zu ſetzen:

$$(g + p)\, h_1 = \frac{c_1^2}{2} \quad \text{oder} \quad \left(g + \frac{v_1^2}{a_1}\right) h_1 = \frac{c_1^2}{2},$$

und daher die geſuchte Steighöhe:

$$h_1 = \frac{c_1^2}{2\left(g + \frac{v_1^2}{a_1}\right)}.$$

Damit das Waſſer nicht oben bei N überſchlägt, iſt nun nöthig, daß die Kranzbreite eine gewiſſe Größe $\overline{FN} = d$ habe, welche beſtimmt iſt durch die Gleichung:

$$d = \overline{LN} + \overline{FL} = h_1 + CF - CL, \text{ d. i.:}$$

$$d = h_1 + a - a\cos. ACF = \frac{c_1^2}{2\left(g + \frac{v_1^2}{a_1}\right)} + a\,(1 - \cos.\lambda),$$

wobei λ den Winkel ACF bezeichnet, um welchen der Eintrittspunkt A vom Radtiefſten F abſteht. Jedenfalls iſt aber hierzu noch die Strahldicke d_1 zu addiren, weil die oberen Waſſerfäden bei Annahme einer mittleren Geſchwindigkeit, im ganzen Strahle um dieſe Höhe höher ſteigen als die unteren Fäden. Wir ſetzen alſo die Kranzbreite:

$$d = d_1 + \frac{c_1^2}{2\left(g + \frac{v_1^2}{a_1}\right)} + a\,(1 - \cos.\lambda).$$

Die Radweite läßt ſich der Strahlbreite $e = \frac{Q}{d_1 c}$ gleichſetzen. Nimmt

man den Faſſungsraum $d e v_1$ des Rades 2- bis $2^1/_2$mal ſo groß als das Aufſchlagquantum Q an, ſo hat man die Gleichung:

$$d v_1 = 2 d_1 c \text{ bis } {}^5/_2 d_1 c,$$

woraus ſich die Strahldicke

$$d_1 = {}^2/_5 \frac{d v_1}{c} \text{ bis } {}^1/_2 \frac{d v_1}{c} \text{ ergiebt.}$$

Da $\frac{v_1}{v} = \frac{a - {}^1/_2 d}{a}$ iſt, ſo hat man auch:

$$v_1 = \left(1 - \frac{d}{2a}\right) v, \quad \text{und daher:}$$

$$d_1 = {}^2/_5 \left(1 - \frac{d}{2a}\right) \frac{d v}{c} \text{ bis } {}^1/_2 \left(1 - \frac{d}{2a}\right) \frac{d v}{c},$$

oder, $v = {}^1/_2 c \cos. \alpha$ geſetzt,

$$d_1 = {}^1/_5 \left(1 - \frac{d}{2a}\right) d \cos. \alpha \text{ bis } {}^1/_4 \left(1 - \frac{d}{2a}\right) d \cos. \alpha.$$

Nach Morin iſt $d = \frac{a}{3}$ bis $\frac{a}{2}$, alſo der Radhalbmeſſer a nur zwei- bis dreimal ſo groß zu machen als die Kranzbreite.

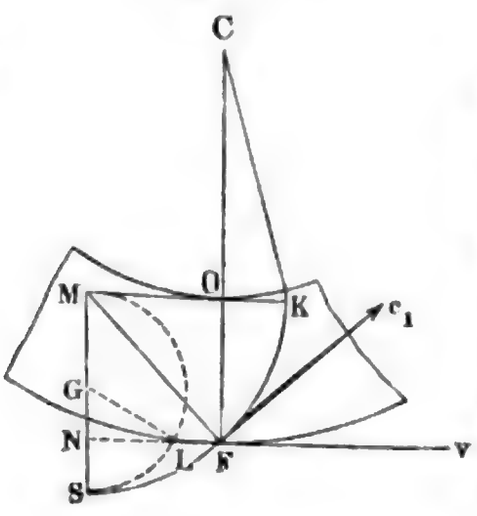
Ein anderes wichtiges Verhältniß iſt nun noch die Beſtimmung der Eintritts- und Austrittsſtelle, oder die Größe des waſſerhaltenden Bogens $A A_1$, den wir am beſten auf beiden Seiten des Radtiefſten F gleichmäßig vertheilen. Die Länge dieſes Bogens hängt von der Zeit ab, welche das Waſſer zum Auf- und Abſteigen an den Schaufeln nöthig hat. Um dieſe zu finden, muß aber die Geſtalt und Ausdehnung der Schaufeln bekannt ſein. Iſt dieſe Zeit $= t$, ſo können wir ſetzen:

$$A A_1 = 2 \lambda a = v t,$$

und ſonach den Bogen, um welchen Ein- und Austrittspunkt (A und A_1) des Waſſers vom Radtiefſten F abſtehen:

$$\lambda = \frac{v t}{2 a}.$$

Fig. 444.



§. 224

Damit das Waſſer, wenn es die höchſte Stelle K, Fig. 444, auf der Schaufel erreicht hat, daſelbſt nicht überſchlage, ſondern an der Schaufel wieder niederfalle, iſt es nöthig, daß das innere Schaufelende K beim tiefſten Stande $F K$ der Schaufel nicht überhänge, damit aber auf der anderen Seite die Schaufel nicht unnöthig lang ausfalle, iſt nöthig, daß das Schaufelende K den inneren Radumfang nicht ſehr ſpitz ſchneide;

aus dieſen Gründen iſt ein verticaler Stand des inneren Schaufelendes beim mittelbaren Schaufelſtande am zweckmäßigſten. Giebt man nun der Schaufel eine cylindriſche Form, ſo erhält man das Centrum M ihres kreisbogenförmigen Durchſchnittes, wenn man MF rechtwinkelig auf Fc_1 ſtellt und OM horizontal zieht. Aus der Radtiefe oder Kranzbreite $\overline{FO} = d$ ergiebt ſich der Krümmungshalbmeſſer $MF = KM = r$, da der Winkel $MFO = c_1 Fv = \beta$ iſt,

$$r = \frac{d}{cos.\,\beta}.$$

Die Zeit zum Hinauf- und Hinabſteigen des Waſſers an dem Bogen FK finden wir wie die Schwingungszeit eines Pendels, indem wir ſtatt der Acceleration der Schwere die Summe $g + \frac{v_1^2}{a_1}$ aus der Acceleration g derſelben und aus der mittleren Centrifugalacceleration $\frac{v_1^2}{a_1}$ einſetzen.

Wir finden übrigens dieſe Zeit genau nach der in Bd. I, (§. 322) entwickelten Formel

$$t = {}^1/_2 \sqrt{\frac{r}{g}} \left(\varphi + (\varphi + sin.\,\varphi)\,\frac{h}{8\,r}\right)$$

für die Schwingungszeit t eines Pendels durch den Bogen FK, wenn r den Halbmeſſer $MF = MK$ des von der Schaufel gebildeten Kreisbogens, h die ganze Fallhöhe $\overline{MS} = \overline{MF} = r$, und φ den Centriwinkel MGL bezeichnet, welcher dem Kreiſe MLS über dem Durchmeſſer $MS = r$ und der Bogenhöhe

$$\overline{MN} = \overline{OF} = \overline{MF}\,cos.\,FMN = r\,cos.\,(vFc_1) = r\,cos.\,\beta$$

entſpricht.

Dieſer Winkel φ beſtimmt ſich durch die Formel:

$$cos.\,\varphi = -\frac{NG}{LG} = -\frac{MN - MG}{MG} = -\frac{r\,cos.\,\beta - {}^1/_2\,r}{{}^1/_2\,r}$$
$$= 1 - 2\,cos.\,\beta,$$

oder:

$$sin.\,{}^1/_2\,\varphi = \sqrt{cos.\,\beta}.$$

Wenn man nun noch wegen der Einwirkung der Centrifugalkraft ſtatt g, $g + \frac{v_1^2}{a_1}$ ſetzt, ſo erhält man die Zeit zum Steigen und Fallen durch den Bogen FK:

$$2\,t = \left(\varphi + \frac{\varphi + sin.\,\varphi}{8}\right)\sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}}$$

$$= \left(\frac{9\,\varphi + sin.\,\varphi}{8}\right)\sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}}.$$

und daher die Länge des waſſerhaltenden Bogens AA_1 Fig. (443):

$$b = 2\lambda a = 2vt = v\left(\frac{9\varphi + sin.\,\varphi}{8}\right)\sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}}.$$

§. 225 **Dimensionen eines Ponceletrades.** Es kommt nun darauf an, mit Hülfe der im Vorſtehenden gefundenen Ergebniſſe, Regeln für die Anordnung und Conſtruction eines Ponceletrades aufzuſtellen. Wir können nur das Aufſchlagquantum Q und das Gefälle h, von Waſſerſpiegel zu Waſſerſpiegel gemeſſen, als bekannt anſehen, und haben daher die Geſchwindigkeiten c, c_1 und v, die Winkel α, β und λ, ſowie die Raddimenſionen a, d, e u. ſ. w. zu berechnen.

Annähernd iſt

$v = {}^1/_2\, c = {}^1/_2\sqrt{2gh}$, $d = {}^1/_4\, h$ und $d_1 = {}^1/_4\, d = {}^1/_{16}\, h$.

Auch können wir in der Formel

$$\lambda = \frac{v}{a}\cdot\left(\frac{9\varphi + sin.\,\varphi}{16}\right)\sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}}$$

annähernd $\varphi = \pi$, alſo $sin.\,\varphi = 0$, ferner $v_1 = v = {}^1/_2\, c$, $a_1 = a$ und $r = d = {}^1/_4\, h$ ſetzen, weshalb wir

$$\lambda = 1{,}767\cdot\frac{\sqrt{2gh}}{2a}\sqrt{\frac{{}^1/_4\, h}{g + \frac{c^2}{4a}}} = \frac{0{,}883\, h}{a\sqrt{2 + \frac{h}{a}}},$$

alſo umgekehrt,

$$a^2 + {}^1/_2\, ha = {}^1/_2\left(\frac{0{,}883\, h}{\lambda}\right)^2,$$

folglich den Radhalbmeſſer

$$a = \frac{h}{4}\left[\sqrt{8\left(\frac{0{,}883}{\lambda}\right)^2 + 1} - 1\right] = \frac{h}{4}\left(\sqrt{\frac{6{,}238}{\lambda^2} + 1} - 1\right)$$

erhalten.

Am angemeſſenſten iſt es, den Waſſerſtrahl horizontal in das Rad einzuführen, alſo $\alpha = \lambda$, und zwar

1) $\alpha = \lambda = 20$ Grad, alſo $arc. : \lambda = 0{,}3491$

anzunehmen.

Hiernach erhalten wir den Radhalbmeſſer:

2) $a = 1{,}56\, h$.

Die Ausflußgeſchwindigkeit des Waſſers iſt:

3) $c = \mu\sqrt{2g\,(h - {}^1/_2\, d_1)} = \mu\sqrt{2g\cdot{}^{31}/_{32}\, h}$
$= 0{,}98\,\mu\sqrt{2gh}$,

ferner die vortheilhafteſte Geſchwindigkeit des Rades:

4) $v = {}^1/_2\, c \cos.\alpha$,

und die Umdrehungszahl:

5) $u = \dfrac{30\, v}{\pi\, a}$.

Der Schaufelwinkel δ iſt ferner durch die Formel

$$\operatorname{cotg.}\beta = \operatorname{cotg.}\alpha - \frac{v}{c \sin.\alpha} = {}^1/_2 \operatorname{cotg.}\alpha,$$

d. i. durch

6) $\operatorname{tang.}\beta = 2 \operatorname{tang.}\alpha$

beſtimmt.

Auch erhält man nun für die relative Anfangsgeſchwindigkeit des aufſteigenden Waſſers:

7) $c_1 = \dfrac{c \sin.\alpha}{\sin.\beta} = \dfrac{v}{\cos.\beta}$,

und wenn man annähernd

$$\frac{v_1^2}{a_1} = \left(1 - \frac{d}{2\,a}\right)\frac{v^2}{a} = \left(1 - \frac{h}{8\,a}\right)\frac{v^2}{a} = 0{,}9\,\frac{v^2}{a}$$

annimmt, die Radtiefe ſchärfer beſtimmt,

$$d = d_1 + \frac{c_1^2}{2\left(g + 0{,}9\,\dfrac{v^2}{a}\right)} + (1 - \cos.20^0)\,a, \quad \text{oder:}$$

8) $d = {}^2/_3 \dfrac{c_1^2}{g + 0{,}9\,\dfrac{v^2}{a}} + 0{,}08\,a.$

Damit das Waſſer auch bei langſamerem Gange nicht überſchlägt, ſetzt man noch einige Zoll zu.

Die ſchärfer beſtimmte Strahlhöhe iſt nun:

9) $d_1 = {}^1/_4 \left(1 - \dfrac{d}{2\,a}\right) d \cos.\alpha,$

und die Radweite:

10) $e = \dfrac{Q}{d_1\, c} = \dfrac{2\,Q}{d\, v_1}$.

Für die Schaufelkrümmung iſt endlich der Halbmeſſer:

11) $r = \dfrac{d}{\cos.\beta}$,

und für den Hülfswinkel φ:

12) $\sin.{}^1/_2\,\varphi = \sqrt{\cos.\beta}$.

Mit Hülfe der Größen v, a, r und φ läßt ſich

13) $\lambda = \dfrac{v}{a}\left(\dfrac{9\,\varphi + \sin.\varphi}{16}\right)\sqrt{\dfrac{r}{g + 0{,}9\,\dfrac{v^2}{a}}}$

noch ſchärfer beſtimmen.

Den mittleren Abſtand je zweier Schaufeln von einander, $b = 1$ Fuß angenommen, erhält man endlich noch die Anzahl der Schaufeln:

$$14)\quad n = 2\pi a_1.$$

Beiſpiel. Man ſoll für ein Gefälle $h = 4{,}5$ Fuß und für ein Aufſchlagquantum $Q = 24$ Cubikfuß pr. Minute ein Ponceletrad anordnen und berechnen.

Nehmen wir $\alpha = \lambda = 20$ Grad an, ſo erhalten wir zunächſt den Radhalbmeſſer $a = 1{,}56\,h = 7$ Fuß, und ſetzen wir den Geſchwindigkeitscoefficienten = dem Ausflußcoefficienten $\mu = 0{,}90$, ſo ergiebt ſich die mittlere Geſchwindigkeit des bei A eintretenden Waſſers:

$$c = 0{,}98\,\mu\sqrt{2gh} = 0{,}882 \,.\, 7{,}906\sqrt{4{,}5} = 6{,}97 \,.\, 2{,}121 = 14{,}78 \text{ Fuß},$$

ferner die vortheilhafteſte Umfangsgeſchwindigkeit des Rades:

$$v = \tfrac{1}{2}\,c\cos.\alpha = 7{,}39\,.\cos. 20^0 = 7{,}39\,.\,0{,}940 = 6{,}95 \text{ Fuß},$$

und die Umdrehungszahl des Rades pr. Minute:

$$u = \frac{30\,v}{\pi a} = \frac{30\,.\,6{,}95}{7\pi} = 9{,}48 \quad \text{oder nahe } 9\tfrac{1}{2}.$$

Für den Schaufelwinkel β iſt:

$$tang.\,\beta = 2\,tang.\,\alpha = 2\,tang.\,20^0 = 2\,.\,0{,}3640 = 0{,}7280, \text{ daher:}$$
$$\beta = 36^0\,2',$$

oder in runder Zahl, $\beta = 36$ Grad.

Die Anfangsgeſchwindigkeit des aufſteigenden Waſſers iſt:

$$c_1 = \frac{v}{\cos.\beta} = \frac{6{,}95}{\cos. 36^0\,2'} = \frac{6{,}95}{0{,}8087} = 8{,}59 \text{ Fuß},$$

und hiernach die erforderliche Radkranzbreite:

$$d = \tfrac{2}{3}\,\frac{c_1^2}{g + 0{,}9\,\frac{v^2}{a}} + 0{,}08\,a = \tfrac{2}{3}\cdot\frac{8{,}59^2}{31{,}25 + 0{,}9\cdot\frac{6{,}95^2}{7}} + 0{,}08\,.\,7$$

$$= \tfrac{2}{3}\cdot\frac{73{,}79}{37{,}46} + 0{,}56 = 1{,}31 + 0{,}56 = 1{,}87 \text{ Fuß},$$

wofür vielleicht 1,90 Fuß zu nehmen ſein möchte.

Die Strahldicke iſt

$$d_1 = \tfrac{1}{4}\left(1 - \frac{d}{2\,a}\right) d\cos.\alpha = \tfrac{1}{4}\left(1 - \frac{1{,}90}{14}\right).\,1{,}90\cos. 20^0 = 0{,}216\,.\,1{,}90\,.\,0{,}94$$

$$= 0{,}410\,.\,0{,}94 = 0{,}385 \text{ Fuß},$$

und die Radweite:

$$e = \frac{Q}{d_1\,c} = \frac{24}{0{,}385\,.\,14{,}78} = 4{,}22 \text{ Fuß}.$$

Der Halbmeſſer der Schaufelkrümmung mißt:

$$r = \frac{d}{\cos.\beta} = \frac{1{,}90}{\cos. 36^0\,2'} = 2{,}35 \text{ Fuß},$$

und für den entſprechenden Centriwinkel φ hat man:

$$sin.\,\tfrac{1}{2}\,\varphi = \sqrt{\cos.\beta} = \sqrt{\cos. 36^0\,2'} = 0{,}8993,$$

hiernach:

$$\tfrac{1}{2}\,\varphi = 64^0\,4' \quad \text{und} \quad \varphi = 128^0\,8',$$

Nun folgt genauer:

$$\lambda = \frac{v}{a} \cdot \frac{9\varphi + sin.\,\varphi}{16} \sqrt{\frac{r}{g + 0{,}9\,\frac{v^2}{a}}}$$

$$= \frac{6{,}95}{7} \cdot \frac{9 \,.\, 2{,}236 + 0{,}787}{16} \sqrt{\frac{2{,}35}{37{,}46}} = 1{,}30 \,.\, 0{,}251 = 0{,}327 \text{ oder} = 19 \text{ Grad.}$$

Nimmt man den Abstand zwischen je zwei Schaufeln, am äußeren Radumfange gemessen, = 1 Fuß an, so erhält man die erforderliche Schaufelzahl:

$$n = 2\,\pi\,a = {}^{44}/_{7} \,.\, 7 = 44;$$

wofür der leichten Vertheilung wegen 48 zu setzen sein möchte.

Das disponible Arbeitsquantum ist:

$$L = Q\,h\,\gamma = 24 \,.\, 4{,}5 \,.\, 61{,}75 = 6669 \text{ Fußpfund,}$$

und die theoretische Leistung dieses Rades:

$$L_1 = \frac{c^2}{2\,g}\, cos.\,\alpha^2 \,.\, Q\gamma = 0{,}016 \,.\, 14{,}78^2 \,.\, (cos.\,20)^2 \,.\, 24 \,.\, 61{,}75 = 4579 \text{ Fußpfund,}$$

folglich der Wirkungsgrad desselben:

$$\eta = \frac{L_1}{L} = \frac{4579}{6669} = 0{,}686.$$

Versuche an Ponceleträdern. Ueber die Leistungen der Ponceleträder hat Poncelet selbst Versuche angestellt; es sind dieselben in der oben citirten Abhandlung genau beschrieben und deren Resultate aufgezeichnet. Die ersten Versuche nahm Poncelet an einem Modellrade von $^1/_2$ Meter Durchmesser oder ungefähr $^1/_6$ der natürlichen Größe vor. Es war ganz aus Holz gefertigt und hatte zwanzig krumme Holzschaufeln von $2^1/_2$ Millimeter Dicke, 65 Millimeter Breite und 76 Millimeter Länge. Die Wirkung dieses Rades bestimmte er wie Bossut, Smeaton u. A. mit Hülfe eines Gewichtes, welches durch einen sich um die Welle des Rades umwickelnden Bindfaden aufgehoben wurde. Die größten Leistungen ergaben sich, der Theorie entsprechend, wenn die Radgeschwindigkeit 0,5 der Wassergeschwindigkeit war, und der Wirkungsgrad betrug in diesem Falle 0,42 bis 0,56; ersteres bei kleinerer, letzteres aber bei größerer Dicke des Wasserstrahles oder stärkerer Füllung der Zellen. Wenn man nicht das Gefälle, sondern die Geschwindigkeitshöhe des ankommenden Wassers als maßgebend ansieht, so stellt sich der Effect 0,65 bis 0,72 heraus. Später hat Poncelet noch Versuche an einem Rade in natürlicher Größe mit einem Bremsdynamometer angestellt und ist dabei zu Ergebnissen gelangt, welche von den eben angeführten nur wenig abweichen. Dieses Rad hat 11 Fuß (pariſ. Maß) Durchmesser und dreißig blecherne Schaufeln von 2 Millimeter Dicke. Die Radkränze waren, wie die Arme und Wellen, von Holz, und es betrug ihre Breite 14 Zoll, ihre Dicke 3 Zoll, und die Entfernung derselben von einander, oder die Radweite, 28 Zoll. Bei einer mittleren Druckhöhe von 1,3 Meter, einer Strahlhöhe von 0,2 Meter und einem Geschwindigkeitsverhältnisse von 0,52 stellt sich auch hier ein Wirkungsgrad von 0,52 heraus, der sich aber §. 226

auf 0,60 ſteigert, wenn man die Geſchwindigkeitshöhe ſtatt des ganzen Gefälles einführt. Poncelet zieht aus ſeinen Verſuchsreſultaten folgende Folgerungen.

Das vortheilhafteſte Geſchwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c}$ iſt 0,55, kann aber 0,50 bis 0,60 betragen, ohne eine bedeutend kleinere Wirkung zu geben. Der Wirkungsgrad iſt für Gefälle von 2 bis 2,3 Meter, $\eta = 0{,}5$; für Gefälle von 1,5 bis 2,0 Meter, $\eta = 0{,}55$, und für Gefälle unter 1,5 Meter, $\eta = 0{,}60$. Es berechnet ſich hiernach die Nutzleiſtung im erſten Falle:
$Pv = 122{,}3\ (c - v)\,v\,Q$ Kilogr.-Meter $= 2{,}53\ (c - v)\,v\,Q$ Fußpfund,
im zweiten:
$Pv = 132{,}5\ (c - v)\,v\,Q$ Kilogr.-Meter $= 2{,}74\ (c - v)\,v\,Q$ Fußpfund,
im dritten:
$Pv = 142{,}7\ (c - v)\,v\,Q$ Kilogr.-Meter $= 2{,}95\ (c - v)\,v\,Q$ Fußpfund.

Noch giebt Poncelet einige Regeln für die Anordnung eines unterſchlägigen Waſſerrades mit krummen Schaufeln, welche er ebenfalls aus ſeinen Beobachtungen folgert. Die Entfernung je zweier Schaufeln, am äußeren Umfange gemeſſen, ſoll nur 0,20 bis 0,25 Meter, der Radhalbmeſſer aber ſoll nicht unter 1 und nicht über 2,5 Meter betragen; die Axe des Waſſerſtrahles ſoll dem Umfange des Rades unter einem Winkel von 24° bis 30° begegnen, und noch ungefähr 3° gegen den Horizont geneigt ſein. Uebrigens ſoll der Abfall hinreichend hoch ſein, damit das Waſſer ungehindert aus dem Rade treten kann, und es darf der Spielraum des Rades im Kropfe nur 1 Centimeter betragen. Einige dieſer Verhältniſſe ſind jedoch nicht weſentlich, und andere laſſen ſich ſicherer durch die Formel des vorigen Paragraphen ermitteln. Nach den Verſuchen wächſt noch der Wirkungsgrad mit der Strahldicke; da aber mit letzterem unter übrigens gleichen Verhältniſſen die Füllung der Zellen zunimmt, ſo folgt noch die in gewiſſen Grenzen einzuſchränkende Regel, daß die Füllung der Schaufeln eine große ſein ſoll. Unter 0,1 Meter Höhe iſt übrigens nach Poncelet die Strahlhöhe nie zu machen.

§. 227 **Neue Verſuche an Ponceleträdern.** In der neueren Zeit hat auch Morin Verſuche an Ponceleträdern angeſtellt, hierzu drei hölzerne und ein eiſernes Rad benutzt, und dabei ein Bremsdynamometer in Anwendung gebracht. Sie wurden vorzüglich in der Abſicht gemacht, um den Nutzen eines neuen, von Poncelet vorgeſchlagenen krummlinigen Waſſereinlaufes zu erproben, nächſtdem aber auch, um ſich genauere Kentniſſe über den Einfluß der Dimenſionsverhältniſſe auf die Leiſtung zu verſchaffen, da ſich bei mehreren Ausführungen ergeben hatte, daß die Dimenſionen der nach Poncelet's Regel conſtruirten Räder zu klein waren, namentlich aber

bei Abweichung von der mittleren Geſchwindigkeit des Rades eine zu kleine Leiſtung gaben, weil das Waſſer innen überſchlug (ſ. Comptes rendus, 1845, T. XXII, und polytechn. Centralblatt, Bd. VIII, 1846).

Die drei hölzernen Verſuchsräder hatten 1,6 Meter, 2,4 Meter und 3,2 Meter, das eiſerne Rad aber 2,8 Meter Höhe, die Schaufeln waren bei allen drei Rädern von Blech. Die erſten drei Räder hatten 0,4, das letztere aber 0,8 Meter Weite, und alle vier hatten eine Tiefe oder Kranzbreite von 0,75 Meter. Ein beſonderer Uebelſtand ſtellte ſich aber bei den hölzernen Rädern dadurch heraus, daß ſie wegen ihres kleinen Trägheitsmomentes ſehr ungleichförmig gingen und eben dadurch viel Waſſer nach innen verſpritzten. Das kleinſte Rad ging beſonders ſehr ungleichförmig und gab bei dem Gefälle von 0,45 bis 0,55 Meter, und wenn die Zellen mindeſtens zur Hälfte gefüllt waren, nur den Wirkungsgrad 0,485; bei größerem Gewichte würde es vielleicht 0,55 Wirkungsgrad gegeben haben. Bei dem mittleren Rade wurde dieſer mit einem Gefälle von 0,75 Meter, 0,60 bis 0,62 gefunden. An dem dritten Rade wurden Verſuche bei verſchiedenen Schaufelbreiten angeſtellt. Es zeigte ſich, daß bei einem Gefälle von 0,56 Meter die Kranzbreite 0,43 Meter, und bei einem Gefälle von 0,7 Meter, die von 0,59 Meter noch zu klein war. Noch wurden an dieſem Rade Verſuche über die Wirkung des von Poncelet vorgeſchlagenen (in §. 222 beſchriebenen) Gerinnes angeſtellt, und damit nicht nur ein größerer Wirkungsgrad erlangt, ſondern auch gefunden, daß der Faſſungsraum bis $^3/_2$ herabſinken konnte, ehe das Waſſer innen überſchlug.

Was endlich noch die Verſuche mit dem aus 42 Schaufeln beſtehenden eiſernen Rade betrifft, ſo wurden dieſe bei 1,2 bis 1,4 Meter Gefälle angeſtellt, wobei das Rad frei ging, ſowie bei 0,9 Meter Gefälle, wobei es 0,36 Meter tief im Waſſer watete. Bei den Schützenzügen von 0,15 Meter, 0,2 Meter, 0,25 Meter und 0,277 Meter betrugen die Maxima des Wirkungsgrades: 0,52; 0,57; 0,60 und 0,62; und bei Schwankungen der Umdrehungszahlen innerhalb der Grenzen 12 bis 21, 13 bis 21, 11 bis 20 und 12 bis 19 entfernten ſich die Wirkungsgrade nur $^1/_{13}$, $^1/_{14}$, $^1/_{12}$ und $^1/_9$ von den Maximalwerthen. Aus den Reſultaten dieſer Verſuche folgt, daß bei einem Rade mit dem gekröpften Einlauf die Wirkung durch die Formel

$$Pv = 0{,}871 \left(\frac{c^2 - v^2}{2g}\right) Q\gamma$$

ausgedrückt werden kann, daß ferner das vortheilhafteſte Geſchwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c} = 0{,}50$ bis $0{,}55$ iſt, daß das Waſſer dieſelbe Wirkung giebt es mag der Unterwaſſerſpiegel 0,12 Meter unter oder 0,20 bis 0,25 Meter über dem Radtiefſten ſtehen; daß endlich der Wirkungsgrad bis auf 0,46

herabſinkt, wenn das Rad 0,357 Meter tief oder mit der halben Kranzbreite im Waſſer watet. Der Hauptnutzen dieſes neuen Gerinnes beſteht nun darin, daß ſich ein Rad mit dieſem Gerinne in weiteren Geſchwindigkeitsgrenzen bewegen kann, ohne viel von ſeiner Nutzleiſtung zu verlieren. Uebrigens findet Morin für Gefälle von 0,9 bis 1,3 Meter am angemeſſenſten, die Kranzbreite der Hälfte des Radhalbmeſſers gleich und den Faſſungsraum noch einmal ſo groß zu machen, als den Raum, den das Waſſer eigentlich beanſprucht, d. i. den Füllungscoefficienten $\varepsilon = 1/2$ in Anwendung zu bringen.

Neuere Verſuche ſind auch von Morozeau an einem Ponceletrade mit drei Abtheilungen angeſtellt worden (ſ. Bulletin de Mulhouse 1846, oder polytechniſches Centralblatt, Jahrgang 1848). Dieſes Rad hatte eine Höhe von 4,4 Meter, eine lichte Weite von $3 \cdot 0{,}67 = 2$ Meter und eine Kranzbreite von 0,75 Meter und nahm bei 1,5 Meter Gefälle pr. Secunde 500 bis 1000 Litres Aufſchlagwaſſer auf. Der größte Wirkungsgrad wurde hier 0,669 gefunden, und zwar dann, wenn das Waſſer in allen drei Abtheilungen zugleich floß. Der Wirkungsgrad wurde jedoch kleiner, wenn das Rad 0,1 Meter im Unterwaſſer badete.

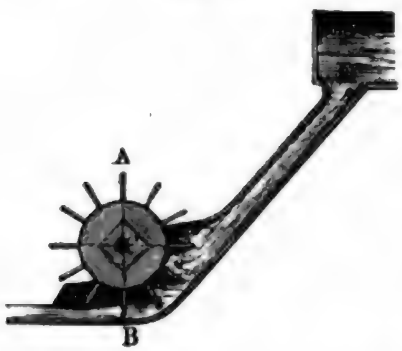
Neuere und ſehr intereſſante Verſuche ſind vom Herrn Capitain O. de Lacolonge an einem Ponceletrade in der Pulvermühle zu Angoulême (1847) angeſtellt worden (ſ. le Génie Industrielle par Armengaud Frères, Paris 1854). Dieſes Rad hatte einen Halbmeſſer von 4,8 Meter, eine Weite ſowie eine Kranzbreite von 1,00 Meter, und machte bei einer Leiſtung von 10 Pferdekräften circa zehn Umdrehungen pr. Minute. Der Wirkungsgrad dieſes Rades ſtieg bei dem Geſchwindigkeitsverhältniſſe $\frac{v}{c} = 0{,}579$, wobei das Gefälle 1,56 Meter und die Höhe der Schützenmündung 0,25 Meter betrug, auf 0,678. Das Waſſer wurde dem Rade durch ein nach der Kreisevolvente conſtruirtes Gerinne zugeführt und trat $26\,1/2$ Grad oberhalb des Radtiefſten ſo in das Rad ein, daß ſeine relative Bewegung auf der Schaufel in horizontaler Richtung begann. Der Füllungscoefficient war ſehr klein, nämlich bei der vortheilhafteſten Wirkung, $\varepsilon = 1/3$. Die angegebene Leiſtung des Rades ſteigerte ſich noch etwas (auf 0,755), wenn das Rad bis auf $1/3\,h$ unter dem Waſſer watete; dieſes Verhältniß, welches auf eine beſſere Ausnutzung der Kraft hindeutet, hat man auch ſchon bei andern mittelſchlägigen Rädern beobachtet (ſ. die Bremsverſuche an einem Kropfrade von Hülße und Brückmann im polytechniſchen Centralblatte, Jahrgang 1851).

§. 228 **Kleine Waſſerräder.** Man hat zuweilen auch noch andere verticale Waſſerräder angewendet, welche ſich keinem der eben abgehandelten Radſyſteme bei-

zählen laſſen; namentlich giebt es noch ſehr kleine Räder, welche kaum einige Fuß Höhe haben und durch den Druck oder Stoß des Waſſers in Bewegung geſetzt werden. Diejenigen, welche ſich an die bereits abgehandelten Syſteme noch am meiſten anſchließen, mögen hier noch ihren Platz finden, anderer aber wird aus beſonderen Gründen, erſt in dem folgenden Capitel gedacht werden.

D'Aubuiſſon beſchreibt in ſeiner Hydraulik kleine Stoßräder, wie

Fig. 445.



ACB, Fig. 445, mit hohem Gefälle von 6 bis 7 Meter, welche in den Pyrenäen häufig angewendet werden. Dieſe Räder ſind nur $2^1/_2$ bis 3 Meter hoch und haben vierundzwanzig etwas ausgehöhlte Schaufeln. Ihre Wirkung ſoll nach d'Aubuiſſon $^2/_3$ von der eines oberſchlägigen Rades bei gleichem Gefälle ſein. Es iſt übrigens die Leiſtung eines ſolchen Rades nach der oben entwickelten Theorie der Kropfräder zu berechnen, denn es ſind dieſe Räder eigentlich nur Kropfräder mit einem großen Stoß- und einem kleinen Druckgefälle. Um das Verſpritzen des Waſſers ſo viel wie möglich zu verhindern, wird das Rad in einen Kropf mit genau anſchließenden Seitenwänden gehängt. Uebrigens läßt ſich bei Anwendung mehrerer ſolcher Räder unter oder neben einander, wenn das Waſſer von einem Rade auf das andere tritt, noch ein hoher Wirkungsgrad erlangen (ſ. Bd. II, §. 217). Auch kann man dieſe Räder noch niedriger und aus Eiſen herſtellen. In den Alpen kommen ſolche Räder bei Mühlen und Hammerwerken ſehr häufig vor.

Ein oberſchlägiges Hammerrad mit einem großen Stoßgefälle iſt in

Fig. 446.

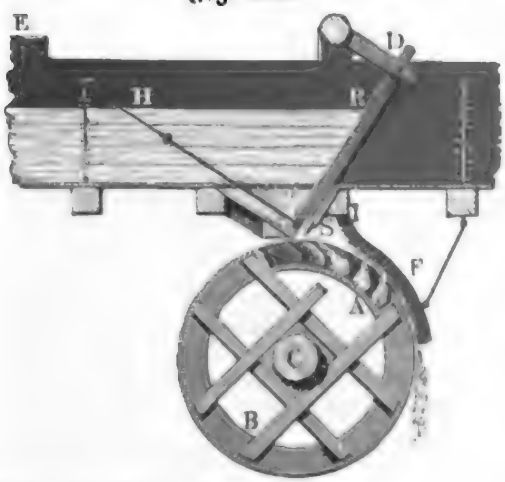


Fig. 446 abgebildet. Es iſt *ERD* das Aufſchlaggerinne, *SD* die Schütze, *ACB* das Rad und *F* ein Mantel um daſſelbe, welcher das zu zeitige Austreten des Waſſers verhindert.

Ein anderes Rad, Fig. 447 (a. f. S.), wird im „Technologiste“, Septbr. 1845, und auch im polytechniſchen Centralblatte,

Bd. VII, 1846, beſchrieben. Während bei obigen Rädern das Waſſer vorzüglich nur durch Stoß wirkt, bringt dieſes ſeine Leiſtung nur durch Druck hervor. Dieſes Rad wurde von dem Ingenieur Mary erbaut, und ſein Wirkungsgrad wurde von Belanger bei 1,3 Meter Umfangsgeſchwindigkeit, 0,75 bis 0,85, alſo ſehr hoch gefunden. Es hat daſſelbe nur einen aus Eiſenblech gebildeten Kranz von 0,3 Meter Breite, 0,12 Meter Dicke und 2,28 Meter Durchmeſſer, und beſteht aus ſechs elliptiſchen, durch Rippen verſtärkte Blechſchaufeln. Uebrigens hängt dieſes Rad in einem ſehr genau anſchließenden Gerinne, und an den Radkranz ſehr nahe anſchließende Eiſenplatten DE ſperren das Oberwaſſer O von dem Unterwaſſer U ziemlich genau ab, indem ſich der Radkranz in dem zwiſchen dieſen Platten befindlichen Spalt bewegt. Die Kraft, mit welcher ein ſolches Rad umläuft, iſt jedenfalls das Product aus dem Niveauabſtande beider Waſſerſpiegel, dem Querſchnitte einer Schaufel, und der Dichtigkeit des Waſſers.

Fig. 447.

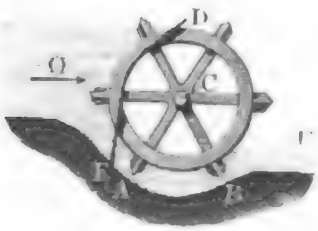
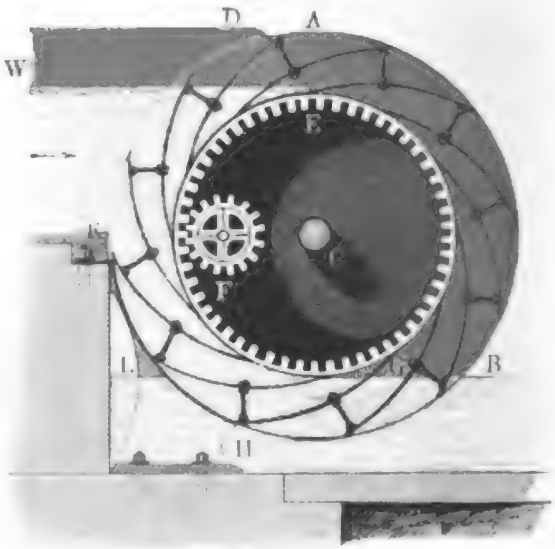


Fig. 448.

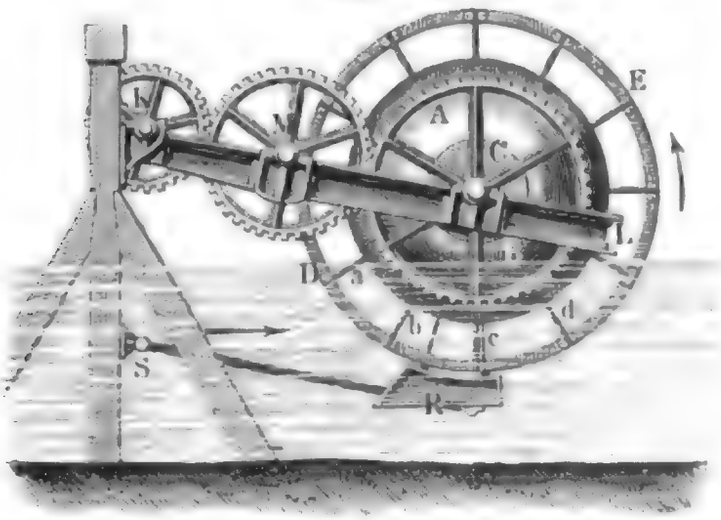


Ein anderes ähnliches, jedoch noch vollkommeneres Rad iſt das Zuppinger'ſche, in Fig. 448. Dieſes Rad hat nur einen Kranz AB und langgedehnte Blechſchaufeln, welche entweder nur auf einer oder auf beiden Seiten des Kranzes aufſitzen, und iſt mit einem eiſernen Mantel $DEFGHK$ umgeben, welcher das Aufſchlagwaſſer W dem Rade nicht allein von vorn, ſondern auch von der Seite zuführt und daſſelbe ſo lange im Rade zurückhält, bis die unterſte Schaufel GH aus demſelben hervortritt. Das bei W zutretende und innerhalb des Mantels im Rade niederſinkende Waſſer fließt nun längs GH unter dem Unterwaſſerſpiegel BL ab, und tritt dabei ſein ganzes Arbeitsvermögen an das Rad ab. Bei der Herſtellung eines ſolchen Rades iſt dafür zu ſorgen, daß die innere Radhöhe gleich dem Gefälle ausfalle, daß ferner die untere Mündung des Mantels der unterſten Schaufel

entspreche und unter den Unterwasserspiegel falle, und daß der Spielraum zwischen dem Rade und dem Mantel möglichst klein sei. Ein solches Rad ist bei ganz kleinen Gefällen noch anwendbar, und giebt hierbei noch einen sehr hohen Wirkungsgrad (75 bis 80 Procent). S. Gewerbeblatt für Würtemberg 1855, auch polytechnisches Centralblatt 1855.

Eine eigenthümliche Construction hat das schwimmende Wasserrad vom Herrn Colladon in Genf. Dasselbe hängt wie ein Schiffmühlenrad im unbegrenzten Strome, und besteht in der Hauptsache aus einem auf dem Wasser schwimmenden Blechkessel AB, Fig. 449, auf dessen Umfang lange, unter einander durch eiserne Reifen DE verbundene Blechschaufeln $a, b, c, d \ldots$ festsitzen. Um die Umdrehungsbewegung dieses Rades auf eine festliegende Welle K überzutragen, ist die Welle C desselben auf zwei um K drehbare Hebel, wie KL, gelagert, und sind diese Wellen mit Zahnrädern ausgerüstet, welche entweder unmittelbar in einander eingreifen, oder durch ein drittes ebenfalls auf KL gelagertes Rad M auf einander wirken (vergl. §. 212). Um die Wirkung des an die Schaufeln $b, c \ldots$ anschlagenden Wassers zu vergrößern, ist noch unter dem Rade ein Kropf R aufgehangen, welcher je nach dem Stande des Wassers mit dem Rade zugleich steigt und sinkt, so daß beide immer in derselben Tiefe unter dem Wasser bleiben. Die feste Welle K ist, wie die Axe S des Kropfes oder hängenden Gerinnes R, an zwei Paar Säulen befestigt. Man sieht, daß durch die Eintauchung des Radkörpers eine Querschnittsverminderung des Wasserstromes entsteht, welche eine für die Wirkung des Rades vortheilhafte Vergrößerung der Geschwindigkeit des stoßenden Wassers zur Folge hat.

Fig. 449.



Schlußanmerkung. Die Literatur über verticale Wasserräder ist allerdings sehr ausgedehnt; doch verdienen nur wenige Schriften über diese Maschinen einer größeren Beachtung, da die meisten derselben nur oberflächliche und einige sogar ziemlich unrichtige Theorien über Wasserräder abhandeln. In Eytelwein's Hydraulik sind die Wasserräder nur ganz allgemein abgehandelt, Vollständigeres, namentlich über die Theorie unterschlägiger Wasserräder, findet man in Gerstner's Mechanik. Wenig Brauchbares findet man in Langsdorf's Hydraulik oder in dessen System der Maschinenkunde. Ziemlich ausführlich, namentlich über die oberschlägigen Wasserräder, handelt d'Aubuisson in seiner

Hydraulique à l'usage des Ingénieurs. Navier handelt in ſeinen Applications de la Mécanique nur ganz allgemein von den verticalen Waſſerrädern, ausführlicher aber in der von ihm beſorgten Ausgabe vom erſten Bande der Architecture hydraulique von Belidor. In dem deutſch unter dem Titel Lehrbuch der Anwendung der Mechanik erſchienenen Cours de Mécanique appliquée von Poncelet wird die Theorie der Waſſerräder in gedrängter Kürze, jedoch ziemlich gründlich abgehandelt. Ueber die Leiſtungen und Regeln zur Conſtruction von Waſſerrädern findet man auch das Nöthigſte in Morin's Aide-mémoire de Mécanique pratique. In dem Treatise on Manufactures and Machinery of Great-Britain, of P. Barlow, iſt wenig über Theorie, mehr über die Einrichtung der Waſſerräder geſagt. Vollſtändige Beſchreibungen und gute Zeichnungen von Waſſerrädern findet man in Armengaud's Traité pratique des moteurs hydrauliques et à vapeur, ſowie auch in den neueren Bänden ſeiner Publication industrielle. Gute Zeichnungen und Zeichnungen von Waſſerrädern enthält auch die Maſchinenkunde ꝛc. von Sebaſtian Haindl. Das vorzüglichſte Werk über verticale Waſſerräder iſt aber Redtenbacher's Theorie und Bau der Waſſerräder, welches mit 6 kleinen und 23 großen lithographirten Tafeln 1846 in Mannheim erſchienen iſt. Poncelet's und Morin's Memoiren über die Wirkungen verticaler Waſſerräder (ſ. oben §. 221 und §. 197) bilden ein wichtiges Element in der Literatur über verticale Waſſerräder. Von den kleinen Hammerrädern iſt ausführlich die Rede in Tunner's Darſtellung der Stabeiſen- und Rohſtahl-Bereitung, Grätz 1845. Von den Waſſerrädern handelt auch Morin's Leçons de Mécanique, pratique, Part. II. Ebenſo: Band II von Redtenbacher's Maſchinenbau, Mannheim 1863, und Band I von Rühlmann's allgemeiner Maſchinenlehre. Ein Waſſerrad mit ſchrägen Schaufeln von Delneſt iſt beſchrieben in Dingler's polytech. Journal Bd. 173.

Fünftes Capitel.

Von den horizontalen Waſſerrädern.

§. 229 **Turbinen.** Bei den horizontalen oder um eine verticale Axe umlaufenden Waſſerrädern wirkt das Waſſer entweder durch Stoß, oder durch Druck, oder durch Reaction, nie aber unmittelbar durch ſein Gewicht. Man unterſcheidet daher auch horizontale Stoß-, Druck- und Reactionsräder von einander. Sehr gewöhnlich nennt man auch die horizontalen Waſſerräder überhaupt Turbinen oder Kreiſelräder (franz. und engl. turbines), zuweilen giebt man aber nur einer gewiſſen Claſſe von Reactionsrädern den Namen Turbinen. Die Stoßräder ſind mit ebenen oder ausgehöhlten Schaufeln ausgerüſtet, auf die das Waſſer mehr oder weniger rechtwinklig aufſchlägt; die Druckräder hingegen haben krumme Schaufeln, an welchen das Waſſer bloß hinläuft; die Reactionsräder endlich be-

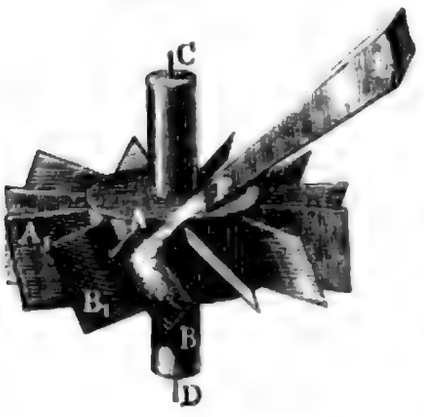
stehen aus einem Röhrenapparate, aus welchem das Wasser mehr oder weniger tangential ausfließt. Die Druck- und Reactionsräder sind in ihrer Construction einander sehr ähnlich, jedoch unterscheiden sie sich dadurch wesentlich von einander, daß bei den Druckrädern die Zellen oder Canäle zwischen je zwei Schaufeln vom Wasser nicht ganz ausgefüllt werden, bei den Reactionsrädern aber das Wasser durch die Canäle oder Röhren mit gefülltem Querschnitte hindurchströmt. Während sich bei den Stoßrädern das Wasser nach allen Seiten hin auf den Schaufeln ausbreitet, strömt es bei den Druck- und Reactionsrädern nur nach einer Seite hin. Nach den verschiedenen Richtungen, in welchen sich das Wasser in den Canälen der letzteren Räder bewegt, hat man zwei Hauptsysteme von Druck- und Reactionsrädern; entweder ist die relative Bewegung des Wassers in den Canälen eine horizontale, oder sie ist eine gegen den Horizont geneigte, meist in einer Verticalfläche vor sich gehende Bewegung. Im ersten Systeme ist aber wieder zu unterscheiden, ob das Wasser von innen nach außen, oder von außen nach innen strömt; im zweiten, ob es von oben nach unten oder von unten nach oben fließt. Meist erfolgt die Bewegung entweder nur von innen nach außen, oder von oben nach unten; im ersten Falle kommt die Centrifugal- und im zweiten die Schwerkraft der Bewegung zu Hülfe.

Horizontale Wasserräder, bei welchen das Wasser von oben nach unten abfließt, nennt man wohl auch Danaiden.

Stossräder. Die einfachsten, jedoch auch unvollkommensten horizontalen Wasserräder sind die sogenannten Stoßräder oder Stoßturbinen, wie *ACD*, Fig. 450. Sie bestehen aus 16 bis 20 rectangulären Schaufeln *AB*, A_1B_1 u. s. w., welche so auf den Radkörper aufgesetzt sind, daß sie 50 bis 70 Grad Neigung gegen den Horizont erhalten. Das Wasser wird ihnen durch ein pyramidales Gerinne *EF* von 40 bis 20 Grad Neigung so zugeführt, daß es ziemlich winkelrecht auf die Schaufeln aufschlägt. Man wendet diese Räder bei 10 bis 20 Fuß Gefälle und dann an, wenn eine große Umdrehungszahl erfordert wird, wie z. B. bei Mahlmühlen, wo man den beweglichen Mühlstein oder sogenannten Läufer auf die Welle des Rades aufsetzt, so daß man Vorgelege oder besondere Zwischenmaschinen gar nicht nöthig hat. Vorzüglich kommen diese Räder in dem südlichen Europa und im nördlichen Afrika, zumal aber in den Alpen und Pyrenäen und in Algier vor. Man giebt ihnen ungefähr 5 Fuß Durchmesser, sowie ihren Schaufeln 15 Zoll Höhe und 8 bis 10 Zoll Länge (radial gemessen).

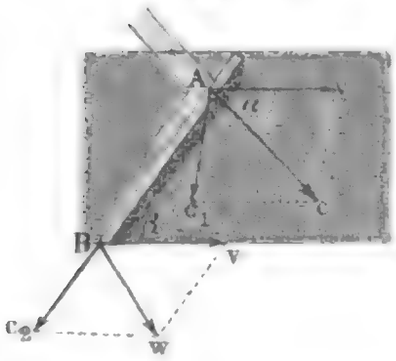
§. 230

Fig. 450.



Die Leiſtung dieſer Räder iſt nach der Theorie des Waſſerſtoßes auf folgende Weiſe zu ermitteln. Die Geſchwindigkeit $\overline{Ac} = c$, Fig. 451, des aufſchlagenden Waſſers und die Geſchwindigkeit $\overline{Av} = v$ der Schaufeln und in eine Geſchwindigkeit $\overline{Ac_1} = c_1$, welche in Folge des Stoßes die Richtung der Schaufel annimmt. Unter der Vorausſetzung, daß das Waſſer das Ende B der Schaufel mit dieſer relativen Geſchwindigkeit $\overline{Bc_2} = c_2$ läßt ſich durch Vereinigung derſelben mit der Geſchwindigkeit $\overline{Bv} = v$ der umlaufenden Schaufel die abſolute Abflußgeſchwindigkeit w des Waſſers beſtimmen. Wenn die Bewegungsrichtung Av der Schaufel den Winkel $cAv = \alpha$ mit der Richtung Ac des einfallenden Waſſers einſchließt, ſo hat man für die Geſchwindigkeit c_1, mit welcher das Waſſer an der Schaufel AB hinläuft

Fig. 451.



$$c_1^2 = c^2 + v^2 - 2cv\cos.\alpha,$$

und wenn die Bewegungsrichtung von der Schaufelrichtung um den Winkel $ABv = \beta$ abweicht, ſo iſt für die abſolute Geſchwindigkeit w des abfließenden Waſſers:

$$w^2 = c_2^2 + v^2 - 2c_2v\cos.\beta, \text{ oder wenn man } c_2 = c_1 \text{ annimmt,}$$
$$w^2 = c^2 + 2v^2 - 2v(c\cos.\alpha + c_1\cos.\beta)$$
$$= c^2 + 2v(v - (c\cos.\alpha + c_1\cos.\beta)).$$

Mit Hülfe dieſer Größe beſtimmt ſich nun das Arbeitsvermögen, welche das mit der Geſchwindigkeit c zufließende Waſſerquantum Q dem Rade mittheilt.

$$L = \left(\frac{c^2 - w^2}{2g}\right) Q\gamma$$
$$= \frac{v(c\cos.\alpha + c_1\cos.\beta - v)}{g} Q\gamma, \text{ oder, wenn man noch}$$
$$c_1 = \sqrt{c^2 + v^2 - 2cv\cos.\alpha} \text{ einführt,}$$
$$L = \frac{(c\cos.\alpha + \sqrt{c^2 + v^2 - 2cv\cos.\alpha}.\cos.\beta - v)v}{g} Q\gamma.$$

Damit das Waſſer nach dem Anſtoße an der Schaufel AB herablaufe, iſt nöthig, daß der Winkel BAc_1, welchen der Strahl Ac_1 nach dem Stoße mit der Schaufel AB einſchließt, kleiner als 90 Grad ſei. Bezeichnen wir den Neigungswinkel Ac_1c durch θ, ſo iſt $BAc_1 = \theta - \beta$, und daher $\theta - \beta < 90^0$, oder

$$\theta < 90^0 + \beta, \text{ alſo auch}$$

$tang.\theta < tang.(90^0 + \beta)$, d. i. $cotang.\beta < -tang.\theta$

oder $tang.\beta > -cotang.\theta$ zu fordern.

Nun iſt aber $cotang.\theta = \frac{c\,cosin.\alpha - v}{c\,sin.\alpha}$, daher folgt die Bedingung

$$tang.\beta > \frac{v - c\,cos.\alpha}{c\,sin.\alpha}.$$

Um eine möglichſt große Leiſtung zu erhalten, giebt man dem eintretenden Strahle nahe die Richtung der ausweichenden Schaufel, macht alſo α nahe $=$ Null. Da dann $cos.\alpha =$ Eins geſetzt werden kann, ſo folgt für dieſen Fall:

$$L = \left(\frac{c + (c-v)\,cos.\beta - v}{g}\right) v\,Q\gamma = \frac{(1 + cos.\beta)\,(c-v)\,v}{g}\,Q\gamma.$$

Nun fällt aber für einen kleineren Werth von α, $\frac{v - c\,cos.\alpha}{c\,sin.\alpha}$ nahe unendlich groß aus; es iſt daher dann $tang.\beta = \infty$, und daher $\beta = 90^0$ zu machen, und die entſprechende Leiſtung des Rades

$$L = \frac{(c-v)\,v}{g}\,Q\gamma.$$

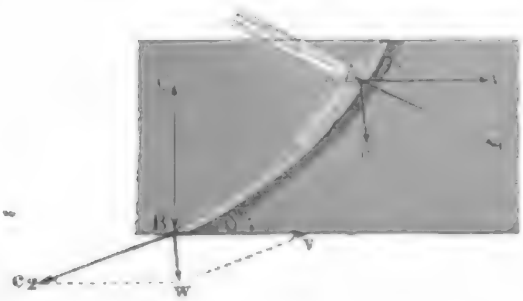
Dieſelbe iſt für $v = \frac{c}{2}$ ein Maximum und zwar $L = \frac{1}{2}\cdot\frac{c^2}{2g}Q\gamma$, alſo nur die Hälfte von dem Arbeitsvermögen des Aufſchlagwaſſers.

Stossräder mit krummen Schaufeln. Da der Formel: §. 231

$$L = \frac{(c\,cos.\alpha + \sqrt{c^2 + v^2 - 2\,c\,v\,cos.\alpha}\;.\;cos.\beta - v)\,v}{g}\,Q\gamma$$

zu Folge die Leiſtung eines Stoßrades um ſo größer ausfällt, je größer $cos.\beta$, je kleiner alſo der Austrittswinkel β iſt, ſo bringt man mit Vortheil ſtatt der ebenen Schaufeln, hohle Schaufeln wie AB, Fig. 452, zur Anwendung. Es iſt dann die Neigung β der Schaufel am Eintrittspunkte A eine andere als die Neigung δ an der Austrittsſtelle B, und kann daher durch β der obigen Gleichung $tang.\beta > \frac{v - c\,cos.\alpha}{c\,sin.\alpha}$ Genüge gethan werden, ohne die durch die Formel

Fig. 452.



$$L = \frac{(c\cos.\alpha + \sqrt{c^2 + v^2 - 2cv\cos.\alpha}.\cos.\delta - v)v}{g} Q\gamma$$

zu beſtimmende Leiſtung des Stoßrades zu beeinträchtigen. Macht man dann den Austrittswinkel ſehr klein, ſo läßt ſich $\cos.\delta = 1$, und daher

$$L = \frac{(c\cos.\alpha + \sqrt{c^2 + v^2 - 2cv\cos.\alpha} - v)v}{g} Q\gamma \text{ ſetzen.}$$

Die Geſchwindigkeit v der Schaufeln, bei welcher die Maximalleiſtung erlangt wird, iſt beſtimmt durch die Gleichung

$$c\cos.\alpha - 2v + \sqrt{c^2 + v^2 - 2cv\cos.\alpha} - \frac{v(c\cos.\alpha - v)}{\sqrt{c^2 + v^2 - 2cv\cos.\alpha}} = 0,$$

deren Auflöſung auf den Werth

$$v = \frac{c}{2\cos.\alpha} \text{ führt.}$$

Die dieſem Geſchwindigkeitswerthe entſprechende Maximalleiſtung des Rades iſt

$$L = \frac{c\cos.\alpha}{g} \cdot \frac{c}{2\cos.\alpha} Q\gamma = \frac{c^2}{2g} Q\gamma.$$

Es wird alſo bei dieſem Gange des Rades das ganze disponible Arbeitsvermögen des Aufſchlagwaſſers gewonnen.

Iſt die Höhe $\overline{CB} = h_2$, von welcher das Waſſer während der Bewegung auf der Schaufel AB herabfällt, ein anſehnlicher Theil des ganzen Radgefälles, ſo hat man die relative Geſchwindigkeit mit welcher das Waſſer am Schaufelrade B ankommt,

$$c_2 = \sqrt{2gh_2 + c_1^2} \text{ zu ſetzen.}$$

Wendet man wieder einen ſehr kleinen Austrittswinkel δ an, ſo läßt ſich die abſolute Austrittsgeſchwindigkeit

$$w = c_2 - v = \sqrt{2gh_2 + c_1^2} - v \text{ ſetzen.}$$

Damit dieſelbe nahe Null ausfalle, folglich das ganze Arbeitsvermögen des Waſſers auf das Rad übergehe, iſt der Gleichung

$$v^2 = 2gh_2 + c_1^2$$
$$= 2gh_2 + c^2 + v^2 - 2cv\cos.\alpha \text{ zu genügen,}$$

wonach

$$2cv\cos.\alpha = 2gh_2 + c^2, \text{ oder}$$

$$v = \frac{2gh_2 + c^2}{2c\cos.\alpha} \text{ folgt.}$$

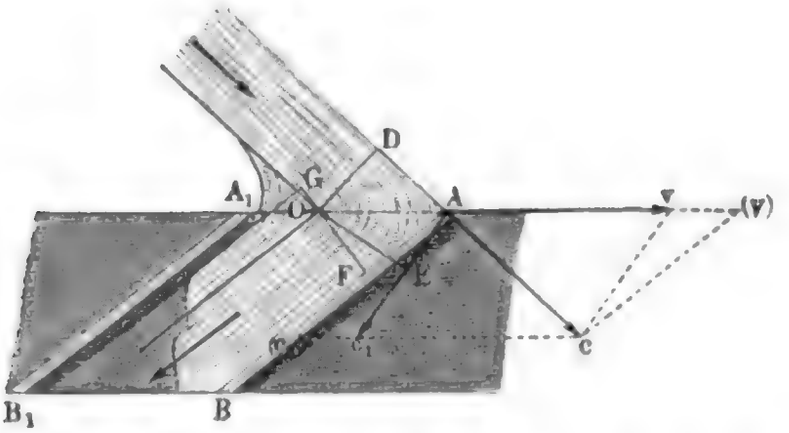
Iſt $h_1 = \frac{c^2}{2g}$ das Gefälle, welches die Erzeugung der Geſchwindigkeit des Waſſers beim Eintritt in das Rad in Anſpruch nimmt, ſo hat man das ganze

Radgefälle $h = h_1 + h_2 = \frac{c^2}{2g} + h_2$, und daher die vortheilhafteſte Umdrehungsgeſchwindigkeit des Rades, wobei daſſelbe das Arbeitsquantum $L = Q h \gamma$ liefert,

$$v = \frac{g h}{c \cos. \alpha}.$$

Bezeichnet d die Dicke OD, Fig. 453, des zutretenden Strahles und θ

Fig. 453.



den Winkel $OAE = Avc$, welchen die Richtung des in das Rad eintretenden Waſſerſtrahles Ac_1 mit der Bewegungsrichtung Av des Rades einſchließt, ſo iſt die Dicke des eintretenden Strahles

$$\overline{OE} = d_1 = \frac{cd}{c_1},$$

weil durch OD und OE in derſelben Zeit eine und dieſelbe Waſſermenge ſtrömt. Da die Schaufel AB nur die Richtung der Bewegung aus AE in AF umſetzt, die Geſchwindigkeit derſelben aber nicht abändert, ſo folgt, daß der Waſſerſtrahl auch mit der Dicke $\overline{FG} = \overline{OE} = d_1 = \frac{cd}{c_1}$ an der Schaufel AB hinläuft. Damit das Waſſer ungehindert in das Rad eintreten und an deſſen Schaufeln hinlaufen könne, iſt nöthig, daß der Normalabſtand zwiſchen den benachbarten Schaufeln AB und A_1B_1 mindeſtens dieſer Strahldicke $FG = \frac{cd}{c_1}$ gleich ſei, daß alſo das zuſtrömende Waſſer nur einen Theil AO von der ganzen Mündung AA_1 oder dem Raume zwiſchen den Schaufeln AB und A_1B_1, einnehme.

Läßt man die Eintrittsgeſchwindigkeit (c_1) mit der Schaufelrichtung zuſammen fallen, macht man alſo $\theta = \beta$, ſo hat man $\frac{c}{c_1} = \frac{sin. \beta}{sin. \alpha}$, daher

$$d_1 = \frac{d \, sin. \beta}{sin. \alpha} = \overline{OF}.$$

In dieſem Falle ſchließt ſich der Waſſerſtrahl OFB im Rade unmittelbar an die Baſis AO des zutretenden Strahles an, und es kann daher die Schaufel A_1B_1 bis O der vorausgehenden Schaufel AB genähert werden. Da dieſes Bewegungsverhältniß nur bei einer beſtimmten Radgeſchwindigkeit $v = \frac{c\,sin.(\alpha+\beta)}{sin.\beta}$ ſtatt hat, ſo iſt d_1 noch etwas größer als $\frac{d\,sin.\beta}{sin.\alpha}$ zu machen, damit das Waſſer auch bei einer kleineren Umdrehungsgeſchwindigkeit ungeſtört in das Rad eintreten könne.

§. 232 Zu der Claſſe von Rädern, Stoßrädern mit krummen Schaufeln, gehören diejenigen, welche die Franzoſen rouets volants nennen, und über deren Wirkungen Piobert und Tardy Verſuche angeſtellt haben (ſ. Expériences sur les roues hydrauliques à axe vertical etc., par Piobert et Tardy, Paris 1840). Die Ergebniſſe dieſer Verſuche an einem Rädchen, wie Fig. 454, von 5 Fuß Durchmeſſer, 8 Zoll Höhe und 20 gekrümmten Schaufeln (Fig. 454) waren bei einem Gefälle von $4^1/_4$ Meter (vom Spiegel des Oberwaſſers bis Grundfläche des Rades gemeſſen) und bei einem Aufſchlag von 0,3 Cubikmeter pr. Secunde folgende:

Für $\frac{v}{c} = 0{,}72$, $\eta = 0{,}16$; für $\frac{v}{c} = 0{,}66$, $\eta = 0{,}31$, und für $\frac{v}{c} = 0{,}56$, $\eta = 0{,}40$.

Fig. 454.

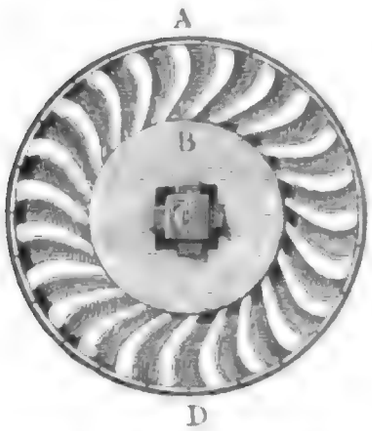
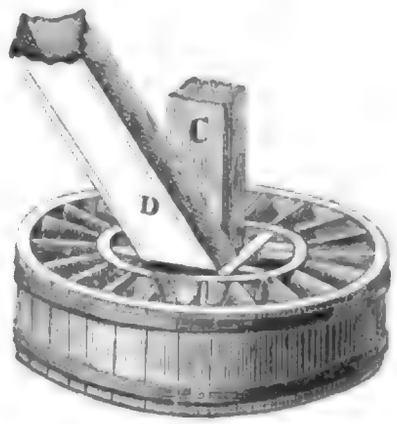


Fig. 455.



Man nennt die im vorigen Paragraphen abgehandelten Räder, bei welchen das Waſſer vorzüglich durch Druck wirkt, indem es an gekrümmten Schaufeln niederfließt, Borda'ſche Turbinen. Die Conſtruction ſolcher Turbinen führt Fig. 455 vor Augen. Der Verfaſſer hat das Original als Umtriebsmaſchine für ſechs Amalgamirfäſſer und ein anderes zum Umtriebe eines Mahlganges zu Huelgoat in der Bretagne geſehen. Die krummen Schaufeln waren aus drei Buchenholzbretchen zuſammengeſetzt, und zwiſchen aus Dauben zuſammengeſetzten Mänteln, wovon der äußere mit zwei eiſernen Ringen umgeben war, eingeſetzt. In Fig. 455 iſt AB eine Schaufel, C die Welle

und D der 45° geneigte Waſſereinfallluten. Der Durchmeſſer des Rades betrug $1^1/_2$ Meter, die 20 Schaufeln dieſes Rades waren 0,36 Meter lang und 0,44 Meter hoch. Uebrigens machte das Rad bei einem Gefälle von 5 Metern, 40 Umdrehungen in der Minute.

Ueber die effectiven Wirkungen der Borda'ſchen Turbinen ſind ſichere Beobachtungen nicht bekannt. Borda giebt das Verhältniß der effectiven Leiſtung zur theoretiſchen 0,75 an.

Poncelet bemerkt ſehr richtig, daß es zweckmäßig iſt, den Rädern eine große Höhe und einen großen Durchmeſſer zu geben, und die Schaufeln weniger lang zu machen, alſo die beiden Mäntel oder Trommeln nicht weit von einander abſtehen zu laſſen. Durch die größere Radhöhe erlangt man ein kleineres Geſchwindigkeitsgefälle, und daher auch kleinere Waſſer- und Radgeſchwindigkeiten, durch einen größeren Durchmeſſer erhält man eine kleinere Umdrehungszahl, und da bei einem größeren Rade bei gleichem Faſſungsraume die Radweite eine kleinere ſein kann, ſo erhält man auch dadurch kleinere Abweichungen in der Geſchwindigkeit der neben einander niederfließenden Waſſerfäden.

Beiſpiel. Welchen Aufſchlag erfordert eine Borda'ſche Turbine nach der Conſtruction von Fig. 455, wenn dieſelbe bei einem Gefälle von 15 Fuß zum Umtriebe eines Mahlganges eine Leiſtung von 3 Pferdekräften hervorbringen ſoll? Geben wir dem Rade $1^3/_4$ Fuß Höhe, ſo bekommen wir die theoretiſche Eintrittsgeſchwindigkeit:

$$c = 7{,}906\sqrt{15 - 1{,}75} = 7{,}906\sqrt{13{,}25} = 28{,}75 \text{ Fuß}.$$

Führt man das Waſſer unter 30° Neigung gegen den Horizont ein, ſo erhält man die vortheilhafteſte Umlaufsgeſchwindigkeit:

$$v = \frac{gh}{c\cos.\alpha} = \frac{31{,}25 \,.\, 15}{28{,}75 \,.\, \cos. 30^0} = 18{,}83 \text{ Fuß}.$$

Die Geſchwindigkeit, mit welcher es an den Schaufeln niederzufließen anfängt, iſt

$$c_1 = \sqrt{c^2 + v^2 - 2cv\cos.\alpha} = \sqrt{c^2 + v^2 - 2gh} = \sqrt{v^2 - 2gh_2}$$
$$= \sqrt{18{,}83^2 - 2 \,.\, 31{,}25 \,.\, 1{,}75} = \sqrt{245} = 15{,}65 \text{ Fuß}.$$

Für den Winkel β, unter welchem der Schaufelkopf gegen den Horizont zu neigen iſt, damit das Waſſer ohne Stoß in das Rad eintrete, hat man hiernach $\frac{\sin.\beta}{\sin.\alpha} = \frac{c}{c_1}$, alſo:

$$\sin.\beta = \frac{28{,}75}{15{,}65}\sin. 30^0 = 0{,}9185,$$

folglich

$$\beta = 66^3/_4{}^0.$$

Geben wir noch dem Schaufelfuße eine Neigung $\delta = 25^0$ gegen den Horizont, ſo erhalten wir die abſolute Geſchwindigkeit des abfließenden Waſſers:

$$w = 2v\sin.\frac{\delta}{2} = 2 \,.\, 18{,}83\sin. 12^1/_2{}^0 = 8{,}15 \text{ Fuß}$$

und daher die Leiſtung des Rades:

$$L = 3/4 \left(h - \frac{w^2}{2g}\right) Q\gamma = 3/4 \left(15 - \frac{8{,}15^2}{2g}\right) .61{,}75\, Q$$
$$= 46{,}31\ (15 - 1{,}063)\, Q = 645\, Q.$$

Damit dieſe die verlangten 3 Pferdekräfte = 1440 Fußpfund giebt, iſt demnach das Aufſchlagquantum

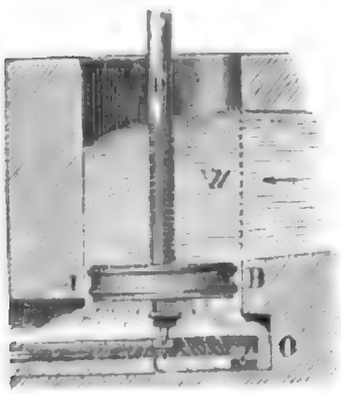
$$Q = \frac{1440}{645} = 2{,}23 \text{ Cubikfuß nöthig.}$$

Geben wir dem Rade einen mittleren Halbmeſſer (bis zur Schaufelmitte gemeſſen) von $1\frac{1}{2}$ Fuß, und machen wir den Waſſerraum $l = 1/4$ Fuß weit, ſo erhalten wir den Inhalt der Querſchnitte ſämmtlicher Abflußöffnungen an der Grundfläche des Rades:

$F = 2\pi a l \sin. \delta = \pi . 3 . 1/4 \sin. 25^0 = 2{,}356 . 0{,}4226 = 1{,}0$ Quadratfuß, welcher ſicherlich hinreicht, um pr. Secunde 2,23 Cubikfuß Waſſer mit 18,83 Fuß Geſchwindigkeit durchfließen zu laſſen.

§. 233 **Kufenräder.** Zu den Turbinen, bei welchen das Waſſer an krummen Schaufeln niederfließt, gehören noch die Kufenräder (franz. roues en cuves), welche noch häufig im ſüdlichen Frankreich vorkommen und ſchon von Belidor in ſeiner Architecture hydraulique beſchrieben worden ſind. Auch d'Aubuiſſon behandelt dieſe Räder ziemlich ausführlich in ſeiner Hydraulik. Endlich haben Piobert und Tardy in einer ſchon oben citirten Abhandlung (§. 231) die Reſultate der von ihnen angeſtellten Verſuche, welche allerdings keineswegs günſtig zu nennen ſind, mitgetheilt. Dieſe Räder (ſ. AB, Fig. 456) weichen in ihrer Form von den oben betrachteten Stoßrädern (Fig. 454) nicht ab, ſie haben jedoch nur 1 Meter im Durchmeſſer und nur neun krumme Schaufeln; man ſetzt ſie nur aus zwei Stücken zuſammen und umgiebt ſie mit zwei eiſernen Reifen. Die Welle CD ruht mit ihrem Stifte C auf einem Hebel CO, um ſie heben oder ſenken zu können, wie es der aufſitzende Mühlſtein (hier nicht angegeben) erfordert. Dieſes Rad befindet ſich nahe am Fuße innerhalb eines cylindriſchen, 2 Meter hohen und 1,02 Meter breiten Schachtes AWB, und das Waſſer fließt durch ein ſich an das Rad tangential anſchließendes Gerinne zu, welches 3 bis 4 Meter Länge, anfänglich eine Breite von 0,75, zuletzt, bei der Einmündung in die ſchachtförmige Radſtube, aber nur noch eine ſolche von 0,25 Meter hat. Das Waſſer fließt mit einer großen Geſchwindigkeit zu, nimmt, in der Radſtube angelangt, eine drehende Bewegung an und wirkt nun ſtoßend und drückend gegen die Schaufeln des Rades, indem es in den Zwiſchenräumen zwiſchen den Schaufeln nach unten ſtrömt. Ein großer Theil des Waſſers kommt aber nur unvollkommen oder gar nicht zur Wirkung, indem er entweder in dem Zwiſchenraume zwiſchen Rad und

Fig. 456.



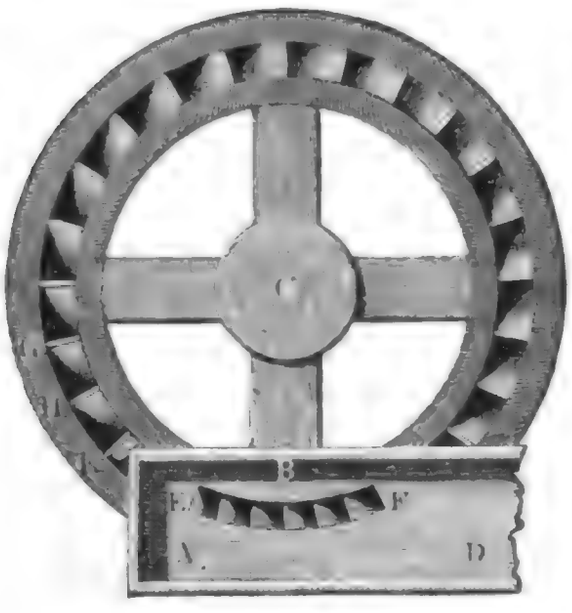
Schacht entweicht, oder beim Durchgang durch die weiten Schaufelräume nicht hinreichende Gelegenheit hat, ſeine Kraft auszuüben. Aus dieſem Grunde ſind auch die Wirkungsgrade dieſer Räder ſo ſehr klein. Bei den beſſeren Rädern in der Hospitalmühle zu Toulouſe fanden Piobert und Tardy den Wirkungsgrad höchſtens 0,27 und zwar bei einem Gefälle von 3 Meter, einem Aufſchlag von 0,45 Cubikmeter, und einer Umdrehungszahl $u = 100$. War unter übrigens gleichen Verhältniſſen die Umdrehungszahl $u = 120$, ſo ſtellte ſich $\eta = 0{,}22$ heraus und für $u = 133$ war η gar nur $= 0{,}15$. Die Räder in der ſogenannten Baſacle-Mühle gaben ihres ſchlechten Zuſtandes wegen, höchſtens $\eta = 0{,}18$.

D'Aubuiſſon berichtet, daß man bei neuen Ausführungen das Rad nicht in, ſondern unmittelbar unter den Schacht geſtellt und dafür etwas weiter gemacht hat als dieſen Raum; daß man auch das pyramidale Zuflußgerinne bedeutend abgekürzt und durch beides den Wirkungsgrad um $^1/_3$ erhöht hat. Wenn wir nun auch für dieſe Räder den Wirkungsgrad mit d'Aubuiſſon 0,25 ſetzen, ſo erhalten wir doch noch eine viel kleinere Leiſtung, als bei den oben betrachteten freiſtehenden Stoßrädern oder roues à buse, wie ſie d'Aubuiſſon nennt.

Burdin's Turbinen. Die Turbinen von Burdin, oder turbines à évacuation alternative, wie ſie Burdin ſelbſt nennt, ſind die vorzüglichſten der hierher (§. 231) gehörigen Räder. Sie ſind im Weſentlichen von den einfachen Borda'ſchen Turbinen nur dadurch verſchieden, daß bei ihnen das Waſſer an mehreren Punkten zugleich eintritt, und daß die Ausmündungen auf drei concentriſche Kreiſe vertheilt ſind. Die letztere Anordnung geſchieht deshalb, damit das mit einer ſehr kleinen abſoluten Geſchwindigkeit abfließende Waſſer dem Rade keine Hinderniſſe in ſeiner Umdrehung entgegenſetze. Das erſte Rad dieſer Art hat Burdin in der Mühle zu Pont-Gibaud aufgeführt, und in den Annales des Mines, III. Serie, T. III, beſchrieben. Fig. 457 ſtellt einen Grundriß dieſes Rades vor. ABD iſt der unmittelbar über dem Rade ſtehende Speiſebehälter, welcher auf der einen Seite mit dem Aufſchlaggerinne in Verbindung ſteht und im Boden eine Reihe EF von Mundſtücken hat, durch welche das Waſſer in einer geneigten Richtung in das Rad eingeführt wird. Das um die

§. 234

Fig. 457.

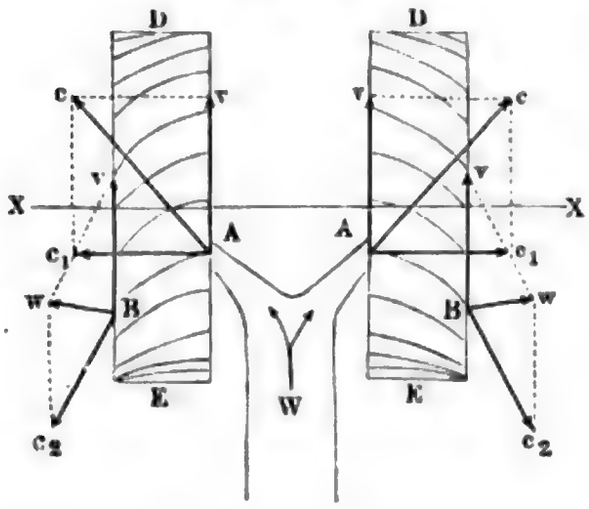


Axe C umlaufende Rad beſteht aus einer Reihe von Canälen, deren Einmündungen zuſammen einen ringförmigen Raum $GHK\ldots$ bilden, welcher ſich genau unter dem von den Mundſtücken gebildeten Bogen EF bewegt, ſo daß das Waſſer ungehindert aus dieſen in jene eintreten kann. Die Canäle (franz. couloirs) laufen oben ſenkrecht, unten aber ziemlich horizontal und beinahe tangential und zwar in drei verſchiedenen Kreiſen aus; es befindet ſich nämlich nur der dritte Theil ſämmtlicher Ausmündungen dieſer Canäle genau unter dem von den Einmündungen gebildeten Ringe $GHK\ldots$, das andere Drittel, wie z. B. H, mündet aber innerhalb, und das dritte Drittel, wie z. B. K, mündet außerhalb des gedachten Ringes aus.

Durch die Verſuche, welche an der Burdin'ſchen Turbine in Pont-Gibaud angeſtellt worden ſind, hat ſich bei einem Aufſchlag Q von 0,0935 Cubikmeter und einem Gefälle h von 3,24 Meter ein Wirkungsgrad $\eta = 0{,}67$ herausgeſtellt. Die vorher zu demſelben Zwecke angewendete Stoßturbine erforderte bei gleicher Leiſtung das dreifache Waſſerquantum. Der Durchmeſſer dieſes Rades betrug 1,4 Meter, die Höhe 0,4 Meter, und die Schaufelzahl 36.

Man kann auch nach dem Principe der Burdin'ſchen Turbinen verticale Waſſerräder, wie DE Fig. 458, conſtruiren, und denſelben das Waſſer durch eine Röhre WA zuführen, welche nahe über dem Radtiefſten ausmündet. Iſt hier c die Ausflußgeſchwindigkeit, v die Radgeſchwindigkeit und α der Winkel cAv, welcher die Richtung des eintretenden Waſſers mit dem Radumfange einſchließt, ſo hat man für die relative Geſchwindigkeit $c_1 = c_2$ des Waſſers im Rade:

Fig. 458.



$$c_1^2 = c_2^2 = c^2 + v^2 - 2cv\cos.\alpha.$$

Soll nun das Waſſer möglichſt todt abfließen, ſo muß $c_2 = v$, alſo auch $c_2^2 = v^2$, und daher:

$$2cv\cos.\alpha = c^2, \text{ alſo}$$

$$v = \frac{c}{2\cos.\alpha} \text{ ſein.}$$

Wenn man das Rad mit dieſer Geſchwindigkeit umlaufen läßt, und dabei den Austrittswinkel $\delta = 180^0 - c_2Bv$ möglichſt klein macht, ſo fällt die abſolute Abflußgeſchwindigkeit w ſo klein aus, daß das Arbeitsvermögen

$\frac{w^2}{2g} Qg$ des abfließenden Waſſers als Null angeſehen und folglich das theoretiſche Arbeitsvermögen des Waſſerrades

$$L = Qh\gamma$$

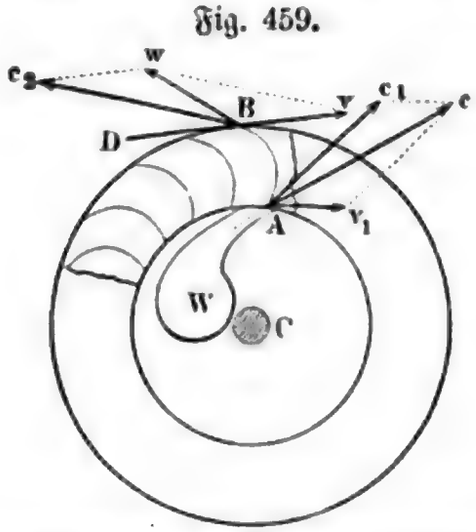
geſetzt werden kann.

Damit das Waſſer ungehindert durch die Radcanäle AB fließen könne, iſt nöthig, daß der Querſchnitt der Ausmündung B nicht kleiner ſei als der der Einmündung A und deshalb zu fordern, daß der Austrittswinkel δ dem Eintrittswinkel α mindeſtens gleich ſei. Ein einfaches Rad DE dieſer Conſtruction hat in Folge der Abweichung der Kraftrichtung von der Umdrehungsebene noch ein Beſtreben, ſich um eine in dieſer Ebene liegende Axe zu drehen; und um daſſelbe aufzuheben, kann man auf dieſelbe Welle XX zwei ſolche Räder DE, DE ſetzen, welche das durch eine Röhre W zugeführte Waſſer auf entgegengeſetzten Seiten aufnehmen und ausgießen.

Tangentialräder. Bei den ſeither in Betrachtung gezogenen Turbinen bewegt ſich das Waſſer nahe oder ganz in einer cylindriſchen Fläche, es verändert folglich bei dieſer Bewegung jedes Waſſerelement ſeine Entfernung von der Umdrehungsaxe nicht, oder wenigſtens nicht ſehr; im Folgenden werden wir aber Räder kennen lernen, wo das Waſſer außer einer Umdrehungs- und nach Befinden einer Verticalbewegung noch eine mehr oder weniger radial ein- oder radial auswärts gerichtete Bewegung in Hinſicht auf die Umdrehungsaxe hat. Dieſe Turbinen haben die Eigenthümlichkeit, daß ihr Gang von der Centrifugalkraft des Waſſers weſentlich mit abhängt. Man könnte daher auch dieſe Räder Centrifugalturbinen nennen. Sie ſind aber gewöhnlich unter dem Namen Tangentialräder bekannt. §. 235

Die Theorie dieſer Turbinen gründet ſich auf die in Bd. I, §. 303 und §. 304 abgehandelte Theorie der mechaniſchen Arbeit der Centrifugalkraft. Bewegt ſich ein Körper oder ein Waſſerelement M in einem Radcanale AB, Fig. 459, auswärts, während ſich das Rad ACB ſelbſt mit einer gewiſſen Winkelgeſchwindigkeit ω umdreht, ſo erhält daſſelbe in Folge der radial auswärts wirkenden Centrifugalkraft einen Zuwachs an Arbeitsvermögen, welcher durch den Ausdruck

Fig. 459.



$$L = \left(\frac{v^2 - v_1^2}{2g}\right) G$$

gemeſſen wird, wenn G das Gewicht des Körpers v_1 und v die Umfangsgeſchwindigkeiten des Rades an der Eintritts-

ſtelle A und an der Austrittsſtelle B, und g das bekannte Beſchleunigungsmaaß der Schwere bezeichnen.

Dieſer Arbeitsgewinn geht in einen Arbeitsverluſt über, wenn ſich der Körper von außen nach innen bewegt, alſo A die Eintritts- und B die Austrittsſtelle iſt (ſ. Fig. 461). Wenn daher die relative Eintrittsgeſchwin-

Fig. 460.

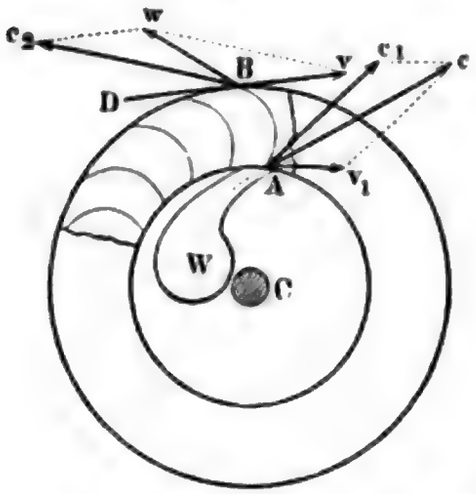
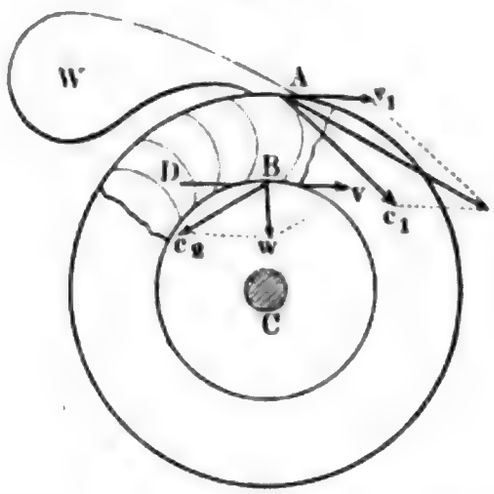


Fig. 461.



digkeit des Waſſers $= c_1$ iſt, ſo nimmt die relative Austrittsgeſchwindigkeit deſſelben in B einen Werth c_2 an, welcher in beiden Fällen durch die Formel:

$$\frac{c_2^2}{2g} = \frac{c_1^2}{2g} + \frac{v^2 - v_1^2}{2g}, \quad \text{oder} \quad c_2^2 = c_1^2 + v^2 - v_1^2$$

beſtimmt wird.

Damit das Waſſer ungehindert und ohne Stoß bei A Fig. 460 eintrete, iſt nöthig, daß ſich die abſolute Eintrittsgeſchwindigkeit c in zwei Geſchwindigkeiten v_1 und c_1 zerlegen laſſe, wovon die eine mit der Radgeſchwindigkeit v_1 an der Eintrittsſtelle zuſammenfällt, und die andere die Richtung des Schaufelendes in A hat. Iſt nun α der Winkel cAv_1, welchen der zufließende Strahl mit dem Radumfang in A einſchließt, und β der Winkel $c_1 A v_1$, unter welchem ſich die Schaufel AB in A an den Radumfang anſchließt, ſo hat man für die Größe und Richtung der relativen Eintrittsgeſchwindigkeit:

$$c_1^2 = c^2 + v_1^2 - 2cv_1 \cos.\alpha$$

und

$$\frac{\sin.\beta}{\sin.\alpha} = \frac{c}{c_1}.$$

Sind alſo die Größen c, v_1 und α gegeben, ſo beſtimmen ſich die Größen c_1 und β durch die Ausdrücke:

$$\begin{cases} c_1 = \sqrt{c^2 + v_1^2 - 2cv_1 \cos.\alpha} \quad \text{und} \\ \sin.\beta = \dfrac{c \sin.\alpha}{c_1}, \end{cases}$$

$$\text{oder auch} \begin{cases} cotang.\,\beta = cotang.\,\alpha - \dfrac{v_1}{c\,sin.\,\alpha} \text{ und} \\ c_1 = \dfrac{c\,sin.\,\alpha}{sin.\,\beta}. \end{cases}$$

Für die relative Austrittsgeſchwindigkeit folgt nun:

$$c_2^2 = c^2 + v^2 - 2\,c v_1\,cos.\,\alpha.$$

Iſt δ der Winkel DBc_2, unter welchem ſich das Schaufelende B an den Radumfang anſchließt, ſo hat man für die abſolute Ausflußgeſchwindigkeit w:

$$w^2 = c_2^2 + v^2 - 2\,c_2\,v\,cos.\,\delta.$$

Um das Arbeitsvermögen $\frac{w^2}{2g}\,Q\gamma$ des fließenden Waſſers ſo klein und folglich das des Rades ſo groß wie möglich zu erhalten, iſt die abſolute Geſchwindigkeit w möglichſt klein und daher $c_2 = v$ und δ gleich oder wenigſtens ſo nahe wie möglich Null zu machen. Könnte $\delta =$ Null ſein, alſo die Schaufel in B tangential an den Radumfang angelegt werden, ſo würde dann

$$w = c_2 - v = 0,$$

und alſo auch der Arbeitsverluſt Null ſein. Um dem bei B abfließenden Waſſer den nöthigen Querſchnitt zu geben, kann aber δ nur klein (15 bis 20 Grad) gemacht werden, und wenn dann nur $c_2 = v$ iſt, ſo folgt:

$$w = 2\,v\,sin.\,\frac{\delta}{2},$$

und daher der geſuchte Arbeitsverluſt:

$$\frac{w^2}{2g}\,Q\gamma = \frac{\left(2\,v\,sin.\,\frac{\delta}{2}\right)^2}{2g}\,Q\gamma.$$

Setzen wir nun in die Gleichung

$$c_2^2 = c^2 + v^2 - 2\,c v_1\,cos.\,\alpha,$$

$v = c_2$ ein, ſo folgt einfach $2\,v_1\,cos.\,\alpha = c$, und daher die erforderliche Umdrehungsgeſchwindigkeit des Rades:

$$v_1 = \frac{c}{2\,cos.\,\alpha},$$

oder, da ſich die Geſchwindigkeit c aus dem ganzen Gefälle oder der Druckhöhe im Ausflußreſervoire W durch den Ausdruck $c = \sqrt{2gh}$ beſtimmt:

$$v_1 = \frac{\sqrt{2gh}}{2\,cos.\,\alpha},$$

und, wenn r und r_1 die Radhalbmeſſer $\overline{CB}$ und $\overline{CA}$ bezeichnen:

$$v = \frac{r}{r_1}\,v_1 = \frac{r}{r_1}\cdot\frac{c}{2\,cos.\,\alpha} = \frac{r}{r_1}\,\frac{\sqrt{2gh}}{2\,cos.\,\alpha}.$$

Setzt man dieſen Werth für v in den Ausdruck für den

$$\frac{w^2}{2g}\,Q\gamma = \frac{\left(2\,v\,sin.\frac{\delta}{2}\right)^2}{2g}\,Q\gamma$$

ein, ſo erhält man:

$$\frac{w^2}{2g}\,Q\gamma = \left(\frac{r}{r_1}\cdot\frac{sin.\,{}^1/_2\,\delta}{cos.\,\alpha}\right)^2 Q\,h\,\gamma,$$

und daher das theoretiſche Arbeitsquantum des Rades:

$$L = h\,Q\gamma - \frac{w^2}{2g}\,Q\gamma = \left[1 - \left(\frac{r}{r_1}\cdot\frac{sin.\,{}^1/_2\,\delta}{cos.\,\alpha}\right)^2\right] Q\,h\,\gamma.$$

§. 236 In Folge der Reibung des Waſſers in der Zuleitungsröhre und in den Radcanälen erleidet dieſe Leiſtung noch zwei Verluſte, welche den Quadraten der Ausflußgeſchwindigkeiten c und c_2 proportional wachſen, und daher zuſammen

$$= \left(\xi\,\frac{c^2}{2g} + \xi_1\cdot\frac{c_2^2}{2g}\right) Q\gamma$$

zu ſetzen ſind, wenn ξ und ξ_1 gewiſſe Erfahrungszahlen, ſogenannte Widerſtandscoefficienten, bezeichnen.

Setzen wir in dieſem Ausdrucke

$$\frac{c^2}{2g} = h \quad \text{und}$$

$$\frac{c_2^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} = \left(\frac{r}{r_1}\right)^2\cdot\frac{v_1^2}{2g} = \left(\frac{r}{r_1}\right)^2\left(\frac{1}{2\,cos.\,\alpha}\right)^2 h,$$

ſo erhalten wir hiernach die Leiſtung des Rades:

$$L = \left[1 - \xi - \xi_1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\left(\frac{1}{2\,cos.\,\alpha}\right)^2 - \left(\frac{r}{r_1}\right)^2\left(\frac{sin.\,{}^1/_2\,\delta}{cos.\,\alpha}\right)^2\right] Q\,h\,\gamma$$

und iſt hierin $\xi = \xi_1 = 0{,}05$ bis $0{,}10$ anzunehmen.

Uebrigens iſt wegen der letzten Verluſte genauer

$$(1 + \xi)\,c^2 = 2\,g\,h \quad \text{und}$$

$$(1 + \xi_1)\,c_2^2 = c^2 + v^2 - 2\,c\,v_1\,cos.\,\alpha$$

zu ſetzen, ſo daß $c = \sqrt{\frac{2\,g\,h}{1 + \xi}}$, und

$$\xi_1\,c_2^2 = c^2 - 2\,c\,v_1\,cos.\,\alpha \text{ folgt.}$$

Wenn man ferner

$$\xi_1\,c_2^2 = \xi_1\,v^2 = \xi_1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2 v_1^2 = \xi_1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\left(\frac{c}{2\,cos.\,\alpha}\right)^2$$

$$= c^2 - 2\,c\,v_1\,cos.\,\alpha \text{ ſetzt,}$$

ſo folgt die vortheilhafteſte Umdrehungsgeſchwindigkeit

$$v_1 = \left[1 - \xi_1 \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \left(\frac{1}{2\,cos.\,\alpha}\right)^2\right] \frac{c}{2\,cos.\,\alpha}.$$

Da in dem obigen Ausdrucke für die Radleiſtung $cos.\,\alpha$ im Nenner vorkommt, ſo iſt es zweckmäßig, den Einführungswinkel klein zu machen, und folglich das Waſſer nahe tangential in das Rad einzuführen, weshalb man auch dieſe Räder Tangentialräder nennt. Dieſelben ſind entweder Tangentialräder mit innerer Beaufſchlagung, wie Fig. 460, oder ſolche mit äußerer Beaufſchlagung, Fig. 461.

Giebt man das Aufſchlagquantum Q, ſo kann man nun auch mit Hülfe der Geſchwindigkeiten c, c_1 und c_2 den erforderlichen Querſchnitt F der Ausmündung des Aufſchlagreſervoirs ſowie den Querſchnitt F_1 des Waſſers bei ſeinem Eintritte, und Querſchnitt F_2 deſſelben bei ſeinem Austritte aus dem Rade finden. Es iſt nämlich:

$$Q = Fc = F_1 c_1 = F_2 c_2,$$

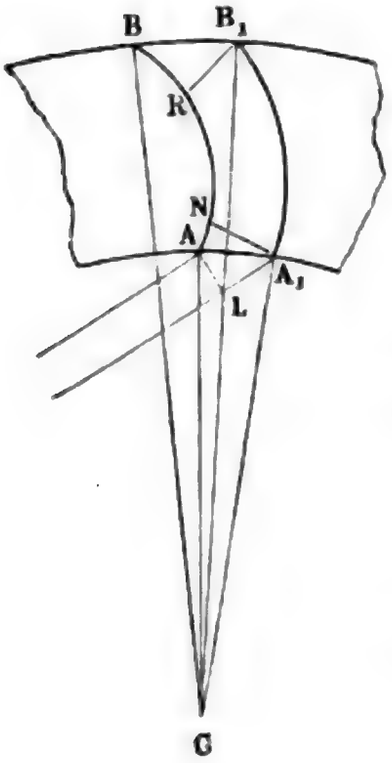
und daher:

$$c = \frac{Q}{F},\ c_1 = \frac{Q}{F_1} \text{ und}$$

$$c_2 = \frac{Q}{F_2}.$$

Durch Vergleichung der beiden erſten Geſchwindigkeiten mit einander erhält man die Gleichung:

Fig. 462.



$$\frac{c_1}{c} = \frac{F}{F_1} = \frac{AL}{A_1 N},$$

wenn AL und $A_1 N$, Fig. 462, die Dicken des Waſſerſtrahles vor und nach dem Eintritte ins Rad bezeichnen. Iſt nun noch AA_1 der Bogen des Radumfanges, welchen der durchgehende Waſſerſtrahl einnimmt, ſo hat man:

$$\frac{AL}{A_1 N} = \frac{AA_1 \,.\, sin.\, AA_1 L}{AA_1 \,.\, sin.\, A_1 AN} = \frac{sin.\,\alpha}{sin.\,\beta},$$

und daher auch:

$$\frac{c_1}{c} = \frac{sin.\,\alpha}{sin.\,\beta},$$

ganz in Uebereinſtimmung mit dem Obigen:

Da c und α gegeben und v_1 als beſtimmt anzuſehen ſind, ſo iſt der Winkel β durch den Ausdruck:

$$cotang.\,\beta = cotang.\,\alpha - \frac{v_1}{c\,sin.\,\alpha}$$

zu beſtimmen.

Ohne Rückſicht auf Nebenhinderniſſe iſt $v_1 = \frac{c}{2\,cos.\,\alpha}$, daher:

$$cotang.\,\beta = cotang.\,\alpha - \frac{1}{2\,sin.\,\alpha\,cos.\,\alpha} = \frac{2\,(cos.\,\alpha)^2 - 1}{2\,sin.\,\alpha\,cos.\,\alpha}$$

$$= \frac{cos.\,2\,\alpha}{sin.\,2\,\alpha} = cotang.\,2\,\alpha, \text{ und daher:}$$

$$\beta = 2\,\alpha.$$

Endlich folgt aus $Fc = F_2 c_2$,

$$\frac{c_2}{c} = \frac{F}{F_2} = \frac{AL}{B_1 R} = \frac{A A_1\,sin.\,\alpha}{B B_1\,sin.\,\delta},$$

wenn $\overline{B_1 R}$ die Dicke des Waſſerſtrahles vor dem Austritt, und $\overline{B B_1}$ den von demſelben eingenommenen Bogen des Radumfanges andeuten. Nun iſt aber noch:

$$\frac{A A_1}{B B_1} = \frac{CA}{CB} = \frac{r_1}{r},$$

daher hat man auch:

$$\frac{c_2}{c} = \frac{r_1\,sin.\,\alpha}{r\,sin.\,\delta},$$

und zur Beſtimmung des erforderlichen Austrittswinkels:

$$sin.\,\delta = \frac{r_1}{r} \cdot \frac{c}{c_2}\,sin.\,\alpha = \frac{r_1}{r}\,\frac{c}{v}\,sin.\,\alpha = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{c}{v_1}\,sin.\,\alpha,$$

oder wenn man annähernd

$$v_1 = \frac{c}{2\,cos.\,\alpha}$$

einführt,

$$sin.\,\delta = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \cdot sin.\,2\,\alpha.$$

Bei dem Tangentialrade mit innerer Beaufſchlagung, Fig. 460, iſt r der größere und r_1 der kleinere Radhalbmeſſer, folglich $\frac{r_1}{r}$ ein echter Bruch; bei dem mit äußerer Beaufſchlagung (Fig. 461) bezeichnet dagegen, r den inneren oder kleineren und r_1 den äußeren oder größeren Halbmeſſer; es iſt daher hier $\frac{r_1}{r}$ ein unechter Bruch und es fällt folglich bei dieſen Turbinen unter übrigens gleichen Umſtänden, der Austrittswinkel δ größer aus als bei den Turbinen mit innerer Beaufſchlagung. Setzt man annähernd

$$sin.\,{}^1/_2\,\delta = {}^1/_2\,sin.\,\delta = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 sin.\,\alpha\,cos.\,\alpha$$

in die oben gefundene Leiſtungsformel

$$L = \left[1 - \zeta - \zeta_1 \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \left(\frac{1}{2\,cos.\,\alpha}\right)^2 - \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \left(\frac{sin.\,{}^1/_2\,\delta}{cos.\,\alpha}\right)^2\right] Q h \gamma$$

ein, ſo nimmt dieſelbe folgende Geſtalt an:

$$L = \left[1 - \zeta - \zeta_1 \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \left(\frac{1}{2\,cos.\,\alpha}\right)^2 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 (sin.\,\alpha)^2\right] Q h \gamma.$$

Da in dieſem Ausdrucke das Glied $\zeta_1 \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \left(\frac{1}{2\,cos.\,\alpha}\right)^2$ bei den Rädern mit innerer Beaufſchlagung größer iſt als bei den mit äußerer Beaufſchlagung, und dagegen das Glied $\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 (sin.\,\alpha)^2$ bei den erſteren kleiner ausfällt als bei den letzteren, ſo möchte im Allgemeinen keinem dieſer Räder ein Vorzug vor dem anderen einzuräumen ſein.

Beiſpiel. Es iſt für ein Gefälle $h = 150$ Fuß und ein Aufſchlagquantum $Q = {}^3/_4$ Cubikfuß ein Tangentialrad mit äußerer Beaufſchlagung anzuordnen und zu berechnen.

Die Ausflußgeſchwindigkeit des Waſſers aus dem Einlaufe iſt:

$$c = 0{,}95\sqrt{2gh} = 0{,}95\sqrt{62{,}5 \,.\, 150} = 0{,}95\sqrt{9375} = 92 \text{ Fuß}.$$

Nimmt man $\frac{r_1}{r} = {}^4/_5$, $\zeta_1 = 0{,}10$ und $\alpha = 10$ Grad an, ſo folgt nun die erforderliche äußere Radgeſchwindigkeit:

$$v_1 = \frac{c}{2\,cos.\,\alpha}\left[1 - \zeta_1 \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \frac{1}{(2\,cos.\,\alpha)^2}\right] = \frac{92}{2\,cos.\,10}\left(1 - 0{,}1\,({}^5/_4)^2 \cdot \frac{1}{(2\,cos.\,10^0)^2}\right)$$

$$= \frac{46}{0{,}985}\left(1 - \frac{0{,}9}{64\,.\,(0{,}985)^2}\right) = 46{,}7\,(1 - 0{,}015) = 46{,}0 \text{ Fuß}.$$

Die Bruttoleiſtung iſt:

$$L = Q h \gamma = {}^3/_4 \,.\, 150 \,.\, 61{,}75 = 112{,}5 \,.\, 61{,}75 = 6947 \text{ Fußpfund}.$$

Dagegen hat man, wenn man

$$1 - \zeta = 1 - 0{,}10 = 0{,}9, \text{ ſowie}$$

$$\zeta_1 \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{(2\,cos.\,\alpha)^2} = 0{,}015 \text{ ſetzt,}$$

und wenn man

$$sin.\,\delta = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 sin.\,2\,\alpha = ({}^4/_5)^2\, sin.\,20^0 = {}^{16}/_{25} \,.\, 0{,}3420 = 0{,}608,$$

folglich $\delta = 37{}^1/_2$ Grad,

ſowie $\beta = 2\,\alpha = 20$ Grad

annimmt, und hiernach

$$\left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \left(\frac{sin.\,{}^1/_2\,\delta}{cos.\,\alpha}\right)^2 = ({}^5/_4)^2 \left(\frac{sin.\,18^0\,45}{cos.\,10^0}\right)^2 = {}^9/_{16} \,.\, 0{,}1065 = 0{,}060 \text{ ein-}$$

führt, die zu erwartende Nettoleiſtung:

$$L_1 = \left[1 - \zeta - \zeta_1 \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \frac{1}{(2\,cos.\,\alpha)^2} - \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \left(\frac{sin.\,{}^1/_2\,\delta}{cos.\,\alpha}\right)^2\right] Q h \gamma$$

$$= (0{,}900 - 0{,}015 - 0{,}060)\, Q h \gamma = 0{,}825\, Q h \gamma = 5722 \text{ Fußpfund}.$$

Bei innerer Beaufſchlagung läßt ſich $\alpha = 20$ und $\beta = 40$ Grad annehmen, ſo daß die innere Radgeſchwindigkeit

$$v_1 = \frac{c}{2\,cos.\,\alpha}\left[1-\zeta_1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\cdot\frac{1}{(2\,cos.\,\alpha)^2}\right] = \frac{46}{0{,}940}\left(1-0{,}1\,(4/3)^2\,\frac{1}{4\,.\,0{,}884}\right)$$

$$= 48{,}9\left(1-\frac{0{,}4}{7{,}956}\right) = 48{,}9\,.\,0{,}95 = 46{,}5 \text{ Fuß}$$

folgt.

Für den Austrittswinkel δ iſt

$$sin.\,\delta = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 sin.\,2\,\alpha = 9/16\,sin.\,40^0 = 0{,}3616,$$

folglich

$$\delta = 21 \text{ Grad } 12 \text{ Minuten.}$$

Nun iſt noch

$$\zeta_1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2\,cos.\,\alpha}\right)^2 = 0{,}050,$$

und

$$\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\left(\frac{sin.\,1/2\,\delta}{cos\,\alpha}\right)^2 = (4/3)^2\left(\frac{sin.\,10^0\,36'}{cos.\,20^0}\right)^2 = 0{,}055,$$

daher folgt hier die zu erwartende Nutzleiſtung mit Einſchluß der Arbeit der Reibung des Waſſers im Rade:

$$L_1 = \left[1-\zeta-\zeta_1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\cdot\frac{1}{(2\,cos.\,\alpha)^2}-\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\left(\frac{sin.\,1/2\,\delta}{cos.\,\alpha}\right)^2\right] Q h \gamma$$

$$= (0{,}900 - 0{,}050 - 0{,}055)\,Q h \gamma = 0{,}795\,Q h \gamma = 5523 \text{ Fußpfund.}$$

Für beide Räder hat man noch den nöthigen Querſchnitt der Schützenmündung:

$$F = \frac{Q}{c} = \frac{0{,}75}{92} = 0{,}00815 \text{ Quadratfuß} = 1{,}17 \text{ Quadratzoll.}$$

Macht man die Weite d des Mündungsquerſchnittes, $= 1/4$ Zoll, ſo folgt die erforderliche Mündungshöhe:

$$e = \frac{F}{d} = \frac{1{,}17}{1/4} = 4{,}68 \text{ Zoll,}$$

wofür man der Sicherheit wegen, 5 Zoll annehmen kann. Die Weite des Rades iſt nur wenig größer, alſo etwa $5\,1/2$ Zoll, anzunehmen. Giebt man dem Rade einen äußeren Halbmeſſer von 3 Fuß, ſo erhält man die Umdrehungszahl dieſes Rades pr. Minute

1) bei äußerer Beaufſchlagung:

$$u = \frac{30\,v_1}{\pi r} = \frac{30\,.\,46}{3\,\pi} = \frac{460}{3{,}14} = 146,$$

und dagegen

2) bei innerer Beaufſchlagung, da hier $r_1 = 3/4\,r = 2{,}25$ Fuß zu ſetzen iſt:

$$u = \frac{30\,v_1}{\pi r_1} = \frac{30\,.\,46{,}5}{2{,}25\,.\,\pi} = \frac{620}{\pi} = 197.$$

§. 237 Die Tangentialräder mit äußerer Beaufſchlagung ſind zuerſt von dem Ingenieur Zuppinger in der Maſchinenfabrik von Eſcher Wyſſ u. Comp. in Zürich conſtruirt worden. Die erſte Idee hierzu hat aber ſchon Poncelet (1826) gehabt, ſ. deſſen Cours de mécanique appliquée aux machines, deutſch von Schnuſe, unter dem Titel: Lehrbuch der Anwendung der Mechanik, Bd. II, §. 150.

Die Fig. 463 und Fig. 464 führen ein Tangentialrad im Auf- und

Grundriſſe vor Augen. Es iſt hier *A* der Einfallkaſten, *B* die Einfallröhre und *C* der aus drei Canälen beſtehende Leitſchaufelapparat, durch welchen das Waſſer nahe tangential auf das Rad geführt wird. Zum Reguliren des Waſſerzufluſſes dient ein Schieber *D*, welcher durch ein gezahn-

Fig. 463.

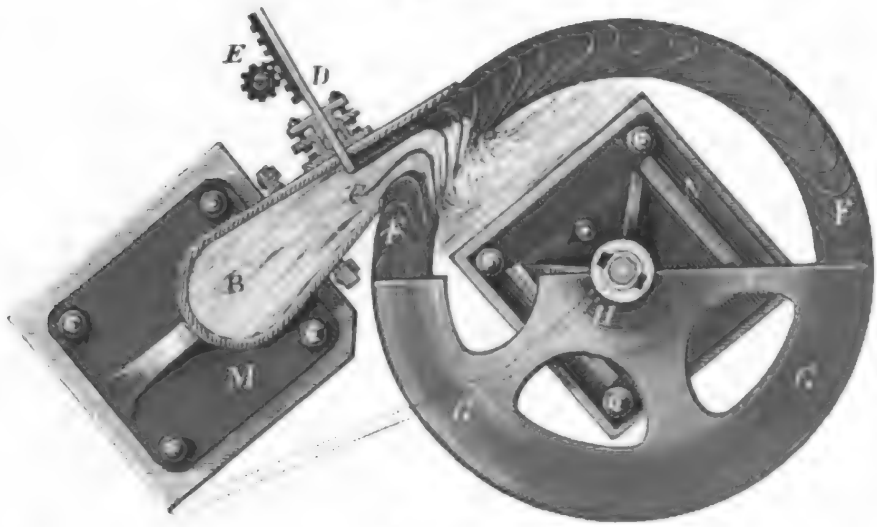
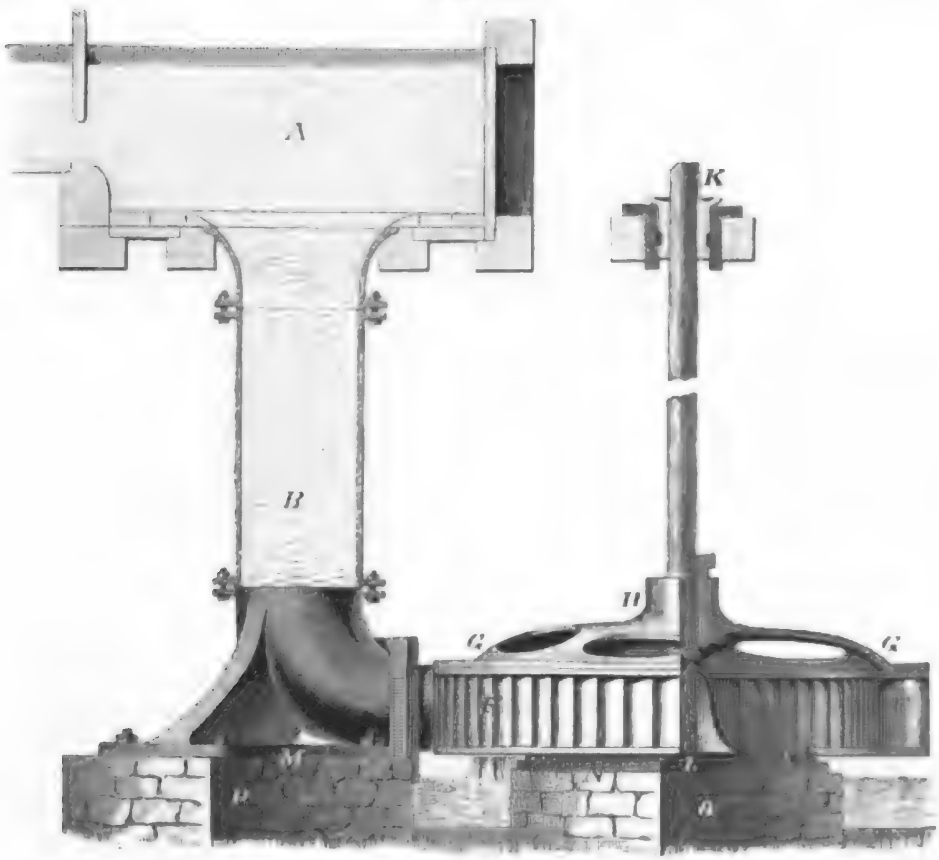
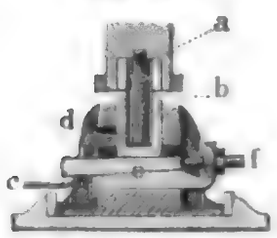


Fig. 464.



tes Rad *E* geſtellt werden kann. Bei der abgebildeten Schieberſtellung iſt ein Leitſchaufelcanal ganz abgeſchloſſen, es wird daher hier das Waſſer nur in zwei Canälen auf das Rad geführt. Das aus 60 Schaufeln beſtehende Rad *FF* iſt mittelſt eines Tellers *G G* und des Muffes *H* mit der ſtehenden Welle *KL* deſſelben feſt verbunden; die letztere läuft oben in einem Halslager *K* und unten mittels einer ſtählernen Pfanne auf einem ebenfalls ſtählernen Stifte, deſſen Geſtelle in Fig. 465 beſonders abgebildet iſt.

Fig. 465.



Es iſt hier *a* die in der ſtehenden Welle feſt eingeſchraubte Pfanne, *b* der im Geſtelle ſitzende Stift, *c d* ein Rohr, durch welches Oel nach den Reibungsflächen geführt wird, und *e* ein durch Schrauben *f* zu ſtellender Keil, womit ſich der Stift nach Bedürfniß heben oder ſenken läßt. Die Einfallröhre und das Radgeſtelle ruhen mittels eiſerner Lagerplatten *M* und *N* (Fig. 464) auf ſteinernen Pfeilern *P* und *Q*. Dieſe in $^1/_{30}$ der natürlichen Größe abgebildete Maſchine benutzt ein (in der Figur verkürztes) Gefälle von 6,17 Meter, und ein Aufſchlagquantum von 0,2 Cubikmeter pr. Secunde, und hat bei 65 Umdrehungen pr. Minute, einen Wirkungsgrad von 0,72.

Wir können hier aus dem polytechniſchen Centralblatte, Jahrgang 1847 und 1849, die Reſultate der Verſuche an zwei Paar ſolchen Rädern mittheilen.

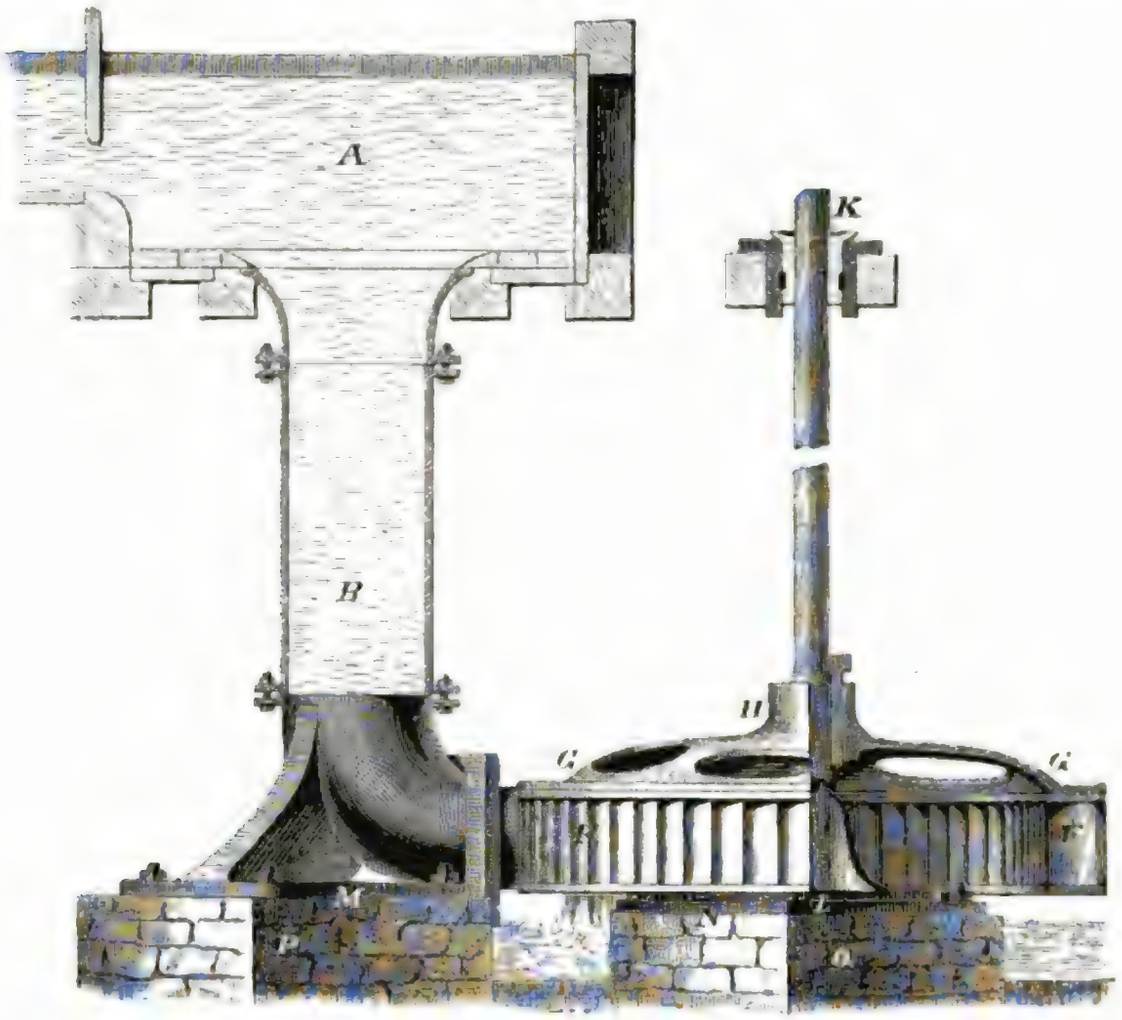
Das erſte Räderpaar befindet ſich in einer Spinnerei in Tanneberg bei Annaberg. Daſſelbe hat einen Aufſchlag von 7 Cubikfuß pr. Secunde und ein Gefälle von 76 Fuß, der äußere Durchmeſſer eines jeden Rades iſt 24 und der innere 16 Zoll (engl.), die Weite beträgt ferner nur 3 Zoll, und die Anzahl Schaufeln iſt 48. Das Waſſer wird durch eine Röhre aus Keſſelblech von 76 Fuß Länge und 18 Zoll Weite zugeleitet. Dieſelbe hat einen horizontalen Auslauf, welcher auf der einen Seite nach dem einen und auf der anderen nach dem anderen Rade führt. Vor jeder Ausmündung befindet ſich eine durch eine Schraube ohne Ende ſtellbare Schieberſchütze und ein in Fig. 463 abgebildeter Leitſchaufelapparat, welcher das Waſſer in drei Canälen nahe tangential in das Rad einführt. Die an einem dieſer Räder von Herrn Profeſſor Hülße angeſtellten Verſuche gaben bei 270 Umdrehungen des Rades pr. Minute einen Wirkungsgrad von

0,75 bei ganz geöffneter Schütze,
0,60 bei drei Viertel geöffneter Schütze, und
0,46 bei halb geöffneter Schütze.

Während das Räderpaar in Tanneberg zum Betriebe einer Spinnerei dient, wird dagegen ein anderes Paar Tangentialräder in Birkigt bei Tetſchen zum Betriebe von Mahlgängen verwendet. Das Gefälle dieſer Turbine iſt nur $20^1/_4$ Fuß (engl.), jedes Rad hat 75 Schaufeln, 5 Fuß äuße-

ren Durchmesser, 5 Zoll Kranzbreite und 11½ Zoll Weite. Die Zuführung des Wassers durch eine Einfallröhre und durch Leitschaufelapparat ist in der Hauptsache dieselbe wie bei der Tanneberger Maschine und wie Fig. 466 vor Augen führt. Die Schützen bestehen jedoch hier aus Drosselventilen, auch sind die Mündungen der von den zwei Leitschaufeln gebildeten drei Eintrittscanäle mit besonderen Schiebern versehen, um einen oder zwei dieser Canäle ganz verschließen zu können. Aus den vom Herrn Prof. Brückmann an einem dieser Räder angestellten Versuchen geht hervor, daß diese Maschine bei 61 Umdrehungen pr. Minute den Maximal-Wirkungsgrad 0,70 giebt, und daß der letztere nur auf 0,65 herabsinkt, wenn die Umdrehungszahl auf 50 herabgeht oder auf 70 steigt, oder wenn das Ausschlagquantum durch Absperren eines oder zweier Canäle auf die Hälfte herabgezogen wird.

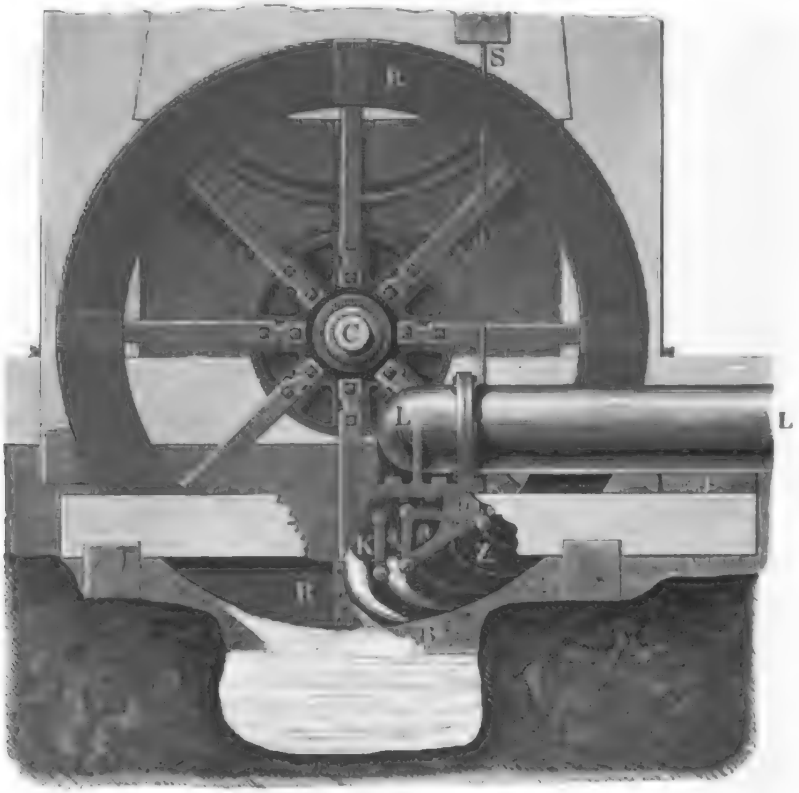
Fig. 466.



Liegende Tangentialräder. Das Princip der Tangentialräder läßt sich auch bei verticalen Wasserrädern in Anwendung bringen (s. §. 235). Solche Tangentialräder mit horizontaler Axe mit innerer Beaufschlagung sind zuerst vom Herrn Kunstmeister Schwamkrug construirt worden §. 238

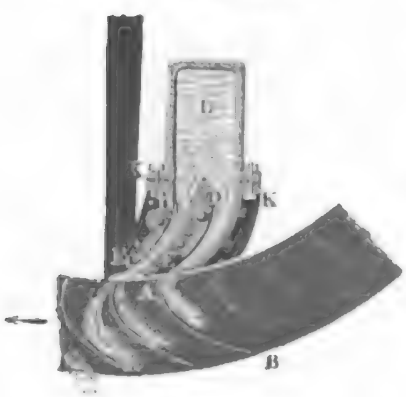
(ſ. das Jahrbuch für den Berg- und Hüttenmann auf das Jahr 1850 und 1853). Die Seitenanſicht u. ſ. w. von einem ſolchen Tangentialrade führt Fig. 467 vor Augen. Das Rad RR iſt durch ein einſeitig anſitzendes Armſyſtem und mit Hülfe einer Roſette u. ſ. w. auf der horizontalen Welle C

Fig. 467.



befeſtigt, und letztere trägt ihre Umdrehungsbewegung mittels Zahnräder u. ſ. w. auf die arbeitende Welle über. Das Waſſer tritt nahe am Radtiefſten in das Rad ein und wird durch eine Röhre LL zugeführt, welche um den freien Radkranz herumläuft und ſich in einer Kammer endigt, worin ein Leitſchaufelapparat angebracht iſt. Der letztere iſt in Fig. 468 beſonders abgebildet. Man ſieht hier den Durchſchnitt eines Radſtückes mit den Schaufeln AB, ferner in L das gekrümmte Ende der Einfallröhre, ſowie in KE die Schützenkammer. Die Ausmündung der letzteren iſt durch eine Zunge in zwei Theile getheilt, und mit zwei um die Axen D, D_1 drehbare Klappen DE, D_1E_1 ausgerüſtet, wodurch die beiden Ausmündungen beliebig verengt werden können. Die Stellung dieſer Klappen erfolgt durch die in Fig. 467

Fig. 468.



ſichtbaren Arme a, a_1, welche außerhalb der Kammer auf den Axen D, D_1 der Stellklappen befeſtigt und mit einander ſo verbunden ſind, daß ſie mittels eines dritten Armes b und durch eine Zugſtange ZS gemeinſchaftlich ſich bewegen laſſen.

Die Turbinen mit liegender Welle haben vor den Turbinen mit verticaler Axe den Vorzug einer leichteren, ſichereren und vor dem Zutritte des Waſſers geſchützteren Lagerung. Das Rad, an welchem von dem Erbauer dynamometriſche Verſuche angeſtellt worden ſind, hat $7^2/_3$ Fuß (1 Fuß $= {}^2/_7$ Meter) äußeren und 6 Fuß inneren Durchmeſſer, ferner 4 Zoll Weite und 45 Schaufeln. Das Gefälle deſſelben betrug $103^1/_2$ Fuß; das durch einen Ueberfall gemeſſene Aufſchlagquantum 38,7 bis 133,6 Cubikfuß, und der Wirkungsgrad deſſelben war, bei 112 bis 148 Umdrehungen pr. Minute, $\eta = 0{,}58$ bis $0{,}79$.

Näheres über dieſe Turbine im polytechn. Centralblatt. Jahrgang 1849, Nr. 8 und 9, ſo wie im Jahrbuch für den ſächſ. Berg- und Hüttenmann. Eine andere Turbine dieſer Art, welche zum Umtriebe des Kunſtgezeuges auf der Grube „Churprinz Friedrich Auguſt Erbſtolln“ bei Freiberg dient, und bei einem Gefälle von 145 Fuß, 550 Cubikfuß p. m. Aufſchlag hat, und bei einer Kranzbreite von 13 Zoll einen inneren Durchmeſſer von 8 Fuß beſitzt, beſchreibt der Herr Oberkunſtmeiſter Schwamkrug im Jahrbuch für den Berg- und Hüttenmann auf 1853.

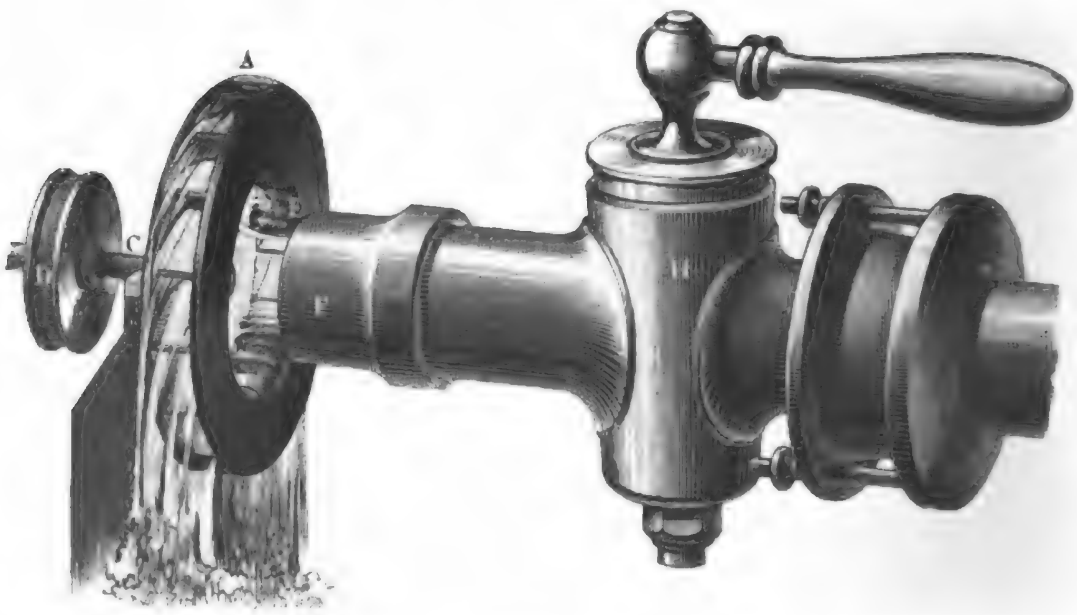
Anmerkung. Auch in Frankreich werden in neueren Zeiten Tangentialturbinen mit innerer Beaufſchlagung conſtruirt; bei der Induſtrieausſtellung 1855 in Paris waren mehrere ſolcher Räder, ganz aus Eiſenblech conſtruirt, ausgeſtellt.

Da auch dieſe Turbinen bei ihrer mäßigen Größe und ſelbſt bei einem mittleren Gefälle, ſehr viele Umdrehungen machen, ſo erfordern ſie in der Regel noch ein oder mehrere Vorgelegsräder, wodurch ihre Umdrehungszahl auf die zur gewöhnlichen Arbeitsvorrichtung nöthige Größe herabgezogen wird.

Strahlturbine. Anſtatt den Waſſerſtrahl nur einſeitig in das Rad zu führen, kann man denſelben auch in der Axenrichtung auf den Radteller auffallen und in radialen Richtungen in die Radcanäle einführen laſſen. Da eine ſolche Turbine durch einen iſolirten Waſſerſtrahl (ſ. Bd. I, §. 497) in Umdrehung geſetzt wird, ſo möchte ſie nicht mit Unrecht eine Strahlturbine genannt werden. Man kann dieſe Turbine ſowohl in horizontalen als auch verticalen Ebenen umlaufen laſſen. In Fig. 469 (a. f. S.) iſt ein ſolches Rad mit horizontaler Axe CD oder verticaler Umdrehungsebene AB gebildet. Der Waſſerſtrahl, welcher durch eine Oeffnung E in das Rad eintritt, wird durch eine mit einem Stellhahne H verſehene Röhre FH zugeführt. Durch Stellung dieſes Hahnes kann dieſe Turbine nicht nur in und außer Gang geſetzt, ſondern auch die Bewegung derſelben nach Bedürfniß regulirt werden. Dieſe Maſchine eignet ſich §. 239

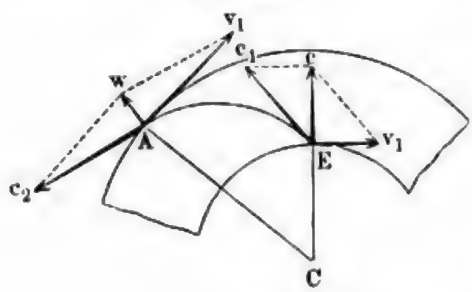
beſonders zur Verrichtung kleiner Arbeiten, z. B. zum Erſatz von Menſchenkräften, bei Benutzung des Waſſers aus einer großen ſtädtiſchen Waſſerleitung. Die im Vorſtehenden entwickelte Theorie der Tangentialturbinen

Fig. 469.



findet hier nur zum Theil ihre Anwendung. Da hier das Waſſer radial in die Radcanäle eintritt, alſo $\alpha = 90$ Grad iſt, ſo giebt hier die $v_1 = \frac{c}{2\,cos.\,\alpha}$ die vortheilhafteſte Umdrehungsgeſchwindigkeit $v_1 = \frac{c}{0} = \infty$. Es iſt hiernach bei dieſer Turbine die Austrittsgeſchwindigkeit w, ſelbſt wenn auch der Austrittswinkel δ = Null wäre, nicht Null, und daher auch ein Maximum der theoretiſchen Leiſtung nicht zu erlangen. Wenn man aber die Umfangsgeſchwindigkeit v des Rades mindeſtens ebenſo groß macht als die Eintrittsgeſchwindigkeit des Waſſers, ſo fällt die lebendige Kraft des abfließenden Waſſers ſo klein aus, daß der Wirkungsgrad der Maſchine noch eine anſehnliche Größe behält. Es iſt hier für die relative Eintrittsgeſchwindigkeit c_1,

Fig. 470.



$$c_1^2 = c^2 + v_1^2 \text{ (ſ. Fig. 470)}$$

und für die relative Austrittsgeſchwindigkeit c_2,

$$c_2^2 = c_1^2 + v^2 - v_1^2 = c^2 + v^2;$$

macht man daher $v = c$, ſo erhält man $c_2^2 = 2v^2$, und

$$c_2 = \sqrt{2} \cdot v = 1{,}414\, v;$$

und nimmt man noch $\delta = 0$ an, ſo iſt die abſolute Austrittsgeſchwindigkeit

$$w = c_2 - v = 0{,}414\, v,$$

und daher der entſprechende Verluſt an Gefälle:

$$\frac{w^2}{2g} = 0{,}171 \frac{v^2}{2g} = 0{,}171\, h,$$

wenn $h = \frac{c^2}{2g}$ das zur Erzeugung der Eintrittsgeſchwindigkeit c des Waſſers nöthige Gefälle bezeichnet. Macht man v noch größer als c, ſo fällt dieſer Verluſt noch kleiner aus; z. B. für $v = {}^3/_2\, c$ iſt

$$\frac{w^2}{2g} = (1{,}803 - 1{,}500)^2 \frac{c^2}{2g} = (0{,}303)^2 \frac{c^2}{2g} = 0{,}092\, h.$$

Wenn nun auch noch in Folge der Abweichung δ zwiſchen den Richtungen der Geſchwindigkeiten c_2 und v dieſer Verluſt noch etwas größer ausfällt, und auch die Reibungen noch einen Theil der Arbeit des Rades verzehren, ſo iſt doch noch immer ein leidlicher Wirkungsgrad deſſelben zu erwarten.

Für den Austrittswinkel δ iſt, da jedenfalls $2\pi r_1 c = 2\pi r c_2 \sin.\delta$ ſein muß,

$$\sin.\delta = \frac{r_1}{r}\frac{c}{c_2},$$ z. B. für $\frac{r_1}{r} = {}^1/_2$ und $v = c$, alſo $c_2 = c\sqrt{2}$,

$\sin.\delta = 0{,}5 \,.\, 0{,}707 = 0{,}354$, wonach $\delta = 20^3/_4$ Grad, und

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{v^2 + c_2^2 - 2vc_2 \cos.\delta}{2g} = \frac{(1 + 2 - 2\sqrt{2}\cos.\delta)\, c^2}{2g}$$

$$= (3 - 2{,}828 \cos. 20^3/_4)\, h = 0{,}356\, h \text{ ausfällt.}$$

Dieſe Turbinen geben zwar keinen großen Wirkungsgrad, haben aber den Vorzug der Einfachheit und Kleinheit. Sie ſind bei hohen Gefällen wahre Liliputräder und haben eine ſo große Umdrehungszahl u, daß es in den meiſten Fällen der Anwendung nöthig iſt, dieſe Umdrehungszahl durch Räderwerke bedeutend herabzuziehen.

Beiſpiel. Es wird die Anlage einer Strahlturbine verlangt, welche bei dem Gefälle $h = 100$ Fuß die Nutzleiſtung $L = 4$ Pferdekräfte $= 1920$ Fußpfund p. s. liefert. Laſſen wir das Rad mit der Geſchwindigkeit

$$c = v = \sqrt{2gh} = \sqrt{6250} = 79 \text{ Fuß umgehen,}$$

ſo können wir den Gefällverluſt $\frac{w^2}{2g} = 0{,}365\, h = 35{,}6$ Fuß ſetzen; nehmen wir aber noch an, daß die Reibungen noch $0{,}144\, h = 14{,}4$ Fuß verzehren, ſo bleibt

die ganze Nutzleiſtung der Turbine $L = (1 - 0{,}356 - 0{,}144)\, Q h \gamma = 0{,}5\, Q h \gamma = 50 . 61{,}75\, Q = 3087{,}5\, Q$, und es iſt daher das nöthige Aufſchlagquantum

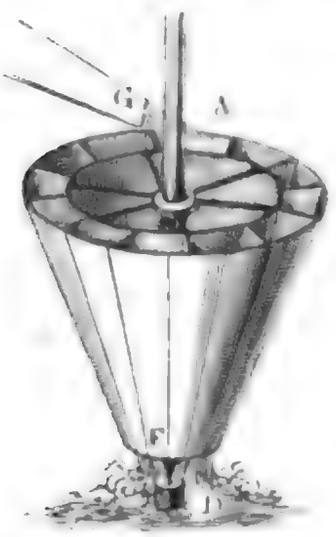
$$Q = \frac{1920}{3087{,}5} = 0{,}622 \text{ Cubikfuß, d. i. p. m. } 60\, Q = 37\tfrac{1}{3} \text{ Cubikfuß.}$$

Bei der Ausflußgeſchwindigkeit $c = v = 79$ Fuß, iſt daher der Querſchnitt des aufſchlagenden Waſſerſtrahles: $F = \frac{Q}{v} = 0{,}007873$ Quadratfuß $= 1{,}133$ Quadratzoll. Da eine Kreisfläche von dieſem Inhalte den Durchmeſſer $d = 1{,}2$ Zoll hat, ſo möchte es genügen, den inneren Radhalbmeſſer $r_1 = 1$ und den äußeren, $r = 2 r_1 = 2$ Zoll zu machen. Bei dem Durchmeſſer von 4 Zoll $= \frac{1}{3}$ Fuß, welchen hiernach dieſe Strahlturbine erhält, folgt die Umdrehungszahl derſelben p. m.

$$u = \frac{30\, v}{\pi r} = \frac{30 . 79}{\frac{1}{3} . 3{,}141} = \frac{2370}{1{,}047} = 2263.$$

§. 240 **Danaiden.** An die Tangentialräder-Turbinen ſchließen ſich zunächſt diejenigen horizontalen Waſſerräder an, welche mehr oder weniger die Form eines umgeſtürzten Kegels haben, die man in Frankreich roues à poires oder Danaides nennt, und deren ſchon Belidor in ſeiner Architect. hydr. erwähnt. Von der Einrichtung eines ſolchen Rades wird Fig. 471 eine Vorſtellung verſchaffen. Es beſteht dieſes Rad im Weſentlichen aus einer ſtehenden Welle CD, und aus zwei kegelförmigen Mänteln mit Scheidewänden, welche den hohlen Raum zwiſchen beiden Mänteln in von oben nach unten laufende Canäle zerſchneiden. Das Aufſchlagwaſſer wird durch ein Gerinne G oben zu-, und durch das Loch F unten nahe an der Axe, nachdem es die erwähnten Radcanäle durchlaufen hat, abgeführt. Bei dem einfachen Rade dieſer Art ſind die Scheidewände durch verticale Ebenen, bei anderen aber durch ſchiefe oder Schraubenflächen gebildet. Bei den Rädern, welche Belidor beſchreibt, fehlt endlich der äußere Mantel ganz, und es iſt dafür das Rad in eine coniſche, ziemlich genau an die Schaufeln oder Scheidewände anſchließende Radſtube geſtellt. Wir beſchäftigen uns nur mit dem Rade der erſten Art.

Fig. 471.

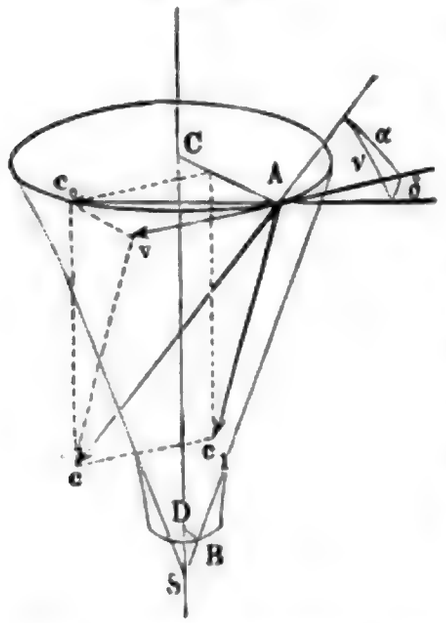


Bei dieſen Rädern haben Schwerkraft und Centrifugalkraft zugleich Antheil an der Bewegung des Waſſers. Tritt das Waſſer mit der abſoluten Geſchwindigkeit $\overline{Ac} = c$, Fig. 472, zu, und weicht die Richtung deſſelben um den Winkel $cAv = \alpha$ von der Richtung der Umfangsgeſchwindigkeit $\overline{Av} = v$ ab, ſo iſt für die Größe der relativen Geſchwindigkeit $\overline{Ac_1} = c_1$, mit welcher das Waſſer im Rade an der verticalen Schaufel AB niederzugehen anfängt,

$$c_1^2 = c^2 - v^2.$$

Da es aber im Rade von der Höhe $\overline{CD} = h_1$ desselben herabsinkt und dabei nahe an die Radaxe gelangt, deren Umfangsgeschwindigkeit $v_1 = 0$ gesetzt werden kann, so folgt für die relative Geschwindigkeit c_2 des unten bei F abfließenden Wassers:

Fig. 472.



$$c_2^2 = c_1^2 + 2gh_1 - v^2$$
$$= c^2 + 2gh_1 - 2v^2$$

oder, wenn das ganze Gefälle $c^2 + 2gh_1$ durch h bezeichnet wird,

$$c_2^2 = 2gh - 2v^2.$$

Damit nun das Wasser möglichst todt abfließe, muß $c_2 =$ Null und folglich die obere Umfangsgeschwindigkeit des Rades:

$$v = \sqrt{gh}$$

sein.

Die theoretische Leistung des Rades ist dann wie bekannt:

$$L = Qh\gamma.$$

Da natürlich die mittleren Werthe von c_2 und v_1 nicht ganz Null sein können, so fließt das Wasser noch mit der absoluten Geschwindigkeit

$$w = \sqrt{c_2^2 + v_1^2}$$

ab, und es wird dadurch dem Rade von dem Arbeitsvermögen $Qh\gamma$ noch die Leistung

$$\frac{w^2}{2g} Q\gamma = \frac{c_2^2 + v_1^2}{2g} Q\gamma$$

entzogen.

Ist der halbe Convergenzwinkel des vom Radmantel gebildeten Körpers, $ASC = \theta$, also die Neigung dieser Fläche gegen den Horizont, $= 90^0 - \theta$, und der Winkel cAv, um welchen die Richtung Ac des eintretenden Strahles von der Richtung Av der Umdrehungsgeschwindigkeit beim Eintritt A abweicht, $= \alpha$, so hat man für den Neigungswinkel $cAc_0 = \nu$ des Strahles gegen den Horizont, der Gleichung

$$c \sin.\nu = c_1 \cos.\theta = c \sin.\alpha \cos.\theta \text{ zu Folge,}$$

$$1) \quad \sin.\nu = \sin.\alpha \cos.\theta$$

und dagegen für den Winkel $vAc_0 = \delta$, um welchen die Horizontalprojection Ac_0 der Strahlrichtung von der Bewegungsrichtung Av des Rades abweicht, da

$$v \tang.\delta = v \tang.\alpha \sin.\theta,$$

$$2)\quad tang.\,\delta = tang.\,\alpha\ sin.\,\theta.$$

Wenn man dem Rade die Form einer ebenen Kreisfläche giebt, ſo erhält man ein Tangentialrad mit ebenen Schaufeln, und hat in den obigen Formeln $\theta = 90^0$, alſo

$$sin.\,\theta = 1 \quad \text{und} \quad cos.\,\theta = 0^0$$

einzuſetzen, ſo daß $v = 0$ und $\delta = \alpha$ folgt, und daher der Waſſerſtrahl in horizontaler Richtung an den Radumfang zu führen iſt.

Wenn dagegen der obere Theil des Rades cylindriſch geformt iſt, ſo hat man $\theta = 0$ Grad, daher

$$cos.\,\theta = 1 \quad \text{und} \quad sin.\,\theta = 0,$$

ſo daß dann

$$v = \alpha \quad \text{und} \quad \delta = 0$$

folgt, und daher der Waſſerſtrahl tangential an das Rad geführt werden muß.

Anmerkung. Das im Vorſtehenden unterſuchte Rad iſt auch unter dem Namen der Danaide von Burdin bekannt. Die ältere Danaide von Manouri d'Ectot hatte eine hiervon abweichende Conſtruction, wiewohl ſie im Principe mit dieſer ziemlich übereinſtimmte. Dieſes Rad beſtand in einem Blechcylinder mit vertical und radial geſtellten Scheidewänden und einem Ausflußloche in der Nähe der verticalen Drehungsaxe. Das Waſſer wurde oben ziemlich tangential eingeführt, ging durch den Zwiſchenraum von 4 bis 5 Centimeter zwiſchen der cylindriſchen Trommel und den Scheidewänden hindurch, und traf zunächſt die Innenfläche dieſer Trommel, wodurch es dieſelbe ſammt dem ganzen, damit feſt verbundenen Apparat in Umdrehung ſetzte. Hierbei floß es allmälig auf den Boden herab und gelangte von da bis zum Ausflußloche. S. Dictionnaire des Sciences mathémat. par Montferrier, Art. Danaide.

§. 241 Man kann auch einer Danaide die Form eines durch eine verticale Scheidewand in zwei gleiche Theile getheilten Gefäßes EKM, Fig. 473 geben. Damit beim Eintritt des aus dem Aufſchlagbehälter AB fließenden Waſſers kein Stoß eintrete, muß die Geſchwindigkeit c deſſelben der Umdrehungsgeſchwindigkeit v_1 des Waſſers im Rade an der Eintrittsſtelle B gleich ſein. Bezeichnet h_1 den Theil des ganzen Radgefälles, welcher auf die Erzeugung der Eintrittsgeſchwindigkeit verwendet wird, ſo iſt

$$c = v_1 = \sqrt{2\,g h_1}.$$

Bezeichnet ebenſo h_2 die Druckhöhe des Waſſers im Rade, und v die Umdrehungsgeſchwindigkeit deſſelben im Umfange der Mündung M, ſo hat man für die relative Austrittsgeſchwindigkeit c_2 des Waſſers

$$c_2^2 = 2\,g h_2 - v_1^2 + v^2,$$

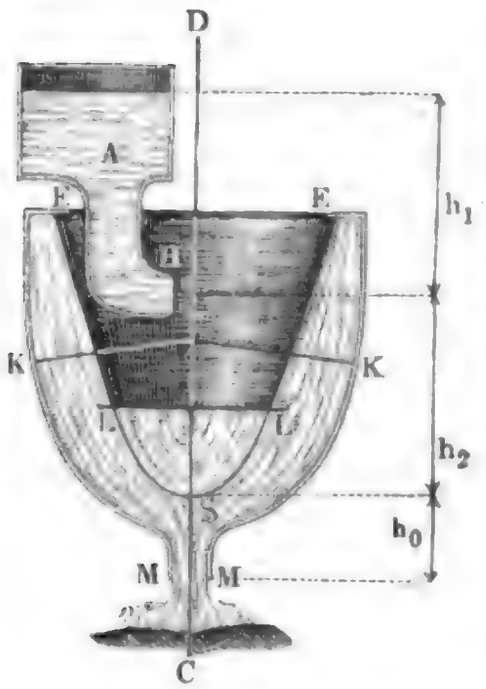
oder, wenn die Mündung, und folglich auch v ſehr klein iſt,

$$c_2^2 = 2\,g h_2 - v_1^2.$$

Damit die Geſchwindigkeit c_2 möglichſt klein, und folglich dem Waſſer die größte Arbeitsfähigkeit entzogen werde, muß $v_1^2 = 2gh_2$, und daher

$$v_1 = \sqrt{2gh_2}$$ ſein.

Fig. 473.



Hiernach folgt

$$h_1 = h_2 = {}^1/_2\, h;$$

es iſt alſo die eine Hälfte des ganzen Maſchinengefälles auf die Druckhöhe zur Einführung des Waſſers und die andere auf die Höhe des Rades zu verwenden.

Natürlich kann hier, damit das Waſſer in gehöriger Menge abfließe, die Geſchwindigkeit c_2 nicht $=$ Null, ſondern nur ſehr klein (4 bis 6 Fuß) ſein, und es iſt der Ausmündung MM der Inhalt $F = \frac{Q}{c_2}$ zu geben, welchem der Halbmeſſer

$$r = \sqrt{\frac{Q}{\pi c_2}}$$ entſpricht.

Da dann das Waſſer nicht allein die Geſchwindigkeit c_2 in verticaler Richtung, ſondern auch eine Umdrehungsgeſchwindigkeit hat, deren mittleres Quadrat der Theorie der Trägheitsmomente zufolge (ſ. Bd. I, §. 288), $= {}^1/_2\, v^2$ iſt, ſo ergiebt ſich das Arbeitsvermögen des abfließenden Waſſers:

$$L_1 = \left(\frac{c_2^2 + {}^1/_2\, v^2}{2g}\right) Q\gamma$$

und der Wirkungsgrad des Rades

$$\eta = 1 - \frac{c_2^2}{2gh} - {}^1/_2\, \frac{v^2}{2gh}.$$

Da ſich

$$v_1 = \sqrt{{}^1/_2 . 2gh} = \sqrt{gh} \quad \text{und}$$

$$v = \frac{r}{r_1} v_1 = \frac{r}{r_1} \sqrt{gh}$$

ſetzen läßt, ſo hat man auch

$$\eta = 1 - \frac{c_2^2}{2g} - {}^1/_4 \left(\frac{r}{r_1}\right)^2.$$

Der Scheitel S des Rotationsparaboloides ESE, welches von der freien Oberfläche des Waſſers im Rade gebildet wird, ſteht um die das verlorene Gefälle bildende Höhe $\overline{SM} = h_0 = \frac{c_2^2}{2g}$ von der Mündung MM ab.

Um die Bildung des Trichters ESE unmittelbar über der Mündung MM zu verhindern, kann man eine Querwand LL einziehen.

In Fig. 474 iſt das Modell einer nach den obigen Principien conſtruirten

Fig. 474.

Danaide abgebildet. Das Waſſer wird hier durch eine gekröpfte Hahnröhre HE zu- und mittels zweier Mundſtücke F, F tangential in das Rad ABC eingeführt, ſowie durch das Mundſtück C ausgetragen. Durch ein auf den unteren cylindriſchen Theil BB des Rades aufzuſetzendes Vorgelegsrad läßt ſich die Umdrehungskraft deſſelben auf die Arbeitsmaſchine übertragen.

§. 242 **Reactionsräder.** Setzt man ein Ausflußgefäß HRF, Fig. 475, auf einen Wagen, ſo treibt die Reaction des Waſſers denſelben mit dem

Gefäße in einer der Ausflußbewegung entgegengesetzten Richtung fort; und verbindet man ein Ausflußgefäß ABF, Fig. 476, mit einer stehenden Welle CD, so wird dieses durch die Reaction P des ausfließenden Wassers

Fig. 475.

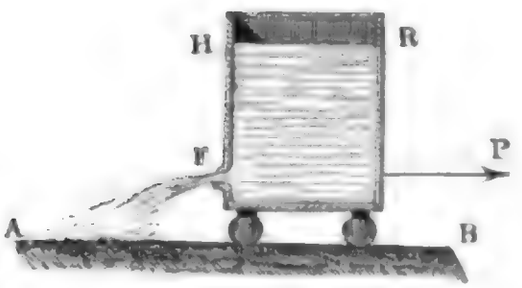
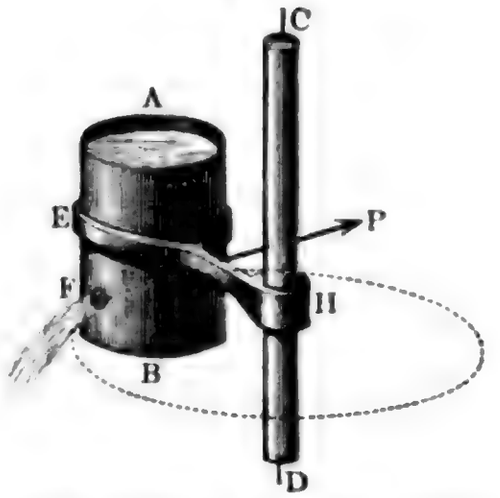


Fig. 476.



ebenfalls in einer der Ausflußbewegung entgegengesetzten Bewegung umgedreht. Ersetzt man nun das unten abfließende Wasser von oben durch anderes, so wird auf diese Weise eine stetige Umdrehung erzeugt. Die Vorrichtung, welche auf diese Weise in Umdrehung gesetzt wird, heißt ein Reactionsrad (franz. roue à réaction; engl. wheel of reaction, wheel of recoil), in Deutschland gewöhnlich ein Segner'sches Wasserrad und in England Barkers mill.

Das einfachste Rad dieser Art ist in Fig. 477 abgebildet. Dasselbe besteht aus einer Röhre BC, deren Axe durch eine feststehende Welle AX gebildet wird, und aus zwei Röhren (Schwungröhren) CF und CG mit Seitenmündungen F und G. Das durch diese Mündungen abfließende Wasser wird durch anderes, oben durch ein Gerinne K zugeführtes Wasser ersetzt. Bei Anwendung an Mahlmühlen wird der Läufer oder obere Mühlstein auf AX unmittelbar aufgesetzt; bei anderen Anwendungen kann aber die Bewegung mittels eines auf AX aufzusetzenden Zahn- oder Riemenrades fortgepflanzt werden.

Fig. 477.

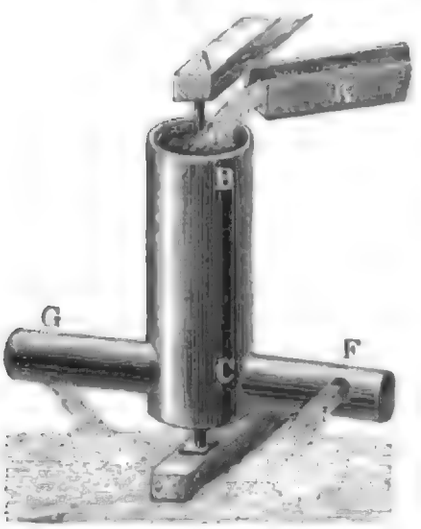
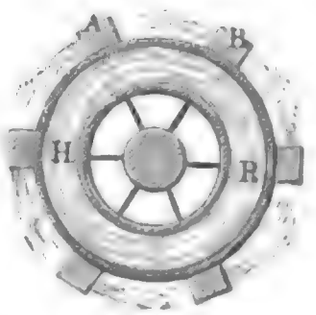


Fig. 478.

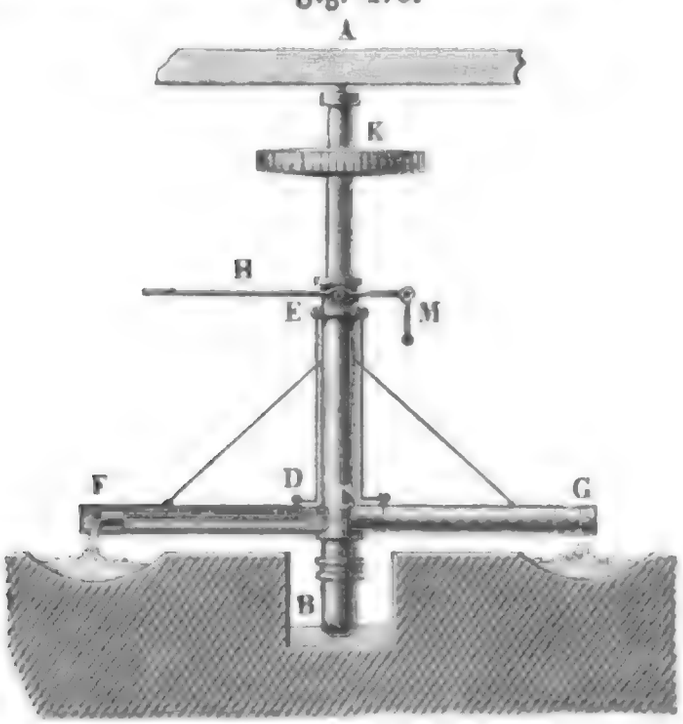


Man hat auch Reactionsräder mit mehreren Schwungröhren oder Schwungkammern angewendet, wie z. B. Fig. 478 im Grundrisse vor Augen führt. Das Ge-

faß HR iſt entweder cylindriſch oder coniſch. Um das Waſſer ohne Stoß einzuführen, hat Euler ein gleichgeformtes Zuflußgefäß unmittelbar über das Rad geſetzt, und ſtatt des Bodens in demſelben ringsum geneigte Leitſchaufeln eingeſetzt, ähnlich wie ſpäter Burdin bei ſeinen Turbinen (ſ. Bd. II, §. 234); auch hat Burdin ähnliche Reactionsräder ausgeführt. Hierher gehört auch das Verſuchsrad in Band I, §. 504.

Ein einfaches Reactionsrad hat der Verfaſſer in Vallendar unweit Ehrenbreitenſtein im Gange geſehen. Es war vom Herrn Maſchineninſpector Althans conſtruirt, und diente als Umtriebsmaſchine für zwei Lohmahlgänge. Die übrigens ſehr zweckmäßige Einrichtung dieſes Rades iſt aus Fig. 479 zu erſehen. Das Waſſer wird durch eine Einfallröhre zugeführt, welche bei B unterhalb des Rades vertical aufwärts gebogen iſt. Die ſtehende Welle AC mit ihren beiden Schwungröhren CF und CG iſt von unten herauf hohl und paßt mit ihrem Ende B in das eine Schnauze bildende Ende der Einfallröhre. Damit ſich aber dieſe Welle drehen könne, ohne Waſſer bei B durchzulaſſen, iſt in B eine Stopfbüchſe, eine Vorrichtung, welche wir erſt ſpäter näher kennen lernen werden, angebracht. Die rectangulären Seitenmündungen F und G ſind durch Schieber zu verſchließen und letztere wieder ſind durch Stangen und Winkelhebel (D) mit einer die Welle umfaſſenden Hülſe E verbunden, welche durch einen Hebel HM gehoben oder geſenkt werden kann. Oben ſitzt das Rad K zur Transmiſſion der Bewegung. Das durch die 9 Zoll weite Einfallröhre zugeführte Waſſer tritt bei B in die Steigröhre und bei C in die Schwungröhren, und kommt nun bei F und G zum Ausfluſſe. Dieſe Einrichtung gewährt den Vortheil, daß das ganze Gewicht der umlaufenden Maſchine vom Waſſer getragen werden und folglich zu einer Reibung an der Baſis keine Gelegenheit geben kann. Iſt G das Gewicht der Maſchine, h die Druckhöhe und $2r$ die Weite der Steigröhre, ſo hat man für dieſen Fall:

Fig. 479.



$$\pi r^2 h \gamma = G,$$

und hiernach den erforderlichen Röhrenhalbmeſſer

$$r = \sqrt{\frac{G}{\pi h \gamma}}$$

anzuwenden, um dieſen Gleichgewichtszuſtand herbeizuführen.

Das Aufſchlagquantum betrug 18 Cubikfuß pr. Minute und das Gefälle 94 Fuß, folglich die disponible Leiſtung = 1861 Fußpfund. Die Länge einer Schwungröhre maß $12^1/_2$ Fuß, und die Umdrehungszahl pr. Minute war beim Arbeiten, = 30, folglich die Umfangsgeſchwindigkeit = 39,3 Fuß.

Anmerkung 1. Die erſte Beſchreibung eines Reactionsrades, als eine Erfindung Barkers, findet man in Desagulier's Course of expérimental-philosophy, Vol. II, London 1745. Ausführlich über die Theorie und vortheilhafteſte Conſtruction dieſer Räder handelt Euler in den Memoiren der Berliner Akademie, 1750, 1754.

Anmerkung 2. Die Wirkungsgrade der älteren Reactionsräder waren außerordentlich klein. Schon Nordwall findet einen ſolchen nur $^1/_3$ von dem eines oberſchlägigen Rades. Schitko (ſ. deſſen Beiträge zur Bergbaukunde u. ſ. w. Wien 1833) fand an einem ſolchen Rade den höchſten Wirkungsgrad 0,15, alſo ebenfalls ſehr gering.

Theorie der Reactionsräder. Die Wirkungen der Reactionsräder laſſen ſich theoretiſch auf folgende Weiſe ermitteln. Iſt h das Gefälle oder die Tiefe der Mitte der Mündungen unter dem Waſſerſpiegel in der Einfallröhre, und v die Umdrehungsgeſchwindigkeit derſelben, ſo hat man nach dem Früheren, die den Druck des vor der Mündung befindlichen Waſſers meſſende Höhe: §. 243

$$h_1 = h + \frac{v^2}{2g},$$

und daher die theoretiſche Ausflußgeſchwindigkeit:

$$c = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2gh + v^2}.$$

Bezeichnet noch φ den Geſchwindigkeitscoefficienten, ſo läßt ſich die effective Ausflußgeſchwindigkeit:

$$c = \varphi \sqrt{2gh + v^2} \text{ ſetzen.}$$

Dieſe Geſchwindigkeit iſt aber nicht die abſolute Geſchwindigkeit des Waſſers beim Austritte aus dem Rade, denn daſſelbe hat noch die in entgegengeſetzter Richtung vor ſich gehende Umdrehungsgeſchwindigkeit v mit dem Rade gemeinſchaftlich. Es iſt demnach die abſolute Geſchwindigkeit des austretenden Waſſers:

$$w = c - v = \varphi \sqrt{2gh + v^2} - v,$$

und der entſprechende Arbeitsverluſt:

$$L_1 = \frac{w^2}{2g} Q\gamma = \frac{(\varphi \sqrt{2gh + v^2} - v)^2}{2g} Q\gamma.$$

Den Geſchwindigkeitscoefficienten $\varphi = 1$ angenommen, erhält man:

$$L_1 = \frac{(\sqrt{2gh+v^2}-v)^2}{2g}\, Q\gamma = \left(h - \frac{v(\sqrt{2gh+v^2}-v)}{g}\right) Q\gamma,$$

und zieht man dieſe von der disponiblen Leiſtung ab, ſo bleibt die Nutzleiſtung:

$$L = \left(h - \frac{v^2}{2g}\right) Q\gamma = \frac{v(\sqrt{2gh+v^2}-v)}{g}\, Q\gamma.$$

Dieſelbe fällt um ſo größer aus, je größer v iſt, denn ſetzt man

$$\sqrt{v^2+2gh} = v + \frac{gh}{v} - \frac{g^2h^2}{2v^3} + \cdots,$$

ſo erhält man:

$$L = v\left(\frac{gh}{v} - \frac{g^2h^2}{2v^3} + \cdots\right)\cdot\frac{Q\gamma}{g},$$

alſo für $v = \infty$,

$$L = Qh\gamma,$$

die ganze disponible Leiſtung.

Dieſer Umſtand, daß die Maximalleiſtung durch eine unendlich große Umfangsgeſchwindigkeit bedingt wird, iſt aber ein ungünſtiger, weil bei einer großen Umfangsgeſchwindigkeit die Nebenhinderniſſe ſehr anwachſen, wie leicht zu ermeſſen iſt, da das unbelaſtete Rad noch lange nicht unendlich ſchnell umläuft, und alſo ſchon die Nebenhinderniſſe bei einer zwar großen aber keineswegs beinahe unendlichen Geſchwindigkeit alle Wirkung aufzehren. Uebrigens kann auch die Geſchwindigkeit des Rades deshalb nicht unendlich groß werden, weil das Waſſer durch die $(33 + h)$ Fuß hohe Luft- und Waſſerſäule, der Schwungröhre höchſtens mit der Geſchwindigkeit $\sqrt{2g(33+h)}$ Fuß zugeführt werden kann, und folglich bei einem ſchnelleren Abfluſſe deſſelben, der ſtetige Ausfluß aufhört. Von Rädern, deren theoretiſche Maximalleiſtung bei einer unendlich kleinen oder auch nur bei einer mittleren Geſchwindigkeit eintritt, iſt aus dem erſteren Grunde ein größerer Wirkungsgrad zu erlangen, als bei den eine unendlich große Umdrehungszahl fordernden Maſchinen.

Es iſt allerdings noch die Frage, ob die Leiſtungen bei mittleren oder nicht ſehr hohen Umlaufsgeſchwindigkeiten bedeutend von der Maximal- oder disponiblen Leiſtung $Qh\gamma$ abweichen, zu beantworten. Belaſtet man die Maſchine ſo ſtark, daß die Geſchwindigkeitshöhe, welche der Umfangsgeſchwindigkeit entſpricht, dem Gefälle gleich, alſo

$$\frac{v^2}{2g} = h \quad \text{oder} \quad v = \sqrt{2gh}$$

iſt, ſo hat man nach der obigen Formel, die Leiſtung:

$$L = \frac{\sqrt{2gh}(\sqrt{4gh} - \sqrt{2gh})}{g} Q\gamma = 2(\sqrt{2} - 1) Qh\gamma$$
$$= 0{,}828\, Qh\gamma \text{ zu erwarten,}$$

macht man aber $\frac{v^2}{2g} = 2h$, ſo erhält man:

$$L = \frac{\sqrt{4gh}(\sqrt{6gh} - \sqrt{4gh})}{g} Q\gamma = 4(\sqrt{1{,}5} - 1) Qh\gamma$$
$$= 0{,}899\, Qh\gamma,$$

macht man endlich $\frac{v^2}{2g} = 4h$, ſo ſtellt ſich

$$L = \frac{\sqrt{8gh}(\sqrt{10gh} - \sqrt{8gh})}{g} Q\gamma = 8(\sqrt{1{,}25} - 1) Qh\gamma$$
$$= 0{,}944\, Qh\gamma$$

heraus; man verliert alſo im erſten Falle ungefähr 17, im zweiten 10 und im dritten nur 6 Procent von der disponiblen Leiſtung und erſieht hieraus, daß bei mäßigen Gefällen und bei Anwendung einer Umfangsgeſchwindigkeit, welche der dem Gefälle entſprechenden Endgeſchwindigkeit nahe kommt, noch immer eine große Wirkung zu erwarten iſt. Uebrigens wird auch durch die große Einfachheit dieſer Maſchine ein großes Gewicht in die Wagſchale der Reactionsräder bei Vergleichung derſelben mit anderen Rädern gelegt.

Anmerkung. Die Umdrehungs- oder Reactionskraft iſt:

$$P = \frac{L}{v} = \frac{\sqrt{2gh + v^2} - v}{g} Q\gamma,$$

und für $v = 0$,

$$P = \frac{\sqrt{2gh}}{g} Q\gamma = \frac{c}{g} Q\gamma = 2 \cdot \frac{c^2}{2g} F\gamma,$$

wie wir ſchon in Band I, §. 495 gefunden haben.

Effective Leistung der Reactionsräder. Die im vorigen Paragraphen gefundene Formel §. 244

$$L = \frac{(\sqrt{2gh + v^2} - v)\, v}{g} Q\gamma$$

für die Leiſtung eines Reactionsrades ändert ſich, wenn man den Ausflußwiderſtand berückſichtigt, die Ausflußgeſchwindigkeit:

$$c = \varphi\sqrt{2gh + v^2} = \sqrt{\frac{2gh + v^2}{1 + \zeta}}$$

und die Ausflußmenge $Q = Fc = \varphi F\sqrt{2gh + v^2}$ ſetzt, in folgende um:

$$L = (\varphi\sqrt{2gh + v^2} - v)\frac{vQ\gamma}{g}$$

$$= (\varphi \sqrt{2gh + v^2} - v) \cdot \frac{\varphi F v \gamma}{g} \sqrt{2gh + v^2},$$

worin φ der Geſchwindigkeits- oder Ausflußcoefficient und F die Summe der Inhalte der Ausmündungen bezeichnen. Iſt Q gegeben, ſo läßt ſich auch

$$L = \left(\frac{Q}{F} - v\right) \frac{v Q \gamma}{g}$$

und hiernach der Wirkungsgrad des Rades:

$$\eta = \frac{L}{Q h \gamma} = \left(\frac{Q}{F} - v\right) \frac{v}{g h} \text{ ſetzen.}$$

Dieſer Wirkungsgrad $\eta = (\varphi \sqrt{2gh + v^2} - v) \frac{v}{gh}$ iſt mit $\varphi v \sqrt{2gh + v^2} - v^2$ zugleich ein Maximum, und zwar für

$$\sqrt{2gh + v^2} + \frac{v^2}{\sqrt{2gh + v^2}} = \frac{2v}{\varphi},$$

wie durch Differenziiren u. ſ. w. nach Band I, Einleitung Art. XIII gefunden werden kann. Durch Umformungen dieſer Gleichung ſtößt man auf die biquadratiſche Gleichung

$$v^4 + 2gh v^2 = \frac{\varphi^2 g^2 h^2}{1 - \varphi^2},$$

deren Auflöſung die Geſchwindigkeit:

$$v = \sqrt{gh} \sqrt{\frac{1}{\sqrt{1 - \varphi^2}} - 1}$$

giebt, bei welcher der Wirkungsgrad ein Maximum, und zwar da

$$c = \sqrt{2gh + v^2} = \sqrt{gh} \sqrt{\frac{1}{\sqrt{1 - \varphi^2}} + 1}$$

ausfällt:

$$\eta = \varphi \sqrt{\frac{1}{\sqrt{1 - \varphi^2}} - 1} \cdot \sqrt{\frac{1}{\sqrt{1 - \varphi^2}} + 1} - \frac{1}{\sqrt{1 - \varphi^2}} + 1$$

$= 1 - \sqrt{1 - \varphi^2}$ wird.

Die effective Leiſtung iſt hiernach:

$$L = \eta\, Q h \gamma = (1 - \sqrt{1 - \varphi^2})\, Q h \gamma$$

$$= \varphi^2 \sqrt{\frac{1}{\sqrt{1 - \varphi^2}} - 1} \cdot F \sqrt{gh^3} \cdot \gamma,$$

da das Ausflußquantum

$$Q = \varphi F c = \varphi F \sqrt{gh} \sqrt{\frac{1}{\sqrt{1 - \varphi^2}} + 1}$$

geſetzt werden kann.

Dividiren wir die Leistung durch die Geschwindigkeit v der Röhre im Mittelpunkte der Ausmündungen, so erhalten wir die Reactionskraft:

$$P = (\varphi \sqrt{2gh + v^2} - v) \frac{Q\gamma}{g}$$

$$= (\varphi \sqrt{2gh + v^2} - v) \sqrt{2gh + v^2} \cdot \frac{\varphi F \gamma}{g},$$

und daher beim stillstehenden Rade:

$$P = \varphi^2 . 2Fh\gamma.$$

Die Richtigkeit der vorstehenden Theorie des Reactionsrades hat der Verfasser durch Versuche bestätigt gefunden. Diese Versuche wurden an einem Modellrade von 1 Meter Durchmesser und $7^1/_2$ Quadratcentimeter Mündungsquerschnitt bei 4 Decimeter Druckhöhe angestellt, und es sind die Ergebnisse derselben in einer kleinen Schrift, welche in Freiberg unter dem Titel „Versuche über die Leistung eines einfachen Reactionsrades“ erschienen ist, enthalten.

Durch Vergleichung der effectiven Ausflußmenge Q mit dem theoretischen Ausflußquantum:

$$Fc = F \sqrt{2gh + v^2},$$

wurde der Ausflußcoefficient dieses Rades $\varphi = 0{,}9425$ gefunden, und wird nun dieser Werth in die Formel $\eta = 1 - \sqrt{1 - \varphi^2}$ eingesetzt, so erhält man den Maximalwirkungsgrad des Rades:

$$\eta = 1 - \sqrt{1 - 0{,}9425^2} = 1 - \sqrt{0{,}1117} = 0{,}666,$$

was auch die Versuche gaben. Die Umdrehungsgeschwindigkeit, bei welcher dieser Wirkungsgrad eintritt, ist theoretisch

$$v = \sqrt{gh} \sqrt{\frac{1}{\sqrt{1 - \varphi^2}} - 1} = \sqrt{\frac{1 - 0{,}334}{0{,}334}} \cdot \sqrt{gh} = \sqrt{2gh},$$

also gleich der Fallgeschwindigkeit, welche der Druckhöhe h entspricht; und auf diesen Werth haben auch die Versuche geführt.

Setzen wir endlich den Werth $\varphi = 0{,}9425$ in die Formel

$$P = \varphi^2 . 2Fh\gamma,$$

so erhalten wir die Reactionskraft des Wassers $= 0{,}888 . 2Fh\gamma$, was ebenfalls durch die Versuche bestätigt wurde.

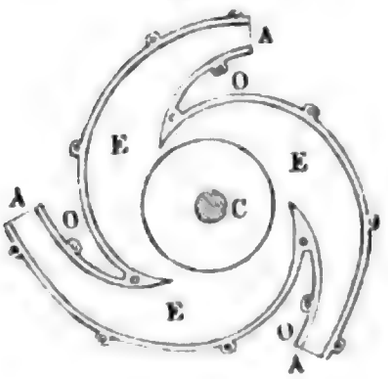
War die Radgeschwindigkeit v über $\sqrt{2gh}$, so machte sich der mit dem Quadrate von v wachsende Luftwiderstand bemerklich, so daß von da an die Abweichung zwischen dem theoretischen und effectiven Wirkungsgrade nahe mit v^3 wuchs, und zuletzt das Rad mit der Maximalgeschwindigkeit $v = 2 . \sqrt{2gh}$ leer umging.

Anmerkung. In der Schrift des Herrn Professors Schubert, „Beitrag zur Berichtigung der Theorie der Turbinen“, stellt der Herr Verfasser über die

Theorie des Reactionsrades mehrere fingirte, einer wiſſenſchaftlichen und naturgemäßen Grundlage entbehrende Behauptungen auf. Ich halte es daher für meine Schuldigkeit, meine Leſer vor dem ernſthaften Gebrauche dieſer Schrift zu warnen, und deshalb auf meine oben citirte Schrift zu verweiſen.

§. 245 **Schottiſche Turbinen.** In der neueren Zeit giebt man den Reactionsrädern krumme Schwungröhren, und nennt ſie gewöhnlich Whitelaw'ſche oder Schottiſche Turbinen. Manouri d'Ectot hat jedoch ſchon vor längerer Zeit ſolche Räder in Frankreich ausgeführt. (S. Journal des Mines, 1813, Tom. XXXIII.) Die ſchottiſchen, von Whitelaw und Stirrat conſtruirten Turbinen weichen von dem Reactionsrade Manouri's im Weſentlichen nicht ab. (S. Dingler's polytechn. Journal, Band 88, und polytechn. Centralblatt, Band II. 1843, vorzüglich aber die Schrift: Description of Whitelaw's and Stirrat's Patent Watermill, 2 Edit. London and Birmingham, 1843.) Eine beſondere Einrichtung der Whitelaw'ſchen Turbinen beſteht darin, daß man die Ausflußmündungen des Waſſers durch eine bewegliche Seitenwand erweitern oder verengern und dadurch den Ausfluß ſelbſt reguliren kann. Ein horizontaler Durchſchnitt einer ſolchen Turbine iſt in Fig. 480 abgebildet. Dieſe Turbine beſteht aus drei Schwungröhren, das Waſſer tritt bei *E* in dieſe ein und bei *A* aus denſelben aus. *OA* iſt die um *O* drehbare, einen Theil der inneren Seitenwand bildende Klappe zum Reguliren des Ausfluſſes. Die Stellung dieſer Klappe während des Ganges läßt ſich durch einen ähnlichen Apparat, wie bei dem in Fig. 479 abgebildeten Rade, bewirken.

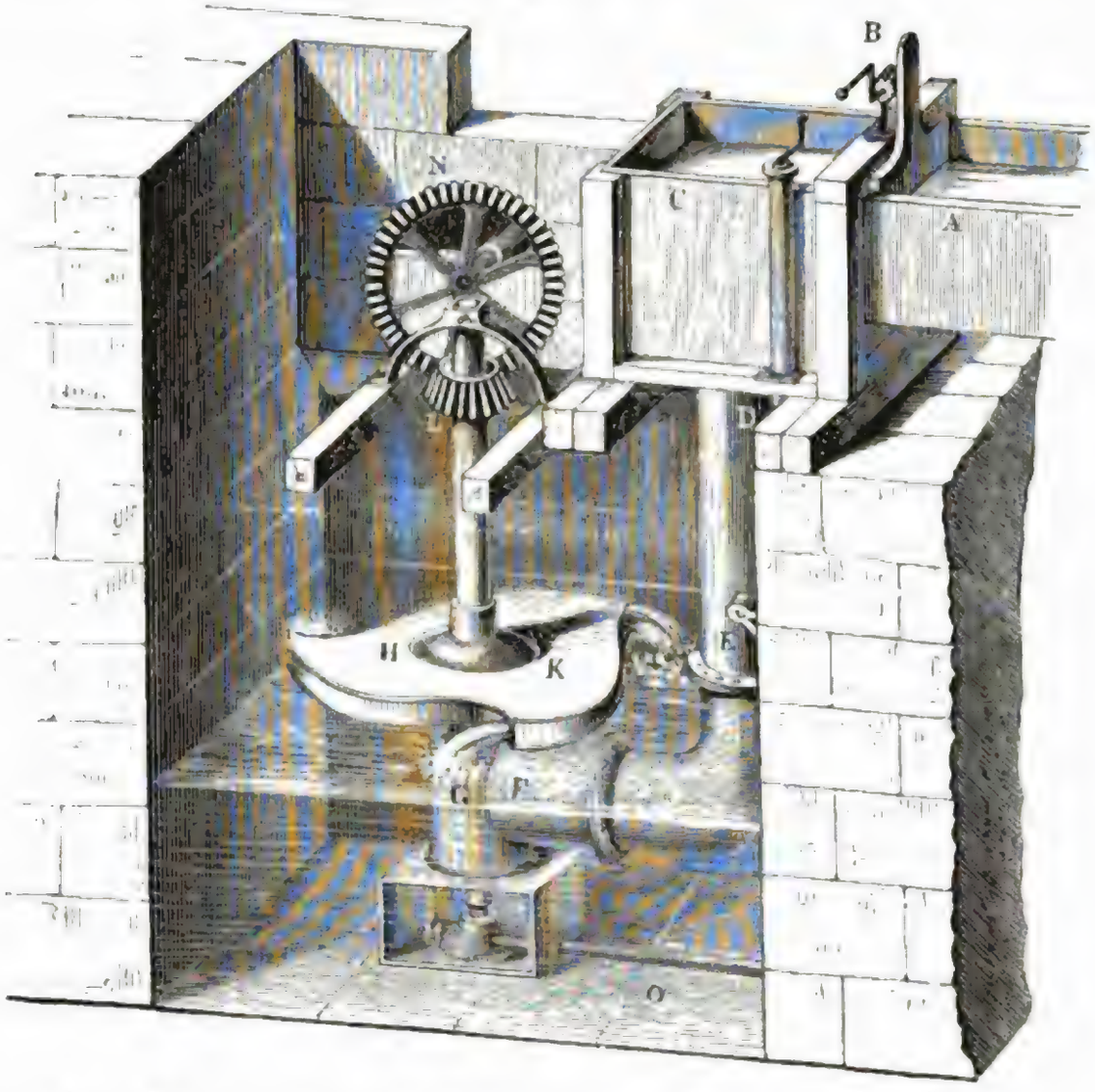
Fig. 480.



Die ganze Zuſammenſtellung einer Whitelaw'ſchen Turbine iſt aus Fig. 481 zu erſehen. *A* iſt das Waſſerzuleitungsgerinne, *B* ein Schutzbret und *C* das Einfallreſervoir, aus welchem das Waſſer in die Einfallröhre *DEF* läuft. *E* iſt eine Drehklappe, durch welche der Waſſerdruck regulirt werden kann. Bei *F* tritt das Waſſer in den feſtſtehenden Cylinder *G* und von da in das darüber befindliche Rad *HK*, das auf der ſtehenden Welle *LM* feſtſitzt. Die Reaction des durch drei Radmündungen ausſtrömenden Waſſers treibt das Rad mit der Welle in umgekehrter Richtung um, und dieſe Bewegung wird durch die Zahnräder *L* und *N* zunächſt auf eine horizontale Welle übergetragen u. ſ. w. Das Rad, die Welle, die Einfallröhren u. ſ. w. ſind von Gußeiſen; die Pfanne des Stiftes *M* aber erhält ein Futter von Meſſing. Das Oel zum Schmieren des Zapfens läuft durch ein bis über den Waſſerſpiegel im Einfallkaſten emporſteigendes Rohr *O* zu. Nach Redtenbacher (ſ. deſſen Theorie und Bau der

Turbinen und Ventilatoren) kann man die Welle mit ihrem Zapfen ganz vom Waſſer abſperren, wenn man beide mit einem bis an die obere Deck-

Fig. 481.

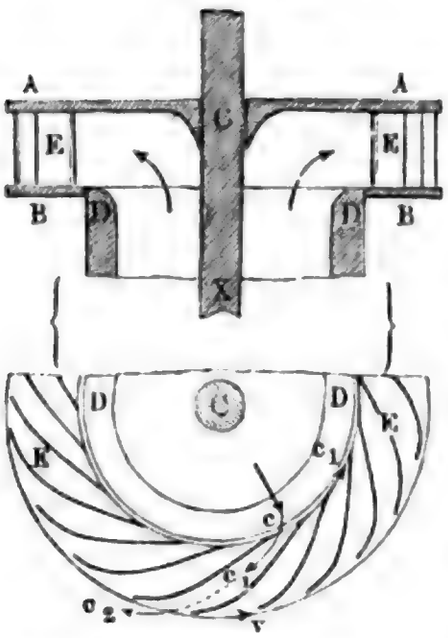


platte des Rades reichenden Gehäuſe umgiebt. Von der Theorie und von der geometriſchen Conſtruction dieſer Maſchinen wird erſt weiter unten gehandelt.

Reactionsrad von Combes. An die Whitelaw'ſchen Turbinen §. 246
ſchließt ſich zunächſt das Combes'ſche Reactionsrad an. Auch bei dieſem fließt das Waſſer von unten zu; doch unterſcheidet es ſich dadurch weſentlich von den erſteren Rädern, daß ſeine in größerer Anzahl vorhandenen umlaufenden Canäle oder Schwungröhren unmittelbar aneinanderſtoßen, und durch krumme, zwiſchen zwei ringförmige Kränze eingeſetzte Schaufeln gebildet werden. Die weſentlichſte Einrichtung eines Combes'ſchen Reactionsrades iſt aus Fig. 482 (a. f. S.), welche einen Auf- und einen Grundriß deſſelben darſtellt, erſichtlich. AA iſt eine den oberen Radkranz bildende, mit der ſtehenden Welle CX feſt verbundene Scheibe, BB iſt der untere, durch die

zwiſchen befindlichen Schaufeln $E, E \ldots$ mit der Scheibe AA feſt verbundene Radkranz; DD iſt der den unteren Theil der Welle umgebende Cylinder, durch welchen das Waſſer zugeführt wird, welches am ganzen inneren Radumfange ein- und, nachdem es die Canäle zwiſchen den krummen Schaufeln durchlaufen hat, am ganzen äußeren Radumfange ausſtrömt.

Fig. 482.



Eine andere weſentliche Abweichung der Combes'ſchen Reactionsräder von den Whitelaw'ſchen Turbinen beſteht noch darin, daß dieſelben keinen waſſer- und luftdichten Abſchluß zwiſchen dem Rade B und dem Zuflußreſervoir D haben, der bei den Whitelaw'ſchen Rädern kaum entbehrt werden kann. Der Grund dieſer Vereinfachung iſt aber folgender. Der Druck des Waſſers in einem Ausflußreſervoir iſt an verſchiedenen Stellen ſehr verſchieden; da wo das Waſſer beinahe ſtill ſteht, drückt es am ſtärkſten, und da wo es am ſchnellſten läuft, am ſchwächſten (ſ. Bd. I, §. 400). Die Geſchwindigkeit des Waſſers hängt aber wieder von dem Querſchnitte des Reſervoirs ab, ſie ſteht im umgekehrten Verhältniſſe zu dieſem Querſchnitte; daher kann man dem Waſſerdrucke durch Veränderung des Querſchnittes eine beliebige Größe ertheilen, und ihn auch gleich Null oder vielmehr dem Atmoſphärendrucke gleich machen. Bohrt man nun an der Stelle, wo das Waſſer nur mit der Atmoſphäre drückt, ein Loch in das Gefäß, ſo wird durch daſſelbe weder Waſſer heraus-, noch Luft hineinſtrömen. Damit aber umgekehrt durch den ringförmigen, übrigens möglichſt eng zu machenden Raum zwiſchen B und D weder Waſſer aus-, noch Luft einſtröme, hat man daher nur nöthig, dem Querſchnitte an der Uebergangsſtelle eine gewiſſe Größe zu geben.

Anmerkungen. 1. Die Combes'ſchen Reactionsräder werden auch oft mit Leitſchaufeln verſehen, welche das Waſſer in beſtimmter Richtung in das Rad einführen. Die in Deutſchland von Webding und Nagel ausgeführten Turbinen (erſtere in Sagan, letztere in Schwerin) ſind inſofern den Combes'ſchen Rädern ähnlich, als ſie von unten beaufſchlagt werden, in der Conſtruction aber ähneln ſie mehr den Fourneyron'ſchen Turbinen. Es gehört hierher auch die Turbine von Laurent und Deckherr, ſ. Armengaud's Publication industrielle, vol. 6.

2. Redtenbacher bewirkt den waſſerdichten Abſchluß zwiſchen dem Zuflußreſervoir AB, Fig. 483, und dem Rade DEF durch einen beweglichen Meſſingring CD, der vom Waſſer durch ſeinen Druck ſo ſtark an die untere

Beispiele 4 und 5 sind ausgeführt, s. a. S. 1026, a. a. O. Bild 1 und 2. Beispiel 6 ist ausgeführt, s. a. S. 1026, a. a. O. Bild 3.

Verschiedene Anordnungen. Bei a) ist der Kranweg in der Mitte, bei b) und c) ist er an der Seite angeordnet. Bei d) ist der Kranweg in der Mitte, die Hallenbreite ist aber so groß, daß ein Kran nicht ausreicht. Bei e) ist der Kranweg an der Seite, die Hallenbreite ist aber so groß, daß ein Kran nicht ausreicht. Bei f) ist der Kranweg in der Mitte, die Hallenbreite ist aber so groß, daß ein Kran nicht ausreicht.

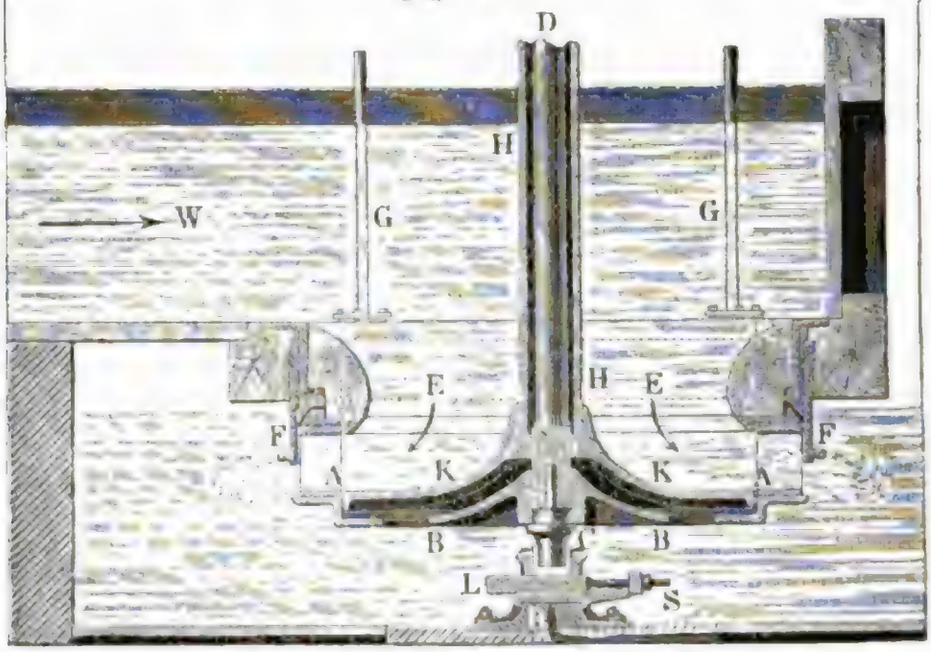
Bild 6. Hallen mit Kranen, die nicht ausreichen, um die ganze Hallenbreite zu bestreichen.

Bei Figur a) ist der Kranweg in der Mitte, bei b) und c) an der Seite angeordnet. Bei d) ist der Kranweg in der Mitte, die Hallenbreite ist aber so groß, daß ein Kran nicht ausreicht. Bei e) ist der Kranweg an der Seite, die Hallenbreite ist aber so groß, daß ein Kran nicht ausreicht. Bei f) ist der Kranweg in der Mitte, die Hallenbreite ist aber so groß, daß ein Kran nicht ausreicht.

Bild 6. Hallen mit Kranen, die nicht ausreichen, um die ganze Hallenbreite zu bestreichen.

tion erleide, erweitert ſich das Reſervoir *EE* ſowohl auf- als auch abwärts allmälig, wie aus der Figur deutlich zu erſehen iſt. Der Ausfluß des

Fig. 485.



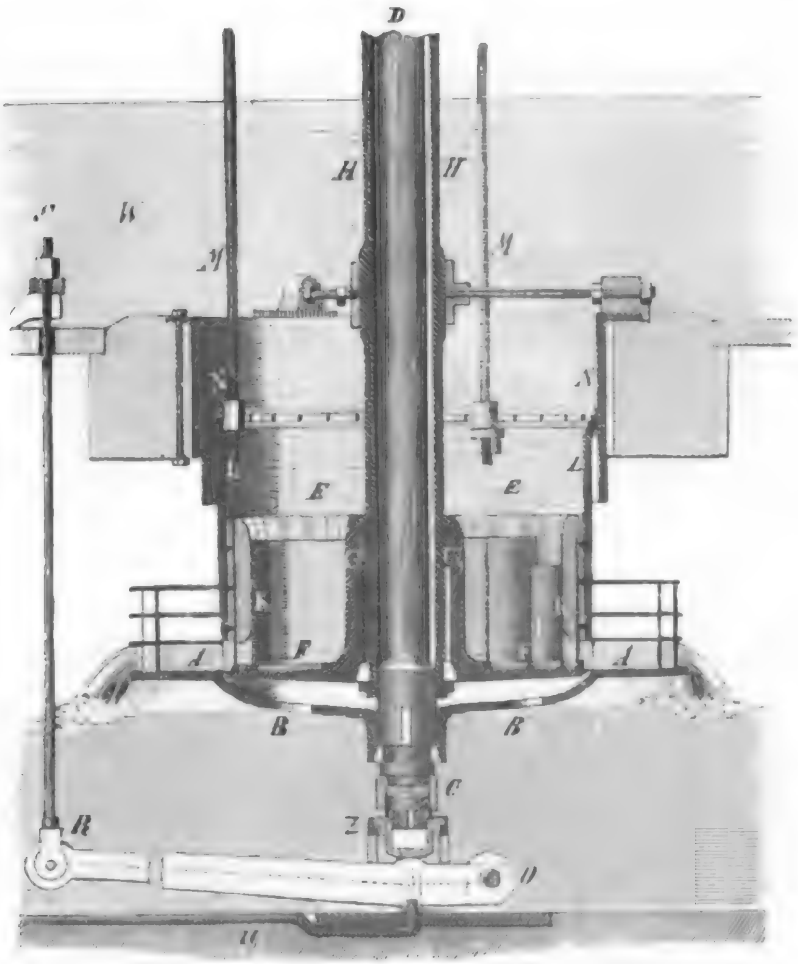
Waſſers wird durch eine das Rad von außen umgebende kreisförmige Schütze *FF* regulirt. Das Ziehen oder Senken derſelben erfolgt durch vier Stangen mittels eines beſonderen Mechanismus, deſſen nähere Einrichtung aus der Figur nicht zu erſehen iſt. Damit das Waſſer nicht zwiſchen dem Schutzbrete und der Gefäßwand durchdringen kann, iſt ein die innere Fläche des Schutzbretes berührender Lederring eingeſetzt.

Die ſtehende Welle *CD* iſt noch mit einer Röhre *HH* umgeben, welche den Teller *KK* trägt, der von dem inneren Umfange des unteren Radkranzes umgeben wird, ſo daß das Waſſer nach unten abgeſperrt iſt und nicht auf die Schale des Rades drückt. Dieſe Einrichtung (nach Redtenbacher) weicht von der, welche Cadiat angewendet hat, ab, iſt aber genau dieſelbe wie bei den Fourneyron'ſchen Turbinen. Cadiat läßt den Teller mit der Röhre ganz weg, und hebt den Druck des Waſſers auf die Schale *B* durch einen Gegendruck von unten auf, indem er noch ein zweites Reſervoir anbringt, welches die untere Fläche des Rades *A* faſt berührt, und mit dem Druckwaſſer *GH* in Communication geſetzt wird. Jedenfalls iſt dieſe Einrichtung weniger zweckmäßig als die Fourneyron'ſche, um ſo mehr, da es nicht möglich iſt, den Austritt des in dieſem Reſervoir völlig hydroſtatiſch drückenden Waſſers durch den wenn auch noch ſo engen ringförmigen Spalt zwiſchen dem Rade und dem Reſervoir zu verhindern. Die hier abgebildete Turbine geht, wie man ſieht, unter Waſſer.

Anmerkung. Eine vollſtändige und genaue Beſchreibung einer Cadiat'ſchen Turbine ohne Bodenteller und mit Druckwaſſer unter dem Radteller liefert M. Armengaud d. Aelt. im zweiten Bande ſeiner Publication industrielle.

Fig. 486.

I.

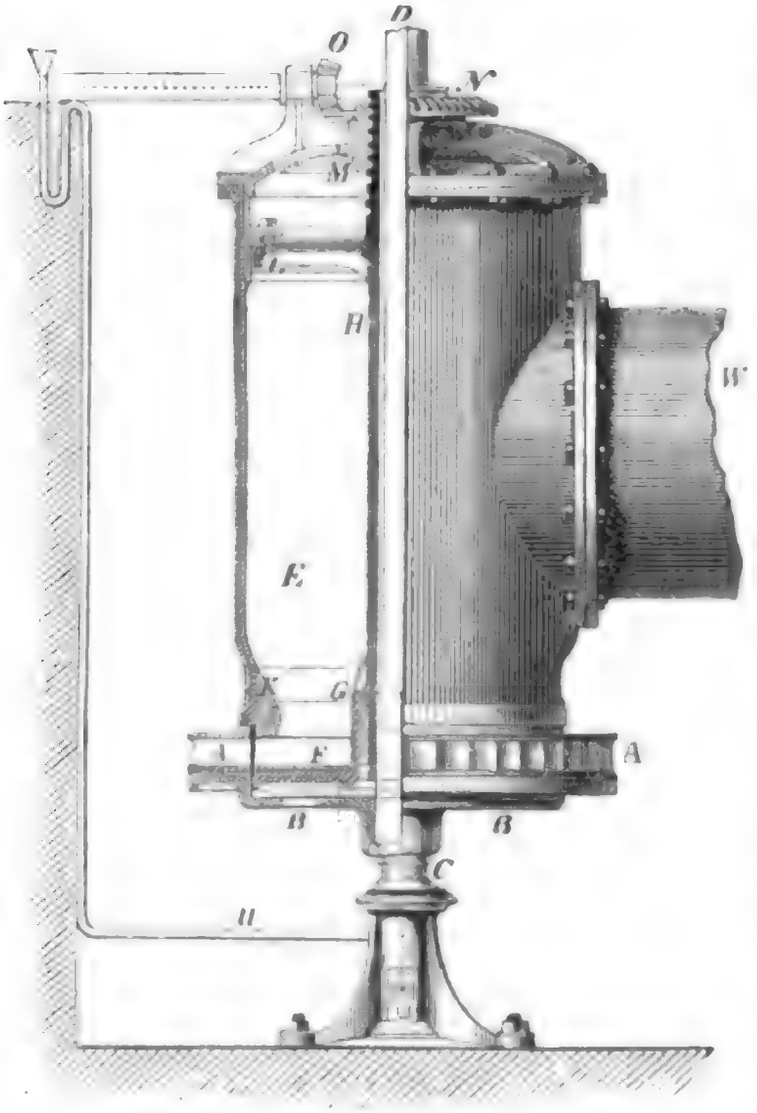


II.

Digitized by Google

§. 248 **Fourneyron's Turbinen.** Die Fourneyron'ſche Turbine iſt, namentlich in ihrer neueſten Einrichtung, eins der vollkommenſten horizontalen Waſſerräder, wenn ſie nach den Regeln der Mechanik richtig ausgeführt wird. Sie geht entweder in freier Luft oder unter Waſſer, und iſt entweder eine Nieder- oder eine Hochdruckturbine. Bei der Niederdruckturbine fließt das Waſſer in das oben offene Ausflußreſervoir mit freier Oberfläche zu, wie Fig. 486 (a. v. S.), bei einer Hochdruckturbine hingegen iſt das Ausflußreſervoir oben verſchloſſen und das Waſſer wird durch eine Röhre, die ſogenannte Einfallröhre, von der Seite zugeführt, wie Fig. 487 zeigt. Erſtere kommt natürlich bei kleinem und letztere bei großem Gefälle in Anwendung. Im Weſentlichen beſteht das eigentliche Rad *AA* aus zwei horizontalen Kränzen von Eiſen, aus einem gußeiſernen Teller *BB* und aus einer ſtehenden Welle *CD*, alſo genau aus denſelben Theilen, wie die in Fig. 484 abgebildete Turbine von Cadiat. Das bei *W* zufließende Waſſer tritt zunächſt in das cylindriſche Reſervoir *EE*. Damit es nicht auf den Radteller *BB* drücke und dadurch eine bedeutende Erhöhung der Zapfenreibung hervorbringe, wird eine die Radwelle vollkommen umſchließende Röhre *GH* eingeſetzt, und an deren unteres Ende ein Bodenteller *FF* befeſtigt, welcher den Druck des darüberſtehenden Waſſers aufnimmt. Auf dieſen Teller werden cylindriſch gebogene Bleche, die ſogenannten Leitſchaufeln, auf-, ſowie zwiſchen den beiden Radkränzen die ſogenannten Radſchaufeln eingeſetzt. Durch die Leitſchaufeln, wie ab, a_1b_1 u. ſ. w., Fig. 486 (Grundriß), erhält das durch den ringförmigen Raum am unteren Ende des

Fig. 487.



Reſervoirs EE ausfließende Waſſer eine beſtimmte Richtung, mit welcher es auch zu dem dieſe Mündung umſchließenden Rade AA gelangt, deſſen von den Schaufeln bd, $b_1 d_1$ u. ſ. w. gebildete Zellen es von innen nach außen durchläuft. Hierbei reagirt das Waſſer ſo ſtark gegen die hohlen Flächen der Radſchaufeln, daß dadurch das ganze Rad in entgegengeſetzter Richtung umgedreht wird, während der Zufluß- und Leitſchaufelapparat ſeinen Stand behält.

Um den Ausfluß des Waſſers aus dem Reſervoir und dadurch den Gang des Rades zu reguliren, wird ein cylindriſches Schutzbret $KLLK$, Fig. 486, in Anwendung gebracht, welches durch drei Stangen $M, M\ldots$ geſenkt und gehoben werden kann. Damit dieſe Stangen recht gleichmäßig wirken, hat man verſchiedene Mechanismen in Anwendung gebracht. Fourneyron kuppelt dieſelben durch ein Räderwerk zuſammen, Cadiat hingegen durch einen Kurbelapparat. Die Schütze KL beſteht aus einem hohlen gußeiſernen Cylinder, deſſen äußere Oberfläche die innere Seite des oberen Radkranzes faſt berührt, weshalb beide genau abzudrehen ſind. Damit kein Waſſer zwiſchen der Schütze KL und dem feſtliegenden Cylinder NN hindurchgehe, wird über LL ein Lederſtulp, ähnlich wie bei Pumpenkolben, eingeſetzt. Endlich werden auf die Innenfläche des Schützencylinders Holz- oder Metallſtücke $K, K\ldots$ aufgeſchraubt, und dieſe unten gut und glatt abgerundet, damit das Waſſer ohne Contraction und mit dem kleinſten Verluſte an lebendiger Kraft unter denſelben zum Ausfluſſe gelange. Bei Hochdruckturbinen gehen die Schützenſtangen entweder durch Stopfbüchſen im Deckel des Ausflußreſervoirs, oder es ergreifen dieſelben den Schützencylinder von außen, wie z. B. bei der Turbine in St. Blaſien. Nach Redtenbacher kann man endlich auch das Reguliren des Ausfluſſes durch Heben oder Senken des Bodentellers F, Fig. 487, bewirken. Zu dieſem Zwecke läuft die Einhüllungsröhre GH oben ſchraubenförmig aus, und es erhält die Mutter M hierzu ein coniſches Zahnrad N, das ſich durch ein coniſches Getriebe O in Umdrehung ſetzen läßt. Die Schraubenmutter M iſt ſo gelagert, daß ſie keine Verſchiebung annehmen kann; es wird daher durch ihre Umdrehung ein Auf- oder Niedergehen der Röhre GH ſammt Teller F herbeigeführt. Damit aber das Waſſer von oben ganz abgeſperrt werde, wird die Röhre GH noch mit einem Kopfteller HL verſehen und deſſen Umfang ebenfalls durch einen Lederſtulp abgedichtet.

Turbinen von Francis. Anſtatt das Waſſer bei ſeiner Arbeitsverrichtung von innen nach außen durch das Reactionsrad laufen zu laſſen, kann man daſſelbe auch, wie bei den Tangentialrädern, von außen nach innen durch das Rad führen. Solche Reactionsräder mit äußerer Beaufſchlagung unterſcheiden ſich von den Tangentialrädern nur dadurch, daß §. 249

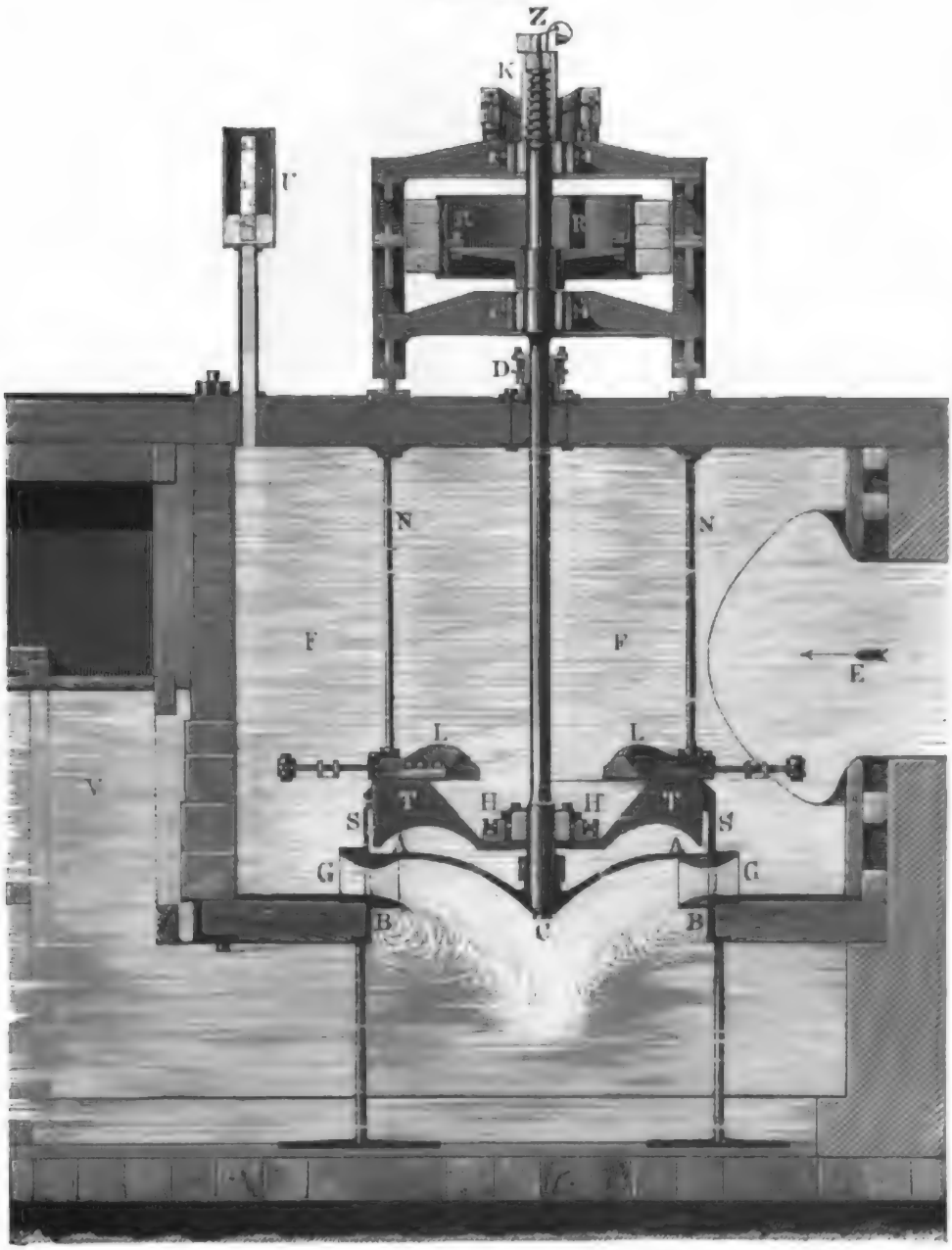
bei denſelben das Waſſer am ganzen äußeren Radumfange in das Rad eintritt, wogegen es bei den Tangentialrädern nur an einer Stelle in das Rad einſtrömt, daß folglich bei dieſen Turbinen ſämmtliche Radcanäle vom Waſſer gefüllt werden, während bei den Tangentialrädern das Waſſer nur in abgeſonderten Partien durch die Radcanäle fließt.

Solche Reactionsräder mit äußerer Beaufſchlagung ſind in der neueren Zeit von dem Herrn S. B. Howd zu Genova im Staate New-York conſtruirt worden. Dieſe unter dem Namen Howd oder United-State-Wheels bekannten Turbinen waren größtentheils aus Holz, zwar ſehr einfach, jedoch theilweiſe auch fehlerhaft conſtruirt. Dieſe Turbinen ſind durch Herrn Francis, welcher ſie centre-vent wheels nennt, weſentlich verbeſſert worden (ſ. die Lowell-Hydraulic-Experiments, by J. B. Francis). Namentlich hat derſelbe ſtatt der geraden Leitſchaufeln aus Holz krumme Leitſchaufeln aus Blech angewendet, ſowie auch den Radſchaufeln eine zweckmäßigere Geſtalt gegeben. Zwei ſolcher Turbinen mit äußerer Beaufſchlagung hat Herr Francis 1849 für die Boot-Cotton-Mills in Lowell ausgeführt, wovon jede bei einem Gefälle von 19 Fuß, ein Leiſtungsvermögen von 230 Pferdekräfte beſitzt.

Den verticalen Durchſchnitt eines ſolchen Rades führt Fig. 488 vor Augen. Es iſt E das untere Ende des 8 Fuß weiten und 130 Fuß langen Einfallrohres, welches aus $^3/_8$ Zoll dicken Blechen nach Art der Dampfkeſſel zuſammengenietet iſt. Dieſes Rohr mündet ſeitwärts in den oben geſchloſſenen Rad- oder Schützenkaſten FF, deſſen Deckel noch 6 bis 7 Fuß unter der Oberfläche des Oberwaſſerſpiegels liegt. Der Radteller ACA hat eine glockenförmige Geſtalt und iſt von unten an die Welle CD geſchoben und mit derſelben durch eine Schraube C feſt verbunden. Der äußere Raddurchmeſſer iſt 9,338 Fuß, der innere 7,987 Fuß, ferner die innere Radweite $AB = 1{,}23$ Fuß und die äußere $= 0{,}999$ Fuß; es nimmt alſo dieſe Weite von außen nach innen zu, während bei dem Leitſchaufelapparat GG das Gegentheil ſtatt hat. Die Anzahl der Rad- und Leitſchaufeln iſt $= 40$, und die Dicke derſelben mißt $^2/_8$ und $^3/_8$ Zoll. Der kürzeſte Abſtand zwiſchen je zwei Radſchaufeln beträgt 0,1384 Fuß, und der zwiſchen je zwei Leitſchaufeln, $= 0{,}1467$ Fuß. Die ſchmiedeeiſerne Welle CDK geht bei D durch eine Stopfbüchſe im Deckel des Radkaſtens, und ihr oberes Ende K iſt mit einer Reihe ringförmiger Vorſprünge verſehen, womit es in gleichgeſtalteten ringförmigen Vertiefungen im Lagergehäuſe ruht. Durch dieſe zweckmäßige Aufhängungsweiſe wird das enorme Gewicht der armirten Welle von 15200 Pfund, auf eine Auflagerungsfläche von 331 Quadratzoll vertheilt, ſo daß jeder Quadratzoll derſelben nur noch mit 46 Pfund belaſtet iſt. Die Transmiſſion der Kraft des Rades erfolgt durch ein unterhalb des Lagergehäuſes auf der Welle CD ſitzendes Zahnrad, an deſſen

Stelle jedoch in der Figur die aus §. 134 bekannte und zur Ausmittelung der Leiſtungsfähigkeit des Rades dienende Bremsſcheibe RR ſitzt. Am

Fig. 488.



äußerſten Ende der Welle iſt noch ein Zählapparat Z, welcher die Beendigung einer gewiſſen Anzahl von Umdrehungen durch einen Glockenſchlag anzeigt, angebracht. Uebrigens ruht die Welle in drei Halslagern, wovon das unterſte HH auf dem Teller TT ſitzt, womit der Radteller vor dem Drucke des darüberſtehenden Waſſers geſchützt wird. Dieſer Schutzteller iſt mittels

der Kurs 5,2 m in der Sekunde, 2,7 Knoten. Die regelmäßige Fahrtdauer betrug also 1 Stunde 5 Minuten, und man hatte Gelegenheit, die

Bau gelungen sein, obwohl über einen Abschnitt von 200 m Länge eine Spundwand fehlte, die Eisenbahn 17 m. Die Schleusenkammer mißt 225 m in der Länge und 18 m in der Breite. Die Tiefe beträgt 4,5 m. Die Schleuse ist für Schiffe bis 1000 Tonnen eingerichtet. Sie ist mit Stemmtoren versehen, die durch Elektrizität bewegt werden. Die Schleuse ist in 2 Minuten gefüllt. Die Kosten

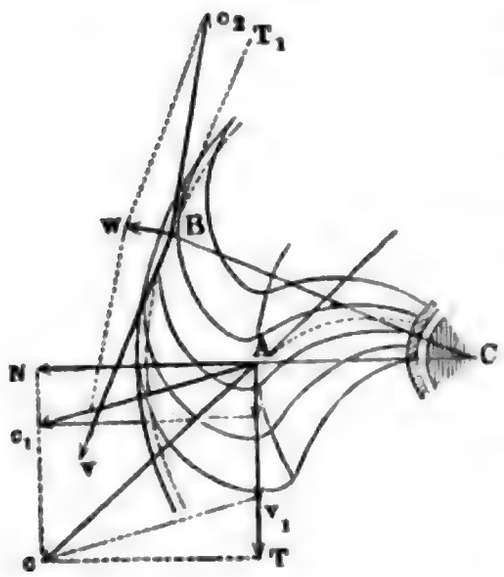
Zur Beſtimmung des Aufſchlagwaſſerquantums diente ein unterhalb *V* im Unterwaſſer angebrachter Ueberfall von 14 Fuß Breite. Fig. 490 zeigt einen Theil vom Grundriſſe des Rad- und des Leitſchaufelkranzes.

Fig. 490.

Theorie der Reactionsturbinen. Um die mechaniſchen Verhältniſſe und die Leiſtung der Fourneyron'ſchen Turbinen ermitteln zu können, wollen wir folgende Bezeichnungen einführen. §. 250

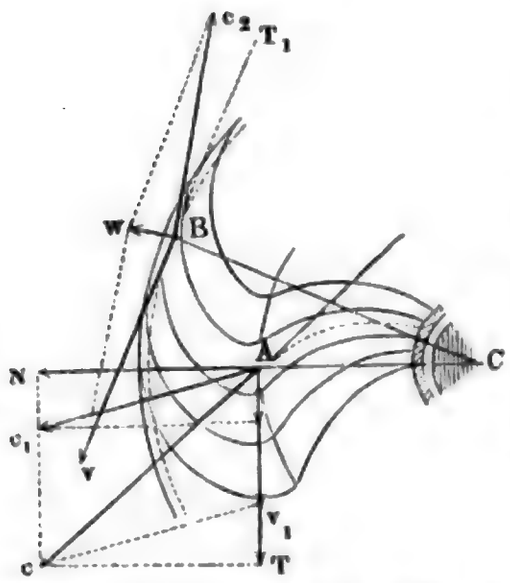
Der innere Halbmeſſer $\overline{CA}$, Fig. 491, oder annähernd auch der äußere Halbmeſſer des Reſervoirs, ſei $= r_1$, ſowie der äußere Radhalbmeſſer, $\overline{CB} = r$, die innere Umfangsgeſchwindigkeit des Rades, $= v_1$, und die äußere $= v$, ferner die Geſchwindigkeit, mit welcher das Waſſer aus dem Reſervoir oder Leitſchaufelapparat tritt, $= c$, die relative Geſchwindigkeit, mit welcher es in die Radcanäle eintritt, $= c_1$, und mit welcher es aus demſelben heraustritt, $= c_2$; ferner ſei der Winkel $c\,A\,T$, welchen die Richtung des aus dem Reſervoir tretenden Waſſers mit dem inneren Radumfange einſchließt, $= \alpha$, dagegen der Winkel $c_1\,A\,T$, welchen der in die Radzellen eintretende Waſſerſtrahl

Fig. 491.



mit dem inneren Radumfange einſchließt, $= \beta$, und der Winkel $c_2 B T_1$, welchen der aus den Radzellen ausſtrömende Strahl mit dem äußeren Radumfange einſchließt, $= \delta$. Noch ſei der Inhalt aller Ausflußöffnungen des Leitſchaufelapparates, $= F$, die Summe der Inhalte aller Eintrittsöffnungen in das Rad, $= F_1$, und die der Inhalte aller Ausflußöffnungen am äußeren Radumfange, $= F_2$; ferner bezeichnen wir das ganze Radgefälle, vom Oberwaſſerſpiegel bis Mitte der Ausmündungen des Rades, oder, wenn das Rad unter Waſſer geht, bis Oberfläche des Unterwaſſers gemeſſen, durch h, die Höhe des Oberwaſſerſpiegels über der Mitte von den Ausmündungen des Reſervoirs oder den Einmündungen des Rades durch h_1, und die Tiefe $(h_1 - h)$ der letzten unter den Ausmündungen des Rades, oder, wenn das Rad unter Waſſer geht, unter der Oberfläche des Unterwaſſers, durch h_2, und ſetzen endlich die Höhe, welche den Druck des Waſſers an der Stelle, wo das Waſſer aus dem Reſervoir ins Rad tritt, mißt (ohne Rückſicht auf den Druck der Atmoſphäre), $= x$.

Fig. 492.



Zunächſt iſt für die Ausflußgeſchwindigkeit c, da ſie durch die Druckhöhendifferenz $h_1 - x$ erzeugt wird,

$$\frac{c^2}{2g} = h_1 - x,$$

oder genauer, wenn das Waſſer in dem Leitſchaufelapparat oder beim Ausfluſſe aus demſelben, durch Reibung u. ſ. w. die Druckhöhe $\zeta \cdot \frac{c^2}{2g}$ verliert,

$$(1 + \zeta)\frac{c^2}{2g} = h_1 - x.$$

Daher folgt:

$$c = \sqrt{\frac{2g\,(h_1 - x)}{1 + \zeta}}$$

und umgekehrt,

$$x = h_1 - (1 + \zeta)\frac{c^2}{2g}.$$

Damit das Waſſer ohne Stoß in das Rad eintrete, iſt es nöthig, daß ſich die Ausflußgeſchwindigkeit in zwei Seitengeſchwindigkeiten zerlegen laſſe, wovon die eine der Größe und Richtung nach mit der inneren Radgeſchwindigkeit v_1 zuſammenfalle, die andere aber mit dem in die Radcanäle eintre-

tenden Strahle einerlei Richtung habe. Dies vorausgeſetzt, iſt daher auch die Geſchwindigkeit $\overline{Ac_1} = c_1$, mit welcher das Waſſer die Radcanäle zu durchlaufen anfängt, beſtimmt durch die bekannte Gleichung

$$c_1^2 = c^2 + v_1^2 - 2cv_1 \cos.\alpha.$$

Die Ausflußgeſchwindigkeit c_2 des Waſſers aus dem Rade ergiebt ſich aus der Druckhöhe x beim Eintritte, aus der Druckhöhe h_2 beim Austritte, aus der der Eintrittsgeſchwindigkeit entſprechenden Höhe $\frac{c_1^2}{2g}$, und aus der der Centrifugalkraft des Waſſers in dem Rade entſprechenden Vermehrung der Druckhöhe $\frac{v^2 - v_1^2}{2g}$ (ſ. Bd. II, §. 235):

$$\frac{c_2^2}{2g} = x - h_2 + \frac{c_1^2}{2g} + \frac{v^2 - v_1^2}{2g},$$

oder, wenn man die obigen Werthe von x und c_1 einſetzt,

$$\frac{c_2^2}{2g} = h_1 - h_2 - (1 + \zeta)\frac{c^2}{2g} + \frac{c^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} - \frac{2cv_1 \cos.\alpha}{2g};$$

oder, da $h_1 - h_2 = h$ das Totalgefälle des Rades iſt,

$$c_2^2 = 2gh + v^2 - 2cv_1 \cos.\alpha - \zeta . c^2.$$

Nimmt man noch an, daß das Waſſer durch ſeine Reibung und durch ſeine krummlinige Bewegung in den Radcanälen die Druckhöhe $\frac{\zeta_1 c_2^2}{2g}$ verliere, ſo hat man genauer:

$$(1 + \zeta_1) c_2^2 = 2gh + v^2 - 2cv_1 \cos.\alpha - \zeta . c^2.$$

Da das Aufſchlagquantum $Q = Fc = F_1 c_1 = F_2 c_2$, alſo:

$$c = \frac{F_2 c_2}{F} \text{ und } v_1 = \frac{r_1}{r} v$$

iſt, ſo folgt endlich für die Geſchwindigkeit c_2, mit welcher das Waſſer aus dem Rade tritt:

$$\left[1 + \zeta\left(\frac{F_2}{F}\right)^2 + \zeta_1\right] c_2^2 + 2\frac{F_2}{F}\cdot\frac{r_1}{r} c_2 v \cos.\alpha - v^2 = 2gh.$$

Vortheilhafteſte Geſchwindigkeit. Um dem Waſſer die größte Arbeit zu entziehen, muß bekanntlich die abſolute Geſchwindigkeit des austretenden Waſſers möglichſt klein ſein. Nun iſt aber dieſe Geſchwindigkeit, als Diagonale $\overline{Bw}$ eines aus der Ausflußgeſchwindigkeit c_2 und Umdrehungsgeſchwindigkeit v conſtruirten Parallelogrammes, §. 251

$$w = \sqrt{c_2^2 + v^2 - 2c_2 v \cos.\delta} = \sqrt{(c_2 - v)^2 + 4c_2 v\left(\sin.\frac{\delta}{2}\right)^2};$$

es ſoll daher $c_2 = v$ und δ möglichſt klein ſein. Damit aber das Waſſer in hinreichender Menge abfließe, iſt es allerdings nicht möglich, $\delta =$ Null, ſondern nur geſtattet, dieſen Winkel klein, etwa 10^0 bis 20^0 zu machen. Wenn wir alſo auch die Gleichheit $c_2 = v$ hervorbringen, ſo bleibt demnach immer noch die kleine abſolute Geſchwindigkeit

$$w = \sqrt{4\, c_2\, v \left(sin.\, \frac{\delta}{2}\right)^2} = 2\, v\, sin.\, \frac{\delta}{2},$$

und der entſprechende Arbeitsverluſt

$$\frac{w^2}{2g}\, Q\gamma = \frac{\left(2\, v\, sin.\, \frac{\delta}{2}\right)^2}{2g}\, Q\gamma \text{ übrig.}$$

Wegen der Nebenhinderniſſe iſt jedenfalls die relative Austrittsgeſchwindigkeit noch etwas kleiner als die Umdrehungsgeſchwindigkeit v zu fordern, um eine möglichſt große Radleiſtung zu erhalten; da indeſſen bei den Turbinen mit Leitſchaufeln, wie weiter unten dargethan wird, die Annahme $v = c_2$ ſehr nahe den größten Wirkungsgrad giebt und dieſe Bedingung ohnedies auf ſehr einfache Beziehungen führt, ſo wollen wir im Folgenden nur die Bedingung $v = c_2$ feſthalten, und dieſelbe mit der letzten Gleichung des vorigen Paragraphen verbinden. Es folgt ſo:

$$\left[1 + \zeta\left(\frac{F_2}{F}\right)^2 + \zeta_1\right] v^2 + 2\, \frac{F_2}{F} \cdot \frac{r_1}{r}\, v^2\, cos.\, \alpha - v^2 = 2\, g\, h,$$

oder:

$$\left[2\, \frac{F_2}{F} \cdot \frac{r_1}{r}\, cos.\, \alpha + \zeta\left(\frac{F_2}{F}\right)^2 + \zeta_1\right] v^2 = 2\, g\, h,$$

und daher die geſuchte, ziemlich die Maximalleiſtung verſprechende äußere Radgeſchwindigkeit:

$$v = \sqrt{\frac{2\, g\, h}{2\, \frac{F_2}{F} \cdot \frac{r_1}{r}\, cos.\, \alpha + \zeta\left(\frac{F_2}{F}\right)^2 + \zeta_1}}.$$

Statt des Querſchnittsverhältniſſes $\frac{F_2}{F}$ kann man auch den Winkel β einführen, welcher die Richtung des in das Rad eintretenden Strahles mit der inneren Umfangsgeſchwindigkeit $\overline{A\, v_1} = v_1$ einſchließt. Es fordert nämlich der ungeſtörte Eintritt in das Rad, daß die abſolute Geſchwindigkeit c des Waſſers durch den Eintritt nicht geändert werde, daß alſo der radiale Componente

$$\overline{A\, N} = c\, sin.\, \alpha$$

von c auch dem radialen Componenten $c_1\, sin.\, \beta$ von c_1, und der tangentiale Component $c\, cos.\, \alpha$ von c der Tangentialgeſchwindigkeit

$$\overline{AT} = c_1 \cos.\beta + v_1$$

des bereits eingetretenen Waſſers gleich ſei. Hiernach iſt alſo

$$\frac{c_1}{c} = \frac{\sin.\alpha}{\sin.\beta},\quad c\cos.\alpha - c_1\cos.\beta = v_1$$

und

$$\frac{c}{v_1} = \frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}.$$

Ueberdies iſt noch $Fc = F_2c_2 = F_2v = \frac{r}{r_1}F_2v_1$;

daher folgt

$$\frac{F_2}{F} = \frac{r_1}{r}\cdot\frac{c}{v_1} = \frac{r_1}{r}\cdot\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}$$

und die in Frage ſtehende äußere Radgeſchwindigkeit:

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{2\left(\frac{r_1}{r}\right)^2\frac{\sin.\beta\cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)} + \zeta\left(\frac{r_1\sin.\beta}{r\sin.(\beta-\alpha)}\right)^2 + \zeta_1}},$$

ſowie die innere Umfangsgeſchwindigkeit

$$v_1 = \frac{r_1}{r}v = \sqrt{\frac{2gh}{2\frac{\sin.\beta\cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)} + \zeta\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}\right)^2 + \zeta_1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}.$$

Ohne Berückſichtigung der Nebenverhältniſſe wäre

$$v_1 = \sqrt{\frac{gh\sin.(\beta-\alpha)}{\sin.\beta\cos.\alpha}} = \sqrt{gh(1-tang.\alpha\ cotang.\beta)}.$$

Waſſerdruck. Mit Hülfe der Formel für v läßt ſich nun auch der §. 252
Druck beſtimmen, welcher an der Uebergangsſtelle aus dem Reſervoir in das
Rad ſtatt hat, es iſt nämlich:

$$x = h_1 - (1+\zeta)\frac{c^2}{2g} = h_1 - (1+\zeta)\frac{v_1^2}{2g}\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}\right)^2$$

$$= h_1 - \frac{(1+\zeta)h\sin.\beta^2}{2\sin.\beta\cos.\alpha\sin.(\beta-\alpha) + \zeta\sin.\beta^2 + \zeta_1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2[\sin.(\beta-\alpha)]^2}$$

$$= h_1 - \frac{(1+\zeta)h}{1+\cos.2\alpha - cotg.\beta\sin.2\alpha + \zeta + \zeta_1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\left(\frac{\sin.(\beta-\alpha)}{\sin.\beta}\right)^2}.$$

Laſſen wir der Einfachheit wegen, die Widerſtände außer Acht, ſo erhalten wir

$$x = h_1 - \frac{h}{1+\cos.2\alpha - cotg.\beta\ \sin.2\alpha}.$$

Läuft die Turbine in der freien Luft um, ſo haben wir bei den zuletzt beſchriebenen Turbinen von Fourneyron, Cadiat und Whitelaw, $h_1 = h$, und daher:

$$x = \frac{cos.\,2\,\alpha - cotg.\,\beta\, sin.\,2\,\alpha}{1 + cos.\,2\,\alpha - cotg.\,\beta\, sin.\,2\,\alpha} \cdot h;$$

geht aber die Turbine unter Waſſer, ſo iſt $h_1 = h + h_2$, und daher:

$$x = \frac{cos.\,2\,\alpha - cotg.\,\beta\, sin.\,2\,\alpha}{1 + cos.\,2\,\alpha - cotg.\,\beta\, sin.\,2\,\alpha} \cdot h + h_2.$$

Soll im erſten Falle der Druck Null oder vielmehr dem Atmoſphärendrucke gleich ſein, ſo hat man $x = 0$, ſoll er aber im zweiten Falle dem Drucke des Unterwaſſers gegen die Radmündungen gleich ſein, ſo hat man $x = h_2$, in beiden Fällen aber $cos.\,2\,\alpha - cotg.\,\beta\, sin.\,2\,\alpha = 0$, d. i. $tang.\,\beta = tang.\,2\,\alpha$, alſo $\beta = 2\,\alpha$ zu machen.

Wenn alſo der Eintrittswinkel β doppelt ſo groß iſt als der Austrittswinkel α, ſo iſt der Druck an der Stelle, wo das Waſſer aus dem Reſervoir ins Rad tritt, gleich dem äußeren Luft- oder Unterwaſſerdrucke.

Auf der anderen Seite iſt leicht zu ermeſſen, daß dieſer innere Druck größer iſt als der äußere, wenn $\beta > 2\,\alpha$ und kleiner iſt als dieſer, wenn $\beta < 2\,\alpha$ ausfällt. Natürlich ändern ſich die Verhältniſſe etwas, wenn man, wie nöthig, die Nebenwiderſtände berückſichtigt. Es iſt nämlich dann für die Gleichheit des äußeren und inneren Druckes:

$$1 + cos.\,2\,\alpha - cotg.\,\beta\, sin.\,2\,\alpha + \zeta + \zeta_1 \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \left(\frac{sin.\,(\beta - \alpha)}{sin.\,\beta}\right)^2 = 1 + \zeta,$$

oder $cotg.\,\beta\, sin.\,2\,\alpha = cos.\,2\,\alpha + \zeta_1 \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 (cos.\,\alpha - cotg.\,\beta\, sin.\,\alpha)^2$;

ſetzt man im letzten Gliede $cotg.\,\beta = cotg.\,2\,\alpha = \frac{cos.\,2\,\alpha}{sin.\,2\,\alpha}$, ſo erhält man

$$cotg.\,\beta\, sin.\,2\,\alpha = cos.\,2\,\alpha + \zeta_1 \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \left(\frac{sin.\,\alpha}{sin.\,2\,\alpha}\right)^2$$

$$= cos.\,2\,\alpha + \zeta_1 \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{4\,(cos.\,\alpha)^2},$$

und es folgt:

$$tang.\,\beta = \frac{sin.\,2\,\alpha}{cos.\,2\,\alpha + \zeta_1 \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{4\,(cos.\,\alpha)^2}},$$

alſo β etwas kleiner als $2\,\alpha$.

Vernachläſſigen wir wieder ζ und ζ_1, ſo bekommen wir durch Einführung des Werthes $\beta = 2\,\alpha$:

$$v_1 = \sqrt{gh\,(1 - tang.\,\alpha\,cotg.\,2\,\alpha)} = \sqrt{\frac{gh(1+tang.\,\alpha^2)}{2}} = \frac{\sqrt{1/2\,gh}}{cos.\,\alpha}$$

und $$c = \sqrt{2gh},$$

wie ſich von ſelbſt verſteht. Iſt der innere Druck größer als der äußere, ſo hat man

$$v_1 > \frac{\sqrt{1/2\,gh}}{cos.\,\alpha} \text{ und } c < \sqrt{2gh},$$

und iſt er kleiner als dieſer, ſo fällt

$$v_1 < \frac{\sqrt{1/2\,gh}}{cos.\,\alpha} \text{ und } c > \sqrt{2gh}$$

aus.

Die im letzten Paragraphen abgehandelten Druckverhältniſſe ſind bei §. 253
Conſtruction von Turbinen von großer Wichtigkeit, weil die Uebergangsſtelle zwiſchen dem Reſervoir und dem Rade nicht abgedichtet iſt, und immer noch, wenn auch nur ſehr enge ringförmige Spalten übrig bleiben, durch welche Waſſer heraus, und Luft oder Waſſer eindringen kann. Damit keins von beiden eintrete, muß alſo die Turbine ſo conſtruirt werden, daß der innere Druck an dem Uebertritte in das Rad dem äußeren Luft- oder Unterwaſſerdrucke gleich ausfällt, es muß alſo $\beta = 2\alpha$ oder beſſer, der Gleichung

$$tang.\,\beta = \frac{sin.\,2\,\alpha}{cos.\,2\,\alpha + \zeta_1 \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{(2\,cos.\,\alpha)^2}}$$

Genüge geleiſtet werden.

Jedenfalls wird die Leiſtung einer Turbine eine kleinere, es mag Waſſer zwiſchen dem Reſervoir und dem Rade durchgehen oder Luft eindringen, denn in dem einen Falle entzieht ſich ein Theil des Aufſchlages der Wirkung und im zweiten Falle, wenn Luft oder Waſſer eindringt, ſtört dieſe die Bewegung des Waſſers in den Radzellen. Es iſt folglich nöthig, um einen großen Wirkungsgrad zu erhalten, das Rad ſo nahe wie möglich an den Teller und an die Rückwand anſchließen zu laſſen und ſo viel wie möglich der letzten Gleichung Genüge zu leiſten.

Wenn aber bei einem kleineren Aufſchlagquantum die Schütze geſtellt, und dadurch ein kleinerer Inhalt F der Ausflußmündung hervorgebracht wird, ſo entſteht natürlich eine größere Ausflußgeſchwindigkeit c und deshalb wieder eine Verminderung des Druckes (x). War nun dieſer ſchon vorher dem äußeren Luft- oder Unterwaſſerdrucke gleich, ſo wird derſelbe jetzt bei tieferem Schützenſtande kleiner als jener Außendruck ſein, und daher Luft oder Waſſer von außen durch die ringförmigen Zwiſchenräume eindringen und am äußeren Radumfange mit ausſtrömen. Geht die Tur-

bine in freier Luft um, ſo hat dieſes Lufteinſaugen noch den Nachtheil, daß es, wenigſtens bei tieferem Schützenſtande, den vollen Ausfluß verhindert, ſo daß das Waſſer nur an den convaven Seiten der Radcanäle hinſtrömt, ohne dieſelben auszufüllen, die Reactionsturbine alſo in eine Druckturbine übergeht. Welches nachtheilige Verhältniß überdies noch bei tieferem Schützenſtande eintritt, werden wir weiter unten näher kennen lernen.

Damit nun bei tieferem Schützenſtande das nachtheilige Einſaugen und, nach Befinden, das Lostrennen der Waſſerſtrahlen von den erhabenen Seitenflächen der Radcanäle nicht eintrete, zieht man es vor, die Turbine ſo zu conſtruiren, daß beim Normalgange des Rades und alſo bei völlig geöffneter Schütze an der Uebergangsſtelle ein mäßiger Ueberdruck x ſtattfinde, wenn auch eine kleine Waſſermenge durch den Zwiſchenraum zwiſchen dem inneren Radumfange und dem äußeren Schützenumfange entweicht.

§. 254 **Auswahl von α und β.** Wenn wir in Beziehung auf den Innendruck eine Beſtimmung nicht machen, ſo können wir allerdings den Winkeln α und β ſehr verſchiedene Werthe beilegen. Die Formel

$$v_1 = \sqrt{gh\,(1 - tang.\,\alpha\,cotg.\,\beta)} = \sqrt{gh\left(1 - \frac{tang.\alpha}{tang.\beta}\right)}$$

giebt einen unmöglichen Werth für v_1, wenn $\frac{tang.\alpha}{tang.\beta} > 1$, alſo wenn $\alpha < 90^0$ und $\beta < \alpha$ oder wenn $\alpha > 90^0$ und $\beta > \alpha$ iſt. Dieſe Werthe für α und β ſind alſo völlig auszuſchließen, weil ſie Unmögliches fordern. Iſt $\alpha = \beta$, ſo hat man $v_1 = 0$, auch ſieht man, daß die vortheilhafteſte Umdrehungsgeſchwindigkeit um ſo kleiner ausfällt, je näher ſich die Winkel α und β ſind. Die Formeln

$$c = \frac{v_1\,sin.\,\beta}{sin.\,(\beta - \alpha)} \quad \text{und} \quad F_2 = \frac{r_1}{r} \cdot \frac{sin.\,\beta}{sin.\,(\beta - \alpha)}\,F$$

geben für $\beta < \alpha$ ſtets negative und alſo ebenfalls Unmögliches fordernde Werthe; es iſt daher bei Conſtruction einer Turbine ſtets nöthig, daß $\beta > \alpha$ und $\alpha < 90^0$ ſei.

Zwiſchen dieſen Grenzen kann man natürlich die Werthe von α und β ſehr verſchieden auswählen, doch führen ſie nicht alle auf gleich zweckmäßige Conſtructionen. Fourneyron nimmt $\beta = 90^0$ und $\alpha = 30^0$ bis 33^0 an. Manche machen β kleiner, andere aber größer als 90^0. Schaufeln nach einem kleineren Werthe von β conſtruirt, haben eine größere Krümmung als Schaufeln mit einem ſtumpfen β. Größere Krümmungen geben aber auch größere Hinderniſſe bei ihrer Durchlaufung und verhindern vielleicht gar den vollen Ausfluß. Aus dieſem Grunde iſt es daher anzurathen, den Winkel β eher ſtumpf als ſpitz, ihn vielleicht 100 bis 120^0 zu machen. Der Winkel α würde dann, wenn der Innendruck dem äußeren das Gleich-

gewicht halten ſoll, 50 bis 55° ausfallen. Damit aber die von den Leitſchaufeln gebildeten Canäle nicht ſehr divergiren, und auch beim tieferen Schützenſtande noch kein Saugen eintrete, macht man dieſen Winkel nur 30 bis 40°, und wenn die Turbine in freier Luft geht, vielleicht gar nur 25 bis 30°. Sehr klein macht man aber α auch ſchon deshalb nicht, weil mit α auch der Inhalt der Ausflußöffnung und daher auch das Ausflußquantum abnimmt, oder vielmehr bei gegebenem Aufſchlage das Rad zu groß ausfällt. Auf der anderen Seite iſt noch zu berückſichtigen, daß die Verluſte mit v^2 gleichmäßig wachſen, und daß daher eine Turbine unter übrigens gleichen Umſtänden einen größeren Wirkungsgrad hat, wenn ſie langſam umläuft, als wenn ſie eine große Umdrehungsgeſchwindigkeit hat. Dieſem zufolge ſollte man alſo ſo conſtruiren, daß die Winkel α und β nicht ſehr von einander abweichen, und daher der Innendruck kleiner als der Außendruck ausfällt. Iſt b die den Luftdruck meſſende Höhe einer Waſſerſäule, ſo kann man den abſoluten Waſſerdruck an der Uebergangsſtelle durch die Höhe $b + x$ meſſen, und fällt nun dieſe Druckhöhe Null aus, ſo fließt das Waſſer mit der Maximalgeſchwindigkeit

$$c = \sqrt{2g(h_1 - x)} = \sqrt{2g(h_1 + b)}$$

aus dem Reſervoir. Wäre endlich $b + x$ negativ, alſo $x < -b$, ſo würde an der Uebergangsſtelle ein luftleerer Raum entſtehen, denn das Waſſer würde durch die Radcanäle in größerer Menge ab- als durch das Reſervoir zufließen, es würde daher Luft vom äußeren Radumfange aus eintreten und deshalb das Ausflußverhältniß ganz geſtört werden. Führen wir nun in der Formel für

$$x = h - \frac{h}{1 + cos.\,2\alpha - cotg.\,\beta\ sin.\,2\alpha},\quad x = -b$$

ein, ſo erhalten wir:

$$1 + cos.\,2\alpha - cotg.\,\beta\ sin.\,2\alpha = \frac{h}{h + b},$$

demnach:

$$tang.\,\beta = \frac{sin.\,2\alpha}{1 + cos.\,2\alpha - \frac{h}{h+b}} = \frac{(h+b)\ sin.\,2\alpha}{(h+b)\ cos.\,2\alpha + b},$$

und daher die entſprechende vortheilhafteſte Umdrehungsgeſchwindigkeit:

$$v_1 = \sqrt{gh\left(1 - tang.\,\alpha \cdot \frac{(h+b)\ cos.\,2\alpha + b}{(h+b)\ sin.\,2\alpha}\right)} = \frac{h}{cos.\,\alpha}\sqrt{\frac{g}{2(h+b)}}.$$

Turbinen ohne Leitſchaufeln. Bei den Turbinen ohne Leitſchaufeln läßt ſich $\alpha = 90°$ ſetzen, weil hier das Waſſer auf dem kürzeſten Wege, d. h. radial auswärts, aus dem Reſervoir ausfließt. Aus die- §. 255

ſem Geſichtspunkte ſind nun auch die Turbinen von Combes, Cadiat und Whitelaw zu betrachten. Setzen wir in der Formel für die vortheilhafteſte Umdrehungsgeſchwindigkeit $\alpha = 90^0$ ein, ſo erhalten wir:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{2\,sin.\beta\,cos.90^0}{cos.\beta} + \xi\left(\frac{sin.\beta}{cos.\beta}\right)^2 + \xi_1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2gh}{\xi\,(tang.\beta)^2 + \xi_1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}};$$

und ohne Rückſicht auf die hydrauliſchen Nebenhinderniſſe

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{0}} = \infty.$$

Eine unendlich große Geſchwindigkeit kann aber das Rad aus doppelten Gründen nicht annehmen, denn erſtens erreicht dieſelbe ſchon ihre Grenze, wenn die disponible Arbeit von den Widerſtänden aufgezehrt wird, wenn alſo

$$Qh\gamma = \left(\frac{w^2}{2g} + \xi\frac{c^2}{2g} + \xi_1 \cdot \frac{c_2^2}{2g}\right) Q\gamma,$$

d. i.

$$h = \left[\left(2\,sin.\frac{\delta}{2}\right)^2 + \xi\left(\frac{r_1}{r}tang.\beta\right)^2 + \xi_1\right]\frac{v^2}{2g},$$

alſo

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{\left(2\,sin.\frac{\delta}{2}\right)^2 + \xi\left(\frac{r_1}{r}\,tang.\beta\right)^2 + \xi_1}}$$

iſt, und zweitens hört für den Werth $x = -b$, d. i.

$$h - \frac{c^2}{2g} = -b, \text{ oder } \frac{c^2}{2g} = b + h,$$

oder

$$\frac{1}{2g}\left(\frac{r_1}{r}\cdot\frac{v\,sin.\beta}{sin.(\beta - 90^0)}\right)^2 = b + h,$$

alſo bei

$$v = \frac{r}{r_1}\,cotg.\beta\sqrt{2g\,(b+h)},$$

der volle Ausfluß auf, und es treten ganz andere Verhältniſſe ein, weil das Waſſer aus dem Reſervoir nicht in der Menge nachſtrömen kann, in welcher es durch die Radcanäle bei gefülltem Querſchnitte abgeführt wird.

Uebrigens giebt aber auch die obige Formel

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\xi\,(tang.\beta)^2 + \xi_1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}},$$

wenn man die Erfahrungszahlen ξ und ξ_1 einsetzt, v noch lange nicht ∞. Selbst bei der besten Construction, Abglättung und Abrundung des Leitschaufelapparates läßt sich der Geschwindigkeitscoefficient φ nicht größer als 0,96, und daher der entsprechende Widerstandscoefficient:

$$\xi = \frac{1}{\varphi^2} - 1$$

nicht kleiner als $\frac{1}{0{,}96^2} - 1 = 0{,}08$, also circa 8 Procent setzen; bei Turbinen ohne diesen Apparat fällt zwar der Widerstand in demselben weg, jedoch bleibt immer noch ein gewisser Verlust beim Eintritte in die Radcanäle übrig, der bei den Rädern von Combes und Cadiat vielleicht nur 5, bei den Whitelaw'schen Reactionsrädern aber 10 und noch mehr Procente betragen kann, da hier die Canäle zu weit sind, als daß sie allen in sie eintretenden Wasserfäden eine bestimmte Richtung (β) geben könnten. Der dem Reibungs- und Krümmungswiderstande in den Radcanälen entsprechende Widerstandscoefficient ξ_1 läßt sich, wie wir weiter unten sehen werden, 0,05 bis 0,15 annehmen, und wir erhalten daher für die Turbinen ohne Leitschaufeln, wenn wir $\xi_1 = 0{,}1$ einsetzen, die vortheilhafteste Geschwindigkeit:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{0{,}05\ (tang.\,\beta)^2 + 0{,}1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}},$$

und für die Whitelaw'schen Reactionsräder:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{0{,}1\ (tang.\,\beta)^2 + 0{,}1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}.$$

Setzen wir noch $\beta = 60^0$ und $\frac{r}{r_1} = {}^4/_3$, so erhalten wir im ersten Falle:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{0{,}148 + 0{,}178}} = 1{,}75\sqrt{2gh},$$

und im zweiten:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{0{,}296 + 0{,}178}} = 1{,}45\sqrt{2gh}.$$

Damit übrigens bei den Rädern ohne Leitschaufelapparat das Wasser ohne oder mit möglichst kleinem Stoße eintrete, muß der bekannten Gleichung

$$\frac{F_2}{F} = \frac{r_1}{r}\,\frac{sin.\,\beta}{sin.\,(\beta - 90^0)} - \frac{r_1}{r}\,tang.\,\beta$$

Genüge geleistet werden. Da nun aber F_2 durch den Schützenstand be-

ſtimmt iſt, ſo folgt, daß die Maximalleiſtung nur bei einem gewiſſen Schützenſtande erlangt werden kann.

§. 256 **Allgemeine Theorie.** Das Nullſetzen der abſoluten Ausflußgeſchwindigkeit w führt nur bei den Leitſchaufelturbinen nahe auf die Maximalleiſtung, bei Turbinen ohne Leitſchaufeln, ſowie bei allen Turbinen, wo der Leitſchaufelwinkel α nahe 90^0 iſt, fällt dagegen der Einfluß der Nebenhinderniſſe auf den Gang des Rades zu groß aus, als daß $w = 0$, alſo $v = c_2$ geſetzt werden könnte.

Um für alle Reactionsturbinen die vortheilhafteſte Umdrehungsgeſchwindigkeit zu finden, iſt es nöthig, zuerſt einen vollſtändigen Ausdruck für die Leiſtung der Turbine zu entwickeln, und dann das Maximum derſelben in Hinſicht auf dieſe Geſchwindigkeit zu beſtimmen.

Die der disponiblen Leiſtung $Qh\gamma$ durch die Nebenhinderniſſe entzogenen Arbeiten ſind

$$\xi \frac{c^2}{2g} Q\gamma + \xi_1 \frac{c_2^2}{2g} Q\gamma,$$

und der aus der lebendigen Kraft des mit der abſoluten Geſchwindigkeit w fortfließenden Waſſers erwachſende Arbeitsverluſt iſt:

$$\frac{w^2}{2g} Q\gamma = \left(\frac{c_2^2 + v^2 - 2 c_2 v \cos.\delta}{2g}\right) Q\gamma;$$

folglich iſt die übrigbleibende Radleiſtung:

$$L = \left(h - \xi \frac{c^2}{2g} - \xi_1 \frac{c_2^2}{2g} - \frac{c_2^2 + v^2 - 2 c_2 v \cos.\delta}{2g}\right) Q\gamma$$

$$= \left(h - \frac{(1 + \xi_1) c_2^2 + v^2 - 2 c_2 v \cos.\delta + \xi c^2}{2g}\right) Q\gamma.$$

Nun iſt aber nach §. 250:

$$(1 + \xi_1) c_2^2 = 2gh + v^2 - 2 c v_1 \cos.\alpha - \xi c^2,$$

daher folgt:

$$L = \left(\frac{c v_1 \cos.\alpha + c_2 v \cos.\delta - v^2}{g}\right) Q\gamma.$$

Da ferner $c = \frac{v_1 \sin.\beta}{\sin.(\beta - \alpha)} = \frac{r_1}{r} \frac{v \sin.\beta}{\sin.(\beta - \alpha)}$ (ſ. §. 251) iſt, ſo hat man:

$$c_2^2 = \frac{2gh + \left[1 - 2\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{\sin.\beta \cos.\alpha}{\sin.(\beta - \alpha)} - \xi\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta - \alpha)}\right)^2\right] v^2}{1 + \xi_1};$$

bezeichnet man daher noch

$$\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{\sin.\beta \cos.\alpha}{\sin.(\beta - \alpha)} \text{ durch } \varphi,$$

ſowie

$$1 - 2\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{\sin.\beta\ \cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)} - \zeta\left(\frac{r_1}{r}\right)^2\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}\right)^2 \quad \text{durch } \psi,$$

ſo erhält man:

$$c v_1 \cos.\alpha = \varphi v^2 \quad \text{und}$$

$$c_2 v \cos.\delta = v \cos.\delta \sqrt{\frac{2gh + \psi v^2}{1+\zeta_1}}$$

$$= \frac{\cos.\delta}{\sqrt{1+\zeta_1}}\, v \sqrt{2gh + \psi v^2},$$

und daher:

$$L = \left(\frac{\cos.\delta}{\sqrt{1+\zeta_1}} \sqrt{2gh + \psi v^2} - (1-\varphi)\, v\right) \frac{v Q \gamma}{g}$$

$$= \frac{\cos.\delta \,.\, Q\gamma}{g\sqrt{1+\zeta_1}} \left(\sqrt{2gh + \psi v^2} - \frac{(1-\varphi)\sqrt{1+\zeta_1}\, v}{\cos.\delta}\right) v$$

$$= \frac{\cos.\delta \,.\, Q\gamma}{g\sqrt{1+\zeta_1}} \left(\sqrt{2gh + \psi v^2} - \chi v\right) v,$$

wenn man auch noch $\frac{(1-\varphi)\sqrt{1+\zeta_1}}{\cos.\delta}$ durch χ bezeichnet.

Dieſer Ausdruck wird mit $\sqrt{2gh + \psi v^2}.v - \chi v^2$ ein Maximum, und zwar für $\chi v = \frac{gh + \psi v^2}{\sqrt{2gh + \psi v^2}}$ oder

$$v^4 + \frac{2gh}{\psi} v^2 = \frac{g^2 h^2}{\psi(\chi^2 - \psi)},$$

und es ergiebt ſich durch Auflöſung dieſer Gleichung die geſuchte Umdrehungsgeſchwindigkeit:

$$v = \sqrt{\left(\frac{\chi - \sqrt{\chi^2 - \psi}}{\psi\sqrt{\chi^2 - \psi}}\right) gh},$$

worin

$$\psi = 1 - 2\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{\sin.\beta\ \cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)} - \zeta\left(\frac{r_1}{r}\right)^2\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}\right)^2$$

und

$$\chi = \left[1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{\sin.\beta\ \cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)}\right] \frac{\sqrt{1+\zeta_1}}{\cos.\delta}$$

einzuſetzen iſt.

Setzt man ζ und ζ_1, ſowie auch $\delta = 0$, läßt man alſo die Nebenhinderniſſe und andere Verluſte außer Acht, ſo hat man:

$$\psi = 1 - 2\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{\sin.\beta\ \cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)}$$

und

$$\chi = 1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{\sin.\beta \cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)},$$

folglich:

$$\chi^2 - \psi = \left(\frac{r_1}{r}\right)^4 \left(\frac{\sin.\beta \cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)}\right)^2,$$

$$\sqrt{\chi^2-\psi} = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{\sin.\beta \cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)},$$

$$\chi - \sqrt{\chi^2-\psi} = 1 - 2\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{\sin.\beta \cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)} = \psi$$

und

$$v = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{\chi^2-\psi}} \cdot gh} = \frac{r}{r_1}\sqrt{\frac{gh \sin.(\beta-\alpha)}{\sin.\beta \cos.\alpha}},$$

wie ſchon oben §. 251 gefunden worden iſt.

Setzen wir endlich den erſt gefundenen Werth für v in die obige Leiſtungsformel

$$L = \frac{\cos.\delta \,.\, Q\gamma}{g\sqrt{1+\xi_1}} \left(\sqrt{2gh + \psi v^2} - \chi v\right) v$$

ein, ſo erhalten wir folgenden Ausdruck für die Maximalleiſtung der Turbine:

$$L = \left(\frac{\chi - \sqrt{\chi^2-\psi}}{\psi}\right) \frac{\cos.\delta}{\sqrt{1+\xi_1}} \cdot Qh\gamma.$$

Da nach dem Obigen, bei Vernachläſſigung der Nebenhinderniſſe,

$$\chi - \sqrt{\chi^2-\psi} = \psi, \text{ ſowie}$$
$$\sqrt{1+\xi_1} = 1 \text{ und}$$
$$\cos.\delta = 1$$

iſt, ſo ergiebt ſich, wie zu erwarten ſtand, dann die Maximalleiſtung:

$L = Qh\gamma =$ dem vorhandenen Arbeitsvermögen.

Hat man mit Hülfe der Formeln

$$v = \sqrt{\frac{\chi - \sqrt{\chi^2-\psi}}{\psi\sqrt{\quad - \psi}} \cdot gh}$$

und

$$v_1 = \frac{r_1}{r} v$$

die Umdrehungsgeſchwindigkeiten v und v_1 beſtimmt, ſo kann man auch die Geſchwindigkeiten

$$c = \frac{v_1 \sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)},$$

$$c_1 = \frac{c \sin. \alpha}{\sin. \beta} \text{ und}$$

$$c_2 = \sqrt{\frac{2gh + \psi v^2}{1 + \xi_1}} = \sqrt{\frac{\chi + \sqrt{\chi^2 - \psi}}{(1 + \xi_1)\sqrt{\chi^2 - \psi}} \cdot gh}$$

berechnen, und endlich die erforderlichen Querschnitte durch die Querschnitte

$$F = \frac{Q}{c},\ F_1 = \frac{Q}{c_1} \text{ und } F_2 = \frac{Q}{c_2}$$

ermitteln.

Hat man es mit einer Turbine ohne Leitschaufeln zu thun, so sind zwar dieselben Formeln in Anwendung zu bringen, nur ist hier

$$\cos. \alpha = \cos. 90^0 = 0,$$

folglich

$$\psi = 1 - \xi \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 (\tang. \beta)^2$$

und

$$\chi = \frac{\sqrt{1 + \xi_1}}{\cos. \delta}$$

einzusetzen.

Einfluss der Schützenstellung. Die Turbinen stehen in einer §. 257
Beziehung den ober- und mittelschlägigen Wasserrädern wesentlich nach. Wenn bei einem der letzteren Räder ein kleineres Wasserquantum vorhanden oder eine kleinere Arbeit zu verrichten nöthig ist, und man zu diesem Zwecke die Schütze tiefer stellt, so wird, wie wir wissen, der Wirkungsgrad wegen der schwächeren Zellenfüllung eher größer als kleiner; bei einer Turbine findet aber das Gegentheil statt, es wird hier der Wirkungsgrad bei tieferem Schützenstande ein kleinerer, weil nun das Wasser mit Stoß in das Rad tritt. Dieses Verhältniß ist nun deshalb ein sehr ungünstiges, weil man gerade bei einem kleineren Aufschlage ökonomischer mit der Arbeit umzugehen Ursache hat, als bei einem größeren oder vielleicht im Ueberfluß vorhandenen Aufschlage. Daß aber der Verlust an Arbeit bei einem tieferen Schützenstande ein sehr beträchtlicher sein kann, wird sich aus Folgendem ergeben.

Zerlegen wir die Geschwindigkeiten c und c_1 in ihre radiale und tangentiale Componenten

$$c \sin. \alpha,\ c \cos. \alpha,\ c_1 \sin. \beta \text{ und } c_1 \cos. \beta,$$

und subtrahiren wir je zwei derselben von einander, so bleiben die relativen Geschwindigkeiten

$$c \sin. \alpha - c_1 \sin. \beta \text{ und } c \cos. \alpha - c_1 \cos. \beta;$$

da aber noch das Wasser im Rade mit diesem die Geschwindigkeit v_1 gemeinschaftlich hat, so ist in Wirklichkeit die letztere relative Geschwindigkeit

$$= c \cos. \alpha - c_1 \cos. \beta - v_1.$$

Einem bekannten Geſetze zufolge iſt nun der einer plötzlichen Aufhebung dieſer Geſchwindigkeiten entſprechende Verluſt an Druckhöhe (ſ. Bd. I, §. 436):

$$y = \frac{1}{2g}[(c\,sin.\,\alpha - c_1\,sin.\,\beta)^2 + (c\,cos.\,\alpha - c_1\,cos.\,\beta - v_1)^2],$$

oder an mechaniſcher Leiſtung:

$$Y = y\,Q\gamma = [(c\,sin.\,\alpha - c_1\,sin.\,\beta)^2 + (c\,cos.\,\alpha - c_1\,cos.\,\beta - v_1)^2]\,\frac{Q\gamma}{2g}.$$

Führen wir in dieſer Formel

$$c_2 = v \quad \text{und} \quad v_1 = \frac{r_1}{r}\,v,$$

ferner

$$c = \frac{F_2}{F}\,v \quad \text{und} \quad c_1 = \frac{F_2}{F_1}\,v$$

ein, ſo erhalten wir dieſen Arbeitsverluſt:

$$Y = \left[\left(\frac{F_2\,sin.\,\alpha}{F} - \frac{F_2\,sin.\,\beta}{F_1}\right)^2 + \left(\frac{F_2\,cos.\,\alpha}{F} - \frac{F_2\,cos.\,\beta}{F_1} - \frac{r_1}{r}\right)^2\right]\frac{v^2}{2g}\,Q\gamma.$$

Hiernach läßt ſich beurtheilen, welche Leiſtung einer Turbine entgeht, wenn ſie den Formeln

$$F_1\,sin.\,\alpha = F\,sin.\,\beta$$

und

$$F_1\,cos.\,\alpha = F\,cos.\,\beta + \frac{FF_1}{F_2}\cdot\frac{r_1}{r}$$

nicht Genüge leiſtet. Wenn aber auch dieſen Forderungen bei dem Normalgange, d. i. bei völlig geöffneter Schütze, entſprochen wird, ſo geſchieht es doch nicht mehr, wenn die Schütze tiefer ſteht und F einen kleineren Werth F_x annimmt. Dieſer Arbeitsverluſt iſt dann bei der Geſchwindigkeit

$$c_2 = v = \sqrt{\frac{gh\,sin.\,(\beta - \alpha)}{sin.\,\beta\;cos.\,\alpha}}:$$

$$Y = \left[\left(\frac{F_2\,sin.\,\alpha}{F_x} - \frac{F_2\,sin.\,\beta}{F_1}\right)^2 + \left(\frac{F_2\,cos.\,\alpha}{F_x} - \frac{F_2\,cos.\,\beta}{F_1} - \frac{r_1}{r}\right)^2\right]\frac{v^2}{2g}\,Q\gamma,$$

oder hierin

$$F\,sin.\,\beta = F_1\,sin.\,\alpha$$

und

$$F\,cos.\,\beta + \frac{FF_1}{F_2}\cdot\frac{r_1}{r} = F_1\,cos.\,\alpha$$

eingeſetzt,

$$Y = \left[\left(\frac{1}{F_x} - \frac{1}{F}\right)^2(F_2\,sin.\,\alpha)^2 + \left(\frac{1}{F_x} - \frac{1}{F}\right)^2(F_2\,cos.\,\alpha)^2\right]\frac{v^2}{2g}\,Q\gamma$$

$$= \left(\frac{F_2}{F_x} - \frac{F_2}{F}\right)^2\frac{v^2}{2g}\,Q\gamma.$$

Setzen wir nur beispielsweise $\frac{v_1^2}{2g} = \frac{1}{2}h$, was bei den Turbinen von Fourneyron zulässig ist, so erhalten wir:

$$Y = \left(\frac{F_2}{F_x} - \frac{F_2}{F}\right)^2 \cdot \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} Qh\gamma;$$

also bei halb geöffneter Schütze, wo $F_x = \frac{1}{2}F$ ist,

$$Y = \frac{1}{2}\left(\frac{F_2 r}{F r_1}\right)^2 Qh\gamma.$$

Man ersieht hieraus, daß dieser Verlust dadurch herabgezogen werden kann, daß man die Verhältnisse $\frac{F_2}{F}$ und $\frac{r}{r_1}$ klein, also überhaupt die Ausmündung des Rades und den äußeren Radhalbmesser klein, die Ausmündungen und den Halbmesser des Reservoirs aber groß macht.

Da $\frac{F_2}{F} = \frac{r_1 \sin.\beta}{r \sin.(\beta - \alpha)}$ ist, so hat man im letzten Falle auch

$$Y = \frac{1}{2}\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta - \alpha)}\right)^2 Qh\gamma,$$

und folglich für $\beta = 90^0$ und $\alpha = 20^0$:

$$Y = 0{,}57\, Qh\gamma.$$

Es gehen also in diesem Falle 57 Procent an Leistung verloren.

In der Regel hört bei tieferen Schützenstellungen, wenn $F_x < \frac{1}{2}F$ ist, der volle Ausfluß ganz auf, indem das Wasser die Radcanäle nicht mehr vollständig ausfüllt, und das Rad in eine Druckturbine übergeht.

Stellapparate. Um den Arbeitsverlust, welcher bei einem tieferen Schützenstande eintritt, zu vermeiden oder mindestens zu ermäßigen, und um den vollen Ausfluß des Wassers aus dem Rade nicht zu verlieren, hat man in der neuesten Zeit mancherlei Vorrichtungen und namentlich Fourneyron zu diesem Zwecke die Etagenräder (s. §. 248, Fig. 486) in Anwendung gebracht. Dieselben Räder sind von anderen Turbinen nur insofern verschieden, als sie durch eine oder zwei ringförmige Scheidewände in zwei oder drei Räume abgetheilt sind, so daß bei tieferem Schützenstande eine oder zwei Abtheilungen ganz abgeschlossen und das Wasser nur durch die übrigen Abtheilungen oder Etagen geht. Diese Räder erfüllen natürlich ihren Zweck nicht vollständig. Anders ist es aber bei dem in Fig. 493 (a. f. S.) abgebildeten Apparate von Combes. Hier befindet sich zwischen beiden Radkränzen AA und BB ein Teller DD, der sich durch Stangen $E, E \ldots$ mit Hülfe eines einfachen Mechanismus, selbst während des Ganges der Maschine, heben und senken läßt und immer so gestellt wird, daß das bei FF zuströmende Wasser bei seinem Ausflusse den Raum AD vollstän- §. 258

Von rechts: Zeitschrift, rechts davon Tisch mit Tuch, darauf Aktenstoß, vor dem Tischbein Papier und Tintenfaß.

Max Eitzbacher, Quitzow-Kapitel. Nr. 222. Max Eitzbacher, der Verfasser des Quitzow-Kapitels, ist ein Mann von 40 Jahren, der sich seit 15 Jahren mit der Geschichte der Mark Brandenburg beschäftigt. Er ist Lehrer an der Gemeindeschule in Rixdorf bei Berlin. Seine Arbeitsstätte ist ein Zimmer, das er mit seiner Familie teilt. Es ist ein Wohnzimmer, das zugleich als Schlafzimmer dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Kinderstube dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Küche dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Speisezimmer dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Arbeitszimmer dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Bibliothek dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Archiv dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Museum dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Rumpelkammer dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Abstellkammer dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Vorratskammer dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Waschküche dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Badezimmer dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Toilette dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Garderobe dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Flur dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Treppenhaus dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Keller dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Dachboden dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Garten dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Hof dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Straße dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Platz dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Park dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Wald dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Feld dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Wiese dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Weide dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Stall dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Scheune dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Speicher dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Keller dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Dachboden dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Garten dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Hof dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Straße dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Platz dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Park dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Wald dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Feld dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Wiese dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Weide dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Stall dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Scheune dient. Es ist ein Zimmer, das zugleich als Speicher dient.

als hier das Waſſer wenig oder gar nicht durch Reaction wirken kann, da es nicht in ununterbrochenen Strömen durch deſſen Canäle hindurchfließt. Bei dieſem abwechſelnden Leeren und Füllen der Radcanäle ſind die Geſchwindigkeiten c, c_1 und c_2 unaufhörlichen Schwankungen unterworfen, wenn x nicht $= 0$, alſo β nicht $= 2\alpha$ iſt. Während z. B. bei noch ungefülltem Radcanale $c = \sqrt{2gh}$ iſt, fällt bei vollſtändiger Füllung des Canales

$$c = \sqrt{2g(h - x)}$$

aus; ſo oſcillirt mit jedem Füllen und Leeren, oder während eine Radzelle von einer verſchloſſenen Schütze zur anderen rückt, die Geſchwindigkeit c innerhalb der Grenzen

$$\sqrt{2gh} \quad \text{und} \quad \sqrt{2g(h - x)}$$

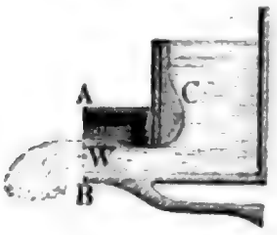
unaufhörlich. Wenn nun die Maximalleiſtung nur bei einem beſtimmten Werthe von v und $c_2 = \frac{Fc}{F_2}$ zu erreichen iſt, ſo fällt in die Augen, daß bei einem veränderlichen Werthe von $c_2 = \frac{Fc}{F_2}$ dieſelbe nicht erlangt werden kann.

Bei der Turbine von Gentilhomme wird derſelbe Zweck durch Kreisſectoren erreicht, welche mittels Zahnrad und Getriebe ſo geſtellt werden, daß ſie einen Theil des Leitſchaufelapparates verſchließen. Jedenfalls iſt dieſe Einrichtung noch unvollkommener als die bei der Callon'ſchen Turbine.

Anmerkung. Eine ähnliche Stellvorrichtung wie die Combes'ſche giebt auch der Ingenieur Hänel an. S. deutſche Gewerbzeitung, 1846.

Druckturbinen. Es iſt nun noch nöthig, eine Vergleichung zwiſchen den ſeither betrachteten Reactionsturbinen und den Stoß- und Druckturbinen, in welche jene allemal übergehen, wenn die Schütze C, Fig. 495, die größere Hälfte der Radweite AB verſchließt, anzuſtellen. Da das Waſſer W die Radcanäle nur zum Theil anfüllt, ſo iſt bei einem Gange in freier Luft der übrige Theil mit Luft angefüllt, es iſt daher auch der Druck unmittelbar vor dem Rade dem Atmoſphärendrucke gleich, und die Geſchwindigkeit ſtets $c = \sqrt{2gh}$, und nicht von dem Gange des Rades abhängig. Nun haben wir aber für die Austrittsgeſchwindigkeit: §. 259

Fig. 495.



$$c_1^2 = 2gh + v^2 - 2cv_1 \cos.\alpha,$$

und für die Maximalleiſtung:

$$c_2 = v,$$

daher gilt für dieſe Turbinen die Regel:

$$2\,c\,v_1\ cos.\,\alpha = 2\,g\,h,$$

oder $c = \sqrt{2\,g\,h}$ ſubſtituirt:

$$v_1 = \frac{\sqrt{2\,g\,h}}{2\ cos.\,\alpha}.$$

Für die Reactionsturbinen haben wir

$$v_1 = \sqrt{g\,h\ (1 - tang.\,\alpha\ cotg.\,\beta)}$$

gefunden; und wir ſehen daher, daß die Bedingungen für die Maximalleiſtung beider zuſammenfallen, wenn $\frac{1}{2\ cos.\,\alpha^2} = 1 - tang.\,\alpha\ cotg.\,\beta$ oder $tang.\,\beta = tang.\,2\,\alpha$, alſo $\beta = 2\,\alpha$ iſt; welche Beziehung uns allerdings ſchon inſofern bekannt iſt, da wir ſie unter der Bedingung $x = 0$ gefunden haben. Es findet alſo inſofern ein weſentlicher Unterſchied zwiſchen den Turbinen beider Claſſen ſtatt, als die Geſchwindigkeit der Maximalleiſtung bei der einen Claſſe nicht von β abhängt, bei der anderen aber durch β bedingt iſt, und daß nur für $\beta = 2\,\alpha$ dieſe Geſchwindigkeit für beide Claſſen eine und dieſelbe iſt. Während man alſo die Geſchwindigkeit v_1 durch Auswahl des Winkels β bei den Reactionsturbinen innerhalb ſehr weiter Grenzen beliebig machen kann, iſt bei den Druckturbinen eine ſolche Wahl gar nicht geſtattet.

In Beziehung auf die Leiſtungen beider Räder läßt ſich aber Folgendes als Thatſache anführen. Wenn man bei einer Reactionsturbine die Schütze allmälig tiefer nieder läßt, ſo ſtellt ſich ein kleinerer Wirkungsgrad heraus; hat man dieſelbe endlich ſo tief geſtellt, daß das Waſſer die Radcanäle nicht mehr zu füllen vermag und die Turbine in eine Druckturbine übergeht, ſo wird plötzlich der Wirkungsgrad ein größerer, weil nun der durch die plötzliche Geſchwindigkeitsveränderung herbeigeführte Arbeitsverluſt wegfällt. Bei noch tieferen Stellungen nimmt der Wirkungsgrad wieder allmälig ab. Dieſem zufolge ſcheint allerdings den Druckturbinen ein anſehnlicher Vorzug vor den Reactionsturbinen eingeräumt werden zu müſſen, allein derſelbe iſt wegen anderer Beziehungen doch nicht überwiegend, und nur dann zuzugeſtehen, wenn eine Turbine mit ſehr veränderlichen Waſſermengen geſpeiſt wird und nicht unter Waſſer umläuft. Da das in das Rad eintretende Waſſer hier einen viel weiteren Raum vorfindet, als es bei ſeiner Geſchwindigkeit nöthig hat, ſo nimmt es in demſelben unregelmäßige Seitenbewegungen an, und tritt nicht nur nicht mit der oben berechneten Geſchwindigkeit c_2 aus, ſondern verliert auch einen Theil ſeines Arbeitsvermögens, welchen die beſonderen Widerſtände bei den unregelmäßigen Bewegungen und das Zerreißen des Waſſers verzehren. Hiervon liefern zahlreiche Beobachtungen den ſicherſten Beweis, und es läßt ſich derſelbe an jeder Turbine auch ſogleich führen, wenn man ſie mit der vortheilhafteſten

Geschwindigkeit einmal als Reactions- und einmal als Druckturbine umlaufen läßt. Immer giebt die Turbine bei vollem Ausflusse und völlig geöffneter Schütze einen größeren Wirkungsgrad, als bei einem durch einen tieferen Schützenstand hervorgebrachten unvollen Ausflusse.

Bei Turbinen, welche unter Wasser gehen, erfolgt stets ein voller Ausfluß; diese Räder sind also nur Reactionsturbinen. Von ihnen ist natürlich ebenfalls bei völlig geöffneter Schütze ein größerer Wirkungsgrad zu erwarten, als von den in freier Luft umlaufenden Druckturbinen; dagegen läßt sich auch bestimmt darauf rechnen, daß bei tieferem Schützenstande, wo die Schutzmündung nur $^2/_3$ oder noch ein kleinerer Theil der Radweite ist, der Wirkungsgrad der ersteren Turbine sich kleiner herausstellt, als bei einer Druckturbine. Es ist hiernach der große Nutzen der Etagen oder der Stellkränze zu ermessen.

Anmerkung. Die älteren Fourneyron'schen Turbinen waren bloße Druckturbinen; nachdem man aber von den größeren Leistungen der Reactionsturbinen vielfache Beweise erlangt hat, werden jetzt fast nur Reactionsturbinen construirt. Mehrere in hiesiger Umgegend im Gange befindliche Druckturbinen sprechen durch ihre kleinen Wirkungsgrade ebenfalls nicht zu Gunsten dieser Räder.

Leistung der Reactionsturbinen. Wir können nun auch die §. 260
Leistung einer Reactionsturbine mit innerer Beaufschlagung ausmitteln. Das disponible Arbeitsquantum ist, bei der Aufschlagmenge Q und dem Gefälle h:

$$L = Qh\gamma.$$

Hiervon gehen aber die Verluste ab, welche das Wasser beim Durchgange durch die Rad- und Leitschaufelcanäle in Folge der Reibung u. s. w. erleidet. Da das Wasser mit der Geschwindigkeit c aus dem Leitschaufelapparate tritt, so können wir den Druckhöhenverlust beim Durchgange des Wassers durch diesen setzen:

$$h_1 = \xi \frac{c^2}{2g},$$

und da es mit einer Geschwindigkeit c_2 aus den Radcanälen strömt, so können wir den Druckverlust beim Durchgange des Wassers durch diese Canäle durch eine Widerstandshöhe

$$h_2 = \xi_1 \cdot \frac{c_2^2}{2g}$$

messen.

Nach den Versuchen des Verfassers ist für gut construirte Canäle der Widerstandscoefficient $\xi = \xi_1 = 0{,}05$ bis $0{,}10$ zu setzen. (S. den Aufsatz im polytechn. Centralblatt, 1850, Lieferung III, betitelt: „Versuche über den Widerstand, welchen das Wasser beim Durchgange durch die Turbinencanäle erleidet.“)

Zu dieſen Druckverluſten kommt noch die Geſchwindigkeitshöhe $\frac{w^2}{2g}$ des abfließenden Waſſers, welche mit der lebendigen Kraft deſſelben dem Rade entzogen wird. Wir können daher die effective Leiſtung der Turbine ſetzen:

$$L_1 = [h - (h_1 + h_2 + h_3)]\, Q\gamma$$
$$= \left(h - \frac{\xi c^2 + \xi_1 c_2^2 + w^2}{2g}\right) Q\gamma.$$

Für den vortheilhafteſten Gang hat man $c_2 = v$, ferner $w = 2v \sin.\frac{\delta}{2}$ und, da $c r_1 \sin.\alpha = c_2 r \sin.\delta$ iſt,

$$c = \frac{r \sin.\delta}{r_1 \sin.\alpha} \cdot c_2 = \frac{r \sin.\delta}{r_1 \sin.\alpha} \cdot v,$$

folglich, wenn man noch $\xi_1 = \xi$ annimmt,

$$L_1 = \left[h - \left(\xi\left[1 + \left(\frac{r \sin.\delta}{r_1 \sin.\alpha}\right)^2\right] + 4\left(\sin.\frac{\delta}{2}\right)^2\right)\frac{v^2}{2g}\right] Q\gamma$$
$$= \left[1 - \left(\xi\left[1 + \left(\frac{r \sin.\delta}{r_1 \sin.\alpha}\right)^2\right] + 4\left(\sin.\frac{\delta}{2}\right)^2\right)\frac{v^2}{2gh}\right] Qh\gamma,$$

alſo iſt der Wirkungsgrad der Turbine

$$\eta = \frac{L_1}{L} = \frac{L_1}{Qh\gamma}$$
$$= 1 - \left(\xi\left[1 + \left(\frac{r \sin.\delta}{r_1 \sin.\alpha}\right)^2\right] + 4\left(\sin.\frac{\delta}{2}\right)^2\right)\frac{v^2}{2gh}.$$

Nach dem Obigen (§. 251) iſt aber

$$\frac{v^2}{2gh} = \frac{1}{\xi\left[1 + \left(\frac{r_1 \sin.\beta}{r \sin.(\beta - \alpha)}\right)^2\right] + 2\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{\sin.\beta \cos.\alpha}{\sin.(\beta - \alpha)}},$$

oder, da $c = \frac{v_1 \sin.\beta}{\sin.(\beta - \alpha)} = \frac{r_1 v \sin.\beta}{r \sin.(\beta - \alpha)} = \frac{r \sin.\delta}{r_1 \sin.\alpha} v$, alſo $\sin.\delta = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{\sin.\alpha \sin.\beta}{\sin.(\beta - \alpha)}$ ſein muß,

$$\frac{v^2}{2gh} = \frac{1}{\xi\left[1 + \left(\frac{r \sin.\delta}{r_1 \sin.\alpha}\right)^2\right] + 2 \cotg.\alpha \sin.\delta};$$

daher läßt ſich endlich der Wirkungsgrad der Turbine

$$\eta = 1 - \frac{\zeta\left[1 + \left(\frac{r\,sin.\,\delta}{r_1\,sin.\,\alpha}\right)^2\right] + 4\left(sin.\frac{\delta}{2}\right)^2}{\zeta\left[1 + \left(\frac{r\,sin.\,\delta}{r_1\,sin.\,\alpha}\right)^2\right] + 2\,colg.\,\alpha\,sin.\,\delta}$$

ſetzen.

Von der hier gefundenen Leiſtung iſt noch der Arbeitsverluſt abzuziehen, welchen die Reibung am Stifte des Rades herbeiführt. Iſt G das Gewicht der umlaufenden Turbine, r_2 der Halbmeſſer ihres Zapfens oder Stiftes und bezeichnet φ den Reibungscoefficienten, ſo haben wir dieſen Arbeitsverluſt:

$$L_2 = {}^2/_3\,\varphi\,G \cdot \frac{r_2}{r}\,v \quad \text{(ſ. Bd. I, §. 188).}$$

Die im Obigen entwickelten Formeln und Regeln gelten nicht allein für Turbinen mit innerer, ſondern auch für ſolche mit äußerer Beaufſchlagung, nur hat man hier v und v_1, ſowie r und r_1 mit einander zu vertauſchen, alſo unter r den inneren und r_1 den Radhalbmeſſer, ſowie unter v die innere und unter v_1 die äußere Radgeſchwindigkeit zu verſtehen.

Uebrigens iſt nur bei Turbinen, welche unter Waſſer gehen, h von Waſſerſpiegel zu Waſſerſpiegel zu nehmen, bei Turbinen, welche in freier Luft umlaufen, hingegen von Oberwaſſerſpiegel bis Mitte der Ausmündungen des Rades. Im letzteren Falle geht alſo durch das Freiſtellen, von Mitte der Ausmündungen bis Unterwaſſerſpiegel gemeſſen, ein Theil des Totalgefälles verloren, wogegen den unter Waſſer gehenden Turbinen durch die Reibung des Waſſers am Rade ein Verluſt erwächſt.

Anmerkung. Bei Hochdruckturbinen iſt auch noch der Arbeitsverluſt, welchen die Reibung des Waſſers in den Einfallröhren veranlaßt, abzuziehen.

Da ſchon wegen der Bewegungshinderniſſe des Waſſers in den Rad- und §. 261
Leitſchaufelcanälen der vortheilhafteſte Gang nicht genau für $c_2 = v$ ſtatt hat, ſo wird dieſes um ſo mehr der Fall ſein, wenn das Waſſer mit Stoß in das Rad eintritt. Laſſen wir eine Turbine nicht mit der vortheilhafteſten Geſchwindigkeit umlaufen, ſetzen wir aber voraus, daß die Schütze völlig geöffnet, folglich

$$Fc = F_1 c_1, \text{ oder}$$
$$c\,sin.\,\alpha = c_1\,sin.\,\beta$$

ſei, ſo haben wir für die relative Austrittsgeſchwindigkeit c_2, ſtatt

$$\left[1 + \zeta\left(\frac{F_2}{F}\right)^2 + \zeta_1\right] c_2^2 + \frac{2F_2}{F} \cdot \frac{r_1}{r}\,c_2\,v\,cos.\,\alpha - v^2 = 2gh$$

(aus §. 250),

$$\left[1 + \zeta\left(\frac{F_2}{F}\right)^2 + \zeta_1\right] c_2^2 + \frac{2F_2}{F} \cdot \frac{r_1}{r}\,c_2\,v\,cos.\,\alpha - v^2 = 2g\,(h - y),$$

oder, nach §. 257:

$$\left[1 + \xi\left(\frac{F_2}{F}\right)^2 + \xi_1\right] c_2^2 + \left[\left(\frac{F_2 \cos.\alpha}{F} - \frac{F_2 \cos.\beta}{F_1}\right) c_2 - \frac{r_1}{r} v\right]^2 + \frac{2 F_2}{F} \frac{r_1}{r} c_2 v \cos.\alpha - v^2 = 2 g h$$

zu ſetzen.

Mit Hülfe dieſer Gleichung kann man c_2 durch v ausdrücken, und ſetzt man nun dieſen Werth in die Leiſtungsformel

$$L_1 = \left(h - y - \frac{\xi c^2 + \xi_1 c_2^2 + w^2}{2 g}\right) Q \gamma$$

$$= \left[h - \frac{1}{2 g}\left(\left[\xi\left(\frac{F_2}{F}\right)^2 + \xi_1\right] c_2^2 + \left[\left(\frac{F_2 \cos.\alpha}{F} - \frac{F_2 \cos.\beta}{F_1}\right) c_2 - \frac{r_1}{r} v\right]^2 + (c_2^2 - 2 c_2 v \cos.\delta + v^2)\right)\right] Q \gamma$$

ein, ſo läßt ſich durch dieſelbe die einer beliebigen Umdrehungsgeſchwindigkeit v entſprechende Leiſtung der Turbine berechnen.

Geht die Turbine ohne Laſt um, ſo iſt ihre Leiſtung = Null, und daher:

$$\left[\xi\left(\frac{F_2}{F}\right)^2 + \xi_1\right] c_2^2 + \left[\left(\frac{F_2 \cos.\alpha}{F} - \frac{F_2 \cos.\beta}{F_1}\right) c_2 - \frac{r_1}{r} v\right]^2 + c_2^2 - 2 c_2 v \cos.\delta + v^2 = 2 g h.$$

Zieht man dieſe Gleichung von der obigen Gleichung für c_2 ab, ſo erhält man folgenden einfachen Ausdruck für die nun mit v_0 zu bezeichnende Maximalumdrehungszahl:

$$2 v_0^2 = 2 \cdot \frac{F_2}{F} \cdot \frac{r_1}{r} c_2 v_0 \cos.\alpha + 2 c_2 v_0 \cos.\delta,$$

oder:

$$v_0 = \left(\frac{F_2}{F} \cdot \frac{r_1}{r} \cos.\alpha + \cos.\delta\right) c_2,$$

ſowie:

$$c_2 = \frac{v_0}{\frac{F_2}{F} \cdot \frac{r_1}{r} \cos.\alpha + \cos.\delta}.$$

Wenn wir dieſen Werth von c_2 in die Gleichung

$$\left[1 + \xi\left(\frac{F_2}{F}\right)^2 + \xi_1\right] c_2^2 + \left[\left(\frac{F_2 \cos.\alpha}{F} - \frac{F_2 \cos.\beta}{F_1}\right) c_2 - \frac{r_1}{r} v_0\right]^2 + \frac{2 F_2}{F} \frac{r_1}{r} c_2 v_0 \cos.\alpha - v_0^2 = 2 g h$$

ſetzen, ſo erhalten wir dadurch eine Formel zur Beſtimmung der Geſchwin-

digkeit v_0, mit welcher das Rad unbelastet umläuft, und es läßt sich nun dieselbe mit der Geschwindigkeit $v = c_2$ vergleichen, wobei das Wasser ohne Stoß in das Rad tritt, und die Leistung des letzteren nahe ein Maximum ist.

Anmerkung. Bei den gewöhnlichen Leitschaufelturbinen ist δ nahe $= \alpha$ und klein, folglich auch $cos.\,\alpha = cos.\,\delta$ nahe $= 1$, sowie $\frac{F_2}{F} = \frac{r}{r_1}$, und daher für den Leergang des Rades:

$$c_2 = \frac{v_0}{\frac{F_2}{F} \cdot \frac{r_1}{r} cos.\,\alpha + cos.\,\delta} \text{ nahe } = \frac{v_0}{2}.$$

Setzen wir nun noch $\frac{r_1}{r} = 3/4$ und $\zeta_1 = \zeta = 0{,}1$, so erhalten wir:

$$\left[1 + \zeta \left(\frac{F_2}{F}\right)^2 + \zeta_1\right] c_2^2 = (1 + 0{,}1 \,.\, {}^{16}/_9 + 0{,}1) \frac{v_0^2}{4} = 0{,}32\, v_0^2,$$

ferner $F_1 = F$ und $cos.\,\beta = cos.\,\alpha$ angenommen:

$$\left[\left(\frac{F_2}{F} cos.\,\alpha - \frac{F_2}{F_1} cos.\,\beta\right) c_2 - \frac{r_1}{r} v_0\right]^2 = \left(\frac{r\, c_2}{2\, r_1} - \frac{r_1\, v_0}{r}\right)^2 = ({}^1/_3 - {}^3/_4)^2\, v_0^2 = 0{,}17\, v_0^2$$

und

$$2 \frac{F_2}{F} \frac{r_1}{r} c_2\, v_0\, cos.\,\alpha = v_0^2,$$

so daß nun

$$(0{,}32 + 0{,}17 + 1 - 1)\, v_0^2 = 2\, g\, h, \text{ oder}$$

$$0{,}49 \frac{v_0^2}{2\, g} = h$$

folgt.

Für die Geschwindigkeit $v = c_2$ des Rades, wobei dasselbe nahe die Maximalarbeit verrichtet, ist annähernd

$$\left(1 + \zeta \frac{F_2}{F} + \zeta_1\right) c_2^2 = 1{,}28\, v^2,$$

ferner

$$\left[\left(\frac{F_2}{F} cos.\,\alpha - \frac{F_2}{F_1} cos.\,\beta\right) c_2 - \frac{r_1}{r} v\right]^2 = ({}^2/_3 - {}^3/_4)^2\, v^2 \text{ nahe} = 0{,}01 \quad \text{und}$$

$$2 \frac{F_2}{F} \frac{r_1}{r} c_2\, v\, cos.\,\alpha = 2\, v^2,$$

daher:

$$(1{,}29 + 2 - 1)\, v^2 = 2\, g\, h,$$

so daß sich

$$2{,}29 \cdot \frac{v^2}{2\, g} = h \quad \text{ergiebt.}$$

Hiernach folgt nun:

$$\frac{v_0^2}{v^2} = \frac{2{,}29}{0{,}49} \text{ nahe } = 5 \quad \text{und}$$

$$\frac{v_0}{v} = \sqrt{5} = 2{,}22.$$

In Folge der Zapfenreibung muß dieses Verhältniß noch etwas kleiner ausfallen. In der That, es führen auch die angestellten Versuche gewöhnlich auf das

Verhältniß $\frac{v_0}{v} = 2$; d. h. es läuft erfahrungsmäßig, die Turbine unbelaſtet noch einmal ſo ſchnell um als während ihrer größten Arbeitsverrichtung.

§. 262 **Anordnung der Leitſchaufelturbinen.** Wir haben nun die nöthigſten Regeln zur Berechnung, Anordnung und Conſtruction der Turbinen mit innerer Beaufſchlagung zu entwickeln. Jedenfalls können wir das Aufſchlagquantum Q und das Gefälle h als gegeben anſehen; und wäre ſtatt Q die Leiſtung L gegeben, ſo würde ſich wenigſtens Q aus L und aus dem Wirkungsgrade η (circa 0,75) durch die Formel

$$Q = \frac{L}{\eta h \gamma}$$

berechnen laſſen. Die übrigen Größen r, r_1, α, β, δ, v, n, e u. ſ. w. ſind nun theils beliebig, theils erfahrungsmäßig anzunehmen, theils theoretiſch zu beſtimmen. Zunächſt nimmt man den Winkel α beliebig an. Bei den Rädern ohne Leitſchaufeln iſt er bekanntlich als 90° in Rechnung zu bringen, bei den Leitſchaufelturbinen, von welchen zunächſt die Rede iſt, hat man

1) $\alpha = 20$ bis 30^0

zu machen, erſteres bei hohem, letzteres bei kleinem Gefälle, um dort nicht zu weite und hier nicht zu enge Ausflußöffnungen, alſo dort nicht zu kleine und hier nicht zu große Räder zu erhalten.

Der Eintrittswinkel β iſt durch die Auswahl von α gewiſſermaßen ſchon beſtimmt. Damit das Waſſer ohne Druck in das Rad eintrete, müßte $\beta = 2\alpha$ ſein, weil aber dieſer Druck abnimmt, wenn die Schütze tiefer geſtellt wird, ſo macht man, um keinen negativen Druck zu erhalten, β größer als 2α, am beſten möchte vielleicht

2) $\beta = 2\alpha + 20^0$ bis $2\alpha + 30^0$

anzunehmen ſein.

Das Verhältniß $v = \frac{r}{r_1}$ der Radhalbmeſſer zu einander iſt

3) zwiſchen den Grenzen 1,25 bis 1,5 auszuwählen.

Aus leicht begreiflichen Gründen iſt bei einem großen Werthe von β und bei einem großen Rade das kleinere Verhältniß, bei einem kleineren Werthe von β und bei einem kleineren Rade aber das größere Verhältniß auszuwählen.

Der Austrittswinkel δ iſt durch die Formel

$$4)\quad \sin.\delta = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{\sin.\alpha \sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)} = \frac{\sin.\alpha \sin.\beta}{v^2 \sin.(\beta-\alpha)}$$

beſtimmt.

Dieſer Winkel darf, damit dem abfließenden Waſſer ſo viel wie möglich Arbeitsvermögen entzogen werde, nicht über 20 Grad betragen, und es ſind deshalb die Werthe von α, β und $\nu = \frac{r}{r_1}$ ſo zu nehmen, daß δ unter 20 Grad ausfällt. Manche, z. B. Combes und Callon, ſuchen δ dadurch herabzuziehen, daß ſie dem Rade außen eine größere Weite geben als innen; da aber dadurch der volle Ausfluß des Waſſers gefährdet wird, ſo iſt dieſe Conſtruction mit Vorſicht anzuwenden.

Um ferner die Halbmeſſer des Rades und des Ausflußreſervoirs zu ermitteln, wollen wir, in Uebereinſtimmung mit den beſſeren der bekannten Turbinen, zur Bedingung machen, daß die Geſchwindigkeit des Waſſers im Reſervoir 3 Fuß nicht überſchreite. Legen wir aber dieſe Geſchwindigkeit zu Grunde und laſſen wir dabei die Querſchnitte der Wellenröhre und der Schütze außer Acht, ſo können wir ſetzen:

$$Q = 3\,\pi\,r_1^2,$$

und folglich umgekehrt, den äußeren Halbmeſſer des Ausflußgefäßes oder den inneren Radhalbmeſſer:

$$5)\quad r_1 = \sqrt{\frac{Q}{3\pi}} = 0{,}326\,\sqrt{Q},$$

wo r_1 in Fuß und Q in Cubikfuß zu nehmen ſind.

Aus dieſem Radius folgt nun der äußere Radhalbmeſſer:

$$6)\quad r = \nu r_1.$$

Die innere Radgeſchwindigkeit beſtimmt ſich ferner durch die Formel

$$7)\quad v_1 = \sqrt{\frac{2\,g\,h}{\frac{2\,sin.\,\beta\,cos.\,\alpha}{sin.\,(\beta-\alpha)} + \zeta\left(\frac{sin.\,\beta}{sin.\,(\beta-\alpha)}\right)^2 + \zeta_1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}.$$

Hieraus ergiebt ſich aber die Austrittsgeſchwindigkeit:

$$8)\quad c = \frac{v_1\,sin.\,\beta}{sin.\,(\beta-\alpha)},$$

und der Querſchnitt:

$$9)\quad F = \frac{Q}{c} = \frac{Q\,sin.\,(\beta-\alpha)}{v_1\,sin.\,\beta},$$

ferner die Eintrittsgeſchwindigkeit:

$$10)\quad c_1 = \frac{c\,sin.\,\alpha}{sin.\,\beta} = \frac{v_1\,sin.\,\alpha}{sin.\,(\beta-\alpha)}$$

und der Querſchnitt:

$$11)\quad F_1 = \frac{Q}{c_1} = \frac{Q\,sin.\,(\beta-\alpha)}{v_1\,sin.\,\alpha}$$

endlich die äußere Rad- sowie die Austrittsgeschwindigkeit:

$$12)\quad v = c_2 = \frac{r}{r_1}\, v_1,$$

sowie der Inhalt sämmtlicher Austrittsmündungen des Rades:

$$13)\quad F_2 = \frac{Q}{c_2} = \frac{r_1}{r} \cdot \frac{Q}{v_1} = \frac{r_1}{r} \cdot \frac{Fc}{v_1}.$$

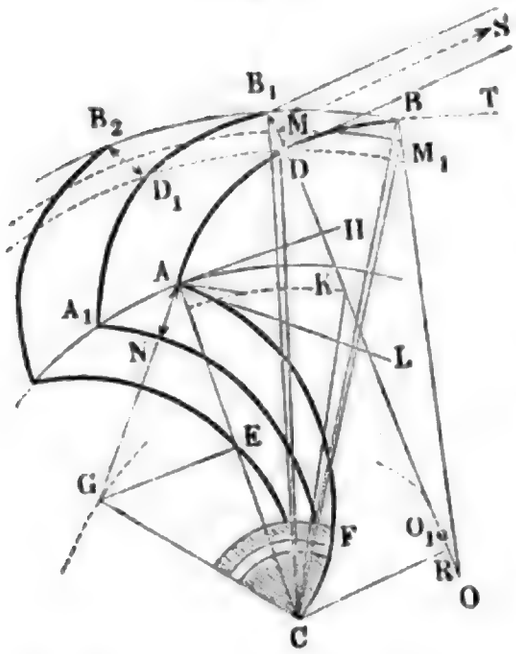
Ueberdies können wir noch die Zahl der Umdrehungen des Rades pr. Minute, nämlich

$$14)\quad u = \frac{30\, v}{\pi\, r} = 9{,}55\, \frac{v}{r}$$

angeben.

§. 263 Es bleibt nun noch übrig, Regeln zur Berechnung der Radschaufelzahl und der Dimensionen der Radmündungen abzuleiten. Die Ausflußöffnungen des Rades, welche zusammen den Inhalt $F_2 = \frac{Q}{c_2}$ haben sollten, bilden nicht den äußeren Umfang des Rades, sondern sie sind durch die äußeren Schaufeln B_1, B_2 u. s. w., Fig. 496, gelegte Querschnitte $B_1 D$, $B_2 D_1$ u. s. w. Auch haben wir unter r in den obigen Formeln nicht den Halbmesser CB_1 des äußeren Radumfanges, sondern die Entfernung CM der Mitte der Mündung $B_1 D$ von der Umdrehungsaxe, sowie unter v nicht die Umdrehungsgeschwindigkeit von B, sondern von M zu verstehen. Ist nun δ der Winkel SMT, welchen die Axe des bei $B_1 D$ aus dem Rade tretenden Strahles mit der Tangente MT oder der Normale zum Halbmesser $CM = r$ einschließt, ferner n die Anzahl der Radschaufeln, s ihre Stärke, d die Weite $B_1 D$ der Ausmündungen, e die Radweite oder Schaufelhöhe und λ das Verhältniß $\frac{e}{d}$, so läßt sich der Querschnitt der Ausmündungen des Rades setzen:

Fig. 496.



$$F_2 = nde = n\lambda d^2 = \frac{ne^2}{\lambda},$$

daher umgekehrt, die Anzahl der Radschaufeln:

$$n = \frac{\lambda F_2}{e^2}.$$

Da die Schaufeln den Querschnitt nse einnehmen, so ist auch

$$F_2 = (2\pi r \sin.\delta - ns)e$$
$$= \left(2\pi r \sin.\delta - \frac{\lambda F_2 s}{e^2}\right)e,$$

daher die Radhöhe:

$$e = \frac{F_2}{2\pi r \sin.\delta - \frac{\lambda F_2 s}{e^2}},$$

und annähernd,

$$e = \frac{F_2}{2\pi r \sin.\delta}\left(1 + \frac{\lambda F_2 s}{2\pi r e^2 \sin.\delta}\right)$$
$$= \frac{F_2}{2\pi r \sin.\delta}\left(1 + \frac{2\pi r \sin.\delta . \lambda s}{F_2}\right).$$

Das Dimensionsverhältniß der Ausflußmündungen, d. i.

$$1)\ \lambda = \frac{e}{d},$$

wird = 2 bis 5 genommen, und zwar ersteres bei langen und weniger gekrümmten, und letzteres bei kurzen und stärker gekrümmten Radcanälen, damit der volle Ausfluß nicht verloren geht. Nun folgt die Radhöhe:

$$2)\ e = \frac{F_2}{2\pi r \sin.\delta}\left(1 + 2\pi r \sin.\delta \cdot \frac{\lambda s}{F_2}\right),$$

ferner die Weite der Ausmündungen:

$$3)\ d = \frac{e}{\lambda},$$

und die Schaufelanzahl:

$$4)\ n = \frac{\lambda F_2}{e^2}.$$

Was endlich noch die Anzahl n_1 der Leitschaufeln anlangt, so kann man diese unter folgender Voraussetzung bestimmen.

Wir haben oben $\frac{F}{F_2} = \frac{2\pi r_1 \sin.\alpha}{2\pi r \sin.\delta}$ gesetzt; es ist aber auch, bei der Leitschaufelstärke s_1:

$$\frac{F}{F_2} = \frac{2\pi r_1 \sin.\alpha - n_1 s_1}{2\pi r \sin.\delta - ns};$$

soll daher beiden Gleichungen entsprochen werden, so hat man nur

$$\frac{n_1 s_1}{ns} = \frac{r_1 \sin.\alpha}{r \sin.\delta}$$

zu setzen, oder, da gewöhnlich $s_1 = s$ ist, das Verhältniß der Anzahl der Leitschaufeln zu der der Radschaufeln:

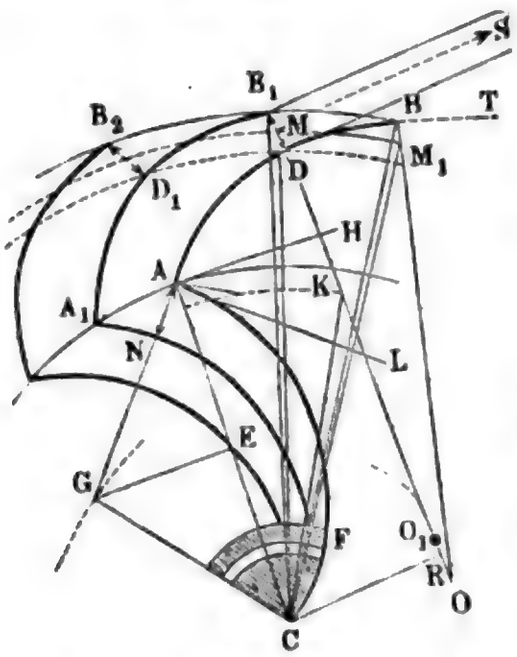
$$5)\ \frac{n_1}{n} = \frac{\sin.\alpha}{\nu\ \sin.\delta}.$$

§. 264 **Schaufelconstruction.** Die Schaufeln werden in der Regel nach Kreisbögen gekrümmt; bei den Leitschaufeln reicht ein Bogen aus, bei den Radschaufeln sind aber hierzu zwei tangential an einander anschließende Bögen nothwendig. Wie nun die Halbmesser dieser Bögen zu finden, und wie die letzteren an einander anzusetzen sind, wird aus Folgendem hervorgehen. Man beschreibe mit $\overline{CM} = r$, Fig. 497, einen Kreis, trage die Tangente MT auf und lege an diese den Ausflußwinkel $SMT = \delta$, dessen Bestimmung im vorigen Paragraphen gezeigt wurde. Mit Hülfe des Theilwinkels $\varphi = \frac{360^0}{n}$ u. s. w. bestimme man nun die Größe

$$^1/_2\, d_1 = r\ \sin.\delta\ tang.\frac{\varphi}{2},$$

und trage dieselbe zu beiden Seiten von M aus als $MB_1 = MD$ rechtwinkelig auf MS auf. Ferner ziehe man den Halbmesser CB_1, lege an denselben den Theilwinkel $B_1CB = \varphi$ an und beschreibe aus dem Axpunkte C durch B_1 und D die Kreise B_1B.. und D_1D... Der erstere dieser Kreise giebt den äußeren Radumfang an, und die Punkte B, B_1 in demselben sind die äußeren Schaufelenden. Zieht man dann BO so, daß der Winkel $BOD = BCB_1 = \varphi$ ausfällt, so erhält man in O das Centrum und in $BO = DO$ den Halbmesser a des vom äußeren Schaufelstücke gebildeten Bogens BD. Macht man noch $B_1O_1 = DO$, so erhält man ebenso das Centrum O_1 des Endstückes B_1D_1 der folgenden Schaufel. Die Richtigkeit dieses Verfahrens geht aus Folgendem hervor.

Fig. 497.



Es ist die gerade Linie oder Sehne, welche die benachbarten Mündungsmitten M und M_1 mit einander verbindet,

$$\overline{MM_1} = 2\ \overline{CM}\ sin.\frac{\varphi}{2} = 2r\ sin.\frac{\varphi}{2},$$

ferner der Winkel $MOM_1 = \varphi$, und der Winkel

$$OMM_1 = 90^0 - SMM_1 = 90^0 - (SMT + TMM_1)$$
$$= 90^0 - \left(\frac{\varphi}{2} + \delta\right),$$

endlich der Winkel

$$MM_1O = 180^0 - (MOM_1 + OMM_1) = 90^0 - \left(\frac{\varphi}{2} - \delta\right);$$

folglich, da nach dem bekannten trigonometriſchen Sinusſatze:

$$\frac{OM_1}{MM_1} = \frac{sin.\,OMM_1}{sin.\,MOM_1} \text{ und } \frac{OM}{MM_1} = \frac{sin.\,OM_1M}{sin.\,MOM_1}$$

iſt,

$$\overline{OM_1} = \frac{2r\,sin.\frac{\varphi}{2}\,sin.\left[90^0 - \left(\frac{\varphi}{2} + \delta\right)\right]}{sin.\,\varphi} = \frac{r\,cos.\left(\frac{\varphi}{2} + \delta\right)}{cos.\frac{\varphi}{2}}$$

$$= r\,cos.\,\delta - r\,sin.\,\delta\,tang.\frac{\varphi}{2} \text{ und}$$

$$\overline{OM} = \frac{2r\,sin.\frac{\varphi}{2}\,sin.\left[90^0 - \left(\frac{\varphi}{2} - \delta\right)\right]}{sin.\,\varphi} = \frac{r\,cos.\left(\frac{\varphi}{2} - \delta\right)}{cos.\frac{\varphi}{2}}.$$

$$= r\,cos.\,\delta + r\,sin.\,\delta\,tang.\frac{\varphi}{2}.$$

Da nun aber $\overline{MD} = \overline{MB_1} = \overline{M_1B} = \frac{d_1}{2} = r\,sin.\,\delta\,tang.\frac{\varphi}{2}$ iſt, ſo folgt:

$$\overline{OB} = \overline{OM_1} + \overline{M_1B} = r\,cos.\,\delta,$$

ſowie auch

$$\overline{OD} = \overline{OM} - \overline{MD} = r\,cos.\,\delta.$$

Es iſt alſo der geſuchte Krümmungshalbmeſſer des äußeren Schaufelſtückes BD:

$$\overline{OB} = \overline{OD} = a = r\,cos.\,\delta,$$

und derſelbe auch leicht dadurch conſtruirend zu finden, daß man vom Axpunkte C aus eine Parallele CR zu, und vom Mündungsmittelpunkte M ein Perpendikel MR auf MS zieht; das abgeſchnittene Stück MR iſt dann die Länge $a = r\,cos.\,\delta$ des geſuchten Halbmeſſers:

$$\overline{OB} = \overline{OD} = \overline{O_1B_1}.$$

Bei dieſer Conſtruction kommt das Schaufelende B_1 ganz parallel zum gegenüberliegenden Schaufelelemente D zu liegen, und es fließt deshalb auch der Strahl ganz ohne Contraction aus. Wenn man dieſen Parallelismus nicht herſtellt, ſo ſtellt ſich allemal ein Nachtheil heraus; divergiren die Tangenten von B_1 und D nach außen, ſo läuft man Gefahr, den vollen Ausfluß zu verlieren, und convergiren dieſelben, ſo entſteht eine partielle Contraction und der Strahl ſchlägt dann gegen die äußere Fläche von BD (ſ. Bd. I, §. 414).

Das innere Stück DA einer Radſchaufel läßt ſich in der Regel ebenfalls nach einem Kreisbogen krümmen. Der Halbmeſſer $\overline{KD} = \overline{KA} = a_1$ dieſes Kreisbogens wird auf folgende Weiſe gefunden. Im Dreiecke CMK iſt $\overline{CM} = r$, $\overline{MK} = a_1 + \frac{d_1}{2}$ und $\angle\, CMK = SMT = \delta$, daher:

$$\overline{CK^2} = r^2 + \left(a_1 + \frac{d_1}{2}\right)^2 - 2r\left(a_1 + \frac{d_1}{2}\right) cos.\,\delta.$$

Im Dreiecke CAK hingegen iſt $\overline{CA} = r_1$, $\overline{AK} = a_1$ und $CAK = 180^0 - \beta$, daher:

$$\overline{CK^2} = r_1^2 + a_1^2 + 2\,r_1\,a_1\,cos.\,\beta.$$

Durch Gleichſetzen beider Ausdrücke folgt nun:

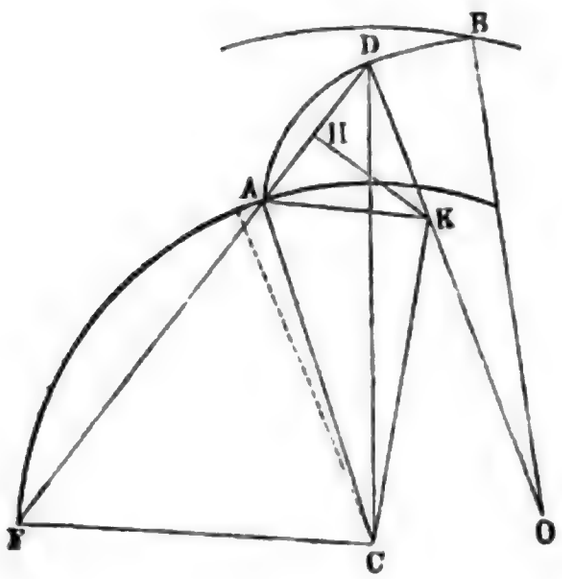
$$r^2 + a_1 d_1 + \frac{d_1^2}{4} - 2\,r\,a_1\,cos.\,\delta - r\,d_1\,cos.\,\delta = r_1^2 + 2\,r_1\,a_1\,cos.\,\beta,$$

und hieraus ergiebt ſich der geſuchte Halbmeſſer:

$$a_1 = \frac{r^2 - r_1^2 - r\,d_1\,cos.\,\delta + \frac{d_1^2}{4}}{2\,(r\,cos.\,\delta + r_1\,cos.\,\beta) - d_1}.$$

Durch Conſtruction findet man dieſen Halbmeſſer auf folgende Weiſe. Man lege in C an CD, Fig. 498, die gegebene Winkelſumme $DCF = \delta + 180^0 - \beta$ an, mache den Schenkel $\overline{CF} = \overline{CA} = r_1$, und ziehe DF. Der Durchſchnittspunkt A dieſer Linie mit dem inneren Radumfang iſt der zweite Endpunkt des geſuchten Bogens, deſſen Centrum K nun gefunden wird, wenn man in der Mitte H der Sehne AD ein Perpendikel errichtet, und daſſelbe bis zum Durchſchnitt K mit DO fortführt. Die Richtigkeit dieſer Conſtruction geht aus Folgendem hervor. Da $\overline{CF} = \overline{CA} = r_1$, und $\overline{KA} = \overline{KD} = a_1$ iſt, ſo ſind auch die Winkel CAF und CFA, ſo wie die Winkel DAK und ADK einander gleich, und es läßt ſich daher

Fig. 498.



$$\angle\, CAK = 180^0 - \angle\, FAC - \angle\, KAD = 180^0 - \angle\, CFA - \angle\, ADK$$
$$= 180^0 - \angle\, CFA - \angle\, CDF - \angle\, CDK \text{ ſetzen.}$$

Nun ist aber $180^0 - \angle CFA - \angle CDF = DCF = \delta + 180^0 - \beta$, und $CDK = \delta$; daher folgt

$$\angle CAK = \delta + 180^0 - \beta - \angle CDK = 180^0 - \beta.$$

Da dieser Winkel von den Halbmessern CA und KA der Kreisbögen AF und DA eingeschlossen wird, so ist folglich der Winkel, unter welchem diese Bögen in A zusammenstoßen, $= 180^0 - \angle CAK = \beta$, wie verlangt wird.

Was endlich noch den Krümmungskreis einer Leitschaufel anlangt, so können wir dessen Halbmesser und Mittelpunkt dadurch finden, daß wir AL, Fig. 497, unter dem bekannten Winkel α an die Tangente AH des inneren Radumfanges anlegen, hierauf ein Perpendikel errichten und zuletzt dieses durch eine andere, in der Mitte E des Halbmessers CA errichtete Normale in G schneiden. Dieser Punkt G ist nun das Centrum der Leitschaufel AF, welche man nun entweder ganz oder nur zum Theil bis zur Röhre, welche die Welle umgiebt, fortführt. Der Halbmesser $\overline{GA} = \overline{GC} = a_2$ dieser Schaufel ist

$$a_2 = \frac{r_1}{2\,cos.\,\alpha}.$$

Die Mittelpunkte der Bögen von den übrigen Schaufeln befinden sich in mit CO, CK und CG beschriebenen Kreisen.

Beispiel. Es ist für ein Gefälle von 5 Fuß und ein Aufschlagquantum von 30 Cubikfuß die Construction, Anordnung und Berechnung einer Fourneyron'schen Turbine zu vollziehen.

Wählen wir:

1) $\alpha = 30^0$,
2) $\beta = 100^0$ und
3) $\nu = \frac{r}{r_1} = 1{,}35$

aus, so erhalten wir:

$$sin.\,\delta = \frac{sin.\,\alpha\ sin.\,\beta}{\nu^2\ sin.\,(\beta - \alpha)} = \frac{sin.\,30^0\ sin.\,80^0}{1{,}35^2\,.\,sin.\,70} = 0{,}28752,$$

und hiernach:

4) $\delta = 16^0\,42'$.

Es ist ferner der innere Radhalbmesser:

5) $r_1 = 0{,}326\sqrt{Q} = 0{,}326\sqrt{30} = 1{,}785$ Fuß,

wofür aber $= 1{,}80$ genommen werden soll, daher der äußere Radhalbmesser:

6) $r = \nu\,.\,r_1 = 1{,}35\,.\,1{,}8 = 2{,}43$ Fuß,

wofür wir $= 2{,}45$ Fuß nehmen wollen, so daß nun die Kranzbreite

$$r - r_1 = 2{,}45 - 1{,}80 = 0{,}65 \text{ Fuß}$$

ausfällt.

Ohne Rücksicht auf Nebenhindernisse wäre ferner die innere Radgeschwindigkeit:

$$v_1 = \sqrt{gh\,(1 - tang.\,\alpha\ cotg.\,\beta)} = \sqrt{5\,.\,31{,}25\,(1 + tang.\,30^0\,.\,cotg.\,80^0)}$$
$$= \sqrt{156{,}25\,.\,1{,}10182} = 13{,}105 \text{ Fuß},$$

mit Rücksicht auf die hydraulischen Hindernisse aber, wenn man $\zeta = \zeta_1 = 0{,}075$ annimmt,

$$7)\ v_1 = \sqrt{\left(\frac{2gh}{\frac{2\,sin.\,\beta\,cos.\,\alpha}{sin.\,\beta-\alpha)} + \zeta\left[\left(\frac{sin.\,\beta}{sin.\,(\beta-\alpha)}\right)^2 + \nu^2\right]}\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{62{,}5\,.\,5}{\frac{2\,sin.\,80^0\,cos.\,30^0}{sin.\,70^0} + 0{,}075\left[\left(\frac{sin.\,80^0}{sin.\,70^0}\right)^2 + 1{,}35^2\right]}\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{312{,}5}{1{,}8152 + 0{,}075\,.\,2{,}9208}\right)} = \sqrt{\left(\frac{312{,}5}{2{,}03426}\right)} = 12{,}394 \text{ Fuß}.$$

Nun folgt die äußere Radgeschwindigkeit:

$$8)\ v = \nu v_1 = 1{,}35\,.\,12{,}394 = 16{,}732 \text{ Fuß},$$

und die Geschwindigkeit des Wassers beim Austritt aus dem Leitschaufelapparate:

$$9)\ c = \frac{v_1\,sin.\,\beta}{sin.\,(\beta-\alpha)} = \frac{12{,}394\,sin.\,80^0}{sin.\,70^0} = 12{,}989 \text{ Fuß},$$

ferner die relative Geschwindigkeit des eintretenden Wassers:

$$10)\ c_1 = \frac{c\,sin.\,\alpha}{sin.\,\beta} = \frac{v_1\,sin.\,\alpha}{sin.\,(\beta-\alpha)} = 6{,}595 \text{ Fuß},$$

und die relative Austrittsgeschwindigkeit:

$$c_2 = v = 16{,}732 \text{ Fuß},$$

endlich die absolute Austrittsgeschwindigkeit:

$$11)\ w = 2\,v\,sin.\frac{\delta}{2} = 2\,.\,16{,}732\,.\,sin.\,8^0\,21' = 4{,}860 \text{ Fuß}.$$

Die Umdrehungszahl des Rades pr. Minute ist

$$12)\ u = 9{,}55 \cdot \frac{v}{r} = 9{,}55 \cdot \frac{16{,}732}{2{,}45} = 65{,}22.$$

Nun folgen die Querschnitte der Ausmündungen:

$$13)\ F = \frac{Q}{c} = \frac{30}{12{,}989} = 2{,}3096 \text{ Quadratfuß, und}$$

$$14)\ F_2 = \frac{Q}{c_2} = \frac{Q}{v} = \frac{30}{16{,}732} = 1{,}7930 \text{ Quadratfuß}.$$

Nimmt man ferner das Dimensionsverhältniß der Ausflußmündungen des Rades, $\lambda = 4$, und die Stärke einer Radschaufel, $s = 3$ Linien $= 0{,}02$ Fuß, so erhält man die Radweite:

$$15)\ e = \frac{F_2}{2\,\pi\,r\,sin.\,\delta}\left(1 + 2\,\pi\,r\,sin.\,\delta \cdot \frac{\lambda s}{F_2}\right)$$

$$= \frac{1{,}793}{2\,\pi\,.\,2{,}45\,sin.\,16^0\,42'}\left(1 + \frac{2\,\pi\,.\,2{,}45\,sin.\,16^0\,42'\,.\,4\,.\,0{,}02}{1{,}793}\right)$$

$$= \frac{1{,}793}{4{,}424}\left(1 + \frac{4{,}424\,.\,0{,}08}{1{,}793}\right) = 0{,}4053\ (1 + 0{,}1974)$$

$$= 0{,}485 \text{ Fuß} = 5{,}82 \text{ Zoll},$$

ferner die Weite der Ausmündungen:

$$16)\ d = \frac{e}{\lambda} = \frac{0{,}485}{4} = 0{,}12125 \text{ Fuß} = 1{,}45 \text{ Zoll},$$

folglich die Anzahl der Radschaufeln:

$$17)\quad n = \frac{\lambda F_2}{c^2} = \frac{1{,}793 \,.\, 4}{0{,}485^2} = 30,$$

wofür 32 zu nehmen ſein möchte; und endlich die Anzahl der Leitſchaufeln, wenn man denſelben ebenfalls 3 Linien Stärke giebt,

$$18)\quad n_1 = \frac{n\, s\, \sin.\, \alpha}{\nu\, s_1\, \sin.\, \delta} = \frac{32 \,.\, \sin.\, 30^0}{1{,}35\, \sin.\, 16^0\, 42'} = 40.$$

In der Regel macht man jedoch die Anzahl der Leitſchaufeln nie größer als die der Radſchaufeln. Der Theilwinkel des Rades iſt bei 32 Schaufeln:

$$19)\quad \varphi = \frac{360^0}{32} = 11\tfrac{1}{4} \text{ Grad};$$

hiernach die halbe theoretiſche Mündungsweite (ohne Rückſicht auf die Schaufeldicke s):

$$20)\quad \frac{d_1}{2} = r\, \sin.\, \delta\, tang.\, \frac{\varphi}{2} = 2{,}45 \,.\, 0{,}28752\, tang.\, 5^0\, 37\tfrac{1}{2}'$$
$$= 0{,}06938 \text{ Fuß} = 0{,}8325 \text{ Zoll},$$

folglich die ganze Mündungsweite, ohne Rückſicht auf die Blechſtärke:

$$21)\quad d_1 = 0{,}13876 \text{ Fuß} = 1{,}6651 \text{ Zoll}.$$

Der Krümmungshalbmeſſer des äußeren Radſchaufelſtückes iſt:

$$22)\quad a = r\, cos.\, \delta = 2{,}45\, cos.\, 16^0\, 42' = 2{,}347 \text{ Fuß}.$$

Ferner iſt der Halbmeſſer des inneren Bogens einer Radſchaufel:

$$23)\quad a_1 = \frac{r^2 - r_1^2 - r\, d_1\, cos.\, \delta + \tfrac{1}{4}\, d_1^2}{2\,(r\, cos.\, \delta + r_1\, cos.\, \beta) - d_1}$$
$$= \frac{2{,}45^2 - 1{,}80^2 - 2{,}45 \,.\, 0{,}13876\, cos.\, 16^0\, 42' + \tfrac{1}{4} \,.\, 0{,}13876^2}{2\,(2{,}45 \,.\, cos.\, 16^0\, 42' + 1{,}80\, cos.\, 100^0) - 0{,}13876}$$
$$= \frac{2{,}7673 - 0{,}3256}{2 \,.\, 2{,}0341 - 0{,}13876} = \frac{2{,}4417}{3{,}9294} = 0{,}6214 \text{ Fuß}.$$

Für die Centriwinkel dieſes Bogens hat man

$$\varphi_1 = 180^0 - \beta - \delta + \sigma - \tau,$$

wo $\sigma = \angle\, ACK$ und $\tau = \angle\, MCK$ durch folgende Formeln zu beſtimmen ſind:

$$tang.\, \sigma = \frac{a_1\, sin.\, \beta}{r_1 + a_1\, cos.\, \beta} \quad \text{und} \quad tang.\, \tau = \frac{\left(a_1 + \frac{d_1}{2}\right) sin.\, \delta}{r - \left(a_1 + \frac{d_1}{2}\right) cos.\, \delta}.$$

Es iſt

$$tang.\, \sigma = \frac{0{,}6214\, sin.\, 80^0}{1{,}80 - 0{,}6214\, cos.\, 80^0},$$

hiernach $\sigma = 19^0\, 53'$, und

$$tang.\, \tau = \frac{0{,}6908\, sin.\, 16^0\, 42'}{2{,}45 - 0{,}6908\, cos.\, 16^0\, 42'},$$

hiernach $\tau = 6^0\, 20'$, daher der Centriwinkel des inneren Bogenſtückes der Radſchaufeln:

$$24)\quad \varphi_1 = 180^0 - 100^0 - 16^0\, 42' + 19^0\, 53' - 6^0\, 20' = 76^0\, 51'.$$

Endlich iſt noch der Halbmeſſer der Leitſchaufeln:

$$25)\quad a_2 = \frac{r_1}{2\, cos.\, \alpha} = \frac{1{,}8}{2\, cos.\, 30^0} = 1{,}0392 \text{ Fuß}.$$

Das Arbeitsvermögen der Wasserkraft beträgt:

$$L = Qh\gamma = 30 . 5 . 61{,}75 = 9262{,}5 \text{ Fußpfund.}$$

dagegen die Arbeit der Turbine:

$$L_1 = \left(1 - \frac{\zeta (c^2 + v^2) + w^2}{2gh}\right) Qh\gamma$$

$$= \left(1 - 0{,}016 \cdot \frac{0{,}075\ (12{,}989^2 + 16{,}732^2) + 4{,}860^2}{5}\right) . 9262{,}5$$

$$= [1 - 0{,}0032\ (0{,}075 . 448 + 23{,}62)] . 9262{,}5$$

$$= (1 - 0{,}1830) . 9262{,}5 = 0{,}817 . 9262{,}5 = 7567{,}5 \text{ Fußpfund.}$$

Wenn diese Turbine in freier Luft umgehen soll, hat man noch ein gewisses Freistellen nöthig, welches, da die halbe Radhöhe $e = 0{,}2425$ Fuß beträgt, recht gut auf $^1/_2$ Fuß zu schätzen ist, und daher einen Arbeitsverlust von $30 . 0{,}5 . 61{,}75 = 926{,}25$ Fußpfund verursacht. Um den Wasserverlust beurtheilen zu können, muß die Druckhöhe x hinter der Schütze bekannt sein. Es ist nach dem Obigen:

$$x = h - (1 + \zeta) \frac{c^2}{2g} = 5 - 1{,}075 . 0{,}016 . 12{,}989^2$$

$$= 5 - 2{,}9019 = 2{,}0981 \text{ Fuß,}$$

und daher die entsprechende Ausflußgeschwindigkeit:

$$w_1 = \sqrt{2gx} = 7{,}906 \sqrt{2{,}0981} = 11{,}45 \text{ Fuß.}$$

Wäre nun der kreisförmige Spalt zwischen Rad und Schütze $1^1/_2$ Linie weit, also sein Querschnitt

$$G = 2\pi r . {}^1/_{288} = \frac{2 . 1{,}8 . \pi}{288} = \frac{\pi}{80} = 0{,}0393 \text{ Quadratfuß,}$$

so betrüge, bei einem Ausflußcoefficienten $\mu = 0{,}7$, die verloren gehende Wassermenge:

$$Q_1 = 0{,}7\ G w_1 = 0{,}7 . 0{,}0393 . 11{,}45 = 0{,}315 \text{ Cubikfuß,}$$

und dieser entspräche ein Arbeitsverlust von

$$Qh\gamma = 0{,}315 . 5 . 61{,}75 = 97{,}25 \text{ Fußpfund.}$$

Endlich geht noch ein kleiner Theil der Arbeit durch die Zapfenreibung verloren. Wiegt das armirte Wasserrad 3000 Pfund, ist der Zapfenhalbmesser desselben, $r_2 = 1^1/_2$ Zoll $= {}^1/_8$ Fuß und der Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}075$, so hat man die Arbeit der Zapfenreibung:

$$\varphi G \frac{r_2}{r} v = 0{,}075 . 3000 \cdot \frac{16{,}732}{8 . 2{,}45} = 192 \text{ Fußpfund.}$$

Bringen wir noch die letzten drei Arbeitsverluste, d. i.

$$926{,}25 + 97{,}25 + 192 = 1215{,}5 \text{ Fußpfund}$$

in Abzug, so bleibt uns die effective Radleistung:

$$L_1 = 7567{,}5 - 1215{,}5 = 6352 \text{ Fußpfund} = 12{,}45 \text{ Pferdekräfte,}$$

und es fällt der Wirkungsgrad nur $\eta = {}^{6352}/_{9262{,}5} = 0{,}686$ aus.

§. 265 Turbinen ohne Leitschaufeln. Die Dimensionsverhältnisse der Turbinen ohne Leitschaufeln sind nur zum Theil wie die der Leitschaufelturbinen auszuwählen und zu berechnen. Das Wasser tritt hier auf dem kürzesten Wege, nämlich radial aus dem Ausflußreservoir; es ist hier folglich

$\alpha = 90$ Grad. Der Winkel β wird hier größer, nämlich 140 bis 160° genommen, um einen möglichst kleinen negativen Druck (x) an der Uebergangsstelle zu erhalten und dadurch das Einsaugen von Luft oder Wasser durch den Spielraum so viel wie möglich zu vermeiden. Das Halbmesserverhältniß $\nu = \frac{r}{r_1}$ nimmt man hier nur 1,15 bis 1,30, weil außerdem, wegen des großen Werthes von β, die Radcanäle zu lang ausfallen würden. Um den Arbeitsverlust beim Eintritt des Wassers aus dem Reservoir in das Rad möglichst herabzuziehen, läßt man das Wasser nur mit 2 Fuß Geschwindigkeit zutreten, und macht deshalb den inneren Radhalbmesser

$$1)\quad r_1 = \sqrt{\frac{Q}{2\pi}} = 0{,}4\sqrt{Q} \text{ Fuß},$$

also den äußeren:

$$2)\quad r = \nu r_1 = 0{,}4\,\nu\sqrt{Q} \text{ Fuß}.$$

Setzen wir ferner

$$1 - \zeta\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 tang.\,\beta^2 = 1 - \zeta\,\frac{tang.\,\beta^2}{\nu^2} = \psi \text{ und}$$

$$\frac{\sqrt{1+\zeta_1}}{cos.\,\delta} = \chi,$$

wobei wir meist $\zeta = \zeta_1 = 0{,}075$ und δ annähernd 10 bis 20° annehmen können, so erhalten wir die vortheilhaftesten Umdrehungsgeschwindigkeiten des Rades:

$$3)\quad v = \sqrt{\left(\frac{\chi - \sqrt{\chi^2 - \psi}}{\psi\sqrt{\chi^2-\psi}}\right) gh} \text{ und}$$

$$4)\quad v_1 = \frac{r_1}{r}\,v = \frac{v}{\nu},$$

wonach sich nun die Ausflußgeschwindigkeiten

$$5)\quad c = -\,v_1\,tang.\,\beta \text{ und}$$

$$6)\quad c_2 = \sqrt{\frac{2gh + \psi v^2}{1+\zeta_1}}$$

berechnen lassen. Die Umdrehungszahl des Rades ist

$$7)\quad u = \frac{30\,v}{\pi r} = 9{,}55\,\frac{v}{r}.$$

Nun folgen die Querschnitte der Ausmündungen

$$8)\quad F = \frac{Q}{c} \text{ und}$$

$$9)\quad F_2 = \frac{Q}{c_2},$$

daher iſt die Radhöhe

$$10)\quad e = \frac{F'}{2\pi r_1}.$$

Bezeichnet ferner $\lambda = \frac{e}{d}$ d. i. das Dimenſionsverhältniß der Ausmündungen, ſo hat man, da $nde = F_2$ iſt, $ne^2 = \lambda F_2$, und daher die nöthige Anzahl der Radſchaufeln:

$$11)\quad n = \frac{\lambda F_2}{e^2},$$

und endlich, da $(2\pi r \sin.\delta - ns)e = F_2$ iſt, wenn s die Schaufelſtärke bezeichnet, für den nöthigen Austrittswinkel:

$$12)\quad \sin.\delta = \frac{F_2 + nse}{2\pi re} = \frac{(e + \lambda s)F_2}{2\pi re^2}$$

Fällt δ zu groß, viel über 15 Grad aus, ſo muß man entweder β oder ν größer annehmen.

Beiſpiel. Es iſt für ein Gefälle von 5 Fuß und für einen Aufſchlag von 30 Cubikfuß pr. Secunde die Anordnung und Berechnung einer Cabiat'ſchen Turbine zu vollziehen (vergl. das letzte Beiſpiel). Nehmen wir $\beta = 150^0$ und $\nu = 1{,}2$ an, ſo erhalten wir den Radhalbmeſſer:

1) $r_1 = 0{,}4\sqrt{Q} = 0{,}4\sqrt{30} = 2{,}19$, oder ſicherer 2,25 Fuß, und

2) $r = \nu r_1 = 1{,}2 . 2{,}25 = 2{,}70$ Fuß.

Setzen wir $\zeta = \zeta_1 = 0{,}075$ und nehmen wir einſtweilen $\delta = 15$ Grad an, ſo iſt:

$$\psi = 1 - \zeta\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 tang.\,\beta^2 = 1 - 0{,}075\,\frac{(tang.\,30)^2}{1{,}44} = 0{,}9826$$

und

$$\chi = \frac{\sqrt{1+\zeta_1}}{cos.\,\delta} = \frac{\sqrt{1{,}075}}{cos.\,15^0} = 1{,}0734,$$

daher folgen die Radgeſchwindigkeiten:

$$3)\quad v = \sqrt{\frac{\chi - \sqrt{\chi^2 - \psi}}{\psi\sqrt{\chi^2-\psi}} \cdot gh} = \sqrt{\frac{1{,}0734 - 0{,}4118}{0{,}9826 . 0{,}4118} \cdot 31{,}25 . 5}$$

$$= \sqrt{\frac{0{,}6616 . 156{,}25}{0{,}9826 . 0{,}4118}} = 15{,}985 \text{ Fuß, und}$$

$$4)\quad v_1 = \frac{v}{\nu} = \frac{15{,}985}{1{,}2} = 13{,}321 \text{ Fuß,}$$

dagegen die Ausflußgeſchwindigkeiten:

$$5)\quad c = -\,v_1\,tang.\,\beta = 13{,}321\,tang.\,30^0 = 7{,}692 \text{ Fuß und}$$

$$6)\quad c_2 = \sqrt{\frac{2gh + \psi v^2}{1+\zeta_1}} = \sqrt{\frac{312{,}5 + 251{,}1}{1{,}075}} = 22{,}897 \text{ Fuß.}$$

Die Umdrehungszahl des Rades iſt

$$7)\quad u = 9{,}55 \cdot \frac{v}{r} = 9{,}55 \cdot \frac{15{,}985}{2{,}70} = 56{,}54.$$

Hieraus ergeben sich die Querschnitte der Ausmündungen:

8) $F = \frac{Q}{c} = \frac{30}{7{,}692} = 3{,}900$ Quadratfuß, und

9) $F_2 = \frac{Q}{c_2} = \frac{30}{22{,}897} = 1{,}3102$ Quadratfuß,

und es ist nun die erforderliche Radweite:

10) $e = \frac{F}{2\pi r_1} = \frac{3{,}900}{2\pi . 2{,}25} = 0{,}2759$ Fuß;

nimmt man ferner das Dimensionsverhältniß $\lambda = 2$ an, so erhält man die Anzahl der Schaufeln:

11) $n = \frac{\lambda F_2}{e^2} = \frac{2 . 1{,}3102}{0{,}2759^2} = 34$,

wofür 32 genommen werden soll, und, wenn man die Schaufelstärke $= 0{,}015$ Fuß voraussetzt,

$$\sin. \delta = \frac{F_2 + nse}{2\pi re} = \frac{1{,}3102 + 32 . 0{,}015 . 0{,}2759}{2\pi . 2{,}7 . 0{,}2759} = \frac{1{,}3102 + 0{,}132}{5{,}4 . 0{,}2759\,\pi}$$

$$= \frac{1{,}442}{4{,}681} = 0{,}3081,$$

daher ist der Austrittswinkel;

12) $\delta = 17^0\,56'$.

Der Wirkungsgrad dieses Rades ist, ohne Rücksicht auf Wasserverlust, Zapfenreibung u. dergl.:

$$\eta = (v\sqrt{2gh + \psi v^2} - \varphi v^2)\frac{Q\gamma}{\chi g Q h \gamma} = \frac{\chi - \sqrt{\chi^2 - \psi}}{\chi\psi}$$

$$= \frac{0{,}6616}{0{,}9826 . 1{,}0734} = 0{,}627.$$

(Vergl. das Beispiel im vorigen Paragraphen.)

Schottische Turbinen. Die schottische Turbine oder das Reactionsrad mit getrennten Radcanälen (Schwungröhren) ist insofern etwas anders als die Cadiat'sche Turbine zu behandeln, als hier das Wasser wegen der großen Breite der Canäle entweder ganz oder wenigstens größtentheils mit Stoß in das Rad tritt, und insofern auch hier eine viel größere Auswahl in der Form und Größe der Radcanäle möglich ist, als bei den Rädern mit aneinander anliegenden Radcanälen. Namentlich kann man hier den Austrittswinkel δ viel kleiner machen, als bei den letzten Rädern. Wegen der beliebig kleinen Anzahl ihrer Canäle eignen sich die schottischen Turbinen vorzüglich zur Aufnahme einer Wasserkraft mit wenig Wasser und viel Gefälle. §. 266

Die Weite der Einfallsröhre oder des Ausflußreservoirs bestimmt sich zunächst, wenn man höchstens eine Zuflußgeschwindigkeit von 6 Fuß zuläßt, durch die Formel:

$$r_1 = \frac{Q}{\sqrt{6\pi}} = 0{,}23\sqrt{Q}.$$

Den äußeren Halbmeſſer r macht man zwei-, drei- bis viermal ſo groß als r_1, je nachdem die Anzahl der Schwungröhren vier, drei oder zwei iſt. Die Geſchwindigkeiten v, v_1 und c, folglich auch die Querſchnitte F_1 und F_2 ſind wie bei den Turbinen ohne Leitſchaufeln (ſ. vorigen Paragraph) überhaupt zu beſtimmen. Zuletzt folgt die Radhöhe:

$$e = \frac{F}{2\pi r_1},$$

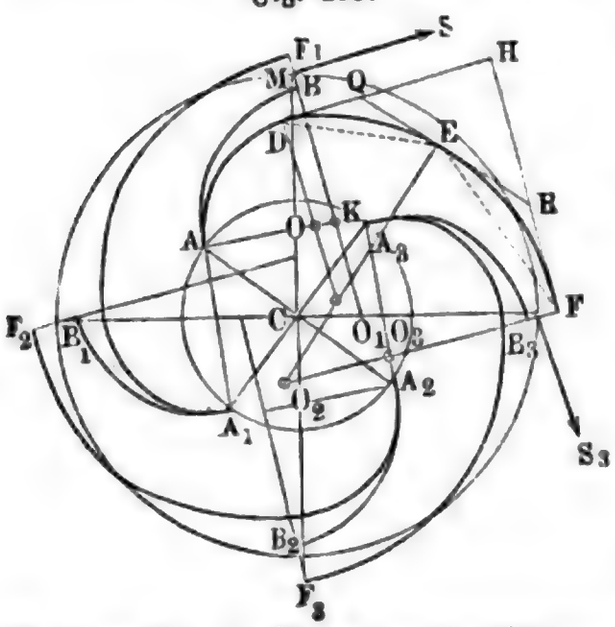
und die äußere Weite der Radcanäle:

$$d = \frac{F_2}{ne}.$$

Jedenfalls iſt aber bei der Beſtimmung der Geſchwindigkeit v der Widerſtandscoefficient ξ beim Eintritt größer als 0,075 zu nehmen, da ein ſchwacher Stoß bei den in ſo ſehr verſchiedenen Richtungen in das Rad eintretenden Strahlen nicht zu vermeiden iſt; wir können vielleicht, ohne einen beträchtlichen Fehler befürchten zu müſſen, $\xi = 0{,}10$ ſetzen. Da auch die Schwungröhren ſehr lang ausfallen, ſo müßte auch ξ_1 viel größer als bei den Radturbinen ausfallen, wenn nicht dieſes ungünſtige Verhältniß durch die größere Weite dieſer Röhren etwas wieder ausgeglichen würde, jedoch möchte ξ_1 mindeſtens $= 0{,}075$ anzunehmen ſein.

Die Schwungröhrenaxe $ADEFK$, Fig. 499, krümmt man in der Regel nach einer archimediſchen Spirallinie, doch kann man ſie auch aus zwei oder drei Kreisbögen wie AD, DE, EF zuſammenſetzen. Zu dieſem Zwecke theilt man den Umfang des Rades in ſo viel gleiche Theile, als das Rad Schwungröhren erhalten ſoll, hier z. B. in vier, und zieht nun aus jedem der Theilpunkte eine Gerade, wie z. B. MS, welche um den Winkel δ von der entſprechenden Tangente oder um $SMC = 90^0 + \delta^0$ vom entſprechenden Halbmeſſer CM abweicht. Ferner trage man rechtwinkelig auf MS von M aus zu beiden Seiten die halbe Mündungsweite $\frac{1}{2} d_1 = MB = MF_1$ auf und beſchreibe, nach der in §. 264 gegebenen Regel, aus einem Mittelpunkte K in der Verlängerung von $F_1 B$ durch B einen Kreisbogen AB, welcher den inneren Radumfang in einem Punkte A unter dem gegebenen Winkel β ſchneidet und in B

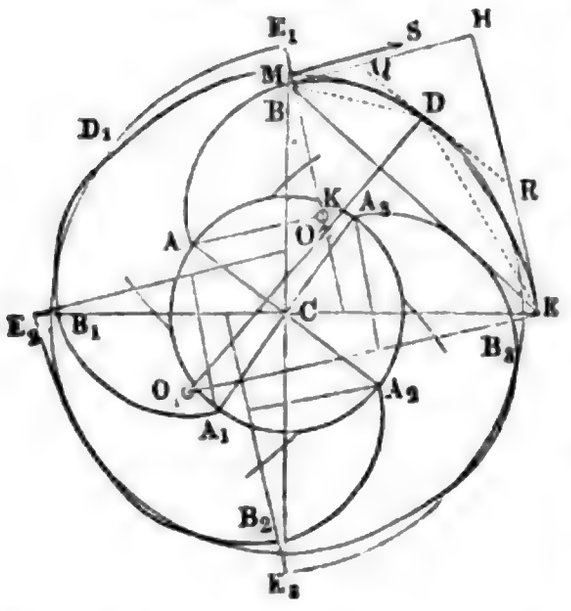
Fig. 499.



parallel zu MS ausläuft. Nach diesem Kreise läßt sich die innere Röhrenwand formen; die äußere Röhrenwand ist aus drei Bögen AD, DE und EF zusammengesetzt, welche sich in D und E tangential an einander anschließen. Der innere Bogen AD hat den kleinsten Halbmesser $OA = OD$, und schneidet, wie AB, den inneren Radumfang unter dem gegebenen Winkel β, der äußere Bogen EF hat den größten Halbmesser $O_1E = O_1F$ und läuft in F, sowie A_3B_3 in B_3 parallel mit der Axe des durch B_3F ausfließenden Wasserstrahles. Durch Construction des Bogens $A_3B_3 = AB$ wird die eine in AA_3 ein- und B_3F ausmündende Schwungröhre vollständig bestimmt, und es ist auch leicht zu ermessen, wie durch Wiederholung der angegebenen Constructionen die übrigen Schwungröhren zu zeichnen sind.

Es ist übrigens auch bei einer sehr kleinen Anzahl von Radcanälen nicht nöthig, getrennte Röhren anzuwenden; man kann auch hier, wie sich aus Fig. 500 ersehen läßt, die Radcanäle ohne Zwischenräume an einander anschließen. In diesem Falle ist der Bogen AB Scheidewand zwischen je zwei Radcanälen, und es schließt sich das äußere Schaufelstück BDE in B tangential an AB an. Die Mittelpunkte O und O_1 der Bögen BD und DE lassen sich einfach auf folgende Weise finden. Man verbinde die gegebenen Endpunkte B und E durch eine gerade Linie mit einander, und ziehe durch diese Punkte die von den Halbmessern CB und CE um die Winkel $CBH = 90° + \delta$ $CEH = 90° - \delta$ abweichenden Linien BH und EH, welche mit BE ein Dreieck BEH bilden. Nun halbire man die Winkel EBH und BEH durch die Geraden BD und ED, ziehe durch D, QR parallel zu BE und DOO_1 rechtwinkelig auf BE, sowie BO rechtwinkelig auf BH und EO_1 rechtwinkelig auf EH; die Durchschnitte O und O_1 zwischen je zwei dieser Perpendikel sind die gesuchten Mittelpunkte der Bögen BD und DE.

Fig. 500.



Die Richtigkeit dieses Verfahrens leuchtet sogleich ein, wenn man erwägt, daß durch die Theilung der Winkel EBH und BEH, und durch das Legen der Parallelen QR die Winkel OBD und ODB, und also auch die Geraden OB und OD einander gleich gemacht, und daß ebenso Gleichheit

zwiſchen den Winkeln $O_1 DE$ und $O_1 ED$, und alſo auch zwiſchen den Linien $O_1 D$ und $O_1 E$ hergeſtellt worden iſt.

Beiſpiel. Es iſt für eine Waſſerkraft von 150 Fuß Gefälle und $1\frac{1}{2}$ Cubikfuß Aufſchlag pr. Secunde die Anordnung und Berechnung einer ſchottiſchen Turbine auszuführen. Zuerſt iſt der innere Radhalbmeſſer:

$$r_1 = 0{,}23\sqrt{Q} = 0{,}23\sqrt{1{,}5} = 0{,}282 \text{ Fuß};$$

nehmen wir indeſſen denſelben $= 0{,}3$ Fuß und die Weite der Einfallröhre $= 0{,}75$ Fuß an; bringen wir ferner nur zwei Schwungröhren in Anwendung und machen wir deshalb den äußeren Radhalbmeſſer $r = 4\,r_1 = 1{,}2$ Fuß; nehmen wir noch $\beta = 150^0$ und $\delta = 10^0$ an, und ſetzen wir $\zeta_1 = \zeta = 0{,}100$, ſo erhalten wir:

$$\psi = 1 - 0{,}1\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 tang.\,\beta^2 = 1 - 0{,}1\,.\,{}^1\!/_{16}\,(tang.\,30^0)^2$$

$$= 1 - 0{,}0021 = 0{,}9979, \text{ und}$$

$$\chi = \frac{\sqrt{1+\zeta_1}}{cos.\,\delta} = \frac{\sqrt{1{,}1}}{cos.\,10^0} = 1{,}0650.$$

Von dem Gefälle $h = 150$ Fuß verbraucht die Reibung des Waſſers in der 0,75 Fuß weiten und vielleicht 200 Fuß langen Einfallröhre nach Band I, §. 427 bis 429, den Theil

$$h_2 = 0{,}0213\,.\,0{,}016\,.\left(\frac{4}{n}\right)^2 \cdot \frac{l\,Q^2}{d^5} = 0{,}0003408\left(\frac{4}{n}\right)^2 \cdot \frac{200\,.\,1{,}5^2}{(0{,}75)^5}$$

$$= 0{,}0003408\,.\,1{,}621 \cdot \frac{200\,.\,256}{27} = 0{,}03408\,.\,1{,}621 \cdot \frac{512}{27} = 1{,}05 \text{ Fuß},$$

daher dürfen wir auch nur das Gefälle

$$h_1 = h - h_2 = 150 - 1{,}05 = 148{,}95 \text{ Fuß}$$

in Rechnung bringen. Für die vortheilhafteſte Geſchwindigkeit v iſt

$$\frac{v^2}{2gh} = \frac{\chi - \sqrt{\chi^2 - \psi}}{2\psi\sqrt{\chi^2 - \psi}} = \frac{1{,}065 - \sqrt{1{,}1342 - 0{,}9979}}{1{,}9958\sqrt{1{,}1342 - 0{,}9979}} = \frac{1{,}065 - \sqrt{0{,}1363}}{1{,}9958\,.\,0{,}3692}$$

$$= \frac{0{,}6958}{0{,}7369} = 0{,}9443,$$

und daher dieſe Geſchwindigkeit ſelbſt:

$$v = \sqrt{0{,}9443}\,.\,\sqrt{2gh} = 0{,}9718\,.\,7{,}906\sqrt{150} = 94{,}10 \text{ Fuß},$$

und es folgen nun die übrigen Geſchwindigkeiten:

$$v_1 = \frac{r_1}{r}\,v = \frac{v}{4} = 23{,}525 \text{ Fuß},$$

$$c = -\,v_1\,tang.\,\beta = 23{,}525\,tang.\,30^0 = 13{,}58 \text{ Fuß}, \text{ ſowie}$$

$$c_2 = \sqrt{\frac{2gh + \psi v^2}{1+\zeta_1}} = \sqrt{\frac{9309 + 8836}{1{,}1}} = \sqrt{\frac{18145}{1{,}1}} = 123{,}43 \text{ Fuß}.$$

Hiernach ſind die nöthigen Mündungsquerſchnitte:

$$F = \frac{Q}{c} = \frac{1{,}5}{13{,}58} = 0{,}11044 \text{ Quadratfuß und}$$

$$F_2 = \frac{Q}{c_2} = \frac{1{,}5}{128{,}43} = 0{,}01168 \text{ Quadratfuß}.$$

Ferner ist die entsprechende Radweite oder Mündungshöhe:

$$e = \frac{F}{2\pi r_1} = \frac{0{,}11044}{0{,}6 \,.\, \pi} = 0{,}05859 \text{ Fuß} = 0{,}703 \text{ Zoll},$$

und die Mündungsweite, da die Anzahl der Mündungen $n = 2$ ist,

$$d = \frac{F_1}{ne} = \frac{0{,}01168}{2 \,.\, 0{,}05859} = 0{,}09967 \text{ Fuß} = 1{,}196 \text{ Zoll}.$$

Das Dimensionsverhältniß $\frac{e}{d}$ ist hiernach nur $\frac{0{,}05859}{0{,}09967} = 0{,}5879$; um dasselbe größer zu machen, müßte man drei oder mehr Schwungröhren in Anwendung bringen.

Der Wirkungsgrad dieses Rades ist ohne Rücksicht auf die Reibungen am Zapfen und in den Einfallröhren:

$$\eta = \frac{\chi - \sqrt{\chi^2 - \psi}}{\psi\chi} = \frac{0{,}6958}{0{,}9979 \,.\, 1{,}0650} = 0{,}6547.$$

Reactionsräder mit radial einmündenden Schwungröhren. §. 267

Bei den Reactionsrädern, wo die Axen der Schwungröhren radial an das Reservoir anstoßen, erleidet das Wasser mit seinem Eintritte in das Rad einen Stoß und einen entsprechenden Arbeitsverlust, und sind diese Röhren auch nicht einmal gekrümmt, sondern tritt das Wasser durch Seitenmündungen aus den Schwungröhren, so findet auch ein Stoß des Wassers gegen die Endflächen der Schwungröhren statt, der einen zweiten Arbeitsverlust zur Folge hat. Da indessen jetzt in der Regel Räder mit gekrümmten Schwungröhren angewendet werden, so wollen wir in Folgendem nur den Verlust beim stoßweisen Eintritte in das Rad in Betracht ziehen. Die Ausflußgeschwindigkeit ist hier bestimmt durch die Formel

$$(1 + \zeta_1)\, c_1^2 = 2gx + c^2 + v^2 - v_1^2,$$

oder, da $2gx + c^2 = 2gh - \zeta c^2$ ist, durch

$$(1 + \zeta_1)\, c_1^2 = 2gh + v^2 \left[1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right] - \zeta c^2;$$

und es folgt hiernach

$$c_1 = \sqrt{\frac{2gh - \zeta c^2 + \left[1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right] v^2}{1 + \zeta_1}}.$$

Die dem Arbeitsverluste des Rades entsprechende Geschwindigkeitshöhe ist, da das Wasser beim Eintritte in das Rad plötzlich noch die Tangentialgeschwindigkeit v_1 annehmen muß,

$$y = (c_2^2 + v^2 - 2\,c_2\,v\cos.\delta + v_1^2 + \xi_1\,c_2^2 + \xi\,c^2)\cdot\frac{1}{2\,g}$$

$$= \left((1+\xi_1)\,c_2^2 + \xi\,c^2 + v^2\left[1+\left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right] - 2\,v\,c_2\cos.\delta\right)\cdot\frac{1}{2\,g}$$

$$= \left(gh + v^2 - v\cos.\delta\sqrt{\frac{2gh - \xi c^2 + \left[1-\left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right]v^2}{1+\xi_1}}\right)\cdot\frac{1}{g},$$

und ſonach folgt die effective Nutzleiſtung

$$L = \left(v\cos.\delta\sqrt{\frac{2gh - \xi c^2 + \left[1-\left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right]v^2}{1+\xi_1}} - v^2\right)\frac{Q\gamma}{g}$$

$$= (v\sqrt{2gh - \xi c^2 + \psi v^2} - \chi v^2)\,\frac{Q\gamma}{\chi g},$$

wenn $1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^3$ durch ψ und $\frac{\sqrt{1+\zeta_1}}{\cos.\delta}$ durch χ bezeichnet wird.

Meiſt iſt ξ ſo klein, daß man

$$L = (v\sqrt{2gh + \psi v^2} - \chi v^2)\,\frac{Q\gamma}{\chi g}$$

und folglich die vortheilhafteſte Geſchwindigkeit, wie oben §. 256,

$$v = \sqrt{\frac{\chi - \sqrt{\chi^2 - \psi}}{\psi\sqrt{\chi^2-\psi}}\cdot gh}$$

ſetzen kann.

Läßt man auch noch ξ_1 außer Acht und nimmt $\delta = 0$ Grad an, ſo erhält man $\chi = 1$, und daher die vortheilhafteſte Radgeſchwindigkeit:

$$v = \sqrt{\frac{1-\sqrt{1-\psi}}{\psi\sqrt{1-\psi}}\cdot gh} = \sqrt{\frac{1-\frac{r_1}{r}}{\left[1-\left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right]\frac{r_1}{r}}\,gh}$$

$$= \sqrt{\frac{gh}{\left(1+\frac{r_1}{r}\right)\frac{r_1}{r}}}.$$

Der Wirkungsgrad iſt im letzteren Falle:

$$\eta = \frac{\chi - \sqrt{\chi^2-\psi}}{\psi\chi} = \frac{1-\frac{r_1}{r}}{1-\left(\frac{r_1}{r}\right)^2} = \frac{1}{1+\frac{r_1}{r}} = \frac{r}{r+r_1},$$

alſo um ſo größer, je länger die Schwungröhren in Beziehung auf die Weite des Zuflußreſervoirs ſind.

Aus v beſtimmt ſich $v_1 = \frac{r_1}{r} v$, ſowie

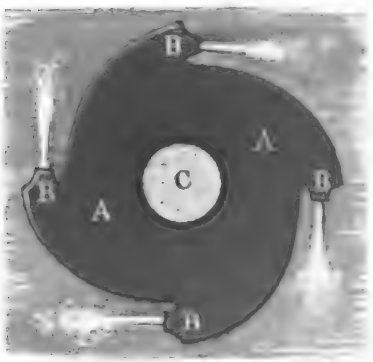
$$c_2 = \sqrt{\frac{2gh - \zeta c^2 + \psi v^2}{1 + \zeta_1}}, \text{ und } F_2 = \frac{Q}{c_2}.$$

Um den Widerſtand beim Eintritte möglichſt klein zu erhalten, macht man $\frac{F_2}{F}$ klein, alſo F groß; am beſten aber ſo groß, daß die Geſchwindigkeit c beim Eintritte in den beweglichen Radkörper nicht größer ausfällt, als die des zufließenden Waſſers; und um dies zu erreichen, macht man den ringförmigen Querſchnitt der Eintrittsmündung gleich dem Querſchnitte des Zuleitungsrohres, d. i. $2\pi r_1 e = \pi r_1^2$, alſo die Radhöhe $e =$ dem halben Halbmeſſer des Reſervoirs. Endlich ergiebt ſich hieraus noch die Weite der Ausmündungen des Rades:

$$d = \frac{F_2}{ne}.$$

Wenn man, wie in Fig. 501, ſtatt der getrennten Schwungröhren einen einzigen Schwungring AA anbringt, und das Waſſer durch gut abgerundete conoidiſche Mundſtücke $B, B \ldots$ ausfließen läßt, ſo fallen die hydrauliſchen Hinderniſſe im Rade ſehr klein aus, da die Bewegung des Waſſers in dem Rade, namentlich, wenn man dieſes hoch macht, ſehr klein iſt, und es bleibt dann vorzüglich nur der in dieſem Paragraphen in Betracht gezogene Arbeitsverluſt beim Uebertritt des Waſſers aus der Kernröhre C in das Rad übrig. Der Wirkungsgrad eines ſolchen höchſt einfachen Rades kann ſicherlich auch auf $^2/_3$ geſteigert werden.

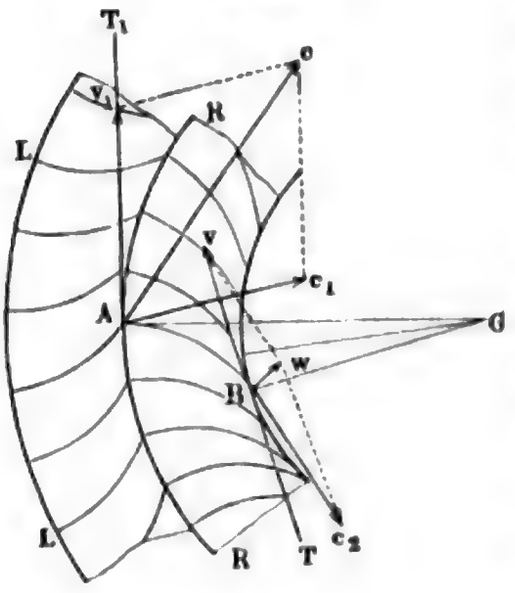
Fig. 501.



Turbinen mit äusserer Beaufschlagung. Die Reactionsturbinen (von Francis) mit äußerer Beaufſchlagung ſ. Fig. 489 und Fig. 490, Seite 580 und 581, ſind im Weſentlichen genau ſo zu beurtheilen wie die Reactionsturbinen (von Fourneyron) mit innerer Beaufſchlagung. Es findet zwiſchen dieſen Turbinen daſſelbe Verhältniß ſtatt, wie zwiſchen den Tangentialrädern mit innerer und äußerer Beaufſchlagung, ſ. §. 235 und §. 236. Wenn wir, wie dort, den Halbmeſſer desjenigen Radumfanges, wo das Waſſer eintritt, durch r_1, und denjenigen, wo daſſelbe aus dem Rade §. 268

austritt, durch r, ſowie, dieſem entſprechend, die Umdrehungsgeſchwindigkeit des erſteren durch v_1 und die des letzteren durch v bezeichnen, ſo ſind die für die Turbinen mit innerer Beaufſchlagung entwickelten Formeln und Regeln auch auf die mit äußerer Beaufſchlagung ohne Weiteres anwendbar. Wird bei einer Turbine mit äußerer Beaufſchlagung das Waſſer durch den Leitſchaufelapparat LL, Fig. 502, dem Rade RR mit der Geſchwindigkeit c ſo zugeführt, daß die Richtung deſſelben um den Winkel $\overline{cAv_1} = \alpha$ von dem mit der Geſchwindigkeit v_1 umlaufenden Radumfang abweicht, ſo iſt (vergl. §. 250) für die relative Eintrittsgeſchwindigkeit c_1,

Fig. 502.



$$c_1^2 = c^2 + v_1^2 - 2cv_1 \cos.\alpha,$$

und iſt δ der Winkel TBc_2, unter welchem ſich die Radſchaufeln an den inneren Radumfang anſchließen, ſo hat man für die relative Austrittsgeſchwindigkeit $\overline{Bc_2} = c_2$, da bei der Bewegung von A nach B, durch die Centrifugalkraft das Arbeitsvermögen $\left(\frac{v_1^2 - v^2}{2g}\right) Q\gamma$ verloren geht,

$$(1 + \xi_1)\,\frac{c_2^2}{2g} = x - h_2 + \frac{c_1^2}{2g} - \frac{v_1^2 - v^2}{2g}$$

$$= x - h_2 + \frac{c^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} - \frac{2cv_1 \cos.\alpha}{2g},$$

oder, wenn man

$$(1 + \xi)\,\frac{c^2}{2g} = h_1 - x,$$

und $h_1 + h_2 = h$ einführt,

$$(1 + \xi_1)\,c_2^2 = 2gh + v^2 - 2cv_1 \cos.\alpha - \xi c^2,$$

genau wie für die Turbinen mit innerer Beaufſchlagung. Die im Obigen gefundene innere Radgeſchwindigkeit iſt natürlich hier bei den Turbinen mit äußerer Beaufſchlagung die äußere Radgeſchwindigkeit, nämlich

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{2\sin.\beta\,\cos.\alpha}{\sin.(\beta - \alpha)} + \xi\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta - \alpha)}\right)^2 + \xi_1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}.$$

Da nun hier $\frac{r}{r_1}$ ein echter, bei der Turbine mit innerer Beaufſchlagung aber ein unechter Bruch iſt, ſo folgt, daß unter übrigens gleichen Umſtänden und Verhältniſſen, die vortheilhafteſte äußere Radgeſchwindigkeit bei Turbinen

mit äußerer Beaufſchlagung ein wenig größer ausfällt als die innere Radgeſchwindigkeit bei Turbinen mit innerer Beaufſchlagung. Jedenfalls iſt aber die Geſchwindigkeitsdifferenz klein genug, daß wir näherungsweiſe annehmen dürfen, dieſe Geſchwindigkeiten ſind einander gleich. Nun verhalten ſich aber bei gleichen Geſchwindigkeiten die Umdrehungszahlen umgekehrt wie die entſprechenden Halbmeſſer r und r_1; iſt folglich u die Umdrehungszahl einer Turbine mit innerer ſowie u_1 die einer ſolchen mit äußerer Beaufſchlagung, und ν das Verhältniß des äußeren Radhalbmeſſers zum inneren, ſo hat man

$$\frac{u_1}{u} = \frac{1}{\nu}, \text{ daher } u_1 = \frac{u}{\nu}.$$

Es macht alſo bei den gemachten Vorausſetzungen eine Turbine mit äußerer Beaufſchlagung weniger Umdrehungen als eine ſolche mit innerer Beaufſchlagung. Da auch dem Vorſtehenden zufolge, $c_2 = v$ bei den erſteren Turbinen kleiner iſt als bei den letzteren, ſo fallen auch die hydrauliſchen Widerſtände bei jenen kleiner aus als bei dieſen. Dieſer Vorzug wird aber dadurch wieder aufgehoben, daß, wie die Formel

$$\sin.\delta = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{\sin.\alpha \sin.\beta}{\sin.(\beta - \alpha)}$$

nachweiſt, die Turbinen mit äußerer Beaufſchlagung einen größeren Austrittswinkel erfordern als die mit innerer Beaufſchlagung, und folglich auch in der lebendigen Kraft des abfließenden Waſſers mehr Arbeitsvermögen verlieren als die letzteren, wie auch aus der Formel für den Wirkungsgrad η, §. 260 zu erſehen iſt.

Beiſpiel. Es ſei für ein Gefälle $h = 5$ Fuß und für $Q = 30$ Cubikfuß (vergl. Beiſpiel §. 264) die Reactionsturbine mit äußerer Beaufſchlagung anzuordnen und zu berechnen. Wollten wir, wie in dem angeführten Beiſpiele $\alpha = 30^0$, $\beta = 100^0$ und $\nu = \frac{r}{r_1} = \frac{1}{1{,}35}$ in Anwendung bringen, ſo würden wir für δ den übermäßigen Werth von $72^3/_4$ Grad erhalten. Machen wir hier deshalb

1) $\alpha = 20^0$,

2) $\beta = 60^0$,

und

3) $\nu = 4/5 = 0{,}8$,

ſo erhalten wir:

$$\sin.\delta = \frac{\sin.\alpha \sin.\beta}{\nu^2 \sin.(\beta - \alpha)} = \frac{\sin.20^0 \sin.60^0}{0{,}64 \sin.40^0} = 0{,}7200,$$

und hiernach

4) $\delta = 46^0\,3'$.

Nehmen wir nun den äußeren Radhalbmeſſer

5) $r_1 = 2{,}45$ Fuß

an, ſo iſt der erforderliche innere Radhalbmeſſer:

6) $r = \nu . r_1 = 0{,}8 . 2{,}45 = 1{,}96$ Fuß.

Ohne Rückſicht auf Nebenhinderniſſe wäre die erforderliche äußere Radgeſchwindigkeit

$$v_1 = \sqrt{gh\,(1 - tang.\,\alpha\,cotang.\,\beta)} = \sqrt{31{,}25\;5\,(1 - tang.\,20^0\;cotang.\,60^0)}$$
$$= \sqrt{156{,}25\,.\,0{,}78986} = 11{,}11 \text{ Fuß},$$

mit Rückſicht auf dieſe Hinderniſſe folgt dagegen, wenn man die Widerſtandscoefficienten $\zeta = \zeta_1 = 0{,}075$ ſetzt,

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{2\,sin.\,\beta\,cos.\,\alpha}{sin.\,(\beta-\alpha)} + \zeta\left[\left(\frac{sin.\,\beta}{sin.\,(\beta-\alpha)}\right)^2 + \nu^2\right]}}$$
$$= \sqrt{\frac{312{,}5}{\frac{2\,sin.\,60^0\,cos.\,20^0}{sin.\,40} + 0{,}075\left[\left(\frac{sin.\,60}{sin.\,40}\right)^2 + 0{,}64\right]}},$$

d. i.:

$$7)\quad v_1 = \sqrt{\frac{312{,}5}{2{,}5321 + 0{,}075\,.\,2{,}455}} = \sqrt{\frac{312{,}5}{2{,}7162}} = 10{,}726 \text{ Fuß}.$$

Die innere Radgeſchwindigkeit iſt nun

$$8)\quad v = \nu\,.\,v_1 = 0{,}8\,.\,10{,}726 = 8{,}581 \text{ Fuß}.$$

Die Geſchwindigkeit des Waſſers vor ſeinem Eintritt in das Rad iſt:

$$9)\quad c = \frac{v_1\,sin.\,\beta}{sin.\,(\beta-\alpha)} = \frac{10{,}726\,sin.\,60^0}{sin.\,40^0} = 14{,}451 \text{ Fuß},$$

und die relative Geſchwindigkeit des eintretenden Waſſers:

$$10)\quad c_1 = \frac{v_1\,sin.\,\alpha}{sin.\,(\beta-\alpha)} = \frac{10{,}726\,sin.\,20^0}{sin.\,40} = 5{,}694 \text{ Fuß}.$$

Hieraus folgt die abſolute Austrittsgeſchwindigkeit

$$11)\quad w = 2\,v\,sin.\,\frac{\delta}{2} = 2\,.\,8{,}581\,sin.\,23^0\,1\tfrac{1}{2}' = 6{,}712 \text{ Fuß}.$$

Ferner die Umdrehungszahl des Rades pr. Minute:

$$12)\quad u = 9{,}55\,\frac{v_1}{r_1} = 9{,}55\cdot\frac{10{,}726}{2{,}45} = 41{,}81.$$

Die Querſchnitte der Ausmündungen ſind:

$$13)\quad F = \frac{Q}{c} = \frac{30}{14{,}451} = 2{,}076 \text{ Quadratfuß}$$

und

$$14)\quad F_2 = \frac{Q}{c_2} = \frac{Q}{v} = \frac{30}{8{,}581} = 3{,}496 \text{ Quadratfuß}.$$

Nimmt man das Dimenſionsverhältniß $\lambda = \frac{e}{d} = 2$ und die Metallſtärke einer Radſchaufel, $s = 3$ Linien $= 0{,}02$ Fuß an, ſo erhält man, da

$$2\,\pi\,r\,sin.\,\delta = 2\,\pi\,.\,1{,}96\,sin.\,46^0\,3' = 8{,}866 \text{ iſt},$$

die innere Radhöhe:

$$15)\quad e = \frac{F_2}{2\,\pi\,r\,sin.\,\delta} + \lambda s = \frac{3{,}496}{8{,}866} + 2\,.\,0{,}02 = 0{,}3943 + 0{,}04$$
$$= 0{,}4343 \text{ Fuß} = 5{,}212 \text{ Zoll};$$

ferner die Weite der Radcanäle bei der Ausmündung:

$$16)\quad d = \frac{e}{\lambda} = \frac{5{,}212}{2} = 2{,}606 \text{ Zoll},$$

die Anzahl der Radſchaufeln:

$$17)\quad n = \frac{\lambda F_2}{e^2} = \frac{2\,.\,3{,}496}{(0{,}4343)^2} = 37,$$

und die der Leitſchaufeln:

$$18)\quad n_1 = \frac{n \sin.\,\alpha}{\nu \sin.\,\delta} = \frac{37 \sin.\,20^0}{0{,}8 \sin.\,46^0\,3'} = \frac{37\,.\,0{,}342}{0{,}8\,.\,0{,}720} = 22.$$

Francis macht die Anzahl der Leitſchaufeln gleich der der Radſchaufeln, und zwar $n = n_1 = 40$.

Die Leiſtung dieſer Turbine iſt:

$$\begin{aligned} L_1 &= \left(1 - \frac{\zeta\,(c^2 + v^2) + w^2}{2\,g\,h}\right) Q h \gamma \\ &= \left(1 - \frac{0{,}016}{5}\,[0{,}075\,(14{,}451^2 + 8{,}581^2) + 6{,}712^2]\right) . 9262{,}5 \\ &= [1 - 0{,}0032\,(0{,}075\,.\,281{,}46 + 45{,}05)]\,.\,9262{,}5 \\ &= (1 - 0{,}0032\,.\,66{,}16)\,.\,9262{,}5 = (1 - 0{,}2116)\,.\,9262{,}5 \\ &= 0{,}7884\,.\,9262{,}5 = 7302 \text{ Fuß}, \end{aligned}$$

alſo etwas kleiner als die Leiſtung der Turbine mit innerer Beaufſchlagung, im Beiſpiel zu §. 264.

Turbinenwelle. Bei Anordnung einer Turbine für eine gegebene Waſſerkraft hat man außer den Hauptdimenſionen auch noch einige Hauptſtärken zu berechnen. Namentlich iſt die Stärke der Turbinenwelle und die ihres Zapfens, ferner die Wandſtärke des Schützenreſervoirs u. ſ. w. nach den Regeln der Feſtigkeitslehre zu beſtimmen. §. 269

Die Stärke der Turbinenwelle iſt aus der Leiſtung und der Umdrehungszahl der Maſchine, den Regeln der Torſionsfeſtigkeit entſprechend, zu beſtimmen. Die für horizontale Waſſerradwellen (§. 191) entwickelte Formel

$$d = 0{,}361 \sqrt[3]{Pa} = 6 \sqrt[3]{\frac{L}{u}} \text{ Zoll},$$

wo P die Umdrehungskraft der Maſchine in Pfund, L die Leiſtung derſelben in Pferdekräften, a den Radhalbmeſſer r in Fuß, ſowie u die Umdrehungszahl pr. Minute bezeichnen, findet hier ihre unmittelbare Anwendung.

Die Stärke d_1 des Zapfens der ſtehenden Welle macht man gewöhnlich $^2/_3\,d$ bis $^3/_4\,d$, wiewohl ſie nach den gewöhnlichen Regeln der Feſtigkeitslehre kleiner ſein könnte. Nimmt man den zuläſſigen Druck pr. Quadratzoll Querſchnittsfläche 1500 Pfund an, ſo iſt bei dem Gewichte G der armirten Turbinenwelle:

$$1500\,\frac{\pi d_1^2}{4} = G,$$

und daher:

$$d_1 = \sqrt{\frac{G}{375\,\pi}} = 0{,}02913\,\sqrt{G},$$

wofür wir

$$d_1 = 0{,}03\,\sqrt{G}\ \text{Zoll}$$

ſetzen wollen.

Dieſe Formel gilt jedoch nur für langſam umgehende ſtehende Wellen, z. B. für Göpel; den viel ſchneller umlaufenden Turbinenzapfen iſt wegen der größeren Wärmeentwickelung eine größere Stärke zu geben. Hier iſt es nöthig, die Stärke mit der Umdrehungszahl u wachſen zu laſſen, und ziemlich angemeſſen

$$d_1 = 0{,}03\,\sqrt{(1 + 0{,}01\,u)\,G}$$

zu ſetzen, wobei u die Umdrehungszahl der Turbinenwelle bezeichnet.

Die Wellenköpfe oder diejenigen Theile der Turbinenwelle, wo der Radteller und wo das Transmiſſionsrad aufſitzen, ſind wegen der Schwächung durch die Spur für einen Keil ſtärker zu machen, als die übrige Welle. Gewöhnlich macht man die Stärke dieſer Köpfe $= {}^5/_4\,d$ und die Wanddicke der Hülſen, womit ſowohl der Radteller als auch das Transmiſſionsrad auf den Wellenköpfen aufſitzen, $= {}^1/_3\,d$; es iſt alſo hiernach der äußere Durchmeſſer einer ſolchen Hülſe:

$$d_2 = {}^5/_4\,d + 2\,.\,{}^1/_3\,d = {}^{23}/_{12}\,d.$$

Der Radteller muß eine dem Kraftmomente Pa der Turbine entſprechende Stärke beſitzen. Iſt s die Stärke dieſes Tellers an der Welle, wo er an ſeiner Hülſe anſitzt, ſo hat man den Inhalt der cylindriſchen Fläche, womit er mit der Hülſe zuſammenhängt: $\pi\,d_2\,s$, und bezeichnet, wie gewöhnlich, K den Feſtigkeitsmodul, ſo hat man die Kraft zum Abdrehen des Tellers von ſeiner Hülſe, $= \pi\,d_2\,s\,K$ und folglich das Moment deſſelben:

$$Pa = \pi\,d_2\,s\,K\,\frac{d_2}{2} = {}^1/_2\,\pi\,d_2^2\,s\,K.$$

Führt man für K den Sicherheitsmodul $T = 1800$ Pfund ein (ſ. Bd. I, §. 264), ſo erhält man die geſuchte Tellerſtärke:

$$s = \frac{Pa}{900\,\pi\,d_2^2},$$

oder, da

$$Pa = 12\,.\,4584\,\frac{L}{u}\ \text{Zollpfund}$$

iſt, (ſ. §. 191)

$$s = 19{,}2\,\frac{L}{u\,d_2^2} = 5{,}23\,\frac{L}{u\,d^2}.$$

In der Praxis macht man, um dem Teller die nöthige Steifigkeit zu geben, dieſe Stärke viel größer als dieſer Ausdruck angiebt, und zwar gleich der Stärke des Bodentellers. Letztere läßt ſich wie folgt berechnen.

Denken wir uns dieſen Teller maſſiv, und nehmen wir an, daß derſelbe durch den Druck des darüber ſtehenden Waſſers längs ſeines Durchmeſſers $2r_1$ in zwei Hälften zertheilt werde. Bei der Druckhöhe h, iſt die drückende Kraft auf jede Hälfte:

$$P = {}^1/_2 \pi r_1^2 h \gamma,$$

und, da der Schwerpunkt eines Halbkreiſes um

$$y = \frac{4 r_1}{3 \pi}$$

vom Mittelpunkte abweicht, (ſ. Band I, §. 113) das Moment dieſer Kraft:

$$Py = {}^1/_2 \pi r_1^2 h \gamma \cdot \frac{4 r_1}{3 \pi} = {}^2/_3 r_1^3 h \gamma.$$

Dieſes Moment iſt aber auch, der Theorie der relativen Feſtigkeit zufolge, da $2r_1$ die Breite und s die Höhe der Bruchfläche ausdrücken (ſ. Band I, §. 236):

$$Py = \frac{2 r_1 . s^2 T}{6};$$

ſetzen wir daher beide Ausdrücke einander gleich, ſo erhalten wir folgende Formel zur Beſtimmung der Tellerſtärke:

$$\frac{2 r_1 s^2 T}{6} = {}^2/_3 r_1^3 h \gamma \quad \text{oder} \quad s^2 = \frac{2 r_1^2 h \gamma}{T}.$$

Führen wir nun noch $\gamma = 61{,}75$ und $T = 7000$ Pfund ein, ſo erhalten wir die geſuchte Tellerſtärke:

$$s = r_1 \sqrt{\frac{2 . 61{,}75 h}{7000}} = r_1 \sqrt{0{,}01764 h} = 0{,}132 r_1 \sqrt{h} \text{ Zoll},$$

wobei r_1 und h in Fußen auszudrücken ſind.

Der nöthigen Steifigkeit wegen ſetzt man (ſ. Band I, §. 363) noch 0,33 Zoll zu, nimmt alſo:

$$s = 0{,}12 r_1 \sqrt{h} + 0{,}33 \text{ Zoll an.}$$

Beiſpiel. Für die im Beiſpiel zu §. 264 berechnete Turbine iſt, da hier die Leiſtung $L = 16$ Pferdekräfte und die Umdrehungszahl $u = 65$ geſetzt werden kann, die erforderliche Wellenſtärke:

$$d = 6 \sqrt[3]{\frac{L}{u}} = 6 \sqrt[3]{\frac{16}{65}} = 6 . 0{,}63 = 3{,}80,$$

wofür $= 4$ Zoll zu nehmen ſein möchte.

Wäre das Gewicht der armirten Turbinenwelle $G = 3600$ Pfund, ſo würde nach der oben angegebenen Formel, die nöthige Zapfenſtärke

$$d_1 = 0{,}03 \sqrt{(1 + 0{,}01 . 65)\, 3600} = 1{,}8 \sqrt{1{,}65} = 2{,}28 \text{ Zoll}$$

betragen, wofür aber $d_1 = 2{,}5$ Zoll zu ſetzen ſein möchte.

Die erforderliche Stärke des Bodens ſowie auch die des Radtellers iſt:

$$s = 0{,}12 . 1{,}8 \sqrt{5} + 0{,}33 = 0{,}216 . 2{,}24 + 0{,}33 = 0{,}81 \text{ Zoll.}$$

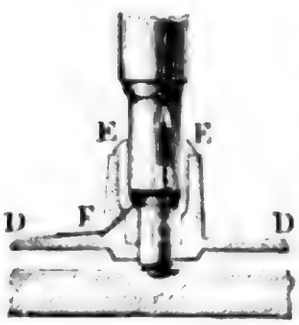
§. 270 **Zapfenlager der Turbinen.** Ein ſehr wichtiger Theil einer Turbine iſt der Zapfen und die Lagerung deſſelben. Das oft beträchtliche Gewicht der Turbine und die große Umdrehungsgeſchwindigkeit derſelben erzeugen an der Baſis des Zapfens oder Stiftes ein ſo großes Reibungsmoment, daß ein ſehr ſchnelles Abführen deſſelben eintritt, wenn derſelbe nicht mit der größten Sorgfalt geölt wird. Es haben deshalb auch die meiſten Turbinenconſtructeure immer beſonders ihr Augenmerk auf die Herſtellung dauerhafter Turbinenſtifte verwendet. Wenn man beobachtet, daß die Turbinenſtifte viel eher abgeführt werden, als die Zapfen anderer ſtehender Wellen, ſo hat dieſe Abweichung theils in der mit der großen Umdrehungsgeſchwindigkeit verbundenen Erhitzung des Stiftes und theils in dem unvollkommenen und durch den Zutritt des Waſſers erſchwerten Schmieren oder Oelen ihren Grund. Um dieſem Uebelſtande ſo viel wie möglich zu begegnen, hat man die Turbinen möglichſt leicht und vorzüglich ihre Welle nicht unnöthig lang zu machen, ferner die ſich reibenden Flächen möglichſt groß, alſo den Stift ſehr dick (in der Regel nur wenig ſchwächer als die Welle ſelbſt) zu machen, ferner den Zutritt des Waſſers zwiſchen den Reibungsflächen möglichſt zu verhindern, und endlich einen ununterbrochenen Strom von Oliven- oder beſſer, Nußöl, zwiſchen die Berührungs- oder Reibungsflächen durchzuleiten.

Außer der Unterſtützung am Stifte oder unteren Zapfen iſt natürlich auch noch eine Lagerung am oberen Ende der Welle oder in der Nähe deſſelben anzubringen.

Eine ſehr einfache, jedoch nur bei wenig Druck anwendbare Zapfenlagerung zeigt Fig. 484, Seite 573. Es ruht hier der Zapfen C in einer Pfanne von Rothguß, die innerhalb eines auf der Radſtubenſohle aufgeſchraubten Pfannenträgers durch Stellkeile LS nach Bedürfniß gehoben oder geſenkt werden kann. Das Oel wird durch ein Rohr R zugeführt, welches neben den Stellkeilen durch den Boden der Pfanne geht.

Die Einrichtung eines Zapfens nach Cadiat führt Fig. 503 vor Augen.

Fig. 503.

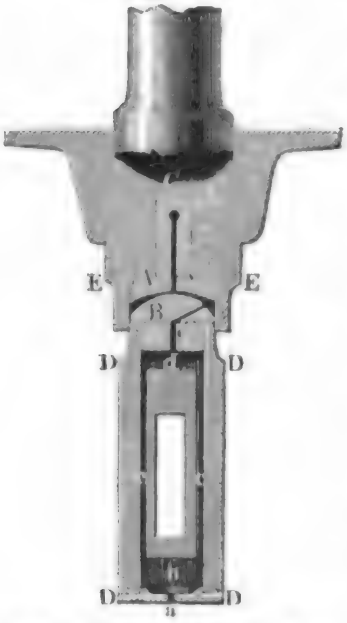


A iſt der Fuß der ſtehenden Welle, B iſt ein gehärteter Stahlſtift, welcher entweder durch eine Schraube, oder durch Rippen mit A feſt verbunden wird; C iſt das Lager deſſelben, welches ebenfalls aus hartem Stahle beſteht, $DEED$ iſt das auf der Sohle feſt aufſitzende Lagergehäuſe aus Gußeiſen, EE iſt die meſſingene Lagerſchale, welche die Welle ſeitlich unterſtützt, und den Zutritt des Waſſers zum Zapfen verhindert, F ein Rohr, durch welches das Oel in den zwiſchen B und E befindlichen leeren Raum geführt wird, endlich ſtellt G den Hebel oder Stellkeil zum Heben oder Senken der Turbine vor.

Am complicirteſten iſt der Lagerungs- und Schmierapparat von Four-

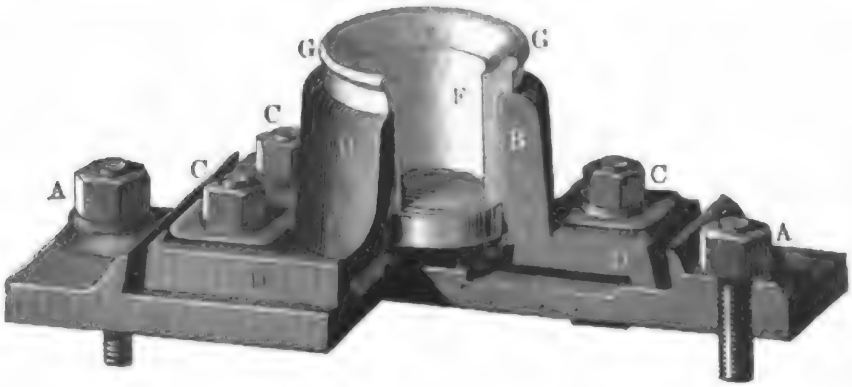
neyron. Die allgemeine Einrichtung deſſelben iſt aus Fig. 486 zu erſehen, zur Kenntnißnahme der ſpeciellen Einrichtung wird aber Fig. 504 dienen. Aus Fig. 486 iſt wenigſtens zu entnehmen, wie das Zapfenlager Z auf einem um O drehbaren Hebel OR aufruht, und wie derſelbe durch eine Zugſtange RS mittels einer Schraube S gehoben oder geſenkt werden kann. Auch ſieht man in U noch das Rohr zum Zuführen des Oeles. Der lebhafteren Circulation des Oeles wegen iſt es gut, wenn die Einmündung des Rohres möglichſt hoch, mindeſtens aber über dem Spiegel des Oberwaſſers ſteht. Die ſich reibenden Theile A und B, Fig. 504, beſtehen aus gehärtetem Stahl. Der obere Theil A iſt mit der Welle C feſt verbunden, der Untertheil B hingegen ſitzt in einem Gehäuſe DD feſt, welches in dem Zapfenſtänder Z mittels des Hebels OR, Fig. 486, auf- oder niedergeſchoben werden kann. Des ſicheren Standes wegen iſt die Grundfläche A, Fig. 504, in Form eines Kugelſegmentes ausgehöhlt und die Kopffläche von B ebenſo gewölbt, auch werden beide noch durch einen Metallmantel EE umgeben, der überdies noch den Zweck hat, das Oel zwiſchen den Reibungsflächen zurückzuhalten. Das durch ein Rohr zugeleitete Oel tritt bei a in den hohlen Raum b, von da durch die Canäle c, c in den Raum d. Aus dieſem fließt es durch drei von unten ſenkrecht und von oben ſchief auslaufende Canäle ef... am Umfange des Stahllagers in die Höhe bis zu den Reibungsflächen, wo ihm durch drei radiallaufende Furchen hinreichende Gelegenheit zur Ausbreitung gegeben wird. Endlich geht noch von der Mitte dieſer Flächen aus eine Bohrung gh in die Welle hinein, durch welche das Oel nach außen abfließen und in Circulation erhalten werden kann.

Fig. 504.



Ein vollſtändiges feſtes Zapfenlager iſt in Fig. 505 abgebildet. AA iſt

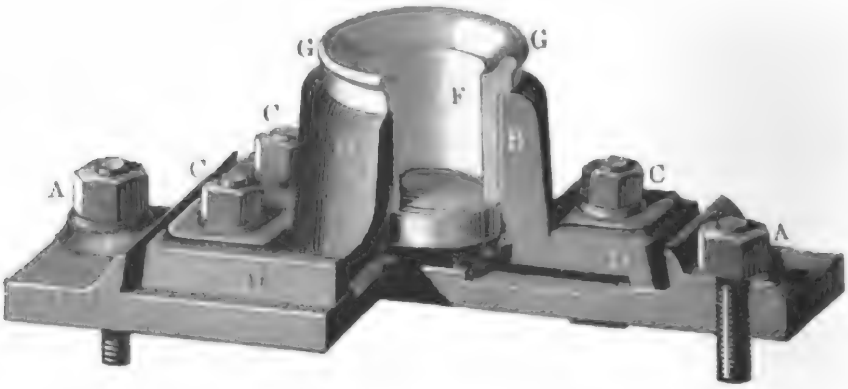
Fig. 505.



Digitized by Google

die durch zwei Schraubenbolzen A, A aufgeſchraubte Sohlplatte, BB iſt das Lagergehäuſe mit ſeiner durch vier Schraubenbolzen $C, C \ldots$ auf die

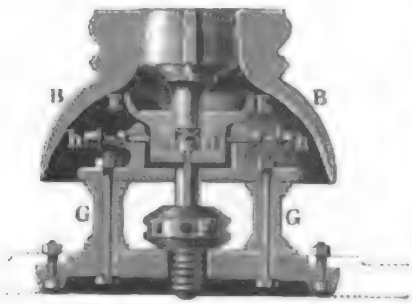
Fig. 506.



Sohlplatte befeſtigten Fußplatte DD. Im Inneren des Lagergehäuſes liegt die mit einer kreisrunden Schmierrinne verſehene und durch einen Stift a auf der Fußplatte feſtgehaltene Spurplatte E aus Bronze oder Stahl, und darüber ſitzt die meſſingene cylindriſche Lagerſchale oder Büchſe FG, welche den ſtehenden Zapfen der Turbine umgiebt. Wenn die Turbine in freier Luft umläuft, ſo kann die Schmiere aus dem Behälter GG durch verticale Rinnen nach der Rinne in der Spurplatte geführt werden, ſteht aber das Zapfenlager unter Waſſer, ſo muß man das Schmieröl durch beſondere Röhrchen und Seitencanäle in $BB \ldots$ dem Zapfen zuführen und von demſelben ableiten.

Um das Waſſer von einem Turbinenzapfen ganz abzuhalten, kann man die ſogenannte atmoſphäriſche Schmierung von Laurent in Anwendung bringen. Das Weſentliche derſelben beſteht darin, daß man eine Taucherglocke an dem Fuße der Turbinenwelle befeſtigt, welche den Turbinenzapfen umgiebt; die in dieſer Glocke eingeſchloſſene Luft verhindert den Zutritt des Waſſers zu dem Inneren des Zapfenlagers. Die Einrichtung eines Zapfenlagers mit atmoſphäriſcher Schmierung iſt aus Fig. 507 zu erſehen.

Fig. 507.



Es iſt A der Turbinenzapfen und BB die Taucherglocke, ferner c die ſtählerne Spurplatte und d die den Zapfen umgebende Zapfenbüchſe. Letztere befinden ſich in dem Lagergehäuſe, welches ſich oben in eine mit Schmieröl anzufüllende Schaale EE endigt. Dieſes Lagergehäuſe ruht mittels der Stellſchraube F auf einem gußeiſernen Stuhl GG und läßt

ſich nicht allein durch dieſe Schraube nach Bedürfniß heben und ſenken, ſondern auch durch andere Seitenſchrauben h, h in horizontaler Richtung einſtellen.

Man ſchützt auch die Turbinenzapfen vor dem Zutritt des Waſſers dadurch, daß man die Turbinenwelle aufhängt. Eine ſolche Aufhängung haben wir ſchon oben in §. 249, Fig. 488, an einer Turbine mit äußerer Beaufſchlagung kennen gelernt, und eine andere Aufhängungsweiſe wird bei den Fontaine'ſchen Turbinen angewendet, wovon erſt weiter unten die Rede ſein kann.

Anmerkung. Hierher gehört auch die von Girard empfohlene Anwendung des Waſſerdruckes zur Verminderung der Zapfenreibung. Siehe „Note sur les éxperiences de surfaces glissantes et sur leurs applications aux pivots des arbres verticaux, in Comptes rendues de l'Academie des Sciences à Paris, T. 55. Auch Dingler's polytechn. Journal, Bd. 167.

Vergleichung der Turbinen. Aus einer Vergleichung der Turbinen von Fourneyron, Cadiat und Whitelaw unter einander geht Folgendes hervor. Jedenfalls iſt die Turbine mit Leitſchaufelapparat die mechaniſch vollkommnere Conſtruction, da durch dieſelbe dem Waſſer beinahe alles Arbeitsvermögen (durch Gleichmachung von c_2 und v) entzogen werden kann, was bei den Turbinen ohne dieſen Apparat nicht möglich iſt. Mit Berückſichtigung aller Nebenverhältniſſe erfordern alle drei Turbinen ziemlich eine und dieſelbe Radgeſchwindigkeit, nämlich §. 271

$$v = 0{,}7\sqrt{2gh} \text{ bis } \sqrt{2gh},$$

um die Maximalgleichung hervorzubringen; nur ſind dieſe Maximalleiſtungen verſchieden, nämlich bei den Fourneyron'ſchen Turbinen circa 0,75, bei den Cadiat'ſchen Turbinen 0,65 und bei den Whitelaw'ſchen Turbinen nur 0,50 bis 0,60 Procent der Totalleiſtung. Dieſe Verhältniſſe verändern ſich jedoch mit der Größe des Aufſchlages; während bei einer Whithelaw'ſchen Turbine durch eine Veränderung der Ausmündungen der Wirkungsgrad ſich nicht weſentlich ändert, fällt derſelbe bei den übrigen Turbinen bedeutend kleiner aus, ſowie die Schütze bei einem ſchwächeren Aufſchlage tiefer geſtellt wird. Uebrigens findet zwiſchen den übrigen Turbinen noch der Unterſchied ſtatt, daß bei einer äußeren Schütze der Ausfluß ſtets voll bleibt, bei einer inneren Schütze aber, wenn dieſelbe ungefähr die halbe Radhöhe bedeckt, die Radcanäle von dem Waſſer nicht vollſtändig gefüllt werden.

Was den Waſſerverluſt anlangt, welcher durch die ringförmigen Spalten zwiſchen Rad und Schütze u. ſ. w. erfolgt, ſo iſt dieſer bei den Fourneyron'ſchen Turbinen am kleinſten, größer bei den Whitelaw'ſchen und noch größer bei den Cadiat'ſchen Turbinen, weil der innere Waſſerdruck bei den

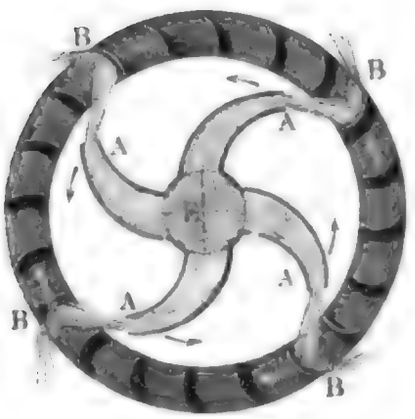
erſteren Turbinen, zumal bei beſſeren Conſtructionen, den Atmoſphärendruck nicht viel übertrifft, bei den letzteren Turbinen dieſer Druck aber in der Regel ziemlich groß iſt, und dieſe Räder ohnedies eine Spalte (bei der Schütze) noch mehr haben, als die anderen Turbinen. Uebrigens ſind die Turbinen ohne Leitſchaufelapparat, und zumal die Whitelaw'ſchen, jedenfalls einfacher und leichter vortheilhaft zu conſtruiren, als die Fourneyron'ſchen Turbinen mit Leitſchaufeln, die überdies noch durch fremdartige Körper, welche durch das Aufſchlagwaſſer zugeführt werden, in ihrer vortheilhaften Nutzleiſtung mehr geſtört werden können, als die erſteren Räder.

Im Allgemeinen läßt ſich behaupten, daß die Turbinen von Fourneyron und Cadiat vorzüglich zur Benutzung von kleinen oder mittleren Gefällen (unter 30 Fuß) und von großen Aufſchlagmengen, die Schottiſchen Turbinen aber mehr zur Verwendung hoher Gefälle und kleiner Waſſermengen ſich eignen.

Ganz beſonders laſſen ſich aber auch die Tangentialräder zur Benutzung hoher Gefälle anwenden.

Anmerkung. Bei den Turbinen ohne Leitſchaufelapparat, namentlich, wenn dieſelben ein hohes Gefälle haben, beſitzt das abfließende Waſſer noch eine große abſolute Geſchwindigkeit $w = c_2 - v$ (vergleiche die berechneten Beiſpiele) und es wird dadurch dem Rade ſelbſt ein beachtenswerther Theil von mechaniſcher Leiſtung entzogen. Dieſer Verluſt läßt ſich aber beſeitigen oder ſehr ermäßigen, wenn man die lebendige Kraft des abfließenden Waſſers zum Umtriebe eines zweiten Rades verwendet. Eine derartige Conſtruction hat der Herr Ober-Bergrath Althans an einer Lohmühle zu Vallendar bei Ehrenbreitenſtein ausgeführt.

Fig. 508.



Die weſentliche Einrichtung derſelben iſt in Fig. 508 zu erſehen. AEA iſt ein gewöhnliches Reactionsrad mit vier krummen Schwungröhren und 120 Fuß Gefälle (vergl. §. 245), und BB iſt ein größeres Schaufelrad, welches durch das aus A, A ausfließende Waſſer in Umdrehung geſetzt wird. Da beide Räder in umgekehrten Richtungen umlaufen, ſo ſind ſie noch durch ein beſonderes Räderwerk mit einander in Verbindung zu ſetzen. Uebrigens gewährt das äußere Rad noch den Vortheil, daß es mit als Schwungrad dient, und dadurch einen gleichförmigeren Gang in die ganze Maſchine bringt (ſ. inner-öſterreichiſches Gewerbeblatt, Jahrgang 5, 1843).

§. 272 **Verſuche an Turbinen.** Verſuche über die Leiſtungen der zuletzt betrachteten Reactions-Turbinen mit Ausſtrömung von innen nach außen ſind zwar in großer Anzahl bekannt gemacht worden, nur möchte nicht allen Angaben hierüber das nöthige Vertrauen geſchenkt werden können. Mit dieſen in manchen Beziehungen ſo vortrefflichen Maſchinen Wirkungsgrade von 0,85

bis 0,95 erlangt haben zu wollen, iſt geradezu zu widerlegen und, gelinde beurtheilt, nur Täuſchungen zuzuſchreiben. Da dem Ausfluſſe des Waſſers durch die vollkommenſte Mündung ein Geſchwindigkeitscoefficient $\varphi = 0{,}97$ zukommt (ſ. Bd. I, §. 405), ſo findet ſchon bei der Einführung in das Rad durch den Leitſchaufelapparat der Arbeitsverluſt

$$\left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{c^2}{2g} Q\gamma = 0{,}06 \frac{c^2}{2g} Q\gamma$$

ſtatt; da ferner die Reibung des Waſſers in einer Röhre, welche im Mittel 3mal ſo lang als weit iſt (nach Band I, §. 430),

$$0{,}019 \,.\, 3 \cdot \frac{v^2}{2g} Q\gamma = 0{,}057 \frac{v^2}{2g} Q\gamma$$

Leiſtung conſumirt und ungefähr $\frac{v^2}{2g} = \frac{c^2}{2g} = h$ iſt, ſo bleiben wegen dieſer Hinderniſſe ſchon nur 88 Proc. Leiſtung übrig; rechnet man nur 1 Proc. auf den Krümmungswiderſtand, 2 Proc. Verluſt wegen des Stoßes an den Schaufelenden und 3 Proc. auf das Arbeitsvermögen, welche das abfließende Waſſer behält, und nimmt man ſelbſt auf andere Hinderniſſe, wie z. B. auf die im Leitſchaufelapparate u. ſ. w. nicht Rückſicht, ſo bleiben nur 82 Proc. Nutzleiſtung übrig; und wir können gewiß eine Turbine als eine höchſt vorzügliche anſehen, wenn dieſelbe den Wirkungsgrad 0,75 bis 0,80 hat. (Vergl. §. 260.) Es geben aber auch die Verſuche von unparteiiſchen Experimentatoren, wie z. B. von Morin, Brückmann u. A., Wirkungsgrade von dieſen Rädern an, welche zwar 0,80 nahe kommen, jedoch dieſen Werth nie vollkommen erreichen.

Morin rapportirt die Ergebniſſe ſeiner Verſuche in der Schrift: Expériences sur les roues hydrauliques à axe vertical, appelées Turbines, Metz et Paris, 1838. Zunächſt handelt er von den Verſuchen, welche er an einer Fourneyron'ſchen Turbine zu Mouſſay angeſtellt hat. Dieſes Rad hatte 0,85 Meter äußeren Durchmeſſer, 0,11 Meter Höhe, 7,5 Meter Gefälle und 0,738 Cubikmeter Aufſchlagwaſſer pr. Sec., machte alſo eine Waſſerkraft von 73,8 Pferdekräften zu Gute. Das allgemeinſte Ergebniß dieſer Verſuche war: das Rad mochte mehr oder weniger unter Waſſer gehen, es gab bei 180 bis 190 Umdrehungen pr. Min. die größte Nutzleiſtung von 69 Procent des ganzen Arbeitsvermögens. War die Umdrehungszahl circa 50 Procent kleiner oder größer, ſo ſank übrigens dieſer Wirkungsgrad nur um 7 bis 8 Procent. Hierbei war die Schütze faſt vollſtändig aufgezogen, wurde aber dieſelbe bis zur halben Radhöhe niedergelaſſen, ſo fiel der Wirkungsgrad um 8 Procent. Bei einem Gange in freier Luft würde dieſes Fallen gewiß noch größer geweſen ſein.

Nächſtdem theilt Morin in der genannten Abhandlung die Reſultate

ſeiner ausgedehnten Verſuche an einer Turbine in Mühlbach mit. Dieſes Kreiſelrad hatte 2 Meter äußeren Durchmeſſer und $^1/_3$ Meter Höhe; ſein Gefälle betrug $3^1/_2$ bis $3^3/_4$ Meter, und ſein Aufſchlag $2^1/_2$ Cubikmeter pr. Sec.; es nahm alſo eine disponible Waſſerkraft von 117 bis 125 Pferdekräften auf. Bei 50 bis 60 Umgängen pr. Min. und bei dem ſtärkſten Schützenzuge gab es die größte Nutzleiſtung von 78, die jedoch, weil Morin bei der Waſſermeſſung einen zu kleinen Ausflußcoefficienten angenommen hat, vielleicht nur 75 Procent zu ſetzen iſt. Dieſer große Wirkungsgrad verminderte ſich auch um 2 bis 4 Procent, wenn die Umdrehungszahl 40 Procent größer oder kleiner war, als die angegebene. Es änderte ſich der Wirkungsgrad nicht, wenn das Rad wenig oder tief (1 Meter) unter Waſſer ging. Ebenſo trat keine anſehnliche Veränderung des Wirkungsgrades ein, wenn ſich der Aufſchlag im Verhältniſſe 3 zu 5 veränderte. Auch verminderte ſich der Wirkungsgrad mit der Höhe des Schützenſtandes ſo, daß z. B. bei 00,5 Meter Schützenzug und bei der vortheilhafteſten Umdrehungszahl (58) der Wirkungsgrad nur 0,373 ausfiel. Uebrigens ſtellte Morin noch beſondere Verſuche über das Verhältniß $\frac{v}{\sqrt{2gh}}$ an, und fand, ganz der Theorie entſprechend, daß dieſes Verhältniß mit v (wegen Einfluſſes der Centrifugalkraft) wächſt, dagegen abnimmt, wenn der Schützenſtand ein größerer wird.

§. 273. Redtenbacher theilt in ſeiner Schrift „über die Theorie und den Bau der Turbinen und Ventilatoren“ noch die Reſultate der an einer Turbine zu Siebenen in der Schweiz angeſtellten Verſuche mit. Dieſe Turbine hatte folgende Dimenſionen und Verhältniſſe: $r_1 = 0{,}938$ Meter, $r = 1{,}128$ Meter; $h = 1$ Meter; $e = 0{,}254$ Meter; $Q = 0{,}2$ Cubikmeter; $\alpha = 12^0$, $\beta = 45^0$, $\delta = 10^0$ u. ſ. w. Die Hauptergebniſſe der Verſuche mit dieſem Rade waren folgende: Beim Schützenzuge $e_1 = 0{,}1$ Meter war die vortheilhafteſte Umdrehungszahl 17,5 und der entſprechende größte Wirkungsgrad $\eta = 0{,}464$; war der Schützenzug $e_1 = 0{,}2$ Meter, ſo trat der größte Wirkungsgrad $\eta = 0{,}646$ bei 21,1 Umdrehungen pr. Minute ein; und betrug der Schützenzug $e_1 = 0{,}254$ Meter, ſo fiel, bei 20,6 Umdrehungen, der Maximalwirkungsgrad nur 0,640 aus. Dieſe verhältnißmäßig ſehr kleinen Wirkungsgrade mißt Redtenbacher wohl mit Recht der zu großen Krümmung der Radſchaufeln bei. Uebrigens ging die Turbine in freier Luft um.

Außer anderen intereſſanten Folgerungen, welche Redtenbacher aus den Wirkungen und den Verhältniſſen der bekannten Fourneyron'ſchen Turbinen zieht, möge beſonders die hervorgehoben werden, daß ein ſolches Rad bei der Maximalleiſtung und bei völlig aufgezogener Schütze halb ſo viel Umdrehungen macht, als wenn es ganz leer, d. i. ohne Arbeit zu verrichten, umläuft.

Die Verſuche, welche Combes an ſeinen Reactionsrädern mit und ohne Leitſchaufelapparat angeſtellt hat, führen ebenfalls auf kleinere Wirkungsgrade. An einem Modellrade ohne Leitſchaufeln von 0,14 Meter äußerem Durchmeſſer und mit 25 Schaufeln betrug im günſtigſten Falle, bei 335 Umdrehungen pr. Minute, 0,48 Meter Gefälle und 285 Litres Aufſchlag pr. Minute, der Wirkungsgrad nur 0,511. Bei einem Modellrade von derſelben Größe, mit 20 Leitſchaufeln und 30 Radſchaufeln und mit den Winkelgrößen $\alpha = 30^0$, $\beta = 90^0$ hat ſich höchſtens, und zwar bei 0,81 Meter Druckhöhe, 199 Umdrehungen pr. Minute und 372 Liter Aufſchlag pr. Minute, der Wirkungsgrad $\eta = 0{,}566$ herausgeſtellt. An einem Rade im Großen, welches zur Bewegung von Pumpen in Paris diente, wurde der Wirkungsgrad ebenfalls nur 0,53 gefunden. Dieſes Rad hatte einen äußeren Durchmeſſer von 0,97 Meter, eine Höhe von 0,16 Meter, ein Gefälle von 0,91 bis 1,83 Meter und einen Aufſchlag zwiſchen 400 und 85 Liter pr. Secunde. Die Zahl der Radſchaufeln betrug 36, während die Leitſchaufeln ganz fehlten und die Zahl der Umdrehungen pr. Minute war bei der Maximalleiſtung von 117,75 Kilogrammeter = 75.

Ausführliche Verſuche mit zwei Fourneyron'ſchen Turbinen ſind auch noch von Morris in Delaware angeſtellt worden. S. Journal of the Franklin Institute. Dec. 1843, auch polytechn. Centralblatt 1844, Heft X.) Das erſte der beiden Verſuchsräder hatte $4^2/_3$ Fuß äußeren Durchmeſſer und 8 Zoll Höhe, ſein Gefälle betrug circa 6 Fuß und ſein Aufſchlag im Mittel 1700 Cubikfuß pr. Minute. Der größte Wirkungsgrad von 0,7 ſtellte ſich bei dem größten Schützenzuge von 6 Zoll und bei 52 Umdrehungen oder einer inneren Radgeſchwindigkeit $v_1 = 0{,}46\sqrt{2gh}$ heraus. Uebrigens aber variirte für $v_1 = 0{,}5\sqrt{2gh}$ bis $0{,}9\sqrt{2gh}$, η nur zwiſchen den Grenzen 0,64 bis 0,70. Das zweite Rad hatte 4 Fuß 5 Zoll äußeren Durchmeſſer, 6 Zoll Höhe, circa $4^1/_2$ Fuß Gefälle und 14 Cubikfuß Aufſchlag pr. Secunde. Es ging unter Waſſer und gab bei $4^1/_2$ Zoll Schützenzug folgende Leiſtungen. War $v_1 = 25$ bis 30 Procent von $\sqrt{2gh}$, ſo ergab ſich $\eta = 0{,}63$; war $v_1 = 40$ bis 50 Procent von $\sqrt{2gh}$, ſo ſtellt ſich $\eta = 0{,}71$ heraus, bei

$$\frac{v_1}{\sqrt{2gh}} = 0{,}45 \text{ oder } u = 49,$$

bekam man die Maximalleiſtung, nämlich $\eta = 0{,}75$, bei

$$\frac{v_1}{\sqrt{2gh}} = 0{,}5 \text{ bis } 0{,}7, \text{ fiel } \eta = 0{,}60 \text{ aus.}$$

Anmerkung. Neuere Verſuche mit einer Etagenturbine ſind von Marozeau angeſtellt worden. Dieſelben gaben einen mittleren Wirkungsgrad von 0,6. Siehe

polytechn. Centralblatt, Jahrg. 1848, oder Bulletin de Mulhouse, 1846, Nr. 101. Auch ſind vom Herrn Capitain M. Ordinaire de Lacolange neue Verſuche an einer Fourneyron'ſchen Turbine angeſtellt worden. S. „Civilingenieur", Bd. III. 1857. Herr Lacolange hat dieſe Verſuche in einer beſonderen Schrift veröffentlicht, unter dem Titel: Théorie de la turbine Fourneyron d'après M. Weisbach etc., suivie d'expériences etc. Bordeaux 1856.

§. 274 **Hydropneumatisation.** Um die Leiſtungsfähigkeit der Turbinen zu vergrößern, hat man noch beſondere Mittel angewendet. Es gehört hierher vor Allem die Hydropneumatiſation von Girard und nächſtdem die Anwendung der Diffuſer von Boyden. Von beiden Hülfsmitteln möge in Folgendem noch das Weſentliche mitgetheilt werden.

Die Hydropneumatiſation von Girard beſteht darin, daß man die Radſtube der Turbine von oben mit einem luftdichten Mantel umſchließt, den durch denſelben abgeſperrten Raum mit comprimirter Luft anfüllt, und dadurch den Ausfluß des Waſſers unter Waſſer verhindert. Es iſt zwar Thatſache, daß eine Turbine weniger leiſtet, wenn ſie unter Waſſer umläuft, als wenn ſie ſich in freier Luft bewegt; allein dieſe Differenz iſt bei vollſtändig geöffneter Schütze nicht groß genug, um auf ihre Beſeitigung beſondere Mittel zu verwenden. Ganz anders iſt es aber, wenn die Turbine bei zum Theil niedergelaſſener Schütze unter Waſſer läuft. Wenn das Waſſer hierbei noch immer mit vollem Querſchnitte aus der Turbine tritt, und dies muß bei der unter Waſſer gehenden Turbine ſtets der Fall ſein, ſo findet beim Eintritte des Waſſers aus dem Reſervoir ins Rad eine plötzliche Geſchwindigkeitsveränderung deſſelben und, ihr entſprechend, ein namhafter Verluſt an Waſſerdruck ſtatt. Dieſer Verluſt fällt um ſo größer aus, je tiefer die Schütze herabgelaſſen, je kleiner alſo die Höhe e_1 der Schützenmündung gegen die Radhöhe e iſt. Bezeichnet c die abſolute Geſchwindigkeit des Waſſers bei ſeinem Eintritte in das Rad, und iſt folglich die Ausflußgeſchwindigkeit des Waſſers aus der Schütze $= \frac{e}{e_1}\, c$, ſo hat man den entſprechenden Druckhöhenverluſt:

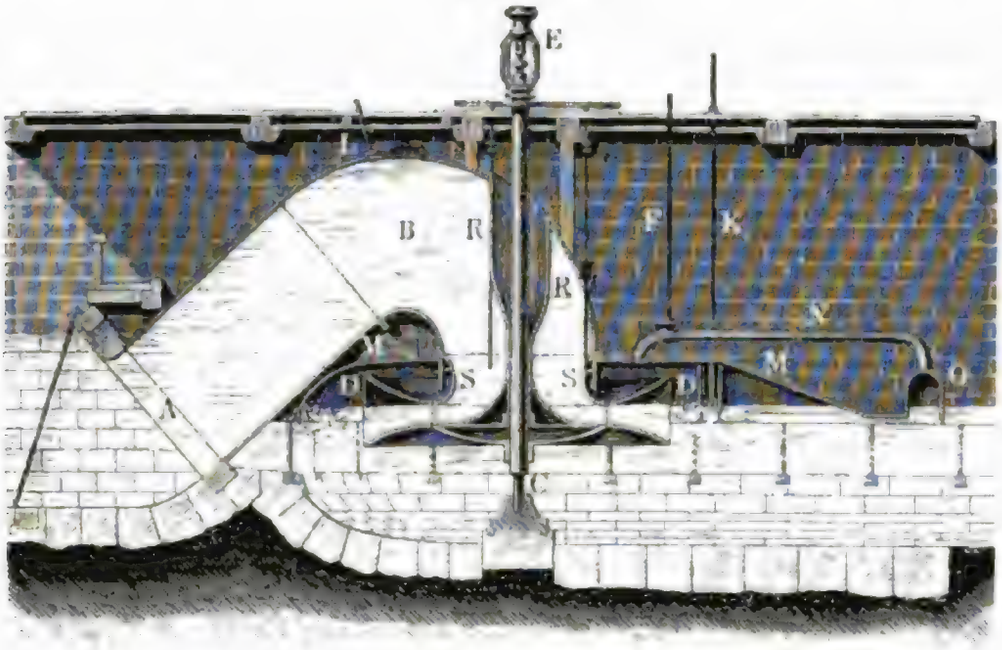
$$\frac{1}{2g}\left(\frac{e}{e_1}\,c - c\right)^2 = \left(\frac{e}{e_1} - 1\right)^2 \frac{c^2}{2g} \text{ (vergl. §. 257.)}$$

Dieſer Verluſt fällt ganz aus, wenn das Waſſer bei ſeiner Bewegung durch das Rad die Canäle deſſelben nicht ausfüllt, wenn man es alſo mit einer Druckturbine zu thun hat. Da nun aber dieſer Fall nur beim Ausfluſſe in die Luft ſtattfinden kann, ſo gewährt die Entfernung des Unterwaſſers von der Radmündung durch Hinzuleitung von Luft bei tiefen Schützenſtänden einen beſonderen Vortheil.

Die Einrichtung einer ſolchen Turbine mit Hydropneumatiſation iſt aus Fig. 509 zu erſehen. Die hier abgebildete Turbine hat bei einem Aufſchlag von 3 bis 5 Cubikmeter pr. Secunde, das kleine Gefälle von nur 0,450

bis 0,600 Meter, und macht bei einem äußeren Durchmeſſer von $3\frac{1}{2}$ Meter, pr. Minute nur 20 Umdrehungen. Herr Girard hat dieſe Turbine für eine Spinnerei zu Eindhoven in Holland conſtruirt. Damit das Waſſer

Fig. 509.



ungeſtört in das Rad eintrete, mußte es dem Ausflußreſervoir durch ein krummes Rohr AB, nach Art eines Hebers (à siphon), zugeführt werden. Eine Eigenthümlichkeit dieſer Turbine iſt noch die allmälige Erweiterung (franz. évasement) des Rades DD von innen nach außen. Da hierdurch der Querſchnitt F_2 der Ausmündungen der Radcanäle vergrößert, und folglich die Ausflußgeſchwindigkeit vermindert wird, ſo iſt dadurch dem Waſſer ein größerer Theil ſeines Arbeitsvermögens zu entziehen, als wenn die Radcanäle an allen Stellen eine und dieſelbe Höhe haben. Hierzu gehört allerdings, daß das Waſſer bei ſeinem Austritte aus dem Rade die Radcanäle auch wirklich ausfülle, welches beim Ausfluſſe in die Luft, ſowie bei bedeutender Erweiterung des Rades nach außen, wodurch der Querſchnitt F_2 dem Querſchnitt F_1 ſehr nahe gebracht wird, nicht eintritt, zumal wenn die Schütze nicht ganz geöffnet iſt. Die hohle Turbinenwelle CE iſt in E aufgehangen und dreht ſich um eine ſchwache feſtſtehende Säule, deren Fuß in C zu ſehen iſt.

Eine Compreſſionsluftpumpe, welche durch die Turbine ſelbſt in Bewegung geſetzt wird, drückt die Luft mittels einer Röhre F in die vom Mantel MM umſchloſſene Radſtube, und eine andere Röhre K führt die etwa im Ueberfluß zugepreßte Luft wieder ab, damit der Waſſerſpiegel unter dem Mantel einen beſtimmten Stand behält. In einer Glocke O ſammelt ſich die von dem Waſſer mit fortgeführte Luft, welche durch die Röhre N in den Radſtubenraum MM wieder zurückgeführt wird. Die Einrichtung, Auf-

hängung und Bewegung der Schütze SS iſt die gewöhnliche. Das Rohr RR, welches die Turbinenwelle umgiebt, hat einen länglichen Querſchnitt, um der Bewegung des Waſſers ſo wenig wie möglich Hinderniſſe in den Weg zu legen. Die im Scheitel des Hebers AB ſich anſammelnde Luft läßt ſich mittels einer Röhre L durch eine kleine Saugpumpe entfernen.

§. 275 **Boyden's Diffuser.** Nicht allein bei den Turbinen von Girard, ſondern auch bei älteren und neueren Turbinenconſtructionen, wie z. B. bei denen von Boyden und Francis, hat man den Radkränzen eine coniſche Form gegeben, um den Querſchnitt F_2 der Ausflußöffnung zu vergrößern. Welcher Vortheil hierdurch erlangt wird, geht aus Folgendem hervor. Bezeichnet e die äußere und e_1 die innere Radhöhe, ſo hat man

$$\frac{c_2}{c} = \frac{v}{c} = \frac{F}{F_2} = \frac{r_1 e_1 \sin.\alpha}{r e \sin.\delta}$$

zu ſetzen, ſo daß für den Austrittswinkel δ der Ausdruck

$$\sin.\delta = \frac{r_1}{r}\,\frac{e_1}{e}\,\frac{c}{v}\,\sin.\alpha = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{e_1}{e}\,\frac{\sin.\alpha\,\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}$$

folgt, während bei Turbinen mit ebenen Radkränzen, wo $e_1 = e$ iſt,

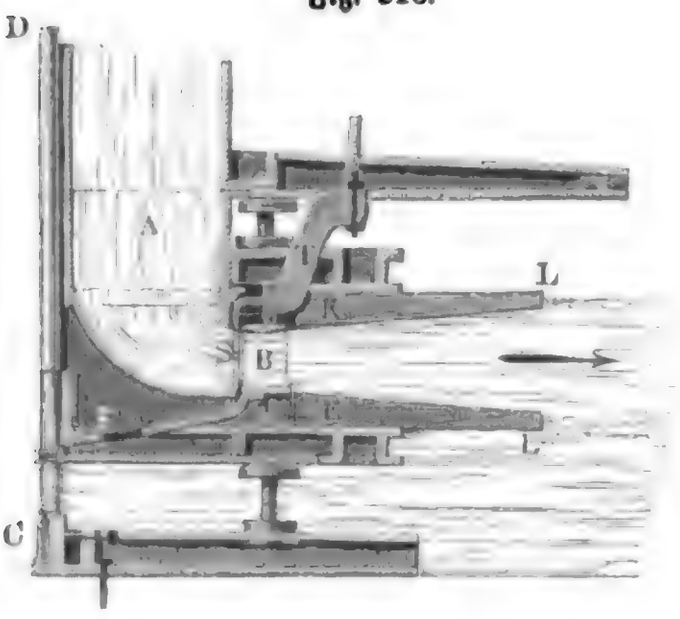
$$\sin.\delta = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{\sin.\alpha\,\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)},$$

(ſ. §. 262) ausfällt.

Man kann alſo den Austrittswinkel δ, und folglich auch die abſolute Austrittsgeſchwindigkeit w noch dadurch herabziehen und von dem abfließenden Waſſer noch mehr Arbeitsfähigkeit auf das Rad übertragen, wenn man die äußere Radweite e größer macht als die innere Radweite e_1.

Ein anderes Hülfsmittel, um denſelben Zweck zu erreichen, beſteht ferner in der Anwendung des Diffuſer von Boyden. Derſelbe beſteht in einem ſich ebenfalls von innen nach außen allmälig erweiternden ringförmigen Raume, welcher das Rad rund umſchließt und durch welchen das Waſſer aus dem Rade in die Radſtube oder in das Unterwaſſer geführt wird. Fig. 510 zeigt den Durchſchnitt von einem Theil einer ſolchen Turbine mit

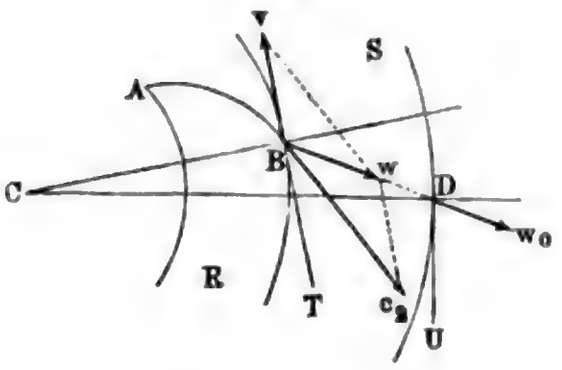
Fig. 510.



Diffuſer, nach Francis. CD iſt die rechte Hälfte der Turbinenwelle, A das Zuflußreſervoir, BE das Rad, KL, KL ſind die aus Holzdauben zuſammengeſetzte Kränze, welche den Diffuſer bilden. Der Schützenring S bewegt ſich zwiſchen dem Rade und dem Ausflußreſervoir und wird mittels der Arme T u. ſ. w. von dem umlaufenden Rade ſelbſt eingeſtellt.

Die Wirkung dieſes Diffuſers geht aus Folgendem hervor. Es ſei ABR, Fig. 511, ein Theil des Rades, ſowie BDS ein Theil des Diffuſers. Die

Fig. 511.



relative Geſchwindigkeit c_2, mit welcher das Waſſer bei B aus dem Rade tritt, vereinigt ſich mit der Umdrehungsgeſchwindigkeit v des Rades, und es reſultirt hieraus die abſolute Austrittsgeſchwindigkeit w, mit welcher das Waſſer in den Diffuſer tritt. Das Waſſer durchläuft dieſen Diffuſer beinahe in einer geraden Linie BD und tritt dann bei D mit einer zu beſtimmenden Geſchwindigkeit w_0 aus. Setzen wir die Halbmeſſer $CB = r$, $CD = r_0$, ſowie die innere und äußere Weite des Diffuſers e und e_0, ferner den Austrittswinkel TBc_2, wie früher, $= \delta$, den Winkel TBD, unter welchem das Waſſer in den Diffuſer tritt, $= \theta$, und den Winkel UDw_0, unter welchem es aus demſelben heraustritt, $= \theta_0$. Dann haben wir, da

$$\frac{\sin. CDB}{\sin. CBD} = \frac{CB}{CD},$$

d. h.

$$\frac{\cos. \theta_0}{\cos. \theta} = \frac{r}{r_0}, \text{ und } r\,e\,v \sin. \delta = r\,e\,w \sin. \theta = r_0\,e_0\,w_0 \sin. \theta_0$$

iſt, die Austrittsgeſchwindigkeit

$$w_0 = \frac{r}{r_0}\frac{e}{e_0}\frac{v \sin. \delta}{\sin. \theta_0} = \frac{r}{r_0}\frac{e}{e_0}\frac{w \sin. \theta}{\sin. \theta_0} = \frac{r}{r_0}\frac{e}{e_0}\frac{w \sin. \theta}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{r_0} \cos. \theta\right)^2}}.$$

Da nun $\frac{r}{r_0}$ und $\frac{e}{e_0}$ echte Brüche ſind, ſo iſt $w_0 < w$, und folglich das Arbeitsvermögen $\frac{w_0^2}{2g} Q\gamma$ des Waſſers bei ſeinem Austritte aus dem Diffuſer kleiner als das Arbeitsvermögen $\frac{w^2}{2g} Q\gamma$ deſſelben beim Austritte aus dem Rade.

Hierzu kommt aber noch, daß auch w bei Anwendung des Diffuſers größer iſt als ohne denſelben. Sehen wir von den hydrauliſchen Widerſtänden ab,

und ſetzen wir die hydrauliſche Druckhöhe beim Uebergange des Waſſers aus dem Rade in den Diffuſer, $= y$, ſo haben wir

$$c_2^2 = 2g\,(h_1 - y) + v^2 - 2\,c\,v_1\,cos.\,\alpha$$

und

$$w_0^2 = w^2 + 2g\,(y - h_2).$$

Nehmen wir nun noch $c_2 = v$ an, ſo iſt $\theta = 90 + \frac{\delta}{2}$ und es folgt

$$\begin{aligned} w_0^2 &= w^2 + 2g\,(h_1 - h_2) - 2\,c\,v_1\,cos.\,\alpha \\ &= w^2 + 2gh - 2\,c\,v_1\,cos.\,\alpha, \end{aligned}$$

oder,

$$w = 2\,v\,sin.\,\frac{\delta}{2},$$

$$c = \frac{v_1\,sin.\,\beta}{sin.\,(\beta - \alpha)}$$

und

$$w_0 = \frac{r}{r_0}\,\frac{e}{e_0}\,\frac{v\,sin.\,\delta}{sin.\,\theta_0} = \frac{r}{r_0}\,\frac{e}{e_0}\,\frac{v\,sin.\,\delta}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{r_0}\,sin.\,\frac{\delta}{2}\right)^2}}$$

eingeſetzt,

$$\left[2\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{sin.\,\beta\,cos.\,\alpha}{sin.\,(\beta-\alpha)} - \left(2\,sin.\,\frac{\delta}{2}\right)^2 + \left(\frac{r\,e}{r_0\,e_0}\right)^2 \frac{(sin.\,\delta)^2}{1-\left(\frac{r}{r_0}\,sin.\,\frac{\delta}{2}\right)^2}\right] v^2 = 2gh,$$

und daher die entſprechende Umdrehungsgeſchwindigkeit des Rades:

$$v = \sqrt{\frac{gh}{\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{sin.\,\beta\,cos.\,\alpha}{sin.\,(\beta-\alpha)} - 2\left(sin.\,\frac{\delta}{2}\right)^2\left[1-\left(\frac{r\,e}{r_0\,e_0}\right)^2 \frac{\left(cos.\,\frac{\delta}{2}\right)^2}{1-\left(\frac{r}{r_0}sin.\,\frac{\delta}{2}\right)^2}\right]}}.$$

Dieſen Werth hat man in die Formel

$$w_0 = \frac{r\,e}{r_0\,e_0}\,\frac{v\,sin.\,\delta}{sin.\,\theta_0}$$

einzuſetzen, um die Geſchwindigkeit des ausfließenden Waſſers zu ermitteln.

Beiſpiel. Im Beiſpiele zu §. 264 wurden die vortheilhafteſten Umdrehungsgeſchwindigkeiten, $v_1 = 13{,}105$ Fuß und $v = 1{,}35 \,.\, 13{,}105 = 17{,}692$ Fuß gefunden, wonach ſich die abſolute Abflußgeſchwindigkeit

$$w = 2\,v\,sin.\,\frac{\delta}{2} = 2 \,.\, 17{,}692\,sin.\,8^0\,21' = 5{,}139 \text{ Fuß}.$$

und folglich der entſprechende Arbeitsverluſt

$$\frac{w^2}{2g}\,Q\gamma = 0{,}016\,.\,(5{,}139)^2\,Q\gamma = 0{,}423\,Q\gamma$$

herausſtellt.

Wenn man aber das Rad mit einem Diffuſer umgiebt, deſſen Halbmeſſer $r_0 = 2r$, und äußere Weite $e_0 = \frac{4}{3}e$ iſt, ſo hat man, da:

$$\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 = (\tfrac{1}{2})^2 = \tfrac{1}{4} \quad \text{und} \quad \left(\frac{re}{r_0 e_0}\right)^2 = (\tfrac{1}{2}\cdot\tfrac{3}{4})^2 = \tfrac{9}{64};$$

und $\left(\sin.\frac{\delta}{2}\right)^2 = (\sin. 8^0\,21')^2 = 0{,}02109$ iſt,

$$2\left(\sin.\frac{\delta}{2}\right)^2\left[1-\left(\frac{re}{r_0 e_0}\right)^2\frac{\left(\cos.\frac{\delta}{2}\right)^2}{1-\left(\frac{r}{r_0}\sin.\frac{\delta}{2}\right)^2}\right] = 0{,}04218\left(1-\tfrac{9}{64}\cdot\frac{1-0{,}02109}{1-0{,}00527}\right)$$

$$= 0{,}04218\,.\,(1-0{,}1384) = 0{,}03634,$$

und daher die entſprechende Umdrehungsgeſchwindigkeit des Rades:

$$v = \sqrt{\frac{156{,}25}{\left(\frac{1{,}00}{1{,}35}\right)^2.0{,}9076-0{,}03634}} = \sqrt{\frac{156{,}25}{0{,}1617}} = 18{,}396 \text{ Fuß}.$$

Nun folgt die Geſchwindigkeit, mit welcher das Waſſer aus dem Diffuſer fließt:

$$w_0 = \tfrac{3}{8}\cdot\frac{18{,}396\,\sin. 16^0\,42'}{\sqrt{1-0{,}00527}} = \frac{6{,}898\,.\,0{,}2874}{\sqrt{0{,}99473}} = 1{,}988 \text{ Fuß},$$

und endlich die hierdurch verlorene mechaniſche Arbeit:

$$\frac{w_0^2}{2g}Q\gamma = 0{,}016\,.\,(1{,}988)^2\,Q\gamma = 0{,}0632\,Q\gamma,$$

wogegen bei derſelben Turbine ohne Diffuſer dieſer Verluſt

$$\frac{w^2}{2g}Q\gamma = 0{,}423\,Q\gamma,$$

alſo nahe 7mal ſo groß ausfällt.

Da $Q = 30$ Cubikfuß iſt, ſo beträgt

$$\frac{w^2}{2g}Q\gamma = 0{,}423\,.\,30\,.\,61{,}75 = 784 \text{ Fußpfund}$$

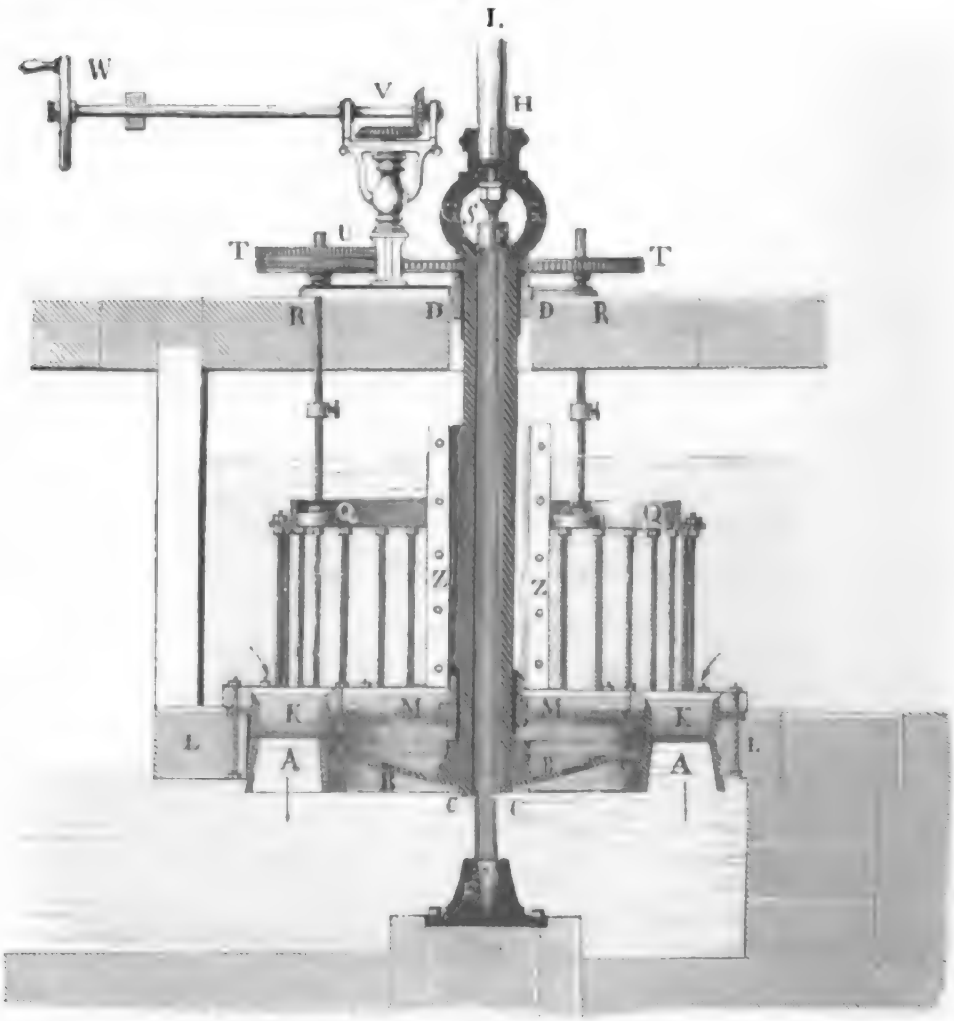
und

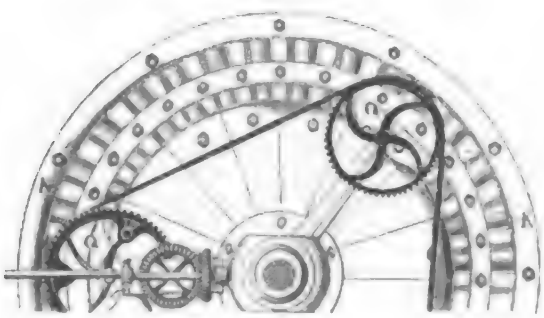
$$\frac{w_0^2}{2g}Q\gamma = 0{,}0632\,.\,30\,.\,61{,}75 = 117 \text{ Fußpfund}.$$

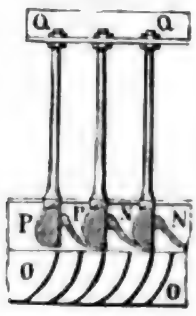
Fontaine's Turbine. Die Turbinen von Fontaine, Henſchel und Jonval weichen inſofern von den Fourneyron'ſchen Turbinen ab, als ſich bei ihnen der Leitſchaufelapparat nicht neben, ſondern über dem Rade befindet, und dadurch das Waſſer nicht von innen nach außen, oder von außen nach innen, ſondern von oben nach unten auf das Rad geführt wird, und nicht am äußeren Umfange, ſondern an der Grundfläche aus dem Rade tritt. Bei der Bewegung des Waſſers von oben nach unten in den ebenfalls durch krumme Schaufeln gebildeten Canälen ſpielt die Centrifugalkraft nur eine untergeordnete Rolle, indem die Schwerkraft an die Stelle derſelben tritt. Zwiſchen der Turbine von Fontaine und der von Henſchel findet aber der Unterſchied ſtatt, daß bei jener die Oberfläche des Unterwaſ- §. 276

ſers unmittelbar unter oder über dem Rade ſteht, daß dagegen bei dieſer das aus dem Rade ſtrömende Waſſer eine Waſſerſäule über die Oberfläche des Unterwaſſers bildet, die ebenſo auf den Gang des Rades ihren Einfluß ausübt, als wenn ſie über dem Rade ſtünde. Die Jonval'ſche Turbine iſt eine verbeſſerte Henſel'ſche Turbine.

Fig. 512.





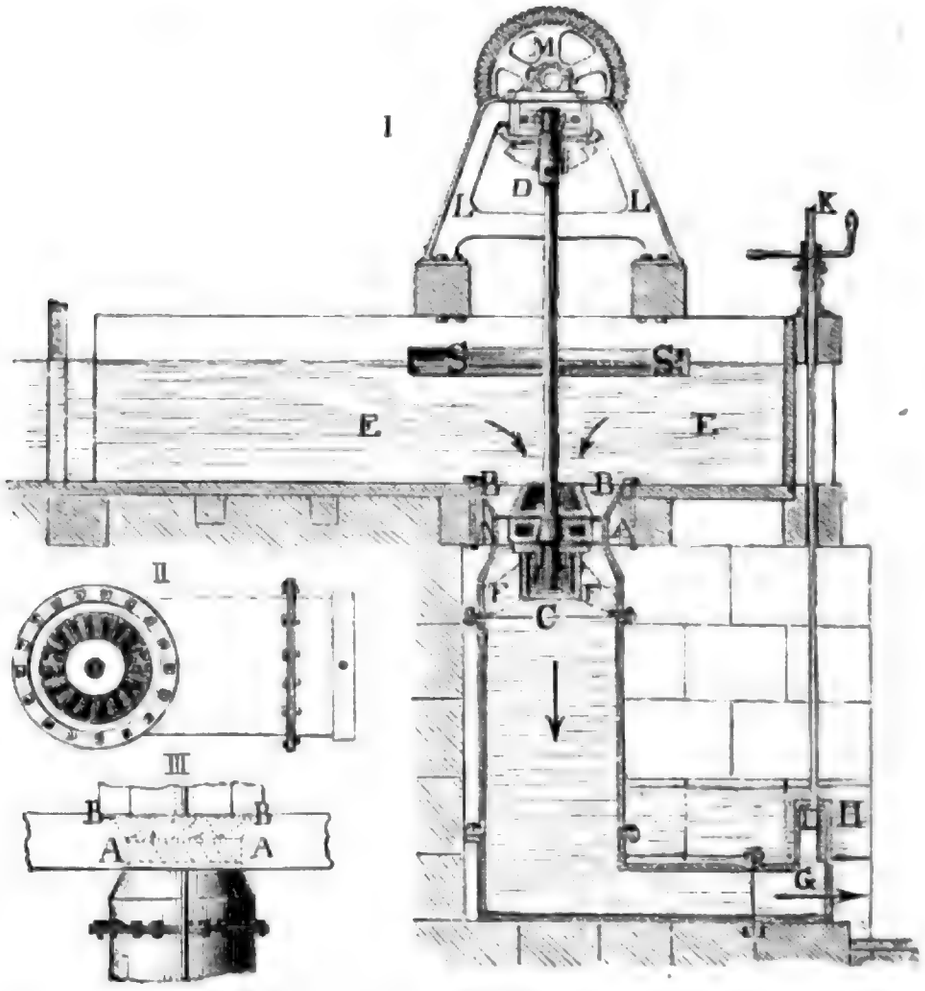


Die Einrichtung einer Fontaine'ſchen Turbine iſt aus Fig. 512 (I. und II.), welche dieſelbe in einem verticalen Durchſchnitte und im Grundriſſe vorſtellt, zu erſehen. AA iſt das Rad, BB der Radteller, welcher ſtatt der Radarme das Rad mit der hohlen Welle $CCDD$ feſt verbindet. Damit der Zapfen nicht unter Waſſer gehe, endigt ſich die Welle CD in einem Auge GG, durch welches der ſtählerne Stift FS geſteckt iſt, der durch die Schraubenmutter S tiefer oder höher geſtellt werden kann, und in einer ſtählernen Pfanne im Kopfe F einer feſtſtehenden Säule EF umläuft. Durch eine über dem Auge G eingeſetzte ſtehende Welle H wird die Umdrehung des Rades fortgepflanzt. Um die ſtehende Welle gegen das Waſſer zu ſchützen, wird ſie wie bei einer Fourneyron'ſchen Turbine, mit einem Mantel ZZ umgeben. Der Leitſchaufelapparat KK iſt auf die Balken L, L aufgeſchraubt und mit ihm iſt auch ein Teller $KMMK$ verbunden, der ein cylindriſches Metalllager MM enthält, durch das, in Gemeinſchaft mit einem höher ſtehenden Lager DD, die Turbinenwelle CD während ihrer Umdrehung in ſicherem Stande erhalten wird. Die Geſtalt einer Leitſchaufel N und einer Radſchaufel O iſt aus III. zu erſehen. Zum Reguliren des Aufſchlages dient ein Schützenapparat, welcher aus ſo vielen einzelnen Schützen $P, P\ldots$ beſteht, als das Rad Leitſchaufeln $N, N\ldots$ hat. Dieſe Schützen ſind mit abgerundeten Holzſtücken bekleidet und laufen in Nuthen, welche in die cylindriſchen Mäntel des Leitſchaufelapparates eingelaſſen ſind. Die Schützenſtangen $PQ, PQ\ldots$ ſind durch einen eiſernen Ring QQ feſt mit einander verbunden, der durch drei Zugſtangen $QR, QR\ldots$, gehoben oder geſenkt werden kann. Zu dieſem Zwecke werden die Enden $R, R\ldots$ dieſer Stangen ſchraubenförmig zugeſchnitten und Zahnräder $T, T\ldots$ aufgeſetzt, deren Naben Schraubenmuttern bilden und deren Umfänge durch eine Kette ohne Ende mit einander verbunden ſind. Wird nun mit Hülfe einer Kurbel W und vermittelſt eines Räderwerkes UV das eine Rad T in Umdrehung geſetzt, ſo laufen die übrigen Räder gleichmäßig mit um, und es werden dadurch auch alle drei Zugſtangen gleichmäßig angezogen oder niedergelaſſen.

Jonval's Turbine. Anſichten einer Jonval'ſchen Turbine ſind §. 277
unter Fig. 513 (a. f. S.) enthalten. Man nennt dieſe Turbinen wohl auch doppeltwirkende, weil bei ihnen das Waſſer durch Druck und Zug (Saugen) zugleich wirkt. AA iſt das ebenfalls durch einen Teller mit der ſtehenden Welle CD verbundene Rad, BB der darüberſtehende, in das Aufſchlaggerinne EE coniſch einmündende Leitſchaufelapparat. Das Zapfenlager ruht in einem Gehäuſe C, welches durch die Träger FF unterſtützt und feſtgehalten wird. Die Lage der Leit- und Radſchaufeln, ſowie ein Theil des Aeußeren von der Röhre, in welcher das Rad eingeſchloſſen iſt, führen II. und III. vor Augen. Um die Oberfläche des Oberwaſſers ruhig zu er-

halten, wird ein hölzerner Schwimmer SS aufgelegt, und um den Gang des Rades zu reguliren, wird eine Schütze G in Anwendung gebracht, welche

Fig. 513.



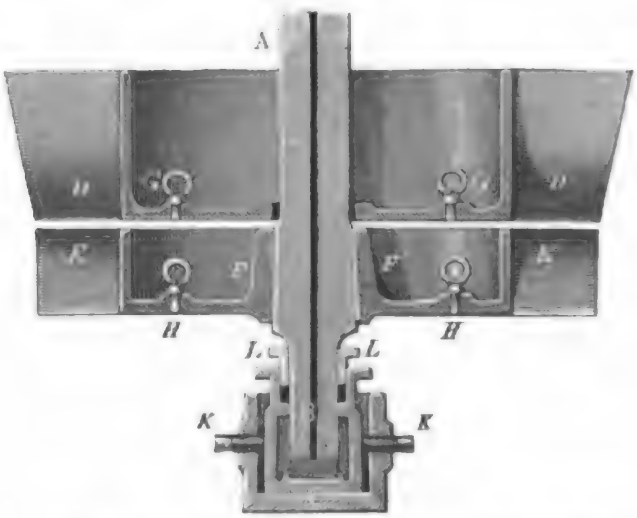
ſich durch eine Kurbel und Schraube höher oder tiefer ſtellen läßt. Je nachdem die Schütze höher oder tiefer ſteht, fließt natürlich auch mehr oder weniger Betriebswaſſer in das Unterwaſſer H ab, kann alſo auch das Rad mehr oder weniger Arbeit verrichten. Der Ständer LL trägt das Lager für den oberen Zapfen der Welle CD und das Lager einer liegenden Welle, auf welche die Umdrehung des Rades mittels eines coniſchen Räderwerkes M zunächſt übergetragen wird. Bei kleinen Rädern kann das Reſervoir, in welchem das Rad eingeſchloſſen iſt, aus gußeiſernen Röhren zuſammengeſetzt werden, bei größeren Rädern hingegen muß man es aus Quadern aufmauern.

Man erſieht aus dem ſoeben Mitgetheilten, daß die Turbinen von Fontaine und von Jonval in den Hauptheilen und in den weſentlichſten Verhältniſſen vollkommen übereinſtimmen, und kann daher auch leicht ermeſſen, daß ſich für beide eine und dieſelbe Theorie entwickeln laſſen müſſe. Bei beiden Rädern ſteht das Oberwaſſer in einer gewiſſen Höhe h_1 über der Ein-

trittsſtelle in das Rad; was aber das Unterwaſſer anlangt, ſo ſteht deſſen Oberfläche bei der Jonval'ſchen Turbine um eine gewiſſe Höhe h_2 unter dem Rade, während ſie bei der Fontaine'ſchen Turbine bis zum Rade reicht, oder ſogar über dem Rade ſteht. In Beziehung auf das Reguliren des Ganges beider Turbinen muß noch bemerkt werden, daß die Fontaine'ſche Turbine mit einer inneren, dagegen die Jonval'ſche mit einer äußeren Schütze ausgerüſtet, daß alſo inſofern jene mit einer Fourneyron'ſchen und dieſe mit einer Cadiat'ſchen Turbine zu vergleichen iſt.

Die Henſchel'ſchen oder Jonval'ſchen Turbinen ſind in der neueren Zeit vielfach und mit ſehr gutem Erfolge angewendet worden. Der verticale Durchſchnitt eines einfachen Rades dieſer Art iſt in Fig. 514 abgebildet. Die Welle AB iſt längs ihrer Axe durchbohrt, um den Berührungsflächen

Fig. 514.



zwiſchen dem Zapfen B und der Spurplatte C Oel zuführen zu können. Es iſt DD der Leitſchaufelapparat (das Leitrad) und $EEFF$ das eigentliche Rad (Laufrad); die Bodenteller GG und HH ſind mit Spunden G und H verſehen, wodurch die Unreinigkeiten, wie Sand, Schmand u. ſ. w., von Zeit zu Zeit abgelaſſen werden können. Wie der Zapfen durch Schrauben KK centrirt und durch eine Stopfbüchſe vor dem Zutritt des Waſſers geſchützt werden kann, iſt aus der Figur deutlich zu erkennen.

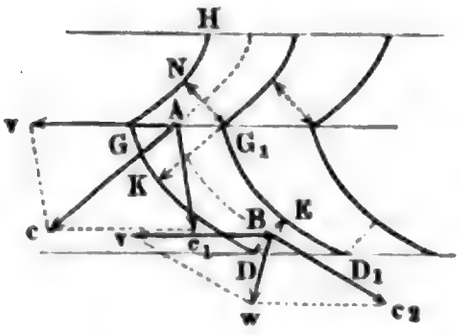
Anmerkung. Mit Recht rügt Herr Profeſſor Rühlmann in der Zeitſchrift des Hannoverſchen Architekten- und Ingenieurvereins Bd. I, und zwar im „Beitrag zur Geſchichte der horizontalen Waſſerräder", daß die ſogenannte Jonval'ſche oder Köchlin'ſche Turbine keine Jonval'ſche, ſondern eine Erfindung des Herrn Oberbergrath Henſchel in Caſſel iſt. Herr Henſchel hat ſchon 1837 eine ſolche Turbine entworfen und 1841 in einer Steinſchleiferei zu Holzminden aufgeſtellt. Herr Sectionsrath Rittinger nennt die Räder Rohrturbinen.

Digitized by Google

§. 278 **Theorie der Fontaine-Henschel'schen Turbinen.** Bei Entwickelung der Theorie der Fontaine-Henſchel'ſchen Turbinen wollen wir folgende, mit dem Obigen in möglichſter Uebereinſtimmung befindliche Bezeichnungen gebrauchen.

Der Neigungswinkel einer Leitſchaufel HNG gegen den Horizont, oder der ſogenannte Eintrittswinkel $NG\,G_1 = cAv$, Fig. 515, ſei $= \alpha$, der Winkel $c_1 Av$, welchen der Radſchaufelkopf A mit der Radbewegung einſchließt, $= \beta$, und der Winkel DD_1E, unter welchem der Radſchaufelfuß D_1 den Horizont ſchneidet, ſei $= \delta$; ferner ſei die abſolute Eintrittsgeſchwindigkeit $\overline{Ac}$ des Waſſers in das Rad $= c$, die dem mittleren Radhalbmeſſer $r = \frac{r_1 + r_2}{2}$ entſprechende Radgeſchwindigkeit $\overline{Av} = v$, die relative Eintrittsgeſchwindigkeit $\overline{Ac_1} = c_1$ und die Austrittsgeſchwindigkeit $\overline{Bc_2} = c_2$. Endlich ſei auch, wie früher, F die Summe der Inhalte aller Querſchnitte NG_1 des aus dem Leitſchaufelapparate ſtrömenden Waſſers, F_1 die Summe der oberen Querſchnitte G_1K, und F_2 die Summe der unteren Querſchnitte DE der Radcanäle.

Fig. 515.



Iſt nun wieder ξ der Coefficient des Widerſtandes in den Leitſchaufelcanälen und x die den Druck des in das Rad eintretenden Waſſers meſſende Höhe, ſo hat man auch hier:

$$(1 + \xi)\, c^2 = 2g\,(h_1 - x),$$

und mit Berückſichtigung des durch die Höhe b (32,84 Fuß) einer Waſſerſäule zu meſſenden Atmoſphärendruckes:

$$(1 + \xi)\, c^2 = 2g\,(b + h_1 - x).$$

Für die relative Eintrittsgeſchwindigkeit bleibt wie oben,

$$c_1^2 = c^2 + v^2 - 2cv\cos.\alpha.$$

Iſt ferner a die Radhöhe, y die Höhe einer den Druck des Waſſers unmittelbar unter dem Rade meſſenden Waſſerſäule und ξ_1 der Coefficient des Widerſtandes in den Radcanälen, ſo hat man für die relative Austrittsgeſchwindigkeit:

$$\begin{aligned}(1 + \xi_1)\, c_2^2 &= 2g\,(a + x - y) + c_1^2 \\ &= 2g\,(b + h_1 + a - y) + v^2 - 2cv\cos.\alpha - \xi c^2.\end{aligned}$$

Wenn man nun wieder, um dem Waſſer ſo viel wie möglich Arbeitsvermögen zu entziehen, $c_2 = v$ annimmt und überdies

$$c = \frac{v\sin.\beta}{\sin.(\beta - \alpha)}$$

einſetzt, ſo erhält man für die Umdrehungsgeſchwindigkeit v des Rades

$$\left[2\frac{\sin.\beta\cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)}+\xi\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}\right)^2+\xi_1\right]v^2=2g(b+h_1+a-y),$$

und daher die vortheilhafteſte Radgeſchwindigkeit:

$$v=\sqrt{\frac{2g\,(b+h_1+a-y)}{2\frac{\sin.\beta\cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)}+\xi\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}\right)^2+\xi_1}}.$$

Die Druckhöhe y iſt in dem Falle, wenn die Turbine in freier Luft umgeht, der den Atmoſphärendruck meſſenden Höhe b gleich, in dem Falle aber, wenn ſie unter Waſſer geht, $= b + h_2$, wo h_2 die Höhe des Unterwaſſerſpiegels über der Grundfläche des Rades bezeichnet, und endlich in dem Falle, wenn ſie über Waſſer geht, wie bei der Jonval'ſchen Turbine, $= b - h_2 + z$, wo h_2 die Tiefe des Unterwaſſerſpiegels unter der Grundfläche des Rades und z die Geſchwindigkeitshöhe des durch die Schütze aus dem Reſervoir in das Unterwaſſer ſtrömenden Betriebswaſſers iſt. Das Totalgefälle iſt bei dem Gange des Rades in freier Luft:

$$h=h_1+a,$$

beim Gange unter Waſſer:

$$h=h_1+a-h_2,$$

und beim Gange über Waſſer:

$$h=h_1+a+h_2,$$

daher hat man denn für die erſten beiden Fälle:

$$v=\sqrt{\frac{2gh}{2\frac{\sin.\beta\cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)}+\xi\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}\right)^2+\xi_1}},$$

und für den letzten:

$$v=\sqrt{\frac{2g\,(h-z)}{2\frac{\sin.\beta\sin.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)}+\xi\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}\right)^2+\xi_1}},$$

und es läßt ſich auch, wenn die Mündung G, durch welche das Gefäß mit dem Unterwaſſer communicirt, ſehr groß iſt, alſo das Waſſer ſehr langſam abfließt,

$$z=\frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{G}\right)^2=0$$

ſetzen.

Aus der Geſchwindigkeit $v = c_2$ läßt ſich auch die abſolute Eintrittsgeſchwindigkeit

$$c=\frac{v\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)},$$

und die Druckhöhe

$$x = b + h_1 - (1 + \xi)\frac{c^2}{2g} = b + h_1 - (1 + \xi)\frac{v^2 \sin.\beta^2}{2g \sin.(\beta - \alpha)^2}$$

berechnen. Ohne Rückſicht auf Nebenhinderniſſe iſt

$$x = b + h_1 - \frac{h \sin.\beta}{2 \cos.\alpha \sin.(\beta - \alpha)},$$

und läßt man den Atmoſphärendruck unbeachtet,

$$x = h_1 - \frac{h \sin.\beta}{2 \cos.\alpha \sin.(\beta - \alpha)}.$$

Es fällt $x = 0$, oder vielmehr dem äußeren Luftdrucke (b) gleich aus, wenn

$$h_1 = \frac{h \sin.\beta}{2 \cos.\alpha \sin.(\beta - \alpha)}$$

iſt.

Der durch den unvollkommenen Anſchluß herbeigeführte Waſſerverluſt hängt von der Differenz zwiſchen dem inneren Drucke (x) und dem äußeren Drucke an der Uebergangsſtelle ab, und iſt bei der Fontaine'ſchen Turbine ein anderer als bei der Jonval'ſchen Turbine. Damit das Waſſer in zuſammenhängenden Strömen zufließe, darf x nie gleich Null, muß alſo

$$b + h_1 > \frac{h \sin.\beta}{2 \cos.\alpha \sin.(\beta - \alpha)}$$

ſein; damit ſich ferner das Waſſer nicht von der Grundfläche des Rades trenne, darf auch nicht $y =$ Null, es muß alſo

$$b - h_2 + \varepsilon > 0,$$

d. i.

$$h_2 < b + \varepsilon \quad \text{oder} \quad h_2 < b + \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{G}\right)^2$$

alſo bei einem großen Inhalte der Ausflußöffnung G,

$$h_2 < b$$

ſein. Es darf alſo hiernach die Höhe des Rades über der Oberfläche des Unterwaſſers nie die Waſſerbarometerhöhe $b = 32{,}84$ Fuß erreichen.

Wenn bei der Jonval'ſchen Turbine das Reſervoir hoch und eng iſt, ſo daß ſich das Betriebswaſſer mit einer nicht unbedeutenden Geſchwindigkeit in demſelben bewegt, ſo hat man noch einige Verluſte in dieſem Reſervoir zu berückſichtigen, wie z. B. die Waſſerreibung, den Krümmungswiderſtand, den Stoß bei der plötzlichen Geſchwindigkeitsveränderung u. ſ. w. Es iſt aber rathſam, um alle dieſe Verluſte möglichſt unſchädlich zu machen, dem Reſervoir mehr Weite zu ertheilen, als dem Radraume.

§. 279 **Leiſtung der Fontaine-Henſchel'ſchen Turbinen.** Die Leiſtung einer Fontaine-Henſchel'ſchen Turbine läßt ſich übrigens faſt ganz wie die einer Fourneyron'ſchen Turbine und zwar dadurch ermitteln, daß

wir von der Totalleistung $Qh\gamma$ die den Nebenhindernissen entsprechenden mechanischen Arbeiten in Abzug bringen. Zunächst ist der Verlust in dem Leitschaufelapparate:

$$L_1 = \zeta \cdot \frac{c^2}{2g} Q\gamma,$$

und dann der in den Radcanälen:

$$L_2 = \zeta_1 \cdot \frac{c_1^2}{2g} Q\gamma,$$

ferner der Verlust, welcher der lebendigen Kraft des Wassers bei seinem Austritte aus dem Rade entspricht,

$$= \frac{w^2}{2g} Q\gamma = \frac{\left(2v \sin.\frac{\delta}{2}\right)^2}{2g} Q\gamma.$$

Bei der Jonval'schen Turbine kommt hierzu noch der Arbeitsverlust, welcher der Erzeugung der Austrittsgeschwindigkeit w_1 durch den Schieber entspricht und

$$= \frac{w_1^2}{2g} Q\gamma = \frac{1}{2g} \cdot \frac{Q^3}{G^2} \gamma$$

zu setzen ist. Hiernach können wir also die ganze Radleistung

$$L = \left(h - (\zeta c^2 + \zeta_1 c_1^2 + w^2 + w_1^2) \cdot \frac{1}{2g}\right) Q\gamma$$

setzen, und nun auch leicht ermessen, daß dieser Verlust um so größer ausfällt, je größer der Austrittswinkel δ und je größer die Abflußgeschwindigkeit w_1, oder je kleiner die Austritts- oder Schützenmündung G ist. Bei völlig geöffneter Schütze und weitem Reservoir ist $w_1 = 0$ zu setzen. Man ersieht hieraus, daß auch bei der Turbine von Henschel der Wirkungsgrad um so mehr abnimmt, je kleiner das Aufschlagquantum oder je tiefer die Schützenstellung ist. Was die Fontaine'sche Turbine anlangt, so finden bei ihr in Beziehung auf die Schützenstellung dieselben Verhältnisse statt wie bei der Fourneyron'schen Turbine, denn es wird auch hier durch das Niederlassen der Schütze ein stoßweiser Eintritt des Wassers in das Rad und dadurch auch eine Krafttödtung herbeigeführt.

Aus Allem ist zu entnehmen, daß die Wirkungsgrade dieser Turbinen von Fontaine und Henschel nicht ansehnlich größer oder kleiner ausfallen können, als die der Fourneyron'schen Turbinen unter übrigens gleichen Umständen, was auch durch die weiter unten angeführten Versuche vollkommen bestätigt wird. Nach den Versuchen des Verfassers ist auch hier $\zeta = \zeta_1 = 0{,}075$ zu nehmen.

§. 280 **Anordnung der Fontaine-Henſchel'ſchen Turbinen.** Wir haben nun noch die Hauptregeln zur Anordnung und Conſtruction der Fontaine-Henſchel'ſchen Turbinen anzugeben. Zuerſt nimmt man die Radſchaufelwinkel β und δ willkürlich an, den letzten möglichſt klein, nämlich 15^0 bis 20^0, den erſteren aber etwa 100^0 bis 120^0. Aus β und δ folgt ſogleich der Leitſchaufelwinkel α, indem man zur Verhinderung eines ſtoßweiſen Eintrittes ſetzt:

$$c_1 \sin.\beta = c_2 \sin.\delta = v \sin.\delta \quad \text{und} \quad \frac{c_1}{v} = \frac{\sin.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)},$$

alſo durch Combination:

$$\frac{\sin.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)} = \frac{\sin.\delta}{\sin.\beta};$$

es folgt nämlich hiernach:

$$\frac{\sin.(\beta-\alpha)}{\sin.\alpha \sin.\beta} = \frac{1}{\sin.\delta},$$

oder:

$$1) \quad \mathrm{cotg}.\alpha = \mathrm{cotg}.\beta + \frac{1}{\sin.\delta}.$$

Aus den Winkeln α und β ergiebt ſich nun die mittlere Radgeſchwindigkeit:

$$2) \quad v = \sqrt{\frac{2gh}{2\frac{\sin.\beta \cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)} + \zeta\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}\right)^2 + \zeta_1}},$$

und die Eintrittsgeſchwindigkeit:

$$3) \quad c = \frac{v \sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}.$$

Hieraus folgen ferner die Querſchnitte

$$4) \quad F = \frac{Q}{c} \quad \text{und}$$

$$5) \quad F_2 = \frac{Q}{v}.$$

Die Radweite oder Schaufellänge e, in radialer Richtung gemeſſen, läßt man in einem ſchicklichen Verhältniſſe $\nu = \frac{e}{r}$ zum mittleren Radhalbmeſſer r ſtehen. Bei kleinen Turbinen kann man $\nu = 0{,}4$, bei großen aber $\nu = 0{,}2$ annehmen. Ebenſo iſt für das Verhältniß $\lambda = \frac{e}{d}$ der Schaufellänge oder der Länge e der Ausmündungen zur Weite d derſelben ein beſtimmter Werth $= 2$ bis 4 zu ſetzen; iſt daher n die Anzahl der Radſchaufeln und s die Stärke derſelben, ſo hat man nicht nur

$$F_2 = 2\pi r e \sin.\delta - nse = \frac{2\pi e^2}{v}\sin.\delta - nse,$$

ſondern auch

$$F_2 = nde = \frac{ne^2}{\lambda},$$

und daher:

$$F_2 = \frac{2\pi e^2}{v}\sin.\delta - \frac{\lambda F_2 s}{e},$$

woraus nun die Schaufellänge

$$6)\quad e = \sqrt{\frac{vF_2}{2\pi\sin.\delta}}\left(1 + \lambda s\sqrt{\frac{\pi\sin.\delta}{2vF_2}}\right)$$

folgt und ſich weiter die Mündungsweite

$$7)\quad d = \frac{e}{\lambda},$$

der mittlere Radhalbmeſſer

$$8)\quad r = \frac{e}{v},$$

und die Anzahl der Radſchaufeln

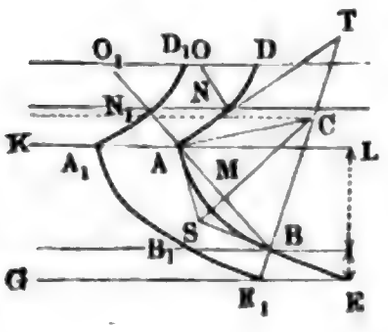
$$9)\quad n = \frac{F_2}{de} = \frac{\lambda F_2}{e^2}$$

ergiebt.

Die Anzahl n_1 der Leitſchaufeln nimmt man gleich oder höchſtens um ein Viertel kleiner als die der Radſchaufeln, und die Radhöhe a macht man ungefähr der Radweite oder Schaufellänge gleich.

Schaufelconstruction. Die Schaufeln bilden windſchiefe Flächen, §. 281
deren Erzeugungslinie auf der einen Seite rechtwinkelig durch die Radaxe und auf der anderen Seite durch eine Leitlinie geht, welche man ſich auf einen mit dem mittleren Radhalbmeſſer r beſchriebenen Cylindermantel verzeichnet denken kann. Da nun durch Abwickelung eines Cylindermantels auf eine Ebene ein Rechteck entſteht, ſo kann man Linien in dieſes verzeichnen, welche beim Wiederaufwickeln des Rechteckes auf den Cylinder als Leitlinien für die Schaufelflächen dienen können. Dieſe abgewickelten Leitlinien laſſen ſich am beſten aus geraden Linien und Kreisbögen zuſammenſetzen. Iſt LK, Fig. 516, der abgewickelte Kreis, in welchem das Rad und der Leitſchaufelapparat ſich berühren, ſo findet man die Linie AND für die Leitſchaufel, wenn man

Fig. 516.

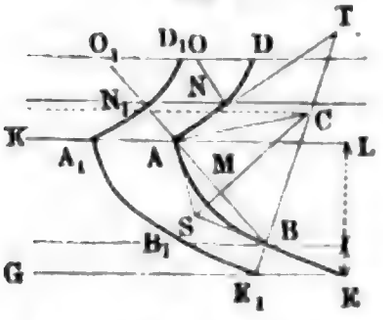


$$AA_1 = \frac{2\pi r}{n}$$

abſticht, und AN, A_1N_1 ... ſo zieht, daß der

Neigungswinkel $NAL = N_1 A_1 L \ldots = \alpha$ ausfällt; wenn man ferner $A O_1$ winkelrecht gegen $A_1 N_1$ fällt und nun aus dem Durchſchnitte O_1 dieſer Normale $A O_1$ mit einer den Leitſchaufelapparat oben begrenzenden Parallelen zu KL einen Kreisbogen $N_1 D_1$, und auf gleiche Weiſe aus einem anderen Punkte O den Bogen ND u. ſ. w. beſchreibt; AND, $A_1 N_1 D_1$ u. ſ. w. ſind nun die abgewickelten Leitlinien von den Leitſchaufeln. Um nun die Leitlinien für die Radſchaufeln zu finden, ziehen wir im Abſtande $EL =$ der Radhöhe a die Gerade EG parallel zu KL, machen

Fig. 517.



$$EE_1 = \frac{2\pi r}{n},$$

und legen die Geraden EB, $E_1 B_1$ u. ſ. w. ſo, daß die Winkel $BEG = B_1 E_1 G$ dem Austrittswinkel δ gleich werden; ferner fälle man die $E_1 B$ perpendicular auf BE und lege AB ſo an, daß der Winkel

$$ABC = ASC = \frac{\beta + \delta}{2}$$

wird; errichtet man endlich in der Mitte M der Linie AB das Perpendikel MC, ſo ſchneidet dieſes von BT das Centrum C des Bogens AB ab, welcher das obere Stück von der abgewickelten Leitlinie einer Radſchaufel ausmacht, während die Gerade BE den unteren Theil derſelben bildet.

Man ſieht leicht ein, daß bei dieſer Conſtruction der Leit- und Radſchaufeln das Waſſer ohne Contraction, und zwar mit den Querſchnitten AN_1 und BE_1 aus dem Leitſchaufelapparate und aus dem Rade austritt.

Beiſpiel. Es iſt die Anordnung und Berechnung einer Henſchel'ſchen Turbine zu vollziehen, welcher ein Aufſchlagquantum Q von 8 Cubikfuß pr. Secunde bei einem Gefälle h von 12 Fuß zu Gebote ſteht. Nehmen wir $\delta = 15^0$, und $\beta = 110^0$ an, ſo erhalten wir:

$$cotg.\,\alpha = cotg.\,\beta + \frac{1}{sin.\,\delta} = -\,cotg.\,70^0 + \frac{1}{sin.\,15^0}$$
$$= -\,0{,}3640 + 3{,}8637 = 3{,}4997,$$

hiernach iſt

1) $\alpha = 15^0\,57'$,

alſo nahe 16^0 zu machen. Setzen wir nun $\zeta = \zeta_1 = 0{,}08$, ſo finden wir die vortheilhafteſte Radgeſchwindigkeit im Theilkreiſe:

$$2)\ v = \sqrt{\frac{2gh}{2\frac{\sin.\beta\cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)} + \zeta\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.\beta-\alpha}\right)^2 + \zeta_1}}$$

$$= \frac{7{,}906\sqrt{12}}{\sqrt{\frac{2\sin.110^0\cos.16^0}{\sin.94^0} + 0{,}08\left[1+\left(\frac{\sin.110^0}{\sin.94^0}\right)^2\right]}}$$

$$= \frac{7{,}906\sqrt{12}}{\sqrt{1{,}8110+0{,}1510}} = \frac{7{,}906\sqrt{12}}{\sqrt{1{,}9620}} = 19{,}55 \text{ Fuß},$$

und hieraus wieder die entsprechende Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers:

$$3)\ c = \frac{v\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)} = \frac{19{,}55\sin.110^0}{\sin.94^0} = 18{,}415 \text{ Fuß}.$$

Aus diesen Geschwindigkeiten berechnen sich die Querschnitte der Ausmündungen:

$$4)\ F = \frac{Q}{c} = \frac{8}{18{,}415} = 0{,}4344 \text{ Quadratfuß und}$$

$$5)\ F_2 = \frac{Q}{v} = \frac{8}{19{,}55} = 0{,}4092 \text{ Quadratfuß}.$$

Nimmt man nun das Verhältniß $\nu = \frac{e}{r} = 0{,}3$ und das Dimensionsverhältniß $\lambda = \frac{e}{d} = 3{,}5$ an, und setzt man die Schaufelstärke $s = 0{,}02$ Fuß, so erhält man die nöthige Radweite oder Schaufellänge:

$$6)\ e = \sqrt{\frac{\nu F_2}{2\pi\sin.\delta}}\left(1+\lambda s\sqrt{\frac{\pi\sin.\delta}{2\nu F_2}}\right)$$

$$= 0{,}2748\,.\,1{,}1274 = 0{,}310 \text{ Fuß},$$

ferner die Mündungsweite:

$$7)\ d = \frac{e}{\lambda} = \frac{0{,}310}{3{,}5} = 0{,}08855 \text{ Fuß},$$

den mittleren Radhalbmesser:

$$8)\ r = \frac{e}{\nu} = \frac{0{,}310}{0{,}3} = 1{,}033 \text{ Fuß},$$

und die Radschaufelanzahl:

$$9)\ n = \frac{F_2}{de} = \frac{0{,}4092}{0{,}310\,.\,0{,}08855} = \frac{40{,}92}{2{,}7} = 15{,}1\ldots,$$

wofür 16 anzunehmen sein möchte. Die Anzahl der Leitschaufeln kann eben so groß sein. Die Höhe des Rades ist $b = e = 0{,}310$ Fuß und die Weite des Saugrohres ist nur wenige Zoll über $2r = 2{,}066$ Fuß, etwa 2,25 Fuß zu machen.

Die absolute Geschwindigkeit des aus dem Rade tretenden Wassers ist

$$w = 2v\sin.\frac{\delta}{2} = 2\,.\,19{,}55\sin.7\tfrac{1}{2}^0 = 5{,}104 \text{ Fuß}.$$

und die Geschwindigkeit des Wassers in der Saugröhre, da der Querschnitt derselben $= \frac{2{,}25^2\,.\,\pi}{4} = 3{,}976$ Quadratfuß beträgt,

$$w_1 = \frac{Q}{3{,}976} = \frac{8}{3{,}976} = 2{,}012 \text{ Fuß}.$$

Es iſt folglich die zu erwartende effective Radleiſtung:

$$L = \left(h - [\zeta\,(c^2 + v^2) + w^2 + w_1^2]\cdot\frac{1}{2g}\right) Q\gamma$$

$$= (12 - 0{,}016\,.\,[0{,}08\,(18{,}415^2 + 19{,}55^2) + 5{,}104^2 + 2{,}012^2])\,8\,.\,61{,}75$$

$$= (12 - 0{,}016\,[0{,}08\,\,(339 + 382) + 26{,}05 + 4{,}05])\,.\,494$$

$$= [12 - 0{,}016\,(57{,}7 + 30{,}10)]\,.\,494 = (12 - 1{,}405)\,.\,494$$

$$= 5234 \text{ Fußpfund.}$$

Durch die Zapfenreibung und durch die hydrauliſchen Hinderniſſe im Saugrohre kann dieſe Leiſtung bis auf 4800 Fußpfund = 10 Pferdekräfte herabgezogen werden. Der entſprechende Wirkungsgrad iſt dann

$$\eta = \frac{4800}{8\,.\,12\,.\,61{,}75} = \frac{4800}{5928} = 0{,}80.$$

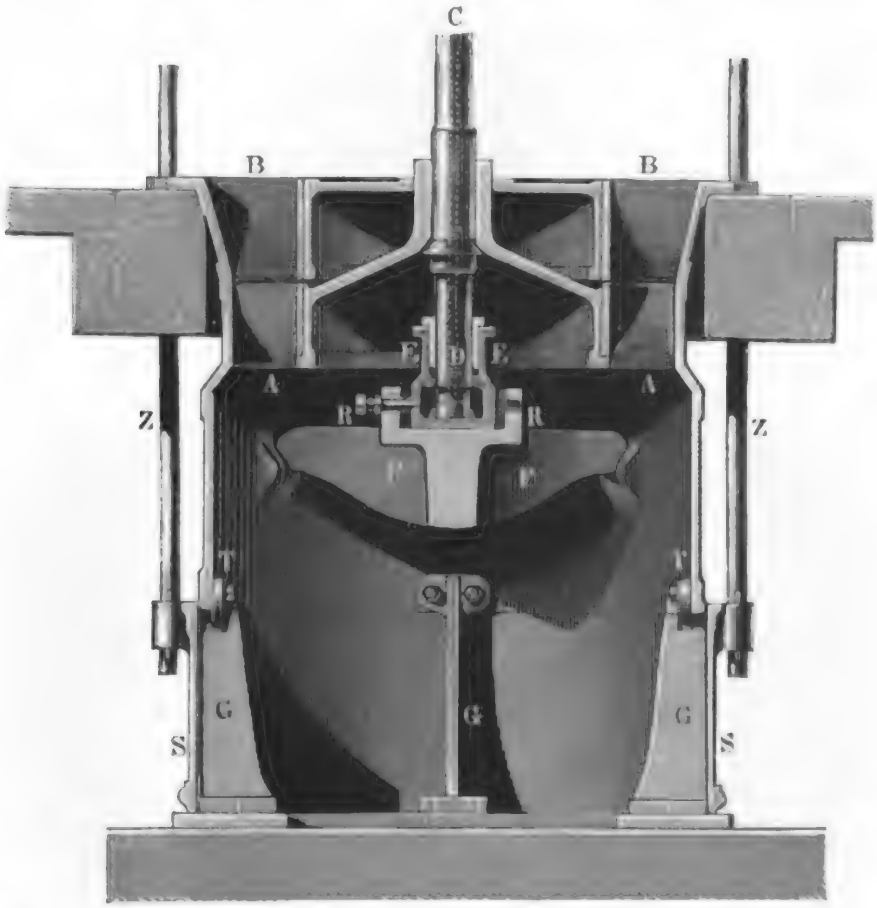
Wenn bei einem kleineren Aufſchlag die Schütze oder Klappe im Saugrohr geſtellt wird, ſo fällt natürlich dieſe Leiſtung noch kleiner aus.

§. 283 **Regulirungsmittel der Henschel'schen Turbinen.** Zum Reguliren des Aufſchlages einer Jonval'ſchen Turbine hat man in neuerer Zeit ſtatt der Schütze noch mehrfache Mittel angewendet, namentlich hat man hierzu im Saugrohre eine Drehklappe (ſ. Bd. I, §. 444) oder am Fuße deſſelben eine Röhren- oder eine ſogenannte Perſpectivſchütze angebracht. Die letztere beſteht im Weſentlichen aus einer kurzen Röhre SS, Fig. 518, welche an das untere Ende TT der Saugröhre anſchließt und das Geſtelle GG der letzten umgiebt, ſo daß ſie mittels der Zugſtangen Z, Z ſenkrecht emporgezogen und die ringförmige Abflußöffnung unter derſelben nach Bedürfniß größer oder kleiner gemacht werden kann. Die in der Figur abgebildete Turbine (nach Reichenbach in Augsburg) zeichnet ſich noch durch die Lagerung des Zapfens D aus. Wie man ſieht, ruht derſelbe in einem Gehäuſe EE, welches ſich mittels Schrauben R, R auf einem feſten Geſtelle FF centriſch einſtellen läßt, und bei welchem der Zutritt des Waſſers zu den Reibungsflächen durch eine Stopfbüchſe verhindert wird.

Bei anderen Turbinen deſſelben Syſtemes (franz. turbines en dessus) regulirt man den Zufluß des Waſſers durch Verengung oder partielle Verſchließung des Leitſchaufelapparates, ähnlich wie bei Turbinen von Fontaine in Fig. 512, III. Hierher gehören unter anderen die Turbinen von Cheneval und die von Girard (ſ. Le Génie industrielle, Tome XII und XIII). Bei den erſteren hat jede Leitſchaufel eine verticale Schütze, welche ſich durch einen Hebel und mittels Daumen, Räderwerke u. ſ. w. auf- oder niederſtellen läßt; bei den Turbinen von Girard laſſen ſich je drei Turbinencanäle durch einen horizontalen Schieber bedecken, welcher durch Hebel und mittels eines Räderwerkes u. ſ. w. bewegt wird. Beide Turbinen haben eine von oben nach unten zu zunehmende Radweite, und laſſen daher einen kleineren Austrittswinkel δ zu als die cylindriſchen Turbinen (§. 275).

Bei den Turbinen von Girard iſt jedoch dieſe Erweiterung (franz. évasement) ſo groß, daß ſich ein voller Ausfluß nicht erwarten läßt, um ſo mehr,

Fig. 518.



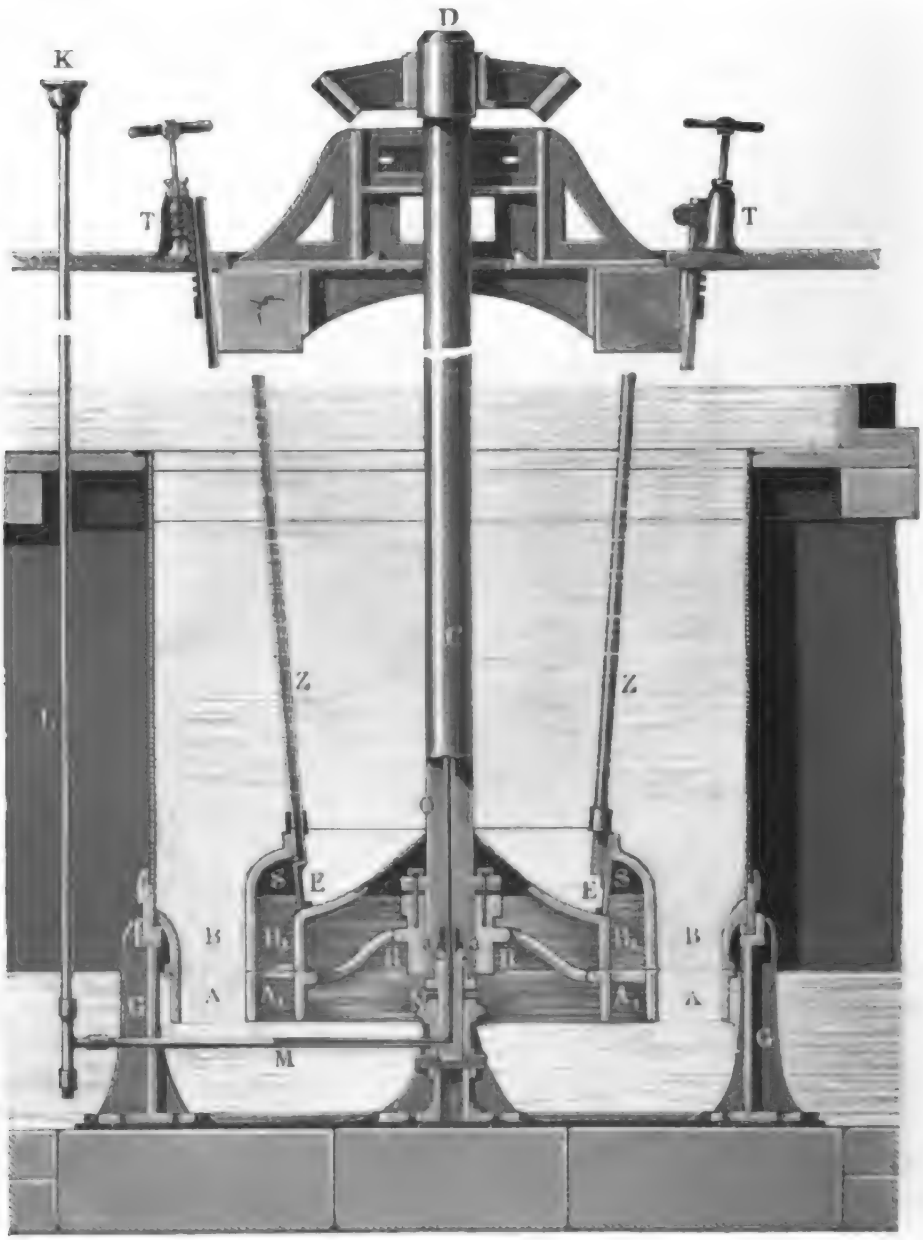
da dieſe Turbinen hydropneumatiſirt ſind und folglich in der comprimirten Luft umlaufen.

Die angeführten Regulirungsapparate haben den großen Mangel, daß ſie nur durch einen Verluſt an lebendiger Kraft in Wirkſamkeit treten können (vergl. §. 258); vollkommener läßt ſich aber derſelbe Zweck erreichen, wenn man das ganze Rad ſammt Leitſchaufelapparat durch cylindriſche Zwiſchenwände in Kammern abtheilt, und die eine oder die andere dieſer Kammern von oben verſchließt, wobei man ganz daſſelbe erreicht wie bei den Fourneyron'ſchen Turbinen mit Etagen.

Eine ſolche Turbine mit zwei Abtheilungen iſt in Fig. 519 (a. f. S.) abgebildet. Es iſt AA die äußere und $A_1 A_1$ die innere Radkammer, ſowie BB die äußere und $B_1 B_1$ die innere Abtheilung des Leitſchaufelapparates. Während das hier von einem Mantel umgebene Rad durch die Arme $A_1 R$, $A_1 R$ und durch die Hülſe RR mit der ſtehenden Welle CD verbunden iſt, ruht der

ganze Leitſchaufelapparat auf dem Geſtelle *G G* auf. Die Scheidewand des Leitſchaufelapparates iſt oben nach innen gebogen, und daher die innere Ab-

Fig. 519.



theilung des letzteren nur durch eine ringförmige Seitenöffnung *E E* zugänglich. Dieſe Oeffnung läßt ſich durch Schieber *S, S*, wovon je einer über 1, 2 bis 3 Leitſchaufelcanäle weggreift, beliebig verſchließen, und es dienen hierzu die Zugſtangen *Z, Z*. Die letzteren ſind hohl, communiciren oben mit der freien Luft und unten mit dem oberen Raume im Leitſchaufelapparate, um bei geſchloſſenen Schiebern das Aufſteigen des Waſſers in der

inneren Radabtheilung zu verhindern. Das Aufziehen und Niederlaſſen dieſer Stangen erfolgt durch Schrauben ohne Enden $T, T \ldots$ Das Schmieröl wird dem Zapfen N der Turbine durch ein Rohr KLM zugeführt, ſteigt in einer dünnen Bohrung ſenkrecht im Zapfen bis zu den Reibungsflächen empor, und fließt durch eine ſenkrechte Bohrung in der ſtehenden Welle CD ab. Damit ſich die Zapfen dieſer Turbinen in ihren Lagern nicht klemmen, giebt man den letzteren zuweilen ein Kugelgelenk, oder zwei ſich rechtwinkelig kreuzende Cylindergelenke, wie z. B. hier aa vor Augen führt.

Verſuche an der Fontaine'ſchen Turbine. Ueber die Leiſtungen der Turbinen von Fontaine und von Jonval hat man in der neueren Zeit ſehr zuverläſſige Verſuche angeſtellt (ſ. Comptes rendus de l'Académie des Sciences à Paris, Bd. XXII und XXIII, 1846, oder polytechn. Centralblatt, Bd. VIII, 1846). Verſuche mit der Fontaine'ſchen Turbine ſind aber auch ſchon früher von den Civilingenieuren Alcan und Grouvelle ausgeführt worden (ſ. Bulletin de la Société d'encouragement, Bd. XLIV oder polytechn. Centralblatt, Bd. VI). Dieſe Verſuche führen darauf, daß auch bei den Fontaine'ſchen Turbinen (wie bei den Fourneyron'ſchen) der größte Wirkungsgrad bei dem höchſten Schützenſtande eintritt, und daß die Leiſtung bei veränderter Druckhöhe weniger abnimmt, als bei verändertem Aufſchlagquantum. Die Turbine zu Vadeney bei Chalons ſur Marne, deren Leiſtung von Alcan und Grouvelle ermittelt wurde, hatte 1,6 Meter äußeren Durchmeſſer und 0,12 Meter Höhe, das Gefälle derſelben betrug circa 1,7 Meter, ihr Aufſchlagquantum 420 Liter und ihre Nutzleiſtung circa 8 Pferdekräfte. Als Hauptreſultat dieſer Verſuche hat ſich herausgeſtellt, daß bei einer Umdrehungszahl u von 30 bis 50, der mittlere Wirkungsgrad 0,67 war. Eine, allerdings ſchon mehrere Jahre im Gange befindliche Fourneyron'ſche Turbine gab faſt unter denſelben Verhältniſſen, η nur $= 0{,}60$. §. 284

Morin ſtellte ſeine Verſuche an einer in der Pulvermühle zu Bouchet befindlichen Turbine an. Das Verſuchsrad hatte 1,2 Meter mittleren Durchmeſſer und 0,25 Meter Weite, es war mit 24 Leit- und 48 Radſchaufeln ausgerüſtet und hatte circa $1^1/_2$ Meter Gefälle bei 0,25 Cubikmeter Aufſchlag. Es wurden an demſelben Verſuche bei 2, 3 und 4 Centimeter Schützenzug angeſtellt und folgende Hauptreſultate erlangt. War die Schütze ganz aufgezogen und die Zahl der Umdrehungen pr. Minute $= 45$, ſo fiel der Wirkungsgrad am größten, und zwar 0,69 bis 0,70 aus, bei niedrigeren Schützenſtellungen aber, wo der Aufſchlag um $^1/_4$ kleiner war, ergab ſich $\eta = 0{,}57$. Der Wirkungsgrad veränderte ſich mit der Geſchwindigkeit des Rades nur wenig; denn bei 35 Umdrehungen war er noch 0,64 und bei 55 noch 0,66. Es hat ſich überhaupt, und nament-

lich auch noch bei einigen mit 1 Meter Gefälle angeſtellten Verſuchen ergeben, daß die Abweichung von der vortheilhafteſten Geſchwindigkeit $^1/_4$ derſelben betragen kann, ohne daß der Wirkungsgrad über 4 bis 6 Proc. kleiner wird. Ueberdies ergab ſich, daß die größte Kraft, bei welcher das Rad anfing, unregelmäßig zu gehen, beinahe $1^1/_2$ mal ſo groß war, als die bei der Maximalleiſtung ausgeübte Kraft. Bei den Verſuchen ging das Rad wenige Centimeter unter Waſſer. Aus dieſen Reſultaten läßt ſich entnehmen, daß die Turbine von Fontaine den vorzüglichen hydrauliſchen Kraftmaſchinen beizuzählen iſt. Ein beſonderer Vorzug dieſes Rades beſteht überdies noch darin, daß deſſen Zapfen ganz außerhalb des Waſſers ſteht. Derſelbe Zweck wird jedoch auch durch die graissage atmosphérique von Decker und Laurent erreicht, wo der untere Theil der Turbinenwelle mit einer Taucherglocke, die mit der Welle umläuft, umgeben iſt. Die von dieſer Glocke umſchloſſene Luft ſchützt hier den Zapfen gegen den Zutritt des Waſſers und wird durch eine kleine Luftpumpe immer in der nöthigen Spannung erhalten.

§. 285 **Verſuche an der Jonval'ſchen Turbine.** Die Verſuche über die Leiſtungen der Jonval'ſchen Turbinen ſind nicht minder günſtig ausgefallen, als die der Fontaine'ſchen Turbinen. Die Patentinhaber der Jonval'ſchen Turbine, Andrée Köchlin und Comp., haben die Ergebniſſe der Verſuche an zwei Rädern aus ihrer Werkſtatt im Bulletin de la Société industr. de Mulhouse, 1845 (ſ. Dingler's polytechn. Journal, Bd. 94, 1844) bekannt gemacht; wir theilen hiervon jedoch nur Folgendes mit. Eine Turbine von 0,95 Meter Durchmeſſer, 0,20 Meter Höhe, welche ſich 0,80 Meter unter dem Spiegel des Oberwaſſers befand, übrigens aber ein Gefälle von 1,7 Meter und einen Aufſchlag von 550 Liter pr. Secunde benutzte, gab bei 73 bis 95 Umdrehungen pr. Minute, 0,75 bis 0,90 Wirkungsgrad. Mit Recht hält Morin dieſe Werthe für zu groß, und glaubt an denſelben wegen einer unrichtigen Beſtimmung der Aufſchlagmengen, Correctionen anbringen zu müſſen, welche dieſelben auf 0,63 bis 0,71 zurückführen.

Morin ſelbſt machte Verſuche an einer Turbine von 0,810 Meter äußerem Durchmeſſer, 0,120 Meter innerer Weite und 18 Schaufeln, welche bei 1,7 Meter Gefälle mit 200 bis 300 Liter Aufſchlag pr. Secunde arbeitete. Im Ganzen gelangte Morin zu folgenden Reſultaten: im Normalzuſtande, bei ungehindertem Ein- und Austritte des Waſſers, war die Umdrehungszahl des Rades pr. Minute circa 90 und der Wirkungsgrad 0,72. Wurden Verengungsſtücke auf das Rad aufgeſetzt, ſo fiel der Wirkungsgrad nur dann viel kleiner (0,63) aus, wenn dieſelben den Querſchnitt der Eintrittsmündungen in das Rad bedeutend verengten. Der Wirkungsgrad veränderte ſich nicht anſehnlich, wenn die Geſchwindigkeit um $^1/_4$ größer oder

kleiner war, als bei dem Normalumgange des Rades. Durch das Tieferſtellen der Schütze wurde der Wirkungsgrad anſehnlich kleiner, woraus folgt, daß dieſelbe ein ſehr unvollkommener Regulator des Rades iſt. Wurde z. B. durch die Schütze der Querſchnitt des abfließenden Waſſers auf 0,4 des Werthes beim Normalzuſtande zurückgeführt, ſo ergab ſich η höchſtens $= 0{,}625$.

Auch Redtenbacher theilt einige Verſuche an einer Jonval'ſchen Turbine mit, und findet den höchſten Wirkungsgrad bei völlig geöffneter Schütze und ohne Bedeckung des Rades durch Blechſectoren, $= 0{,}62$. Zugleich hat er, wie bei den Fourneyron'ſchen Turbinen, gefunden, daß das Rad leer ungefähr zweimal ſo viel Umdrehungen macht, als im Normalzuſtande bei Verrichtung der Maximalleiſtung.

§. 286

Ausgedehnte Verſuche über die Wirkung dreier Köchlin-Jonval'ſchen Turbinen ſind von den Herren Hülſſe, Bornemann und Brückmann in Vereinigung mit dem Verfaſſer in der Fiſcher'ſchen Papierfabrik zu Bautzen angeſtellt und von Herrn Brückmann im polytechn. Centralblatt, 1849, Lieferung Nr. 17 beſchrieben worden.

Das größere dieſer Räder hatte einen äußeren Durchmeſſer von 1,4 Meter, und eine Radweite von $\frac{1}{6} . 1{,}4 = 0{,}233$ Meter; ſein Kranz lag ungefähr 2,3 Meter unter dem Oberwaſſerſpiegel, während das ganze Gefälle im Mittel 4,28 Meter betrug. Die Anzahl der Radſchaufeln war 18, und die der Leitſchaufeln 24. Die Verſuche mit einem unmittelbar auf die Turbinenwelle aufgeſetzten Bremsdynamometer gaben bei dem Aufſchlag von 0,672 Cubikmeter pr. Secunde und bei 80 bis 100 Umdrehungen pr. Minute, eine Leiſtung von circa 2115 Meter-Kilogramm, welche dem Wirkungsgrade 0,745 entſpricht. Da die Reibung des 850 Kilogramm ſchweren Rades auf der Baſis des 8,98 Centimeter ſtarken Zapfens noch 234 Meter-Kilogramm Arbeit verzehrte, ſo iſt die Leiſtung des Waſſers im Rade 2349 Meter-Kilogramm, während das Arbeitsvermögen des Waſſers $672 . 4{,}28 = 2876$ Meter-Kilogramm betrug, und daher der hydrauliſche Wirkungsgrad des Rades:

$$\eta = \frac{2349}{2876} = 0{,}815.$$

Das mittlere Rad hatte 0,963 Meter äußeren und $\frac{2}{3} . 0{,}963 = 0{,}642$ Meter inneren Durchmeſſer, und die Schaufelzahl deſſelben betrug 18, dagegen die des Leitſchaufelapparates 20. Die dynamometriſchen Verſuche an dieſem Rade gaben bei einem Gefälle von 4,42 Meter, einen Aufſchlag von 0,370 Cubikmeter pr. Secunde, und bei einer Umdrehungszahl von 115 bis 145, eine effective Leiſtung von 1289 Meter-Kilogramm, und hier-

nach einen Wirkungsgrad von $\frac{1289}{1635} = 0{,}8$, der nach Hinzurechnung der Reibung des 493 Kilogramm ſchweren Rades auf der 7,62 Centimeter breiten Zapfenbaſis, auf 0,82 ſteigt.

Das kleine Rad hatte endlich 0,612 äußeren und 0,393 inneren Durchmeſſer, und ſeine Schaufelanzahl betrug, wie die des Zuleitungsapparates, nur 12. Es lag daſſelbe nur 1,4 Meter unter dem Oberwaſſerſpiegel, während das ganze Gefälle 4,513 Meter maß. Bei 0,197 Cubikmeter Aufſchlag pr. Secunde und einer Umdrehungszahl von 180 bis 220 pr. Minute gab dieſes Rad noch den Wirkungsgrad 0,70, welcher ſich durch Hinzurechnen der Reibung des 229 Kilogramm ſchweren Rades an der Baſis ſeines 6,35 Centimeter dicken Zapfens, auf 0,715 ſteigert.

Nicht minder günſtig ſind die Ergebniſſe der dynamometriſchen Verſuche ausgefallen, welche Herr Brückmann an einer Köchlin-Jonval'ſchen Turbine in der Spinnerei des Herrn Mattauſch zu Franzensthal in Böhmen angeſtellt, und welche derſelbe ebenfalls im polytechn. Centralblatt, und zwar im Jahrgang 1849, Lieferung 22, veröffentlicht hat. Dieſe Maſchine iſt, wie auch die vorigen, aus der Fabrik von Eſcher, Wyß und Comp. in Zürich hervorgegangen. Das Rad hatte 20 Schaufeln, einen äußeren Durchmeſſer von 4 Fuß $6\frac{1}{2}$ Zoll engl. und einen Schaufelkranz von 9 Zoll Höhe und $9\frac{1}{4}$ Zoll Breite. Der ſich nach oben etwas erweiternde Leitſchaufelapparat hatte nur 15 Schaufeln und ſeine Höhe betrug ebenfalls 9 Zoll. Die Kranzfläche des Rades lag 1,4 Meter unter dem Oberwaſſerſpiegel, das ganze Gefälle betrug 3 bis 3,1 Meter und der Aufſchlag 0,966 bis 1,22 Cubikmeter pr. Secunde. Statt einer Regulirungsklappe war eine bei den Verſuchen ſtets offene Perſpectivſchütze am Fuße der Saugröhre angebracht, außerdem waren auch noch Deckel vorhanden, wodurch mehrere Einmündungen des Leitſchaufelapparates ſich zuſchließen ließen. Die Verſuche des Herrn Brückmann haben auf Folgendes geführt. Bei völlig geöffnetem Leitſchaufelapparat und 81 bis 91 Umdrehungen des Rades pr. Minute war die Leiſtung dieſer Turbine 38 Pferdekräfte, welchen der Wirkungsgrad 0,78 entſpricht; waren aber drei von den 15 Leitſchaufelcanälen bedeckt, ſo ſank der Wirkungsgrad auf 0,75, und waren fünf dieſer Canäle bedeckt, ſo fiel der Wirkungsgrad gar auf 0,65.

§. 287 **Neuere Verſuche an einer Fontaine'ſchen Turbine.** Gründliche dynamometriſche Verſuche an einer Fontaine'ſchen Turbine mit zwei Abtheilungen (Fig. 519), hervorgegangen aus der rühmlichſt bekannten Fabrik von Eſcher, Wyß u. Comp. in Zürich, ſind 1852 von den Herren Profeſſoren Hülße und Brückmann angeſtellt worden. Die geprüfte Turbine war eine Umtriebsmaſchine in der Papierfabrik des Herrn Grimm ꝛc.

zu Doberſchau bei Bautzen. Das Gefälle derſelben betrug $16^1/_2$ Fuß (engl.) und das normale Aufſchlagquantum $16^3/_4$ Cubikfuß pr. Secunde. Das Aufſchlagwaſſer trat aus dem Aufſchlaggraben zuerſt in einen Einfallkaſten von ungefähr 7 Fuß Seitenlänge und 8 Fuß Tiefe, und von da in ein Einfallrohr aus Eiſenblech von $4^2/_3$ Fuß Weite; das letztere führte es in den unten anſtoßenden, aus zwei concentriſchen Schaufelkränzen beſtehenden Leitſchaufelapparat, und aus dieſem ſtrömte es in einer ſchrägen Richtung in das unmittelbar darunter ſtehende zweitheilige Turbinenrad. Der Unterwaſſerſpiegel ſchwankte zwiſchen dem Niveau der oberen und dem der unteren Grundfläche des Leitſchaufelapparates; es iſt folglich dieſe Maſchine eine unter Waſſer gehende Fontaine'ſche Turbine. Der mittlere Durchmeſſer der äußeren Radabtheilung betrug 3 Fuß $10^1/_4$ Zoll und die Weite derſelben 2,9 Zoll, ferner der mittlere Durchmeſſer der inneren Radabtheilung maß 3 Fuß 0,85 Zoll und die Weite derſelben 4 Zoll. Die Höhe des Rades betrug $6^1/_2$ Zoll, der Abſtand des Rades vom Leitſchaufelapparate $^1/_4$ Zoll und die Dicke des gußeiſernen Zwiſchenkranzes $1^1/_4$ Zoll. Die Höhe der Leitſchaufelringe maß 6,1 Zoll, die obere Weite des äußeren Ringes $4^1/_4$ Zoll, und die untere $5^3/_4$ Zoll. Die Anzahl der Schaufeln des Rades und des Leitſchaufelapparates war 24. Die Regulirung der Beaufſchlagung der Maſchine konnte in der Art erfolgen, daß

1) beide Radabtheilungen vollſtändig,
2) nur die äußere Radabtheilung vollſtändig geöffnet,
3) die letztere vollſtändig und die innere Abtheilung theilweiſe geſchloſſen blieb.

Zum Verſchließen des inneren Leitſchaufelringes dienten eiſerne Deckel in Geſtalt von Ringſtücken. Je zwei dieſer Deckel lagen einander gegenüber, und deckten entweder je eine, je zwei, je drei, oder je vier Zellen des Leitſchaufelapparates.

Die Turbinenwelle hatte einen Durchmeſſer von 6 Zoll und ein Gewicht von 1482 Pfund Zollgewicht; ſie enthielt unten eine meſſingene Spurplatte, womit ſie auf einem oben abgerundeten feſtſtehenden Gußſtahlzapfen von $3^1/_2$ Zoll Durchmeſſer lief.

Die Umdrehungskraft wurde durch ein Bremsdynamometer von $6^1/_3$ Fuß Armlänge, und die Aufſchlagmenge durch einen Ueberfall von 8 Fuß Breite gemeſſen. Die Ergebniſſe der an dieſer Turbine angeſtellten Verſuche ſind, kurz zuſammengefaßt, folgende:

1) Bei Beaufſchlagung der äußeren Radabtheilung war das mittlere Gefälle:

$$h = 4{,}93 \text{ Meter},$$

das mittlere Aufſchlagquantum:

$$Q = 0{,}255 \text{ Cubikmeter},$$

die Umdrehungszahl pr. Minute:

$$u = 60 \text{ bis } 82,$$

und der Wirkungsgrad:

$$\eta = 0{,}573 \text{ bis } 0{,}613.$$

2) Bei vollſtändiger Beaufſchlagung von beiden Radabtheilungen war

$h = 4{,}45$ Meter, $Q = 0{,}485$ Cubikmeter,
$u = 76$, $\eta = 0{,}652$,
$u = 103$, $\eta = 0{,}755$,
$u = 119$, $\eta = 0{,}713$.

3) Beim Verſchluß von der Hälfte (12 Zellen) des inneren Leitſchaufelapparates:

$h = 4{,}51$ Meter, $Q = 0{,}359$ Cubikmeter,
$u = 69{,}5$, $\eta = 0{,}649$,
$u = 86$, $\eta = 0{,}677$,
$u = 100{,}3$, $\eta = 0{,}657$.

4) Beim Verſchluß von Dreiviertel (18 Zellen) des inneren Leitſchaufelapparates:

$h = 4{,}57$ Meter, $Q = 0{,}300$ Cubikmeter,
$u = 57$ bis $87\frac{1}{2}$, $\eta = 0{,}576$ bis $0{,}640$.

Wie auch aus theoretiſchen Gründen folgt, iſt der Wirkungsgrad der Turbine bei vollſtändiger Beaufſchlagung beider Radabtheilungen ein Maximum, und es fällt derſelbe um ſo kleiner aus, je mehr Zellen des inneren Leitſchaufelapparates bedeckt ſind (ſ. polytechniſches Centralblatt, Jahrgang 1852, Lieferung 14).

Verſuche über die Fontaine'ſchen Turbinen mit Hydropneumatiſation u. ſ. w. nach Girard, ſind an einem ſolchen Rade in der Papierfabrik zu Egreville von den Herren Girard, Dufay, Callon u. ſ. w. im Jahre 1851 angeſtellt worden (ſ. Comptes rendues etc. de l'Académie des Sciences à Paris, T. 33). Dieſen Verſuchen zufolge, hat eine ſolche Turbine bei einem Gefälle $h = 1{,}65$ bis $1{,}69$ Meter, einem Aufſchlagquantum $Q = 1{,}75$ bis $2{,}22$ Cubikmeter pr. Secunde, einer Umdrehungszahl $u = 20$ bis 24 und einer Nutzleiſtung von 27 bis 38 Pferdekräften einen Wirkungsgrad von 0,69 bis 0,76. Spätere Verſuche an einer ſolchen Turbine in der Spinnerei zu Haudrecy, wobei $h = 1{,}66 \div 1{,}78$ Meter, $Q = 0{,}54$ bis $1{,}09$ Cubikmeter und $u = 23$ bis 27 war, gaben $\eta = 0{,}70$ bis $0{,}84$, oder im Mittel $\eta = 0{,}75$ (ſ. Le Génie industrielle, Mars 1855).

Verſuche, welche im Conservatoire des arts et métiers zu Paris mit einer kleinen Turbine derſelben Art angeſtellt worden ſind, haben auf den Wirkungsgrad $\eta = 0{,}61$ bis $0{,}76$ geführt (ſ. Le Génie industrielle, Tome XII, 1856).

Vergleichung der Turbinen unter einander. Vergleichen wir §. 288
die Fontaine-Jonval'schen Turbinen mit den Fourneyron'schen Turbinen, so finden wir allerdings, daß sie in einigen Beziehungen den letzteren vorzuziehen sind, in anderen Beziehungen aber denselben nachstehen. Zunächst hat eine Turbine von Fontaine u. s. w. den Vorzug vor einer Fourneyron'schen Turbine, daß bei ihr das Wasser bei seinem Eintritte in den Leitschaufelapparat von seiner anfänglichen Bewegung nicht so viel abgelenkt wird, als bei einer Fourneyron'schen Turbine; daß daher auch, wenn die Eintrittsgeschwindigkeit eine und dieselbe ist, bei jener Turbine ein kleinerer Eintrittswiderstand stattfindet, als bei dieser Turbine; oder daß bei jenem Rade eine größere Eintrittsgeschwindigkeit angewendet werden kann, als bei diesem, und also auch jenes Rad kleiner gemacht werden kann, als dieses. Dann besitzt diese Turbine auch noch den Vorzug, daß ihre Leitschaufeln das Wasser mehr in parallelen Fäden einführen, als bei den Fourneyron'schen Turbinen, wo eine Divergenz der in das Rad eintretenden Strahlen unvermeidlich ist.

Auf der anderen Seite bieten aber auch die alten oder Fourneyron'schen Turbinen ihre Vorzüge dar. Erstens besteht ihr Zapfendruck fast nur in dem Gewichte des armirten Rades, während er bei den neueren Turbinen außerdem noch aus einem Wasserdrucke besteht, der mit der Umdrehungskraft wächst. Es ist also hier unter übrigens gleichen Umständen eine größere Zapfenreibung zu erwarten, als dort. Zweitens, bei den Fourneyron'schen Turbinen bewegen sich die Wassertheilchen neben einander mit gleicher Umdrehungsgeschwindigkeit, bei den Fontaine-Jonval'schen Turbinen hingegen haben die neben einander niederfließenden Wasserelemente sehr ungleiche Umlaufsgeschwindigkeiten, die äußeren größere und die inneren kleinere. Es erwächst aber hieraus bei diesen Rädern ein wenn auch nur kleiner Stoß beim Eintritte des Wassers in das Rad, eine größere Reibung des Wassers in den Radcanälen und vorzüglich noch eine gewisse Unregelmäßigkeit in der Bewegung des durch das Rad strömenden Wassers, indem die Centrifugalkraft dasselbe nach außen treibt. Endlich besteht ein Vorzug der älteren Turbinen noch in der leichteren Herstellung des Leit- und Radschaufelapparates.

Anmerkungen. 1. Sehr geeignet sind noch die Fontaine'schen Turbinen zur Benutzung der Ebbe- und Fluthkraft. Stellt man ein solches Rad in einen in das Meer ausmündenden Canal und sperrt man durch zwei Schutzbretter auf der einen Seite den unteren und auf der anderen Seite den oberen Theil des Rades ab, so ist das auf der einen Seite höher stehende Wasser gezwungen, durch das Rad hindurchzugehen und dasselbe in Umdrehung zu setzen. Bei dem Umsetzen aus der Fluth in Ebbe, oder umgekehrt aus der Ebbe in Fluth, ist natürlich die Schützenstellung umzukehren.

2. Zu den Vorzügen der Jonval'schen Turbinen rechnet man noch den Um-

ſtand, daß man dieſelben beliebig (natürlich noch nicht 32,84 Fuß) über das Unterwaſſer ſtellen kann, ohne einen namhaften Verluſt an Wirkung zu verlieren, daß ſie daher auch leicht einer Reviſion und Reparatur zu unterziehen ſind, und ihnen durch eine Veränderung des Unterwaſſerſtandes kein Verluſt erwächſt. Wie aus den Verſuchen Marozeau's (ſ. die am Ende citirte Abhandlung), zugleich aber auch aus der obigen Theorie und aus beſonderen theoretiſchen Unterſuchungen Morin's folgt, darf jedoch die Höhe der Turbine über dem Unterwaſſer eine gewiſſe Grenze nicht überſchreiten, weil ſonſt das Waſſer unmittelbar unter dem Rade die Continuität verliert, wobei, wie leicht zu ermeſſen, eine kleinere Wirkung eintritt.

§. 289 **Vergleichung der Turbinen mit anderen Waſſerrädern.** Wir haben nun noch die Vorzüge und Mängel der Turbinen, und zwar vorzüglich der Reactionsturbinen, gegen die verticalen Waſſerräder aufzuzuzählen und gegen einander abzuwägen.

Die Turbinen beſitzen zuerſt inſofern einen großen Vorzug vor den verticalen Waſſerrädern, als ſie ſich faſt bei allen Gefällen von 1 bis 500 Fuß anwenden laſſen, während die verticalen Waſſerräder höchſtens eine Waſſerkraft von 50 Fuß Gefälle aufzunehmen vermögen. Allerdings ſind aber bei verſchiedenen Gefällen die Wirkungsgrade der Turbinen verſchieden, namentlich fallen dieſelben bei kleinen Rädern und hohen Gefällen kleiner aus, als bei mittleren und kleinen Gefällen, weil hier die Nebenhinderniſſe verhältnißmäßig größer ſind als bei größeren Rädern mit mittleren Gefällen. Auf der anderen Seite läßt ſich bei hohen Gefällen von 20 bis 40 Fuß von oberſchlägigen Waſſerrädern ein Wirkungsgrad erzielen, der bei Turbinen nicht erlangt werden kann. Nur bei mittleren Gefällen von 10 bis 20 Fuß kann man von beiden Rädern eine und dieſelbe Leiſtung erwarten; ſind aber die Gefälle klein, ſo geben die Turbinen in jedem Falle eine größere Nutzleiſtung, als die an deren Stelle geſetzten unterſchlägigen Waſſerräder. Die Ponceleträder ſind höchſtens bei Gefällen von 3 bis 6 Fuß den Turbinen an die Seite zu ſtellen. Die Turbinen haben vor den verticalen Waſſerrädern noch den großen Vorzug, daß ſie bei verſchiedenen Gefällen faſt mit gleichem Wirkungsgrade arbeiten, und daß ſie beſonders durch Stauwaſſer in ihrem Gange nicht geſtört werden, da ſie unter Waſſer faſt mit demſelben Vortheil, ja in gewiſſen Fällen noch mit mehr Nutzen arbeiten, als in freier Luft. Verticale Waſſerräder verlieren zwar ſtets an ihrem Wirkungsgrade, wenn ſich ihr Gefälle verändert, jedoch nur dann beträchtlich, wenn die Gefälle ſelbſt klein ſind, oder gar ein Waten des Rades im Waſſer eintritt. Auf der anderen Seite verurſachen aber Veränderungen im Aufſchlagquantum bei verticalen Waſſerrädern weit weniger Arbeitsverluſt, als bei den horizontalen Waſſerrädern. Dieſes Verhältniß gereicht den erſteren Rädern in ökonomiſch-hydrauliſcher Beziehung zum großen Vortheile. Um die Leiſtung eines vorher im Normalgange befindlichen verticalen Waſſerrades, zu-

mal eines ſolchen, wo das Waſſer hauptſächlich durch den Druck wirkt, nach Bedürfniß zu erhöhen, kann man auf daſſelbe eine größere Waſſermenge aufſchlagen, und um die Leiſtung eines ſolchen Rades zu vermindern, braucht man nur demſelben weniger Waſſer zu geben; in beiden Fällen wird der Wirkungsgrad nicht namhaft kleiner oder größer. Ganz anders iſt aber das Verhältniß in dieſem Falle bei einer Reactionsturbine. Der vortheilhafte Gang einer ſolchen findet bei völlig geöffneter Schütze und alſo auch bei dem größten Aufſchlagquantum ſtatt; wenn nun ein kleineres Arbeitquantum gefordert, daher auch ein kleineres Waſſerquantum verbraucht, und zu dieſem Zwecke die Schütze tiefer geſtellt wird, ſo vermindert man die Leiſtung nur zum Theil durch Verminderung des Aufſchlages, zum Theil aber durch Tödten der lebendigen Kraft des Waſſers oder durch Schwächen des Waſſerdruckes, und zieht dadurch den Wirkungsgrad herab. Dieſes Krafttödten iſt mit dem Bremſen oder Hemmen eines Wagens zu vergleichen, welches beim Bergabfahren, wo ein Ueberfluß an lebendiger Kraft vorhanden iſt, vorgenommen wird. Während man alſo bei einem verticalen Waſſerrade durch Niederlaſſen der Schütze nur alles überflüſſige Waſſer vom Rade abſperrt und dieſes nach Befinden noch zu anderen Zwecken gebrauchen kann, wird bei den Reactionsturbinen dadurch nur ein Theil des überflüſſigen Waſſers abgeſperrt, das Arbeitsvermögen des anderen Theiles aber im Rade vernichtet.

Bei den Druckturbinen iſt, wenn dieſelben nicht unter Waſſer gehen, und daher die Radcanäle vom durchfließenden Waſſer nicht ausgefüllt werden, dieſes Leiſtungsverhältniß günſtiger; da hier bei jeder Schützenſtellung das Waſſer ohne einen Wirbel zu bilden durch die Radcanäle ſtrömt.

In Hinſicht auf Veränderlichkeit in der Umdrehungsgeſchwindigkeit findet §. 290
eine große Differenz zwiſchen den horizontalen und verticalen Waſſerrädern nicht ſtatt, bei beiden kann ſich die Normalgeſchwindigkeit ungefähr um den vierten Theil ihres Werthes vergrößern oder verkleinern, ohne daß die Leiſtung ſich bedeutend vermindert. Was aber die Größe dieſer Geſchwindigkeit ſelbſt anlangt, ſo ſtellt ſich allerdings ein großer Unterſchied heraus. Mit Ausnahme der unterſchlägigen Räder und namentlich der Ponceleträder gehen alle verticalen Waſſerräder meiſt nur mit Umdrehungsgeſchwindigkeiten von 4 bis 10 Fuß um, die Turbinen hingegen haben vom Gefälle abhängige, ſehr verſchiedene und meiſt weit größere Umlaufsgeſchwindigkeiten. Aus dieſem Grunde und da überdies noch die Turbinen kleinere Halbmeſſer haben, als die verticalen Waſſerräder, machen ſie denn auch in der Regel viel mehr Umdrehungen, als dieſe Räder. Je nachdem nun die Arbeitsmaſchine eine große oder eine kleine Umdrehungszahl, d. i. einen ſchnellen oder einen langſamen Gang erfordert, wird ſich daher auch ein horizontales oder ein verti-

cales Waſſerrad mehr zu ihrer Bewegung eignen. Uebrigens aber ſind die ſchnellen Bewegungen einer Maſchine eher nachtheilig als vortheilhaft, weil bei ihnen die Nebenhinderniſſe, wie Reibung, zumal aber Stöße u. ſ. w., größer ausfallen; und aus dieſem Grunde iſt es oft vortheilhafter, durch eine Zwiſchenmaſchine die Umdrehungszahl eines Rades in eine größere als in eine kleinere umzuſetzen, und daher ein verticales anſtatt eines horizontalen Waſſerrades anzuwenden.

Iſt die Laſt einer Maſchine veränderlich, wie z. B. bei einem Hammerwerke oder Walzwerke u. ſ. w., ſo iſt die Anwendung eines verticalen Rades ebenfalls vorzuziehen, denn daſſelbe wirkt durch ſeine größere Maſſe, obgleich es langſamer umläuft, mehr als Regulator als eine Turbine, bei deren Anwendung nicht ſelten noch ein Schwungrad zur Ausgleichung der veränderlichen Bewegung nöthig iſt. Bei conſtanter Laſt iſt aber den Turbinen ein Vorzug in dieſer Beziehung einzuräumen, weil verticale Waſſerräder, namentlich wenn ſie von Holz ſind, oft ein ſogenanntes ſchweres Viertel haben, d. h. gleiche Theile ihres Umfanges nicht gleich ſchwer ſind.

In ökonomiſcher Beziehung ſind die Turbinen den verticalen Waſſerrädern wenigſtens an die Seite zu ſtellen, bei hohen Gefällen aber und ſelbſt bei mittleren Gefällen und einem großen Aufſchlagquantum, ſind dieſelben ſogar wegen ihrer Wohlfeilheit den verticalen Rädern vorzuziehen. Selbſt in Hinſicht der Dauerhaftigkeit iſt den Turbinen der Vorzug vor den verticalen Waſſerrädern einzuräumen.

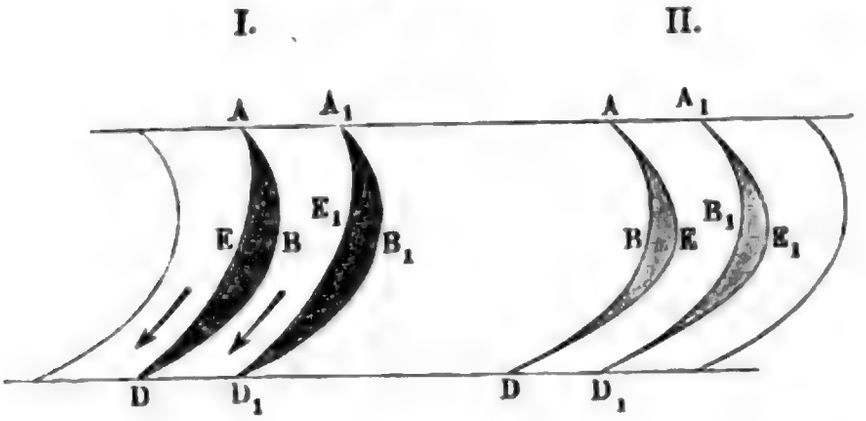
Auf der anderen Seite iſt nicht außer Acht zu laſſen, daß Turbinen ein reines Waſſer zu ihrer Beaufſchlagung erfordern, und daß deren Leiſtung durch zugeführten Sand, Schlamm, Moos, Kräuter, Blätter, Eisſtücke, Baumzweige u. ſ. w. außerordentlich herabgezogen werden kann, was bei den verticalen Waſſerrädern nicht zu befürchten iſt. Endlich kommt noch in Betracht, daß die Turbinen, und namentlich die Leitſchaufelturbinen, ſchwieriger zu conſtruiren ſind, als die verticalen Waſſerräder, und daß Abweichungen von den mathematiſchen Regeln ihrer Conſtruction bei den Turbinen von viel nachtheiligeren Folgen ſind, als bei den verticalen Waſſerrädern. Deshalb ſind denn auch früher ſo viele Turbinenanlagen mißlungen, und es haben die Turbinen noch nicht diejenige Verbreitung erhalten, die ſie verdienen.

§. 291 **Hänel'ſche Turbinen mit Rückſchaufeln.** Es iſt bekannt, daß ſich das Waſſer beim Durchſtrömen durch Kropfröhren mit conſtantem Querſchnitt in Folge der Centrifugalkraft von der convexen Seitenwand derſelben trennt, und deshalb den Röhrenquerſchnitt nicht ausfüllt; auch weiß man, daß ſich das Waſſer nur in einem druckverzehrenden Wirbel wieder an die Röhrenwand vollſtändig anſchließt, wenn dem Ausfluß des Waſſers aus der

Röhre, z. B. durch Verengung ein Hinderniß entgegengeſetzt wird. Genau ſo iſt das Verhältniß der Bewegung des Waſſers durch die Turbinencanäle. Damit das Waſſer dieſe Canäle mit gefülltem Querſchnitt durchlaufe, iſt es nöthig, daß der Querſchnitt dieſer Canäle auf der ganzen Länge nicht conſtant ſei, noch viel weniger zunehme, ſondern vom Eintritt bis zum Austritt allmälig immer kleiner und kleiner werde. Um dieſes zu erlangen, hat man in der Regel, namentlich dann, wenn der Eintrittswinkel β ſpitz iſt, nöthig, getrennte Radcanäle anzuwenden, oder die Schaufeln mit doppelten Wänden auszurüſten.

An die auf die bekannte Weiſe conſtruirten Schaufeln ABD, $A_1B_1D_1$ Fig. 520, einer Henſchel'ſchen Turbine kann man zu dieſem Zwecke noch

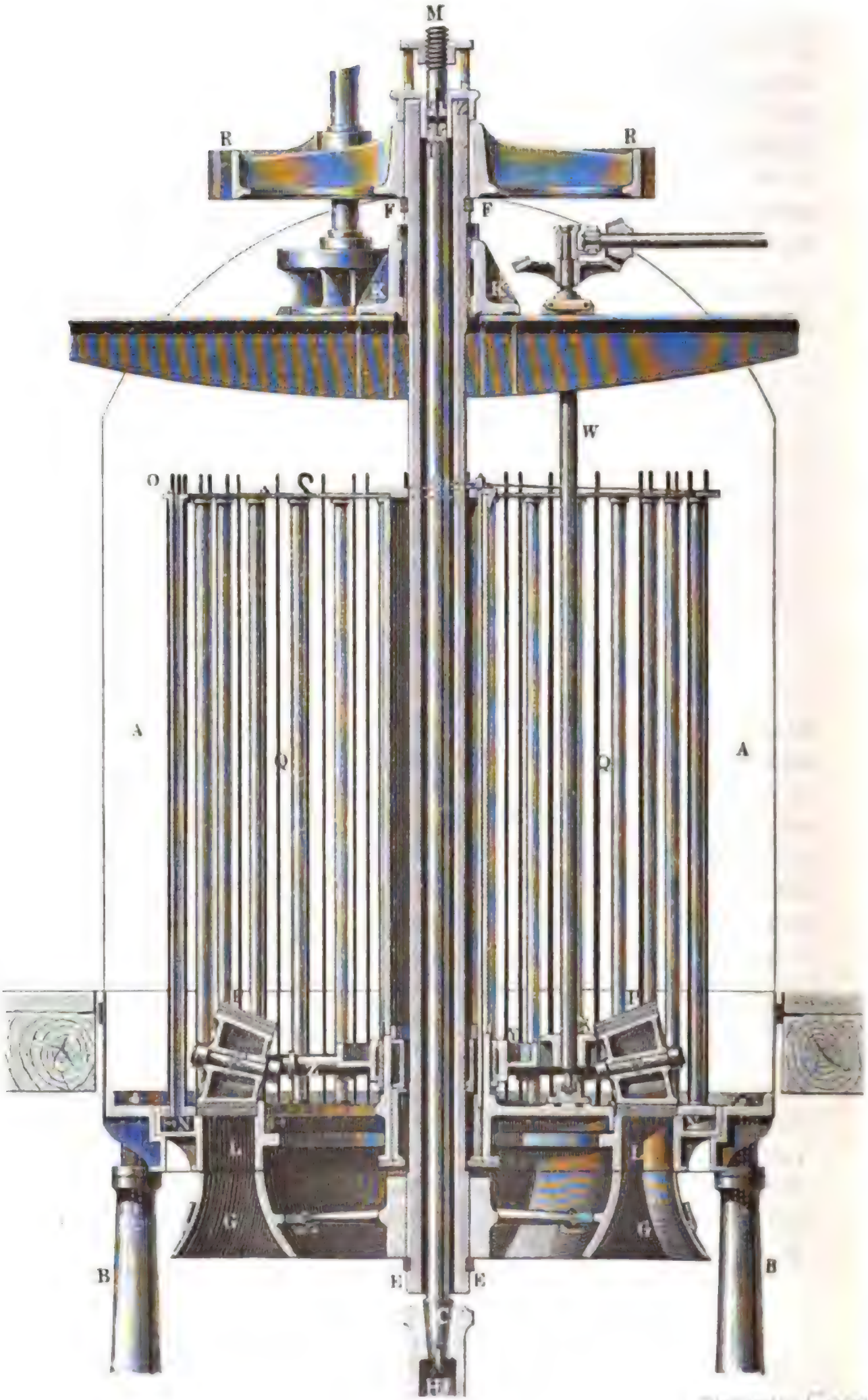
Fig. 520.



die Schaufeln AED, $A_1E_1D_1$ ... anſetzen, welche entweder, wie in I, an den concaven oder, wie in II, an den convexen Seiten der Schaufeln ABD, $A_1B_1D_1$ hinlaufen. Die dadurch gebildeten Radcanäle, wie A_1BD_1 in I, und A_1ED_1 in II, nehmen, von A nach D gegangen, allmälig an Weite ab, wogegen die Canäle zwiſchen ABD und $A_1B_1D_1$ bei BB_1 weiter ſind als bei AA_1 und daher zur Entſtehung des Waſſerwirbels Veranlaſſung geben.

Turbinen mit ſolchen doppelwandigen Schaufeln, und zwar mit Rückſchaufel (II, Fig. 520) ſind zuerſt vom Herrn Maſchinendirector Hänel bei einer großen Mühlenanlage zu Rothenburg an der Saale in Anwendung gebracht worden, und haben ſich daſelbſt vorzüglich bewährt. Den Verticaldurchſchnitt einer ſolchen Turbine führt Fig. 521 (a. f. S.) vor Augen. Folgendes iſt die weſentliche Einrichtung derſelben. Das Zuflußreſervoir AA ruht ſammt dem Leitrad L auf vier gußeiſernen Säulen B, B und die Spindel CD, welche mittels der röhrenförmigen Welle $EFFE$ das Laufrad GG trägt, ſitzt im Kopfe H eines Ständers, welcher wie die Säulen B, B von einer kreuzförmigen Sohlplatte getragen wird. Die hohle Welle

Fig. 521.



Digitized by Google

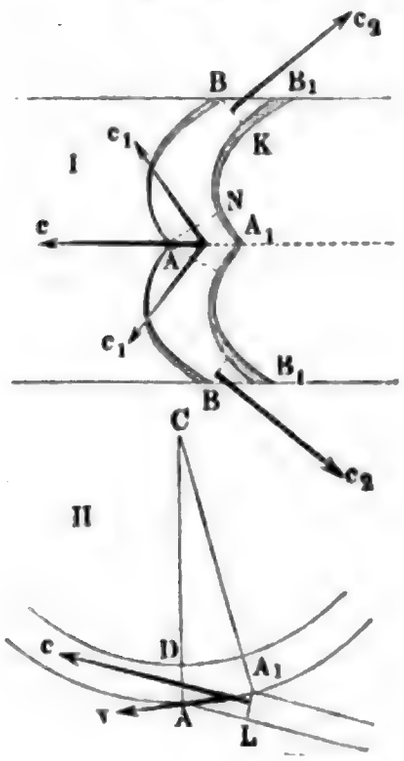
EFFE geht bei *KK* durch ein Halslager, trägt bei *FF* das Transmiſſionsrad *RR* und endigt ſich in einer Schraubenmutter *M*, deren Spindel den ſtehenden Zapfen *Z* bildet, womit die Welle auf der Säule *CD* ruht. Um die Reibung möglichſt herabzuziehen, iſt zwiſchen dem Zapfen und der Spurplatte eine Platte von Hartmetall loſe eingeſetzt, und wird den Reibungsflächen mittels einer axialen Bohrung Oel zugeführt. Um die ſich in den Leitſchaufelcanälen anſammelnde Luft zu entfernen, iſt am äußeren Umfang des Leitſchaufelapparates ein ringförmiger und in Kammern abgetheilter Raum *N, N* angebracht, welcher durch Bohrungen ſeitwärts mit den Leitſchaufelcanälen und durch ſenkrechte Röhren, wie *NO*, mit der äußeren Luft in Verbindung geſetzt iſt. Um fremde Körper, welche mit dem Waſſer zugeführt werden, von dem Eintritt in das Rad abzuhalten, iſt durch 64 ſenkrechte Stäbe in Vereinigung mit den 32 Luftröhren ein cylindriſcher Rechen *Q Q* gebildet, welcher den ganzen Leitſchaufelapparat umgiebt. Der Schützenapparat, durch welchen der Gang des Rades regulirt wird, beſteht aus zwei coniſchen Rollen *P, P* und zwei ringförmigen Guttaperchaſtreifen, deren Enden einerſeits an den Leitſchaufelapparat und andererſeits an den Rollen befeſtigt ſind. Dieſe Rollen laſſen ſich nicht allein um ihre geometriſche Axe, ſondern auch um die Turbinenaxe drehen, wobei ſich die Guttaperchaſtreifen auf dieſelben auf- und von dem Einmündungsringe abwickeln laſſen, ſo wie umgekehrt. Zu dieſem Zwecke dient die ſtehende Welle *WX* u. ſ. w. mit dem Getriebe *X*, welches in den gezahnten Sector *Y* eingreift, an dem die Arme *Z* feſtſitzen, welche mit ihren gabelförmigen Enden die Axen der Rollen *P, P* ergreifen. Den Guttaperchaſtreifen iſt durch viele nahe an einander ſtehende eiſerne Querſchienchen die nöthige Tragfähigkeit ertheilt.

Die Hauptdimenſionen einer ſolchen Turbine ſind folgende. Gewöhnliches Gefälle $h = 4$ bis 6 Fuß, Aufſchlagquantum $Q = 5$ bis 57 Cubikfuß pr. Secunde, Anzahl der Rad- und Leitſchaufeln $= 32$, mittlerer Durchmeſſer des Rades 5 Fuß, Ringbreite oben: $7\frac{1}{2}$ Zoll; unten: 15 Zoll, Radhöhe 1 Fuß. Zutrittswinkel $\alpha = 22\frac{1}{2}$ Grad, Eintrittswinkel $= 45$ Grad, mittlerer Austrittswinkel $\delta = 24\frac{3}{4}$ Grad. Normale Umdrehungszahl $u = 33$. Aus den vom Herrn Maſchinendirector Hänel ſehr ausführlich angeſtellten Verſuchen ergiebt ſich, daß dieſe Turbine bei mehr oder weniger Eröffnung der Leitſchaufelcanäle ($\frac{1}{4}$ bis $\frac{4}{4}$), bei Eintauchungen von 0 bis 1,5 Fuß, und beim Aufſchlagquantum Q von 5,3 bis 57 Cubikfuß einen Wirkungsgrad von 0,64 bis 0,70 liefert. Das Nähere iſt nachzuleſen in Bd. V (1861) der Zeitſchrift des Vereins deutſcher Ingenieure.

Schiele's Turbinen. Wenn ein Waſſerſtrahl nahe tangential an den mittleren Umfang eines Cylinders antrifft, welcher mit Schaufeln wie *BAB*, $B_1 A_1 B_1 \ldots$, Fig. 522 (a. f. S.), bekleidet und von einem Gehäuſe umgeben §. 292

iſt, ſo ſtrömt das Waſſer in zwei Theilen längs der Schaufelhälften AB_1 AB hin und gelangt an den Grundflächen des Cylinders bei B_1B u. ſ. w. zum Abfluß. Wird dieſer Cylinder nur in ſeiner geometriſchen Axe feſtgehalten, ſo ſetzt ihn das an den Schaufeln hinlaufende Waſſer in Umdrehung; es bildet daher dann derſelbe ein horizontales Waſſerrad, und zwar die Schiele'ſche Turbine. Steht die Radmitte A, um die Höhe h_1 unter dem Oberwaſſerſpiegel, und hat das Waſſer beim Eintritt in das Rad den durch die Höhe x gemeſſenen Druck, ſo iſt die Eintrittsgeſchwindigkeit des Waſſers

Fig. 522.



$$c = \sqrt{2g\,(h_1 - x)},$$

und hat das Rad die Umfangsgeſchwindigkeit v, ſo hat man unter der Vorausſetzung, daß c nahe tangential gerichtet iſt, die relative Anfangsgeſchwindigkeit des Waſſers im Rade:

$$c_1 = c - v = \sqrt{2g(h_1 - x)} - v.$$

Steht ferner die Radmitte um die Höhe h_2 unter dem Unterwaſſerſpiegel, ſo hat man für die relative Austrittsgeſchwindigkeit c_2:

$$c_2^2 = c_1^2 + 2g\,(x - h_2),$$
$$= (c - v)^2 + 2g\,(x - h_2),$$

oder wenn man noch $c^2 = 2g\,(h_1 - x)$ und ſtatt $h_1 - h_2$ das ganze Radgefälle h einführt,

$$c_2^2 = 2g\,(h_1 - x) - 2cv + v^2 + 2g\,(x - h_2)$$
$$= 2gh - 2cv + v^2.$$

Damit das Waſſer möglichſt todt vom Rade abfließe, iſt das Schaufelende B nahe tangential an den Radumfang zu legen, und $c_2 = v$ zu machen. Unter dieſer Vorausſetzung iſt

$$2gh - 2cv = 0, \text{ und daher } cv = gh.$$

Bezeichnet F den Querſchnitt des mit der Geſchwindigkeit c zuſtrömenden Waſſers und F_1 den Querſchnitt des Waſſerſtromes im Rade unmittelbar nach ſeinem Eintritte, wo es die Geſchwindigkeit c_1 hat, ſo iſt

$$F_1 c_1 = Fc, \text{ oder } F_1\,(c - v) = Fc,$$

daher

$$c = \frac{F_1 v}{F_1 - F}, \text{ und}$$

$\left(\frac{F_1}{F_1 - F}\right) v^2 = gh$; wonach nun die vortheilhafteste Radgeschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{F_1 - F}{F_1} gh}$$ folgt.

Bezeichnet α den Zutrittswinkel $A_1 AL$ (II), β den Schaufelwinkel $A A_1 N$ (I) beim Eintritt, und δ den Schaufelwinkel $B B_1 K$ beim Austritt, ist ferner a die Höhe des eintretenden Strahles, und e die Schaufelbreite AD (II), so hat man

$$\frac{F}{F_1} = \frac{a \sin. \alpha}{2 e \sin. \beta},$$

und daher auch

$$v = \sqrt{\left(1 - \frac{a \sin. \alpha}{2 e \sin. \beta}\right) gh}.$$

Ebenso ist

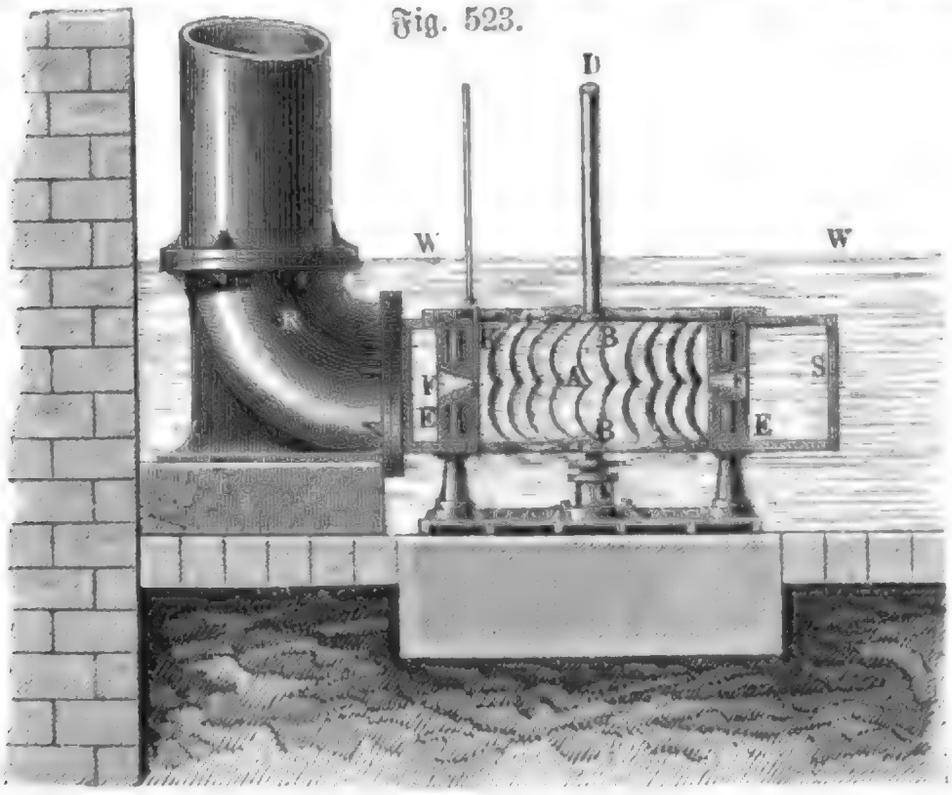
$$a c \sin. \alpha = 2 e c_1 \sin. \beta = 2 e c_2 \sin. \delta,$$

wonach sich für den Austrittswinkel δ

$$\sin. \delta = \frac{c_1}{c_2} \sin. \beta = \frac{c - v}{v} \sin. \beta$$ ergiebt.

In den Fig. 523 und Fig. 524 (a. f. S.) sind der verticale und der horizontale Durchschnitt einer Schiele'schen Turbine abgebildet. Das eigentliche Rad

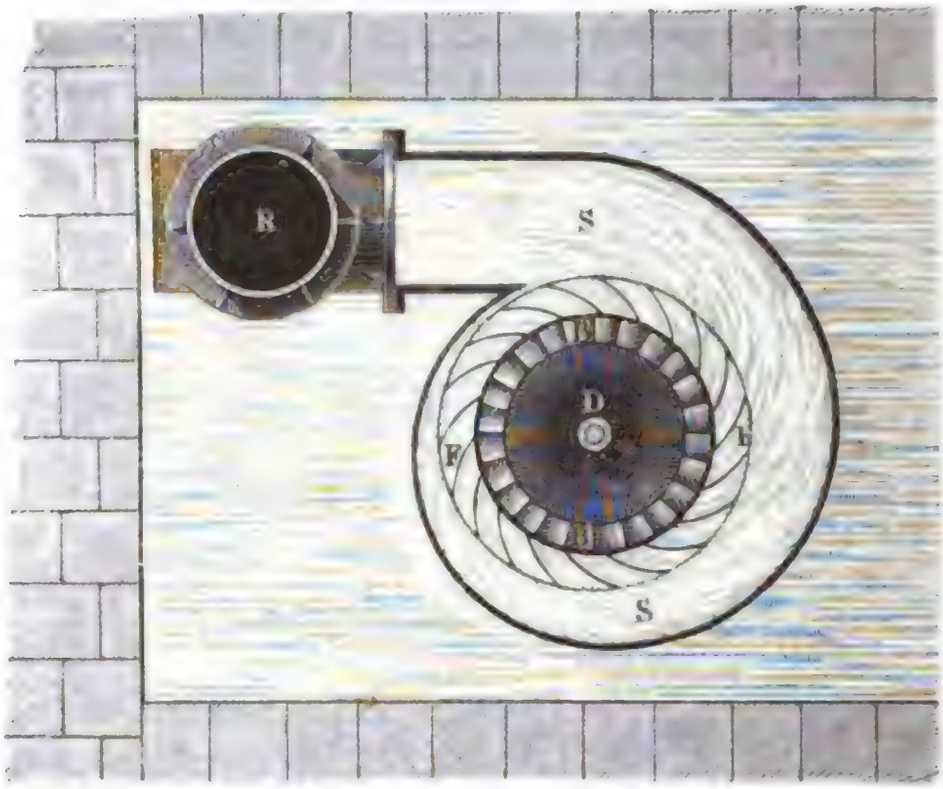
Fig. 523.



BAB sitzt auf der Welle CD und ist von einem Gehäuse EE umgeben, dessen Mitte den kreisförmigen und mit Leitschaufeln versehenen Zutrittscanal FF enthält. Dieses Gehäuse ist wieder von einem spiralförmigen Einlaufe SS

umgeben, welcher ſich unmittelbar an die Einfallröhre, durch welche das Aufſchlagwaſſer zugeführt wird, anſchließt. Das Letztere wird durch Zu-

Fig. 524.

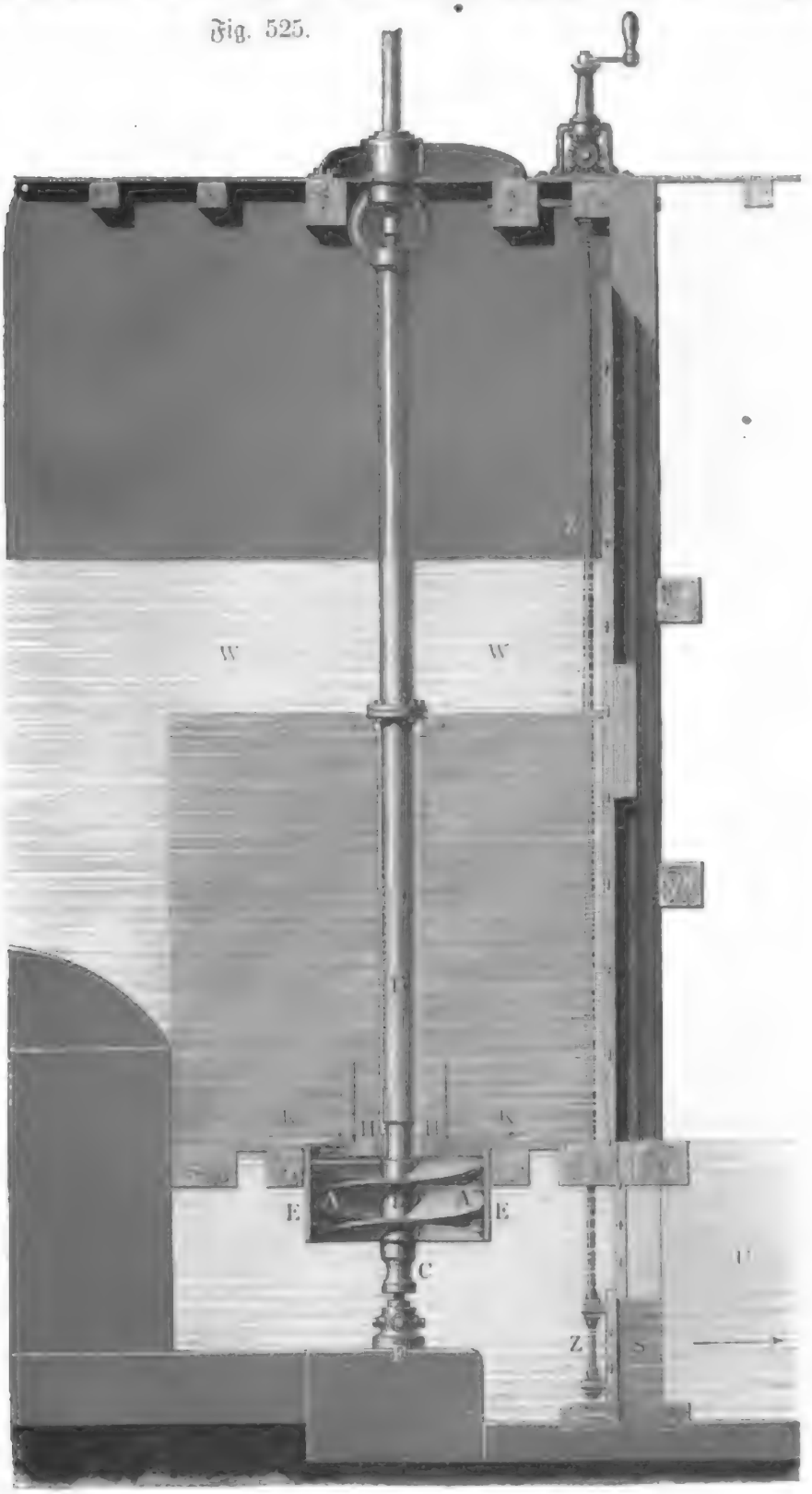


leitungscanäle *F, F* ... in die Mitte *A* des Rades geführt, läuft von da in zwei Strömen längs der Schaufeln *A B, A B* hin, und kommt an den beiden Grundflächen des Rades zum Ausfluß unter dem Waſſer *W W*. Um den Zufluß des Aufſchlags zu reguliren, ſind noch Schieber wie *K* an den Ausmündungen der Einläufe angebracht, wodurch ſich dieſelben verſchließen laſſen. Da das Waſſer in entgegengeſetzten Richtungen an den Radcanälen hinläuft, ſo übt es keinen Axendruck auf das Rad aus, und da ohne dies das Rad hohl gegoſſen wird, daß es beinahe im Waſſer ſchwimmt, ſo fällt bei dieſen Rädern die Zapfenwirkung außerordentlich klein aus. Man läßt dieſe Turbinen auch durch Saugröhren wirken, auch läßt man ſie wohl um eine horizontale Axe laufen. S. Dingler's Journal Bd. 164, 1862.

§. 293 **Die Schraubenturbine.** Die Schraubenturbine (franz. turbine-hélice; engl. screw-turbine) iſt im Weſentlichen von der Henſchel'ſchen und Fontaine'ſchen Turbine nicht verſchieden. Auch bei ihr fließt das Waſſer in den Radcanälen von oben nach unten; aber es werden hier dieſe Canäle nur durch zwei bis vier ſehr lange Schaufeln gebildet, welche nach rings um die Welle herumlaufenden Schraubenflächen gekrümmt ſind. Den verticalen Durchſchnitt einer ſolchen Schraubenturbine führt Fig. 525 vor Augen. Dieſe Turbine iſt von Herrn Plataret erbaut und arbeitet in

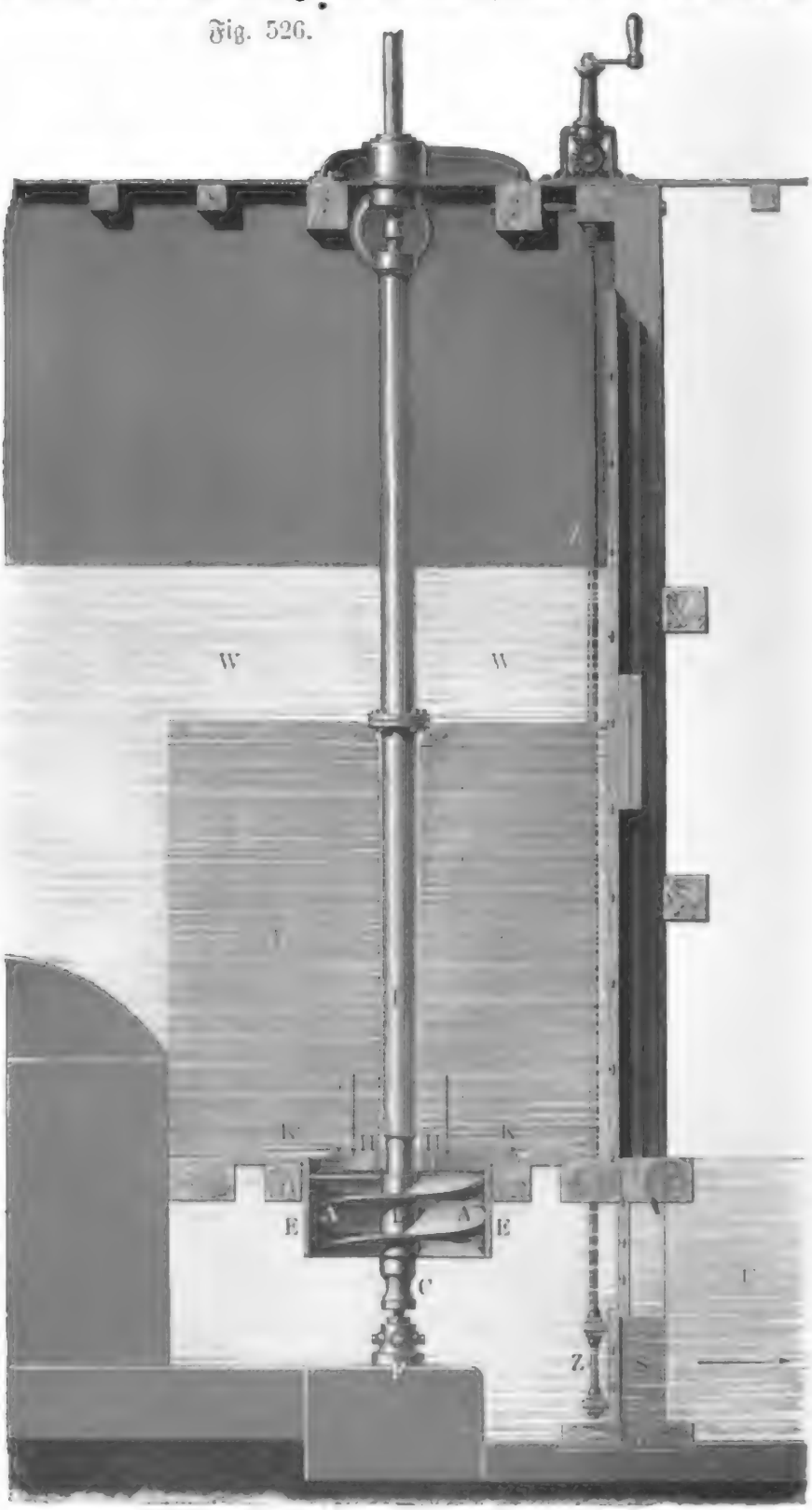
einer Spinnerei zu Saint-Maur bei Paris. Das Rad *A A* dieſer Maſchine iſt aus Gußeiſen und beſteht im Weſentlichen aus zwei ſchraubenförmigen

Fig. 525.



Schaufeln, welche auf einer über die Turbinenwelle CD wegzuſchiebenden Hülſe feſtſitzen und um dieſe gerade ein Mal herumlaufen. Die Höhe dieſes

Fig. 526.



Digitized by Google

Rades iſt 0,52 Meter, der äußere Durchmeſſer deſſelben 1,04 Meter, und der innere oder der der Hülſe, = 0,25 Meter, folglich die Ganghöhe einer Schraube = 0,52 Meter, und das äußere Anſteigen derſelben:

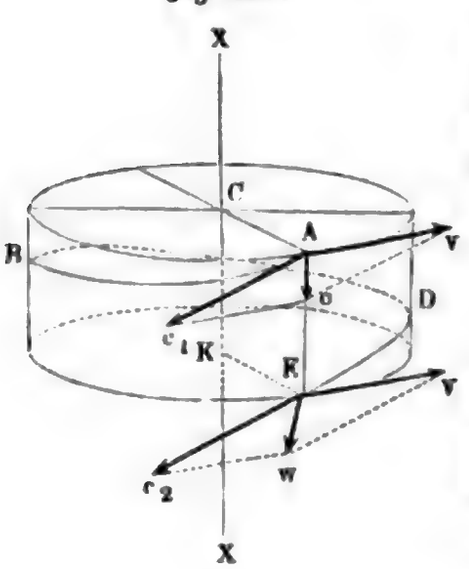
$$tg.\,\alpha = \frac{0{,}52}{\pi\,.\,1{,}04} = \frac{0{,}52}{3{,}27} = 0{,}1590, \text{ daher } \alpha = 9^{\circ}\,2',$$

dagegen das innere Anſteigen derſelben:

$$tg.\,\alpha_1 = \frac{0{,}52}{\pi\,.\,0{,}25} = \frac{2{,}08}{\pi} = 0{,}6622, \text{ daher } \alpha = 33^{\circ}\,31'.$$

Der Inhalt des Querſchnittes der beiden Radcanäle berechnet ſich, nach Abzug der Eiſenſtärke, im Ganzen auf 0,14 Quadratmeter. Dieſes Rad bewegt ſich in einem gut ausgebohrten gußeiſernen Mantel EE mit 1 Millimeter Spielraum. Die Turbinenwelle CD iſt, wie die der Fontaine'ſchen Turbine, Fig. 512, aufgehangen und dreht ſich um eine cylindriſche Säule, welche auf dem Ständer F ruht. Ferner iſt HH ein Halslager für dieſe Welle, welches von einem dreiarmigen Kreuze KK getragen wird. Um das Wirbeln des Aufſchlagwaſſers WW zu verhindern, ſind die verticalen Holzthüren T, T eingehangen, welche den ganzen Radſtubenraum über dem Rade in zwei Theile theilen. Zum Reguliren des Aufſchlages dient eine unter dem Unterwaſſer U ſtehende Schütze S, welche ſich mittels einer Zugſtange ZZ bewegen läßt. Die durch das Bremsdynamometer ermittelte Leiſtung dieſer Maſchine iſt 20 bis 28 Pferdekräfte bei einem Gefälle von circa 3 Meter und einem Aufſchlagquantum von circa 0,850 Cubikmeter pr. Secunde. Die auf eine ungenaue Waſſermeſſung baſirte Berechnung der Leiſtung der Maſchine hat auf den Wirkungsgrad $\eta = 0{,}70$ geführt. Folgende kurze Darſtellung wird genügen, um ſich von der nicht ganz unvortheilhaften Wirkung des Waſſers in den Schraubenturbinen zu überzeugen.

Fig. 527.



Da dieſe Turbine keinen Leitſchaufelapparat hat, ſo läßt ſich annehmen, daß das Waſſer, mit einer verticalen Geſchwindigkeit c, Fig. 527, in das Rad BD trete, und es iſt daher zu fordern, daß die Umdrehungsgeſchwindigkeit des Rades,

$v = c\,cotang.\,\alpha$ ſei.

Iſt $w = \frac{\pi u}{30}$ die Winkelgeſchwindigkeit des Rades, ſo hat man die Umdrehungsgeſchwindigkeit im Abſtande $\overline{CA} = \overline{KE} = s$ von der Radaxe:

$$v = \omega s,$$

und bezeichnet a die Gang- oder Radhöhe $\overline{AE}$,

ſo iſt für den Neigungswinkel α der ſchraubenförmigen Schaufel $ABDE$ in eben dieſem Abſtande z:

$$tang.\,\alpha = \frac{a}{2\,\pi z};$$

es läßt ſich ſetzen:

$$\omega z = c\,cotang.\,\alpha = \frac{2\,\pi z c}{a},$$

und es folgt die Winkelgeſchwindigkeit ω, wobei das Waſſer allenthalben ohne Stoß in das Rad tritt:

$$\omega = \frac{2\,\pi c}{a}.$$

Für die relative Geſchwindigkeit c_1, mit welcher das Waſſer ſeine Bewegung im Rade beginnt, iſt

$$c_1^2 = c^2 + v^2,$$

und dagegen für die relative Geſchwindigkeit c_2, mit welcher es aus dem Rade tritt:

$$c_2^2 = c_1^2 + 2\,g\,(x - y),$$

wobei x die hydrauliſche Druckhöhe beim Eintritt ſowie y die beim Austritt aus dem Rade bezeichnet, und die hydrauliſchen Nebenhinderniſſe unbeachtet gelaſſen werden.

Da nun noch $c^2 = 2\,g\,(h_1 - x)$ iſt, wenn h_1 die Höhe des Waſſerſtandes über dem Rade bezeichnet, ſo folgt:

$$c_2^2 = c^2 + v^2 + 2\,g\,(x - y) = v^2 + 2\,g\,(h_1 - y),$$

oder, da endlich $h_1 - y$ das ganze Radgefälle $= h$, ſo iſt:

$$c_2^2 = v^2 + 2\,gh.$$

Um die größte Nutzleiſtung zu erhalten, müßte $c_2 = v$ ſein, welches dieſer Formel zufolge nur für $v = \infty$ möglich iſt. Es verhält ſich hiernach die Schraubenturbine wie jedes andere Reactionsrad ohne Leitſchaufeln (ſ. §. 243 und §. 255).

Setzen wir jedoch v nur ſehr groß voraus, ſo erhalten wir:

$$c_2 = v = \omega z,$$

und es iſt folglich die relative Austrittsgeſchwindigkeit, wie die Umdrehungsgeſchwindigkeit, dem Abſtande z von der Radaxe proportional.

Die abſolute Austrittsgeſchwindigkeit des Waſſers aus dem Rade iſt

$$w = 2\,v\,sin.\frac{\alpha}{2} = 2\,\omega z\,sin.\frac{\alpha}{2}$$

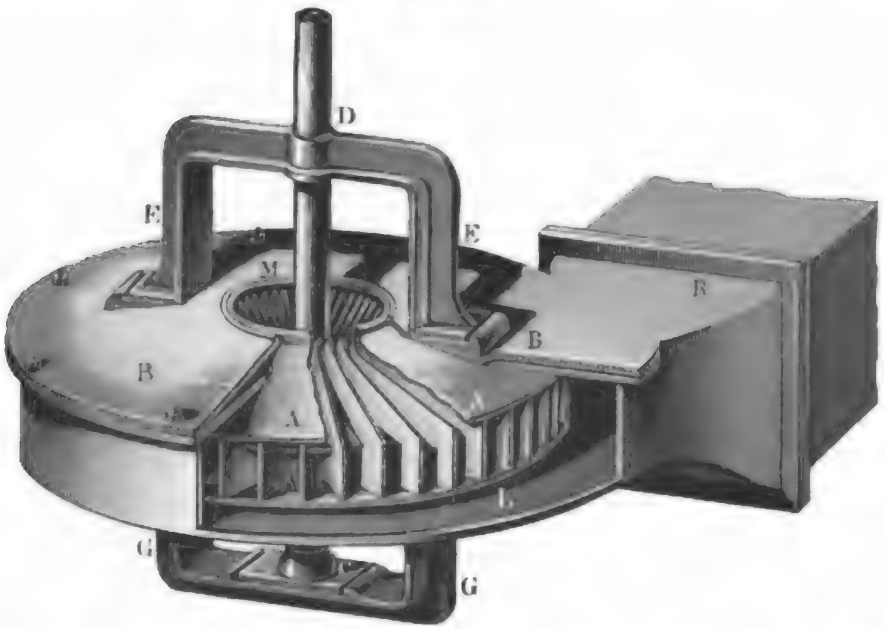
annähernd

$$= 2\,\omega z\,tang.\frac{\alpha}{2} = \omega z\,tang.\,\alpha = \omega z \cdot \frac{a}{2\,\pi z} = \frac{\omega a}{2\,\pi},$$

und folglich auf der ganzen Grundfläche des Rades eine und dieſelbe.

Thomson's Turbinen. Bei den Reactionsturbinen von Fourneyron, Fontaine, Francis u. ſ. w. fließt das Aufſchlagwaſſer ſo langſam zu, daß man die lebendige Kraft deſſelben ganz außer Acht laſſen kann; man hat aber auch Turbinen, wo das Waſſer mit einer Geſchwindigkeit zugeführt wird, welche der Umdrehungsgeſchwindigkeit derſelben ganz oder nahe gleichkommt. Ein ſolches Rad iſt z. B. das Caſe Water-Wheel von Thomſon, welches zum Theil aufgedeckt, in Fig. 528 monodimetriſch abgebildet iſt. Das Rad AA beſteht aus radialen Schaufeln, welche zwiſchen coniſchen §. 294

Fig. 528.

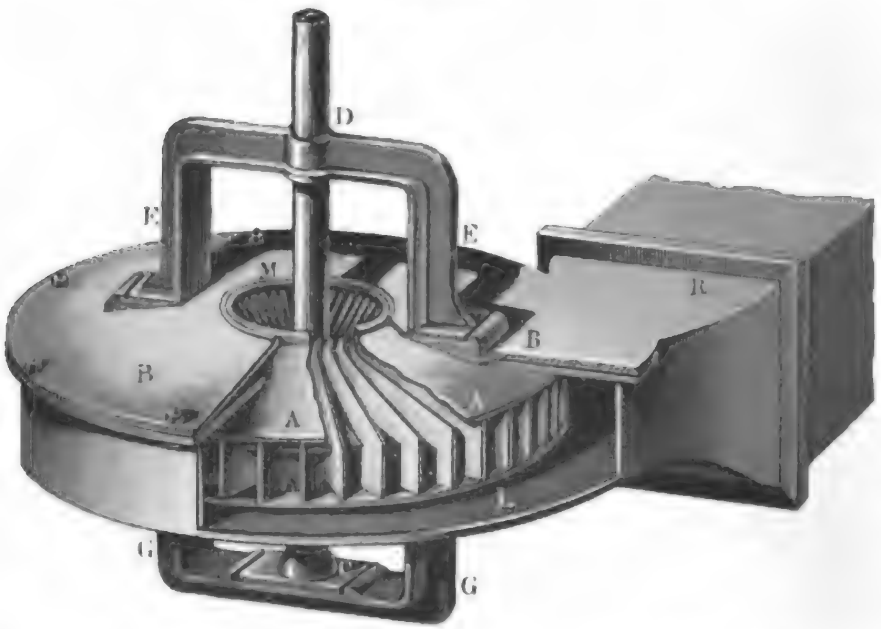


Kränzen ſitzen und von außen nach innen an Höhe zunehmen. Die Welle CD ruht in einem Geſtelle $EEGG$, welches mit einem Gehäuſe BB feſt verbunden iſt, wodurch das ganze Rad umgeben wird. Dieſes Gehäuſe ſchließt ſich ziemlich waſſerdicht an die inneren Radmündungen M, M an, während es den äußeren Radumfang excentriſch umgiebt, und an einer Seite mit der Röhre R verbunden iſt, wodurch das Aufſchlagwaſſer zugeführt wird. In Folge der excentriſchen Umſchließung des Rades durch das Gehäuſe entſteht ein ringförmiger Canal L, welcher an der Einmündung der Einfallröhre die größte Weite hat und ſich mit allmälig abnehmender Weite rings um das Rad herumzieht. In dieſem Canale bewegt ſich das Waſſer mit einer Geſchwindigkeit v_1, welche die Umfangsgeſchwindigkeit des Rades wenig übertrifft. Bei dem Aufſchlagquantum Q iſt der anfängliche oder größte Querſchnitt dieſes Canales:

$$F = \frac{Q}{v_1}.$$

Iſt x die Druckhöhe des mit der Geſchwindigkeit v_1 zugeführten Waſſers, h_1 die hydroſtatiſche Druckhöhe an der Zutrittsſtelle und ζ der Widerſtands-

Fig. 529.



coefficient für die Bewegung des Waſſers in dem ringförmigen Canale, ſo läßt ſich

$$2g\,(h_1 - x) = (1 + \zeta)\,v_1^2$$

ſetzen.

Bezeichnet nun noch v die innere Radgeſchwindigkeit ſowie c_2 die relative Geſchwindigkeit des Waſſers beim Austritte aus den Radcanälen, und läßt man die übrigen Bezeichnungen wie bei den Tangential- und Reactionsrädern mit äußerer Beaufſchlagung, ſo hat man:

$$\begin{aligned}(1 + \zeta_1)\,c_2^2 &= 2g\,(x - h_2) + v^2 - v_1^2\\ &= 2g\,(x - h_2) - \left[1 - \left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right] v_1^2\\ &= 2gh - \left[2 + \zeta - \left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right] v_1^2,\end{aligned}$$

und daher die äußere Radgeſchwindigkeit:

$$1)\quad v_1 = \sqrt{\frac{2gh - (1 + \zeta_1)\,c_2^2}{2 + \zeta - \left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}.$$

Die relative Austrittsgeſchwindigkeit c_2 iſt beliebig, jedoch möglichſt klein (höchſtens 4 Fuß) anzunehmen; ebenſo ſoll das Halbmeſſerverhältniß $\frac{r}{r_1}$ klein

(z. B. $1/5$ bis $1/4$) ſein. Hieraus folgt nach der letzten Formel (1) zunächſt die äußere Radgeſchwindigkeit v_1, und dann die innere Radgeſchwindigkeit:

$$2)\quad v = \left(\frac{r}{r_1}\right) v_1,$$

ferner folgt der Querſchnitt der Zutrittsmündung:

$$3)\quad F = \frac{Q}{v_1},$$

ſowie der der Austrittsmündungen:

$$4)\quad F_2 = \frac{Q}{c_2}.$$

Setzt man ferner $F_2 = 2\pi r e = 2\pi r^2$, und hiernach die innere Radweite $e = r$, ſo erhält man den inneren Radhalbmeſſer:

$$5)\quad r = \sqrt{\frac{F_2}{2\pi}},$$

woraus ſich dann auch leicht der äußere Halbmeſſer r_1 beſtimmen läßt. Iſt noch e_1 die äußere Radweite, ſo hat man die relative Eintrittsgeſchwindigkeit:

$$6)\quad c_1 = \frac{re}{r_1 e_1} c_2.$$

Die Leiſtung des Rades fällt

$$L = \left[h - \left(\xi \frac{v_1^2}{2g} + \frac{c_1^2}{2g} + (1+\xi_1)\frac{c_2^2}{2g} + \frac{v^2}{2g}\right)\right] Q\gamma$$

$$= \left(h - \left[\xi + \left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right]\frac{v_1^2}{2g} + \left[1 + \xi_1 + \left(\frac{re}{r_1 e_1}\right)^2\right]\frac{c_2^2}{2g}\right) Q\gamma$$

aus.

Beiſpiel. Es iſt für das Gefälle $h = 10$ Fuß und für das Aufſchlagquantum $Q = 12$ Cubikfuß die Anordnung und Berechnung einer Thomſon'ſchen Turbine zu vollziehen. Setzen wir die relative Austrittsgeſchwindigkeit $c_2 = 4$ Fuß, ſo erhalten wir den Querſchnitt der Austrittsmündungen:

$$F_2 = \frac{Q}{c_2} = \frac{12}{4} = 3 \text{ Quadratfuß},$$

und hiernach den inneren Radhalbmeſſer:

$$r = \sqrt{\frac{F_2}{2\pi}} = \sqrt{\frac{3.7}{2.22}} = \sqrt{\frac{21}{44}} = \sqrt{0{,}4773} = 0{,}691 \text{ Fuß},$$

wofür

$$r = 0{,}70 \text{ Fuß}$$

geſetzt werden möge.

Nehmen wir $\frac{r_1}{r} = 4$ an, ſo erhalten wir den äußeren Radhalbmeſſer:

$$r_1 = 4 . 0{,}7 = 2{,}8 \text{ Fuß}.$$

Die innere Radweite iſt $e = r = 0{,}7$ Fuß, wogegen die äußere Radweite $e_1 = 0{,}6$ Fuß geſetzt werden möge, ſo daß die Eintrittsgeſchwindigkeit

$$c_1 = \frac{r\,e}{r_1\,e_1}\,c_2 = 1/4 \,.\, 7/6 \,.\, 4 = 7/6 = 1{,}167 \text{ Fuß}$$

ausfällt.

Die äußere Umfangsgeſchwindigkeit des Rades iſt, wenn man $\zeta = 0{,}5$ und $\zeta_1 = 0{,}2$ annimmt,

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\,g\,h - (1+\zeta_1)\,c_2^2}{2+\zeta-\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}} = \sqrt{\frac{625 - 1{,}2\,.\,16}{2{,}5 - 1/16}} = \sqrt{\frac{605{,}8}{2{,}4375}}$$

$$= 15{,}765 \text{ Fuß},$$

dagegen die innere:

$$v = \frac{r}{r_1}\,v_1 = \frac{15{,}765}{4} = 3{,}941 \text{ Fuß},$$

und folglich die Umdrehungszahl des Rades pr. Minute:

$$u = \frac{30\,v}{\pi\,r} = \frac{30\,.\,3{,}941\,.\,7}{22\,.\,0{,}7} = \frac{1182{,}3}{22} = 53{,}74.$$

Hieraus beſtimmt ſich der größte oder anfängliche Querſchnitt des ringförmigen Zuführungscanales:

$$F = \frac{Q}{v_1} = \frac{12}{15{,}765} = 0{,}761 \text{ Quadratfuß},$$

und folglich die Weite deſſelben:

$$d = \frac{F}{e_1} = \frac{0{,}761}{0{,}6} = 1{,}27 \text{ Fuß}.$$

Nun iſt $\left[\zeta + \left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right] v_1^2 = 0{,}5625\,.\,15{,}765^2 = 139{,}85$, und

$$\left[1 + \zeta_1 + \left(\frac{r\,e}{r_1\,e_1}\right)^2\right] c_2^2 = 1{,}285\,.\,16 = 20{,}56,$$

folglich das nutzbar gemachte Radgefälle:

$$h_1 = h - \left[\zeta + \left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right] \frac{v_1^2}{2\,g} - \left[1 + \zeta_1 + \left(\frac{r\,e}{r_1\,e_1}\right)^2\right] \frac{c_2^2}{2\,g}$$

$$= 10 - 0{,}016\,(139{,}85 + 20{,}56) = 10 - 2{,}567 = 7{,}433 \text{ Fuß}.$$

Der Wirkungsgrad des Rades iſt:

$$\eta = \frac{7{,}433}{10} = 0{,}7433,$$

und die Leiſtung deſſelben:

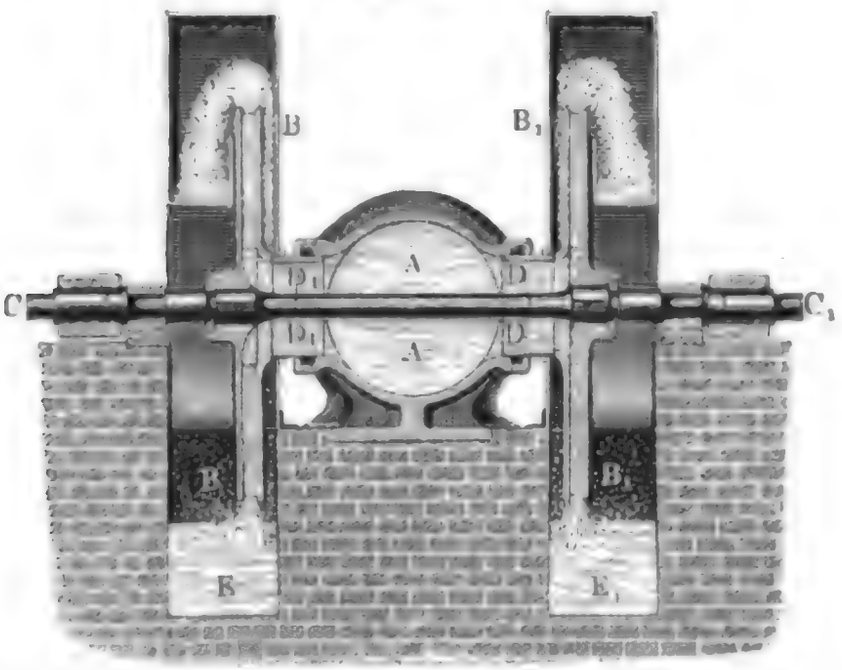
$$L = Q\,h_1\,\gamma = 7{,}433\,.\,12\,.\,61{,}75 = 5508 \text{ Fußpfund} = 11\,1/2 \text{ Pferdekräfte}.$$

§. 295 **Turbinen mit horizontaler Axe.** In der neueſten Zeit hat man auch angefangen, verticale Waſſerräder nach den Principien der Reactionsturbinen zu erbauen, jedoch iſt über deren Nützlichkeit noch wenig Beſtimmtes bekannt. Namentlich hat man die Jonval'ſchen und die Whitelaw'ſchen Räder auf horizontale Wellen geſetzt (vgl. §. 238). Daß dieſe Aufſtellung nur bei hohem Gefälle von Vortheil ſein kann, iſt leicht zu er-

meſſen, da nur hier ein unvermeidlicher Gefällverluſt beim Austritte des Waſſers aus dem Rade zu überſehen iſt. Jedenfalls hat ein ſolches Rad vor den Turbinen den Vorzug, daß es leichter, ſicherer und gegen den Zutritt des Waſſers geſchützter gelagert werden kann, als eine gewöhnliche Turbine. Nach Jonval und Redtenbacher kann man mit Vortheil zwei Räder einander gegenüber auf eine und dieſelbe horizontale Welle ſetzen, weil dadurch jeder Waſſerdruck in der Richtung der Radaxe aufgehoben wird, ohne auf die Zapfen zu wirken.

Die Einrichtung einer verticalen Doppelturbine mit geſonderten Schwungröhren nach Redtenbacher führt Fig. 530 vor Augen. AA iſt die zur

Fig. 530.



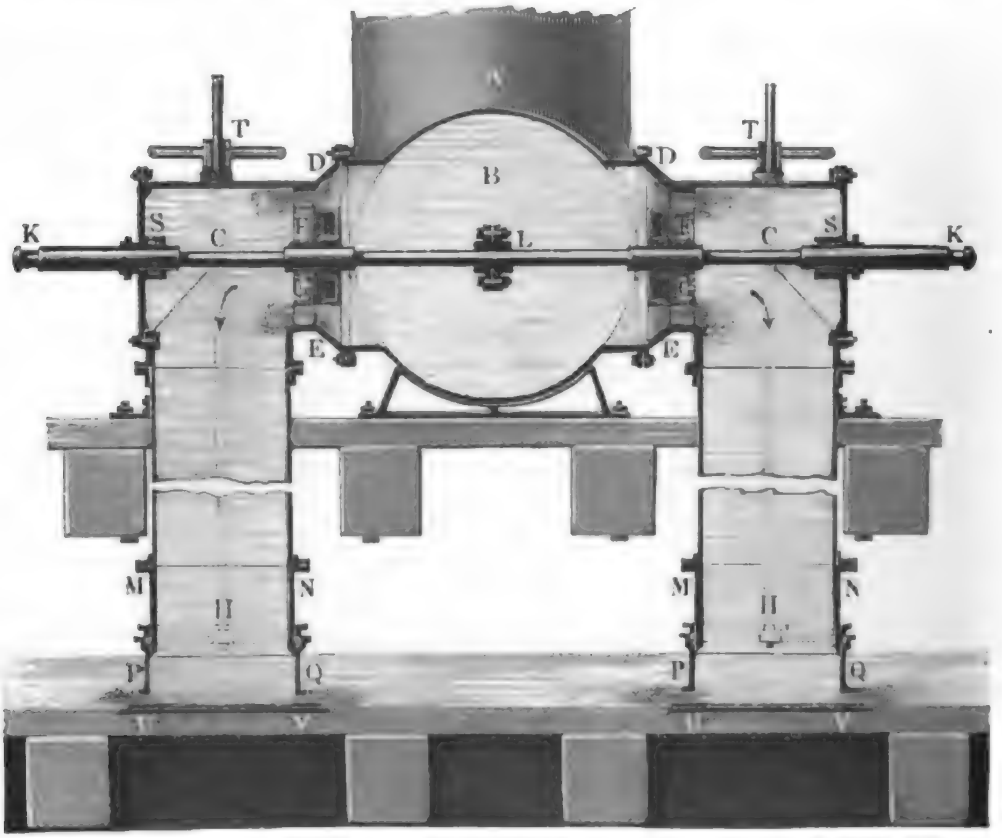
Seite einmündende Einfallröhre, BB das eine und $B_1 B_1$ das andere Rad, CC_1 die horizontale Radwelle, ferner DD und $D_1 D_1$ ſind die Liderungsringe (ſ. Bd. II, §. 246), endlich ſind E und E_1 die Abzugsgräben. Man kann ſich leicht denken, wie auf gleiche Weiſe eine Combes'ſche oder Fourneyron'ſche Turbine aufzuſtellen iſt. Dieſelbe bekommt noch einen Leitſchaufelapparat vor jedem Rade und fällt natürlich unter denſelben Verhältniſſen viel kleiner aus. Zum Reguliren des Radganges iſt am beſten ein in die Einfallröhre einzuſetzendes Droſſelventil geeignet.

Nach demſelben Principe kann man auch eine Verbindung von zwei Jonval'ſchen Turbinen mit gemeinſchaftlicher horizontaler Welle herſtellen. Beide einander gegenüberſtehende Räder werden aus einem gemeinſchaftlichen Reſervoir geſpeiſt, führen aber das Waſſer in getrennten Abfallröhren nach unten ab. Ein ähnlich conſtruirtes Waſſerrad betreibt bei 31 Fuß (engl.) Gefälle mit 6396 Cubikfuß Aufſchlag pr. Minute eine Baumwollenſpinnerei zu Weſt-Springfield im Staate Maſſachuſetts; es hat 40 Zoll Durchmeſſer

und macht im normalen Gange 220 Umdrehungen pr. Minute, wobei es einen Wirkungsgrad von 0,65 giebt. Nach dem „American Franklin-Journal“ ſollen in dem genannten Staate mehrere ſolcher Turbinen von 15 bis 140 Pferdekräften bei Gefällen von 9 bis 26 Fuß zum Betriebe an Spinnereien, Papiermühlen, Walzwerken u. ſ. w. mit Vortheil arbeiten (ſ. auch das polytechn. Centralblatt, Jahrgang 1850, Lieferung 9, oder the Civil Eng. and Arch. Journ. 1850, Febr., Seite 68).

Aehnliche Doppelturbinen ſind vom Herrn Roſchkoff, Oberſtlieutenant im Kaiſerl. Ruſſ. Bergingenieurcorps zu Katharinenburg, conſtruirt worden. Den verticalen Längendurchſchnitt einer ſolchen Turbine zeigt Fig. 531. Die Einfallröhre *A* mündet in das liegende Reſervoir *B* ein, an dieſes

Fig. 531.



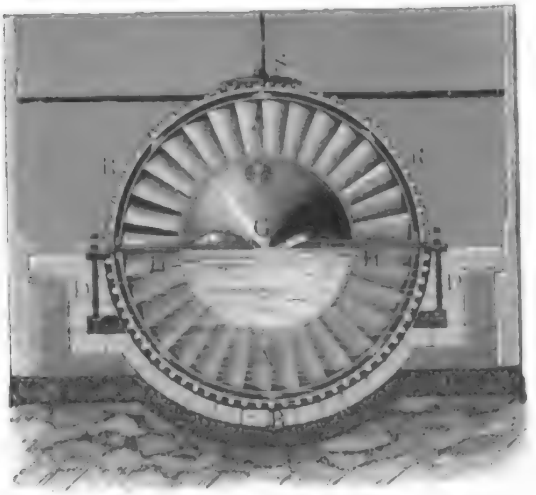
ſchließen ſich zu beiden Seiten die Turbinengehäuſe *DES*, *DES* an, und letztere endigen ſich in den verticalen Saugröhren *HUV*, *HUV*. Das den Turbinengehäuſen durch die Einfallröhre zugeleitete Aufſchlagwaſſer wird mittels der Leitſchaufelapparate *DE*, *DE* auf die Räder *FG*, *FG* geführt und fließt, nach vollbrachter Wirkung, durch die Saugröhren ab in das Unterwaſſer. Zum Reguliren dieſes Abfluſſes dient der mittels eines Schraubenrades *T* und durch Zugſtangen zu hebende oder zu ſenkende Schützenring

PQ (vergl. Fig. 518). Die Turbinenwelle KLK, welche die Räder FG, FG trägt, tritt mittels der Stopfbüchſen S, S aus den Turbinengehäuſen heraus, nimmt außen die Vorgelegsräder auf und ruht in deren Nähe auf feſten Lagern. Uebrigens möchte es zweckmäßig ſein, dieſe Welle auch auf ein Lager innerhalb des Reſervoirs zu legen. Dieſe Turbine hat vor den anderen Turbinen mit horizontaler Axe den großen Vorzug, daß ſie das Gefälle an allen Punkten der Radumfänge gleichmäßig benutzt (ſ. den „Civilingenieur", Bd. III, 1857).

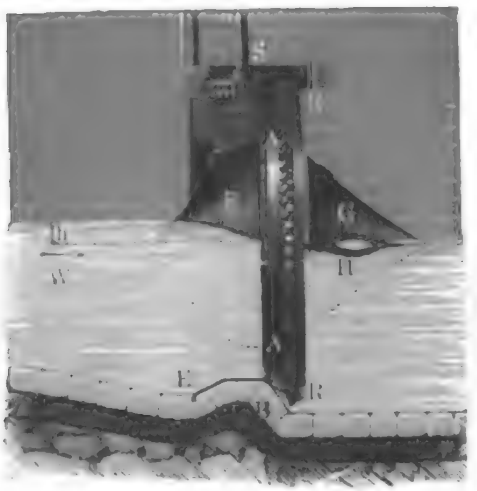
Das Schraubenrad. Von der Schraubenturbine iſt das Schraubenrad (franz. roue-hélice; engl. screw-water wheel) weſentlich verſchieden. Dieſes Rad iſt im Weſentlichen eine Burdin'ſche Turbine mit horizontaler Axe, ohne Leitſchaufeln und mit theilweiſer Beaufſchlagung (ſ. §. 234). Es unterſcheidet ſich daſſelbe jedoch inſofern noch von den Burdin'ſchen Turbinen, daß ihm Waſſer durch den Aufſchlagcanal, und zwar in der Richtung ſeiner Axe, unmittelbar zugeführt wird. Die Einrichtung eines ſolchen Schraubenrades iſt aus Fig. 532, I und II, zu erſehen. Es ſtellt hier I die hintere Anſicht und II den verticalen Längendurchſchnitt der ganzen Maſchine vor. §. 296

Fig. 532.

I.



II.

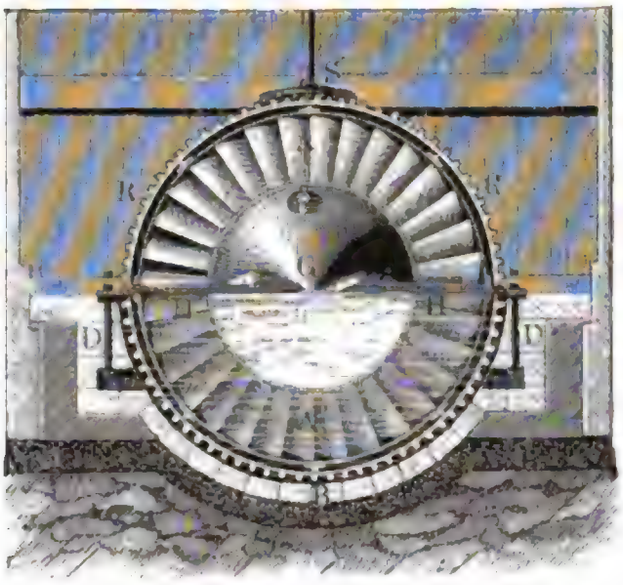


Das eigentliche Rad AA iſt, wie das einer gewöhnlichen Fontaine'ſchen Turbine, mit ſchraubenförmigen Schaufeln conſtruirt; es hängt daſſelbe in einem ſteinernen Einbau DBD, von welchem es längs der unteren Hälfte ſeines Umfanges concentriſch umgeben wird. Um das Aufſchlagwaſſer W dem Rade in der erforderlichen Richtung zuzuführen, wird nicht allein das Gerinne vor dem Einbau von einem nach dem Rade zu ſich allmälig zuſammenziehenden Blechmantel E umgeben, ſondern auch noch ein birnförmiger Blechmantel F eingeſetzt, welcher mit ſeiner Baſis gegen den inneren ungeſchaufelten

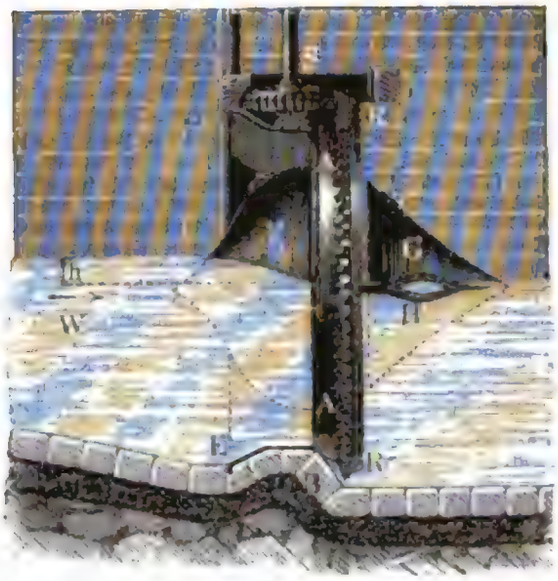
Theil des Rades, und mit ſeiner Spitze dem Waſſerſtrome entgegengerichtet iſt. Damit ferner das Waſſer nach ſeiner Wirkung im Rade ohne einen Wirbel zu bilden, in das Unterwaſſer ausfließen könne, iſt auch hinter dem Rade ein kegelförmiger Blechmantel G angebracht. Beide Mäntel F und G ſtehen durch Querarme H, H mit linſenförmigen Querſchnitten mit den Seitenmauern D, D des Gerinnes in feſter Verbindung, und dienen zugleich der horizontalen Welle des Rades zur Lagerung. Damit der Austrittswinkel δ des Waſſers möglichſt herabgezogen werden könne, haben die Radcanäle eine von vorn nach hinten allmälig zunehmende Weite, und folglich die beiden Radkränze eine entſprechend coniſche Geſtalt erhalten. Zur Fortpflanzung der Umdrehungskraft dient das coniſche Zahnrad $R R$, welches den äußeren Radkranz nahe an der hinteren Seite umgiebt und in das Getriebe S einer ſtehenden Transmiſſionswelle eingreift. Wie leicht zu ermeſſen iſt, eignet ſich ein ſolches Schraubenrad beſonders zur Zugutemachung einer Waſſerkraft mit kleinem Gefälle und großem Aufſchlagquantum.

Fig. 533.

I.



II.



Da hier beim Austritt des Waſſers aus dem Rade ein Ausfluß unter Waſſer ſtatt hat, ſo iſt hierbei die wirkſame Druck- oder Geſchwindigkeitshöhe für alle durch das Rad ſtrömenden Waſſertheile eine und dieſelbe, nämlich das Gefälle, oder der Abſtand h zwiſchen dem Ober- und Unterwaſſerſpiegel, und folglich auch die Wirkung des Waſſers an allen Stellen des Rades eine und dieſelbe (vergl. §. 152).

Aus dieſem Grunde findet daher auch die oben (§. 278) entwickelte Theorie der Fontaine'ſchen Turbinen auf dieſe Schraubenräder ihre unmittelbare Anwendung, zumal wenn, wie in der Regel, die Geſchwindigkeit des zu- und abfließenden Waſſers nur eine ſehr kleine (höchſtens 3 Fuß) iſt.

Da die Tiefe des Waſſers auf die Wirkungsweiſe des Waſſers im Rade keinen Einfluß hat, ſo kann dieſes Rad bei einem höheren Waſſerſtande eben ſo gut arbeiten als bei einem niedrigeren, und es läßt ſich folglich daſſelbe ſtatt der gewöhnlichen unterſchlägigen Räder dann ſehr gut verwenden, wenn der Waſſerſtand im Gerinne ein ſehr variabler iſt.

Ein ſolches Waſſerrad hat Herr Girard zum Betriebe einer Chocoladenfabrik zu Noiſiel (sur Marne) conſtruirt, und zwar für ein mittleres Gefälle von 0,5 Meter und einen Aufſchlag von circa 3 Cubikmeter pr. Secunde (ſiehe die Schrift „Nouveau Récepteur hydraulique, dit Roue-Hélice à axe horizontal, ou Turbine sans directrices, par Girard", Paris 1855).

Schlußanmerkung. Die Turbinenliteratur hat erſt in der neueren Zeit eine größere Ausdehnung erhalten. Da wir im Laufe des Vortrages ſchon eine große Anzahl von Abhandlungen angeführt haben, ſo wollen wir im Folgenden nur die vorzüglichſten, namentlich aber die Originalſchriften über Reactionsturbinen aufführen. Die erſte Abhandlung über die Fourneyron'ſche Turbine findet ſich im Bulletin de la Société d'encouragement, Jahrgang 1834, deutſch in Dingler's polytechniſchem Journal, Bd. LIII. Nach dieſer Zeit hat Morin Verſuche angeſtellt, und deren Ergebniſſe in der Schrift: Expériences sur les roues hydrauliques à axe vertical, appelées Turbines, Metz et Paris 1838, bekannt gemacht, und es erſchien auch die erſte gründliche Theorie dieſer Räder von Poncelet in den Comptes rendus des séances de l'Acad. de Paris, unter dem Titel: Théorie des effets mécaniques de la Turbine-Fourneyron, Paris 1838. In der zweiten Ausgabe von d'Aubuiſſon's Hydraulik ſind dieſe Räder kurz und ohne beſondere Anſichten abgehandelt. Das Werk von Combes: Recherches théoretiques et expérimentales sur les roues à réaction ou à tuyaux, Paris 1843, iſt zwar keineswegs umfaſſend, jedoch inſofern ſehr beachtungswerth, als man hier zum erſten Male die hydrauliſchen Nebenhinderniſſe bei der Entwickelung berückſichtigt findet, was Poncelet und auch Redtenbacher nicht gethan haben. Das Werk von dem zuletzt genannten Schriftſteller: Theorie und Bau der Turbinen und Ventilatoren, Mannheim 1844, iſt vorzüglich nach Poncelet's Theorie bearbeitet, übrigens aber die vollſtändigſte und vorzüglichſte Schrift über dieſen Gegenſtand. Ueber die neueren Turbinen giebt es noch folgende beachtungswerthe Abhandlungen: Rapport sur un Mémoire de M. M. A. Koechlin, concernant une nouvelle turbine (Jonval) construite dans leurs ateliers, par Poncelet, Piobert et Morin, ferner Note sur la théorie de la turbine de Koechlin, par Morin, und Note sur l'application de la théorie du mouvement des fluides aux expériences de M. Marozeau, par Morin, im XXII. Bande (1846) der Comptes rendus etc. etc. Einen Auszug hiervon findet man im polytechniſchen Centralblatte, Bd. VIII, 1846. Ferner: Expériences et note sur la turbine de M. Fontaine-Baron, par Morin im XXIII. Bande (1846)

der Comptes rendus etc. etc.; deutſch im Auszuge ebenfalls im polytechniſchen Centralblatte, Bd. VIII. In Betreff der Jonval'ſchen und Fontaine'ſchen Turbinen iſt auch noch nachzuſehen im Bulletin de la société d'encouragement, Jahrgang 43 und 44, Paris 1844 und 1855. Gute Zeichnungen nebſt Beſchreibung der Turbinen von Cabiat, Callon, Fourneyron und Gentilhomme findet man auch in Armengaud's Publication industrielle. Wegen Porro's Turbine iſt nachzuſehen im polytechniſchen Centralblatte, Bd. VII, 1846. Die Einrichtung einer Nagel'ſchen Turbine lernt man aus Dingler's Journal, Bd. XCV, und die einer Paſſot'ſchen Turbine aus demſelben Journale, Bd. XCIV, kennen. Bourgeois' Schraubenrad (franz. turbine-hélice) iſt eine Turbine mit ſchraubenförmigen Canälen (ſ. polytechn. Centralblatt Bd. I, 1847). Ebenſo Plataret's Schraubenturbine zu St. Maur bei Paris iſt im polytechn. Centralblatte, 1849, beſchrieben. Eigenthümlich ſind die Turbinen von Thomſon, nämlich das Patent Case Water Wheel und das Patnet Suction Wheel. Beide Räder werden beſchrieben im Mechanics Magazine, Januar 1851. Von den Turbinen von Girard u. ſ. w. handelt Le Génie industrielle, par Armengaud Frères, Tome XII und Tome XIII, 1856 und 1857. Siehe auch das Notizblatt des Architekten- und Ingenieurvereins zu Hannover Bd. III, 1853. Die Theorie der Fourneyron'ſchen Turbinen mit äußerer Beaufſchlagung behandelt Herr Prof. Zeuner in Bd. II des Civilingenieurs. Graphiſche Tabellen über die wichtigſten Conſtructionselemente der Turbinen werden von Bornemann in Bd. IV. des Civilingenieurs mitgetheilt. Die Turbinen von Francis u. ſ. w. behandelt die Schrift: Lowell Hydraulic Experiments etc. by James Francis, Boston 1855. Die Schrift über „die Turbinen oder horizontalen Waſſerräder von Harzer, Weimar 1851" iſt in der Hauptſache eine Copie von der erſten Auflage des vorliegenden Werkes. Eine neuere Schrift iſt Peter Rittinger's Theorie und Bau der Rohrturbinen, Prag 1861 und 1865. Eigenthümlich behandelt ſind die Turbinen in Rankine's Manual of the Steam-Engine and other Prime Movers, London and Glasgow 1859. Ueber die Turbine der Londoner Induſtrieausſtellung 1862, ins Beſondere über Thomson, vortex water-wheel iſt nachzuleſen eine Abhandlung von Bernhard Lehmann in der Zeitſchrift des Vereins deutſcher Ingenieure, Bd. VII, 1863. Bd. II, (1858); dieſe Zeitſchrift enthält auch eine neue Theorie der horizontalen Waſſerräder von R. R. Werner. Eine allgemeine Theorie der Schaufelconſtruction für Turbinen theilt F. K. H. Wiebe in Civilingenieur Bd. 5. mit.

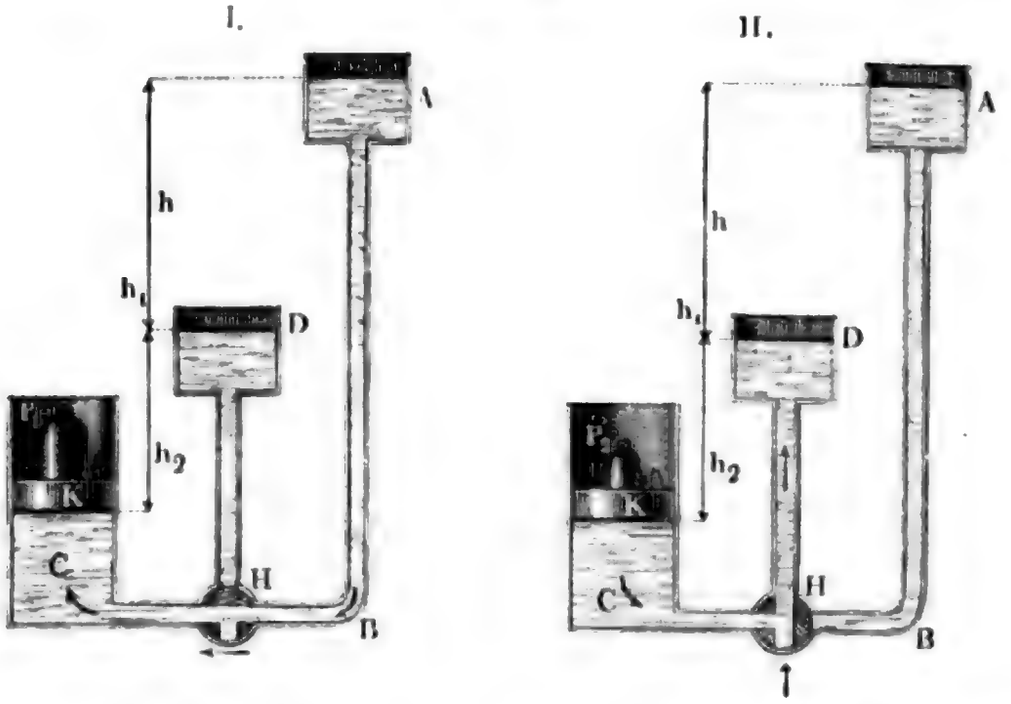
Sechstes Capitel.

Von den Waſſerſäulenmaſchinen.

§. 297 **Waſſersäulenmaschinen.** Waſſerſäulenmaſchinen (ſ. Bd. II, §. 170) werden durch den Druck des in ganz oder nahe aufrecht ſtehenden Röhren befindlichen Waſſers in Umtrieb geſetzt. Die Bewegung derſelben iſt aber keine

ſtetig kreisförmige, wie bei den Waſſerrädern, ſondern ſie iſt eine geradlinig wiederkehrende. Die Haupttheile einer Waſſerſäulenmaſchine ſind, wie aus Fig. 534, I. und II., zu erſehen iſt, folgende. *A* iſt der Sammelkaſten für das Waſſer, der ſogenannte Einfallkaſten, *AB* die Einfallröhre

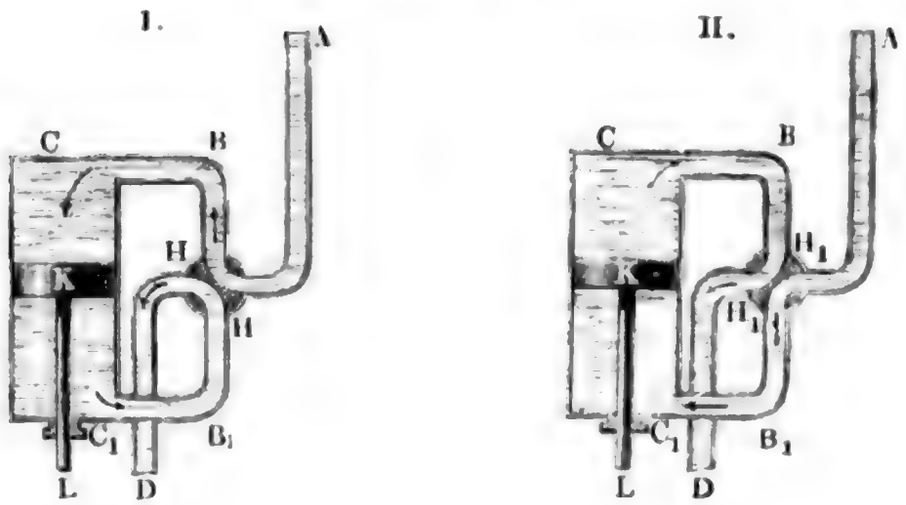
Fig. 534



(franz. tuyau de chute; engl. pressure pipe), *C* iſt der Stiefel oder Treibcylinder (franz. cylindre principal; engl. working-cylinder), in welchem das Waſſer zur Wirkung gelangt, indem es den belaſteten Treibkolben *K* (franz. piston moteur; engl. loaded piston) emportreibt, und *HD* iſt die Austrageröhre (franz. tuyau de décharge; engl. discharge-pipe). In dem Communicationsrohre *BC*, welches die Einfallröhre mit dem Treibcylinder verbindet, befindet ſich die ſogenannte Steuerung (franz. régulateur; engl. regulator), welche hier in einem T-förmig durchbohrten Hahne (franz. robinet; engl. cock) beſteht, und dazu dient, die Verbindung zwiſchen der Einfallröhre und dem Treibcylinder abwechſelnd herzuſtellen und aufzuheben. Im erſten Falle treibt das Waſſer den Kolben mit ſeiner Laſt P_1 empor, und im zweiten Falle fließt das von der Einfallröhre abgeſchloſſene und unter dem Treibkolben befindliche Waſſer durch den Hahn zurück und durch das Ausgußrohr *HD* aus, während der nun unbelaſtete Kolben wieder niedergeht. Man hat einfachwirkende und doppeltwirkende, ſowie auch einſtiefelige und zweiſtiefelige Waſſerſäulenmaſchinen. Bei der einfachwirkenden Waſſerſäulenmaſchine (franz. machine à simple effet; engl. single acting engine), welche Fig. 534 vor Augen führt, wird der Kolben vom Waſſer nur nach der einen Richtung fortgetrieben, den entgegengeſetzten Weg hingegen durch-

läuft er durch ſein eigenes oder durch ein mit ihm verbundenes Gewicht P_2. Bei der doppeltwirkenden Waſſerſäulenmaſchine (franz. machine à double effet; engl. double acting engine) hingegen erfolgt ſowohl der Auf- als auch der Niedergang des Kolbens durch die Kraft des Waſſers. Die Einrichtung einer ſolchen Maſchine giebt Fig. 535, I. und II. an. Man erſieht aus dieſer Figur, wie ein Mal (I.) das Kraftwaſſer den

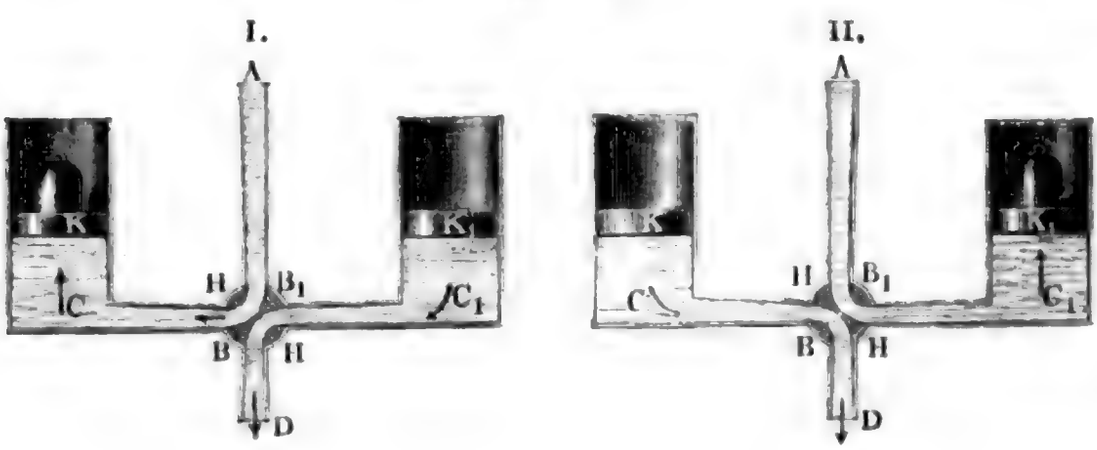
Fig. 535.



Weg ABC einſchlägt, den Kolben K niedertreibt und dabei das abgeſchloſſene Waſſer auf dem Wege $C_1 B_1 D$ abfließt, und wie das zweite Mal (II.) das Kraftwaſſer auf dem Wege $A B_1 C_1$ zum Cylinder gelangt, den Kolben K auf-, und das über ihm befindliche Waſſer auf dem Wege CBD forttreibt.

Die bisher behandelten Waſſerſäulenmaſchinen ſind eincylindrige oder haben nur einen Treibcylinder; man hat aber auch zweicylindrige oder Maſchinen mit zwei Treibcylindern mit einer Einfallröhre und einer Steuerung, wie in Fig. 536 vorgeſtellt wird. Während hier (in I.) das Druckwaſſer ABC den Kolben K aufwärts ſchiebt, geht der Kolben K_1 nieder und

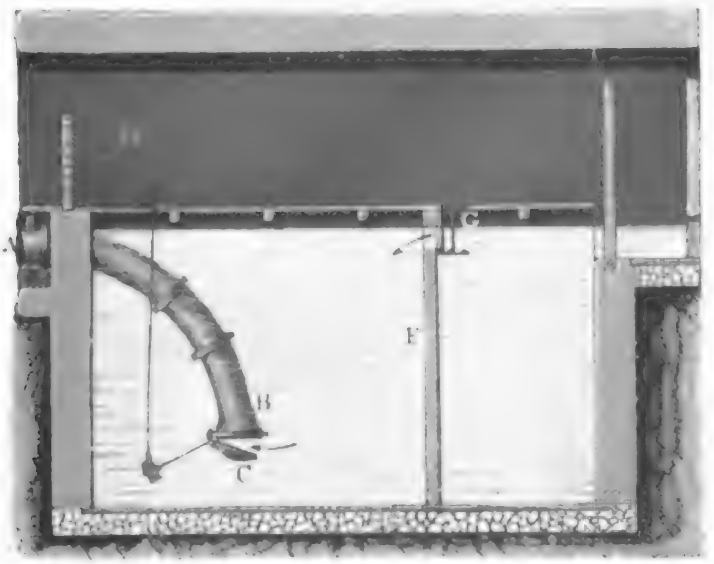
Fig. 536.



bringt das todte Waſſer unter ihm auf dem Wege $C_1 B_1 D$ zum Abfluß, und umgekehrt, während (in II.) der Kolben K_1 vom Druckwaſſer $A B_1 C_1$ zum Aufſteigen genöthigt wird, geht der Kolben K nieder und drückt das abgeſperrte todte Waſſer durch das Ausgußrohr D fort.

Einfallröhren. Es ſind nun die Haupttheile einer Waſſerſäulenmaſchine §. 298
näher zu beſchreiben. Das Betriebswaſſer für eine Waſſerſäulenmaſchine wird zunächſt in dem ſogenannten Einfallkaſten oder Speiſereſervoir geſammelt. Es iſt ſehr zweckmäßig, dieſes Baſſin möglichſt groß herzuſtellen, damit ſich darin das Waſſer mehr abklären und beruhigen kann und keine große Veränderungen in dem Niveau des Waſſerſpiegels eintreten können. Uebrigens iſt es noch nöthig, Rechen oder Gitter zum Abhalten fremdartiger Körper, wie Holz, Blätter u. ſ. w., in dieſes Reſervoir einzuſetzen, und nach Befinden, wenn das Waſſer unrein iſt, Scheidewände in demſelben ſo anzubringen, daß das Waſſer eine ſchlangenförmige Bewegung auf- und abwärts anzunehmen genöthigt und ihm mehrfache Gelegenheit zum Abſetzen ſeiner Unreinigkeiten gegeben wird. Die Einfallröhre mündet mindeſtens $1\frac{1}{2}$ Fuß über dem Boden des Baſſins und 3 bis 5 Fuß unter dem Waſſerſpiegel ein, um ſowohl das Eindringen von ſchweren Körpern, als auch um die Entſtehung eines Lufttrichters zu verhindern. Auch führt man wohl zu dieſem Zwecke die Röhre gekrümmt in das Baſſin ein, ſo daß die Mündung nach unten gerichtet iſt. Uebrigens bringt man noch eine Klappe oder einen coniſchen Zapfen an, wodurch ſich die Einmündung verſchließen und der Eintritt des Waſſers in die Einfallröhre verhindern läßt. In Fig. 537 iſt ein ſolcher Speiſeapparat abgebildet. AB iſt das gebogene Kopfſtück der Einfallröhre, C die Klappe, D ein Hebel zum Stellen der

Fig. 537.



Klappe, F eine Scheidewand und G ſind zwei Gitter zum Abhalten ſchwimmender Körper.

Was nun die Einfallröhren anlangt, ſo beſtehen dieſelben in der Regel aus Gußeiſen, erhalten eine Länge von 5 bis 8 Fuß und eine Weite von $^1/_3$ bis $^1/_2$ der Weite des Treibcylinders. Die Stärke der Röhrenwände beträgt $^3/_4$ bis $^5/_4$ Zoll; die kleinere Stärke giebt man den oberen, die größere den unteren Einfallröhren. Am ſicherſten iſt aber die Stärke e durch die Formel

$$e = 0{,}0025\,p d_1 + 0{,}75 \text{ Zoll},$$

wo d_1 die innere Weite in Zollen und p den Waſſerdruck in Atmoſphären (à 33 Fuß) bezeichnet, zu beſtimmen. Die Formel in Bd. I, §. 363, giebt für bloße Röhrenleitungen kleinere Stärken, dieſe ſind aber hier deshalb nicht anwendbar, weil hier das Waſſer mit veränderlicher Kraft und beim ſchnellen Abſperren ſogar ſtoßend wirkt. Uebrigens ſind die Einfallröhren einzeln vor dem Einſetzen einer Prüfung zu unterziehen. Man verſchließt die Röhre zu dieſem Zwecke an beiden Enden, füllt dieſelbe mit Waſſer und ſetzt dieſes durch eine engere Röhre mit einer hydrauliſchen Preſſe in Verbindung. Durch wiederholtes Kolbenſpiel dieſer Preſſe wird nun ein Druck erzeugt, der den Waſſerdruck, welchen die Röhren künftig auszuhalten haben, mehrfach (4- bis 5mal) übertrifft. Wenn die Röhren bei dieſer Prüfung kein Waſſer durchlaſſen, ſo ſind ſie in Gebrauch zu nehmen. Viele von dieſen Röhren halten dieſe erſte Probe nicht aus, ſind aber deſſenungeachtet vielleicht noch brauchbar, weil ſich ſpäter ihre Poroſität durch Bildung von Roſt verliert, was durch eine zweite Probe, mehrere Wochen ſpäter, zu ermitteln iſt. Bei der unten näher beſchriebenen Waſſerſäulenmaſchine zu Huelgoat hat man geſottenes Leinöl zur hydroſtatiſchen Probe verwendet und dadurch den Röhren einen inneren Firnißüberzug gegeben, welcher ſie überdies noch vor den chemiſchen Wirkungen des Waſſers ſchützt.

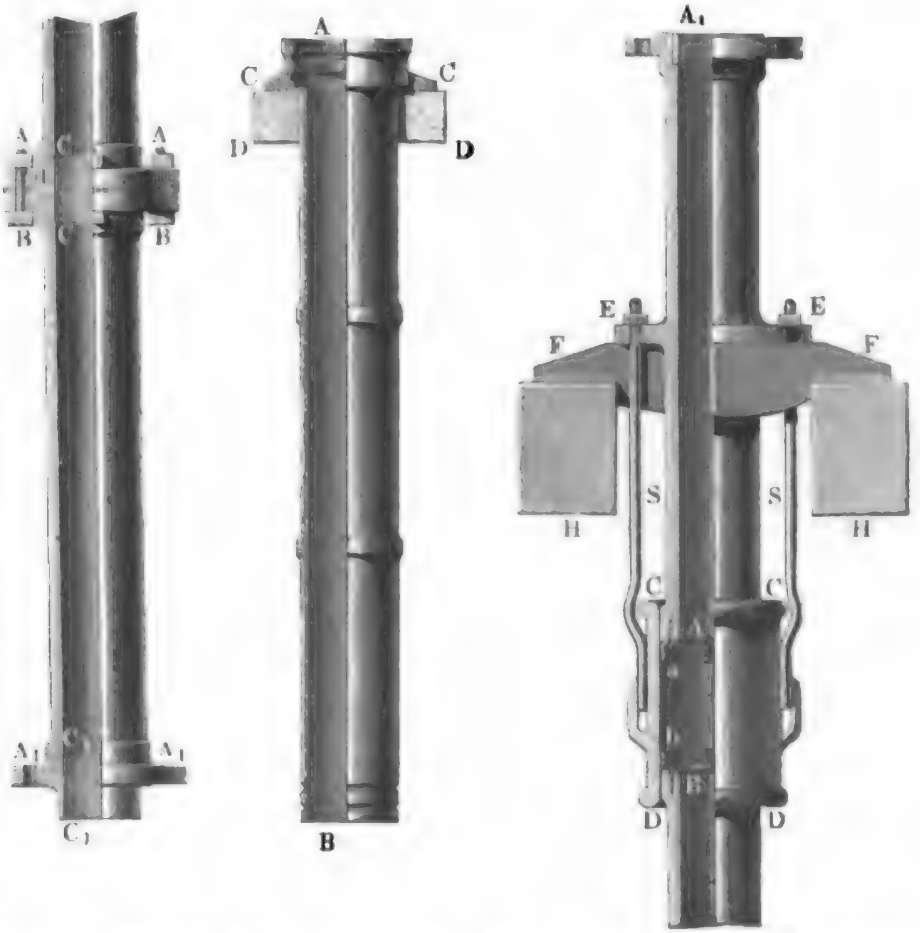
Die Einfallröhren werden mit einander entweder durch **einfache Muffen** oder durch **Kränze und Schrauben** (ſ. Bd. II, §. 164) verbunden. Zwiſchen je zwei Kränze kommt eine Scheibe von Blei oder Kitt zu liegen, welche durch die Schrauben in den Kränzen ſtark zuſammengedrückt wird. Des genauen Anſchließens wegen gießt man das Blei gleich flüſſig in den Zwiſchenraum zwiſchen je zwei Kränzen, in deren Stirnflächen noch ringförmige Rinnen ausgeſpart ſind, die das flüſſige Blei ebenfalls ausfüllt. Den Kitt verfertigt man aus Kalkmehl, Leinölfirniß und zerhacktem Hanfe. In dem Inneren der Röhren werden die Wechſel ſehr oft noch durch Muffe aus Kupferblech, ähnlich wie die Büchſen bei Holzröhren, abgedichtet. Eine Röhrenverbindung mit Kränzen und Muffen iſt in Fig. 538 theils von außen, theils im Durchſchnitt abgebildet. Die Verbindung der Kränze AA und BB durch Schrauben AB, AB iſt im Weſentlichen dieſelbe wie bei ge-

wöhnlichen Röhrenleitungen, §. 164; der Muff oder die Büchſe *CC* hat in der Mitte ihrer Außenfläche einen Rand *d*, welcher in den Wechſel der verbundenen Röhren zu liegen kommt.

Eine einfache Röhre mit Schnauze zeigt Fig. 539. Zur Erzielung einer vollſtändigen Abdichtung durch Blei u. ſ. w. ſind ſowohl in der Schnauze *A* als auch am äußeren Umfange des unteren Röhrenendes *B* ringförmige Rinnen angebracht. Zur Vertheilung des Gewichtes der Einfallröhre ſind einzelne Röhren, im Abſtande von circa 50 Fuß, mit Naſen oder Rändern *C, C* verſehen, womit ſie auf Einſtrichen *D, D* zu liegen kommen.

Außer dieſen feſten Röhrenverbindungen hat man auch noch eine lösbare Muffenverbindung nöthig, damit ſich die ganze Einfallröhre ohne Nachtheil ſetzen, ſowie beim Temperaturwechſel ausdehnen oder zuſammenziehen könne (ſ. die Compenſationsröhre, Fig. 343, §. 164). Bei der in Fig. 540

Fig. 538. Fig. 539. Fig. 540.



abgebildeten lösbaren Röhrenverbindung ſind die etwa 1 Fuß von einander abſtehenden Röhrenenden *A, B* an ihren Stirnflächen mit je einem Lederſtulp *a, b* bedeckt und von einem ausgebohrten Muff *CCDD* umgeben. Die

obere Röhre AA_1 enthält in der Mitte die Lagerſcheibe EE, welche auf den von den Einſtrichen H, H unterſtützten gußeiſernen Trägern F, F ruht und woran die den Muff tragenden Stangen S, S befeſtigt ſind.

§. 299 **Treibcylinder.** Der Stiefel oder Treibcylinder beſteht entweder aus Gußeiſen, oder, wegen der größeren Politurfähigkeit des Kanonenmetalles, aus letzterem. Um nicht viel Spiele (pr. Minute drei bis ſechs) und eben dadurch weniger Arbeitsverluſt zu erhalten, macht man den Treibcylinder mehr lang als weit, ſo daß der Kolbenhub s in demſelben $2\,1/2$ bis 6mal ſo groß ausfällt, als der Kolbendurchmeſſer d. Die mittlere Geſchwindigkeit v des Kolbens macht man ungefähr nur 1 Fuß, damit die mittlere Geſchwindigkeit v_1 des Waſſers in den Einfallröhren und daher auch die hydrauliſchen Hinderniſſe in denſelben nicht zu groß ausfallen. Rathſam iſt es, mit der letzten Geſchwindigkeit noch nicht die Grenze von 10 Fuß zu überſchreiten, zweckmäßiger aber, dieſelbe nur bis 6 Fuß zu ſteigern. Nehmen wir $v = 1$ und $v_1 = 6$ Fuß an, ſo erhalten wir für das Verhältniß der Einfallröhrenweite d_1 zur Cylinderweite d, da das Waſſerquantum $= \frac{\pi d^2 v}{4} = \frac{\pi d_1^2 v_1}{4}$ iſt,

$$\frac{d_1}{d} = \sqrt{\frac{v}{v_1}} = \sqrt{1/6} = 0{,}408;$$

alſo circa 0,4.

Iſt das Aufſchlag- oder Speiſewaſſerquantum pr. Secunde $= Q$, ſo läßt ſich für eine doppeltwirkende, oder für eine zweicylindrige einfachwirkende Waſſerſäulenmaſchine ſetzen:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v,$$

und hiernach beſtimmt ſich die nöthige Weite des Treibcylinders:

$$d = \sqrt{\frac{4\,Q}{\pi v}} = 1{,}13 \sqrt{\frac{Q}{v}},$$

alſo für $v = 1$, $d = 1{,}13 \sqrt{Q}$ Fuß.

Für eine eincylindrige einfachwirkende Waſſerſäulenmaſchine iſt

$$Q = 1/2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} v,$$

und daher:

$$d = 1{,}60 \sqrt{\frac{Q}{v}},$$

alſo für $v = 1$, $d = 1{,}60 \sqrt{Q}$ Fuß zu nehmen.

Hat man nun den Kolbenhub $s = 2\,1/2\,d$ bis $6\,d$ angenommen, ſo beſtimmt ſich die Zeit eines einfachen Ganges (Auf- oder Niederganges) durch die Formel:

$$t = \frac{s}{v},$$

alſo für $v = 1$:

$$t = s \text{ Secunden},$$

und hiernach die Anzahl der Gänge pr. Minute:

$$n_1 = \frac{60''}{t} = \frac{60 \,.\, v}{s},$$

alſo für $v = 1$, $n_1 = \frac{60}{s}$, die Anzahl der Spiele:

$$n = \frac{n_1}{2} = \frac{30\,v}{s},$$

oder für $v = 1$, $n = \frac{30}{s}$.

Uebrigens iſt es zweckmäßiger, bei einer einfachwirkenden eincylindrigen Waſſerſäulenmaſchine den Aufgang etwas langſamer und dafür den Niedergang etwas ſchneller als mit der mittleren Geſchwindigkeit vor ſich gehen zu laſſen, weil die hydrauliſchen Hinderniſſe beim Aufgange größer ſind, als beim Rückgange.

Der Treibcylinder iſt innerlich genau auszubohren und auszuſchleifen, damit ſich der Kolben in ihm leicht und vollkommen abſchließend auf und nieder bewegen kann. Die Wandſtärke macht man wegen des allmäligen Abſchleifens, verhältnißmäßig ſehr groß; bei den beſtehenden Maſchinen iſt ſie 2 bis 3 Zoll; indeſſen hängt ſie jedenfalls auch von der Druckhöhe und Cylinderweite ab, und iſt ſchicklicher durch die Formel

$$e = 0{,}0025\,pd + 1{,}25 \text{ Zoll}$$

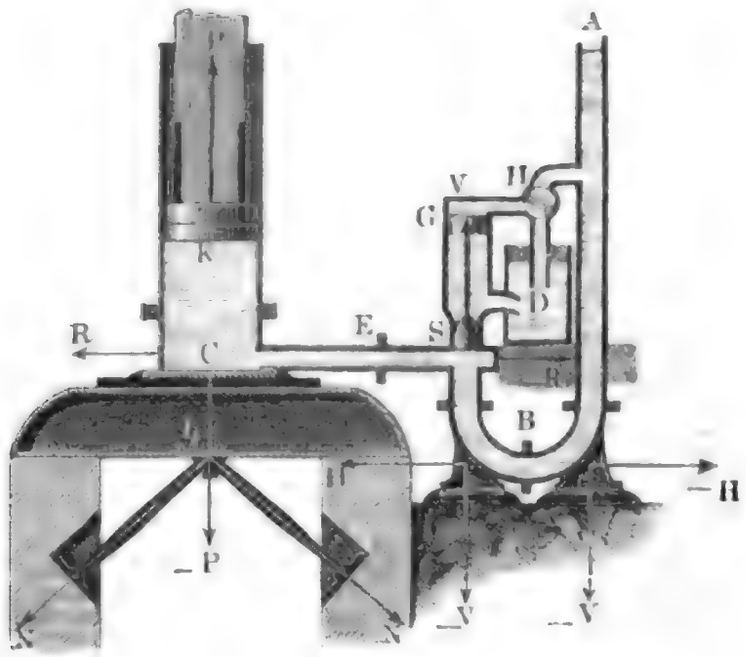
zu berechnen. Zur Verſtärkung des Cylinders kann man denſelben mit einigen ringförmigen Rippen gießen laſſen.

Der Treibkolben wird von der Waſſerſäule mit einer Kraft P nach unten oder in der Richtung der Kolbenbewegung gedrückt, welche ſich meſſen läßt durch das Gewicht $Fh\gamma$ einer Waſſerſäule, deren Grundfläche F die Kolbenfläche und deren Höhe die ſenkrechte Tiefe h dieſer Fläche unter dem Waſſerſpiegel im Einfallreſervoir iſt; und eine gleich große Kraft $(-P)$ in entgegengeſetzter Richtung übt dieſe Waſſerſäule auf den Boden des Treibcylinders ſelbſt aus. In der Regel beträgt dieſe Höhe h mehrere hundert Fuß, iſt alſo auch dieſe Kraft des Waſſers ſehr beträchtlich und daher nöthig, dem Treibcylinder eine ſtarke Unterſtützung zu geben. Da dieſe Maſchinen größtentheils nur zum Waſſerheben aus Gruben angewendet werden, ſo kommen ſie in Schächte zu ſtehen und können daher nicht unmittelbar auf feſtes Geſtein oder Grundmauerung geſetzt werden, ſondern es iſt nöthig, dieſelben durch Gewölbe oder Träger aus Eiſen oder ſtarke Balken aus Eichenholz zu un-

terſtützen. Bei einigen Maſchinen hat man die Cylinder unmittelbar auf gußeiſerne Bogen geſtellt.

Bei der in Fig. 541 ſkizzirten Waſſerſäulenmaſchine wird der Treibcylinder von einem Paar eiſerner Balken L, welche in der Mitte von gußeiſernen Streben unterſtützt ſind, getragen. Die Kraft $= P$ wird dann zum Theil

Fig. 541.



von dieſen Streben aufgenommen, welche in Folge deſſen die ſchräg abwärts gerichteten Schübe N, N gegen die Unterſtützungsmauern, und mittels dieſer wieder gegen das feſte Geſtein ausüben.

Ebenſo übt auch die Einfallröhre einen ihrem Querſchnitte F_1 proportional wachſenden Druck $(-V)$ nach unten aus, welcher eine beſondere Unterſtützung von unten nöthig macht. Außerdem hat der Treibcylinder noch eine Horizontal- oder Seitenkraft $R = F_2 h \gamma$ auszuhalten, welche mit dem Querſchnitte F_2 des Communicationsrohres CS wächſt, ſowie die Einfallröhre eine mit ihrem Querſchnitte F_1 proportional wachſende Seitenkraft $(-H) = F_1 h \gamma$. Dieſen Kräften halten die gleichen Gegenkräfte $(-R)$ und H in dem Communicationsrohre BS das Gleichgewicht, ſo daß zwar die Maſchine im Ganzen keinen Druck zur Seite ausübt, dagegen aber ein Beſtreben zum Zerberſten in horizontalen Richtungen beſitzt, welchem durch die Röhrenſchlöſſer E und B, ſowie durch die unterſtützenden Sohlplatten entgegenzuwirken iſt. Bei der Einrichtung der abgebildeten Maſchine hat das gekröpfte Communicationsrohr BS auch noch einen Verticaldruck $(-V)$ auszuhalten, weshalb es erforderlich iſt, auch dieſes Rohr mit einem auf einer feſten Baſis ſtehenden Fuße zu verſehen.

Treibkolben. Der Treibkolben, welcher die Kraft des Waſſers §. 300
unmittelbar aufnimmt, beſteht im Weſentlichſten aus einem außen abgedrehten und in den Treibcylinder einpaſſenden Cylinder. Um den vollkommenen Abſchluß zu bewirken, ohne ein bedeutendes Hinderniß in der Bewegung zu erhalten, wird die ſogenannte Liderung (eigentlich wohl Lederung, franz. aber garniture, engl. packing, leathering) angewendet, und dieſelbe kann nun entweder an dem Kolben oder an dem Cylinder feſtſitzen. Im erſten Falle beſteht der Kolben aus einem niedrigen Cylinder, der nur $^1/_5$ bis $^1/_2$ mal ſo hoch als dick iſt, im zweiten Falle bildet er aber einen mit dem Stiefel gleich langen Cylinder, und erhält dann gewöhnlich den Namen Mönchskolben oder Bramahkolben (franz. plongeur; engl. plunger). Die Liderung der Treibkolben beſteht in der Regel aus Lederriemen oder in Lederſtulpen, ſeltener aus Lederſcheiben oder aus Metallringen; ſie muß immer im Verhältniß des Waſſerdruckes an die innere Cylinder- oder äußere Kolbenfläche anſchließen, damit ſie einerſeits kein Waſſer durchläßt, und andrerſeits auch keine zu große Reibung veranlaßt. Aus dieſem Grunde ſind denn auch die autoclaven oder hydroſtatiſchen Liderungen, wo das Leder oder der ablidernde Körper durch das Waſſer ſelbſt an die abgeſchliffene Fläche angedrückt wird, die vorzüglichſten. In der Regel näht oder nietet man einen ſolchen Liderungskranz aus 3 bis 4 in Fett getränkten Lederriemen zuſammen, und legt ihn nun entweder in am Umfang des Kolbens ausgedrehte ringförmige Rinnen oder befeſtigt ihn mittels Schrauben und durch einen Metallring umgeſtülpt auf die Grundfläche des Kolbens.

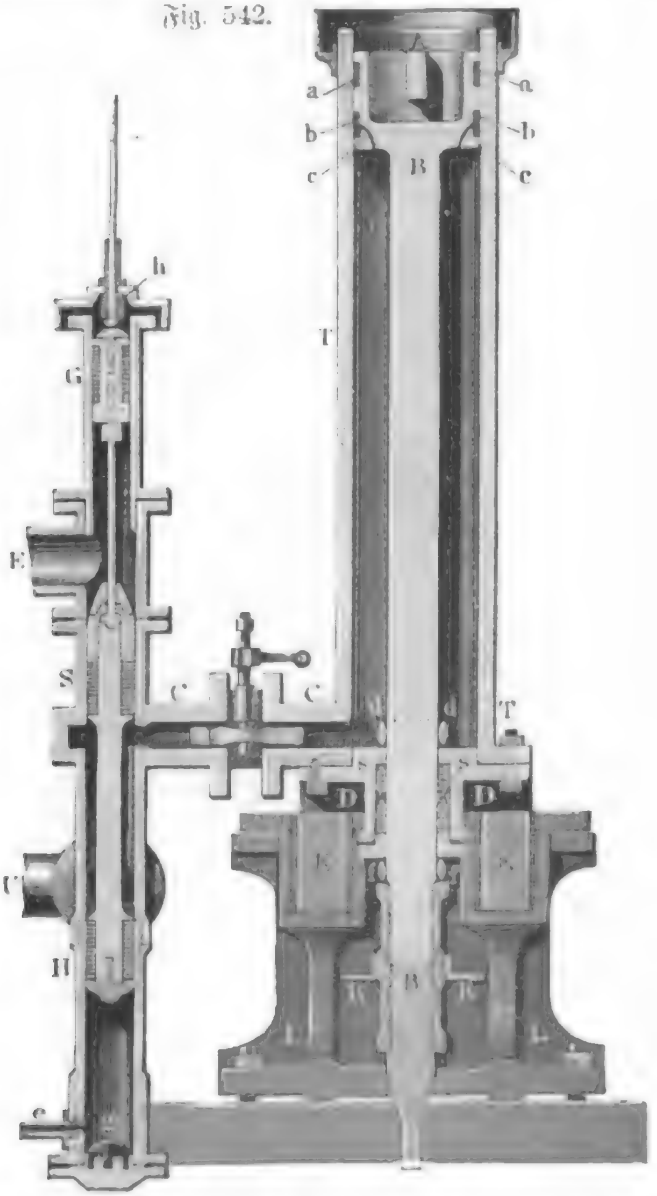
In Fig. 542 (a. f. S.) iſt ein Treibkolben (von einer Clausthaler Waſſerſäulenmaſchine) mit eingelegten Liderungskränzen abgebildet. A iſt der eigentliche Kolben oder ſogenannte Kolbenſtock und $B\,B$ die mit ihm ein Ganzes bildende Kolbenſtange, ferner ſind $a\,a$ und $b\,b$ die Liderungskränze und $c\,c$ die feinen Bohrungen, durch welche der innere Umfang des unteren Lederkranzes mit dem Druckwaſſer in Verbindung geſetzt wird.

Die Stulpliderung des Treibkolbens an einer Freiberger Waſſerſäulenmaſchine iſt in Fig. 543 (a. f. S. 701) abgebildet. Es iſt hier $A\,A\,B\,B$ der gußeiſerne Kolbenſtock, welcher den Fuß D der Kolbenſtange umgiebt und darin durch den Splint S befeſtigt wird. Die Fußplatte $A\,A$ dieſes Kolbenſtockes wird vom Lederſtulp $L\,L$, und dieſer wieder von einem eiſernen Teller E bedeckt. Sowohl die Fußplatte als auch der Teller ſind am Rande gebogen, um dem Stulpe als Lagerflächen dienen zu können. Vier Schraubenbolzen a, a... dienen dazu, den Teller auf den Stulp aufzudrücken und ihn mit der Fußplatte des Kolbenſtockes zu befeſtigen.

Aus der Figur iſt noch zu entnehmen, wie der Treibcylinder $C\,C$ mit ſeinem Fußſtücke F durch eine Schnauze $K\,K$ und durch Schraubenbolzen

bn, *bn*... verbunden iſt. Dieſes Fußſtück bildet zugleich einen Theil des bei *O* einmündenden Communicationsrohres.

Fig. 542.



Ein Bramahkolben läßt ſich ebenfalls hydroſtatiſch ablidern, wie aus Fig. 544 zu erſehen iſt. Hier iſt *A* der Kolben, *B* der Cylinder, *C* das Communicationsrohr, *DD* die aufgeſchraubte Liderungsbüchſe, *aa* der Liderungsring und *bb* die Bohrung für die hydroſtatiſche Liderung. Jedenfalls iſt dieſe Liderung in einer beſonderen Büchſe leichter herzuſtellen und leichter zu unterhalten, als die Liderung, welche mit dem Kolben in feſter Verbindung ſteht. Auch empfiehlt ſich die Anwendung dieſer ungeliderten Kolben noch dadurch, daß es leichter iſt, einen Cylinder richtig rund ab- als

ausgudrehen. Ein beſonderer Vortheil dieſer Einrichtung erwächſt endlich noch daraus, daß es hier möglich iſt, durch Auswechſelung des Kolbens und

Fig. 543.

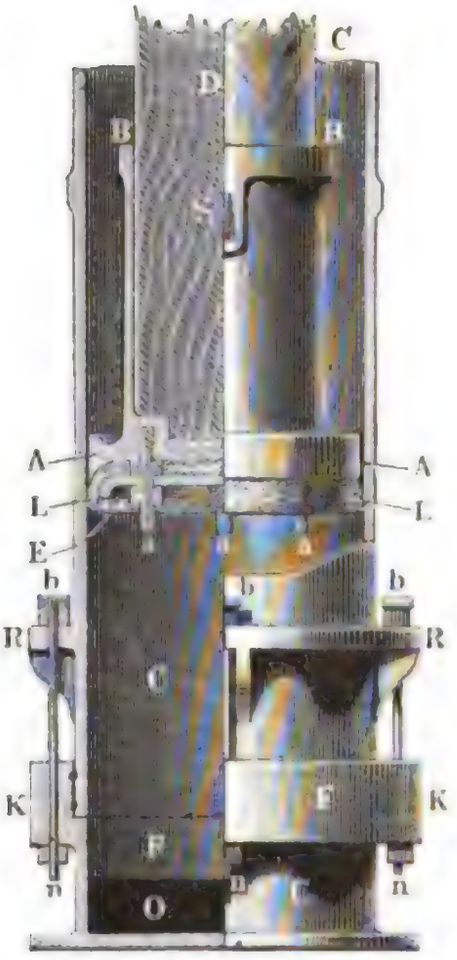
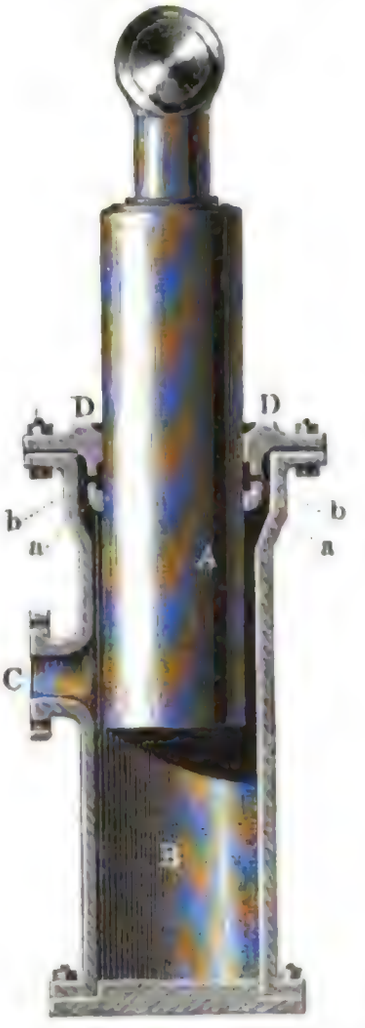


Fig. 544.



der Liderungsbüchſe die Kraft der ganzen Maſchine nach Bedürfniß zu verſtärken oder überhaupt zu verändern.

Kolbenstange und Stopfbüchse. Die Treibekolbenſtange (franz. tige du piston; engl. piston rod) iſt von dem Treibkolben aus entweder nach der Mündung oder nach dem Boden (oder Deckel) des Cylinders gerichtet. Im erſteren Falle bedarf ſie keiner beſonderen Bearbeitung und kann daher auch von Holz ſein, wie aus der Zeichnung in Fig. 543 zu erſehen iſt; im zweiten Falle hingegen muß ſie durch eine Stopfbüchſe gehen, deshalb aber rund abgedreht werden, und kann daher nur aus Eiſen oder Kanonenmetall beſtehen. Die Stärke einer ſolchen Stange iſt nach der Theorie der abſoluten Feſtigkeit zu beſtimmen. §. 301

Iſt d der Treibkolbendurchmeſſer und p der Waſſerdruck auf jeden Quadratzoll des Kolbens, ſo hat man die Kraft deſſelben:

$$P = \frac{\pi d^2}{4} \cdot p;$$

iſt nun aber d_2 die Stärke der Kolbenſtange und T der Tragmodul ihres Materials, ſo hat man das Tragvermögen derſelben:

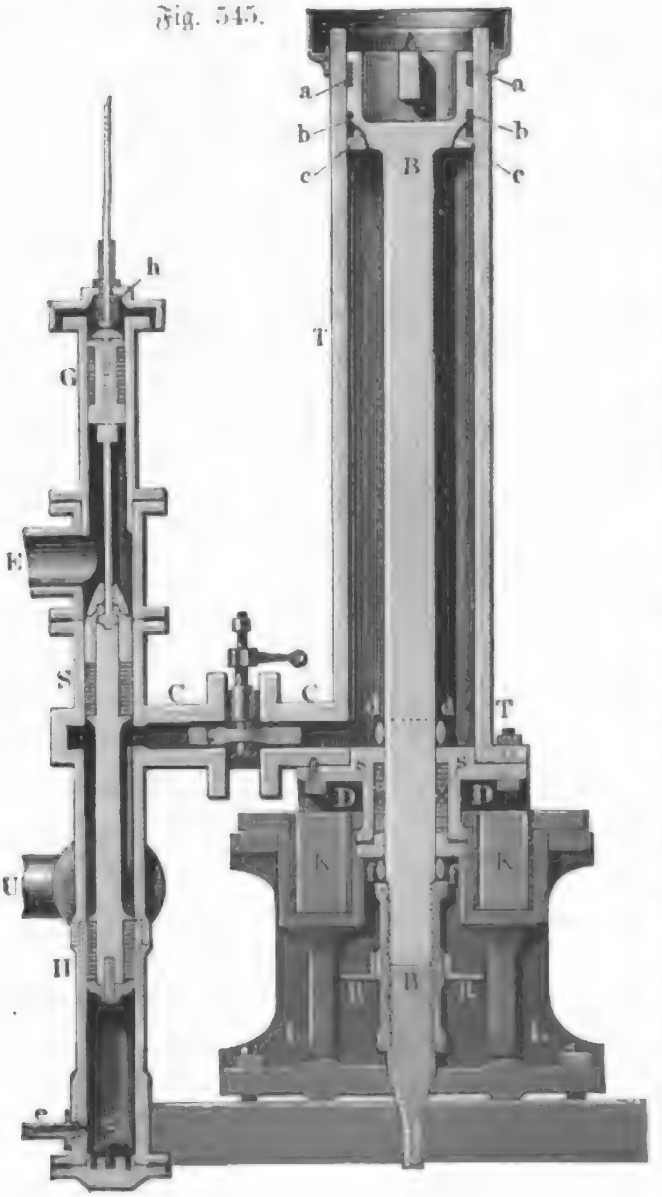
$$P = \frac{\pi d_2^2}{4} T;$$

man erhält daher durch Gleichſetzen beider Kräfte die nöthige Kolbenſtangenſtärke:

$$d_2 = d\sqrt{\frac{p}{T}}.$$

Hierzu iſt T aus der Tabelle in Bd. I, §. 212 zu nehmen, p aber durch die Formel

Fig. 545.



$$p = \frac{h\gamma}{144},$$

wo h die Druckhöhe in Fußen bezeichnet, zu beſtimmen.

Für eine Kolbenſtange aus Schmiedeeiſen, welche bloß einer Zugkraft ausgeſetzt iſt, kann man $T = 10000$ Pfund, und folglich

$$d_2 = 0{,}01\, d\sqrt{p}$$
$$= 0{,}00655\sqrt{h}\ \text{Zoll}$$

ſetzen.

Stangen, welche die Kraft mittels Druck fortpflanzen, macht man doppelt ſo ſtark (vergl. Bd. I, §. 269).

Die Stopfbüchſe (franz. boîte á garniture; engl. stuffing-box) iſt ein auf einer Endfläche des Cylinders aufſitzendes Gehäuſe, welches mit Lederſcheiben oder Hanfzöpfen ſo ausgefüttert iſt, daß ſich die hindurchgehende Kolben-

ſtange leicht bewegen läßt, ohne Waſſer oder nach Befinden Dampf, Luft u. ſ. w. hindurch zu laſſen. Bei den Waſſerſäulenmaſchinen ſind die Stopfbüchſen in der Regel mit Lederſcheiben abgelidert, weswegen man ſie auch Lederbüchſe (franz. boîte à cuir) nennt. Man erſieht aus Fig. 545 in *BB* die Kolbenſtange, *DD* die Stopfbüchſe, deren Liderung durch einen Deckel *B* zuſammengepreßt wird. Zuweilen bringt man zwiſchen die Lederſcheiben noch einen metallenen Ring mit durch feine Bohrungen communicirenden Schmierrinnen, wie *ss*, Fig. 545. Geht die Kolbenſtange durch den Deckel der Stopfbüchſe, ſo erhält der Deckel der Stopfbüchſe eine Vertiefung zur Aufnahme der Schmiere, geht ſie aber durch die Fußplatte des Cylinders, ſo muß man die Schmiere künſtlich zupreſſen.

Bei der Clausthaler Maſchine hat man auch Schmierpreſſen angewendet, welche mittels eines kleinen Kolbens, der durch ein kleines Gewicht niedergedrückt wird, die Schmiere durch eine feine Röhre, den erwähnten Meſſingring mit X-förmigem Querſchnitt, im Innern der Liderung zupreſſen.

Die Schmiere beſteht aus 6 Theilen Schweinefett, 5 Theilen Talg und 1 Theil Baumöl, beſſer aber in reinem Olivenöl oder Ochſenklauenöl.

Steuerung. Die Steuerung iſt gleichſam die Seele einer Waſſer- §. 302
ſäulenmaſchine, durch ſie wird dieſe Maſchine erſt in den Stand geſetzt, ihre Arbeit ohne Unterbrechung zu verrichten. Sie beſteht im Weſentlichen aus zwei Hauptvorrichtungen, wovon die eine das abwechſelnde Zulaſſen und Abſperren des Kraft- oder Betriebswaſſers vom Treibcylinder unmittelbar bewirkt, die andere aber dazu dient, die erſte Vorrichtung mit der eigentlichen Kraftmaſchine (mit der Treibkolbenſtange) zu verbinden, ſo daß zu ihrer Bewegung eine fremde Hülfe nicht nöthig iſt. Wir können recht gut jene Vorrichtung die innere, dieſe aber die äußere Steuerung nennen.

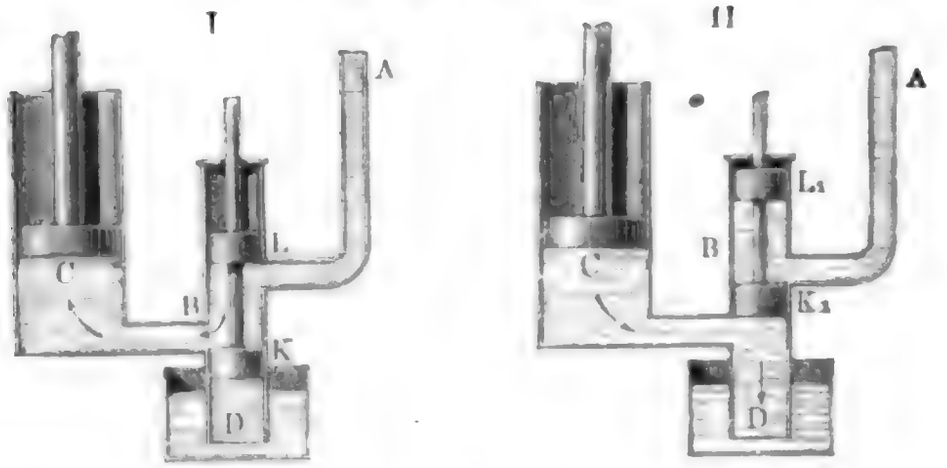
Was die innere Steuerung anlangt, ſo kommt davon bei den Waſſerſäulenmaſchinen vorzüglich die Kolbenſteuerung vor. Aeltere Maſchinen haben eine Hahnſteuerung und neuere Waſſerſäulenmaſchinen ſind auch wie die Dampfmaſchinen, mit Ventil- und Schieberſteuerungen ausgerüſtet.

Die Art und Weiſe, wie die Umſteuerung durch einen Hahn bewirkt wird, iſt bereits aus dem Obigen (§. 297) bekannt und die Wirkungsweiſe eines Steuerkolbens iſt aus Folgendem zu erſehen.

Kolbenſteuerung. Die Einrichtung der Kolbenſteuerung für eine eincylindrige, einfachwirkende Maſchine führt Fig. 546, I. u. II. (a. f. S.), vor Augen. Es iſt hier *A* die Einfallröhre, *C* der Treibcylinder, *B* der den Steuerkolben einſchließende Steuercylinder, *D* das Ausgußrohr, ſowie *K* der Steuerkolben und *L* der ſogenannte Gegenkolben, welcher nur dazu

dient, durch Erzeugung eines Gegendruckes eine leichtere Bewegung des Steuerkolbens oder der Steuerkolbenſtange zu bewirken. Bei der tieferen

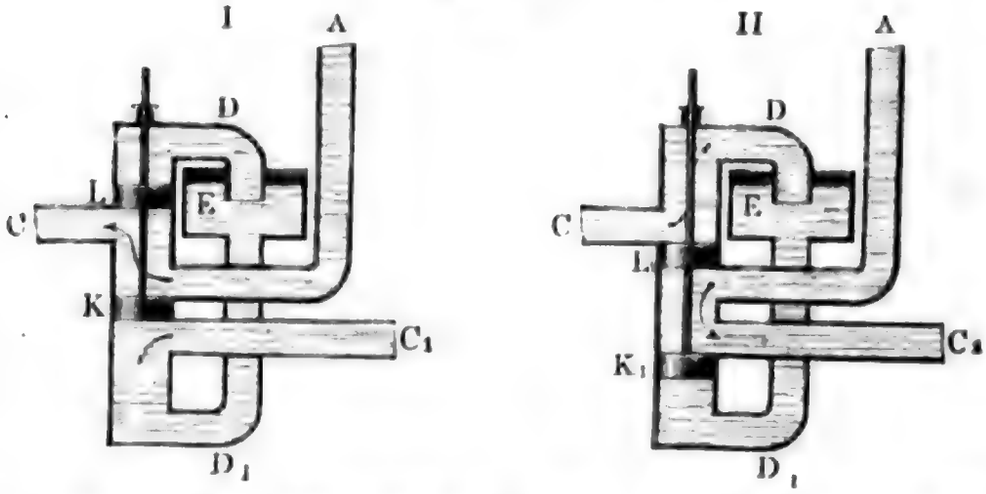
Fig. 546.



Stellung (I.) des Steuerkolbens K iſt der Treibcylinder mit der Einfallröhre in Verbindung geſetzt, es kann daher der Treibkolben emporſteigen, bei der höheren Stellung (II.) hingegen ſperrt der Steuerkolben K_1 das Kraftwaſſer ab, es kann daher der Treibkolben nur das unter ihm befindliche Waſſer bei D zum Austritte nöthigen.

Die Einrichtung der Kolbenſteuerung für eine doppeltwirkende oder für eine zweicylindrige Waſſerſäulenmaſchine läßt ſich aus Fig. 547, I. und II., erſehen. Es iſt auch hier A die Einfallröhre, ſowie C das Communicationsrohr nach dem einen und C_1 nach dem anderen Treib-

Fig. 547.



cylinder, ferner D der Ausguß für den erſten und D_1 der Ausguß für den zweiten Cylinder. Man ſieht nun aus I., wie bei der oberen Kolbenſtellung das Kraftwaſſer mit C in Verbindung geſetzt iſt, und das todte Waſſer aus C_1 durch D_1 nach E abfließen kann, und aus II., wie bei der tieferen Kolbenſtellung das Kraftwaſſer nach C_1 treten und das abgeſperrte Waſſer unter dem Treibkolben von C nach D fließen und bei D austreten kann.

Steuerhahn. Der Hahn oder die Piepe kam als Regulator oder Umſteuerungsapparat noch bei den alten Waſſerſäulenmaſchinen zu Bleiberg in Kärnthen und bei den von Schitko conſtruirten Waſſerſäulenmaſchinen zu Schemnitz in Ungarn vor. Er hat die Form eines abgekürzten Kegels und ſitzt in einem gleichgeſtalteten Gehäuſe; um ihn leicht drehen zu können, läuft er in ſchwächeren cylindriſchen Enden aus, die von Stopfbüchſen umgeben werden. Wegen des ſtarken Abführens ſetzt man ein hartmetallenes Futter in das Hahngehäuſe, was ſich leicht auswechſeln läßt. In Fig. 548 iſt *HH* der Hahn, *BB* ſein Gehäuſe und *CC* deſſen Futter, §. 303

Fig. 548.

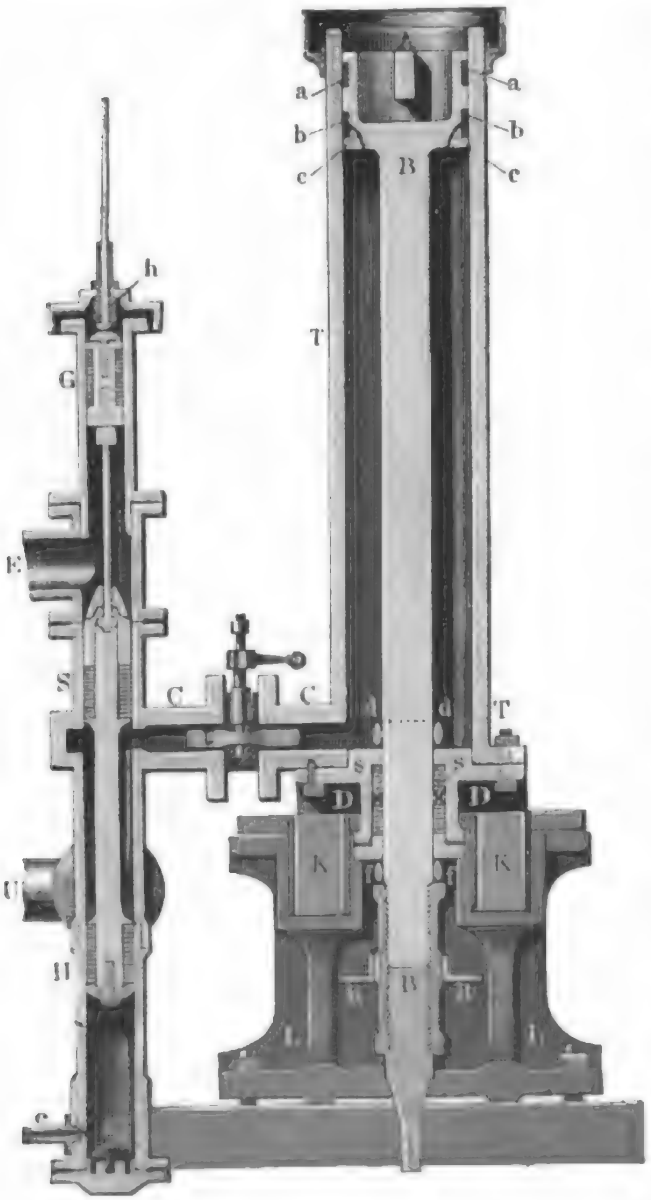
ferner *K* der Kopf, an dem die Umdrehungskraft angreift, und *D* eine Schraube, um den Hahn in ſeinem Gehäuſe nach Bedürfniß zu heben oder zu ſenken. Die Bohrungen oder Wege des Hahnes ſind verſchieden, namentlich bei einfach wirkenden einſtiefeligen Maſchinen anders als bei doppelt wirkenden einſtiefeligen oder einfach wirkenden zweicylinderigen Maſchinen, wie wir auch ſchon oben geſehen haben.

Aendert ſich die Bewegungsrichtung des Kraftwaſſers im Hahne um 90 Grad, ſo wird der Hahn durch dieſes Waſſer mit einer Kraft in diagonaler Richtung gegen ſein Gehäuſe gepreßt, welche bei einer großen Druckhöhe und einem nicht unbedeutendem Querſchnitte der Hahnbohrung eine große Reibung und ein ſtarkes Abführen hervorbringt; dieſes nachtheilige Verhältniß hat aber Schitko bei ſeinen Elidirungshähnen, wie Fig. 548 vorſtellt, beſeitigt, er hat nämlich, der Hauptbohrung *a* entgegengeſetzt, noch zwei Ausſchnitte *b* und b_1 im Hahne angebracht, und dieſe durch feine Löcher *c* und c_1 mit jener verbunden, ſo daß ſich in ihnen ein Gegendruck bildet, der bei richtiger Größe der Ausſchnitte dem Diagonaldrucke in der Hauptbohrung das Gleichgewicht hält.

Zur Verminderung des Abführens oder wenigſtens zur Beſeitigung des ungleichförmigen Abführens, trägt es ferner noch bei, wenn man den Hahn nicht bloß um 90° hin- und zurückdreht, ſondern wenn man denſelben immer in derſelben Richtung im Kreiſe herumführt, weil dadurch nach und nach alle Theile im Umfange des Hahnes mit allen Theilen der inneren Mantelfläche in Berührung kommen. Die Hähne ſind zuerſt vom Herrn Bergrath Brendel angewendet worden und finden ſich auch bei den hierortigen, von Herrn Brendel conſtruirten Waſſerſäulenmaſchinen vor. Die näheren Verhältniſſe der Brendel'ſchen Steuerung werden wir aber weiter unten (§. 314) näher kennen lernen.

§. 304 **Steuerkolben.** Was nun die Kolbenſteuerung anlangt, ſo wendet man bei derſelben meiſt Kolben mit Packwerk von über einander liegenden Lederſcheiben an, ähnlich wie wir oben (§. 301) bei der Liderung der Stopfbüchſen angegeben haben. Bei der Maſchine zu Huelgoat ging der aus Kanonenmetall beſtehende Steuerkolben anfangs 7 Jahre ohne Liderung, während der Anweſenheit des Verfaſſers (1839) wurde aber, da er ſich um 1 Millimeter abgeſchliffen hatte, ſtatt deſſen ein neuer mit einem aus 24 zuſammengepreßten Lederſcheiben beſtehenden, 5 Zoll hohen, vollkommen abgedrehten Packwerk eingeſetzt. Reichenbach hat auch Kolben mit einem zinnenen Liderringe angewendet, und in der neueren Zeit hat man bei den baieriſchen Maſchinen eine vereinigte Lederſtulp- und Zinnringliderung vortheilhaft gefunden.

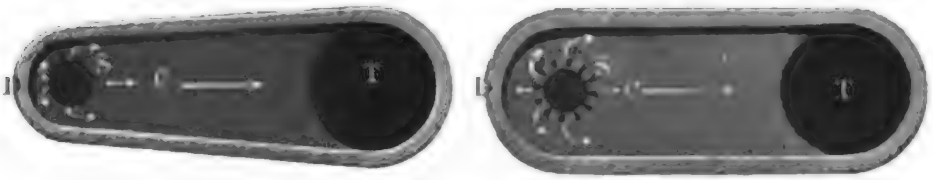
Fig. 549.



Wenn am Ende des Treibkolbenſpieles der Steuerkolben *S*, Fig. 549, emporſteigt und die Waſſerſäule allmälig vom Cylinder *TT* abſperrt, alſo das Waſſer in ſeiner Bewegung auf dem Wege *EC* gehemmt wird, ſo preßt es den Steuerkolben einſeitig, und es giebt dadurch zu einem ſehr ſtarken Abführen des Steuerkolbens Veranlaſſung; um aber dies zu verhindern, führt man das Ende des Communicationsrohres *CD*, Fig. 550, ganz um den Steuercylinder *S* herum, ſo daß es dieſen voll-

kommen umſchließt, und das Waſſer von allen Seiten her auf den auf- oder niederſteigenden Kolben drücken muß. Jedenfalls leidet bei dieſer Einrichtung die Liderung noch etwas, weil ſie ſich hier beim Durchgange CD ausdehnen kann und bei dem höheren oder tieferen Kolbenſtande wieder zuſammengedrückt wird, und deshalb iſt denn die Zu- und Abführung des Waſſers aus dem Treibcylinder in den Steuercylinder durch Löcher, wie Fig. 551

Fig. 550. Fig. 551.



im horizontalen Durchſchnitte vor Augen führt, in dieſer Beziehung noch beſſer, obwohl in anderer Beziehung wieder ein Nachtheil, nämlich dem durchfließenden Waſſer ein größeres hydrauliſches Hinderniß, erwächſt.

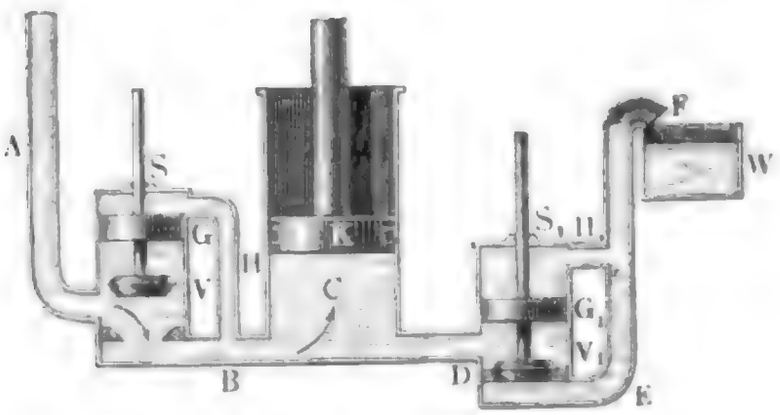
Von Wichtigkeit auf den Gang einer Waſſerſäulenmaſchine iſt noch die Form des Steuerkolbens S, Fig. 549. Es darf nämlich die Communication zwiſchen C und E nicht plötzlich aufgehoben und dadurch die Bewegung der Waſſerſäule in der Einfallröhrentour nicht momentan vernichtet werden, weil ſonſt eine bedeutende Erſchütterung in der Maſchine, die ſich auch durch ein ſtarkes Geräuſch kundgiebt, entſteht, welche nicht ſelten das Zerſprengen der Röhren oder das Ausgehen derſelben in den Schlöſſern zur Folge gehabt hat. Um dieſen Stoß oder den ſogenannten Widder des Waſſers zu beſeitigen, hat man natürlich nur nöthig, das Abſperren des Kraftwaſſers allmälig vor ſich gehen zu laſſen. Dies iſt aber nur durch eine langſame Bewegung und durch eine beſondere Form des Steuerkolbens zu bewirken. Von den Mitteln, eine langſame Steuerkolbenbewegung hervorzubringen, kann erſt in der Folge die Rede ſein, was aber die Geſtaltung des Kolbens anlangt, ſo iſt es nöthig, den Kopf des letzteren, oder vielmehr denjenigen Theil deſſelben, welcher die Abſperrung zunächſt bewirkt, coniſch zu formen, oder auf denſelben einen coniſchen Hut aufzuſetzen, welcher eine ringförmige Mündung zwiſchen C und E herſtellt, die ſich mit dem Aufgange des Steuerkolbens allmälig mehr und mehr verengt, bis ſie endlich ganz verſchwindet und dadurch die Communication aufgehoben wird. Außerdem bringt man auch wohl noch Einſchnitte in dem Kolbenſtock ſelbſt an, welche, von oben nach unten gehend, ſich zuletzt allmälig verlaufen, ſo daß anfangs noch immer eine ſchwache Communication zwiſchen C und E übrig bleibt, wenn auch der eigentliche Steuerkolbenſtock ſchon ringsum von dem Steuercylinder umſchloſſen wird, und dieſer Kolben erſt nach Durchlaufen des letzten Theiles ſeines Weges vollkommen abſperrt. Bei der Waſſerſäulenmaſchine zu Claus-

thal iſt die Conicität und die Elidirung des Steuerkolbens zugleich angewendet; bei der Maſchine zu Huelgoat hingegen, iſt dieſer übrigens faßförmig abgerundete Kolben mit 10 Ausſchnitten verſehen.

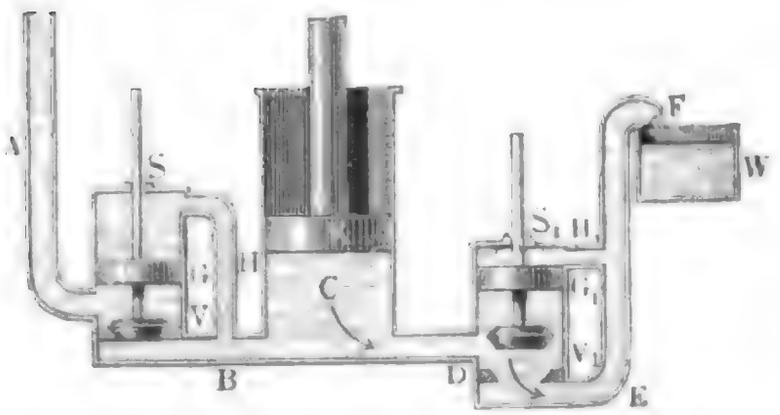
§. 305 **Ventil- und Schiebersteuerung.** Die Art und Weiſe, wie ſich die Steuerung einer Waſſerſäulenmaſchine durch Ventile einrichten läßt, führt Fig. 552, I. und II., vor Augen. Es iſt hier V das Einlaß- und V_1 das Auslaßventil,

Fig. 552.

I.



II.

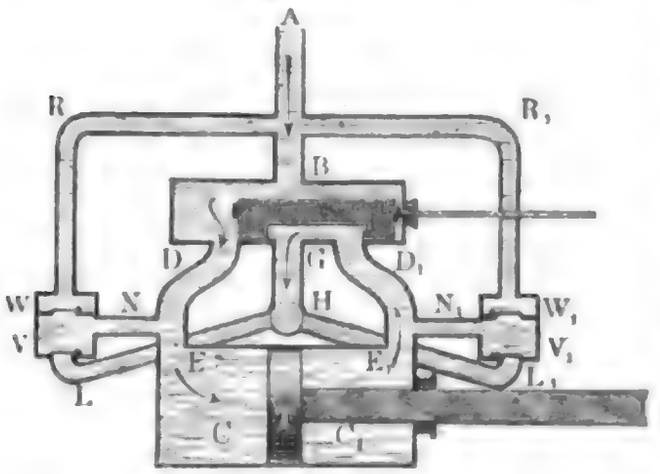


jedes in einem beſonderen Steuercylinder S und S_1 enthalten. Beim Aufgange des Treibkolbens (in I.) iſt V geöffnet und V_1 geſchloſſen, ſo daß das Waſſer ungehindert aus der Einfallröhre A durch die Ventilöffnung hindurch und mittels des Communicationsrohres B nach dem Treibcylinder C treten kann; beim Niedergange des Treibkolbens (in II.) iſt hingegen V geſchloſſen und V_1 geöffnet, ſo daß das Waſſer aus dem Treibcylinder C durch das Communicationsrohr D und durch die Oeffnung des Ventils V_1 hindurch nach dem Austragerohr EF ſtrömen und in den Waſſerkaſten W ausfließen kann. Um die Bewegung der Ventile ſo viel wie möglich zu erleichtern, wendet man noch Gegenkolben G und G_1 an, welche mit den entſprechenden Ventilen auf einer und derſelben Stange zu ſitzen kommen, und ſetzt den Raum über dem erſten Gegenkolben (G) durch ein Rohr H mit dem

Communicationsrohre B, ſowie den Raum über dem zweiten Gegenkolben (G_1) durch ein Rohr H_1 mit der Austrageröhre EF in Communication. Iſt der Querſchnitt eines ſolchen Kolbens nahe gleich dem des mit ihm auf derſelben Stange ſitzenden Ventiles, ſo drückt dann das Waſſer auf die ganze Verbindung faſt eben ſo ſtark ab- als aufwärts, und es fordert daher die Bewegung derſelben nur eine kleine Kraft.

Die Wirkungsweiſe einer Schiebersteuerung iſt aus einer in Fig. 553 abgebildeten liegenden Waſſerſäulenmaſchine zu erſehen. Beim Hingange des Treibkolbens T fließt das Waſſer aus der Einfallröhre AB bei B in die Steuerkammer BDD_1 und von da bei D in das nach dem Treibcylinder C führende Communicationsrohr DE. Hat der Treibkolben ſeinen Hinweg zurückgelegt, ſo wird der Schieber S zurückgeſchoben, ſo daß er die entgegengeſetzte Stellung einnimmt. Hierbei kommt der Canal im Schieber S über die Mündung D des Communicationsrohres DE und über die Mündung G der Abfluß- oder Austragröhre GH zu ſtehen, ſo daß das Kraftwaſſer auf dem Wege ABD_1E_1 zum Treibcylinder C_1 gelangen und den Treibkolben zurücktreiben, ſowie das vom letzteren aus dem Treibcylinder C herausgedrückte Waſſer durch den Schiebercanal hindurch in die genannte Röhre GH treten und zum Ausfluſſe gelangen kann. Iſt der Treibkolben wieder links angelangt, ſo wird der Schieber wieder rechts geſchoben und es beginnt bei der abgebildeten Stellung deſſelben ein neues Kolbenſpiel.

Fig. 553.



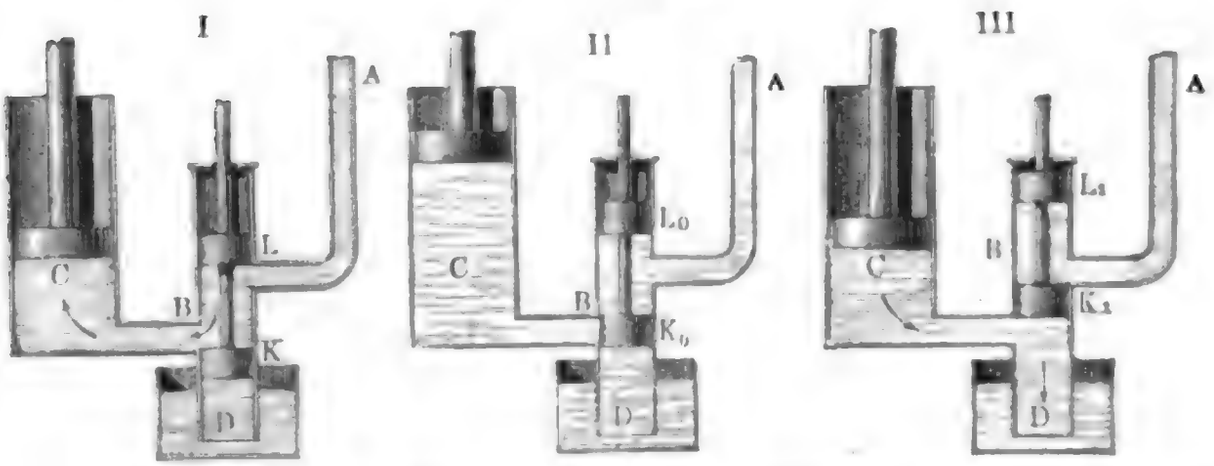
Die übrige Einrichtung der Steuerung wird weiter unten (§. 307) beſchrieben werden.

Eigenthümlichkeit der Steuerung der Waſſerſäulenmaſchinen. §. 306

Die Vorrichtung zur Bewegung der Steuerung einer Waſſerſäulenmaſchine iſt eine ziemlich complicirte, und deshalb meiſt zuſammengeſetzter, als bei den Dampfmaſchinen, weil man es hier mit einem faſt incompreſſibeln und unausdehnbaren Körper, dem Waſſer, zu thun hat, welches ſogleich ſeinen Druck verliert, wenn es auf allen Seiten von der drückenden Waſſerſäule abgeſperrt wird. In dem Augenblicke, wenn der Steuerkolben K_0, Fig. 554 (II. a. f. S.), bei ſeinem Aufgange das Druckwaſſer AB vom Treibcylinder C abſperrt, iſt auch der Druck des Waſſers auf den Treib-

kolben aufgehoben, und es durchläuft dann der letztere in Folge ſeiner Trägheit noch einen kleinen Weg, ohne daß ihm das darunter befindliche Waſſer

Fig. 551.



folgen kann. Es entſteht folglich hierbei unter dem Treibkolben ein luftleerer Raum, und es bleibt nur noch der Druck der Luft auf die äußere Kolbenfläche in Wirkſamkeit. Bezeichnet h die Druckhöhe des Waſſers vor dem Abſperren durch den Steuerkolben, ferner b die Höhe einer den Atmoſphärendruck meſſenden Waſſerſäule, ſowie F den Inhalt der Treibkolbenfläche und γ die Dichtigkeit des Waſſers, ſo iſt die der Treibkolbenlaſt gleich zu ſetzende Kraft des Waſſers vor dem Abſperren:

$$P = Fh\gamma,$$

dagegen die durch den Druck der Luft auf die äußere Kolbenfläche nach dem Abſperren erwachſende Vergrößerung der Kolbenlaſt:

$$P_1 = Fb\gamma,$$

und daher die ganze Laſt des Treibkolbens, wodurch derſelbe nach dem Abſperren des Kraftwaſſers in Ruhe verſetzt wird:

$$P + P_1 = F(h + b)\gamma.$$

Bezeichnet nun noch $M = \frac{G}{g}$ die träge Maſſe des Kolbens ſammt Geſtänge, ſowie v die Geſchwindigkeit deſſelben im Augenblicke des Abſperrens, und folglich $\frac{Mv^2}{2} = \frac{Gv^2}{2g}$ das Arbeitsvermögen der trägen Maſſe der Maſchine, ſo läßt ſich der Weg s_1, welchen der Treibkolben nach dem Abſperren zurücklegt, bis er zur Ruhe übergeht, durch den Ausdruck

$$s_1 = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Kraft}} = \frac{G}{F(h + b)\gamma}\,\frac{v^2}{2g}$$

beſtimmen.

Da nun v klein iſt, meiſt nicht über 1 Fuß, folglich $\frac{v^2}{2g}$ nicht über 0,016 Fuß beträgt, und auch das Verhältniß $\frac{G}{F(h+b)\gamma}$ meiſt nur eine mäßige

Größe hat, ſo fällt der Weg s_1 des Treibkolbens während ſeiner verzögerten Bewegung nur ſehr klein aus.

Wenn nun der Steuerkolben mit der Kraftmaſchine unmittelbar in Verbindung ſtände und daher die Bewegung des Steuerkolbens von der des Treibkolbens abhinge, ſo würde dieſer Kolben während der Zurücklegung ſeines letzten Wegtheiles s_1 nicht im Stande ſein, die Umſteuerung vollſtändig zu beendigen, d. i. den Steuerkolben in die Stellung K_1 (III.) zu bringen, wobei das Aufſchlagwaſſer durch das Austragrohr D abfließen und der Treibkolben ungehindert niedergehen kann.

Noch ungünſtiger ſtellt ſich dieſes Verhältniß heraus, wenn der Treibkolben am Ende ſeines Rückweges durch Herabſchieben des Steuerkolbens das Umſteuern bewirken ſoll. Wenn hierbei der Steuerkolben nach K_0 (II.) gekommen iſt, ſo wird dem austretenden Waſſer durch K_0 der Weg durch den Steuercylinder gänzlich verſperrt und folglich auch der niedergehende Treibkolben plötzlich in ſeiner Bewegung aufgehalten. Mit dieſem faſt momentanen Inruheſetzen der trägen Maſſen des Treibkolbens ſammt Geſtänge u. ſ. w. iſt nun nicht allein eine bedeutende und höchſt nachtheilige Erſchütterung der Maſchine, ſondern auch der Nachtheil verbunden, daß nun auch der Steuerkolben nicht weiter abwärts bewegt wird und folglich die ganze Arbeitsverrichtung ihr Ende erreicht hat.

Dieſe Unzulänglichkeiten kommen übrigens nicht allein bei der Kolbenſteuerung, ſondern auch bei allen übrigen Steuerungen in ähnlicher Art vor. Es iſt daher nöthig, dieſelben durch beſondere mechaniſche Hülfsmittel zu beſeitigen.

Hülfsmittel einer regelmässigen Steuerung. Die mechaniſchen §. 307
Hülfsmittel zur Herſtellung einer regelmäßigen Steuerung der Waſſerſäulenmaſchinen ſind verſchieden, je nachdem die Maſchine

1) bloß eine geradlinig auf- und nieder-, oder hin- und zurückgehende Bewegung hat, oder

2) dieſelbe außer ihrer urſprünglich abſetzend geradlinigen Bewegung noch eine ſtetige Kreisbewegung beſitzt, welche letztere natürlich durch beſondere Zwiſchenmaſchinen erſt aus der erſteren abgeleitet werden muß.

Die Umſetzung der abſetzenden geradlinigen Bewegung in eine ſtetige Kreisbewegung iſt jedoch an einer eincylindrigen einfach wirkenden Waſſerſäulenmaſchine nicht leicht ausführbar; es gehört hierzu mindeſtens eine doppelt wirkende Waſſerſäulenmaſchine. Durch zwei gekuppelte doppelt wirkende Maſchinen, wovon die eine um den halben Hub vor der anderen vorausgeht, wird derſelbe Zweck noch vollkommener erreicht.

Bei dieſen Waſſerſäulenmaſchinen mit ſtetiger Kreisbewegung verbindet man die Steuerkolbenſtange ſo mit dem Rotationsmechanismus, daß ſie von

demſelben in derſelben Zeit ein Mal auf- und nieder- oder hin- und zurückbewegt wird, während der Treibkolben ein vollſtändiges Spiel verrichtet. Damit hierbei der letztere in ſeiner Bewegung nicht unterbrochen oder geſtört werde, bedient man ſich folgender Hülfsmittel:

1) Man giebt dem Steuerkolben K_0 (II.) eine ſo kleine Höhe, daß er beim Durchgange durch die Einmündung des Communicationsrohres in den Steuercylinder dieſe Mündung nicht ganz verſchließt und folglich über oder unter K_0 eine Communication des Treibcylinders mit dem Steuercylinder übrig bleibt. In dieſem Falle fließt während des mittleren Standes des Steuerkolbens eine kleine Waſſermenge unmittelbar aus A nach D und wird folglich der Maſchine Kraftwaſſer entzogen.

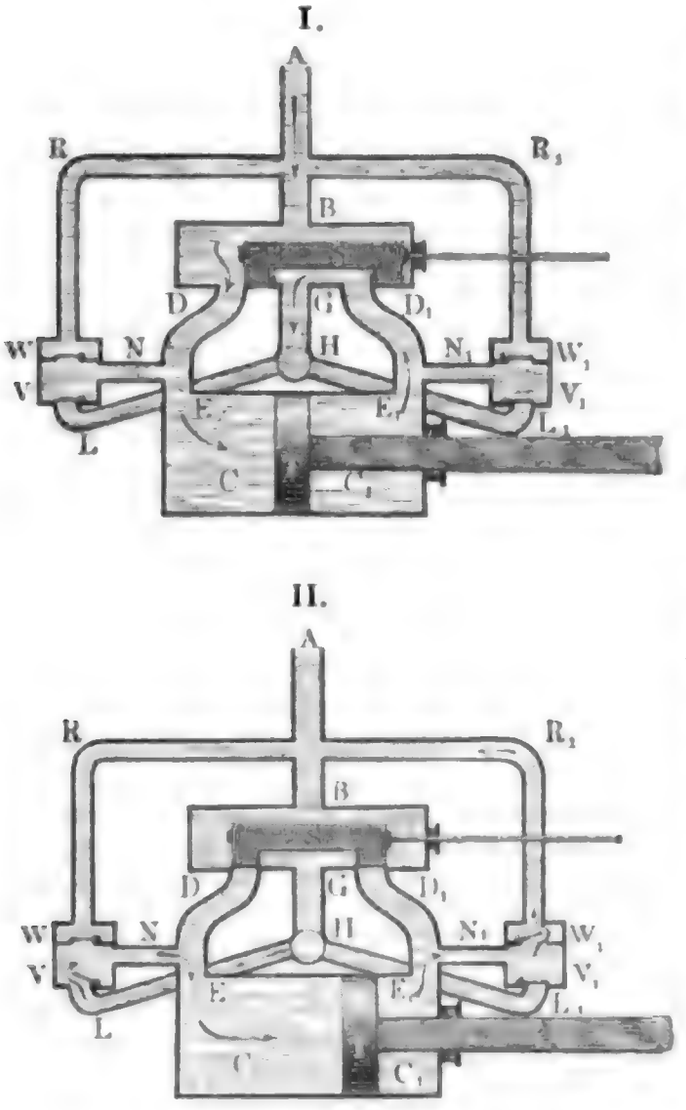
2) Man führt vom Communicationsrohre aus eine Seitenröhre in das Austragrohr oder in das Unterwaſſer und verſchließt deren Einmündung in das erſtere durch ein ſich nach Innen öffnendes Ventil (Saugventil), ſowie eine Seitenröhre in das Einfallrohr und verſperrt deren Einmündung in das Communicationsrohr durch ein Ventil (Steigventil), welches ſich nach außen, d. i. nach dieſem Seitenrohre zu, öffnet. Wenn nun der Steuerkolben K bei ſeinem Aufgange in die Stellung K_0 (II. Fig. 554) kommt, und folglich den Zutritt des Waſſers aus A nach C verhindert, ſo öffnet ſich das erſtere der genannten Ventile und es wird hierbei ſo viel Waſſer aus dem Austragrohre angeſaugt, als nöthig iſt, um den während dieſer Abſperrung vom Treibkolben durchlaufenen Raum auszufüllen; wenn hingegen der Steuerkolben bei ſeinem Niedergange in die angegebene Stellung gelangt, und folglich der Abfluß des Waſſers aus C nach D verhindert wird, ſo öffnet ſich das zweite oder Steigventil, und es wird das während dieſes Verſchluſſes vom Treibkolben verdrängte Waſſer durch dieſes Ventil hindurch- und in die Einfallröhre zurückgedrängt.

Obgleich bei dem Eröffnen dieſer Ventile die Treibkolbenkraft große Veränderungen erleidet, ſo erwächſt jedoch daraus noch keineswegs ein Stoß, ſondern nur eine bedeutende Geſchwindigkeitsveränderung des Treibkolbens.

Das Spiel einer ſolchen Steuerung mit Saug- und Druckventil iſt aus Fig. 555, I. und II., zu erſehen, welche eine doppelt wirkende liegende Waſſerſäulenmaſchine mit Rotationsbewegung vorſtellt, wobei das Steuerkolbenſyſtem durch einen Schieber oder Schiebventil (franz. tiroir; engl. slide-valve) erſetzt iſt. Bei der Stellung des Schiebers S in I. fließt das Aufſchlagwaſſer aus der Einfallröhre AB in die Schieberkammer BDD_1 und von da durch das Communicationsrohr DE in den Treibcylinder C, und treibt dabei den Treibkolben von links nach rechts, während das Waſſer, welches vorher gewirkt hat, durch das Communicationsrohr E_1D_1 in den Schiebercanal S und von da durch das Austragrohr GH geführt wird.

Gegen Ende des Treibkolbenſchubes hat ſich der Schieber S (II.) ſo weit nach links bewegt, daß er die Einmündungen D und D_1 von beiden Communicationsröhren in der Steuerkammer bedeckt, und folglich weder Waſſer aus der Einfallröhre AB nach dem Treibcylinder, noch Waſſer aus dem letzteren in die Austragröhre GH gelangen kann. Bei der weiteren Fortbewegung des Treibkolbens öffnet ſich das linke Saugventil V, wobei eine Communication des linken Cylinderraumes C mit der Austragröhre H hergeſtellt und Waſſer aus H durch das Rohr HL nach V und von da weiter durch NE nach dem Treibcylinder geführt wird; und ebenſo öffnet ſich das rechte Druckventil W_1, wobei die Communication des rechten Cylinderraumes C_1 mit der Einfallröhre AB hervorgebracht und der Abfluß des Waſſers aus C_1 mittels der Röhren N_1 und R_1 nach der Einfallröhre ermöglicht wird. Später rückt der Schieber noch weiter nach links, wobei die Einmündung D_1 des Communicationsrohres $E_1 D_1$ in die Steuerkammer frei wird und ſich der Schiebercanal über die Einmündungen D und G ſtellt. Das nun auf die rechte Kolbenfläche drückende Kraftwaſſer ſchiebt den Treibkolben von rechts nach links, während das vor der linken Kolbenfläche befindliche Waſſer aus C auf dem Wege $EDGH$ zum Ausfluſſe gelangt. Nun nimmt auch der Schieber eine umgekehrte Bewegung an und deckt auf eine kurze Zeit die Einmündungen D und D_1 der Communicationsröhren zum zweiten Male, wobei ſich das rechte Saugventil V_1 ſowie das linke Druckventil W öffnet und folglich der Treibkolben ohne weitere Störung ſeinen Rückweg vollenden kann.

Fig. 555.



§. 308 **Steuerungsarten.** Bei den einfach wirkenden und überhaupt bei allen denjenigen Waſſerſäulenmaſchinen, welche bloß eine abſetzende Bewegung in gerader Linie haben, iſt es nicht möglich, die Steuerung unmittelbar mit der Kraftmaſchine zu verbinden, oder die Bewegung der Steuerkolbenſtange unmittelbar von der Bewegung der Treibkolbenſtange abzuleiten, da hier in dem Augenblicke, wo der Steuerkolben oder Steuerſchieber die Communication des Treibcylinders mit dem Steuercylinder oder der Steuerkammer aufhebt, nicht allein der Treibkolben, ſondern auch der mit ihm verbundene Steuerkolben zur Ruhe kommt. Damit der Steuerkolben den übrigen Theil ſeines Weges zurücklegen kann, während der Treibkolben ſtillſteht, iſt daher noch ein Zwiſchenapparat erforderlich, welcher auch noch dann auf den Steuerkolben wirkt, wenn der Treibkolben bereits zur Ruhe übergegangen iſt. Dieſer Apparat kann aber im Weſentlichen beſtehen:

1) in einem Gewichte, welches von der Kolbenſtange bei ihrem Aufgange mit emporgehoben und von ihr in dem Augenblicke fallen gelaſſen wird, wenn ſie ihren Weg zurückgelegt hat, oder

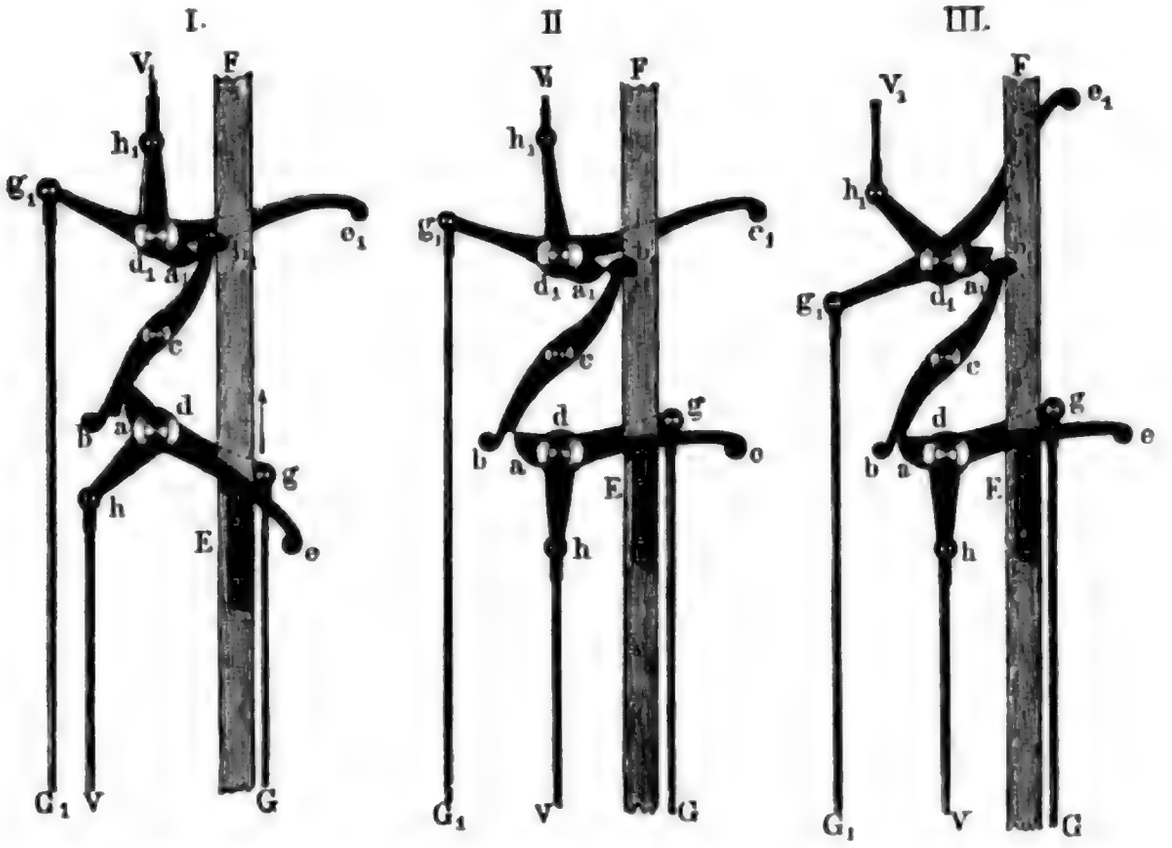
2) in einer Feder, welche während der Treibkolbenbewegung geſpannt, und am Ende derſelben losgelaſſen wird, oder endlich

3) in einer zweiten oder Hülfswaſſerſäulenmaſchine, welche von der Kraftmaſchine unmittelbar geſteuert wird und deren Treibkolben die Steuerkolbenſtange in Bewegung ſetzt, während der Treibkolben der Hauptmaſchine ſeinen letzten Wegtheil durchläuft und auf eine kurze Zeit ruht. Man hat alſo hiernach von einander zu unterſcheiden: Gewichtsſteuerung, Federſteuerung und Waſſerdruckſteuerung.

Die Gewichtsſteuerung beſteht hauptſächlich aus einem Mechanismus, durch welchen die Kraftmaſchine während ihrer Bewegung ein Gewicht hebt, welches bei ſeinem Niederfallen im Augenblicke, wenn der Zugang zu dem Treibcylinder von dem Steuerhahn oder Steuerkolben u. ſ. w. verſperrt iſt, dieſen Steuerkörper durch die zweite Hälfte ſeines vorgeſchriebenen Weges führt und auf dieſe Weiſe das Umſteuern bewirkt. Man findet die Gewichtsſteuerung bei den älteren und unvollkommneren Waſſerſäulenmaſchinen unter den Namen Fallbockſteuerung, Hammerſteuerung, Wagenſteuerung, Pendelſteuerung u. ſ. w. angewendet; in neueren Zeiten hat man auch die Gewichte zur Umſteuerung durch Ventile und zwar in der Art angebracht, daß die Kraftmaſchine das Zuſchließen des einen und das fallende Gewicht das Eröffnen des anderen Ventiles beſorgt. Die Einrichtung einer ſolchen Gewichtsſteuerung iſt ganz dieſelbe wie bei Dampfmaſchinen mit Ventilſteuerung. Im Weſentlichen beſteht dieſes Steuerungsſyſtem aus mehreren Hebeln in Verbindung mit einem Sperrhaken oder einer Sperrklinke, weshalb man ſie auch Hebelſteuerung oder Sperrklinkenſteuerung (franz. encliquetage; engl. spring catsch) nennt.

Sperrhaken. Der weſentlichſte Beſtandtheil bei der Hebelſteuerung §. 309
iſt die Sperrklinke; dieſelbe iſt nöthig, um das Verſchließen der Ventile durch die Maſchine unmittelbar, und das Oeffnen derſelben durch niederfallende Gewichte hervorbringen laſſen zu können. Wie dies möglich iſt, wird aus der Beſchreibung der Fig. 556, I., II. und III., vollkommen erhellen. Die Sperrklinke ſelbſt iſt bcb_1; ſie läßt ſich um die horizontale

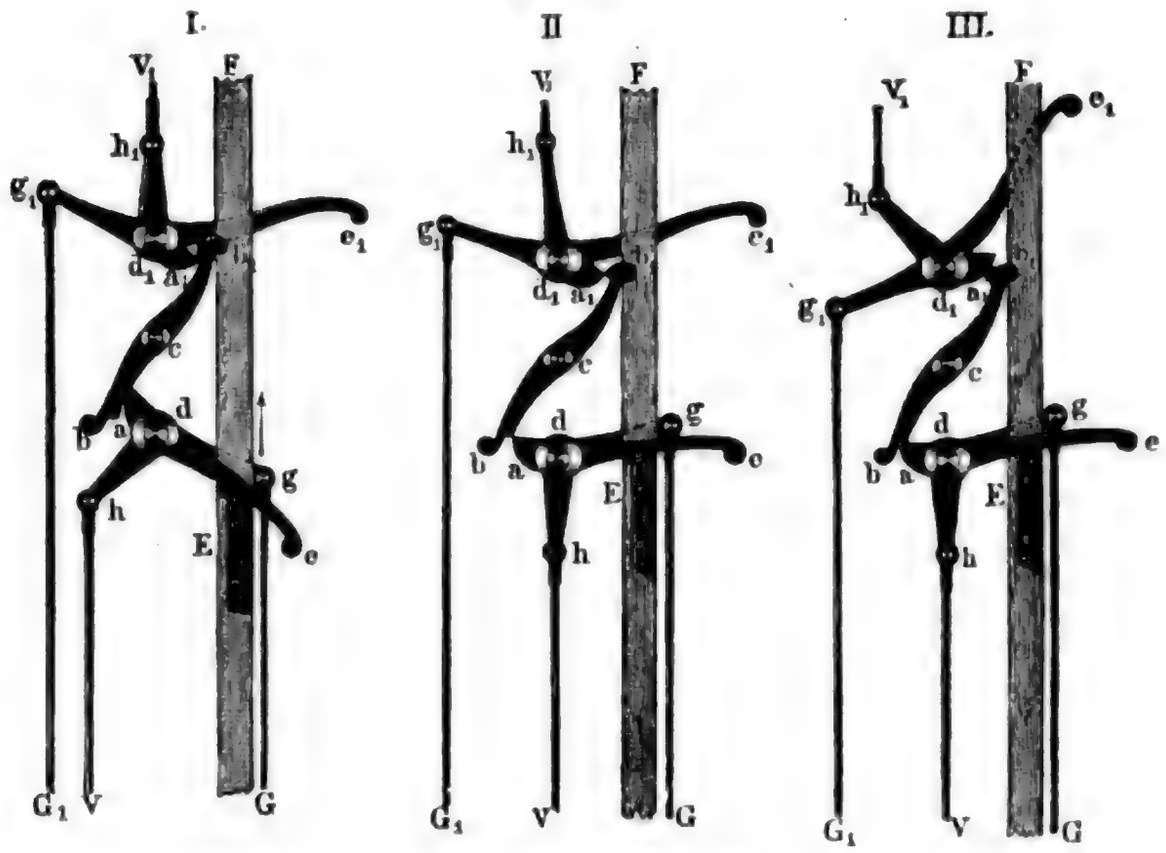
Fig. 556.



Axe c drehen und endigt ſich in Haken b und b_1. Unter derſelben befindet ſich eine horizontale Welle d mit einem Zahne a und mit drei Armen e, g, h, und über derſelben eine ſolche Welle d_1 mit einem Zahne oder Dorne a_1 und drei Armen e_1, g_1 und h_1. In I. greift der Zahn a_1 in den Haken b_1, wogegen a über b ſteht; in II. iſt der Eingriff zwiſchen a_1 und b_1 aufgehoben, und in III. greift der Zahn a in den Haken b und es liegt a_1 über b_1; geht in I. a nieder, ſo erleidet bcb_1 eine kleine Drehung und es hakt ſich, wie in II., a_1 aus b_1; geht aber in III. a_1 nieder, ſo erfolgt eine umgekehrte Bewegung von bcb_1 und es wird a aus b ausgehakt. Sind nun an den Armen dg und d_1g_1 beider Wellen d und d_1 Gewichte G und G_1 angehangen, ſo werden dieſelben die Wellen in Umdrehung ſetzen, ſowie ihre Zähne a und a_1 frei ſind oder ſich von den Feſſeln der Sperrklinke befreit haben; und ſind nun noch an den Armen dh und d_1h_1 mittels Stangen hV und h_1V_1 u. ſ. w. die Steuerventile angeſchloſſen, ſo werden dieſelben durch dieſes Niederfallen der Gewichte geöffnet. Zur Umdrehung der Wel-

len d und d_1 nach den entgegengeſetzten Richtungen dienen ferner die Arme oder Klauen de und $d_1 e_1$; wird de (I.) von unten nach oben geführt, ſo geht $h\,V$ nieder, es verſchließt ſich folglich das Ventil V, es wird aber auch a_1 frei; es fällt nun $g_1\,G_1$ nieder und zieht dabei V_1 auf; wird hingegen

Fig. 557.

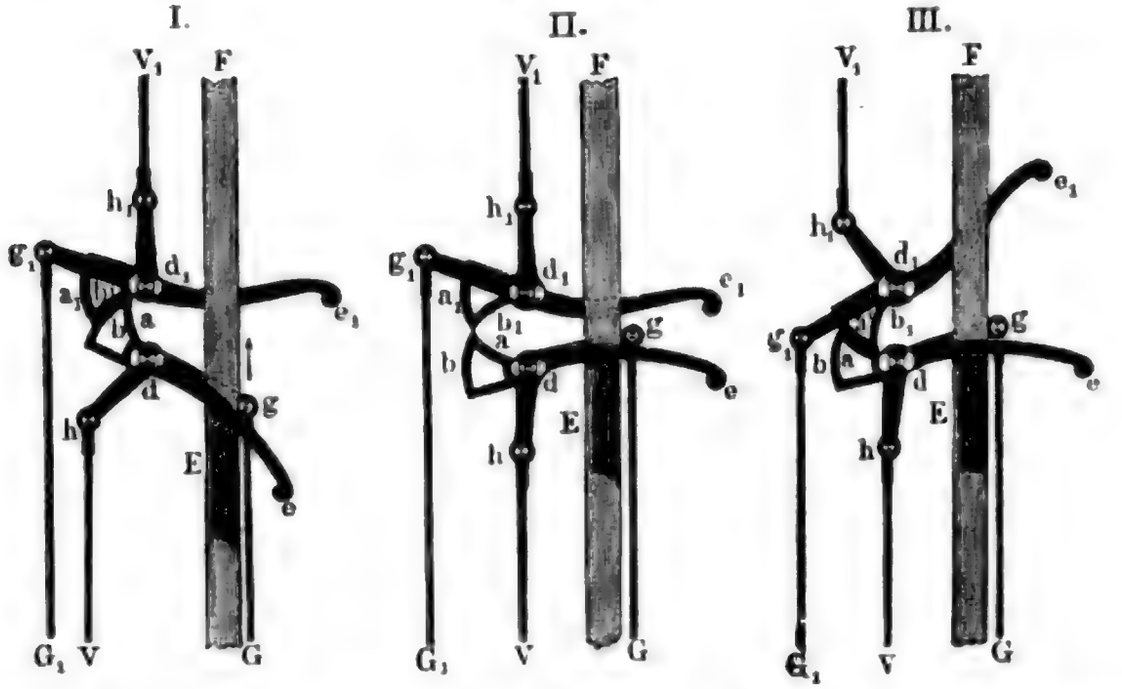


$d_1 e_1$ (III.) von oben nach unten geführt, ſo ſteigt $h_1\,V_1$, es verſchließt ſich alſo auch V_1 wieder, dagegen hakt ſich a aus, es fällt G nieder und zieht dabei $h\,V$ in die Höhe, und öffnet daher das mit V verbundene Ventil. Dieſes Heben und Niederdrücken der Arme de und $d_1 e_1$ wird durch eine Stange EF, die ſogenannte Steuerſtange, hervorgebracht, welche mit dem Treibkolben zugleich auf- und niedergeht. Zu dieſem Zwecke ſind auf entgegengeſetzten Seiten derſelben zwei Daumen oder ſogenannte Knaggen E und F (franz. taquets; engl. tappets) angeſchraubt, von denen der eine (E) nahe am Ende des Kolbenaufganges die Klaue de, der andere (F) aber nahe am Ende des Kolbenniederganges die Klaue $d_1 e_1$ ergreift und mit ſich fortnimmt.

Eine etwas vereinfachte Hebelſteuerung iſt in Fig. 558, I., II. und III., abgebildet. Es iſt hier der Sperrhaken durch zwei Kreisſectoren $a\,b$ und $a_1\,b_1$ erſetzt, welche einander abwechſelnd erfaſſen und freilaſſen. Uebrigens iſt dieſe Steuerung ganz wie die oben in Fig. 557 abgebildete Steuerung eingerichtet, und es ſtehen auch die übrigen Buchſtaben in beiden Figuren bei denſelben Theilen. Geht die Steuerſtange oder der Steuerbaum EF mit

dem Treibkolben empor, ſo ergreift die Knagge E (I.) den Hebel de und hebt denſelben empor; dabei ſteigt auch G, dagegen wird das Ventil bei V verſchloſſen; zugleich zieht ſich aber auch b zurück und es wird b_1 frei, wie nun II. vor Augen führt. Jetzt fällt G_1 nieder, es legt ſich a_1 in a und es öffnet ſich das Ventil bei V_1, wie in III. zu ſehen iſt. Der nun nieder-

Fig. 558.



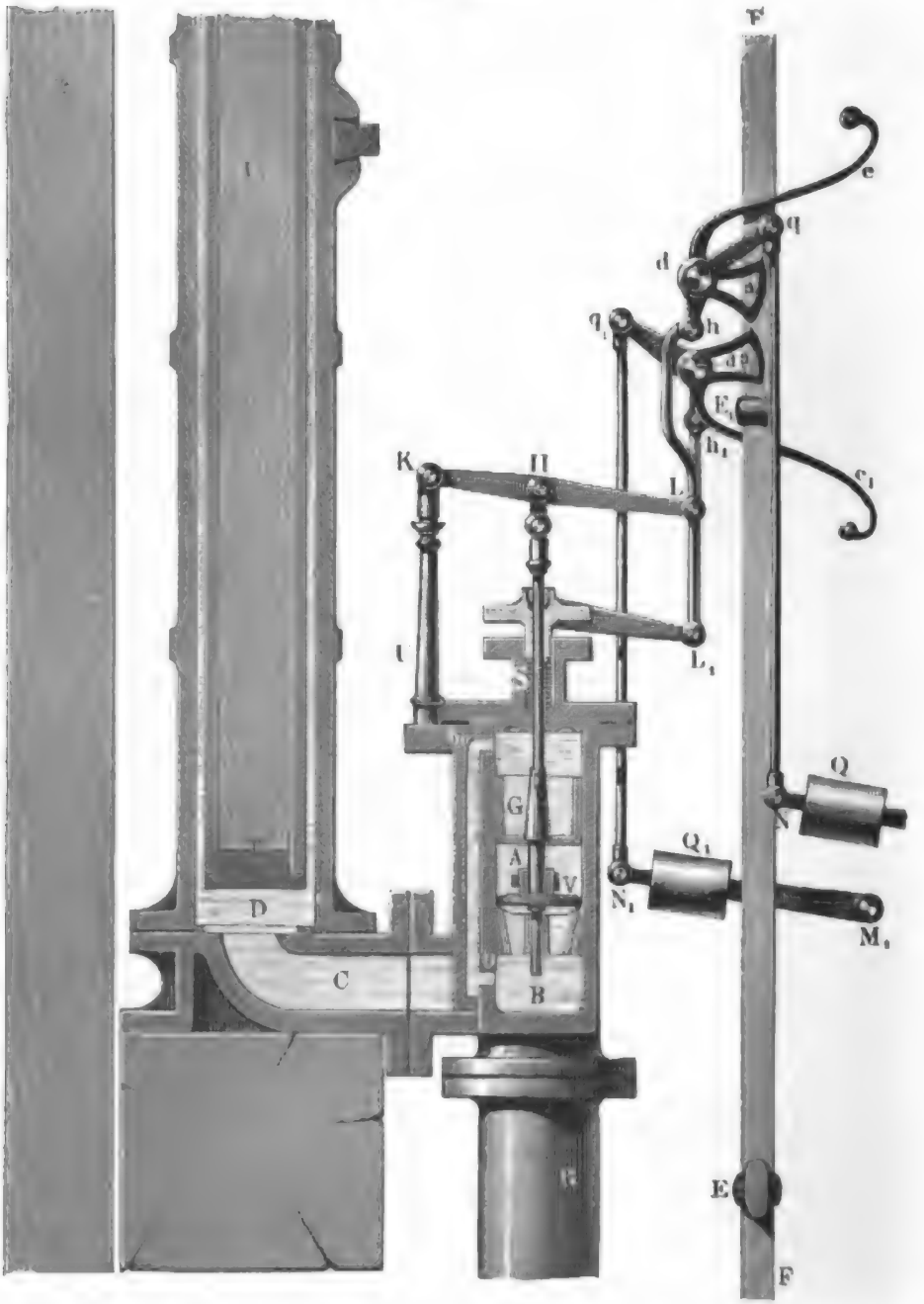
gehende Treibkolben führt auch die Stange FG abwärts und eine andere Knagge an der Hinterſeite dieſer Stange ergreift nahe am Ende des Niederganges den Hebel $d_1 e_1$ und ſchiebt dieſen nieder, ſo daß wieder die Stellung II. eintritt, und dabei G_1 angehoben und V_1 geſchloſſen wird. Auch hakt ſich hierbei a_1 aus a und es fällt nun G ungehindert nieder, ferner legt ſich b in b_1 und es öffnet ſich dabei V, ſo daß nun das Kraftwaſſer von unten zutreten, den Kolben emportreiben und das vorige Spiel ſich wiederholen kann.

Waſſerſäulenmaſchine mit Gewichtsſteuerung. Die Einrichtung und Wirkungsweiſe einer Waſſerſäulenmaſchine mit Gewichtsſteuerung läßt ſich aus Fig. 559 (a. f. S.) erſehen. Dieſelbe iſt im Weſentlichen die Durchſchnittszeichnung von einer von Harvey u. Comp. zu Hayle in Cornwall für ein Gefälle von 60 Meter conſtruirten Waſſerſäulenmaſchine. §. 310

Die in der Figur nicht ſichtbare Einfallröhre mündet von vorn, bei A, ſowie die Austragröhre von hinten bei B, und der Treibcylinder D, mittels des Communicationsrohres C, in den erſten Steuercylinder AB. Nach Eröffnung des Eintrittsſteuerventiles (franz. soupape d'admission; engl. admissionvalve) V tritt das Kraftwaſſer A, durch die Ventilöffnung

hindurch nach *B*, ſowie von da nach *C* und *D* und treibt den Treibkolben *T* empor. Letzterer iſt ein ſogenannter Mönchskolben (ſ. §. 300) und beſteht

Fig. 559.



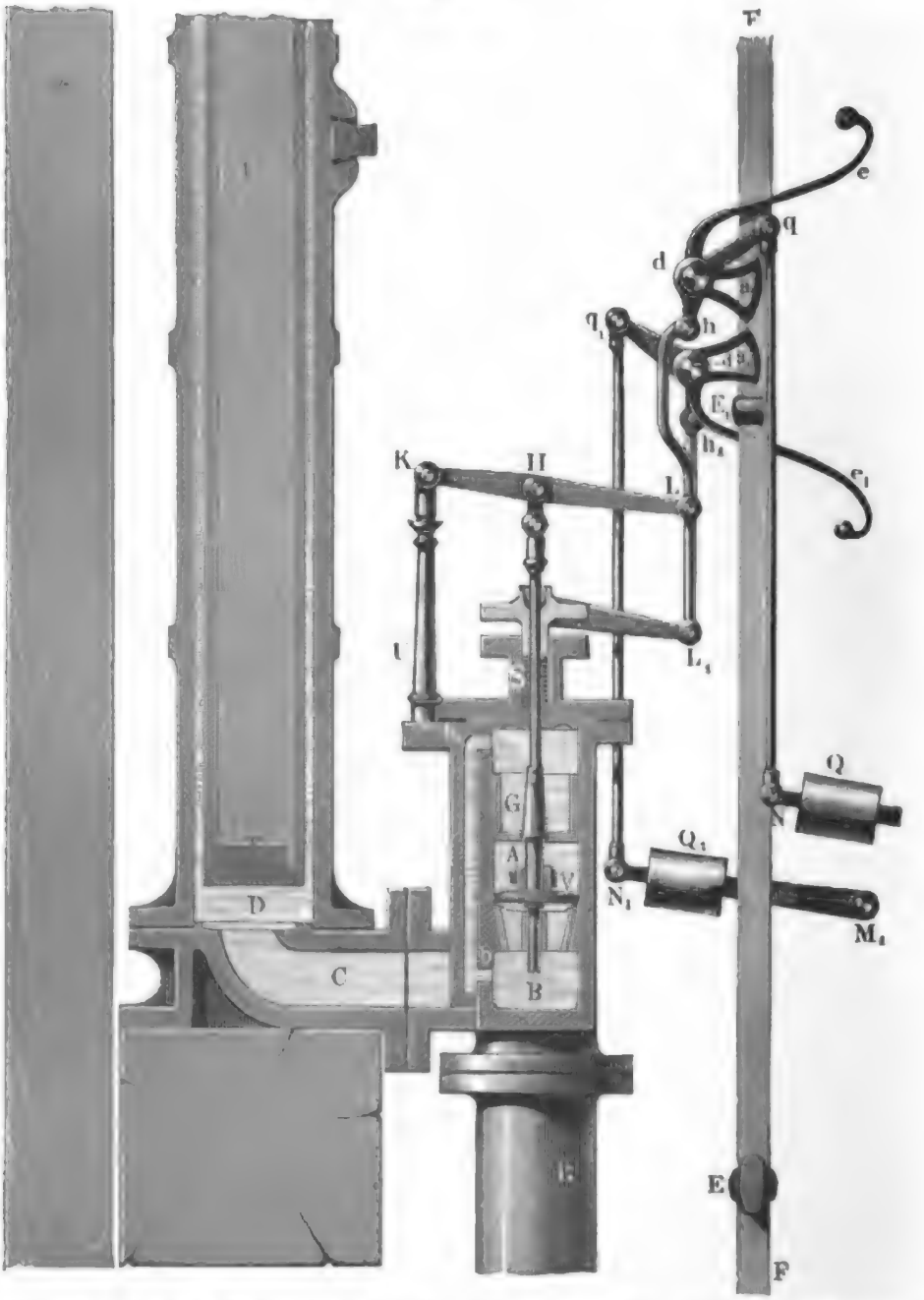
in einer außen abgedrehten cylindriſchen Röhre, welche aber am oberen, nicht ſichtbaren Ende des Treibcylinders von einer Stopfbüchſe umgeben iſt. Mit der aus Holz beſtehenden und in dem Mönch feſtſitzenden Kolbenſtange *TU* iſt links durch ein gewöhnliches Stangenſchloß das die Pumpenlaſt aufneh-

mende Schachtgeſtänge ZZ, und dagegen rechts, durch einen Querarm oder ſogenannten Krums, die Steuerſtange oder der Steuerbaum FF angeſchloſſen; es gehen folglich ZZ und FF gleichzeitig mit dem Treibkolben auf und nieder. Hinter dem erſten Steuercylinder AB ſteht ein zweiter hier nicht ſichtbarer Steuercylinder, in welchem das Austrittsſteuerventil (franz. soupape d'émission; engl. eduction-valve) enthalten iſt. Dieſes Ventil communicirt oben mit dem Canale B ſowie nach unten mit der Austragröhre R (vergl. §. 305, Fig. 552) und geſtattet bei ſeiner Eröffnung dem von dem niedergehenden Treibkolben verdrängten und durch C nach B zurückfließenden Waſſer den Eintritt in das Austragrohr R, von wo es zum Ausguſſe gelangt.

Da das Ventil V mit der ganzen Kraft der Waſſerſäule in der Einfallröhre auf ſeinen Sitz aufgedrückt wird, ſo wäre zu deſſen Eröffnen ein großer Kraftaufwand nöthig, wenn man nicht einen Gegenkolben G mit der Ventilſtange verbunden und den oberen Steuercylinderraum SG durch einen Canal bb_1 mit dem unteren Steuercylinderraum B verbunden hätte. Bei dieſer Einrichtung wird der Gegenkolben G mit faſt denſelben Kräften von unten nach oben und von oben nach unten gedrückt, ſowie das Zulaßventil V reſp. von oben nach unten und von unten nach oben, und folglich hierbei die erforderliche Kraft zum Aufziehen dieſes Ventils auf ein Minimum zurückgeführt. Ganz dieſelbe Einrichtung kommt auch bei dem hier nicht ſichtbaren Ablaßventile vor. Die Stange des Zutrittsventils V geht bei S durch eine Stopfbüchſe im Deckel des erſten Steuercylinders und iſt bei H an einen einarmigen Steuerhebel KL angeſchoſſen, welcher am Kopfe einer Säule U ſeinen Stützpunkt K hat. Dieſer Hebel iſt mittels einer Stange Lh an den Arm dh der Welle d einer Sperrklinke a (ſ. Fig. 558) befeſtigt und läßt ſich folglich durch Drehung dieſer Welle (d) auf- und niederbewegen. Ebenſo iſt das Ablaßventil durch einen in der Figur zum größten Theile verdeckten Hebel zu eröffnen und zu verſchließen, welcher mittels einer Stange L_1h_1 und eines Armes d_1h_1 mit der Welle d_1 einer zweiten Sperrklinke a_1 in Verbindung ſteht. An der erſten Welle d iſt ferner noch mittels des Armes dq und der Stange qN ein Gegengewicht Q aufgehangen, ſowie an der Welle d_1 mittels des Armes d_1q_1 und der Stange q_1N_1 ein um den feſten Stützpunkt M_1 drehbares Gegengewicht Q_1. Endlich ſitzen noch auf dieſen Wellen die Arme oder Steuerhebel de, d_1e_1, welche mittels der auf dem Steuerbaum FF feſtſitzenden Steuerknaggen E, E_1, auf- oder abwärts bewegt werden, und dadurch die Wellen d und d_1 nach der einen Richtung bewegen, wogegen die Gegengewichte Q und Q_1 dieſelben in entgegengeſetzter Richtung drehen. In dem abgebildeten Bewegungszuſtande der Waſſerſäulenmaſchine iſt der Treibkolben T unten angekommen; es hat die mit dieſem Kolben zugleich niedergehende Steuerſtange FF mittels der

Knagge E_1 den Steuerhebel $d_1 e_1$ niedergedrückt und hierbei das Ablaßventil geſchloſſen. Ferner hat ſich die Sperrklinke a_1 aus a ausgehakt; es wird nun die Welle d durch das fallende Gegengewicht Q nach rechts gedreht und hierbei das Zutrittsventil V eröffnet. Das nun auf den Treib-

Fig. 560.



kolben T wirkende Kraftwaſſer treibt den Treibkolben ſammt den Stangen ZZ und FF empor, und wenn nun gegen Ende des Aufganges die Knagge

E den Steuerhebel de ergreift, ſo wird dadurch das Ventil V geſchloſſen, worauf der Treibkolben zum Stillſtand gelangt, ſowie auch die Sperrklinke a aus a_1 ausgehakt, ſo daß nun die Welle d_1 durch das Gegengewicht Q_1 von rechts nach links gedreht und dadurch das Ablaßventil eröffnet werden kann. Jetzt nimmt der vom Kraftwaſſer abgeſperrte Treibkolben ſeine rückgängige Bewegung, worauf ein neues Spiel beginnt.

Hülfswaſſerſäulenmaſchinen. Die Verhältniſſe der Steuerung durch eine Hülfswaſſerſäulenmaſchine laſſen ſich ſehr gut aus dem Grundriſſe in Fig. 561 und dem zugehörigen Durchſchnitte Fig. 562 von der großen Waſſerſäulenmaſchine im Leopoldſchachte bei Schemnitz erſehen. Dieſe Maſchine iſt ebenfalls zweicylindrig, C iſt der eine und C_1 der andere Cylinder, E die Einfallröhre, A das Ausgußrohr, H der Steuerhahn (ſ. Fig. 548) und K ein auf dem Kopfe deſſelben feſt aufſitzender Quadrant. §. 311

Fig. 561.

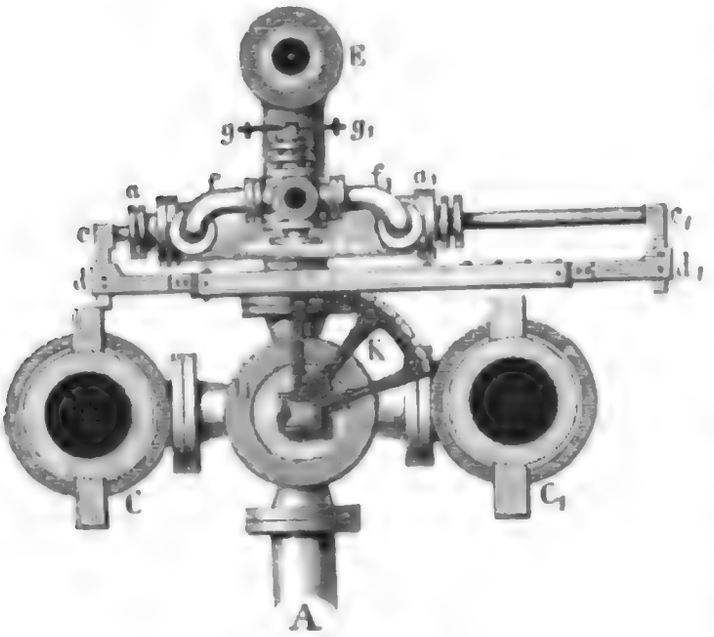
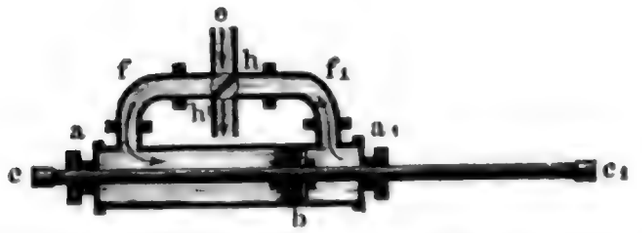


Fig. 562.



Die Hülfsſteuermaſchine beſteht aus einem horizontalen Treibcylinder aa_1, dem Treibkolben b und deſſen Kolbenſtange cc_1. Dieſe iſt durch Querarme mit der eigentlichen Steuerſtange dd_1 verbunden, ſo daß ſie mit dieſer einen rectangulären Rahmen bildet; endlich iſt die letzte Stange mit dem quadrantförmigen Hahnſchlüſſel K durch zwei entgegengeſetzt laufende Laſchenketten ſo verbunden, daß die hin- und hergehende Bewegung des Kolbens b eine Drehung des Hahnes um 90° hin und zurück hervorbringt. Die Steuerung der Hülfsmaſchine erfolgt durch den horizontal liegenden Hahn hh_1 mit zwei Bohrungen wie beim Hauptſteuerhahne *II*. Das Druckwaſſer wird durch ein enges mit der Einfallröhre E verbundenes Röhrchen e nach dem Hahne hh_1, und von da durch die Communicationsröhrchen f und f_1 bald auf die eine, bald auf die andere Fläche des Kolbens b geleitet, ſo daß dieſer in die Bewegung hin und her verſetzt

wird, und zugleich das ſeiner Bewegung entgegenſtehende und von der Einfallröhre abgeſperrte Steuerwaſſer durch die andere Hahnbohrung hindurch und von da durch ein nach unten gerichtetes Ausgußrohr zum Austritte nöthigt. Die Drehung des kleinen Hahnes $h\,h_1$ hin und zurück erfolgt durch einen doppelarmigen Schlüſſel $g\,g_1$, welcher mit ſchwachen Ketten an einen ihm parallelen doppelarmigen Hebel angeſchloſſen iſt, der mit dem Balancier auf einer Welle ſitzt, womit die beiden Treibkolbenſtangen gekuppelt ſind. Das ganze Steuerungsſpiel iſt nun leicht zu überſehen; während des Aufſteigens des einen Treibkolbens und des Niederſteigens des anderen wird der Hahn $h\,h_1$ durch den Hebel $g\,g_1$ umgedreht, dadurch die Communication der Druckwaſſer mit dem Cylinder $a\,a_1$ auf der einen Seite aufgehoben und auf der anderen Seite hergeſtellt, und auf dieſe Weiſe eine Kraft erzeugt, welche den Kolben b ſammt Hahn H in die entgegengeſetzte Stellung bringt, ſo daß nun der erſte Treibcylinder von der Einfallröhre abgeſperrt, der andere aber damit in Verbindung geſetzt wird, und hierauf das entgegengeſetzte Treibkolbenſpiel vor ſich gehen kann.

Fig. 563.

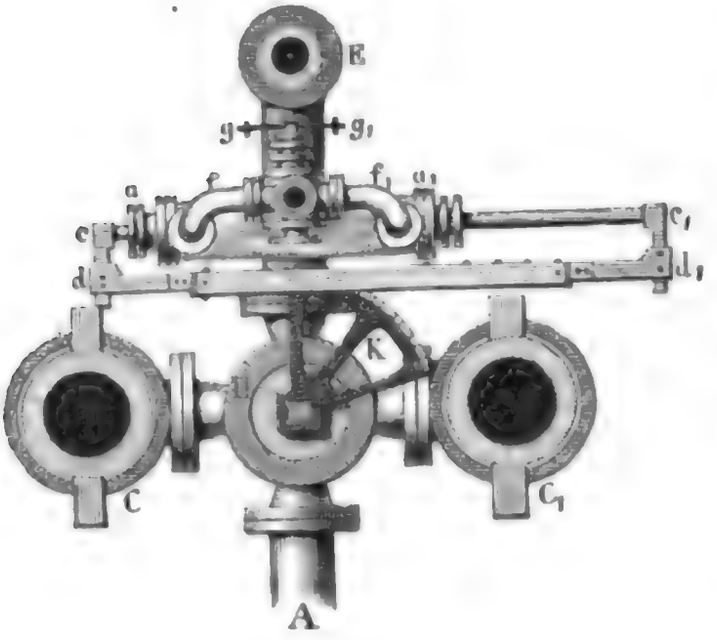
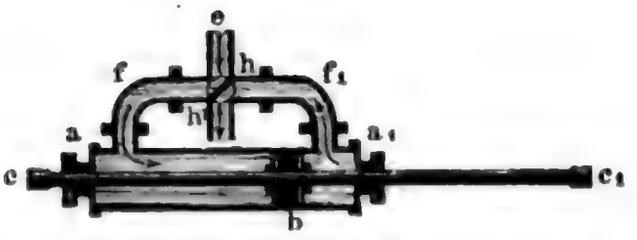


Fig. 564.

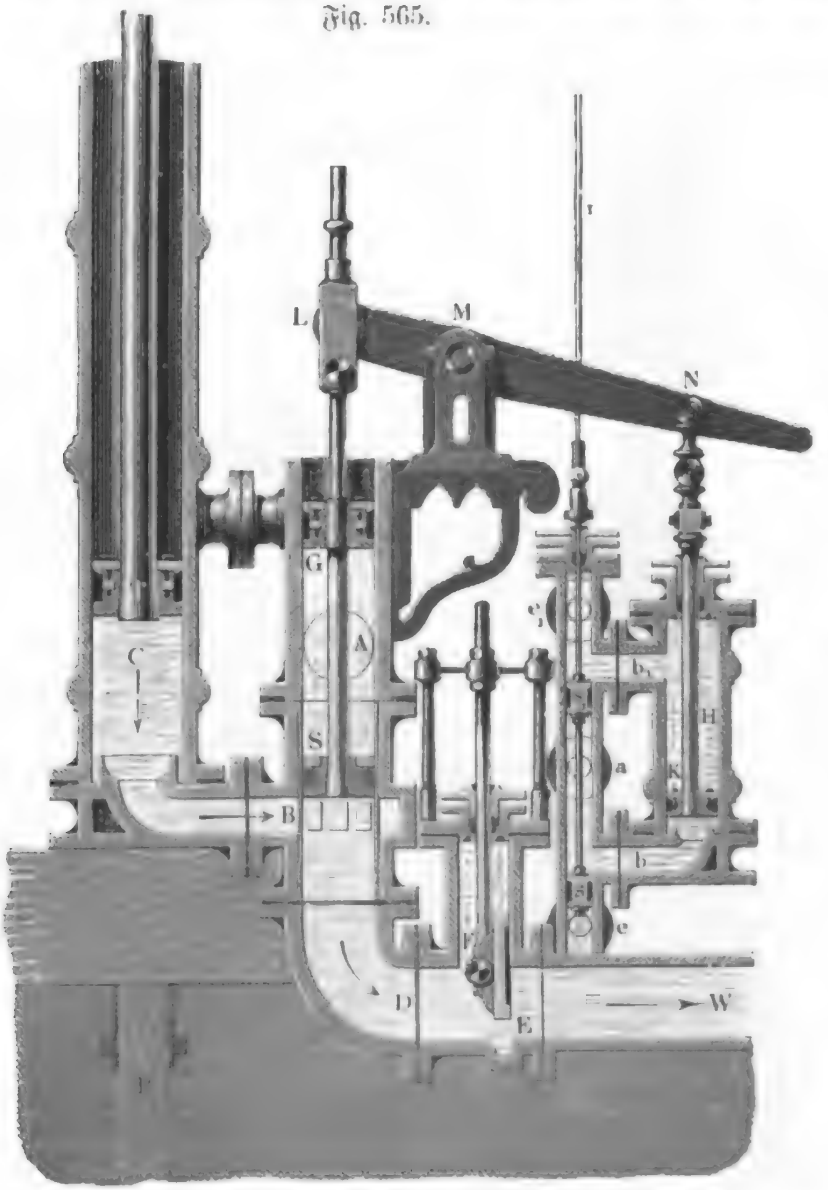


Anmerkung. Die Leopoldſchachter Maſchine hat das bedeutende Gefälle von 710 Fuß (Oeſterr. Maß), den Hub von 8 Fuß und einen Kolbendurchmeſſer von nur 11 Zoll; jeder Kolben ſpielt in der Minute dreimal.

§. 312 Die Umſteuerung durch eine Hülfsmaſchine läßt ſich auch ſehr gut aus der Abbildung in Fig. 565 erſehen, welche den Durchſchnitt einer von Herrn Darlington für die Alport-mines in Derbyſhire conſtruirten Waſſerſäulenmaſchine darſtellt. Dieſe Zeichnung führt den Stand der Maſchine in dem Augenblicke vor Augen, wo der Treibkolben T beinahe ſeinen Niedergang vollendet und die Hülfsmaſchine H umgeſteuert hat. Bei dieſem

Niedergange des Treibkolbens fließt das Waſſer aus dem Treibcylinder *C* durch das Communicationsrohr *B* in den Steuercylinder *A D* und von da

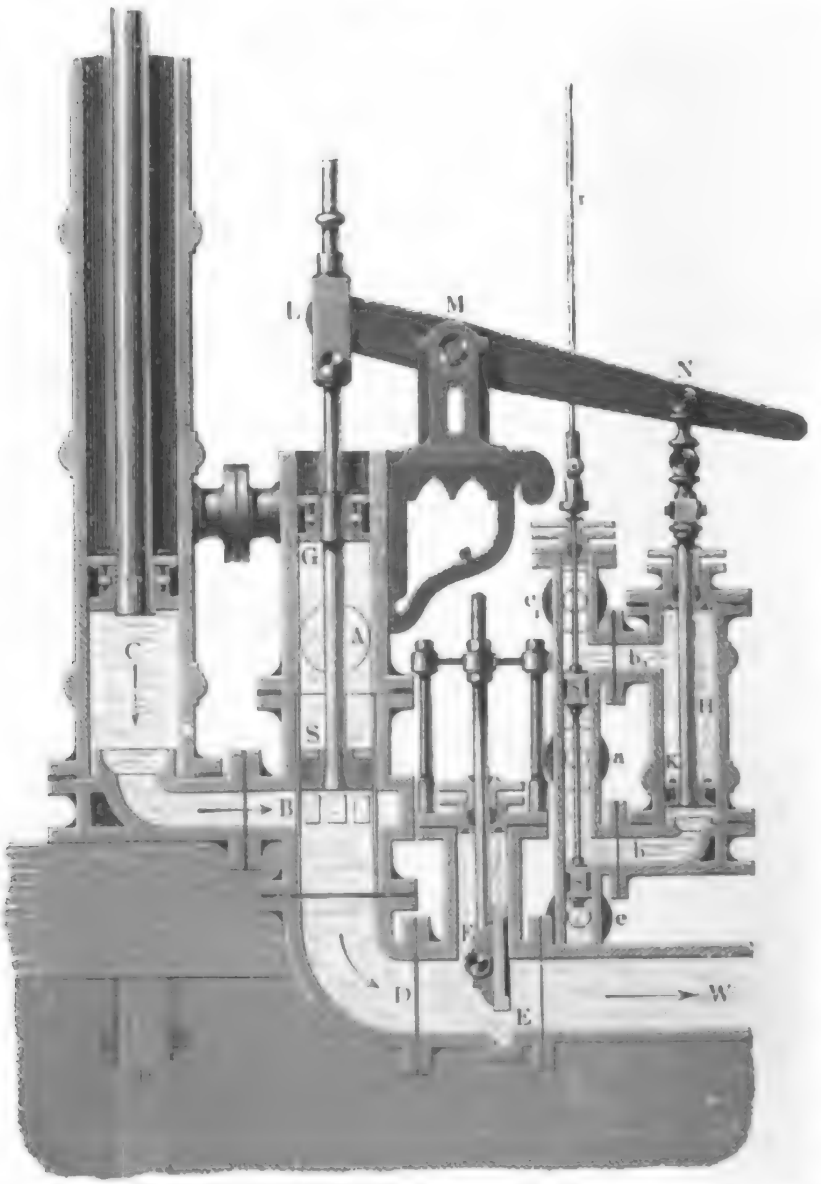
Fig. 565.



durch das Kropfrohr *D* und durch die Oeffnung *E* unter dem Schieber *F* in das Unterwaſſer *W*. Die Hülfsmaſchine iſt eine doppeltwirkende; ihr Treibcylinder *H* ſteht durch die Communicationsröhren *b* und b_1 mit ſeinem Steuercylinder $e\,a\,e_1$ in Communication, während letzterer durch ein Rohr bei *a* mit der Kraftwaſſerſäule und durch die Röhren bei *e* und e_1 mit dem Unterwaſſer *W* in Verbindung iſt. Die beiden Steuerkolben *s* und s_1 der Hülfsmaſchine ſitzen auf einer Stange *r s*, welche mit der Treibkolbenſtange *R T* verbunden iſt und von derſelben mit auf- und niedergezogen

wird. Auf dieſe Weiſe iſt beim Niedergange des Treibkolbens das Kolbenpaar s, s_1 ebenfalls niedergegangen und in die in der Figur angegebene

Fig. 566.



Stellung gebracht worden, wobei das Kraftwaſſer aus a und durch b unter den Treibkolben K der Hülfsmaſchine, dagegen das todte Waſſer über K durch b_1 und e_1 zum Abfluſſe gelangen kann. Der nun aufſteigende Treibkolben der Hülfsmaſchine ſchiebt mittels ſeiner Stange KN und durch einen um M drehbaren Hebel LMN das Steuerkolbenpaar S, G der Hauptmaſchine abwärts, ſo daß hierbei nicht allein die Communication zwiſchen B und D aufgehoben und der niedergehende Treibkolben T zum Stillſtande gebracht, ſondern auch zuletzt noch die Communication des Treibcylin-

ders mit der bei A in den Steuercylinder einmündenden Kraftwaſſerſäule hergeſtellt wird. Nach Beendigung des Aufganges von K und des Niederganges von GS wirkt das Waſſer in der Einfallröhre mit voller Kraft auf den Treibkolben T und treibt nun dieſen empor, wobei zugleich das Steuerkolbenpaar s, s_1 ſteigt; und kommt der Treibkolben nahe an das Ende ſeines Aufganges, ſo iſt s, s_1 in ſeinem höchſten Stande angelangt, wobei das Kraftwaſſer auf dem Wege ab_1 über den Treibkolben K der Hülfsmaſchine geleitet und dieſer Kolben zum Niedergange genöthigt wird. Hierbei wird nun das Steuerkolbenpaar SG der Hauptmaſchine wieder aufgezogen, und dabei nicht allein der Zutritt des Kraftwaſſers zum Treibcylinder C aufgehoben und folglich der aufſteigende Treibkolben zum Stillſtande gebracht, ſondern auch die Communication mit dem Austragrohre DE hergeſtellt, ſo daß nun durch daſſelbe das beim Aufgange verbrauchte Aufſchlagwaſſer durch E in das Unterwaſſer W abfließen kann.

Eine kurze Beſchreibung dieſer Maſchine nebſt Abbildungen enthält die engliſche Ueberſetzung von der erſten Auflage dieſes Werkes. Hiernach beſteht dieſe Maſchine aus zwei neben einander ſtehenden Treibcylindern von 24 Zoll Weite und 20 Fuß Höhe, welche, bei einem Gefälle von 130 Fuß, von einer 24 Zoll weiten Einfallröhre gleichzeitig geſpeiſt werden. Die Treibkolbenſtangen von beiden Cylindern ſind oben durch ein ſtarkes, in einer Senkrechtführung laufendes Oberhaupt mit einander verbunden, und das an dem letzteren angehangene Pumpengeſtänge P (der Laſtmaſchine) befindet ſich zwiſchen beiden Treibkolbenſtangen, geht alſo auch mit dieſen gleichzeitig auf und nieder. Der Steuercylinder iſt 18 Zoll und der Treibcylinder der Hülfsmaſchine ungefähr 12 Zoll weit. Der Zutritt des Kraftwaſſers wird durch einen ähnlichen Schieber (engl. sluice-valve) regulirt wie der Austritt deſſelben.

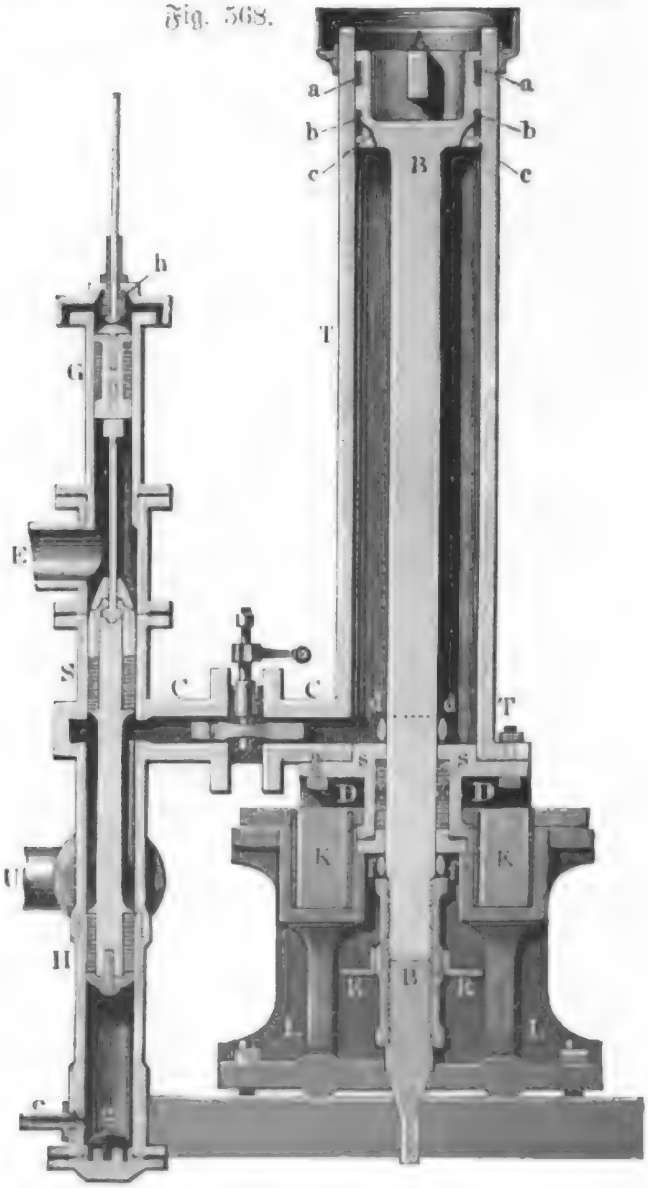
•

Steuercylinder. Bei den größeren Maſchinen neuerer Conſtruction §. 313
iſt nach dem Muſter der Reichenbach'ſchen Maſchinen in Baiern der Steuer- und Gegenkolben der Hauptmaſchine mit dem Treibkolben der Hülfsmaſchine in einer und derſelben Röhre, dem ſogenannten Steuercylinder, zugleich eingeſchloſſen, und bei einigen Maſchinen verrichtet ſogar der Gegenkolben zugleich mit die Dienſte des Treibkolbens der Hülfsmaſchine, wodurch allerdings eine große Vereinfachung erlangt wird. Am einfachſten iſt die in Fig. 567 (a. f. S.) abgebildete und an mehreren Maſchinen in Freiberg angewendete Conſtruction. Es iſt hier S der Hauptſteuer-, und G der Gegen- und Hülfstreibkolben, ferner bei C die Communication mit dem Haupttreibcylinder, ſowie bei E die Communication mit der Einfallröhre und A die Austrittsmündung für das Kraftwaſſer; endlich iſt bei e die Communication mit der Steuerung der Hülfsmaſchine, welche hier in einem Hahne beſteht

Der Kolben G iſt größer als S, und es geht daher die Steuerkolbenverbindung SG nieder, ſowie oben bei e das Kraftwaſſer zugelaſſen wird, und umgekehrt, es ſteigt dieſelbe in Folge der Kraft auf S empor, ſowie das Kraftwaſſer oben bei e abgeſperrt iſt. Hierbei wird bei jedem Spiele ein gewiſſes Steuerwaſſerquantum verbraucht und der Wirkung auf den Treibkolben entzogen, welches durch den Raum, den G bei ſeinem Auf- oder Niedergange durchläuft, gemeſſen wird, und bei dieſer Conſtruction deshalb nicht

Fig. 567.

Fig. 568.



ſehr klein iſt, weil der Kolben G mindeſtens noch einmal ſo viel Querſchnitt haben muß als der Kolben S, deſſen Querſchnitt man doch nicht kleiner nimmt als den der Einfall- oder Communicationsröhren.

Digitized by Google

Bei der in Fig. 568 abgebildeten Steuerung der Clausthaler Maſchine iſt dieſer Aufwand an Steuerwaſſer kleiner, weil hier drei Kolben, nämlich der Hauptſteuerkolben S, der Gegenkolben G und der Hülfstreib- oder Wendekolben H vorkommen, und der letzte etwas ſchwächer iſt als der erſte. Das Steuerwaſſer wird hier von unten durch das Rohr e in den Steuercylinder geführt, und die Umſteuerung des Kolbens erfolgt mittels eines kleinen Hahnes, durch den das Waſſer erſt hindurchgeht, ehe es nach e gelangt, und durch welchen es auch nach vollbrachter Drehung ausgetragen wird. Die Bewegung dieſes Hahnes erfolgt durch eine ſtehende Welle mit zwei knieförmig gebogenen Armen, welche ein auf der Treibkolbenſtange feſtſitzender Teller bald nach der einen, bald nach der anderen Seite wendet.

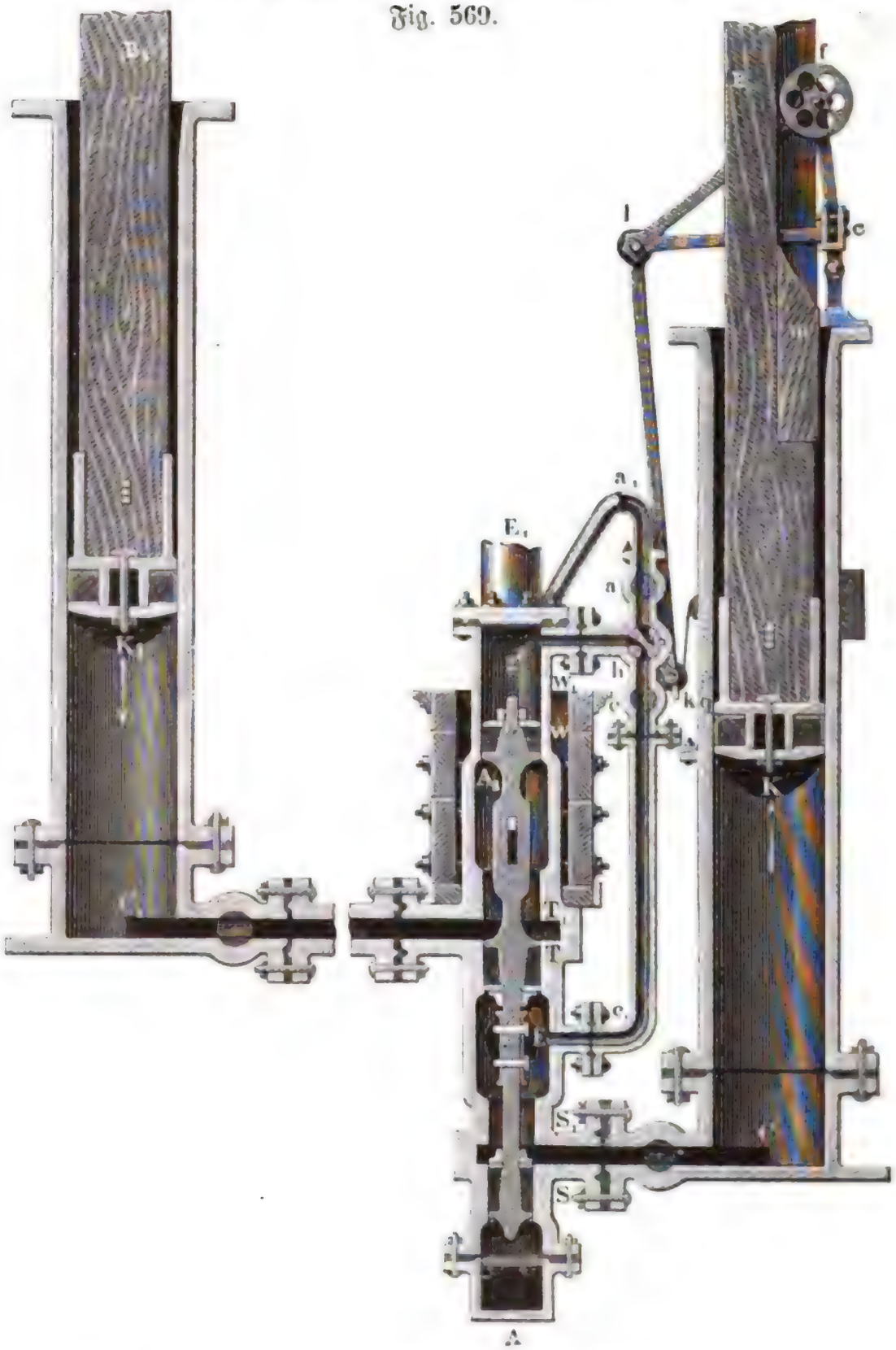
Anmerkung. Die Clausthaler Waſſerſäulenmaſchinen haben ein Gefälle von 612 Fuß, einen Kolbendurchmeſſer von 16½ Zoll und einen Hub von 6 Fuß, und machen pr. Minute vier Spiele.

Waſſerſäulenmaſchine auf Alte Mordgrube. Die Einrichtung §. 314
und der Gang einer zweicylindrigen Waſſerſäulenmaſchine laſſen ſich ſehr gut durch nähere Betrachtung des in Fig. 569 (a. f. S.) abgebildeten Verticaldurchſchnittes der Maſchine auf Alte Mordgrube bei Freiberg vergegenwärtigen. Es ſind hier CK und C_1K_1 die beiden Treibcylinder, K der eine und K_1 der andere Treibkolben, ferner S und T die beiden Steuerkolben, ſowie W der Wende- oder Hülfskolben, und S_1, T_1 und W_1 bezeichnen diejenigen Stellen im Steuercylinder $AT W_1$, welche dieſe drei Kolben bei der entgegengeſetzten Bewegung der Treibkolben einnehmen. Es iſt ferner E die Einmündung der Einfallröhre E_1E in den Steuercylinder, CS das Communicationsrohr für den erſten und C_1T das Communicationsrohr für den anderen Treibcylinder, ſowie A die Austragmündung des erſten und A_1 (faſt ganz von der Steuerkolbenſtange gedeckt) die Austragmündung des zweiten Cylinders. Die beiden Treibkolbenſtangen BK und B_1K_1 ſind durch einen gleicharmigen Hebel oder ſogenannten Balancier (in der Figur nicht abgebildet) ſo mit einander verbunden, daß bei dem Aufgange der einen Kolbenſtange der Niedergang der anderen erfolgt. Hiernach iſt nun leicht zu überſehen, wie bei dem abgebildeten tieferen Steuerkolbenſtande das Kraftwaſſer den Weg ES_1C einſchlägt und den Kolben K emportreibt, dagegen der Kolben K_1 niedergeht und das todte Waſſer auf dem Wege $C_1T_1A_1$ zum Austritt gelangt.

Die Hülfsſteuerung erfolgt durch einen ſchon oben (§. 303) näher beſchriebenen, doppelt gebohrten Hahn h, Fig. 570 (a. S. 729), welcher in I äußerlich und in II. im Durchſchnitt abgebildet iſt. Dieſer Hahn ſteht durch die Röhre ee_1 mit der Einfallröhre, und durch die Röhre gh mit dem Steuercylinder

in Verbindung. Man kann nun auch leicht ermeſſen, wie bei der einen Stellung von h das Kraftwaſſer den Weg $Ee_1 ehgW$ nehmen und den

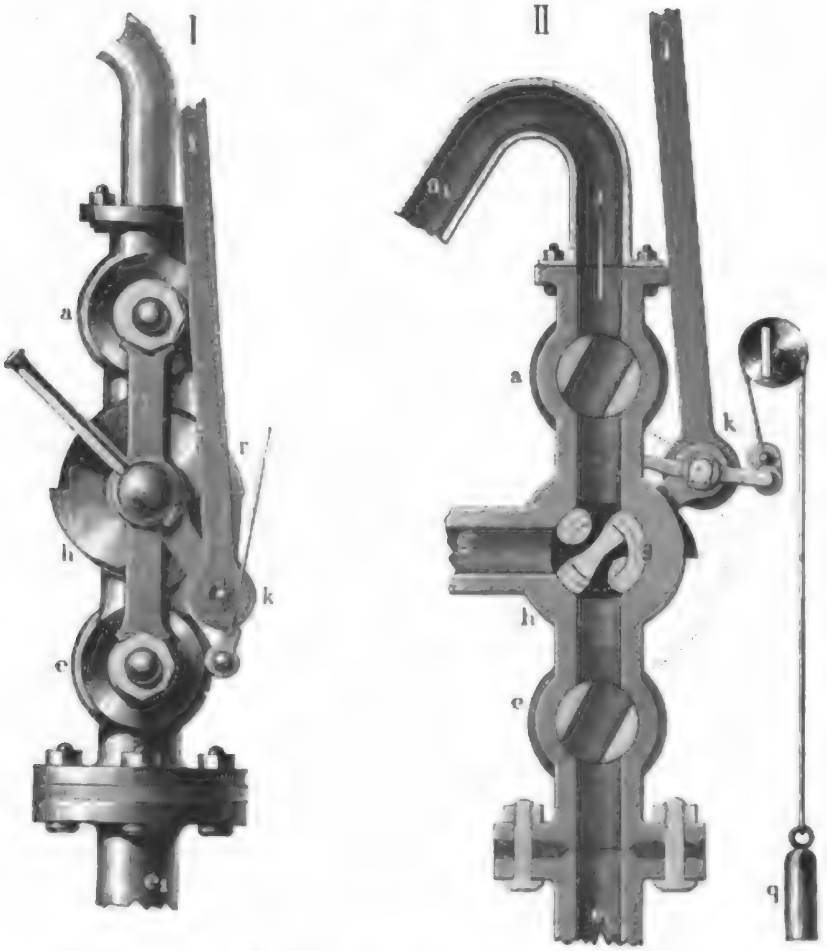
Fig. 569.



Wendekolben W niederdrücken muß, und wie umgekehrt, bei der zweiten Stellung von h, das Kraftwaſſer von W abgeſperrt wird, daher das Aufſteigen der Kolbenverbindung STW, das Zurücklaufen des Steuerwaſſers

durch $g\,h$ und der Austritt deſſelben durch $a\,a_1$ erfolgen kann. Damit die Steuerkolbenverbindung beim Abſperren des Druckwaſſers von W empor-

Fig. 570.



ſteige und beim Zulaſſen deſſelben niedergehe, iſt allerdings nöthig, daß der durch das Kraftwaſſer von unten gedrückte Steuerkolben T mehr Querſchnitt habe, als der Steuerkolben S, welcher durch das Kraftwaſſer von oben gedrückt wird, und daß der Wendekolben einen hinreichend großen Querſchnitt habe, damit die Waſſerdrücke auf W und S zuſammen den entgegengeſetzten Waſſerdruck auf T übertreffen.

Was endlich noch die äußere Steuerung dieſer Maſchine anlangt, ſo beſteht dieſe weſentlich aus dem mit vier Zähnen ausgerüſteten Steuerrädchen r, der Klinke $r\,k$, der Stange $k\,l$, dem Winkelhebel $l\,c\,f$ mit ſeinem Frictionsrade f und den zwei gegen einander geſtellten und auf der Treibkolbenſtange $B\,K$ befeſtigten Keilen m und m_1 (der letztere hier nicht ſichtbar). Die Klinke $r\,k$ iſt übrigens noch durch Arme mit der Axe des Hahnes verbunden, und wird in ihrem Eingriffe zwiſchen die Zähne des Rädchens

r noch durch ein kleines Gegengewicht q unterſtützt. Wenn der Treibkolben K nahe am Ende ſeines Auf- oder Niederganges gekommen iſt, ſo ſchiebt ſich der Keil m (oder m_1) unter das Frictionsrad, dreht dadurch den Hebel lcf um etwas, wodurch nun auch die Stange lk angezogen und das Rad ſammt Hahn h mittels der Klinke um einen Quadranten gedreht wird; wenn ſpäter wieder der Treibkolben ein kleines Stück ſeines umgekehrten Weges zurückgelegt hat, ſo fällt der Hebel wieder nieder und es gleitet nun die Klinke über den folgenden Zahn herab, den ſie nahe am Ende dieſes Treibkolbenſpieles wieder ergreift ꝛc.

Anmerkung. Die Waſſerſäulenmaſchine auf Alte Mordgrube hat ein Gefälle von 356 Fuß, einen Hub von 8 Fuß, eine Treibcylinderweite von $1\frac{1}{2}$ Fuß und macht vier Doppelſpiele pr. Minute.

§. 315 **Waſſerſäulenmaſchine zu Huelgoat.** Eine der ſchönſten und vollkommenſten Waſſerſäulenmaſchinen iſt die zu Huelgoat in der Bretagne: ſie iſt einfachwirkend einecylindrig, jedoch ſteht neben ihr eine vollkommen gleiche Schweſtermaſchine. Die weſentliche Einrichtung dieſer Maſchine führt Fig. 571 vor Augen und ihre Bewegungsverhältniſſe wird man aus Folgendem kennen lernen. CC_1 iſt der Treibcylinder, KK_1 der Treibkolben und BB_1 die bei B durch eine Stopfbüchſe gehende Treibkolbenſtange Während bei der Mordgrubener Maſchine die Treibkolben durch einen einzigen breiten Stulp abgelidert ſind, iſt hier, wie ſich aus der Figur leicht erſehen läßt, der Treibkolben durch einen eingeſetzten Lederkranz und durch einen aufgeſchraubten Stulp zugleich gelidert. Der zur Seite ſtehende Steuercylinder ASG iſt mit dem Treibcylinder durch das Communicationsrohr CD verbunden, die Einfallröhre mündet bei E und das Austragrohr bei A in denſelben ein. Mit dem im Niedergange begriffenen und auf dem halben Wege befindlichen Steuerkolben S iſt durch die Stange ST ein Gegenkolben T von größerem Durchmeſſer verbunden; es wird daher dieſe Kolbenverbindung durch das Kraftwaſſer emporgetrieben, ſo lange nicht noch eine dritte Kraft hinzutritt. Dieſe dritte Kraft wird dadurch hervorgebracht, daß man das Kraftwaſſer durch die Röhre $e_1 ef$ über den Kolben T leitet; um aber bei dem dadurch erzeugten Niedergange der Steuerkolbenverbindung nur eine kleine Quantität von Steuerwaſſer nöthig zu haben, iſt auf T der hohle Cylinder GH aufgeſetzt, welcher bei H durch eine Stopfbüchſe geht und zur Aufnahme des Steuerwaſſers nur den ringförmigen Raum darbietet.

Das abwechſelnde Zulaſſen und Abſperren des Kraftwaſſers von dem hohlen Raume gg wird durch eine Hülfsſteuerung bewirkt, welche der Hauptſteuerung ganz ähnlich iſt, und wie dieſe aus dem eigentlichen Steuerkolben s, dem Gegenkolben t und dem durch die Stopfbüchſe h gehenden cylindriſchen, gleichſam nur eine dicke Kolbenſtange bildenden Aufſatze beſteht. Bei dem in der Figur ausgedrückten Stande von sth kann das

Kraftwaſſer ungehindert den Weg *ef* nach *g* einſchlagen, wird aber *sth* gehoben, ſo daß *s* über *f* zu ſtehen kommt, ſo wird die Communication

Fig. 571.

unterbrochen und zugleich dem den ringförmigen Raum *gg* ausfüllenden Steuerwaſſer ein Weg $a\,a_1$ eröffnet, durch welchen es beim nunmehr erfolgen-

FIG. 2. SECTIONAL VIEW OF THE CHIEF PARTS OF THE PRINTING PRESS.

eine Reihe von Löchern hat, durch welche die Stiele der Däumlinge X_1 und X_2 in entgegengeſetzten Richtungen geſteckt werden. Außerdem iſt aber die Stange bh an zwei um c und o drehbaren und durch l mit einander verbundenen Hebeln aufgehangen, wovon der eine in ein Cirkelſtück ausläuft, das ſich in zwei anderen Däumlingen oder Knöpfen Y_1 und Y_2 endigt. Nahe am Ende des Treibkolbenaufganges trifft nun X_1 auf Y_1 und es gelangt ſo sth in den höchſten Stand, und nahe am Ende des Treibkolbenniederganges nimmt X_2 den Knopf Y_2 mit und es wird mittels der Hebel die Stange sth auf den tiefſten Stand zurückgeführt. Es iſt nun leicht einzuſehen, wie auf dieſe Weiſe die Umſteuerung durch ST und ſo auch ein regelmäßiges Auf- und Niedergehen von K, K_1 erfolgen muß.

Waſſerſäulenmaſchine auf der Grube Centrum. Die weſentliche Einrichtung einer vom Herrn Oberbergrath Althans conſtruirten Waſſerſäulenmaſchine auf der Grube Centrum bei Eſchweiler iſt aus der Abbildung Fig. 573 (a. f. S.) zu erſehen. Dieſe Maſchine hat nur 45 Fuß Gefälle, und ein Aufſchlagsquantum von 9 Cubikfuß p. s. Die Einfallröhre, welche das Waſſer aus einem tiefen Klärſumpf entnimmt, iſt 32 Zoll weit und hat ſammt einem $145\frac{1}{2}$ Fuß langen horizontalen Mittelſtück die Totallänge von $227\frac{1}{2}$ Fuß. Der Treibkolben hat einen Durchmeſſer von 4 Fuß, und macht pr. Minute 6 Spiele von 7 Fuß Hub. Es iſt daher die mittlere Kolbengeſchwindigkeit §. 316

$$v = \frac{7 \cdot 6 \cdot 2}{60} = \frac{7}{5} \text{ Fuß},$$

und die des Waſſers in der Einfallröhre:

$$v_1 = \left(\frac{48}{32}\right)^2 v = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \frac{7}{5} = \frac{9 \cdot 7}{4 \cdot 5} = \frac{63}{20} = 3{,}15 \text{ Fuß}.$$

Da hier die Länge der Einfallröhren 5mal ſo groß iſt als das Gefälle ſo iſt dieſe mäßige Waſſergeſchwindigkeit ganz am rechten Orte. Der Treibkolben A beſteht in einem ſogenannten Plunger, welcher durch eine im Treibcylinder BC ſitzende Stopfbüchſe abgelidert iſt. Dieſer Cylinder iſt oben offen, und ſteht unten auf einem 16 Fuß langen und 4 Fuß weiten Rohr DD, welches an den Enden feſt aufruht, und zwei andere Cylinder EF und GH von 4 Fuß Weite und 12 Fuß Höhe trägt, in welche einerſeits die Einfallröhre KF und andererſeits die $26\frac{1}{4}$ Fuß hoch aufſteigende Austrageröhre HL einmündet. Beide Röhren ſind mit den nöthigen Klappen verſehen.

Der Steuerkolben M liegt ſenkrecht unter dem Treibkolben, hat bei einer Höhe von 11 Zoll einen Durchmeſſer von 27 Zoll und einen Schub von 16 Zoll. Der Steuercylinder enthält einen 5 Zoll breiten Gürtel von

vielen vierſeitigen Mündungen, durch welche er mit dem nach dem Treibcylinder führenden Communicationsrohr OP in Verbindung ſteht. Die Steuerkolbenſtange iſt außer dem Steuerkolben noch mit zwei Gegenkolben R und R_1 von ebenfalls 27 Zoll Durchmeſſer ausgerüſtet. Zur Bewegung dieſer Steuerkolbenverbindung dient eine Hülfswaſſerſäulenmaſchine ST, deren Kolben S bei einem Durchmeſſer von 9 Zoll das Steuerkolbenſyſtem beim Umſteuern 16 Zoll hin- oder zurückſchiebt. Die Steuerung dieſer Hülfsmaſchine beſteht in einem Schieber T, welcher mittels Hebel durch die am Geſtänge angeſchraubten Knaggen abwechſelnd hin und her geſchoben wird. Die Höhe der Hinterwaſſerſäule beträgt 26 Fuß, daher iſt die Höhe der Druckſäule bei Beginn des Kolbenaufganges $= 45 + 26 = 71$ Fuß, und dieſelbe am Ende des Kolbenhubes $= 71 - 7 = 64$ Fuß, ſo daß das Verhältniß der Verminderung der Kolbenkraft zum mittleren Kraftwerth des ganzen Kolbenaufganges $= \frac{7}{64 + 3{,}5} = \frac{14}{135} = 0{,}104$ beträgt. Beim Niedergange des Kolbens iſt dagegen das Verhältniß der Zunahme des Widerſtandes zum mittleren Widerſtande der Hinterwaſſerſäule $= \frac{7}{21 + 3{,}5} = \frac{14}{35} = 0{,}40$.

Die Röhren EF und GH dienen zugleich als Windkeſſel. Die durch das Waſſer im oberen Raume derſelben abgeſperrte Luft nimmt die Stöße der bewegten Waſſerſäulen auf, wenn dieſelben durch die Steuerung abgeſperrt werden; es wird daher durch dieſelben ein ſanfter Gang der Maſchine erlangt. Die Luft, welche ſich im Laufe der Zeit aus dem Windkeſſel durch die Wände, oder durch Vermengung mit dem Waſſer entweicht, wird durch eine kleine Luftpumpe von Zeit zu Zeit wieder erſetzt. Die Regulirung der Geſchwindigkeit des Treibkolbens wird durch Hubſtellung des Steuerkolbens bewerkſtelligt. Dieſe Maſchine dient zur Waſſerhebung mittels Pumpe, deren Kolben an dem Schachtgeſtänge angeſchloſſen ſind, welches von dem Treibkolben der Waſſerſäulenmaſchine bewegt wird.

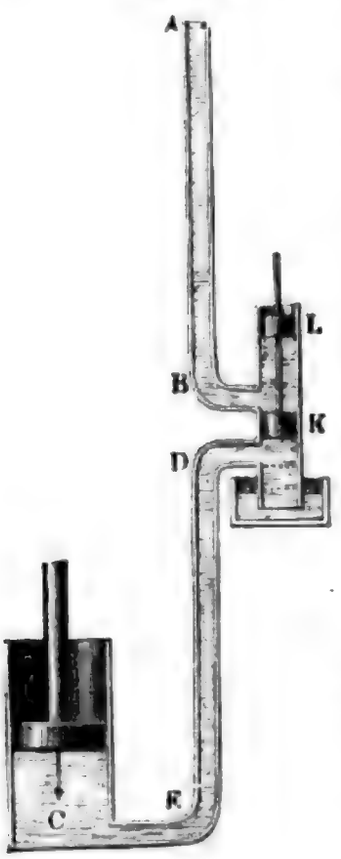
Anmerkung. Näheres über dieſe Maſchine theilt eine Abhandlung des Herrn Bergmeiſters Bauer im 4. Bande der Zeitſchrift des deutſchen Ingenieurvereins mit.

Balancier. Zur Regulirung des Ganzen einer Waſſerſäulenmaſchine §. 317
ſind noch mehrere Hülfsvorrichtungen nöthig, welche wir in Folgendem noch näher kennen lernen müſſen. Was zunächſt den Auf- und Niedergang des Treibkolbens betrifft, ſo wird dieſer durch einen ſogenannten Balancier, d. i. durch eine Vorrichtung regulirt, welche die Bewegung des Treibkolbens nach der einen Richtung hin unterſtützt, und die Bewegung deſſelben nach

der entgegengeſetzten Richtung hindert, ſo daß das Kolbenſpiel ſeinen regelmäßigen Fortgang hat, ohne eine bedeutende Geſchwindigkeitsveränderung zu erleiden. Bei den auf beiden Seiten gleichbelaſteten zweicylindrigen Maſchinen beſteht der Balancier, wie wir aus dem Obigen wiſſen, in einem gleicharmigen Hebel, welcher beide Treibkolbenſtangen mit einander verbindet; hat aber die Maſchine nur einen Cylinder, ſo iſt eine fremde Kraft zum Ausgleichen nothwendig, und je nachdem nun dieſe Kraft in dem Gewichte eines feſten Körpers oder in dem Drucke einer Waſſerſäule beſteht, hat man es mit einem mechaniſchen oder mit einem hydrauliſchen Balancier zu thun. Da im dritten Theile dieſes Werkes von dieſen Vorrichtungen ſpeciell gehandelt wird, ſo genügen hier folgende allgemeine Bemerkungen.

Der mechaniſche Balancier beſteht in einem doppelarmigen Hebel, welcher auf der einen Seite mit Gewichten beſchwert und auf der anderen Seite mit der Kolbenſtange oder dem Geſtänge überhaupt ſo verbunden iſt, daß jene dem Gewichte deſſelben entgegenwirken und dadurch dem Aufgange deſſelben zu Hülfe kommen, dagegen aber den Niedergang deſſelben verzögern, ſo daß zu erſterem nach Befinden doppelt ſo viel Zeit verwendet wird, als zu letzterem. Der hydrauliſche Balancier hingegen beſteht in einer zweiten Röhrentour, welche ſtatt des einfachen Ausgußrohres vom Steuercylinder aus aufwärts ſteigt, und durch welche das todte Waſſer abgeführt wird, ſo daß es eine Waſſerſäule bildet, welche dem Gewichte des Geſtänges beinahe das Gleichgewicht hält, und daſſelbe mit einer gemäßigten Geſchwindigkeit niedergeht.

Fig. 574.



Bei der in Fig. 572 abgebildeten Maſchine zu Huelgoat, ſowie auch bei der Clausthaler Maſchine, von welcher in Fig. 568 ein Durchſchnitt abgebildet iſt, ſind hydrauliſche Balanciers angewendet, es beſteht hier das Austragerohr in einer Steigröhre, welche das Waſſer nach vollbrachter Wirkung auf einen Theil des ganzen Gefälles wieder emporleitet.

Wenn man den hydrauliſchen Balancier, die ſogenannte Gegen- oder Hinterwaſſerſäule *DE* zwiſchen dem Treibcylinder *C* und dem Steuercylinder *KL*, Fig. 574, anbringt, ſo wird die doppelte Rohrführung erſpart.

In der mechaniſchen Leiſtung kann natürlich weder der eine noch der andere Balancier eine Steigerung hervorbringen. Das was bei dem Treibkolbenaufgange durch einen Balancier an Effect gewonnen wird, geht natürlich wieder beim Niedergange deſſelben verloren. Der hydrauliſche Ba-

lancier hat den Vortheil der größeren Einfachheit, der mechaniſche Balancier dagegen den Vortheil, daß ſeine Wirkſamkeit durch Zulegen von Gewichten beliebig geſteigert werden kann.

Stellhähne. Weſentlich wichtig ſind noch die verſchiedenen Obturatoren, §. 318
nämlich Stellhähne oder, nach Befinden, Stellventile oder Stellſchieber einer Waſſerſäulenmaſchine, weil ſich dadurch nicht nur der Gang der Kraftmaſchine an ſich, ſondern auch der Gang ihrer Steuerung reguliren läßt. Alle dieſe Vorrichtungen wirken natürlich nur negativ, d. h. es kann durch dieſe nur eine Kraftſtörung, nicht aber eine Kraftvermehrung hervorgebracht werden, und aus dieſem Geſichtspunkte betrachtet, ſind dieſe Apparate keineswegs ſehr willkommene Theile einer Waſſerſäulenmaſchine. Die Wirkung dieſer Theile beſteht nämlich nur darin, der Bewegung des Waſſers in einer Röhre ein Hinderniß entgegenzuſetzen, ſo daß dieſes langſamer zu gehen genöthigt wird. Um nun ſowohl den Auf- als auch den Niedergang des Treibkolbens, und ebenſo nicht nur den Auf-, ſondern auch den Niedergang des Steuerkolbens zu reguliren oder zu mäßigen, hat man vier Hähne oder Klappen nothwendig, eine in der Einfallröhre und eine im Ausgußrohre, wie z. B. *Z*, Fig. 572, ferner einen Hahn in der Röhre, welche das Steuerwaſſer über den Hülfskolben führt, und einen ſolchen in der Röhre, welche das Steuerwaſſer von der Maſchine abführt, wie z. B. *e* und *a* in den Figuren 569, 570 und 571. Wenn nun auch eine bedeutende Ueberwucht bei der Bewegung des Treib- oder Steuerkolbens nach der einen oder anderen Richtung hin vorhanden iſt, ſo läßt ſich dieſelbe ſogleich durch Drehung des einen oder anderen Stellhahnes mäßigen, da in dem Widerſtande, welchen man der mit dem Kolben gleichzeitig in Bewegung befindlichen und mit dieſem unzertrennlich verbundenen Waſſerſäule entgegenſetzt, dieſem Kolben zugleich mit ein Bewegungshinderniß erwächſt. Geht umgekehrt, der Auf- oder Niedergang des einen oder des anderen Kolbens zu langſam vor ſich, ſo kann durch Zurückdrehen des entſprechenden Hahnes eine größere Geſchwindigkeit deſſelben erlangt werden; jedoch hat dies, wie wir ſchon wiſſen, bei völliger Oeffnung des Hahnes ſeine Grenze. Uebrigens läßt ſich die Regulirung der Geſchwindigkeit des Treibkolbens auch durch eine Stellung im Ausſchub des Steuerkolbens erlangen, indem durch Verminderung des erſteren die Zugänge zum Treibcylinder beliebig verengt werden können.

Die Krafttödtung durch die Stellhähne oder Stellklappen, namentlich aber durch die Stellvorrichtung in der Einfallröhre oder Kraftwaſſerſäule, welche man gewöhnlich Tagepipe zu nennen pflegt, erfolgt bei einer Waſſerſäulenmaſchine gerade ſo wie die Krafttödtung durch die Schütze bei einer Reactionsturbine. Beide Maſchinen ſtehen in dieſer Hinſicht den ober- oder mittelſchlägigen Waſſerrädern nach (vergl. §. 257 und 289).

Eine Waſſerſäulenmaſchine ſollte zur Erlangung des größten Wirkungsgrades immer ſo ſtark belaſtet ſein, daß ſie bei vollſtändigem Ausſchub des Steuerkolbens, ohne Stellung der Tagepipe ihren regelmäßigen Gang annimmt. Iſt nun aber das Arbeitsvermögen dieſer Maſchine größer als das geforderte Arbeitsquantum, ſo muß entweder der Ueberſchuß durch die Tagepipe vernichtet werden, oder man muß die Maſchine mit einem kleineren Hube arbeiten laſſen. Wenn das letztere Mittel ausreicht, ſo iſt es allerdings das vorzüglichere, weil daſſelbe durch Verminderung des Aufſchlages die geforderte Verminderung in der Leiſtung giebt, und daher den Wirkungsgrad der Maſchine nur wenig vermindert, allein dieſes Mittel iſt bei gegebener Laſt nicht anwendbar.

Die Veränderung des Hubes einer Waſſerſäulenmaſchine iſt durch Verſtellung der Daumen oder Keile auf der Treibkolbenſtange ſehr leicht zu ermöglichen, und aus dieſem Grunde iſt auch die Stange $X_1 X_2$, Fig. 572, welche mit dem Treibkolben auf- und niedergeht, mit einer Reihe von Löchern verſehen. Je näher man die Daumen X_1 und X_2 einander bringt, je zeitiger erfolgt natürlich auch die Umſteuerung und je kleiner iſt alſo auch der Treibkolbenweg.

§. 319 **Leistung der Wassersäulenmaschinen.** Es folgt nun die Theorie und Berechnung der Leiſtung einer Waſſerſäulenmaſchine. Bedienen wir uns hierbei folgender Bezeichnungen. Der Inhalt der Treibkolbenfläche ſei $= F$, der Inhalt des Querſchnittes der Einfallröhren $= F_1$, ferner der Durchmeſſer des Treibkolbens $= d$, der der Einfallröhren $= d_1$ und der der Austragröhre $= d_2$, ferner ſei das Gefälle, vom Waſſerſpiegel im Einfallkaſten bis Waſſerſpiegel des Ausgußkaſtens gemeſſen, $= h$, die mittlere Druckhöhe beim Aufgange des Treibkolbens, alſo die ſenkrechte Tiefe der gedrückten Kolbenfläche unter dem Waſſerſpiegel im Einfallkaſten, bei mittlerem Kolbenſtande, $= h_1$, und die mittlere Druckhöhe beim Niedergange des Kolbens, d. i. die ſenkrechte Tiefe der Kolbenfläche unter der Ausgußmündung, bei mittlerem Kolbenſtande, $= h_2$, noch ſei s der Kolbenhub oder Weg des Treibkolbens pr. Spiel (franz. la course du piston; engl. the stroke of piston), l_1 die Länge der Einfall-, l_2 die der Austragröhrenaxe, v die mittlere Kolbengeſchwindigkeit, v_1 die mittlere Waſſergeſchwindigkeit in der Einfall-, ſowie v_2 die in der Austragröhre.

Setzen wir zugleich eine einfachwirkende Waſſerſäulenmaſchine voraus, nehmen wir an, daß ſie pr. Minute n vollſtändige Spiele mache und dabei im Durchſchnitte pr. Secunde Q Cubikfuß Aufſchlagwaſſer verbrauche.

Der mittlere Druck des Waſſers gegen die Treibkolbenfläche F iſt $P_1 = Fh_1\gamma$ (ſ. Bd. I, §. 355), folglich die geleiſtete Arbeit deſſelben pr. Spiel, ohne Rückſicht auf Nebenhinderniſſe:

$$P_1 s = F s h_1 \gamma,$$

daher pr. Minute:

$$n P_1 s = n F s h_1 \gamma,$$

und endlich die mittlere Leiſtung pr. Secunde:

$$L_1 = \frac{n}{60} P_1 s = \frac{n}{60} F s h_1 \gamma,$$

oder, da ſich $\frac{nFs}{60} = Q$ ſetzen läßt,

$$L_1 = Q h_1 \gamma.$$

Beim Rückgange des Kolbens wirkt die mittlere Kraft

$$P_2 = F h_2 \gamma$$

der Bewegung deſſelben entgegen, wird alſo auch die Arbeit

$$P_2 s = F h_2 s \gamma$$

conſumirt, daher iſt denn auch der entſprechende Arbeitsverluſt pr. Secunde:

$$L_2 = Q h_2 \gamma,$$

und ſonach die übrigbleibende zu Gebote ſtehende Leiſtung der Maſchine:

$$L = L_1 - L_2 = Q (h_1 - h_2) \gamma = Q h \gamma,$$

wie bei jeder anderen hydrauliſchen Kraftmaſchine.

Dieſe Formel ändert ſich nicht, wenn auch der Treibkolben den Treibcylinder nicht vollkommen ausfüllt, wenn, wie z. B. bei dem Mönchskolben, ein Zwiſchenraum zwiſchen dem Kolben- und dem Cylinderumfange übrig bleibt, oder wenn der Kolben in ſeinem tiefſten Stande den Cylinderboden nicht berührt; ebenſo bleibt die Formel dieſelbe, wenn der Ausgußpunkt unter dem mittleren Kolbenſtande befindlich, alſo h_2 negativ und $h = h_1 + h_2$ iſt. Auch kommt auf die Form der Kolbenfläche nichts an (ſ. Bd. I, §. 361 Anmerkung); es iſt ſtets unter F der Inhalt des Querſchnittes rechtwinkelig gegen die Axe deſſelben zu verſtehen, alſo

$$F = \frac{\pi d^2}{4}$$

zu ſetzen.

Hierbei muß allerdings vorausgeſetzt werden, daß beim Kolbenniedergange nur ein dem Kolbenhube s entſprechendes Waſſerquantum Fs austrete, nicht aber alles im Cylinder und, nach Befinden, in der Communications- und in der Ausgußröhre befindliche Waſſer. Bei Anwendung eines hydrauliſchen Balanciers oder eines aufſteigenden Ausgußrohres kann natürlich der letzte Fall gar nicht eintreten; anders iſt es aber, wenn das Ausgußrohr abwärts gerichtet iſt und unter dem tiefſten Kolbenſtande ausmündet. Damit in dieſem Falle das Waſſer bis zum tiefſten Kolbenſtande in dem Cy-

linder zurückbleibe und nicht durch von unten zutretende Luft verdrängt werde, iſt es nöthig, einen Ausfluß unter Waſſer herzuſtellen.

Anmerkung. Wir ſehen aus dem Obigen, daß die Leiſtung einer Waſſerſäulenmaſchine nur vom Totalgefälle $h = h_1 - h_2$, nicht aber von den einzelnen Druckhöhen h_1 oder h_2 des Auf- oder Niederganges abhängt, nur findet inſofern eine Einſchränkung ſtatt, als bei Anwendung eines niederſteigenden Ausgußrohres die Tiefe des Unterwaſſerſpiegels unter dem Kolbenſtande noch nicht eine Atmoſphärenhöhe ($b = 32{,}8$ Fuß) betragen darf, weil die Atmoſphäre durch ihren Druck auf dieſen Spiegel in dem Austragrohre nur einer Waſſerſäule von dieſer Höhe das Gleichgewicht zu halten vermag.

§. 320 **Kolbenreibung.** Unter den Nebenhinderniſſen einer Waſſerſäulenmaſchine iſt die Kolbenreibung eins der beträchtlichſten. Da genaue Verſuche hierüber bis jetzt noch nicht angeſtellt worden ſind, ſo bleibt nichts übrig, als dieſelbe aus dem Waſſerdrucke mit Hülfe eines der bekannten Reibungscoefficienten zu berechnen. Iſt die Liderung eine hydroſtatiſche, ſo erhalten wir die Kraft, mit welcher das Waſſer jedes Element f der Liderungsfläche gegen den abzuſchließenden Cylindermantel drückt, für den Kolbenaufgang $= f h_1 \gamma$, und für den Niedergang $= f h_2 \gamma$, und daher die entſprechenden Reibungen $= \varphi f h_1 \gamma$ und $\varphi f h_2 \gamma$, wenn φ den Reibungscoefficienten bezeichnet. Obgleich die Kräfte der einzelnen Flächenelemente ſehr verſchiedene Richtungen haben, ſo ſind doch ſämmtliche Reibungen unter ſich, und zwar mit der Kolbenaxe, parallel, und es iſt daher ihre Mittelkraft oder die Geſammtreibung des Kolbens gleich der Summe der Reibungen aller Liderungselemente, und demnach ſo zu beſtimmen, daß man in obigen Formeln ſtatt f die Summe aller Elemente, d. i. den Inhalt der ganzen Liderungsfläche einſetzt. Bezeichnen wir die Breite dieſer Fläche, oder, wenn es zwei Liderungskränze giebt, die Breite beider zuſammen, durch e, ſo können wir den Inhalt der Liderungsfläche durch $\pi d e$ ausdrücken, und erhalten ſo die beiden Kolbenreibungen:

$$R_1 = \varphi \pi d e h_1 \gamma \quad \text{und} \quad R_2 = \varphi \pi d e h_2 \gamma.$$

Der leichteren Ueberſicht wegen drückt man gewöhnlich dieſe Reibung ſo wie auch die übrigen Nebenhinderniſſe durch das Gewicht einer Waſſerſäule aus, welche den Treibkolbenquerſchnitt zur Grundfläche hat, und deren Höhe h_3 oder h_4 den Gefällverluſt ausdrückt, welcher der Kolbenreibung entſpricht. Hiernach ſetzen wir alſo:

$$R_1 = F h_3 \gamma \quad \text{und} \quad R_2 = F H_4 \gamma,$$

alſo auch

$$F h_3 = \varphi \pi d e h_1 \quad \text{und} \quad F h_4 = \varphi \pi d e h_2,$$

oder

$$F = \frac{\pi d^2}{4} \text{ eingeführt,}$$

$$\frac{dh_3}{4} = \varphi e h_1 \quad \text{und} \quad \frac{dh_4}{4} = \varphi e h_2,$$

hiernach die den Kolbenreibungen entſprechenden Gefällverluſte:

$$h_3 = 4\varphi \frac{e}{d} h_1 \quad \text{und} \quad h_4 = 4\varphi \frac{e}{d} h_2.$$

Bringt man dieſe Höhen in Abzug, ſo erhält man für die mittlere Kraft beim Aufgange:

$$P_1 = F(h_1 - h_3)\gamma = \left(1 - 4\varphi \frac{e}{d}\right) F h_1 \gamma,$$

und den mittleren Widerſtand beim Niedergange:

$$P_2 = F(h_2 + h_4)\gamma = \left(1 + 4\varphi \frac{e}{d}\right) F h_2 \gamma,$$

daher die reſultirende mittlere Leiſtung:

$$L = \frac{n}{60}(P_1 - P_2)\, s = \frac{n}{60}\left((h_1 - h_2) - 4\varphi \frac{e}{d}(h_1 + h_2)\right) F s \gamma$$

$$= \left(h - 4\varphi \frac{e}{d}(h_1 + h_2)\right) Q\gamma = \left[\left(1 - 4\varphi \frac{e}{d}\right) h - 8\varphi \frac{e}{d} h_2\right] Q\gamma$$

$$= \left[1 - 4\varphi \frac{e}{d}\left(1 + \frac{2h_2}{h}\right)\right] Q h \gamma.$$

Iſt die Steighöhe h_2 Null oder ſehr klein, ſo läßt ſich einfacher

$$L = \left(1 - 4\varphi \frac{e}{d}\right) Q h \gamma$$

ſetzen.

Man erſieht übrigens hieraus, daß der Arbeitsverluſt in Folge der Kolbenreibung um ſo größer ausfällt, je größer $\frac{h_2}{h}$ iſt, je tiefer alſo die Maſchine unter dem Ausgußpunkte ſteht oder je höher das Waſſer beim Austragen zurückſteigt.

Um dieſen Arbeitsverluſt möglichſt herabzuziehen, ſoll man den Liderungskranz nicht unnöthig breit machen. Bei den beſtehenden Maſchinen liegt $\frac{e}{d}$ innerhalb der Grenzen 0,1 bis 0,2. Der Reibungscoefficient φ iſt aber, ſo lange beſondere Verſuche hierüber nicht angeſtellt worden ſind, nach Morin, im Mittel 0,25 zu ſetzen. Dies vorausgeſetzt, erhalten wir nun $4\varphi \frac{e}{d} = 0{,}1$ bis $0{,}2$; es verzehrt alſo hiernach die Kolbenreibung 10 bis 20 Procent von der ganzen disponiblen Arbeit.

Hydrauliſche Nebenhinderniſſe. Ein anderer Arbeitsverluſt der §. 321
Waſſerſäulenmaſchinen entſpringt ferner aus der Reibung des Waſſers

in den Einfall- und Austragröhren. Nach der in Band I, §. 427 vorgetragenen Theorie iſt der dieſer Reibung entſprechende Druckhöhenverluſt, wenn ξ den Reibungscoefficienten bezeichnet,

$$h = \xi \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g};$$

auf die Einfallröhre angewendet aber

$$y_1 = \xi \cdot \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g},$$

und auf die Austrageröhre bezogen:

$$z_1 = \xi \cdot \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g}.$$

Nun iſt aber das Waſſerquantum pr. Sec.:

$$\frac{\pi d_1^2}{4} \cdot v_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} \cdot v_2 = \frac{\pi d^2}{4} v,$$

alſo

$$d_1^2 v_1 = d_2^2 v_2 = d^2 v$$

oder:

$$v_1 = \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 v \quad \text{und} \quad v_2 = \left(\frac{d}{d_2}\right)^2 v,$$

daher laſſen ſich die Reibungswiderſtandshöhen ſetzen:

$$y_1 = \xi \cdot \frac{l_1 d^4}{d_1^5} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad \text{und}$$

$$z_1 = \xi \cdot \frac{l_2 d^4}{d_2^5} \cdot \frac{v^2}{2g},$$

und es iſt bei Geſchwindigkeiten (v_1 oder v_2) von 5 bis 10 Fuß, $\xi = 0{,}022$ bis $0{,}020$ einzuführen.

Um dieſe Widerſtandshöhe herabzuziehen, hat man weite Einfall- und Austragröhren anzuwenden und den Treibkolben langſam auf- und niedergehen zu laſſen.

Die Bewegung des Waſſers in den Röhren einer Waſſerſäulenmaſchine iſt inſofern noch verſchieden von der Bewegung des Waſſers in einfachen Röhrenleitungen, als ſich die Geſchwindigkeit von jener unaufhörlich verändert, bald vernullt, bald zu-, bald abnimmt u. ſ. w., während die Geſchwindigkeit in dieſer immer eine und dieſelbe bleibt. Aus dieſem Grunde ſpielt denn auch bei einer Waſſerſäulenmaſchine die Trägheit des Waſſers eine größere Rolle, als bei der Bewegung des Waſſers in einfachen Leitungen. Um eine Maſſe M in die Geſchwindigkeit v zu verſetzen, iſt bekanntlich die mechaniſche Arbeit $\frac{Mv^2}{2}$ zu verrichten, um alſo auch der

Waſſerſäule in der Einfallröhre eine Geſchwindigkeit v_1 zu ertheilen, iſt, da dieſelbe das Gewicht $F_1 l_1 \gamma$ hat, die mechaniſche Arbeit $F_1 l_1 \gamma \cdot \frac{v_1^2}{2g}$ aufzuwenden. Wenn die Waſſerſäule durch den Steuerkolben erſt nach vollbrachtem Spiele des Treibkolbens von dieſem abgeſperrt würde, ſo ginge dieſe Arbeit nicht verloren, denn dieſe Säule würde dem Treibkolben während ſeiner Verzögerung und ſeines allmäligen Uebergehens zur Ruhe dieſe Arbeit zurückgeben, allein das Abſperren des Kraftwaſſers von dem Treibkolben erfolgt, wenn auch gegen das Ende, jedoch noch während der Bewegung deſſelben, ſo daß der Treibkolben und die Waſſerſäule gleichzeitig zur Ruhe übergehen; es muß daher der Steuerkolben während der erſten Hälfte ſeines Aufganges der Waſſerſäule alle lebendige Kraft nach und nach entziehen, indem er derſelben durch allmälige Verengung des Querſchnittes ein wachſendes Hinderniß in den Weg legt. Deshalb iſt denn auch anzunehmen, daß die Arbeit der Trägheit

$$F_1 l_1 \gamma \cdot \frac{v_1^2}{2g}$$

bei jedem Spiele zum großen Theil verloren gehe.

Führen wir noch $v_1 = \frac{d^2}{d_1^2} v$ und $F_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$ ein, ſo erhalten wir für dieſe Arbeit den Ausdruck:

$$\frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{d^2 l_1}{d_1^2} \gamma \cdot \frac{v^2}{2g},$$

daher die entſprechende mittlere Kraft während des ganzen Treibkolbenweges s:

$$K = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{d^2 l_1}{d_1^2 s} \gamma \cdot \frac{v^2}{2g},$$

und der entſprechende Gefäll- oder Druckhöhenverluſt:

$$y_2 = \frac{K}{F\gamma},$$

d. i.:

$$y_2 = \frac{d^2 l_1}{d_1^2 s} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Ein auf gleiche Weiſe auszudrückender Verluſt findet auch beim Rückgange des Treibkolbens ſtatt, wo das Waſſer genöthigt wird, mit der Geſchwindigkeit v_2 auszutreten, und die am Anfange des Kolbenweges zu überwindende lebendige Kraft beim Ausguſſe verloren geht und daher der Maſchine ebenfalls entzogen wird. Der entſprechende Druckhöhenverluſt iſt daher:

$$\varepsilon_2 = \frac{d^2 l_2}{d_2^2 s} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Um dieſe beiden Arbeitsverluſte möglichſt zu vermindern, iſt daher nöthig, die Einfall- und Austragröhre weit und beide möglichſt kurz zu machen, ferner eine kleine Kolbengeſchwindigkeit und einen großen Kolbenhub in Anwendung zu bringen.

Um die nachtheiligen Wirkungen des Stoßes der, zumal bei der Gewichtsſteuerung, zu ſchnell abgeſperrten Waſſerſäule zu mäßigen oder ganz zu beſeitigen, hat man an dem unteren Ende der Einfallröhre, nahe vor der Steuerung, einen Windkeſſel (franz. réservoir à air; engl. air vessel), d. i. ein mit comprimirter Luft angefülltes cylindriſches Gefäß angebracht, wie man es z. B. an Feuerſpritzen, von welchen im dritten Bande die Rede ſein wird, vorfindet. Es nimmt hier die abgeſperrte Luft die überflüſſige lebendige Kraft des Waſſers auf, indem ſie von dieſer zuſammengedrückt wird, und es wird die Arbeit dieſer Kraft durch das am Anfange des folgenden Spieles eintretende Sichwiederausdehnen der Luft beinahe wieder gewonnen, indem das hierbei wieder aus dem Windkeſſel herausgedrängte Waſſer ziemlich unter dem hydroſtatiſchen Drucke in den Treibcylinder tritt. In der Anwendung bei Maſchinen mit hohem Gefälle hat ſich gezeigt, daß ſich die Luft im Windkeſſel mit dem Waſſer vermengt und ſich dadurch allmälig ganz aus demſelben entfernt. Um aber dies zu verhindern, iſt entweder ein Kolben in dieſen Keſſel einzuſetzen, welcher die Luft vom Waſſer abſperrt, oder eine kleine Luftpumpe anzuwenden, welche Luft in den Keſſel einführt und dadurch den Abgang wieder erſetzt.

§. 322 Richtungs- und Querſchnittsveränderungen in den einzelnen Röhren und Canälen einer Waſſerſäulenmaſchine ſind die weiteren Urſachen von den Arbeitsverluſten dieſer Maſchine. Dieſe Verluſte laſſen ſich theils nach den bekannten und in Bd. I, Abſchnitt VI, Cap. 1 und 2 gefundenen Regeln der Hydraulik, theils mit Hülfe der Reſultate beſonders hierüber angeſtellter Verſuche (ſ. polytechn. Centralblatt, Jahrgang 1851, Lieferung 4) beſtimmen.

In den Einfall- und Austragröhren befinden ſich gekrümmte Knieſtücke, worin gewöhnlich die Richtung des bewegten Waſſers um einen Rechtwinkel abgelenkt wird. Iſt r die halbe Weite der Röhre und a der Krümmungshalbmeſſer der Axe ihres Kropfes, ſo entſpricht dem letzteren nach Bd. I, §. 442 annähernd der Widerſtandscoefficient:

$$\xi_1 = 0{,}131 + 1{,}847 \left(\frac{a}{r}\right)^{7/2},$$

und iſt nun bei der Geſchwindigkeit v_1 des durchſtrömenden Waſſers der

Druckhöhenverluſt $= \xi_1 \cdot \frac{v_1^2}{2g}$, alſo für einen Kropf in der Einfallröhre:

$$y_3 = \xi_1 \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right) \cdot \frac{v^2}{2g},$$

und für einen ſolchen in der Austragröhre:

$$z_3 = \xi_1 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 \frac{v^2}{2g}.$$

Beim Ein- und Austritt des Waſſers in und aus dem Steuercylinder wird die Richtung des Waſſers durch ein Knie plötzlich um einen Rechtwinkel abgelenkt, es findet daher hier nach Bd. I, §. 441 ein Druckhöhenverluſt

$$\xi_2 \frac{v_1^2}{2g} = 0{,}984 \cdot \frac{v_1^2}{2g},$$

alſo nahe $= \frac{v_1^2}{2g}$ ſtatt; der Allgemeinheit wegen möge jedoch für den Eintritt aus der Einfallröhre in den Steuercylinder die Widerſtandshöhe

$$y_4 = \xi_2 \frac{v_1^2}{2g} = \xi_2 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

und für den Austritt aus dem Steuercylinder in das Austragrohr

$$z_4 = \xi_2 \frac{v_2^2}{2g} = \xi_2 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}$$

geſetzt werden.

Für den Uebertritt des Waſſers aus dem Steuercylinder in das Communicationsrohr läßt ſich, nach den oben angeführten Verſuchen, der Widerſtandscoefficient $\xi_3 = 5$ und für den Uebertritt aus dem Communicationsrohre in den Steuercylinder $\xi_4 = 34{,}5$ ſetzen. Iſt nun d_3 der Durchmeſſer des Steuercylinders unmittelbar beim Steuerkolben, ſo hat man für den Uebergang des Waſſers aus dem Steuercylinder in das Communicationsrohr die Widerſtandshöhe:

$$y_5 = \xi_3 \left(\frac{d}{d_3}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g} = 5 \left(\frac{d}{d_3}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

und umgekehrt, für den Uebertritt aus dieſem Rohre in den Steuercylinder:

$$z_5 = \xi_4 \left(\frac{d}{d_3}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g} = 34{,}5 \left(\frac{d}{d_3}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g} \text{ zu ſetzen.}$$

Endlich iſt für den Eintritt in den Treibcylinder nach den beſonders zu dieſem Zwecke angeſtellten Verſuchen, $\xi_5 = 31$, und dagegen für den Austritt aus demſelben, $\xi_6 = 26$; folglich für jenen die verlorene Druckhöhe:

$$y_6 = \xi_5 \cdot \frac{v^2}{2g} = 31 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

und für dieſen dieſelbe

$$z_6 = \xi_6 \cdot \frac{v^2}{2g} = 26 \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Um überhaupt die Verluſte durch plötzliche Geſchwindigkeitsveränderungen zu vermindern, hat man den Communicationsröhren und dem Theile des Steuercylinders, durch welchen das Betriebswaſſer hin- und zurückgeht, mit der Einfall- und Austragröhre einerlei Querſchnitt zu geben, oder wenigſtens jene Röhren u. ſ. w. durch ein ſich allmälig erweiterndes Rohr mit dieſen in Verbindung zu ſetzen.

Beſondere Arbeits- oder Druckhöhenverluſte werden noch durch die in Hähnen oder Ventilen beſtehenden Regulirungsapparate oder Pipen herbeigeführt. Dieſelben ſind ebenfalls durch die Formel

$$h = \xi \cdot \frac{v^2}{2g}$$

zu beſtimmen, deren Coefficienten $\xi = \xi_7$, ξ_8 vom Stellwinkel der Pipe abhängen und aus den Tabellen in Bd. I, §. 443 zu entnehmen ſind. Hiernach iſt alſo für den Aufgang des Treibkolbens:

$$y_7 = \xi_7 \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

und für den Rückgang:

$$z_7 = \xi_8 \cdot \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Durch Stellung der Regulirungspipe kann man dem Widerſtandscoefficienten jeden beliebigen, zwiſchen 0 und ∞ enthaltenden Werth ertheilen, daher auch jeden Ueberſchuß an Kraft tödten und die Geſchwindigkeit des Auf- und Niederganges nach Willkür oder Bedürfniß mäßigen.

§. 323 **Leiſtungsformel.** Wenn wir vor der Hand die Steuerung unbeachtet laſſen, ſo können wir nun eine Formel zur Beſtimmung der Nutzleiſtung einer einfach wirkenden Waſſerſäulenmaſchine zuſammenſetzen. Die mittlere Kraft beim Aufgange des Kolbens iſt:

$$P_1 = [h_1 - h_3 - (y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7)]\, F\gamma$$
$$= [h_1 - h_3 - \Sigma(y)]\, F\gamma,$$

und die Laſt beim Rückgange:

$$P_2 = (h_2 + h_4 + z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5 + z_6 + z_7)\, F\gamma$$
$$= (h_2 + h_4 + \Sigma(y))\, F\gamma,$$

folglich die Leiſtung für ein vollſtändiges Kolbenſpiel:

$$(P_1 - P_2)\, s = [h_1 - (h_2 + h_3 + h_4) - (\Sigma(y) + \Sigma(z))]\, Fs\gamma,$$

und die Leiſtung einer einfach-wirkenden Waſſerſäulenmaſchine pr. Secunde:

$$L = [h_1 - (h_2 + h_3 + h_4) - (\Sigma(y) + \Sigma(z))] \cdot \frac{n}{60} \cdot Fs\gamma$$
$$= \left(h - 4\varphi \frac{e}{d}(h_1 + h_2) - (\Sigma(y) + \Sigma(z))\right) \frac{n}{60} Fs\gamma.$$

Setzen wir noch

$$\xi\frac{l_1 d^4}{d_1^5}+\frac{d^2 l_1}{d_1^2 s}+\xi_1\left(\frac{d}{d_1}\right)^4+\xi_2\left(\frac{d}{d_1}\right)^4+\xi_3\left(\frac{d}{d_3}\right)^4+\xi_5+\xi_7\left(\frac{d}{d_1}\right)^4,$$

oder

$$\left[\xi\frac{l_1}{d_1}+\frac{d_1^2 l_1}{d^2 s}+\xi_1+\xi_2+\xi_3\left(\frac{d_1}{d_3}\right)^4+\xi_5\left(\frac{d_1}{d}\right)^4+\xi_7\right]\left(\frac{d}{d_1}\right)^4 = \varkappa_1\left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \text{ und}$$

$$\xi\frac{l_2 d^4}{d_2^5}+\frac{d^2 l_2}{d_2^2 s}+\xi_1\left(\frac{d}{d_2}\right)^4+\xi_2\left(\frac{d}{d_2}\right)^4+\xi_4\left(\frac{d}{d_3}\right)^4+\xi_6+\xi_8\left(\frac{d}{d_2}\right)^4,$$

oder

$$\left[\xi\frac{l_2}{d_2}+\frac{d_2^2 l_2}{d^2 s}+\xi_1+\xi_2+\xi_4\left(\frac{d_2}{d_3}\right)^4+\xi_6\left(\frac{d_2}{d}\right)^4+\xi_8\right]\left(\frac{d}{d_2}\right)^4=\varkappa_2\left(\frac{d}{d_2}\right)^4,$$

ſo können wir ſehr einfach und überſichtlich die Leiſtung ausdrücken durch:

$$L=\left[h-\left(4\varphi\frac{e}{d}(h_1+h_2)+\left[\varkappa_1\left(\frac{d}{d_1}\right)^4+\varkappa_2\left(\frac{d}{d_2}\right)^4\right]\cdot\frac{v^2}{2g}\right)\right]\cdot\frac{n}{60}\,Fs\gamma.$$

Wegen der größeren Länge der Einfallröhre fällt $\varkappa_1$ meiſt größer aus als $\varkappa_2$, und deshalb macht man denn auch gewöhnlich die Aufgangszeit t_1 größer als die Niedergangszeit t_2.

Setzt man die Aufgangszeit $t_1 = \nu_1 t$, ſowie die Niedergangszeit $t_2 = \nu_2 t$, wobei $t = t_1 + t_2 = \frac{60''}{n}$ die Zeit eines ganzen Spieles bezeichnet, und behält man für die mittlere Geſchwindigkeit eines ganzen Spieles, $v = \frac{2s}{t} = \frac{2ns}{60''}$ bei, ſo erhält man die mittlere Geſchwindigkeit beim Aufgange

$$v_1 = \frac{s}{t_1} = \frac{s}{\nu_1 t} = \frac{1}{\nu_1}\cdot\frac{v}{2},$$

dagegen die beim Niedergange

$$v_2 = \frac{s}{t_2} = \frac{s}{\nu_2 t} = \frac{1}{\nu_2}\cdot\frac{v}{2},$$

folglich läßt ſich allgemeiner die Leiſtung ausdrücken:

$$L = \left[h-\left(4\varphi\frac{e}{d}(h_1+h_2)+\left[\varkappa_1\left(\frac{1}{2\nu_1}\right)^2\left(\frac{d}{d_1}\right)^4+\varkappa_2\left(\frac{1}{2\nu_2}\right)^2\left(\frac{d}{d_2}\right)^4\right]\frac{v^2}{2g}\right)\right]\cdot\frac{n}{60}\,Fs\gamma,$$

oder $\frac{n}{60}\cdot Fs = Q$ eingeſetzt:

$$L = \left[h - \left(4\varphi \frac{e}{d} (h_1 + h_2) + {}^1/_4 \left[\varkappa_1 \left(\frac{1}{\nu_1}\right)^2 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 + \varkappa_2 \left(\frac{1}{\nu_2}\right)^2 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 \right] \cdot \frac{v^2}{2g} \right) \right] Q\gamma,$$

oder $v = \frac{2Q}{F} = \frac{8Q}{\pi d^2}$ eingeführt.

$$L = \left(h - \left[4\varphi \frac{e}{d} (h_1 + h_2) + \left(\frac{\varkappa_1}{\nu_1^2 d_1^4} + \frac{\varkappa_2}{\nu_2^2 d_2^4} \right) \cdot \frac{1}{2g} \cdot \left(\frac{4Q}{\pi} \right)^2 \right] \right) Q\gamma.$$

Bei einer doppelt wirkenden Waſſerſäulenmaſchine iſt natürlich auch dieſe Arbeit doppelt.

Dieſe Formel führt ſehr gut vor Augen, daß die Nutzleiſtung einer Waſſerſäulenmaſchine um ſo größer ausfällt, je größer d, d_1 und d_2, je weiter alſo ſämmtliche Cylinder und Röhren ſind. Auch läßt ſich durch den höheren Calcül finden, daß die Leiſtung bei gegebener Anzahl von Spielen am größten ausfällt oder die Nebenhinderniſſe am kleinſten werden, wenn

$$\frac{\varkappa_1}{\nu_1^3 d_1^4} = \frac{\varkappa_2}{\nu_2^3 d_2^4},$$

d. i. wenn $$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt[3]{\frac{\varkappa_1 d_2^4}{\varkappa_2 d_1^4}}$$ iſt.

Da überdies noch $\nu_1 + \nu_2 = 1$ iſt, ſo folgt:

$$\nu_1 = \frac{1}{1 + \sqrt[3]{\frac{\varkappa_2 d_1^4}{\varkappa_1 d_2^4}}},$$

ſowie:

$$\nu_2 = \frac{1}{1 + \sqrt[3]{\frac{\varkappa_1 d_2^4}{\varkappa_2 d_1^4}}}.$$

Wäre z. B. $d_2 = d_1$ und $\varkappa_1 = 8\varkappa_2$, ſo würde $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt[3]{8} = 2$ betragen, alſo die Aufgangszeit noch einmal ſo groß ſein müſſen als die Niedergangszeit. Bei Anwendung eines an die Treibkolbenſtange angeſchloſſenen Balanciers läßt ſich dieſes Verhältniß $\frac{\nu_1}{\nu_2}$ zwiſchen der Auf- und Niedergangszeit leicht durch Zulegen und Abnehmen von Gewichten u. ſ. w. herſtellen. Das Reguliren der Zeiten durch die Pipen in der Einfallröhre und in der Austragröhre hingegen erfolgt ſtets nur auf Unkoſten der Nutzleiſtung, da dieſe Apparate einen durch ξ_7, ξ_8 gemeſſenen Kraftverluſt hervorbringen, der um ſo größer ausfällt, je mehr dieſe Pipen zugedreht werden.

Iſt die geforderte Arbeit kleiner als die Nutzleiſtung der Waſſerſäulenmaſchine, ſo muß natürlich der Ueberſchuß an Arbeit ebenfalls durch Stellung der Pipen vernichtet werden.

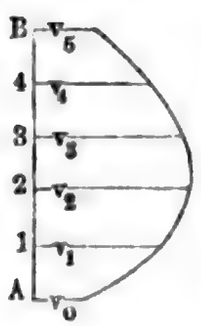
Geſchwindigkeitsquadrat. Es iſt ferner die Frage, welchen Werth §. 324
ſoll man in den letzten Formeln für das mittlere Quadrat der Kolbengeſchwindigkeit einer Waſſerſäulenmaſchine einführen. Ginge der Kolben ziemlich gleichförmig auf und nieder, ſo wäre allerdings

$$v^2 = \left(\frac{s}{t_1}\right)^2,$$

wo s den Kolbenweg und t_1 die Zeit zum Durchlaufen deſſelben bezeichnet, zu ſetzen; da dies aber weder bei einfachen, noch bei doppeltwirkenden Maſchinen der Fall iſt, ſo muß allerdings eine beſondere Beſtimmung von v^2 vorgenommen werden.

Jedenfalls wird das mittlere Quadrat der Kolbengeſchwindigkeit gefunden, wenn man die den gleichen Theilen des Kolbenweges $s = AB$, Fig. 575, entſprechenden Kolbengeſchwindigkeiten $v_0, v_1, v_2 \ldots$ quadrirt, addirt und die Summe durch die Anzahl der Theile des Kolbenweges dividirt. Wäre nun die Bewegung des Kolbens gleichförmig beſchleunigt, oder gleichförmig verzögert, ſo würden ſich die Quadrate der Geſchwindigkeiten wie die Räume verhalten; wäre daher die kleinſte Geſchwindigkeit = 0 und die größte = c, ſo hätte man die den Wegen

Fig. 575.



$$0, \frac{s}{n}, \frac{2s}{n}, \frac{3s}{n} \ldots$$

entſprechenden Geſchwindigkeitsquadrate $v_0^2, v_1^2, v_2^2, v_3^2 \ldots$:

$$0, \frac{1}{n}c^2, \frac{2}{n}c^2, \frac{3}{n}c^2 \ldots,$$

folglich die Summe derſelben

$$= \frac{c^2}{n}(1 + 2 + 3 + \cdots + n) = \frac{c^2}{n} \cdot \frac{n^2}{2} = n\frac{c^2}{2},$$

endlich ihren mittleren Werth:

$$v^2 = \frac{c^2}{2};$$

oder da $s = \frac{ct_1}{2}$ iſt,

$$v^2 = 1/2 \left(\frac{2s}{t_1}\right)^2 = 2\left(\frac{s}{t_1}\right)^2 = 2v_1^2,$$

wenn ſtatt des Quotienten $\frac{s}{t_1}$ aus Kolbenweg s und Bewegungszeit t_1 die

mittlere Kolbengeſchwindigkeit v_1 eingeführt wird. Dieſe Formel gilt natürlich auch, wenn der erſte Theil des Kolbenweges gleichförmig beſchleunigt und der zweite gleichförmig verzögert zurückgelegt wird.

Es iſt alſo hier allemal das mittlere Geſchwindigkeitsquadrat v^2 doppelt ſo groß, als das Quadrat v_1^2 der mittleren Kolbengeſchwindigkeit.

Bei einer doppeltwirkenden Waſſerſäulenmaſchine mit Kurbelmechanismus iſt, wie im Artikel „Dampfmaſchine“ bewieſen wird

$$v^2 = \frac{\pi^2}{6} v_1^2 = 1{,}645\ v_1^2 = 1{,}645 \left(\frac{s}{t_1}\right)^2.$$

Führen wir hiernach in der Leiſtungsformel

$$L = \left[h - \left(4\varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_2) + {}^1/_4 \left[\varkappa_1 \left(\frac{1}{v_1}\right)^2 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 + \varkappa_2 \left(\frac{1}{v_1}\right)^2 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4\right] \frac{v^2}{2g}\right] Q\gamma$$

des §. 323

$$v^2 = 2\left(\frac{2Q}{F}\right)^2 = 2\left(\frac{8Q}{\pi d^2}\right)^2 \text{ ein, ſo erhalten wir}$$

$$L = \left(h - \left[4\varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_2) + {}^1/_2 \left(\frac{\varkappa_1}{v_1^2 d_1^4} + \frac{\varkappa_2}{v_2^2 d_2^4}\right) \frac{1}{2g} \left(\frac{8Q}{\pi}\right)^2\right]\right) Q\gamma.$$

Beiſpiel. Man ſoll für ein Gefälle h von 350 Fuß und für ein Waſſerquantum $Q = 1$ Cubikfuß pr. Secunde die Anordnung und Berechnung einer einfach wirkenden eincylindrigen Waſſerſäulenmaſchine vollziehen. Laſſen wir den Treibkolben mit der mittleren Geſchwindigkeit $v = 1$ Fuß auf- und niederſteigen, ſo haben wir für deſſen Querſchnitt den Inhalt:

$$F = \frac{2Q}{v} = \frac{2.1}{1} = 2 \text{ Quadratfuß,}$$

und laſſen wir das Waſſer in den Einfall- und Ausgußröhren mit $v_1 = v_2 = 5$ Fuß mittlerer Geſchwindigkeit ſich bewegen, ſo haben wir für den Querſchnitt dieſer Röhren:

$$F_1 = \frac{2Q}{v_1} = {}^2/_5 = 0{,}4 \text{ Quadratfuß.}$$

Hiernach folgt der Durchmeſſer des Treibkolbens:

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} = 1{,}5958 \text{ Fuß,}$$

und der der Einfall- und Austragröhren:

$$d_1 = d_2 = \sqrt{\frac{4F_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{1{,}6}{\pi}} = 0{,}71361 \text{ Fuß.}$$

Der Einfachheit und Sicherheit wegen wollen wir aber $d = 20$ Zoll und $d_1 = 9$ Zoll in Anwendung bringen.

Wenn wir der Ausgleichung des Stangengewichtes wegen u. ſ. w. das

Ausgußrohr 50 Fuß hoch über dem mittleren Kolbenſtande aufſteigen laſſen, alſo $h_2 = 50$ Fuß annehmen, ſo bekommen wir:

$$h_1 = h + h_2 = 400 \text{ Fuß}.$$

Nehmen wir ferner an, daß die Arenlänge l_1 der Einfallröhre 450, die der Ausgußröhre aber, alſo l_2, nur 66 Fuß betrage. Bei 20 Zoll Kolbendurchmeſſer bekommen wir:

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{25}{9} = 2{,}182 \text{ Quadratfuß},$$

daher:

$$v = \frac{2\,Q}{F} = \frac{2}{2{,}182} = 0{,}9166 \text{ Fuß}.$$

Rechnen wir nun noch auf vier Spiele pr. Minute, ſo erhalten wir den Hub:

$$s = \frac{60\,v}{2\,n} = \frac{60 \,.\, 0{,}9166}{8} = 6{,}8745 \text{ Fuß}.$$

Nehmen wir ferner die Breite e des Liderungskranzes am Treibkolben $= 1/8\,d = 2\,1/2$ Zoll an, ſo erhalten wir zunächſt die durch Treibkolbenreibung aufgezehrte Druckhöhe:

$$4\,\varphi\,\frac{e}{d}\,(h_1 + h_2) = 4 \,.\, 0{,}25 \,.\, 1/8\,(400 + 50) = \frac{450}{8} = 56{,}25 \text{ Fuß},$$

und es bleibt nach Abzug der Kolbenreibung nur noch das nutzbare Gefälle oder die Druckhöhe

$$h - 4\,\varphi\,\frac{e}{d}\,(h_1 + h_2) = 350 - 56{,}25 = 293{,}75 \text{ Fuß}$$

übrig.

Um nun die hydrauliſchen Widerſtände zu finden, müſſen wir zunächſt die Coefficienten $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ berechnen. Es iſt der eine, für die Einfallröhre,

$$\varkappa_1 = \zeta\,\frac{l_1}{d_1} + \frac{d_1^2\,l_1}{d^2\,s} + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3\left(\frac{d_1}{d_3}\right)^4 + \zeta_5\left(\frac{d_1}{d}\right)^4 + \zeta_7,$$

und der andere, für die Austragröhre,

$$\varkappa_2 = \zeta\,\frac{l_2}{d_2} + \frac{d_2^2\,l_2}{d^2\,s} + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_4\left(\frac{d_2}{d_3}\right)^4 + \zeta_6\left(\frac{d_2}{d}\right)^4 + \zeta_8,$$

hierein aber zu ſetzen:

$$\zeta = 0{,}021,\ \frac{l_1}{d_1} = \frac{450}{3/4} = 600,\ \frac{l_2}{d_2} = \frac{66}{3/4} = 88,$$

daher:

$$\zeta\,\frac{l_1}{d_1} = 0{,}021 \,.\, 600 = 12{,}6 \text{ und } \zeta\,\frac{l_2}{d_2} = 0{,}021 \,.\, 88 = 1{,}85,$$

ferner:

$$\frac{d_1^2\,l_1}{d^2\,s} = \left(\frac{9}{20}\right)^2 \cdot \frac{450}{6{,}87} = 13{,}26 \text{ und } \frac{d_2^2\,l_2}{d^2\,s} = \left(\frac{9}{20}\right)^2 \cdot \frac{66}{6{,}87} = 1{,}94.$$

Nimmt man ferner an, daß ſowohl in der Einfall- als auch in der Austragröhre eine Krümmung vorkommt, deren Radius $a = 4\,r$, für welche alſo $\frac{r}{a} = 1/4$ iſt, ſo hat man nach §. 442, Bd. I, den entſprechenden Widerſtandscoefficienten:

$$\zeta_1 = 0{,}131 + 1{,}847 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{7/2} = 0{,}15.$$

Nehmen wir ferner an, daß die Einfall- und Austragröhre mit dem Steuer-

cylinder durch ein rechtwinkeliges Knie verbunden ſind, ſo haben wir noch für beide Röhren $\zeta_2 = 0{,}984$ zu ſetzen, und iſt der Querſchnitt des Steuercylinders doppelt ſo groß, als der der Einfall- und Austragröhre, ſo haben wir:

$$d_3^2 = 2\,d_1^2 = 2\,d_2^2,$$

und daher:

$$\zeta_3 \left(\frac{d_1}{d_3}\right)^4 = {}^5/_4 = 1{,}25 \text{ ſowie } \zeta_4 \left(\frac{d_2}{d_3}\right)^4 = \frac{34{,}5}{4} = 8{,}62.$$

Endlich iſt noch

$$\zeta_5 \left(\frac{d_1}{d}\right)^4 = 31 \,.\, ({}^9/_{20})^4 = 1{,}27 \text{ und}$$

$$\zeta_6 \left(\frac{d_2}{d}\right)^4 = 26 \,.\, ({}^9/_{20})^4 = 1{,}07,$$

und ſind daher die Stellhähne in der Einfall- und in der Austragröhre völlig geöffnet, iſt alſo ζ_7 und $\zeta_8 = 0$, ſo hat man:

$$\varkappa_1 = \left\{\begin{matrix} 12{,}60 \\ 13{,}26 \\ 0{,}15 \\ 0{,}98 \\ 1{,}25 \\ 1{,}27 \end{matrix}\right\} = 29{,}51 \quad \text{und} \quad \varkappa_2 = \left\{\begin{matrix} 1{,}85 \\ 1{,}94 \\ 0{,}15 \\ 0{,}98 \\ 8{,}62 \\ 1{,}07 \end{matrix}\right\} = 14{,}61,$$

und hiernach das dem vortheilhafteſten Gange entſprechende Verhältniß der Aufgangszeit zur Niedergangszeit:

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt[3]{\frac{\varkappa_1}{\varkappa_2}} = \sqrt[3]{\frac{29{,}51}{14{,}61}} = 1{,}264;$$

daher das Verhältniß der Niedergangszeit zur Zeit eines Spieles:

$$\nu_2 = \frac{1}{1 + 1{,}264} = \frac{1}{2{,}264} = 0{,}442,$$

ſowie das der Aufgangszeit zur Zeit eines Spieles:

$$\nu_1 = 1 - \nu_2 = 0{,}558.$$

Durch Einführung dieſer Werthe erhält man die Höhe der arbeitenden Kraftſäule:

$$h - \left[4\varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_2) + {}^1/_2 \left(\frac{\varkappa_1}{\nu_1^2 d_1^4} + \frac{\varkappa_2}{\nu_2^2 d_2^4}\right) \cdot \frac{1}{2g} \left(\frac{8\,Q}{\pi}\right)^2\right]$$

$$= h - \left[4\varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_2) + {}^1/_2 \left(\frac{\varkappa_1}{\nu_1^2} + \frac{\varkappa_2}{\nu_2^2}\right) \cdot \frac{1}{2g} \cdot \left(\frac{8\,Q}{\pi\, d_1^2}\right)^2\right]$$

$$= 293{,}75 - {}^1/_2 \left(\frac{29{,}51}{0{,}3114} + \frac{14{,}61}{0{,}1951}\right) \cdot 0{,}016 \cdot \left(\frac{8 \,.\, 16}{9\,\pi}\right)^2$$

$$= 293{,}75 - (94{,}7 + 74{,}8) \,.\, {}^1/_2 \,.\, 0{,}016 \cdot \left(\frac{128}{9\,\pi}\right)^2$$

$$= 293{,}75 - 169{,}5 \,.\, 0{,}008 \cdot \left(\frac{128}{9\,\pi}\right)^2 = 293{,}75 - 27{,}86 = 265{,}89 \text{ Fuß}.$$

Hiernach folgt der Wirkungsgrad dieſer Maſchine, ohne Rückſicht auf die Arbeit, welche die Steuerung beanſprucht,

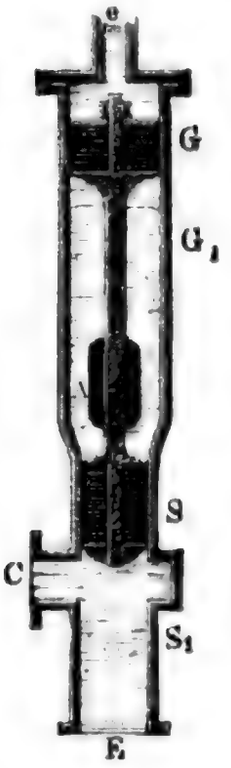
$$\eta = \frac{265{,}89}{350} = 0{,}759$$

und die Nutzleiſtung derſelben:

$$L = Q\left[h - \left(4\varphi\frac{e}{d}(h_1 + h_1) + \text{u. ſ. w.}\right)\right]\gamma = 265{,}89 \,.\, 1 \,.\, 61{,}75$$
$$= 16419 \text{ Fußpfund} = 34{,}21 \text{ Pferdekräfte.}$$

Berechnung der Steuerung. Ein ſehr wichtiger Gegenſtand iſt §. 325
noch die Anordnung und Berechnung der Steuerung einer Waſſerſäulenmaſchine. Da bei den neueren und beſſeren Maſchinen vorzüglich nur die Kolbenſteuerung vorkommt, ſo wollen wir im Folgenden auch nur auf dieſe Rückſicht nehmen. Betrachten wir zunächſt das Zweikolbenſteuerſyſtem, wie es bei einigen hieſigen Maſchinen vorkommt, und in Fig. 576 abgebildet iſt; nehmen wir hierbei an, daß der Steuerkolben S von unten mit der mittleren Druckhöhe h_1, von oben aber mit der mittleren Druckhöhe h_2 vom Waſſer gedrückt werde, und bezeichnen wir die Höhe des Gegenkolbens G über dem Steuerkolben S durch k, daher auch die Höhe des Waſſerdruckes unter G, $= h_2 - k$ und die über G, je nachdem das Druckwaſſer zugelaſſen oder abgeſperrt wird, $= h_1 - k$ oder $h_2 - k$. Nehmen wir noch den Durchmeſſer des Steuerkolbens S, $= d_1$ und den des Gegenkolbens, $= d_2$ an, und ſetzen wir voraus, daß die Liderung beider Kolben ziemlich von einer und derſelben Höhe ſei.

Fig. 576.



Steht nun die Steuerkolbenverbindung oben, wie auch Fig. 576 anzeigt, ſo ſoll das Zulaſſen des Kraftwaſſers über G ein Niedergehen der Kolbenverbindung bewirken, es muß alſo die Differenz der Waſſerdrücke auf S und G in Vereinigung mit dem Gewichte R der Kolbenverbindung die Reibungen der beiden Kolben S und G übertreffen. Der Druck über G iſt $= \frac{\pi d_2^2}{4}(h_1 - k)\gamma$, und der Gegendruck unter G, $= \frac{\pi d_2^2}{4}(h_2 - k)\gamma$, ferner der Druck über S, $= \frac{\pi d_1^2}{4} h_2 \gamma$, und der Gegendruck unter S, $= \frac{\pi d_1^2}{4} h_1 \gamma$, daher folgt dann zunächſt die niedertreibende Kraft:

$$P = \frac{\pi d_2^2}{4}(h_1 - k - h_2 + k)\gamma + \frac{\pi d_1^2}{4}(h_2 - h_1)\gamma + R$$
$$= \frac{\pi}{4}(d_2^2 - d_1^2)(h_1 - h_2)\gamma + R,$$

oder, das Gefälle $h_1 - h_2$ durch h bezeichnet,

$$P = \frac{\pi}{4}(d_2^2 - d_1^2)\, h\gamma + R.$$

Die Kolbenreibung hat man, wenn ſie auch keine hydroſtatiſche iſt, der Liderungsbreite, dem Kolbenumfange und der Differenz der Druckhöhen zu beiden Seiten des Kolbens proportional zu ſetzen, alſo durch die Formel

$$F = \varphi \pi d e h \gamma$$

auszudrücken, und folglich im vorliegenden Falle

$$P = \varphi \pi e_1 (d_1 (h_1 - h_2) + d_2 [h_1 - k - (h_2 - k)]) \gamma = \varphi \pi (d_1 + d_2) e_1 h \gamma$$

anzunehmen. Deshalb gilt dann folgende Formel:

$$\frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2) h \gamma + R = \varphi \pi (d_1 + d_2) e_1 h \gamma,$$

oder vereinfacht:

$$1) \quad d_2^2 - d_1^2 + \frac{4 R}{\pi h \gamma} = 4 \varphi e_1 (d_1 + d_2).$$

Soll hingegen die Kolbenverbindung nach Abſperren des Druckwaſſers über G von ihrem tiefſten Stande aus emporſteigen, ſo muß der Ueberſchuß der Differenz der Kolbendrücke auf S allein das Gewicht der Kolbenverbindungen und die Reibungen derſelben übertreffen, weil ſich hier die Drücke zu beiden Seiten von G aufheben, es muß alſo ſein:

$$\frac{\pi}{4} d_1^2 (h_1 - h_2) \gamma = R + \varphi \pi (d_1 + d_2) e_1 h \gamma,$$

oder einfacher:

$$2) \quad d_1^2 - \frac{4 R}{\pi h \gamma} = 4 \varphi e_1 (d_1 + d_2).$$

Dieſe Formeln können nun dazu dienen, die beiden Kolbendurchmeſſer d_1 und d_2 zu berechnen. Ohne Rückſicht auf das Gewicht R, welches bei großen Druckhöhen auch ſtets nur einen ſehr unbedeutenden Einfluß hat, iſt

$$d_2^2 - d_1^2 = 4 \varphi e_1 (d_1 + d_2) \text{ und}$$
$$d_1^2 = 4 \varphi e_1 (d_1 + d_2),$$

daher:

$$d_2^2 - d_1^2 = d_1^2 \text{ oder } d_2^2 = 2 d_1^2,$$

und ſonach der Durchmeſſer des Gegenkolbens:

$$d_2 = d_1 \sqrt{2} = 1{,}414\, d_1,$$

alſo ungefähr $^7/_5$mal Durchmeſſer des Steuerkolbens.

Der letztere wird aus der erſten Gleichung

$$d_2^2 - d_1^2 = 4 \varphi e_1 (d_1 + d_2) \text{ oder } d_2 - d_1 = 4 \varphi e_1$$

beſtimmt, wenn man hierin

$$d_2 = d_1 \sqrt{2}$$

einſetzt.

Man erhält auf dieſe Weiſe:

$$d_1 = \frac{4\varphi e_1}{\sqrt{2}-1} = (\sqrt{2}+1).4\varphi e_1 = 2{,}414.4\varphi e_1$$

und

$$d_2 = 3{,}414.4\varphi e_1.$$

Mit Berückſichtigung der Kolbengewichte iſt aber annähernd, jedoch genügend genau,

$$d_2 = \sqrt{2d_1^2 - \frac{8R}{\pi h\gamma}} = d_1\sqrt{2} - \frac{4R}{\pi h\gamma d_1\sqrt{2}}$$

$$= d_1\sqrt{2} - \frac{(\sqrt{2}-1)R}{\varphi\pi e_1 h\gamma\sqrt{2}},$$

daher folgt aus der erſten Gleichung:

$$d_2 - d_1 = 4\varphi e_1 - \frac{4R}{\pi h\gamma(d_1+d_2)},$$

d. i.:

$$(\sqrt{2}-1)d_1 = 4\varphi e_1 + \frac{(\sqrt{2}-1)}{\varphi\pi e_1 h\gamma\sqrt{2}}R - \frac{(\sqrt{2}-1)R}{\varphi\pi e_1 h\gamma(\sqrt{2}+1)},$$

folglich:

$$d_1 = (\sqrt{2}+1)4\varphi e_1 + \frac{(2-\sqrt{2})R}{2\varphi\pi e_1 h\gamma}$$

und

$$d_2 = (\sqrt{2}+2)4\varphi e_1 + \frac{(3\sqrt{2}-4)R}{2\varphi\pi e_1 h\gamma}.$$

Der Sicherheit wegen macht man beide Durchmeſſer noch etwas größer, und tödtet die überflüſſige Kraft beim zu ſchnellen Steuerkolbenſpiele durch die ſchon aus dem Früheren bekannten Regulirungshähne. Den Beobachtungen an beſtehenden beſſeren Maſchinen zufolge, kann man übrigens $4\varphi e_1$ nur 0,1, alſo $\varphi e_1 = {}^1/_{40}$ Fuß annehmen. Um beim Durchgange des Kraftwaſſers durch den Steuercylinder möglichſt kleine hydrauliſche Hinderniſſe zu erhalten, giebt man dieſem Cylinder an dieſer Stelle gern denſelben Querſchnitt wie den Communications- und Einfallröhren, und wenn nun die Formeln auf einen Durchmeſſer d_1 führen, welcher kleiner iſt als der Durchmeſſer der Einfallröhren, ſo kann man gleich im Voraus darauf rechnen, daß eine überflüſſige Kraft entſteht, welche durch die Stellhähne vermindert werden muß.

Beiſpiel. Es ſei für die Steuerung einer Waſſerſäulenmaſchine von 400 Fuß Gefälle das Zweikolbenſyſtem anzuordnen, deſſen Gewicht man im Voraus auf 150 Pfund ſchätzt. Ohne Rückſicht auf dieſes Kolbengewicht hat man die Durchmeſſer

$$d_1 = 2{,}414.4\varphi e_1 = 2{,}414.0{,}1 = 0{,}2414 \text{ Fuß} = 2{,}897 \text{ Zoll}$$

und

$d_2 = 3{,}414 \,.\, 0{,}1 = 0{,}3414$ Fuß $= 4{,}097$ Zoll;

mit Berückſichtigung dieſes Gewichtes aber

$$d_1 = 0{,}2414 + \frac{0{,}586 \,.\, 150}{0{,}05 \,.\, 400 \,.\, 61{,}74\,\pi} = 0{,}2414 + \frac{0{,}586}{8{,}23\,.\,\pi} = 0{,}414 + 0{,}0227$$

$= 0{,}2641$ Fuß $= 3{,}169$ Zoll und

$$d_2 = 0{,}3414 + \frac{0{,}243 \,.\, 150}{0{,}05 \,.\, 400 \,.\, 61{,}74\,\pi} = 0{,}3414 + 0{,}0094 = 0{,}3508 \text{ Fuß} = 4{,}209 \text{ Zoll}.$$

Hinreichend ſicher geht man, wenn man nun die Durchmeſſer $d_1 = 3\frac{1}{2}$ Zoll und $d_2 = 5$ Zoll in Anwendung bringt. Bei dieſem kleinen Gegenkolben iſt allerdings nur ein kleines Steuerwaſſerquantum nöthig, dafür findet aber auch das Waſſer bei ſeinem Durchgange durch den Steuercylinder ein größeres hydrauliſches Hinderniß vor. Nimmt man deshalb $d_1 = 6$ Zoll, ſo muß man allerdings mindeſtens $d_2 = d_1\sqrt{2} = 1{,}414 \,.\, 6 = 8{,}484$ Zoll, alſo etwa $8\frac{3}{4}$ bis 9 Zoll machen, und die überflüſſigen Kräfte beim Auf- und Niedergange, durch die Stellhähne vernichten.

§. 326 Bei dem Dreikolbenſyſteme iſt der Gang der Berechnung im Ganzen nicht von dem Vorigen verſchieden, nur hat man hier den Vortheil, daß man den einen Kolbendurchmeſſer beliebig, z. B. den eigentlichen Steuerkolbendurchmeſſer ſo groß annehmen kann, als die Einfallröhre weit iſt. Die Steuerung bei der in Fig. 569 abgebildeten zweicylinderigen Waſſerſäulenmaſchine wird hiernach auf folgende Weiſe zu berechnen ſein. Bezeichnen wir den Durchmeſſer des unteren oder erſten Steuerkolbens durch d_1, den des zweiten durch d_2 und den des oben aufſitzenden Gegenkolbens durch d_3, ſo können wir wegen des nöthigen Niederganges ſetzen:

$$1)\quad d_1^2 - d_2^2 + d_3^2 + \frac{4R}{\pi h \gamma} = 4\varphi e_1 (d_1 + d_2 + d_3),$$

und wegen des Aufganges:

$$2)\quad d_2^2 - d_1^2 - \frac{4R}{\pi h \gamma} = 4\varphi e_1 (d_1 + d_2 + d_3).$$

Aus d_1 laſſen ſich nun mit Hülfe dieſer Formeln d_2 und d_3 berechnen. Der Sicherheit und der hydrauliſchen Hinderniſſe wegen nimmt man aber d_2 noch etwas größer an, als ſich aus dieſen Formeln berechnen läßt. Führt man dieſen Werth in die Formel

$$2(d_1^2 - d_2^2) + d_3^2 + \frac{8R}{\pi h \gamma} = 0$$

ein, ſo erhält man den Werth des Durchmeſſers vom dritten Kolben:

$$d_3 = \sqrt{2(d_2^2 - d_1^2) - \frac{8R}{\pi h \gamma}},$$

den man aus den eben angeführten Gründen ebenfalls ſehr reichlich nimmt.

Für die Steuerung der in Fig. 572 abgebildeten Waſſerſäulenmaſchine laſſen ſich folgende Formeln entwickeln. Es bezeichnet h_1 die mittlere Höhe der Kraft- und h_2 die der Laſtwaſſerſäule, ferner d_1 den Durchmeſſer des Steuerkolbens, d_2 den des Gegenkolbens und d_3 den Durchmeſſer ſeines gleichſam einen dritten Kolben bildenden Aufſatzes. Es iſt dann die Kraft beim Niedergange:

$$\frac{\pi}{4}\left[d_1^2\,(h_1 - h_2) + (d_2^2 - d_3^2)\,h_1 - d_2^2\,h_1\right]\gamma + R,$$

und die des Aufganges:

$$\frac{\pi}{4}\left[d_2^2\,h_1 - (d_2^2 - d_3^2)\,h_2 - d_1^2\,(h_1 - h_2)\right]\gamma - R;$$

daher:

$$1)\ d_1^2 - \frac{h_1}{h}\,d_3^2 + \frac{4\,R}{\pi\,h\,\gamma} = 4\,\varphi\,e_1\,(d_1 + d_2 + d_3)\ \text{und}$$

$$2)\ d_2^2 - d_1^2 + \frac{h_2}{h}\,d_3^2 - \frac{4\,R}{\pi\,h\,\gamma} = 4\,\varphi\,e_1\,(d_1 + d_2 + d_3).$$

Hat man d_1 gegeben, ſo kann man hiernach d_2 und d_3 berechnen, muß aber aus bekannten Gründen für d_2 einen etwas größeren, ſowie für d_3 einen etwas kleineren Werth in Anwendung bringen. Uebrigens rechnet man leichter mit den Formeln

$$1)\ d_2^2 - d_3^2 = 8\,\varphi\,e_1\,(d_1 + d_2 + d_3)\ \text{und}$$

$$2)\ d_3^2 + \left(\frac{h_1 + h_2}{h}\right)d_3^2 = 2\,d_1^2 + \frac{8\,R}{\pi\,h\,\gamma}.$$

Für die in Fig. 577 (a.f.S) abgebildete und bereits oben im Allgemeinen kennen gelernte Steuerung einer Clausthaler Waſſerſäulenmaſchine hat man endlich, wenn d_1 den Durchmeſſer des Steuerkolbens, d_2 den Durchmeſſer des oberen oder Gegenkolbens und d_3 den des unteren oder Wendekolbens bezeichnet, die Kraft beim Niedergange:

$$\frac{\pi}{4}\left[d_1^2\,(h_1 - h_2) - d_2^2\,h_1)\right]\gamma + R,$$

und hingegen beim Aufgange:

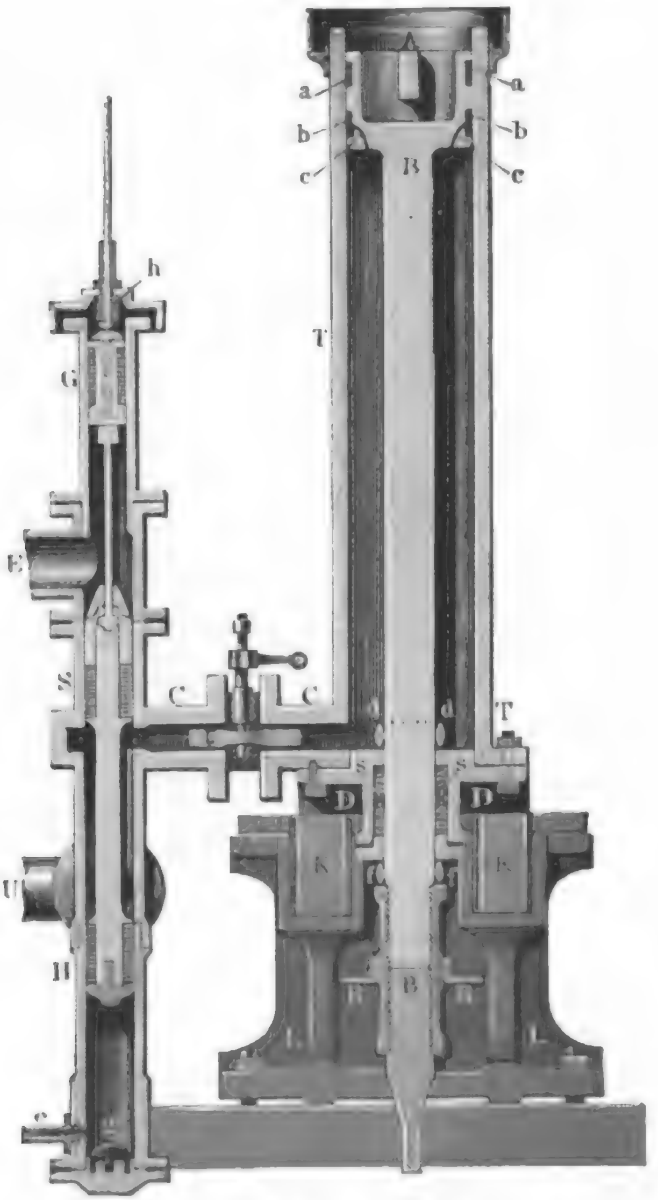
$$\frac{\pi}{4}\left[d_3^2\,(h_1 - h_2) - d_1^2\,(h_1 - h_2) + d_2^2\,h_1\right]\gamma - R;$$

daher:

$$1)\ d_1^2 - \frac{h_1}{h}\,d_2^2 + \frac{4\,R}{\pi\,h\,\gamma} = 4\,\varphi\,e_1\,(d_1 + d_2 + d_3)\ \text{und}$$

$$2)\ d_3^2 - d_1^2 + \frac{h_1}{h} d_2^2 - \frac{4R}{\pi h \gamma} = 4 \varphi e_1 (d_1 + d_2 + d_3).$$

Fig. 577.



Beiſpiel. Wenn bei der letzten Maſchine die Druckhöhen $h_1 = 688$ Fuß und $h_2 = 75$ Fuß betragen, ferner das Gewicht R der Kolbenverbindung 170 Pfund und der Steuerkolbendurchmeſſer $d_1 = 1/2$ Fuß angenommen wird, ſo ergeben ſich die Durchmeſſer der übrigen Kolben auf folgende Weiſe.

Es iſt $d_3^2 = 8 \varphi e_1 (d_1 + d_2 + d_3)$ und auch $= 2 d_1^2 - \frac{2 h_1}{h} d_2^2 + \frac{8 R}{\pi h \gamma}$, oder in Zahlen:

$$d_3^2 = 0{,}2\ (0{,}5 + d_2 + d_3) \text{ und } = 0{,}5 - 2{,}248\ d_2^2 + 0{,}0114.$$

Nimmt man nun $d_2 = 0{,}3$ Fuß an, ſo erhält man ein Mal:

$d_3^2 = 0{,}5114 - 0{,}2023 = 0{,}3091$, alſo $d_3 = 0{,}556$,

und hiernach das zweite Mal:

$d_3^2 = 0{,}2 \,.\, 1{,}356 = 0{,}2712$, d. i. $d_3 = 0{,}5207$,

nimmt man aber $d_2 = 0{,}33$ an, ſo erhält man:

$d_3^2 = 0{,}5114 - 0{,}2448 = 0{,}2666$, daher $d_3 = 0{,}516$, und auch

$d_3^2 = 0{,}2 \,.\, 1{,}346 = 0{,}2692$, folglich $d_3 = 0{,}519$.

Hiernach wäre $d_2 = 0{,}33 \,.\, 12 = 3{,}96$, alſo circa 4 Zoll, und $d_3 = 0{,}52 \,.\, 12 = 6{,}24$, alſo circa $6\frac{1}{4}$ Zoll zu nehmen. In Wirklichkeit iſt $d_2 = 4$ Zoll 1,6 Linien und $d_3 = 5$ Zoll $9\frac{2}{3}$ Linien, woraus geſchloſſen werden kann, daß hier 4φ noch etwas kleiner als 0,1 ausfällt.

Anmerkung. Um genauer zu rechnen, müßte man noch den Querſchnitt der Steuerkolbenſtange in Betracht ziehen.

Steuerwasserquantum. Das Steuerwaſſerquantum oder das Waſſer, welches zur Bewegung der Steuerkolbenverbindung verwendet wird, giebt zu einem beſonderen Arbeitsverluſte oder zur Herabziehung des Wirkungsgrades Veranlaſſung, weil es dem eigentlichen Betriebswaſſer entzogen wird. Man ſoll es daher auch ſo viel wie möglich herabziehen und deshalb nicht nur den Gegenkolbendurchmeſſer d_3, ſondern auch den Weg des Steuerkolbens möglichſt klein machen. Dieſer Weg hängt aber von der Höhe des Steuerkolbens und von der Höhe der Communicationsröhre, und erſtere wieder von der letzteren ab; aus dieſem Grunde hat man alſo die Communicationsröhre, welche den Steuercylinder mit dem Treibcylinder verbindet, möglichſt niedrig zu machen, und das Fehlende lieber an Breite zuzuſetzen. Deshalb iſt denn auch dieſe Röhre gewöhnlich rectangulär im Querſchnitte und hat mit dem Treibcylinder einerlei Weite d. Soll der Querſchnitt dieſer Röhre dem der Einfallröhre gleich ſein, ſo hat man: §. 327

$$ad = \frac{\pi d_1^2}{4},$$

folglich die Höhe der Communicationsröhre

$$a = \frac{\pi d_1^2}{4d}$$

zu nehmen. Damit der Steuerkolben beim halben Hube richtig abſchließe, macht man ihn dreimal ſo hoch als die Röhre, nimmt alſo deſſen Höhe $a_1 = 3a$, deshalb iſt der Steuerkolbenweg ſelbſt:

$$s_1 = a_1 + a = 3a + a = 4a,$$

und das pr. Spiel verbrauchte Steuerwaſſerquantum:

$$= \frac{\pi d_3^2}{4} s_1 = \pi a d_3^2.$$

Macht nun die Maſchine pr. Minute n Spiele, ſo iſt das pr. Secunde verbrauchte Steuerwaſſerquantum:

$$Q_1 = \frac{n s_1}{60} \cdot \frac{\pi d_3^2}{4} = \frac{n a}{60} \pi d_3^3,$$

und daher der entſprechende Verluſt an Leiſtung pr. Secunde:

$$L_1 = \frac{n s_1}{60} \cdot \frac{\pi d_3^2}{4} \cdot h\gamma = \frac{s_1}{s} \left(\frac{d_3}{d}\right)^2 L.$$

Es wird alſo dieſer Verluſt um ſo kleiner, je größer der Treibkolbenhub s iſt, je weniger Spiele alſo die Maſchine macht.

Was endlich noch die äußere ſowie die Hülfsſteuerung anlangt, ſo iſt die Kraft, welche die Bewegung derſelben beanſprucht, ſo klein, daß wir dieſelbe recht gut außer Acht laſſen oder uns wenigſtens mit deren Abſchätzung begnügen können. Ueber die hierbei vorkommende Umſetzung der Bewegung wird aber ſpäter an einem anderen Orte, wenn von den Zwiſchenmaſchinen die Rede iſt, ausführlich gehandelt.

Beiſpiel. Wenn bei der im Beiſpiele zu §. 324 berechneten Waſſerſäulenmaſchine ein Steuerkolben von 9 Zoll Durchmeſſer und daher ein Gegenkolben von $9\sqrt{2} = 13$ Zoll angewendet wird, wenn ferner die Communicationsröhre die Höhe

$$a = \frac{\pi d_1^2}{4 d} = \frac{9^2 \pi}{4 . 20} = \frac{81 \pi}{80} = 3{,}18 \text{ Zoll},$$

und deshalb der Steuerkolben die Höhe

$$a_1 = 3 a = 9{,}54 \text{ Zoll}$$

erhält, und ſein Spiel den Hub

$$s_1 = a_1 + a = 12{,}72 \text{ Zoll} = 1{,}06 \text{ Fuß}$$

beträgt, ſo hat man das Steuerwaſſerquantum pr. Spiel:

$$V_1 = \frac{\pi}{4} (13/12)^2 . 1{,}06 = 0{,}977 \text{ Cubikfuß},$$

und daher den entſprechenden Arbeitsverluſt pr. Secunde:

$$L_1 = \frac{n}{60} \cdot 0{,}977 . h\gamma = 1/60 . 0{,}977 . 350 . 61{,}75$$

$$= 1408 \text{ Fußpfund oder circa 3 Pferdekräfte}.$$

Sicherlich würde man ökonomiſcher zu Werke gehen, wenn man einen ſchwächeren Steuerkolben und eine niedrigere Communicationsröhre anwendete, denn wenn man auch dadurch die hydrauliſchen Hinderniſſe etwas vermehrte, ſo würde man doch dadurch an Leiſtung nicht ſo verlieren, als durch Erſparniß an Steuerwaſſer gewinnen.

§. 328 **Erfahrungsresultate.** Ueber die Leiſtungen der Waſſerſäulenmaſchinen ſind erſchöpfende Verſuche nicht angeſtellt worden. In der Regel werden dieſe Maſchinen nur in Bergwerken zum Heben des Waſſers durch Pumpen verwendet, und es erſtrecken ſich die gemachten Verſuche höchſtens nur auf die Ermittelung der Leiſtung von der ganzen aus der Waſſerſäulenmaſchine und aus Pumpen beſtehenden Maſchine. Da nun aber über die Pumpen ſelbſt hinreichend ſichere Beobachtungen ebenfalls nicht bekannt ſind,

ſo läßt ſich allerdings mit aller Sicherheit der Wirkungsgrad der Waſſerſäulenmaſchine nicht berechnen. Dagegen iſt es ſehr leicht, eine angenäherte Beſtimmung dieſes Wirkungsgrades zu finden, wenn man die Vorausſetzung macht, daß die Wirkungsgrade der Waſſerſäulenmaſchinen und Pumpen in einem beſtimmten Verhältniſſe zu einander ſtehen; dieſe Vorausſetzung läßt ſich aber recht gut machen, da beide Maſchinen in ihrer Conſtruction und Bewegungsweiſe einander ſehr ähnlich ſind. Gewiß rechnet man nicht zum Vortheil für die Waſſerſäulenmaſchine und entfernt ſich überhaupt nicht ſehr von der Wahrheit, wenn man den Arbeitsverluſt der ganzen Maſchine zur Hälfte der Waſſerſäulen- und zur Hälfte der Pumpenmaſchine beimißt. Die Rechnung hierbei iſt ſehr einfach. Die disponible Leiſtung iſt:

$$L = \frac{n}{60}\,(Fs + F_1 s_1)\,h\gamma,$$

wofern F_1 den Querſchnitt und s_1 den Hub des Wendekolbens bezeichnet, die gewonnene Leiſtung aber iſt $\frac{ns}{60}\,F_2 h_2 \gamma$, wenn F_2 den Querſchnitt der Pumpenkolben und h_2 die Höhe bezeichnet, auf welche das Waſſer durch die Pumpen gefördert wird. Der Arbeitsverluſt iſt daher:

$$L_1 = \frac{n}{60}\,(Fs + F_1 s_1)\,h\gamma - \frac{ns}{60}\,F_2 h_2 \gamma$$

$$= \frac{n}{60}\,[(Fs + F_1 s_1)\,h - F_2 s h_2]\,\gamma,$$

und demnach der Wirkungsgrad der Waſſerſäulenmaſchine:

$$\eta = 1 - {}^1/_2\,\frac{(Fs + F_1 s_1)\,h - F_2 s h_2}{(Fs + F_1 s_1)\,h} = {}^1/_2 + \frac{F_2 s h_2}{2\,(Fs + F_1 s_1)\,h}$$

$$= {}^1/_2\,(1 + \eta_1),$$

wenn η_1 den Wirkungsgrad der ganzen Maſchine bezeichnet. Hierbei wird freilich vorausgeſetzt, daß Waſſerverluſte nicht vorkommen; bei gutem Zuſtande der Maſchinen ſind dieſe aber ſo klein, daß man ſie außer Acht laſſen kann. Unter Anderem findet Herr Jordan, der Erbauer der Clausthaler Maſchine den mittleren Waſſerverluſt bei der Waſſerſäulenmaſchine $= {}^1/_4$ und den der Pumpen $= 2\,{}^1/_4$ Procent. Die Ausführung der Verſuche iſt nun dadurch zu bewirken, daß man die Regulirungsapparate in der Einfall- und Austragröhre vollſtändig öffnet, und die Steighöhe der Pumpen ſo weit erhöht, bis die Maſchine regelmäßig die verlangte Anzahl von Spielen vollbringt.

Durch Verſuche der Art fand Jordan an der einen der zwei Schweſtermaſchinen in Clausthal: bei 4 Spielen pr. Minute, $\eta_1 = 0{,}6568$ und bei 3 Spielen, $\eta_1 = 0{,}7055$, und es iſt daher im erſten Falle

$$\eta = \frac{1{,}6568}{2} = 0{,}8284,$$

und im zweiten

$$\eta = \frac{1{,}7055}{2} = 0{,}8527,$$

folglich im Mittel

$$\eta = \frac{1{,}6811}{2} = 0{,}84$$

anzunehmen.

Wenn es nicht thunlich iſt, die höchſte Wirkung einer Waſſerſäulenmaſchine durch Vergrößerung der Steighöhe des Pumpenwerks zu erlangen, ſo kann man auch den zur Ermittelung des Wirkungsgrades nöthigen regelmäßigen Gang durch Verminderung der Kraftwaſſerſäule ſich verſchaffen; jedoch iſt dieſes Verfahren nur dann zuläſſig, wenn die Kraftreſerve der Maſchine nicht bedeutend, und alſo auch die abzutragende Waſſerſäule nicht ſehr hoch iſt. Hierorts hat man die Verminderung der Waſſerſäule bloß durch wirkliches Einfallen des Aufſchlagwaſſers in die Einfallröhre bewirkt, und den eigentlichen Waſſerſtand in dieſer durch eine an einen Faden aufgehängte Schwimmkugel gemeſſen. Auf dieſe Weiſe hat ſich bei der Waſſerſäulenmaſchine auf Alte Mordgrube, wenn dieſelbe pr. Minute drei Spiele machte,

$$\eta_1 = 0{,}684,$$

folglich der Wirkungsgrad der bloßen Waſſerſäulenmaſchine

$$\eta = \frac{1{,}684}{2} = 0{,}84$$

herausgeſtellt.

Die meiſten Angaben über die Wirkung anderer Waſſerſäulenmaſchinen ſind zu unſicher, um ihnen einen Werth beilegen zu können, weil ſie ſich auf Beobachtungen bei nicht völlig geöffneter Tagepipe ſtützen und die Stellung dieſer nicht hinreichend genau beobachtet worden iſt. Nimmt man den einer gewiſſen Stellung dieſer Pipe entſprechenden Widerſtandscoefficienten ξ aus der Tabelle in Bd. I, §. 443, ſo läßt ſich daraus das hierbei durch dieſen Apparat vernichtete Gefälle y berechnen, indem man ſetzt:

$$y = \xi \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \xi \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

und man kann daher auch den Wirkungsgrad durch die Formel

$$\eta = {}^1/_2 \left[1 + \frac{F_2 s h_2}{F s \left[h - \xi \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \frac{v^2}{2g} \right] + F_1 s_1 h} \right]$$

berechnen.

Beiſpiel. Eine Waſſerſäulenmaſchine conſumirt pr. Spiel 10 Cubikfuß Kraft- und 0,4 Cubikfuß Steuerwaſſer, das Gefälle derſelben iſt 300 Fuß, ferner die

mittlere Geſchwindigkeit des Waſſers in der Einfallröhre 6 Fuß und die Stellung der in einem kreisförmigen Droſſelventile beſtehenden Tagepiepe, 60°. Wenn nun durch dieſelbe pr. Spiel ein Waſſerquantum von 3,5 Cubikfuß 420 Fuß hoch gehoben wird, wie groß iſt der Wirkungsgrad dieſer Maſchine zu ſetzen? Nach Bd. I, §. 443 iſt für 60° Stellung der Klappe, $\zeta = 118$, daher:

$$\zeta \cdot \frac{v_1^2}{2g} = 118 \,.\, 0{,}016 \,.\, 6^2 = 68 \text{ Fuß},$$

folglich läßt ſich ſetzen:

$$\eta = \tfrac{1}{2}\left(1 + \frac{3{,}5 \,.\, 420}{10\,(300 - 68) + 0{,}4 \,.\, 300}\right) = \tfrac{1}{2}\left(1 + \frac{3{,}5 \,.\, 42}{232 + 12}\right)$$
$$= \tfrac{1}{2} \,.\, 1{,}6025 = 0{,}81.$$

Waſſerſäulenmaſchinen mit Rädern verglichen. Vergleichen §. 329
wir die Waſſerſäulenmaſchinen mit den Waſſerrädern, ſo finden wir allerdings manche Vorzüge dieſer Maſchinen gegen die Räder, wiewohl auf der anderen Seite auch die Waſſerräder ihre beſonderen Vorzüge beſitzen. Die Waſſerräder haben jedenfalls den Vorzug der Einfachheit und Wohlfeilheit vor den Waſſerſäulenmaſchinen, und aus dieſem Grunde wird man da, wo ſich Waſſerräder mit Vortheil anwenden laſſen, alſo bei Gefällen von noch nicht 60 Fuß, die Anwendung eines oberſchlägigen Waſſerrades, und ſogar bei Gefällen von 100 Fuß zuweilen ſogar die Anwendung zweier oberſchlägigen Waſſerräder den Vorzug geben vor einer Waſſerſäulenmaſchine. Beträgt aber das Gefälle mehr als zwei größte Radhöhen, ſo iſt wohl in den meiſten Fällen eine Waſſerſäulenmaſchine vortheilhafter als ein ganzes Räderſyſtem, deſſen Anſchaffungs- und Unterhaltungskoſten vielleicht die einer Waſſerſäulenmaſchine noch übertreffen. Bei hohen Gefällen kann man aber auch horizontale Waſſerräder anwenden; es bleibt daher hier nur zu erörtern übrig, wie ſich die Waſſerſäulenmaſchinen gegen dieſe Räder verhalten. In Hinſicht auf Einfachheit und Wohlfeilheit iſt allerdings auch dieſen Rädern ein, und zwar beachtungswerther Vorzug zu geben, weil dieſelben bei hohen Gefällen ſehr klein und daher verhältnißmäßig ſehr wohlfeil ausfallen. Ganz anders iſt es freilich in Hinſicht auf die Leiſtung oder den Wirkungsgrad. Bei hohen Gefällen läßt ſich von den Turbinen oder Reactionsrädern höchſtens ein Wirkungsgrad von 0,70 erlangen, bei Waſſerſäulenmaſchinen hingegen ein Wirkungsgrad von 0,80. In Hinſicht auf die Leiſtung ſind alſo die Waſſerſäulenmaſchinen den horizontalen Waſſerrädern vorzuziehen, den oberſchlägigen Waſſerrädern aber mindeſtens an die Seite zu ſtellen. Hiernach wird alſo bei hohen Gefällen da, wo es nöthig iſt, die Kraft ſehr zu ſparen, den Waſſerſäulenmaſchinen der Vorzug zu geben, und da, wo ein Mangel an Waſſerkraft nicht vorhanden iſt und wo es auf Koſtenerſparung ankommt, werden die Turbinen vorzuziehen ſein.

Hierzu kommt aber noch, daß Waſſerſäulenmaſchinen nur eine auf- und niedergehende, Turbinen hingegen eine ſtetig rotirende Bewegung geben, aus

welcher ſich jede andere Bewegung leicht ableiten läßt, was bei der erſten Bewegungsweiſe nicht ſo leicht möglich iſt. Aus dieſem Grunde findet man die Waſſerſäulenmaſchinen nur ſelten, und zwar vorzüglich nur beim Bergbau zum Waſſerheben angewendet.

Den Nachtheil, daß man die überflüſſige oder Reſervekraft durch Stellung der Tagepipe oder eines anderen Regulirungsapparates tödten muß, haben die Waſſerſäulenmaſchinen mit den Turbinen gemeinſchaftlich.

Anmerkung. Wie ſich Waſſerſäulenmaſchinen durch Kuppelung, Vorgelege u. ſ. w. zur Erzeugung einer rotirenden Bewegung verwenden laſſen, kann erſt päter bei den Arbeitsmaſchinen auseinandergeſetzt werden.

§. 330 **Kettenräder.** Noch hat man andere Maſchinen, welche zwar durch die Kraft des Waſſers in Bewegung geſetzt werden, aber weder den Rädern, noch den Waſſerſäulenmaſchinen beizuzählen ſind, ſondern ſich mehr zwiſchen dieſe ſtellen laſſen. Unter dieſen Maſchinen wollen wir aber folgenden einige Aufmerkſamkeit ſchenken.

Das **Kolbenrad** (franz. roue à piston; engl. chain of buckets) iſt

Fig. 578.

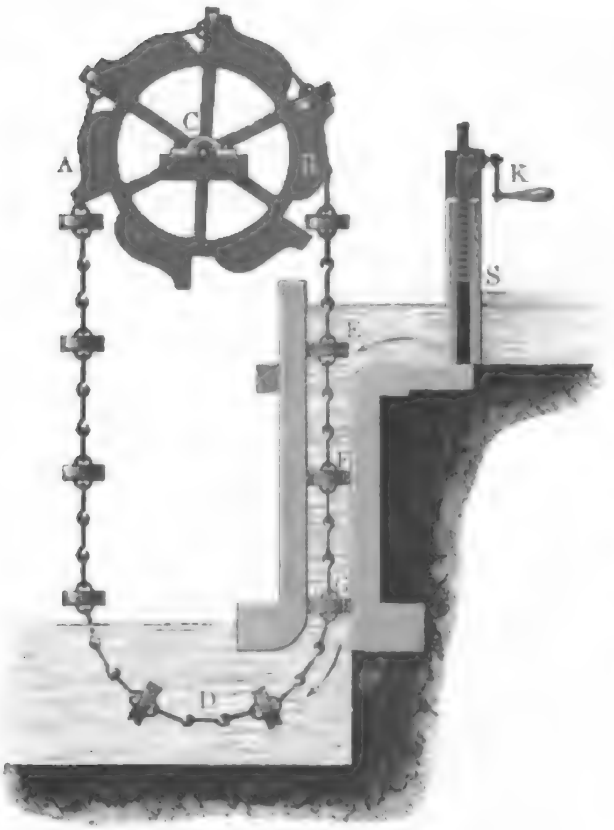
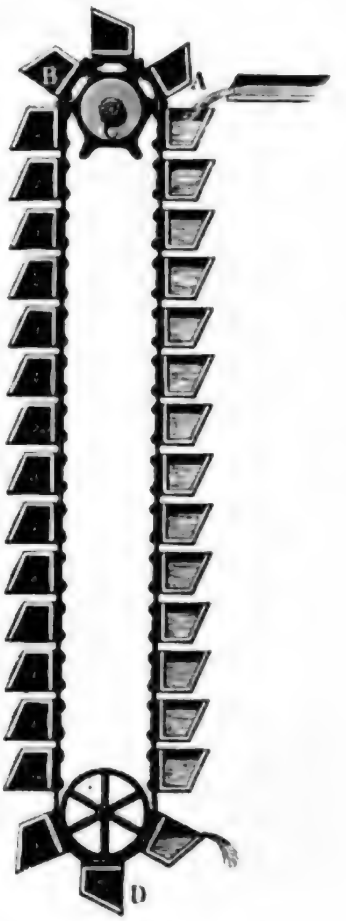


Fig. 579.



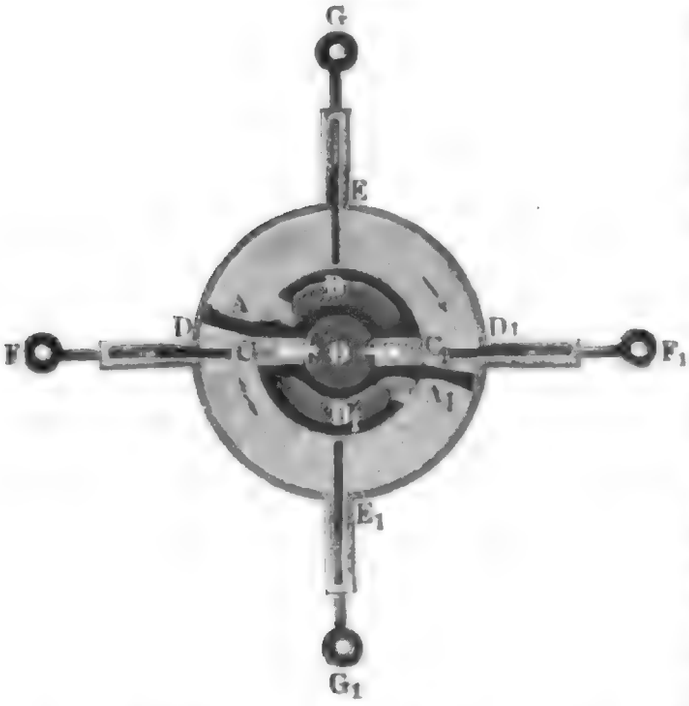
in neueſter Zeit wieder von Lamolières als Kraftmaſchine angewendet worden (ſ. Technologiſte, Sept. 1845, oder Polytechniſches Centralblatt, Bd. VII, 1846). Die Haupttheile dieſer Maſchine ſind ein Rad ACB, Fig. 578, eine um daſſelbe liegende Kette ADB mit Kolben E, F, G u. ſ. w., und eine Röhre EG, durch welche die Kette ſo hindurchgeht, daß ihre Kolben den Querſchnitt der Röhre ziemlich genau ausfüllen. Das bei E oben zufließende Waſſer ſinkt in der Röhre EG nieder und drückt hierbei auf die Kolben F, G, ſo daß dieſe ebenfalls mit niedergehen und dadurch die ganze Kette mit dem Rade AB, an das nun eine Laſt angeſchloſſen werden kann, in Bewegung ſetzen. Lamolières' Kolbenrad beſteht aus zwei Ketten und aus 10 bis 15 mit Leder abgeliderten Schaufeln. Dieſelben ſind elliptiſch geformt und achtmal ſo lang als breit. Das Rad beſteht aus zwei Scheiben mit ſechs Einſchnitten zur Aufnahme der Schaufeln. Bei einem Gefälle von 2 Meter, einer Schaufelfläche von 0,0246 Quadratmeter, einem Aufſchlag Q von 31 Liter und einer Umdrehungszahl u von 36 bis 39 ſoll ſich ein Wirkungsgrad von 0,71 bis 0,72 herausgeſtellt haben.

Ein ähnlicher Apparat iſt die Eimerkette (franz. noria, chapelet, engl. chain of buckets). Hier ſind Gefäße oder Eimer mit der Kette ABD, Fig. 579 verbunden, und dafür fehlt die Röhre ganz. Das bei A oben zufließende Waſſer füllt die Eimer, nöthigt dieſe dadurch zum Niederſinken und bringt ſo die Kette mit dem Rade ACB in Bewegung. Das Waſſer fließt natürlich unten aus den Eimern und dieſe ſteigen auf der anderen Seite leer empor. Dieſe Maſchinen ſollten einen großen Wirkungsgrad geben, weil ſie beinahe das ganze Gefälle nutzbar machen, allein ſie gehören doch zu den unvollkommenſten Maſchinen, weil ſie zu viel bewegliche Theile haben, die ſich bald abführen und zu beſonderen Verluſten und immerwährenden Reparaturen Veranlaſſung geben.

Anmerkung 1. Endlich laſſen ſich auch die ſogenannten Rotationspumpen, Rotationsdampfmaſchinen u. ſ. w. zur Aufnahme der Waſſerkraft benutzen. In Fig. 580 (a. f. S.) iſt der Durchſchnitt von einer der vorzüglichſten Maſchinen dieſer Art abgebildet. Der Verfaſſer hat dieſe Maſchine Waſſerſäulenrad genannt und eine Beſchreibung und Theorie deſſelben im Polytechn. Centralblatt, Jahrgang 1840, Nro. 9 niedergelegt. Es iſt BOB_1 eine ſtarke und genau abgedrehte Welle, und es ſind A und A_1 zwei mit ihr feſt verbundene Flügel, welche hier als Kolben dienen. Dieſe Kolben ſind von einem feſtſtehenden Gehäuſe DED_1E_1 genau umſchloſſen, und es iſt daſſelbe mit vier Schiebern DF, D_1F_1, EG und E_1G_1, welche durch die Maſchine ſelbſt heraus- und hereingezogen werden und dadurch das Steuern der Maſchine hervorbringen, verſehen. Die Welle iſt der Länge nach dreifach durchbohrt, und jede Bohrung hat auch noch eine Seitenbohrung innerhalb des Gehäuſes. Das Kraftwaſſer fließt durch die innere Bohrung O zu, tritt durch die Seitenbohrungen C und C_1 in den, übrigens abgeſchloſſenen, hohlen Raum zwiſchen Welle und Gehäuſe, drückt dabei gegen den

Kolben A und A_1 und ſetzt dadurch die Welle in Umdrehung. Damit dieſe Umdrehung durch die Schieber nicht geſtört werde, müſſen ſich dieſelben ſtets zurückziehen, ehe die Kolben bei denſelben ankommen, damit aber auch auf der entgegengeſetzten Seite der Kolben kein Kraftwaſſer drücke, müſſen die Schieber nach dem Durchgange der Kolben wieder zurückgehen und dadurch die Räume ABE und $A_1B_1E_1$ abſperren, welche nur mit den Bohrungen B und B_1 communiciren, durch die das Waſſer nach vollbrachter Wirkung abgeführt wird.

Fig. 580.



Anmerkung 2. Zu den Kolbenmaſchinen iſt auch die Maſchine zu rechnen, welche ihr Erfinder L. G. Girard „Moteur pompe“ genannt hat. S. Delaunay's Cours de Mécanique, II. Partie.

Schlußanmerkung. Wir theilen nun noch die Literatur und Notizen über die Statiſtik der Waſſerſäulenmaſchinen mit. Belidor beſchreibt in ſeiner Architecture hydraulique eine Waſſerſäulenmaſchine mit horizontalem Treibcylinder, auch erfährt man von ihm, daß ſchon 1731 die Herren Deniſard und de la Duaille eine Art Waſſerſäulenmaſchine conſtruirt haben. Dieſelbe hatte jedoch nur 9 Fuß Gefälle und trieb durch einen Kolben etwa nur den zwanzigſten Theil des Kraftwaſſers 32 Fuß höher. Wie es ſcheint, ſo iſt jedoch die Waſſerſäulenmaſchine zum Waſſerheben beim Bergbau zuerſt von Winterſchmidt und bald nachher auch von Höll erfunden oder wenigſtens verbeſſert worden. Das Nähere über dieſe Erfindung iſt nachzuleſen in Buſſe's Betrachtung der Winterſchmidt'ſ- und Höll'ſchen Waſſerſäulenmaſchine u. ſ. w., Freiberg, 1804. Eine Beſchreibung und Zeichnungen der Winterſchmidt'ſchen Maſchinen findet man in Galvör's hiſtoriſch-chronologiſcher Nachricht u. ſ. w. des Maſchinenweſens u. ſ. w. auf dem Oberharze, Braunſchweig, 1763. Die Höll'ſche Maſchine lernt man aus der Anleitung zur Bergbaukunſt von Delius, Wien 1773, und aus der Beſchreibung der bei dem Bergbau zu Schemnitz errichteten Maſchinen von Poda, Prag 1771, kennen. Jetzt im Gange befindliche Waſſerſäulenmaſchinen finden ſich in Baiern, Sachſen, am Harz, in Ungarn, Kärnthen, in der Bretagne u. ſ. w. vor. Von den baieriſchen Maſchinen werden wir ſpäter, wenn vom Waſſerheben die Rede iſt, handeln, übrigens aber ſind bis jetzt ausführliche Beſchreibungen von dieſen Maſchinen gar nicht vorhanden, doch findet man Manches hierüber in Langsdorf's Maſchinenkunde, in Hachette's Traité élémentaire des Machines, und in Flachat's Traité élémentaire de Mécanique. Die Hauptverhältniſſe der von Brendel in Sachſen ausgeführten Waſſerſäulenmaſchinen findet man in Gerſtner's Mechanik angegeben, wo auch die Kärnthner oder Bleiberger Maſchinen ganz ausführlich beſchrieben ſind. Die Maſchinen im Schemnitzer Bergrevier behandelt Schitko in ſeinen Beiträgen

zur Bergbaukunde, die beiden Clausthaler Maſchinen aber beſchreibt Jordan in Bd. X von Karſten's Archiv für Mineralogie u. ſ. w.; jedoch iſt dieſe Beſchreibung auch einzeln bei Reimer in Berlin erſchienen. Die Waſſerſäulenmaſchine auf der Grube Huelgoat in der Bretagne hat ihr Erbauer Junker ausführlich in Bd. VIII der Annales des mines beſchrieben; unter dem Titel: Mémoire sur les machines à colonne d'eau de la mine d'Huelgoat, Paris 1835, iſt die Beſchreibung dieſer Maſchine auch ſeparat zu erlangen. Nur wenig bekannt iſt die kleine Waſſerſäulenmaſchine von Althans auf der Grube Pfingſtwieſe bei Ems, ebenſo die Henſchel'ſche Waſſerſäulenmaſchine auf der Kohlengrube zu Oberkirchen in Kurheſſen, und die Maſchinen zu Sangershauſen und zu Gerbſtädt im Mansfeldiſchen. Alle dieſe letzteren Maſchinen ſind übrigens eigenthümlich conſtruirt. Die §. 312 abgehandelte engliſche Waſſerſäulenmaſchine (Darlington's water pressure engine) iſt abgebildet und beſchrieben in Bd. II der engliſchen Ueberſetzung dieſes Werkes. Die Waſſerſäulenmaſchine zu Lautenthal am Harz iſt vom Herrn Oberbergrath Jugler im Notizblatte des Hannoverſchen Architecten- und Ingenieur-Vereins Bd. III beſchrieben, und es iſt hiervon auch ein beſonderer Abdruck im Buchhandel zu haben. Notizen über einige engliſche Waſſerſäulenmaſchinen enthält die Schrift: Records of Mining and Metallurgy or facts and Memoranda for the use of the Mine Agent and Smelter by A. Philipps and J. Darlington, London 1857. Eine kurze Abhandlung über engliſche Waſſerſäulenmaſchinen findet ſich in J. Glynn's Rudimentary Treatease on the power of water, London 1853, by J. Weale. Lewis' Waſſerſäulenmaſchine iſt mit zwei Windkeſſeln verſehen. S. Polytechn. Centralblatt, 1863, Nr. 17. Ueber die in neueren Zeiten bei dem öſterreichiſchen Bergbau zur Ausführung gekommenen Waſſerſäulenmaſchinen findet man vielfache Nachrichten in der Schrift: „Erfahrungen im berg- und hüttenmänniſchen Maſchinenweſen u. ſ. w. von Peter Rittinger, und zwar in den Jahrgängen 1854, 1856, 1858, 1860 und 1862. Die eigenthümlichſte dieſer Maſchinen iſt die im letzten Jahrgang beſchriebene Waſſerſäulenmaſchine im Adelbertſchacht bei Przibram. Dieſelbe hat eine Schieberſteuerung ſowie einen Entlaſtungskolben u. ſ. w.

Die eigenthümlich conſtruirte Waſſerſäulenmaſchine, welche der Herr Kunſtmeiſter Bornemann in Schneeberg ausgeführt hat, ſind in Bd. II des Civilingenieurs beſchrieben. Von den Waſſerſäulenaufzügen und Waſſerſäulenkrahnen ſowie von den Waſſerſäulenkünſten und Waſſerſäulengöpeln, wird im dritten Bande gehandelt.

Siebentes Capitel.

Von den Windrädern.

§. 331 **Windräder.** Die atmoſphäriſche Luft kann entweder durch ihre Strömungen oder durch ihre Expanſivkraft mechaniſche Arbeiten verrichten. Am gewöhnlichſten benutzt man aber die natürlichen Luftſtrömungen oder den Wind zur Verrichtung von mechaniſcher Arbeit, und zwar durch Anwendung von Rädern, welche einen Theil der lebendigen Kraft des gegen ſie ſich bewegenden Windes zu Gute machen. Dieſe Räder heißen Windräder (franz. roues à vent; engl. wind-wheels), die unterſtützenden Gebäude ſammt Rädern und allen übrigen Theilen werden Windmühlen (franz. moulins à vent; engl. wind-mills) genannt. Ein Windrad iſt zwar eine Radwelle zur Aufnahme der Windkraft, wie ein Waſſerrad eine Radwelle zur Aufnahme der Waſſerkraft, doch weichen beide Räder deshalb weſentlich von einander ab, weil das eine einem nach allen Seiten hin unbegrenzten Luftſtrome, das andere aber einem ganz oder wenigſtens theilweiſe begrenzten Waſſerſtrome entgegengerichtet iſt. Ein gewöhnliches Schaufelrad, dem unbegrenzten Windſtrome entgegengerichtet, kann gar keine Umdrehung annehmen, weil der Wind die Schaufeln auf der einen Seite des Rades genau ebenſo ſtark ſtößt, als die auf der anderen Seite, beide Stoßkräfte alſo einander aufheben. Um es zur Aufnahme der Windkraft geſchickt zu machen, müßte der Windſtoß nur einſeitig auf das Rad wirken, und daher die andere Seite des Rades gegen den Wind geſchützt, etwa von einem feſtſtehenden Mantel umgeben werden. Dieſer Mantel kann allerdings erſpart werden, wenn man die Schaufeln beweglich macht, nämlich dieſelben an Angeln ſo aufhängt, daß ſie ſich von ſelbſt auf der einen Seite des Rades mit der breiten Fläche dem Windſtrome entgegenſtellen, auf der anderen Seite aber durch Entgegenſtellen mit der ſchmalen Seite ſich dem Windſtoße ſo viel wie möglich entziehen. Um ſolche Räder nicht nach der Windrichtung ſtellen zu müſſen, giebt man denſelben eine verticale Umdrehungsaxe, läßt dieſelben alſo in Horizontalebenen umlaufen, weshalb man ſie auch horizontale Windräder (franz. roues horizontales à vent; engl. horizontal wind-wheels) genannt hat.

Vortheilhafter als die Schaufelräder ſind aber die ſogenannten Flügelräder (franz. volants; engl. sail-wheels), d. i. Räder, deren Axen dem Wind- oder Waſſerſtrome entgegengerichtet ſind und deren nur in ſehr kleiner

Anzahl vorhandene Arme breite Flächen oder sogenannte Flügel (franz. ailes; engl. vanes, sails) tragen, welche zur Aufnahme der Windkraft dienen und deshalb dem Windstrome unter einem schiefen Winkel entgegengerichtet sind. Da die Richtung des Windes eine mehr oder weniger horizontale ist, so hat man natürlich auch das Flügelrad mit seiner Axe ungefähr horizontal zu legen, weshalb seine Umdrehungsebene eine mehr verticale ist, und das Rad auch ein verticales Windrad genannt wird.

Anmerkung. Man hat auch horizontale Windräder mit hohlen Schaufeln angewendet und diese Panemoren genannt. Da der Windstoß gegen eine hohle Fläche größer ist als gegen eine erhabene, und diese Schaufeln dem Winde auf der einen Seite des Rades die hohle und auf der anderen die erhabene Seite zuwenden, geht allerdings ein solches Rad ohne alle weiteren Hülfsmittel, wenn auch nur mit geschwächter Kraft, um.

Flügelräder. Der Hauptvorzug der Flügelräder vor den Schaufelrädern besteht darin, daß dieselben bei gleicher Größe oder gleichem Gewichte und unter übrigens gleichen Verhältnissen mehr Arbeit verrichten als die letzteren Räder. Während bei einem Schaufelrade nur eine einseitige Wirkung statthat, und diese Wirkung im Ganzen nur der Projection der dem Windstrome ausgesetzten Schaufeln in der Ebene rechtwinkelig zur Windrichtung entspricht, findet bei den Flügelrädern eine ununterbrochene Wirkung auf jeden der Flügel statt. Wenn auch eine Flügelfläche des ersten Rades mit einer Schaufelfläche des anderen einerlei Inhalt hat, und vielleicht auch der Wind bei dem schiefen Stoße gegen die Flügel des ersten Rades weniger vortheilhaft wirkt als bei dem Stoße gegen die Schaufeln des zweiten, so wird doch bei gleicher Windgeschwindigkeit das Flügelrad viel mehr mechanisches Arbeitsvermögen sammeln können als das Schaufelrad, da es dasselbe einem viel größeren Windstrome entnimmt. Vielfache Erfahrungen haben aber auch wirklich darauf geführt, daß die Flügelräder unter übrigens gleichen Umständen mindestens viermal so viel leisten als die Schaufelräder, welche, wenn dies nicht der Fall wäre, wegen ihrer leichteren und sichereren Aufstellung und vorzüglich noch wegen ihrer geringen Axenreibung sich gewiß schon längst einen Platz in der praktischen Mechanik verschafft haben würden. Wir sprechen daher in der Folge auch nur von den Windmühlen mit Flügelrädern. Die nähere Einrichtung der Flügelräder ist folgende. Zunächst besteht ein solches Rad aus einer starken Welle, welche zwar meist aus Holz, viel zweckmäßiger aber aus Gußeisen hergestellt wird. Man giebt der Flügelwelle (franz. l'arbre du volant; engl. the wind shaft) 5 bis 15 Grad Neigung gegen den Horizont, damit die Flügel in der nöthigen Entfernung vom Gebäude umlaufen und das ganze Flügelrad sicherer in seinen Lagern ruhe. An dieser Welle ist zu unterscheiden der Kopf, der Hals, das Transmissionsrad und der Zapfen. Der Kopf ist diejenige Stelle, §. 332

wo die Flügel aufſitzen, der Hals (Schlot) aber iſt der unmittelbar hinter ihm liegende abgerundete Theil der Welle, in welchem das ganze Rad vorzüglich unterſtützt wird, das Transmiſſionsrad dient zur Fortpflanzung der Bewegung oder zur Verbindung des Flügelrades mit der Arbeitsmaſchine, und endlich der Zapfen am hinteren Ende der Welle iſt zur vollſtändigen Unterſtützung des Rades nöthig. Der Arbeitsverluſt, welchen die Reibung der Flügelwelle in ihrer Unterſtützung erleidet, iſt wegen des nicht unbedeutenden Gewichtes derſelben und vorzüglich wegen ihrer großen Umdrehungsgeſchwindigkeit beträchtlich, und deshalb iſt es nöthig, alle Mittel zu ergreifen, wodurch dieſelbe herabgezogen wird. Aus dieſem Grunde iſt daher auch eine eiſerne Flügelwelle viel zweckmäßiger als eine hölzerne, weil dieſelbe einen anſehnlich ſchwächeren Hals erhalten kann als eine hölzerne. Während die Stärke des Halſes einer hölzernen Flügelwelle $1\frac{1}{2}$ bis 2 Fuß beträgt, iſt dieſelbe bei gußeiſernen Flügelwellen nur $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ Fuß. Ueberdies iſt aber noch die Reibung an und für ſich bei den Holzwellen größer als bei den Eiſenwellen, weil man in der Regel den Hals derſelben nicht mit einem eiſernen Mantel, ſondern nur mit einer Reihe von Eiſenſtäben umgiebt, die immer ein Abſchaben im Lager hervorbringen.

Anmerkung. Ueber die horizontalen Windmühlen von Beatſon u. ſ. w. ſind vorzüglich engliſche Schriften, z. B. von Nicholſon, Gregory u. ſ. w., nachzuleſen. Siehe auch den Abſchnitt über Windmühlen in Rühlmann's Allgemeiner Maſchinenlehre Bd. I.

§. 333 **Windflügel.** Die Windflügel beſtehen aus den Windruthen, aus den Windſproſſen oder Scheiden und aus der Bedeckung. Die Windruthen (franz. bras; engl. arms, whips) ſind radial von dem Wellenkopfe auslaufende Arme von circa 30 Fuß Länge, wovon jeder einen Flügel trägt. Die Anzahl dieſer Arme iſt, wie die Anzahl der Flügel, gewöhnlich vier, ſeltener fünf oder ſechs. Nahe an der Welle ſind dieſe Ruthen 1 Fuß dick und 9 Zoll breit, am äußerſten Ende aber haben ſie nur 6 Zoll Dicke und $4\frac{1}{2}$ Zoll Breite. Ihre Befeſtigungsweiſe iſt ſehr verſchieden; iſt die Welle von Holz, ſo ſteckt man zwei Ruthen rechtwinkelig durch den Wellenkopf und bildet dadurch vier Flügelarme. Auch befeſtigt man wohl die Arme durch Schrauben auf eine den Wellenkopf bildende Roſette, ähnlich wie die Arme eines Waſſerrades, zumal wenn die Welle von Gußeiſen iſt. Die Sproſſen oder Scheiden (franz. les lates; engl. the bars) ſind hölzerne Querarme, welche durch die Ruthe hindurchgeſteckt werden, die zu dieſem Zwecke in Abſtänden von $1\frac{1}{4}$ bis $1\frac{1}{2}$ Fuß durchlocht wird. Je nachdem die Flügel eine mehr rectanguläre oder mehr trapezoidale Form erhalten ſollen, ſind die ſämmtlichen Sproſſen von gleicher oder, nach der Welle zu, von abnehmender Länge. Die innerſte Sproſſe ſteht $\frac{1}{7}$ bis $\frac{1}{6}$ der Armlänge vom Wellenmittel ab, und ihre Länge iſt ungefähr dieſem Abſtande gleich, der

äußerſten Sproſſe giebt man aber $^1/_5$ oder gar $^1/_4$ der Armlänge zur eigenen Länge. Bei den meiſten Windmühlen gehen die Windruthen nicht mitten durch die Flügel, ſondern ſie theilen dieſelben ſo, daß der nach dem Winde zu gerichtete Theil ein bis zwei Fünftel der ganzen Flügelbreite ausmacht. Deshalb ragen auch die Sproſſen auf der erſten Seite viel weniger aus der Ruthe hervor als auf der anderen. Den ſchmaleren Theil des Flügels bedeckt man gewöhnlich durch das ſogenannte Windbrett, auf den breiteren Theil hingegen kommen die ſogenannten Windthüren oder eine Bedeckung von Segeltuch zu liegen.

Man macht die Windflügel eben, windſchief oder hohl, jedenfalls geben die wenig ausgehöhlten windſchiefen Flügel die größte Leiſtung, was noch weiter unten näher auseinandergeſetzt werden wird. Bei den ebenen Windflügeln haben ſämmtliche Windſproſſen einen und denſelben Neigungswinkel von 12° bis 18° gegen die Umdrehungsebene, ſind aber die Flügel windſchief, ſo weichen die inneren Sproſſen ungefähr 24° und die äußeren 6° von dieſer Ebene ab, und es bilden die Neigungswinkel der zwiſchenliegenden Sproſſen einen Uebergang zwiſchen den letzten beiden Winkeln. Um den Windflügeln eine hohle Form zu geben, hat man krumme Windruthen und Scheiden anzuwenden. Obwohl dadurch nach den Regeln des Stoßes an Arbeit gewonnen wird, ſo wendet man dieſe Conſtruction wegen der ſchwierigeren Ausführung faſt gar nicht mehr an. Zur vollſtändigen Unterſtützung der Flügeldecke ſind die äußeren Enden der Scheiden noch durch die ſogenannten Saumlatten mit einander verbunden und, zumal wenn die Decke aus Leinwand beſteht, überdies noch Zwiſchenlatten eingeſetzt, ſo daß das ganze Flügelgerippe aus Feldern von ungefähr 2 Quadratfuß Inhalt beſteht. Die Holzbedeckung beſteht in vier Thüren, welche aus dünnen Holzbrettchen zuſammengeſetzt ſind und durch Riegel auf dem Flügelgerippe feſtgehalten werden, die Segeltuchdecke hingegen wird durch Schlingen und Haken mit dem Flügelgerippe verbunden.

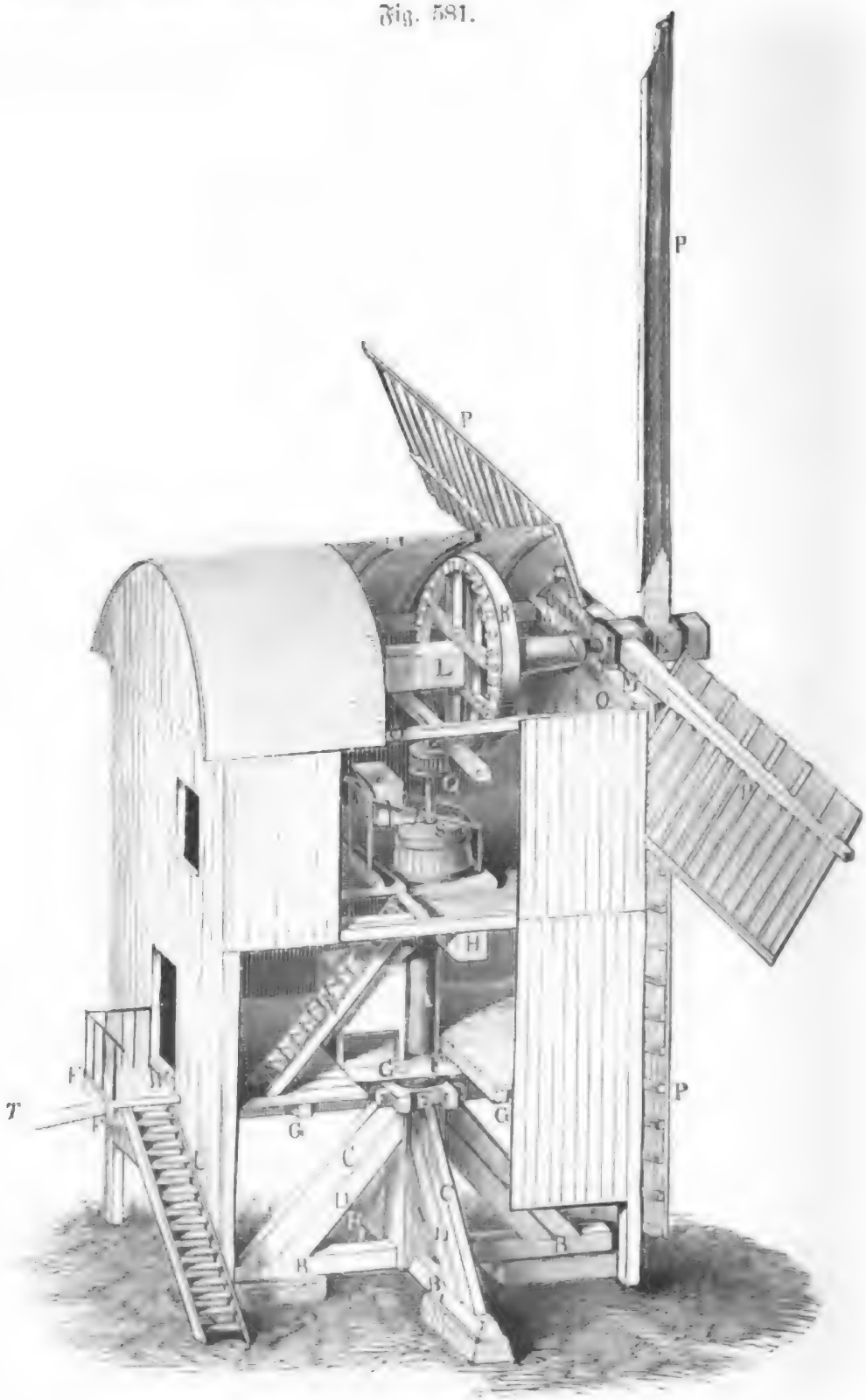
Bockmühlen. Da die Richtung des Windes eine veränderliche und die Axe des Rades in dieſe zu ſtellen iſt, ſo muß die Unterſtützung des Rades beweglich, und zwar um eine verticale Axe drehbar ſein. Nach der Art und Weiſe, wie dieſe Drehung verwirklicht wird, hat man folgende zwei Claſſen von Windmühlen. §. 334

1) Die deutſche oder Bockmühle (franz. moulin ordinaire; engl. post mill), und 2) die holländiſche oder Thurmmühle (franz. moulin hollandais; engl. tower mill, smockmill).

Bei der Bockmühle iſt das ganze Gebäude ſammt Rad um eine feſtſtehende Säule, den Ständer oder Hausbaum (franz. poteau; engl. post), drehbar, bei der Thurmmühle hingegen iſt nur das Haupt deſſelben, die ſogenannte

Haube (franz. le toit, la calotte; engl. the cap, head) mit der darin gelagerten Flügelwelle drehbar.

Fig. 581.



Eine monodimetrische Ansicht einer Bockmühle bietet Fig. 581 dar. Es ist hier *A A* der Ständer, und es sind *B B* und $B_1 B_1$ die Kreuzschwellen, welche mit den Streben oder Bändern *C* und *D* vereinigt den Ständer unterstützen und zusammen den sogenannten Bock oder Bockstuhl bilden. Am Kopfe des Bockes sitzt der aus vier Hölzern zusammengesetzte Sattel *E* fest. Das Mühlengebäude umgiebt nun den Ständer mittels zwei Fußbalken *F*, *F* und durch zwei der sechs Unterlags- oder Fußbodenbalken *G*, *G*; außerdem stützt es sich mittels des starken Kopfbalkens *H* auf den Kopf des Ständers, welcher zur Erleichterung der Drehung noch mit einem Stifte ausgerüstet ist, der in eine entsprechende Pfanne an der Unterfläche des Kopfbalkens eingreift. Die Flügelwelle *K L* ruht mit ihrem Halse *N* in einem Metall- oder Stein- (Basalt-) Lager, welches auf dem großen Wellbalken *M M* festsitzt, der von dem Dachrahmen *O O* getragen wird. *K P*, *K P* u. s. w. sind die durch den Wellenkopf gesteckten Windruthen, welche vier ebene Flügel *P*, *P* ... tragen. Die Figur stellt eine Mahlmühle vor; daher greift hier das Transmissionsrad *R* in ein Getriebe *Q* ein, das auf dem Mühleisen festsitzt, welches den Läufer oder oberen Mühlstein *S* trägt. Die weitere Beschreibung des Mahlzeuges gehört nicht hierher. Um das ganze Gebäude drehen zu können, wird der Stert oder Sterz *T*, d. i. ein langer Hebel, angewendet, der zwischen den Fugbalken liegt, mit diesen durch Querhölzer und Schrauben fest verbunden ist, übrigens aber 20 bis 30 Fuß lang aus dem Gebäude vorragt, in der Figur aber nur abgebrochen gezeichnet ist. Noch ersieht man aus der Figur in *U* die äußere und in *V* die innere Treppe, sowie in *W* die Eingangsthür.

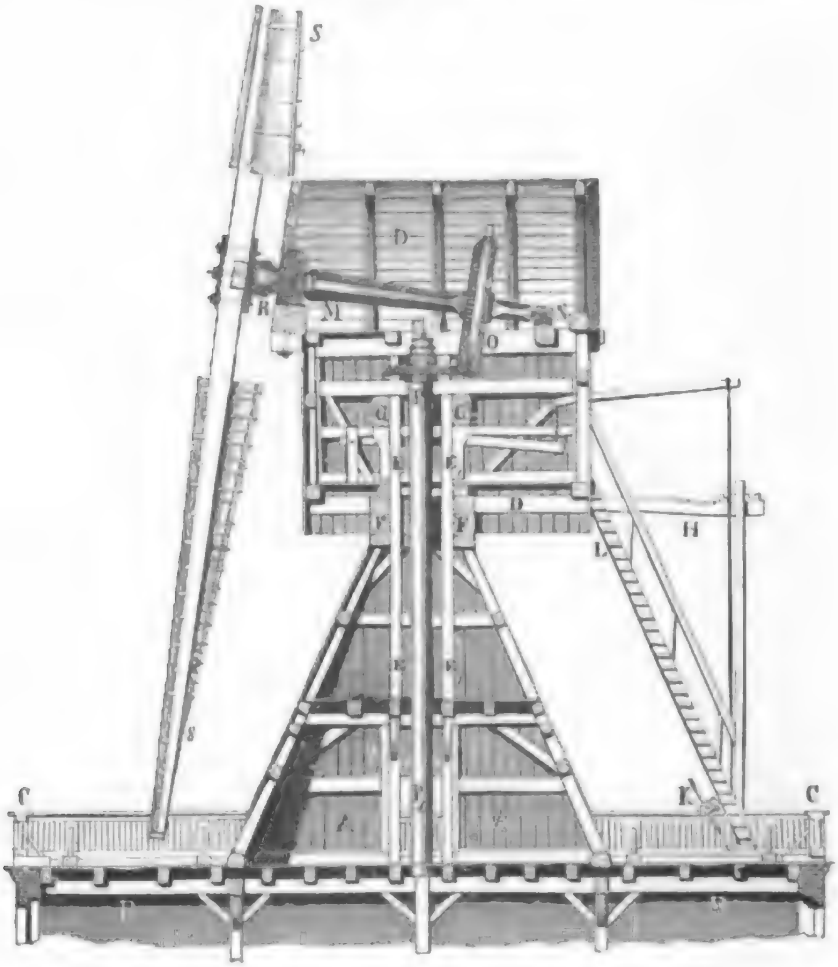
Thurmmühlen. Es giebt zwei Arten von Thurmmühlen; es ist nämlich entweder nur der die Flügelwelle einschließende, oder es ist ein größerer, sich unter die Flügelwelle nach abwärts erstreckender Theil des Mühlengebäudes um eine verticale Axe drehbar. Die Bewegung des Flügelrades wird hier durch ein Paar Zahnräder zunächst auf den Königsbaum, d. i. auf eine starke stehende Welle, welche durch das ganze Mühlengebäude geht, übertragen. Damit aber der Eingriff der Zahnräder bei den verschiedenen Stellungen des Flügelrades nicht verändert oder gar aufgehoben werde, ist es nöthig, daß die Axe des Königsbaumes genau mit der Umdrehungsaxe des beweglichen Theiles vom Mühlengebäude zusammenfalle. §. 335

In Fig. 582 (a. f. S.) ist ein Durchschnitt von einer Thurmmühle der zweiten Art abgebildet, welche zwischen einer Bockmühle und einer Thurmmühle der ersten Art fast mitten inne steht.

Es ist hier *A A* der feststehende Thurm, welcher über dem die Arbeitsmaschine enthaltenden Mühlengebäude *B B* steht und von der Galerie *C C* umgeben wird, sowie *D D* das bewegliche Haupt der Mühle, das durch

den Holzring FF unmittelbar und durch den Holzring GG mittels der Säulen EE und $E_1 E_1$ unterſtützt wird und nur eine Drehung um dieſe

Fig. 582.

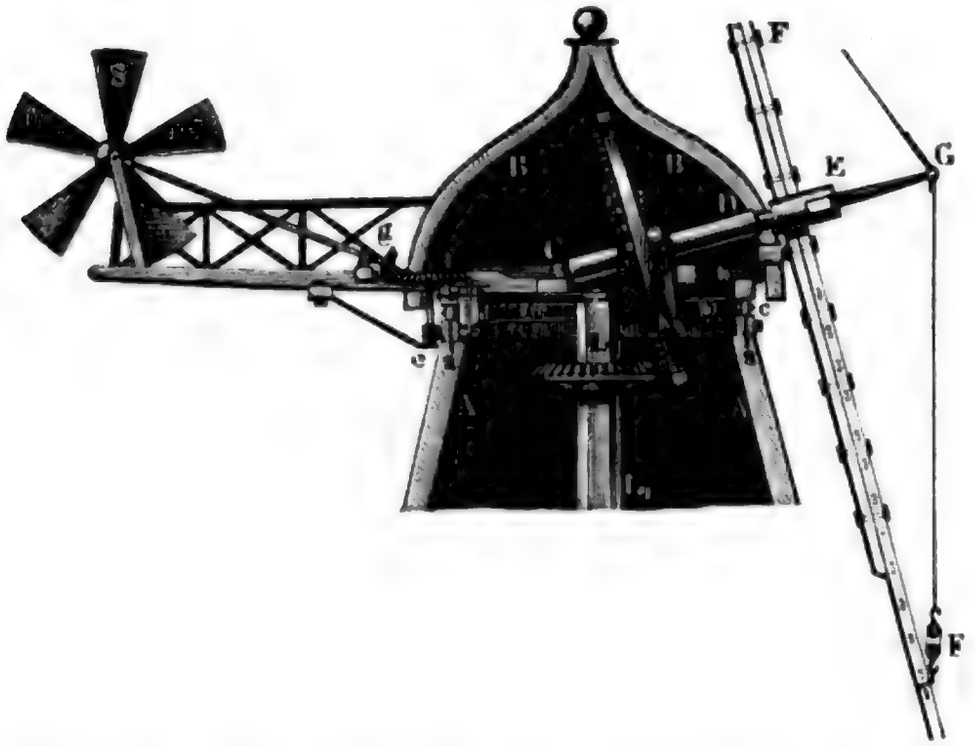


gleichſam den Ständer erſetzenden Säulen zuläßt. Die Drehung ſelbſt läßt ſich durch den Kreuzhaspel K bewirken, der an der Treppe KL ſitzt, welche mit dem beweglichen Gebäude DD und beſonders mit dem Sterze H feſt verbunden iſt. Die Flügelwelle MN iſt von Gußeiſen, und ruht bei M und N in mit Kanonenmetall ausgefütterten gußeiſernen Lagern, O und P ſind eiſerne Zahnräder, wodurch die Umdrehung der Flügelwelle auf die Königswelle PP_1 übertragen wird. Die Windflügel RS, RS... ſind windſchief und durch Schrauben und ein eiſernes Kreuz mit dem Muff R verbunden, der einerſeits ein zweites Kreuz, andererſeits aber eine ausgebohrte Höhlung hat, welche über den abgedrehten Wellenkopf geſteckt und darauf feſtgekeilt wird.

Der obere Theil einer Thurmmühle der erſten Art iſt in Fig. 583 abgebildet; AA iſt der Obertheil des feſtſtehenden, aus Holz oder Steinen aufgeführten und pyramidal geformten Thurmes, BB iſt ferner die beweg-

liche Haube, CDE iſt die Flügelwelle, ſowie EF eine aus zwei Theilen zuſammengeſetzte Windruthe, welche durch Seile wie FG mittels eines auf

Fig. 583.



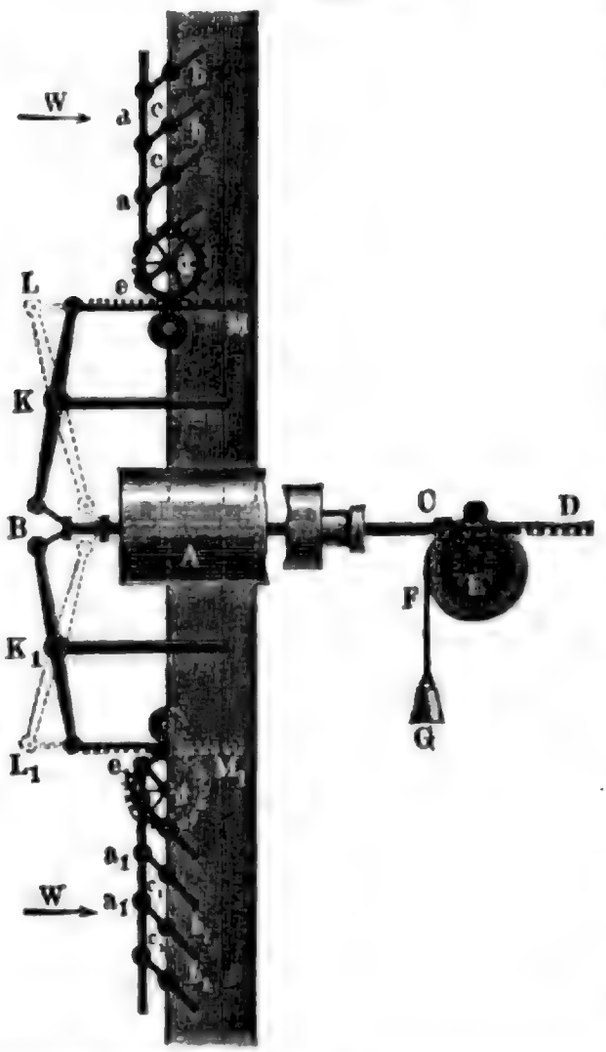
dem Wellenkopfe aufſitzenden Mönchs EG gegen das Biegen oder Abbrechen durch den Windſtoß geſchützt wird. Noch ſind K und L die beiden Zahnräder, wodurch die Kraft der Flügelwelle auf die Königswelle LL_1 übertragen wird. Die Stellung der Flügelwelle nach dem Winde erfolgt hier in der Regel ebenfalls durch den Sterz oder durch eine Kurbel mit Rad und Getriebe, kann aber auch durch eine große Windfahne, deren Ebene in die der Wellenaxe fällt, noch beſſer endlich durch ein beſonderes Steuerrad S, wie in der Figur abgebildet iſt, hervorgebracht werden. Damit ſich die Haube leicht drehen laſſe, wird dieſelbe auf Rollen $c, c, c \ldots$ geſtellt, welche mit einander durch zwei Reifen verbunden ſind und zwiſchen Kränzen oder Ringen aa und bb laufen, wovon der eine oder Rollring oben auf dem Thurme und der andere oder Laufring unten an der Haube feſtſitzt. Um endlich das Abheben der Haube zu verhindern, wird innen an b noch ein Kranz d (Anſatzring) angeſchraubt, welcher zur Erleichterung der Bewegung vielleicht ebenfalls mit Rollen, die an der Innenfläche von aa herumlaufen, ausgerüſtet wird. Bei Anwendung eines Steuerrades iſt die Außenfläche des Rollringes aa von einem gezahnten Kranze umgeben, in welches ein Getriebe oder kleines Zahnrad e eingreift, das mittels der Zahnrädchen f und g durch das Steuerrad umgedreht wird und dadurch eine Drehung der Haube bewirkt, ſowie die Windrichtung aus der Umdrehungsebene von S gekommen iſt.

§. 336 **Kraftregulirung.** Der Wind iſt nicht allein in ſeiner Richtung, ſondern auch in ſeiner Geſchwindigkeit oder Intenſität veränderlich; wäre nun aber die angehängte Laſt eines Windrades conſtant, ſo würde ſich ihre Bewegung mit der Stärke des Windes zugleich verändern und daher zu verſchiedenen Zeiten oft ſehr verſchieden ausfallen, wenn nicht beſondere Regulirungsmittel zur Anwendung kämen. Natürlich läßt ſich durch dieſe Mittel nur die Wind- oder Umdrehungskraft mäßigen, nicht aber erhöhen. Eins dieſer Mittel beſteht in einem Bremſe oder einem Preßringe, welcher die obere Hälfte des auf der Flügelwelle ſitzenden Zahnrades umgiebt und auf dieſelbe aufgedrückt wird, wenn der Gang des Windrades zu ermäßigen oder gar aufzuheben iſt. Von ihm wird jedoch erſt ſpäter an einem anderen Orte ausführlich die Rede ſein. Ein anderes Mittel zum Reguliren des Ganges der Windräder läßt ſich aber durch Veränderung der Flügelbedeckung hervorbringen; ſind die Flügel vollſtändig bedeckt, ſo iſt das Arbeitsvermögen des Rades am größten, ſind ſie aber nur theilweiſe bekleidet, ſo haben ſie ein kleineres Arbeitsvermögen, und zwar um ſo kleiner, je kleiner der Flächenraum der ganzen Bedeckung iſt. Bei der Bedeckung durch Segeltuch läßt ſich dieſes Reguliren durch Auf- oder Abwickeln deſſelben bewirken, ſind aber die Flügel durch Thüren bekleidet, ſo läßt ſich derſelbe Zweck durch Wegnahme oder Auflegen von Thüren erreichen.

Man hat aber auch Windräder, welche ſich ſelbſt reguliren, indem ſie von ſelbſt bei Abnahme der Windgeſchwindigkeit ihre Stoßfläche vergrößern und bei Zunahme von jener dieſe vermindern. Die vorzüglichſten Flügelräder dieſer Art ſind die von Cubit, wovon der Durchſchnitt eines Theiles in Fig. 584 abgebildet iſt. Es iſt hier A die hohle Flügelwelle, BC ein durch ſie hindurchgehender Metallſtab, und CD eine gezahnte Stange, welche in C durch ein Gewinde ſo mit BC verbunden iſt, daß CD nur an der Bewegung in der Axenrichtung, nicht aber an der Drehung um die Axe von BC Theil nimmt. Die gezahnte Stange greift in das Zahnrad E und dieſes ſitzt mit der Rolle F, um deren Umfang eine Schnur liegt, die durch das Gewicht G geſpannt wird, auf einer Axe. Die Flügelbedeckung beſteht aus lauter dünnen Holz- oder Blechklappen bc, b_1c_1 u. ſ. w., welche durch die Arme ac, a_1c_1 u. ſ. w. um die Axen c, c_1 u. ſ. w. gedreht werden können. Dieſe Arme ſind durch Stangen ae, a_1e_1 u. ſ. w. mit einander und zugleich durch Arme de, d_1e_1 mit Zahnrädchen d, d_1 verbunden, ſo daß durch Drehung der letzteren das Oeffnen und Verſchließen oder überhaupt jede Klappenſtellung zu ermöglichen iſt. Endlich ſind noch Hebel BL, BL_1 angebracht, welche ſich um die Axen K, K_1 drehen laſſen, und auf der einen Seite mit der Stange BC, auf der anderen aber mit Zahnſtangen LM, L_1M_1, deren Zähne zwiſchen die Zähne der Rädchen d, d_1 greifen, in Verbindung ſtehen. Aus der Zeichnung iſt nun leicht zu erſehen,

wie der Wind W die Klappen auf-, das Gewicht G aber dieſelben mittels der Stange BC, der Hebel BL, BL_1 u. ſ. w. zuzuſtoßen ſucht, und wie auf dieſe Weiſe dem Windſtoße gegen die Klappen von dem Gewichte G das Gleichgewicht gehalten wird. Wenn ſich nun auch die Windgeſchwindigkeit ändert, ſo wird deshalb dieſe Stoßkraft nicht anders, ſondern nur die Klappenſtellung und dadurch auch nur die Stoßfläche eine andere.

Fig. 584.



Anmerkung. Bei einer Bedeckung mit Segeltuch läßt ſich, nach Bywater, derſelbe Zweck erreichen, wenn daſſelbe durch zwei Rollen ausgeſpannt wird, die durch Zahnräder in Umdrehung geſetzt werden, wenn die Windgeſchwindigkeit ſich ändert. Ausführlich beſchrieben ſind die Apparate in Barlow's Treatise on the Manufactures and Machinery etc. etc. Eine neue Windradconſtruction iſt auch in der Zeitſchrift „Der Ingenieur", Band II. beſchrieben.

§. 337

In mehrfacher Hinſicht eigenthümlich ſind die vom Herrn Maſchinendirector Kirchwäger conſtruirten Windräder auf mehreren Waſſerſtationen der hannoverſchen Eiſenbahnen (ſ. eine Abhandlung vom Herrn Obermaſchinenmeiſter Prüsmann; im 8ten Bande (1862) der Zeitſchrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins für das Königreich Hannover). Die eigenthümlichen Einrichtungen eines ſolchen Windrades ſind aus dem verticalen Durchſchnitt Fig. 585 (a. f. S.) zu erſehen. Der circa $1^3/_4$ Fuß weite, aus Eiſenblech zuſammengeſetzte Thurm AA ragt aus dem Dache des aus Backſteinen aufgeführten Maſchinengebäudes hervor, und endigt ſich in einem gußeiſernen Kopf BB, auf welchem die Haube C mittels 4 Rollen R, R_1 aufruht. Die Haube trägt die Lager D und E der Windradwelle EF, und greift mit ihrem cylindriſchen Fußſtück über den oberen Theil des Kopfes BB weg, damit ſie nicht durch den Windſtoß abgehoben werden könne. Der mit der Haube feſt verbundene (nur zum Theil ſichtbare) Steuerflügel G dient dazu, um durch Drehung der Haube das Windrad FH dem Winde entgegenzurichten. Das Windrad beſteht aus fünf um radiale Arme, wie KL, drehbaren

Elektrisch Geschoß. Wird dieses Geschoß durch irgendeinen Mechanismus mit einer Geschwindigkeit, welche auf Null oder die Geschwindigkeit Eisenbahnzug gebracht, so wird dieses Geschoß eine Geschwindigkeit gegen die Erde haben, welche gleich ist der Geschwindigkeit des Eisenbahnzuges, aber entgegengesetzt gerichtet ist. Wenn also dieses Geschoß auf die Erde fällt, so wird es mit einer Geschwindigkeit auftreffen, welche gleich ist der Geschwindigkeit des Eisenbahnzuges, aber entgegengesetzt gerichtet ist. Wenn also dieses Geschoß auf die Erde fällt, so wird es mit einer Geschwindigkeit auftreffen, welche gleich ist der Geschwindigkeit des Eisenbahnzuges, aber entgegengesetzt gerichtet ist.

Wie Sie sehen, ist dieses Geschoß mit einer Geschwindigkeit aufgetroffen, welche gleich ist der Geschwindigkeit des Eisenbahnzuges, aber entgegengesetzt gerichtet ist. Wenn also dieses Geschoß auf die Erde fällt, so wird es mit einer Geschwindigkeit auftreffen, welche gleich ist der Geschwindigkeit des Eisenbahnzuges, aber entgegengesetzt gerichtet ist.

mit ſeinem langen Arme an das Ende der verſchiebbaren Stange MO anlegt, eine Grenze geſetzt. Dieſer Hebel ſteht mittels Gelenken und durch den Hebel dce mit der verticalen Zugſtange Z in Verbindung und wird durch die Zugkraft der Stange Z gegen das Ende der Stange MO angedrückt. Es kommt folglich nur darauf an, daß die Stange Z niedergezogen werde, wenn ein Ueberſchuß an Kraft vorhanden iſt, daß ſie dagegen aufgeſchoben werde, wenn die Windkraft von der Laſt der Maſchine übertroffen wird. Bei den gedachten Waſſerſtationen, wo das Windrad ein Pumpenwerk in Umtrieb ſetzt, wird das Heben und Senken der Stange Z durch Schwimmer bewirkt, welche durch einen Hebelmechanismus u. ſ. w. mit der Zugſtange Z verbunden ſind. In der Abbildung Fig. 585 ſind nur noch die beiden Zahnräder PT und TT dargeſtellt, wodurch die Windradwelle den hohlen Königsbaum UV umtreibt, welcher ein anderes (nicht abgebildetes) Räderwerk, das am Fuß des Gebäudes befindliche Pumpenwerk, in Bewegung ſetzt.

Windrichtung. Der Wind, deſſen Entſtehung jedenfalls einer Un- §. 338
gleichheit in der Expanſivkraft oder Dichtigkeit der Luft beigemeſſen werden muß (ſ. die Formeln in Band I, §. 458), iſt verſchieden in Hinſicht auf Richtung und in Hinſicht auf Stärke oder Geſchwindigkeit. In Hinſicht auf die Richtung unterſcheidet man die acht Winde N, NO, O, SO, S, SW, W, NW, d. i. Nord, Nordoſt, Oſt, Südoſt, Süd, Südweſt, Weſt und Nordweſt, indem man ſie nach denjenigen Weltgegenden benennt, aus denen ſie wehen. Zur genaueren Bezeichnung der Windrichtung bedient man ſich auch einer Eintheilung des Horizontes in 16 gleiche Theile, oder, nach dem Bergmann, in 24 Stunden, am genaueſten aber der Eintheilung in Grade. Im Laufe eines Jahres kommen alle dieſe Windrichtungen vor, jedoch manche von ihnen auf längere, manche auf kürzere Zeit. Für das mittlere und ſüdliche Deutſchland iſt nach Coffin die mittlere Dauer der einzelnen Winde folgende:

N.	NNO.	NO.	ONO.	O.	OSO.	SO.	SSO.	S.	SSW.
23,5	2,9	35,1	3,1	41,7	3,9	30,1	2,5	23,9	3,0

SW.	WSW.	W.	WNW.	NW.	NNW.	Windſtille.
63,3	3,2	77,1	4,2	42,8	0,4	0,9

Tage im Jahre.

Nach den Zuſammenſtellungen von Kämtz wehen z. B. unter 1000 Tagen die in folgender Tabelle aufgezeichneten Winde:

Länder:	N.	NO.	O.	SO.	S.	SW.	W.	NW.
Deutſchland . .	84	98	119	87	97	186	198	131
England . . .	82	111	99	81	111	225	171	120
Frankreich . .	126	140	84	76	117	192	155	110

Man erſieht hieraus, daß in den angeführten drei Ländern die Südweſtwinde die vorherrſchenden ſind. Die Uebergänge dieſer Windrichtungen in einander folgen meiſt nur in der Richtung S, SW, W u. ſ. w., ſelten findet die entgegengeſetzte Winddrehung S, SO, O u. ſ. w. ſtatt, wenigſtens beſteht dieſe meiſt nur in einem Zurückſpringen um kleinere Winkel.

Die Windrichtung beſtimmt man durch die ſogenannte Wind- oder Wetterfahne (franz. girouette, flouette; engl. fane, vane). Dieſes höchſt einfache Inſtrument beſteht in einer um eine verticale Axe drehbaren Blechfahne, welche natürlich durch den Windſtoß gedreht wird, wenn die Richtung des Windes von ihrer Ebene abweicht, deshalb alſo durch ihre Richtung die Richtung des Windes bezeichnet. Um ihre Beweglichkeit zu erhöhen, muß man die Reibung an ihrer Axe möglichſt herabzuziehen ſuchen, weshalb man denn auch durch Hinzufügung eines Gegengewichts auf der entgegengeſetzten Seite der Umdrehungsaxe den Schwerpunkt der Fahne in die Umdrehungsaxe bringt, wodurch die ſogenannten Wetterhähne (franz. coqs à vent; engl. weather-cocks) entſtanden ſind.

§. 339 **Windgeſchwindigkeit.** Viel wichtiger als die Windrichtung iſt natürlich dem Windmüller die Windgeſchwindigkeit, weil von dieſer das Arbeitsquantum abhängt, welches er dem Winde durch das Windrad abgewinnen kann. Nach der Größe der Geſchwindigkeit hat man folgende Winde:

Kaum wahrnehmbarer Wind mit 1½ Fuß Geſchwindigkeit.

Sehr ſchwacher Wind mit 3 Fuß Geſchwindigkeit.

Schwacher Wind (franz. vent faible; engl. feeble wind) mit 6 Fuß.

Lebhafter Wind (franz. vent frais, brise; engl. brisk gale) mit 18 Fuß.

Günſtiger Wind für die Windmühlen, mit 22 Fuß Geſchwindigkeit; ferner:

Sehr lebhafter Wind (franz. grand frais; engl. very brisk) mit 30 Fuß.

Starker Wind (franz. vent très fort; engl. high wind) mit 45 Fuß.

Sehr ſtarker Wind (franz. vent impétieux; engl. very high wind) mit 60 Fuß Geſchwindigkeit.

Unter Sturm (franz. tempête; engl. storm) verſteht man den heftigen Wind von 70 bis 90 Fuß Geſchwindigkeit, und Orkan (franz. ouragan; engl. hurrican) iſt ein Wind von 100 und mehr Fuß Geſchwindigkeit. Wind von 10 Fuß Geſchwindigkeit iſt in der Regel nicht hinreichend, um ein belaſtetes Windrad in Umgang zu erhalten; ſteigt hingegen die Windgeſchwindigkeit über 35 Fuß, ſo läßt ſich die Windkraft nicht mehr mit Vortheil zu Gute machen, weil dann die Flügel eine zu große Geſchwindigkeit annehmen würden. Stürme oder gar Orkane ſind aber für die Windmühlen im höchſten Grade gefährlich, weil ſie ſehr oft das Abheben oder Umſtürzen derſelben herbeiführen.

Um die Windgeſchwindigkeit zu ermitteln, wendet man Inſtrumente an, die man Anemometer oder Windmeſſer (franz. anémomètres; engl. anemometers, wind-gages) nennt. Obgleich man im Laufe der Zeit ſchon ſehr viele ſolcher Inſtrumente vorgeſchlagen und verſucht hat, ſo ſind doch nur wenige derſelben hinreichend bequem und ſicher im Gebrauche. Die meiſten dieſer Inſtrumente ſind den Hydrometern (ſ. Band I, §. 490) u. ſ. w. ſehr ähnlich, ja es laſſen ſich ſogar manche Hydrometer ohne Abänderungen als Anemometer gebrauchen. Unmittelbar läßt ſich die Geſchwindigkeit des Windes durch leichte Körper angeben, welche man vom Winde fortführen läßt, z. B. durch Federn, Seifenblaſen, Rauch, kleine Luftbälle u. ſ. w. Da die Windbewegung in der Regel nicht bloß progreſſiv, ſondern auch drehend oder wirbelnd iſt, ſo ſind dieſe Mittel, wenigſtens bei großen Geſchwindigkeiten, oft nicht hinreichend. Am beſten ſind allerdings große Luftbälle, deren mittlere Dichtigkeit nicht ſehr verſchieden iſt von der des Windes.

Die eigentlichen Anemometer laſſen ſich, wie die Hydrometer, in drei Claſſen bringen: entweder giebt man die Windgeſchwindigkeit durch ein vom Winde bewegtes Rad an, oder man mißt dieſelbe durch die Höhe einer Flüſſigkeitsſäule, welche dem Windſtoße das Gleichgewicht hält, oder man beſtimmt dieſelbe durch die Kraft, welche der Windſtoß gegen eine ebene Fläche ausübt. Von dieſen Apparaten möge nun noch das Nothwendigſte abgehandelt werden.

Anmerkung. Ausführlich über Anemometer handelt Hülſſe in dem erſten Bande der allgemeinen Maſchinenencyclopädie. Ueber den Wind iſt aber nachzuleſen: Kämtz's Meteorologie und Gehler's phyſik. Wörterbuch, Band X., ſowie im Lehrbuch der Meteorologie von E. G. Schmidt, Leipzig 1860.

Anemometer. Der Woltmann'ſche Flügel (ſ. Band I, §. 490) §. 340
läßt ſich ebenſo gut zur Ausmittelung der Windgeſchwindigkeit als zur Beſtimmung der Geſchwindigkeit des Waſſers gebrauchen. Wird ſeine Um-

drehungsaxe in die Windrichtung gebracht, was durch Hinzufügung einer Windfahne von ſelbſt erfolgt, wenn man beide Inſtrumente an einer verticalen Umdrehungsaxe ſo befeſtigt, daß ſie in eine Ebene fallen, ſo kann man die Anzahl der Umdrehungen beobachten, welche dieſes Rad in Folge des Windſtoßes in einer gewiſſen Zeit macht und es läßt ſich nun, wie früher, die Geſchwindigkeit ſetzen:

$$v = v_0 + \alpha u,$$

wo v_0 die Geſchwindigkeit iſt, bei welcher das Rad anfängt ſtill zu ſtehen, α aber das Erfahrungsverhältniß $\frac{v - v_0}{u}$ bezeichnet. Wäre der Windſtoß nicht verſchieden vom Waſſerſtoße, und wüchſen beide genau proportional dem Quadrate der relativen Geſchwindigkeit, ſo würde

$$\alpha = \frac{v - v_0}{u}$$

für Waſſer und Wind zugleich gelten, da dies aber nur annähernd richtig iſt, ſo können wir auch erwarten, daß die Coefficienten α für die Wind- und Waſſergeſchwindigkeit nur ungefähr gleich ſind. Was dagegen die Anfangsgeſchwindigkeit v_0 anlangt, ſo fällt dieſe beim Winde ungefähr $\sqrt{800} = 28{,}3$ mal ſo groß aus als beim Waſſer, weil die Dichtigkeit des Waſſers circa 800mal ſo groß als die des Windes iſt und daher nur eine 800mal ſo hohe Luftſäule die einfach hohe Waſſerſäule, ſowie der Stoß des $\sqrt{800} = 28{,}3$mal ſo ſchnellen Windes den Stoß des einfach ſchnellen Waſſers erſetzen kann. Dieſer große Werth der Conſtanten v_0 macht es zur Pflicht, den als Anemometer zu gebrauchenden Flügel möglichſt leicht zu machen, ihn z. B., nach Combes, vielleicht mit Flittergold zu überziehen, vorzüglich aber mit feinen Stahlaxen in Lagern von Edelſteinen umlaufen zu laſſen.

Die Conſtanten v_0 und α beſtimmt man zwar gewöhnlich durch Bewegung oder Umdrehung des Inſtrumentes in der ruhigen Luft, es iſt indeſſen dieſe Methode nicht ſicher, weil der Stoß einer bewegten Flüſſigkeit nicht ganz derſelbe iſt, wie der Widerſtand der ruhigen Flüſſigkeit (ſ. Band I, §. 511). Beſſer iſt es jedenfalls, man ſucht dieſe Conſtanten durch Beobachtungen in der bewegten Luft ſelbſt zu beſtimmen, indem man deren Geſchwindigkeit durch leichte Körper (Luftbälle) ausmittelt. Auch kann man hierzu ein Cylindergebläſe oder eine andere Kolbenmaſchine gebrauchen, wenn man das Inſtrument in eine weite Röhre bringt, durch die der Wind mittels des niedergehenden Kolbens ausgeblaſen wird. Die Berechnungen der Conſtanten aus mehreren zuſammengehörigen beobachteten Werthen von v und u ſind wie in Band I, §. 491 zu führen.

§. 341 Die Pitot'ſche Röhre (ſ. Band I, §. 492) läßt ſich ebenfalls mit großer Bequemlichkeit als Anemometer gebrauchen, ſie iſt aber dann gewöhnlich

unter dem Namen das „Lind'sche Anemometer“ bekannt. Die specielle Einrichtung eines solchen Instrumentes ist aus Fig. 586 zu ersehen. AB und DE sind zwei aufrechtstehende etwa 5 Linien weite mit Wasser anzufüllende Glasröhren, und BCD ist eine enge krumme Verbindungsröhre zwischen beiden von etwa nur $^1/_2$ Linie Weite, endlich ist FG eine Scala zur Abnahme der Wasserstände. Wird nun das Mundstück A dem Winde entgegengestellt, so drückt dessen Kraft die Wassersäule in AB nieder und die in DE eben so viel empor, es läßt sich nun an der zwischenbefindlichen Scala der Niveauabstand h zwischen beiden ablesen und hieraus wieder die Geschwindigkeit v des Windes berechnen, indem man setzt:

Fig. 586.

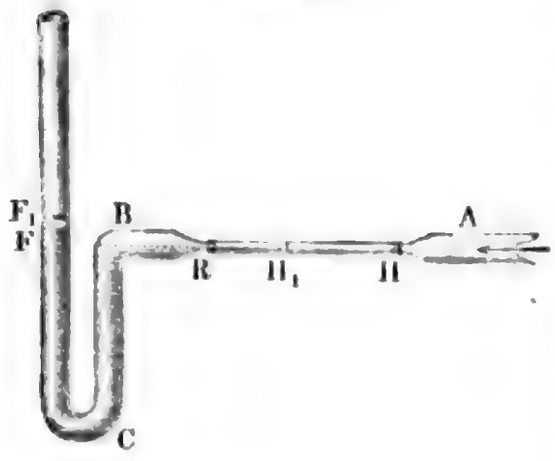
$$v = v_0 + \alpha\sqrt{h},$$

wobei v_0 und α Erfahrungsconstanten ausdrücken.

Dieses Instrument ist jedoch in seinem Gebrauche höchst eingeschränkt, da es mäßige Windgeschwindigkeiten durch sehr kleine Wassersäulen ausdrückt, welche sich nur mit sehr großer Unsicherheit ablesen lassen. Z. B. eine Windgeschwindigkeit von 20 Fuß wird durch einen Anemometerstand h von circa 1,1 Linie angegeben. Um diesem Uebelstande abzuhelfen und das Instrument auch bei mittleren Windgeschwindigkeiten gebrauchen zu können, sind von Robison und Wollaston folgende Verbesserungen angebracht worden.

Bei dem Anemometer von Robison ist eine enge horizontale Röhre HR, Fig. 587, zwischen dem Mundstücke A und dem aufrechtstehenden Röhrenschenkel BC eingesetzt, und man gießt vor dem Gebrauche so viel Wasser zu, daß der Wasserspiegel F mit HR in einerlei Niveau kommt und das Wasser zugleich die enge Röhre bis H anfüllt. Wird nun A dem Winde entgegengerichtet, so treibt derselbe das Wasser in der engen Röhre zurück und es erhebt sich über dem Niveau von HB eine dem Windstoße das Gleichgewicht haltende Wassersäule, deren Höhe FF_1 gemessen wird durch die Länge HH_1 der zurückgedrängten liegenden Wassersäule. Sind d und d_1 die Weiten und h und h_1 die Höhen der Wassersäulen FF_1 und HH_1, so hat man:

Fig. 587.



$$\frac{\pi d^2}{4} h = \frac{\pi d_1^2}{4} h_1,$$

und daher:

$$h = \left(\frac{d_1}{d}\right)^2 h_1$$

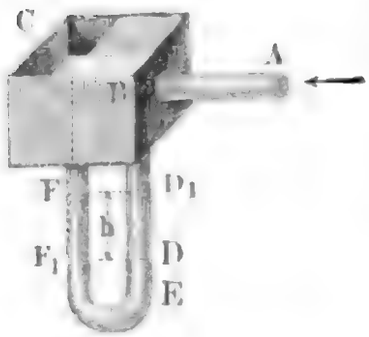
ſowie:

$$h_1 = \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 h.$$

Es fällt alſo h_1 ſtets im Verhältniſſe $\left(\frac{d}{d_1}\right)^2$ größer als h aus, und kann daher mit mehr Sicherheit beobachtet werden als h. Iſt z. B. $\frac{d}{d_1} = 5$, ſo giebt die enge Röhre die Höhe FF_1 ſchon 25fach an.

Endlich läßt ſich auch durch das in Fig. 588 abgebildete **Differenzial-Anemometer** von **Wollaſton** die Geſchwindigkeit des Windes mit erhöhter Genauigkeit meſſen. Daſſelbe beſteht aus zwei Gefäßen B und C und aus einer gebogenen Röhre DEF, welche beide Gefäße von unten mit einander in Verbindung ſetzt. Das eine dieſer Gefäße iſt oben verſchloſſen und hat ein Seitenmundſtück A, welches dem Winde entgegengerichtet wird. Die Füllung des Inſtrumentes beſteht aus Waſſer und Oel; das erſtere füllt jeden der beiden Schenkel ungefähr bis zur Hälfte, das letztere aber nimmt den übrigen Theil der Röhre ein und füllt auch beide Gefäße zum Theil an. Durch den Windſtoß ſtellt ſich das Waſſer in dem einen Schenkel höher als in dem anderen, und es wird der Kraft dieſes Stoßes durch die Differenz der Drücke von der Waſſerſäule FF_1 und von der Oelſäule DD_1 das Gleichgewicht halten. Setzen wir die gemeinſchaftliche Höhe dieſer Flüſſigkeitsſäulen, $= h$, und das ſpecifiſche Gewicht des Oeles, $= \varepsilon$, ſo haben wir in der letzten Formel ſtatt h, $h\,(1 - \varepsilon)$ und daher

Fig. 588.



$$v = v_0 + \alpha\sqrt{(1 - \varepsilon)\,h}$$

zu ſetzen. Z. B. wenn die obere Füllung aus Leinöl beſteht, da für daſſelbe $\varepsilon = 0{,}94$ iſt:

$$v = v_0 + \alpha\sqrt{(1 - 0{,}94)\,h} = v_0 + \alpha\sqrt{0{,}06\,.\,h} = v_0 + 0{,}245\,\alpha\sqrt{h}.$$

Es iſt alſo dann $h = {}^{100}/_{6} = 16\,{}^{2}/_{3}$mal ſo groß als bei einer einfachen Waſſerfüllung. Durch Miſchung des Waſſers mit Alkohol läßt ſich die Dichtigkeit des Waſſers der des Oeles noch näher bringen, und daher $1 - \varepsilon$ noch mehr herabziehen, oder die abzuleſende Niveaudifferenz und daher auch die Genauigkeit des Ableſens noch mehr vergrößern.

Auch hat man mehrere Anemometer vorgeſchlagen und zu gebrauchen §. 342
geſucht, welche dem Stromquadranten (ſ. Band I, §. 493) ähnlich ſind und mit demſelben einerlei Princip haben, jedoch hierbei die Kugeln durch dünne Scheiben erſetzt. Jedenfalls iſt aber eine hohle Blechkugel noch beſſer als eine ebene Scheibe, weil der Windſtoß gegen die Kugel bei allen Neigungen der Stange, woran dieſelbe aufgehangen iſt, derſelbe bleibt, wogegen er ſich bei der Scheibe mit der Neigung derſelben ändert; während bei Anwendung einer Kugel die Formel

$$v = \psi \sqrt{tang.\beta}$$

(wo β die Abweichung der Stange von der Verticalen bezeichnet) genügt, iſt bei Anwendung einer Scheibe ein complicirterer Ausdruck zur Berechnung der Geſchwindigkeit zu gebrauchen.

Endlich hat man auch die Windgeſchwindigkeit durch den Stoß, welchen der Wind unmittelbar gegen eine ebene, ihm normal entgegengerichtete Fläche ausübt, zu meſſen geſucht, und dazu Anemometer angewendet, welche dem in Band I, §. 494 abgebildeten und beſchriebenen Hydrometer mehr oder weniger ähnlich ſind. Wäre das Geſetz des Windſtoßes vollſtändig bekannt und ſicher begründet, ſo würde ſich mit Hülfe eines ſolchen Anemometers die Geſchwindigkeit des Windes ohne weitere Unterſuchung beſtimmen laſſen; allein dem iſt nicht ſo, es führen vielmehr die in Band I, §. 510 aufgeſtellten Formeln und der in §. 512 angegebene Coefficient nur auf Näherungswerthe. Behalten wir dieſelben indeſſen hier bei, ſetzen wir alſo den Windſtoß

$$P = \xi \cdot \frac{v^2}{2g} F\gamma, = 1{,}86 \cdot \frac{v^2}{2g} F\gamma,$$

oder, für das preußiſche Maß, wo $\frac{1}{2g} = 0{,}016$ iſt,

$$P = 0{,}02976\, v^2 F\gamma,$$

oder, wenn wir noch die Winddichtigkeit $\gamma = \frac{61{,}74}{800} = 0{,}07717$ Pfund einſetzen,

$$P = 0{,}002297\, v^2 F,$$

alſo, wenn der Inhalt der geſtoßenen Fläche einen Quadratfuß beträgt, den Windſtoß

$$P = 0{,}002297\, v^2 \text{ Pfund},$$

ſowie umgekehrt, die Windgeſchwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{P}{0{,}002297}} = 20{,}87 \sqrt{P} \text{ Fuß}.$$

Hiernach iſt die auf umſtehender Seite enthaltene Tabelle berechnet worden.

Für die Geſchwindigkeiten v =	10	15	20	25	30	35	40	45	50 Fuß.
ſind hiernach die Windſtöße auf 1 Quadratfuß =	0,2297	0,5168	0,919	1,436	2,067	2,814	3,675	4,651	5,7425 Pfd.

Durch Multiplication mit dem Inhalte der geſtoßenen Fläche läßt ſich hiernach der Normalſtoß des Windes gegen jede ebene Fläche leicht berechnen.

§. 343 **Grösse des Windstosses.** Wir haben nun die Größe und Leiſtung des Windſtoßes bei den Flügelrädern der Windmühlen näher zu ſtudiren. Denken wir uns in dieſer Abſicht die ganze Flügelfläche durch Normalebenen auf der Flügel- oder Ruthenaxe in lauter ſchmale Theile oder Elemente zerſchnitten und ſtelle CD, Fig. 589, ein ſolches Element vor. Wegen der bedeutenden Größe und zumal wegen der großen Länge einer Flügelfläche können wir annehmen, daß alle in der Richtung AH ankommenden Windelemente der gegen die Fläche CD anrückenden Windſäule durch den Stoß in entgegengeſetzten Richtungen parallel zu CD abgelenkt werden, und deshalb auch von den Formeln in Band I, §. 502 Gebrauch machen. Bezeichnet c die Windgeſchwindigkeit und v die Flügelgeſchwindigkeit, ſowie Q das Windquantum, welches pr. Secunde gegen CD anſtößt, ferner γ die Dichtigkeit des Windes und α den Winkel CAH, welchen die Windrichtung mit CD einſchließt, ſo haben wir unter der Vorausſetzung, daß die Fläche CD in der Richtung des Windes ausweicht, nach dem angeführten Paragraphen, den Normalſtoß des Windes gegen CD:

Fig. 589.

$$N = \frac{c - v}{g} \sin.\alpha . Q\gamma.$$

Das zum Stoße gelangende Windquantum Q iſt hier, wo der Querſchnitt $\overline{CN} = G$ des Stromes die ganze Stoßfläche einnimmt, nicht $= Gc$, ſondern nur $G(c - v)$ zu ſetzen, da die mit der Geſchwindigkeit v ausweichende Fläche pr. Secunde einen Raum $\overline{Gv}$ hinter ſich offen läßt, der vom nachfolgenden Windquantum $\overline{Gc}$ den Theil $\overline{Gv}$ aufnimmt, ohne eine

Richtungsveränderung zu erleiden. Es ist daher der Normalstoß auch zu setzen:

$$N = \frac{c - v}{g} \sin.\alpha . (c - v)\, G\gamma = \frac{(c-v)^2}{g} \sin.\alpha . G\gamma,$$

oder, wenn F den Inhalt des Elementes CD bezeichnet und $G = F \sin.\alpha$ eingeführt wird,

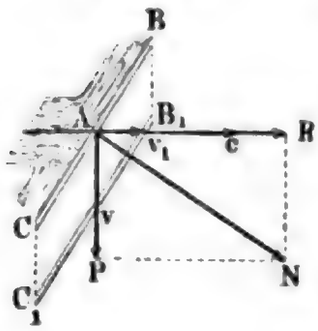
$$N = \frac{(c - v)^2}{g} \sin.\alpha^2 F\gamma.$$

Außer diesem Stoße gegen die Vorderfläche von CD findet noch eine Wirkung an der Hinterfläche von CD statt, da ein Theil des in den Richtungen CE und DF an dem Umfange der Fläche vorbeigehenden Windes zur Ausfüllung des Raumes hinter CD eine wirbelnde Bewegung annimmt, und dabei den der relativen Geschwindigkeit $(c - v) \sin.\alpha$ entsprechenden Druck $\frac{(c-v)^2}{g} \sin.\alpha^2 . F\gamma$ verliert. Wenn man beide Wirkungen vereinigt, so bekommt man zuletzt die vollständige Normalkraft des Windes gegen das Flügelelement F:

$$N = \frac{(c-v)^2}{g} \sin.\alpha^2 F\gamma + \frac{(c-v)^2}{2g} \sin.\alpha^2 F\gamma = 3 \cdot \frac{(c-v)^2}{2g} \sin.\alpha^2 F\gamma.$$

Vortheilhafteste Stosswinkel. Bei Anwendung dieser Formel §. 344
auf die Windräder haben wir zu berücksichtigen, daß der Windflügel BC, Fig. 590, nicht in der Richtung AR des Windes, sondern in einer Richtung AP rechtwinkelig darauf umläuft, es ist daher auch in der Formel

Fig. 590.



$$N = 3 \cdot \frac{(c - v)^2}{2g} \sin.\alpha^2 . F\gamma$$

für den Normalstoß statt v die Geschwindigkeit $\overline{Av_1} = v_1$ einzusetzen, mit welcher der Flügel in Hinsicht auf die Windrichtung ausweicht. Bezeichnet hier v die wirkliche Umdrehungsgeschwindigkeit $\overline{Av}$, so haben wir für $\overline{Av_1} = v_1 = v . cotang. \overline{Av_1 v} = v\, cotang.\alpha$ und daher für den vorliegenden Fall:

$$N = 3 \cdot \frac{(c - v\, cotang.\alpha)^2}{2g} \cdot \sin.\alpha^2 F\gamma$$

oder

$$N = 3 \frac{(c \sin.\alpha - v \cos.\alpha)^2}{2g} F\gamma.$$

Diesen Normalstoß zerlegt man in zwei Seitenkräfte P und R, eine in

der Umdrehungs- und die andere in der Axenrichtung des Flügelelementes wirkend, und es iſt

$$P = N\cos.\alpha = 3\,\frac{(c\sin.\alpha - v\cos.\alpha)^2}{2g}\cos.\alpha\,.F\gamma,$$

dagegen

$$R = N\sin.\alpha = 3\,\frac{(c\sin.\alpha - v\cos.\alpha)^2}{2g}\sin.\alpha\,.F\gamma.$$

Durch Multiplication mit der Umdrehungsgeſchwindigkeit v folgt aus der Formel für P die mechaniſche Leiſtung des Windrades:

$$L = Pv = 3\,\frac{(c\sin.\alpha - v\cos.\alpha)^2}{2g}v\cos.\alpha\,.F\gamma;$$

was dagegen die Axen- oder ſogenannte Parallelkraft R anlangt, ſo verrichtet dieſelbe keine Arbeit, ſondern ſie ſucht das Rad fortzuſchieben, drückt deshalb die Grundfläche ſeines hinteren Zapfens gegen das Widerlager und giebt durch die hieraus entſpringende Reibung zu einem beſonderen Arbeitsverluſte Veranlaſſung.

Die letzte Formel zeigt uns allerdings an, wie es ſich jedoch auch von ſelbſt verſteht, daß die Leiſtung mit der Windgeſchwindigkeit c und mit dem Inhalte F des Flächenſtücks wächſt, dagegen iſt aus ihr nicht ſogleich zu erſehen, welchen Einfluß der Stoßwinkel α auf den Werth der Leiſtung hat. Damit L nicht Null ausfalle, muß aber $c\sin.\alpha > v\cos.\alpha$, d. i. $tang.\alpha > \frac{v}{c}$ und $\cos.\alpha > 0$, alſo $\alpha < 90^0$ ſein. Es muß alſo zwiſchen den Grenzen $tang.\alpha > \frac{v}{c}$ und $\alpha < 90^0$ ein Werth von α einem Maximo von L entſprechen. Um dieſen Werth zu finden, ſetzen wir ſtatt α, $\alpha \pm x$, wo x eine ſehr kleine Größe bedeutet. Hiernach erhalten wir:

$\sin.(\alpha \pm x) = \sin.\alpha\cos.x \pm \cos.\alpha\sin.x$, oder $\cos.x = 1$

und, $\sin.x = x$ eingeſetzt,

$\sin.(\alpha \pm x) = \sin.\alpha \pm x\cos.\alpha$,

ferner:

$\cos.(\alpha \pm x) = \cos.\alpha\cos.x \mp \sin.\alpha\sin.x = \cos.\alpha \mp x\sin.\alpha$,

und dieſe Werthe geben uns für die Leiſtung

$$L = \frac{3c^2v}{2g}F\gamma\left(\sin.\alpha - \frac{v}{c}\cos.\alpha\right)^2\cos.\alpha$$

den Ausdruck:

$$L_1 = \frac{3c^2v}{2g} F\gamma \left[\left(sin.\alpha \pm x\, cos.\alpha - \frac{v}{c}(cos.\alpha \mp x\, sin.\alpha) \right)^2 (cos.\alpha \mp x\, sin.\alpha) \right]$$

$$= \frac{3c^2v}{2g} F\gamma \left[sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha \pm \left(cos.\alpha + \frac{v}{c} sin.\alpha \right) x \right]^2 (cos.\alpha \mp x\, sin.\alpha)$$

$$= \frac{3c^2v}{2g} F\gamma \left(\left(sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha \right)^2 cos.\alpha \right.$$

$$\left. \pm \left[2\left(sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha \right)\left(cos.\alpha + \frac{v}{c} sin.\alpha \right) cos.\alpha - \left(sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha \right)^2 sin.\alpha \right] x + \text{ꝛc.} \right)$$

$$= L \pm \frac{3c^2v}{2g} F\gamma \left(\left[2\left(sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha \right)\left(cos.\alpha + \frac{v}{c} sin.\alpha \right) cos.\alpha \right. \right.$$

$$\left. \left. - \left(sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha \right)^2 sin.\alpha \right] x + \text{ꝛc.} \right),$$

Damit α den Maximalwerth gebe, muß L_1 kleiner als L ausfallen, man mag α um x größer oder kleiner, d. i. x positiv oder negativ nehmen. Nun giebt aber die letzte Formel in einem Falle $L_1 > L$ und im anderen $< L$, so lange das zweite Glied $\pm \frac{3c^2v}{2g} F\gamma\,[\ldots]\,x$ reell ist; es ist daher zur Erlangung des Maximalwerthes nöthig, daß dieses zweite Glied Null, also

$$2\left(sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha \right)\left(cos.\alpha + \frac{v}{c} sin.\alpha \right) cos.\alpha - \left(sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha \right)^2 sin.\alpha = 0,$$

oder

$$2\left(cos.\alpha + \frac{v}{c} sin.\alpha \right) cos.\alpha = \left(sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha \right) sin.\alpha,$$

oder

$$sin.\alpha^2 - \frac{3v}{c} sin.\alpha\, cos.\alpha = 2\, cos.\alpha^2 \text{ sei.}$$

Durch $cos.\alpha^2$ dividirt und $\frac{sin.\alpha}{cos.\alpha} = tang.\alpha$ eingesetzt, ergiebt sich

$$tang.\alpha^2 - \frac{3v}{c} tang.\alpha = 2,$$

woraus nun für den die Maximalleistung versprechenden Winkel folgt:

$$tang.\alpha = \frac{3v}{2c} + \sqrt{\left(\frac{3v}{2c}\right)^2 + 2}.$$

Da bei einem und demselben Flügel die entfernteren Elemente eine größere Geschwindigkeit besitzen, als die der Umdrehungsaxe näherstehenden, so folgt hieraus, daß den entfernteren Flügeltheilen ein größerer Stoßwinkel zu ertheilen ist, als den näheren, um eine möglichst große Leistung zu erhalten.

Es ſind alſo die Flügel nicht eben, ſondern windſchief (franz. gauches; engl. warped) und zwar ſo herzuſtellen, daß die äußeren Theile weniger als die inneren von der Umdrehungsebene abweichen.

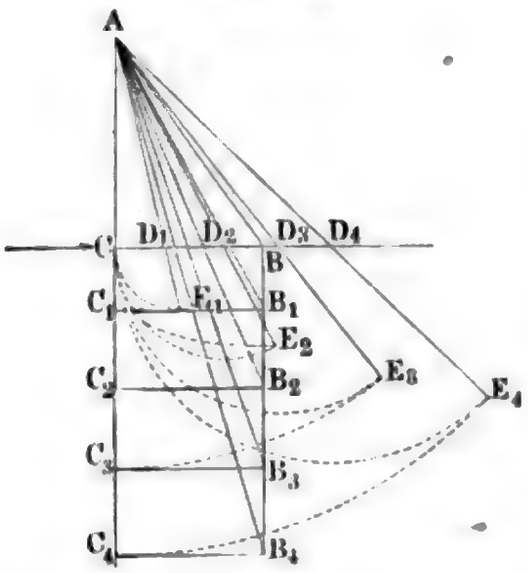
Anmerkung. Die vortheilhafteſten Stoßwinkel eines Flügels laſſen ſich auch leicht durch folgende Conſtruction finden. Man nehme CB, Fig. 591, $= 1$, ſetze rechtwinkelig darauf: $CA = \sqrt{2} =$ der Diagonale eines Quadrates über CB, und ziehe AB. Dann iſt

$$tang.\, ABC = \sqrt{2}, \text{ und daher}$$
$$\angle\, ABC = 54^0\, 44'\, 8'',$$

d. i. der Stoßwinkel der ganz nahe an der Umdrehungsaxe liegenden Flügelelemente. Setzen wir nun in

$y = \frac{3\,\omega x}{2\,c}$ für c die Wind-, ſowie für ω die Winkelgeſchwindigkeit und für x nach und nach die Entfernungen der Flügelſproſſen von der Umdrehungsaxe ein, und tragen wir die ſo erhaltenen Werthe von y als CD_1, CD_2, CD_3 u. ſ. w. auf die CB von C aus auf; ziehen wir ferner die Hypotenuſen AD_1, AD_2, AD_3 u. ſ. w. und verlängern wir dieſelben ſo, daß $D_1E_1 = CD_1$, $D_2E_2 = CD_2$, $D_3E_3 = CD_3$ u. ſ. w. wird; legen wir endlich AE_1, AE_2, AE_3 u. ſ. w. auf die Richtung von AC als AC_1, AC_2, AC_3 u. ſ. w. auf, errichten in C_1, C_2, C_3 u. ſ. w. die Perpendikel C_1B_1, C_2B_2, C_3B_3 u. ſ. w. $= CB = 1$, und ziehen AB_1, AB_2, AB_3 u. ſ. w., ſo erhalten wir in AB_1C_1, AB_2C_2, AB_3C_3 u. ſ. w. die geſuchten Stoßwinkel, denn es iſt:

Fig. 591.



$$tang.\, AB_1C_1 = \frac{AC_1}{B_1C_1} = \frac{AE_1}{1} = D_1E_1 + AD_1 = y_1 + \sqrt{y_1^2 + 2},$$

$$tang.\, AB_2C_2 = \frac{AC_2}{B_2C_2} = \frac{AE_2}{1} = D_2E_2 + AD_2 = y_2 + \sqrt{y_2^2 + 2}, \text{ ꝛc.}$$

§. 345 **Leiſtung der Windräder.** Die Formel für den zweckmäßigſten Stoßwinkel läßt ſich auch umkehren, um die einer gegebenen Flügelſtellung (α) entſprechende vortheilhafteſte Umdrehungsgeſchwindigkeit zu finden. Es iſt hiernach:

$$tang.\, \alpha^2 - \frac{3\,v}{c}\, tang.\, \alpha = 2,$$

und daher ſehr einfach:

$$v = \left(\frac{tang.\, \alpha^2 - 2}{tang.\, \alpha}\right) \cdot \frac{c}{3} = (tang.\, \alpha - 2\, cotang.\, \alpha)\, \frac{c}{3}.$$

Setzt man dieſen Werth in die Leiſtungsformel ein, ſo bekommt man dann:

$$L = \frac{3c^2}{2g} F\gamma \cdot \frac{tang.\alpha^2 - 2}{tang.\alpha} \cdot \frac{c}{3} \cdot \left(sin.\alpha - \frac{tang.\alpha^2 - 2}{3\, tang.\alpha}\, cos.\alpha\right)^2 cos.\alpha$$

$$= {}^4/_9 \cdot \frac{c^3}{2g} F\gamma \cdot \frac{(tang.\alpha^2 - 2)\, cos.\alpha^2}{sin.\alpha^3} = {}^4/_9 \frac{c^3}{2g} F\gamma \cdot \frac{(3\, sin.\alpha^2 - 2)}{sin.\alpha^3}.$$

Die theoretiſche Leiſtung eines Windrades läßt ſich hiernach für jede gegebene Wind- und Umdrehungsgeſchwindigkeit berechnen. Aus der gegebenen Umdrehungszahl u pr. Minute folgt zunächſt die Winkelgeſchwindigkeit $\omega = \frac{\pi u}{30} = 0{,}10472 \cdot u$. Theilt man nun die ganze Windruthenlänge in ſieben gleiche Theile, und läßt man, wie gewöhnlich, den Flügel im erſten Theilpunkte anfangen, ſo daß ſeine eigentliche Länge ${}^6/_7\, l$ ausfüllt, ſo kann man nun ſehr leicht mit Hülfe der Formel

$$tang.\alpha = \frac{3v}{2c} + \sqrt{\left(\frac{3v}{2c}\right)^2 + 2}$$

die jedem der ſieben Theilpunkte des Flügels entſprechenden vortheilhafteſten Stoßwinkel $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2 \ldots$ berechnen, indem man nach und nach

$$v_0 = \omega \cdot \frac{l}{7},\ v_1 = \omega \cdot \frac{2l}{7},\ v_2 = \omega \cdot \frac{3l}{7} \cdots \text{bis } v_6 = \omega \cdot \frac{7l}{7}$$

oder ωl einführt.

Sind nun noch $b_0, b_1, b_2 \ldots b_6$ die durch dieſe Theilpunkte zu legenden Flügelbreiten, ſo können wir mit Hülfe der Simpſon'ſchen Regel aus

$$\left(\frac{3\, sin.\alpha_0^2 - 2}{sin.\alpha_0^3}\right) b_0, \left(\frac{3\, sin.\alpha_1^2 - 2}{sin.\alpha_1^3}\right) b_1 \cdot \left(\frac{3\, sin.\alpha_2^2 - 2}{sin.\alpha_2^3}\right) b_2 \text{ u. ſ. w.}$$

einen Mittelwerth k berechnen und bekommen daher mit Hülfe deſſelben die ganze Flügelleiſtung:

$$L = {}^4/_9\, k\gamma \,.\, {}^6/_7\, l \cdot \frac{c^3}{2g},$$

oder allgemeiner, wenn l_1 die eigentliche Flügellänge bezeichnet:

$$L = {}^4/_9\, \gamma k l_1 \frac{c^3}{2g}.$$

Wäre der Flügel eben, hätte er alſo an allen Stellen einen und denſelben Stoßwinkel α, ſo würde man mittels $v_0 = \frac{\omega l}{7}$, $v_1 = \omega \cdot \frac{2l}{7}$ u. ſ. w. zunächſt die entſprechenden Werthe

$$\left(sin.\alpha - \frac{v_0}{c} cos.\alpha\right)^2 \frac{v_0}{c} cos.\alpha \,.\, b_0,$$

$$\left(sin.\alpha - \frac{v_1}{c} cos.\alpha\right)^2 \frac{v_1}{c} cos.\alpha \,.\, b_1 \text{ u. ſ. w.}$$

zu berechnen, aus dieſen wieder durch Anwendung der Simpſon'ſchen Regel den Mittelwerth k_1 zu ermitteln und denſelben zuletzt in die Formel

$$L = 3\,\gamma k_1 . l_1 \cdot \frac{c^3}{2g}$$

einzuſetzen haben.

Iſt n die Anzahl der Flügel, ſo hat man allerdings den letzten Werth noch hiermit zu multipliciren, um die ganze theoretiſche Radleiſtung zu erhalten, alſo

$$L = 3\,n\gamma k_1 l_1 \frac{c^3}{2g}$$

zu ſetzen.

Beiſpiel 1. Welche Stoßwinkel erfordert ein Flügelrad bei 20 Fuß Windgeſchwindigkeit, wenn daſſelbe aus vier Flügeln von je 24 Fuß Länge und 6 bis 9 Fuß Breite beſteht, und wenn es in der Minute 16 Umdrehungen macht. Wie groß iſt ferner die theoretiſche Leiſtung dieſes Rades?

Zunächſt iſt die Winkelgeſchwindigkeit $\omega = 0{,}10472 . 16 = 1{,}6755$ Fuß, und iſt die Entfernung der innerſten Flügelſproſſe von der Wellenare $= 4$ Fuß, alſo die ganze Ruthenlänge $l = 24 + 4 = 28$ Fuß, ſo hat man:

Für die Entfernungen:	4	8	12	16	20	24	28 Fuß
die Geſchwindigkeiten:	6,702	13,404	20,106	26,808	33,510	40,212	46,914 Fß.
die Tangenten der Stoßwinkel	2,004	2,740	3,575	4,469	5,397	6,347	7,311
die Stoßwinkel	63° 29′	69° 57′	74° 22′	77° 23′	79° 30′	81° 3′	82° 13′
Werthe $\frac{3\,sin.\,a^2 - 2}{sin.\,a^3}$:	0,5612	0,7810	0,8759	0,9220	0,9472	0,9622	0,9716
die Flügelbreiten . . .	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0 Fuß
die Producte aus den letzten beiden Größen	3,367	5,076	6,131	6,915	7,578	8,179	8,744

Aus den letzten Producten folgt nun der Mittelwerth:

$$k = \frac{3{,}367 + 8{,}744 + 4\,.\,(5{,}076 + 6{,}915 + 8{,}179) + 2\,.\,(6{,}131 + 7{,}578)}{18}$$

$$= \frac{12{,}111 + 80{,}680 + 27{,}418}{18} = \frac{120{,}209}{18} = 6{,}678,$$

und führen wir nun noch $\gamma = \frac{61{,}75}{800} = 0{,}0772$ Pfund, $^6/_7\,l = 24$ ſowie $\frac{c^3}{2g} = 0{,}016 . 20^3 = 128$ ein, ſo bekommen wir die Leiſtung dieſes Windrades:

$$L = 4 . {}^4/_9 . 6{,}678 . 0{,}0772 . 24 . 128 = 11{,}872 . 1{,}85 . 128 = 2811 \text{ Fußpfund}$$
$$= 5{,}9 \text{ Pferdekräfte.}$$

Beiſpiel 2. Welche Leiſtung iſt von einem Windrade zu erwarten, welches aus vier ebenen Flügeln beſteht und bei dem Stoßwinkel von 75° die übrigen Dimenſionen und Verhältniſſe mit dem Rade im vorigen Beiſpiele gemeinſchaftlich hat?

Man hat hier:

die Geſchwindigkeitsverhältniſſe $\frac{v}{c}$	0,3351	0,6702	1,0053	1,3404	1,6755	2,0106	2,3457
die Differenzen:							
$sin.\,\alpha - \frac{v}{c} cos.\,\alpha$ . .	0,8792	0,7925	0,7057	0,6190	0,5323	0,4456	0,3588
die Breiten b	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0 Fuß
die Producte $(sin.\,\alpha - \frac{v}{c} cos.\,\alpha)^2 \cdot \frac{v}{c} cos.\,\alpha\,.\,b$: . . .	0,4023	0,7081	0,9071	0,9969	0,9830	0,8783	0,7034

Aus den letzten Producten ergiebt ſich mittels der Simpſon'ſchen Regel der Mittelwerth:

$$k_1 = \tfrac{1}{18}[0{,}4023 + 0{,}7034 + 4(0{,}7081 + 0{,}9969 + 0{,}8783) + 2(0{,}9071 + 0{,}9830)]$$
$$= \tfrac{1}{18}(1{,}1057 + 10{,}3332 + 3{,}7802) = \frac{15{,}2191}{18} = 0{,}8455,$$

und hieraus folgt die geſuchte Leiſtung:

$L = 4\,.\,3\,.\,0{,}8455\,.\,0{,}0772\,.\,24\,.\,128 = 2408$ Fußpfund $= 5$ Pferdekräfte,

wogegen das Rad mit windſchiefen Flügeln $L = 5{,}9$ Pferdekräfte verſpricht.

Reibungsverluſt der Windräder. Einen bedeutenden Theil des Arbeitsvermögens, welches ein Flügelrad dem Winde abgewinnt, geht durch die Reibung am Halſe des Rades verloren, zumal wenn, wie gewöhnlich, dieſer ſehr ſtark iſt. Wir können annehmen, daß das ganze Gewicht des Flügelrades im Halſe unterſtützt ſei und den Druck am hinteren Zapfen ganz unberückſichtigt laſſen; wenn nun auch dadurch eine etwas zu große Reibung gefunden wird, ſo wird ſie durch Außerachtlaſſung der Reibung an der Baſis des hinteren Zapfens, welche aus dem Windſtoße in axialler Richtung entſpringt, ungefähr wieder ausgeglichen. Da der hintere Zapfen viel ſchwächer iſt, als der Hals- oder vordere Zapfen, ſo wird dieſe Vereinfachung um ſo eher erlaubt ſein. Dies vorausgeſetzt, erhalten wir nun aus dem Gewichte G des ganzen Flügelrades die entſprechende Reibung $F = \varphi G$, und iſt nun noch r der Halbmeſſer des Halſes, alſo ωr die Geſchwindigkeit der Reibung, ſo folgt die Arbeit dieſer Reibung: §. 346

$$F\omega r = \varphi G\omega r = 0{,}1047 . u\varphi G r = \varphi G \frac{r}{l} v,$$

wenn v die Umfangsgeſchwindigkeit des Rades bezeichnet.

Dies vorausgeſetzt, können wir nun die effective Leiſtung eines Windrades mit ebenen Flügeln ſetzen:

$$L = 3 n \gamma k_1 l_1 \cdot \frac{c^3}{2g} - \varphi G \frac{r}{l} v,$$

und die eines ſolchen Rades mit windſchiefen Flügeln:

$$L = {}^4/_9 \, n \gamma k l_1 \cdot \frac{c^3}{2g} - \varphi G \frac{r}{l} v.$$

Aus der Formel $L = \frac{3 (c \sin. \alpha - v \cos. \alpha)^2}{2g} v \cos. \alpha . F\gamma$ für die theoretiſche Leiſtung eines Flügelelementes läßt ſich der Einfluß der Flügelgeſchwindigkeit auf die theoretiſche Radleiſtung erkennen, namentlich auch finden, daß für $v \cos. \alpha = \frac{c \sin \alpha}{3}$ (vergl. Band II, §. 219), d. i. für

$$v = \frac{c \tang. \alpha}{3}$$

dieſelbe ein Maximum wird. Führt man nun aber dieſen Werth in der angeführten Formel ein, ſo erhält man

$$L = 3 . {}^4/_{27} . \frac{c^3 \sin. \alpha^3}{2g} F\gamma,$$

und es iſt nun hieraus zu entnehmen, daß die Leiſtung am größten ausfällt, wenn der Stoßwinkel $\alpha = 90^0$, alſo $v = \infty$ wird. Dieſer Forderung kann aber aus dem Grunde nicht Genüge geleiſtet werden, weil ſchon bei einer nicht übermäßig großen Umdrehungsgeſchwindigkeit die Nebenhinderniſſe, namentlich aber die Halsreibung, ſo viel Arbeit conſumiren, daß für die effective oder Nutzleiſtung nichts mehr übrig bleibt. Es iſt alſo bei einer großen Umdrehungszahl eine große Nutzleiſtung zu erwarten, jedoch in gegebenen Fällen ſtets beſonders zu unterſuchen, bei welcher Umdrehungszahl die Nutzleiſtung, welche die theoretiſche Leiſtung nach Abzug der Arbeit der Reibung noch übrig läßt, ein Maximum wird, und dies kann nur dadurch geſchehen, daß man für eine Reihe von Umdrehungszahlen dieſe Leiſtungen wirklich berechnet, und aus dieſen die größte herausnimmt oder durch Interpolation ermittelt.

Beiſpiel. Wenn die armirte Flügelwelle des in den Beiſpielen des vorigen Paragraphen betrachteten Rades 7500 Pfund wiegt, ferner der Halbmeſſer ihres Halſes, $r = {}^1/_8$ Fuß mißt, und der Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}1$ angenommen wird, ſo hat man die durch die Halsreibung verloren gehende mechaniſche Leiſtung:

$L_1 = 0{,}1 \,.\, 7500 \,.\, \omega r = 750 \,.\, {}^1/_3 \,.\, 1{,}6755 = 250 \,.\, 1{,}6755 = 419$ Fußpfund; es bleibt alſo beim Rade mit windſchiefen Flügeln die Nutzleiſtung

$L = 2811 - 419 = 2392$ Fußpfund,

d. i. circa 85 Procent übrig. Bei den hölzernen Wellen ſind aber die Hälſe noch einmal ſo ſtark, und es iſt daher hier der Arbeitsverluſt durch die Reibung doppelt, die Nutzleiſtung alſo nur 70 Procent der theoretiſchen.

Erfahrungen über Windräder. Sichere, namentlich zur Prüfung der Theorie vollkommen genügende Beobachtungen ſind an Windmühlen bis jetzt noch gar nicht gemacht worden; es fehlt zwar nicht an Angaben über die Leiſtungen verſchiedener Windmühlen, allein dieſelben ſind meiſt zur Beurtheilung des Wirkungsgrades dieſer Maſchinen nicht hinreichend, da ſie die Windgeſchwindigkeit entweder ganz unbeſtimmt laſſen oder dieſelbe nicht mit hinreichender Genauigkeit ausdrücken. Am vollſtändigſten ſind noch die Angaben von Coulomb und Smeaton; neuere Beobachtungen ähnlicher Art fehlen aber ganz. Coulomb ſtellte ſeine Beobachtungen an einer der vielen Windmühlen in der Umgebung von Lille an; es laſſen ſich aber aus denſelben ziemlich ſichere Folgerungen ziehen, weil dieſe Mühle ein zum Auspreſſen des Rübſamenöles dienendes Pochwerk in Bewegung ſetzte, deſſen Nutzleiſtung ſich ſehr leicht berechnen läßt. Die vier Radflügel dieſer Mühle waren nach holländiſcher Art, windſchief, mit den Stoßwinkeln von $63^3/_4{}^0$ bis $81^1/_4{}^0$, und jeder von ihnen hatte ungefähr $2 \,.\, 10 = 20$ Quadratmeter Inhalt. Die Verſuche wurden bei Windgeſchwindigkeiten von 2,27 Meter bis 9,1 Meter und bei Umfangsgeſchwindigkeiten von 7 bis 22 Meter angeſtellt, und ſtimmten nach den Berechnungen von Coriolis (ſ. deſſen Calcul de l'effet des machines) im Mittel ziemlich mit der oben entwickelten Theorie, nach welcher der Windſtoß normal gegen ein Flügelelement F: §. 347

$$N = 3 \,.\, \frac{(c \sin.\alpha - v \cos.\alpha)^2}{2g} F\gamma$$

iſt, überein. Es iſt übrigens leicht zu ermeſſen, daß bei den beſſeren Conſtructionen mit ſchiefen Flügeln der Mittelwerth von $\frac{3 \sin.\alpha^2 - 2}{\sin.\alpha^3}$ nicht bedeutend abweichen kann von demjenigen, welcher ſich aus dem erſten Beiſpiele in §. 345 $= 0{,}880$ berechnet; führen wir aber dieſen in die allgemeine Formel ein, ſo erhalten wir folgenden höchſt einfachen Ausdruck für die Leiſtung eines Windrades:

$$L = {}^4/_9 \,.\, 0{,}88 \,.\, 0{,}0772 \,.\, nF \frac{c^3}{2g} = 0{,}000483\, nFc^3 \text{ Fußpfund.}$$

Das Mittel aus den Coulomb'ſchen Beobachtungen giebt

$$L = 0{,}026\, nFc^3 \text{ Kilogrammmeter,}$$

oder im preußiſchen Maße,

$$= 0{,}000507\, n F c^3 \text{ Fußpfund},$$

alſo in guter Uebereinſtimmung mit der theoretiſchen Beſtimmung. Der Sicherheit wegen nimmt man vielleicht am beſten

$$L = 0{,}00047\, n F c^3 \text{ Fußpfund an.}$$

Dieſe Formel giebt jedoch nur dann genügend richtige Reſultate, wenn die Umfangsgeſchwindigkeit ungefähr die vortheilhafteſte, nämlich circa $2\frac{1}{2}$mal ſo groß als die Windgeſchwindigkeit iſt.

Beiſpiel. Wenn ein Windrad bei einer Windgeſchwindigkeit von 16 Fuß eine Leiſtung von 4 Pferdekräften geben ſoll, welche Flügelflächen muß daſſelbe erhalten? Nach der letzten Formel iſt

$$nF = \frac{4 \,.\, 480}{0{,}00047 \,.\, 16^3} = \frac{1920000}{1925} = 1000 \text{ Quadratfuß};$$

alſo bei fünf Flügeln, der Inhalt des einen, $F = 200$ Quadratfuß. Macht man die Länge l_1 eines Flügels 5mal ſo groß, als ſeine mittlere Breite b, ſo hat man hiernach $5\, b^2 = 200$, folglich die Breite jenes Flügels:

$$b = \sqrt[3]{40} = 6\frac{1}{3} \text{ Fuß},$$

und die Länge deſſelben:

$$l_1 = 5 \,.\, 6\frac{1}{3} = 31\frac{2}{3} \text{ Fuß}.$$

§. 348 **Smeaton's Regeln.** Smeaton hat ſehr ausführliche Verſuche über Windräder im Kleinen angeſtellt. Sein Verſuchsrad hatte Arme von 21 Zoll Länge mit Flügeln von 18 Zoll Länge und 5,6 Zoll Breite (engl. Maß). Er ließ dieſes Rad nicht durch den Wind in Umdrehung ſetzen, ſondern er bewegte daſſelbe in der ruhigen Luft im Kreiſe herum, weshalb er denn nicht den Windſtoß, ſondern den Widerſtand der Luft gegen das Rad beobachtet hat, wodurch allerdings die Reſultate ſeiner Beobachtungen bedeutend an Werth verlieren. Die Bewegung des Rades gegen den Wind erfolgte durch eine ſtehende Welle mit einem $5\frac{1}{2}$ Fuß langen Querarme, an deſſen Ende die Lager des Rades befeſtigt waren; dieſe Welle aber erhielt ihre Bewegung durch den Beobachter ſelbſt, und zwar mit Hülfe einer Schnur, welche, wie bei einem Kreiſel, vor jedem Verſuche auf den ſtärkeren Theil dieſer Welle aufgewickelt wurde. Um den Windſtoß oder vielmehr den Widerſtand der Luft zu meſſen, wurde unmittelbar über der ſtehenden Welle eine Wagſchale mit Gewichten an einer ſehr feinen Schnur aufgehangen, und das andere Ende dieſer Schnur um die Flügelwelle gelegt, ſo daß ſich bei Umdrehung dieſer Welle die Schnur auf ſie aufwickelte und das Gewicht am erſten Ende dieſer Schnur emporhob. Was nun die Ergebniſſe dieſer Verſuche anlangt, ſo ſtimmen ſie in qualitativer Hinſicht ſehr gut mit der Theorie überein, namentlich weiſen ſie ſehr beſtimmt nach, daß die windſchiefen Flügel mehr Wirkung haben als die ebenen, und daß die durch die Theorie gefundenen Stoßwinkel wirklich die vortheilhafteſten ſind. Während wir im

obigen Beiſpiel zu §. 345 von innen nach außen gegangen und, gleichen Abſtänden entſprechend, die ſieben Stoßwinkel

$63^0\,29'$; $69^0\,57'$; $74^0\,22'$; $77^0\,23'$; $79^0\,30'$; $81^0\,3'$ und $82^0\,13'$

gefunden haben, ergaben ſich bei den Verſuchen von Smeaton folgende ſechs Stoßwinkel als ſehr vortheilhaft:

$$72^0;\ 71^0;\ 72^0;\ 74^0;\ 77\tfrac{1}{2}{}^0;\ 83^0;$$

im Mittel alſo wenig verſchieden von den erſteren. Uebrigens bemerkt Smeaton ſelbſt, daß eine Abweichung von 2 Grad im Stoßwinkel keinen bedeutenden Einfluß auf die Leiſtung des Rades habe.

Zuletzt macht Smeaton aus ſeinen bei $4\frac{1}{3}$ bis $8\frac{3}{4}$ Fuß Wind- oder vielmehr Radaxengeſchwindigkeit angeſtellten Verſuchen folgende, mit der Theorie in ſehr guter Uebereinſtimmung ſtehende Folgerungen.

Bei einem vortheilhaft beſegelten Flügelrade ſteht die größte Umfangsgeſchwindigkeit mit der vortheilhafteſten Umfangsgeſchwindigkeit im Verhältniſſe wie 3 : 2, und dagegen die größte Laſt zur vortheilhafteſten Laſt im Verhältniſſe wie 6 : 5. Uebrigens aber iſt die größte Umfangsgeſchwindigkeit, d. i. die beim leeren Gange, circa 4mal, und daher die beim vortheilhafteſten Gange, $\frac{2}{3}.4 = \frac{8}{3}$mal ſo groß, als die Windgeſchwindigkeit. Ferner wächſt beim vortheilhafteſten, d. h. die größte Nutzleiſtung gebenden, Gange die Belaſtung beinahe wie das Quadrat, und die Leiſtung beinahe wie der Cubus der Windgeſchwindigkeit. Wenigſtens gab die doppelte Windgeſchwindigkeit die 3,75fache Belaſtung und die 7,02fache Nutzleiſtung. Manche andere Regeln, welche Smeaton noch aus ſeinen Verſuchen zieht, ſind mit der Theorie im Einklange, und laſſen ſich ebenſo gut aus dieſer ableiten, weswegen es nicht nöthig iſt, hier weiter darauf einzugehen.

Nach dieſen Verſuchen iſt übrigens die Wirkung des Windes bei den Flügelrädern noch größer, als ſie die Theorie giebt und als die Coulomb'ſchen Verſuche geben.

Von anderen Angaben über die Leiſtungen der Windräder kann erſt im Abſchnitte von den Arbeitsmaſchinen die Rede ſein.

Schlußanmerkung. Die vollſtändigſte Theorie der Windräder findet man in des Verfaſſers Handbuch der Bergmaſchinenmechanik, und in Coriolis' Traité du calcul de l'effet des machines. In den meiſten Lehrbüchern über Mechanik werden die Windräder ganz kurz abgehandelt oder wohl gar unbeachtet gelaſſen. Die Verſuche Smeaton's ſind in den Philosophical Transactions, Jahrgänge 1759 bis 1776 beſchrieben, geſammelt und ins Franzöſiſche überſetzt aber von Girard, und zwar unter dem Titel „Recherches expérimentales sur l'eau et le vent. Paris 1827." Auszüge davon findet man faſt in allen engliſchen Werken, namentlich auch in Barlow's Treatise on the Manufactures and Machinery of Great-Britain. Coulomb's Verſuche ſind in dem bekannten Werke: Théorie des machines simples, par Coulomb, beſchrieben. Eine Bockwindmühle genau gezeichnet und ausführlich beſchrieben findet man in Hoff-

mann's Sammlung der gebräuchlichſten Maſchinen, Heft I, Berlin 1833. Siehe auch Schwahns Lehrbuch der prakt. Mühlenbaukunde. Ebenſo iſt in Band 8 der Publication industrielle etc. par Armengaud, Paris 1853 beſchrieben.

Eine ziemlich vollſtändige Abhandlung über Windmühlen, von A. Burg enthält Bd. 8 (1826) der Jahrbücher des polytechn. Inſtituts in Wien. Ebenſo Rühlmann's allgemeine Maſchinenlehre Bd. I.

Ueber den Windſtoß handelt ſchon Mariotte in ſeinen Grundlehren der Hydroſtatik und Hydraulik; nach ihm iſt der Windſtoß

$$P = 1{,}73 \frac{c^2}{2g} F\gamma.$$

Nächſtdem auch Borda, in den Mémoires de l'Académie de Paris, 1763; ferner Rouſe (ſ. das oben citirte Werk von Smeaton), dann noch Hutton und Woltmann. Die letzteren Autoren finden P viel kleiner, als Mariotte u. ſ. w., weil ſie nicht den Windſtoß, ſondern den Widerſtand der Luft gemeſſen haben. Sicherlich iſt daher auch der von Woltmann gefundene Coefficient $\zeta = 4/3$, alſo die Kraft

$$P = 4/3 \cdot \frac{c^2}{2g} F\gamma$$

zu klein, weil er die Conſtante ſeines Flügels nicht direct beſtimmt hat (ſ. deſſen Theorie und Gebrauch des hydrometriſchen Flügels. Hamburg 1790).

Hutton findet aus ſeinen Verſuchen, daß man mit mehr Genauigkeit den Stoß und Widerſtand der Luft $F^{1,1}$ proportional wachſend annehmen müſſe (ſ. deſſen Philosophical and mathematical Dictionary, T. II). Nehmen wir nun an, daß der Coefficient $\zeta = 1{,}86$ für eine kleine Fläche von 1 Quadratfuß Inhalt richtig ſei, ſo müſſen wir hiernach für einen Windflügel von 200 Quadratfuß Flächeninhalt $\zeta = 200^{0,1} \cdot 1{,}86 = 1{,}7 \cdot 1{,}86 = 3{,}162$ ſetzen, was mit der theoretiſchen Beſtimmung und mit dem obigen Vortrage, wo

$$\zeta = 3 \quad \text{und} \quad P = 3 \cdot \frac{c^2}{2g} F\gamma$$

angenommen wurde, gut übereinſtimmt.

Eine ſehr gute Zuſammenſtellung und Vergleichung der Verſuche über den Stoß und Widerſtand der Luft theilt Poncelet in ſeiner Introduction à la mécanique industrielle mit. Eigenthümliche Anſichten über den Windſtoß verfolgt Euler in einer Abhandlung der Berliner Memoiren, 1756; ebenſo Crelle in der Abhandlung „Theorie des Windſtoßes", Berlin 1802.

Unterſuchungen über die empiriſche Formel

$$L = 0{,}026\, n F c^3$$

von Coulomb u. ſ. w. enthält die kleine Schrift: Notice sur les moulins à vent à ailes réductibles, par M. Ord. de Lacolange, Besançon 1856.

Zweiter Abſchnitt.

Von der Wärme, von den Dämpfen und von den Dampfmaſchinen.

Erſtes Capitel.

Von den Eigenſchaften der Wärme.

Wie der Schall durch meßbare Schwingungen eines Körpers hervorgebracht und durch andere Körper, wie Luft, Waſſer u. ſ. w., fortgepflanzt wird, ebenſo iſt man genöthigt anzunehmen, daß die Wärme in unmeßbar kleinen Schwingungen der Moleküle (franz. molécules, engl. molecules) eines Körpers beſtehe, und durch ein außerordentlich feines gewichtloſes Fluidum, den ſogenannten Aether (franz. éther, engl. ether), welcher alle Körper, ſowie auch den ganzen Weltraum durchdringt, fortgepflanzt werde. Während bei einem gewöhnlichen Pendel die Schwingungen in einem ſtetigen Wechſelſpiel zwiſchen der Schwer- und Trägheitskraft beſtehen, ſind die Schwingungen elaſtiſcher Körper, und ſo auch die der Aether- und Körpermoleküle ein ſolches Wechſelſpiel zwiſchen der Elaſticität und Trägheit dieſer Körper oder Körpermoleküle. §. 349

Die Abhängigkeit zwiſchen der Fallhöhe h und der Geſchwindigkeit c eines ſolchen Pendels am tiefſten Punkte ſeiner Bewegung iſt bekanntlich (ſ. Bd. I, §. 320)

$$c = \sqrt{2gh}, \text{ oder } h = \frac{c^2}{2g},$$

und hat daſſelbe das Gewicht G, ſo iſt die mechaniſche Arbeit, welche die

Schwerkraft beim Niederfallen, ſowie die Arbeit, welche die Trägheit beim Aufſteigen deſſelben verrichtet:

$$A = Gh = G\frac{c^2}{2g}.$$

Hat das Pendel nur einen Theil z der ganzen Fallhöhe zurückgelegt und die Geſchwindigkeit $v = \sqrt{2gz}$ erlangt, ſo beſitzt es in Folge ſeiner Schwere noch das Arbeitsvermögen $G(h - z)$, und in Folge ſeiner Trägheit das Arbeitsvermögen $G\frac{v^2}{2g} = Gz$; es iſt daher das ganze Arbeitsvermögen eines ſchwingenden Pendels:

$$G(h - z) + Gz = Gh = G\frac{c^2}{2g}, \text{ d. i. eine conſtante Größe.}$$

Wenn ferner das Maſſenelement $M = \frac{G}{g}$ eines elaſtiſchen Körpers im Abſtande x von ſeiner Gleichgewichtslage die Geſchwindigkeit v hat, und von der Kraft $P = px$ nach dem Ruhepunkt zurückgetrieben wird, ſo iſt das Arbeitsvermögen deſſelben überhaupt,

$$A = \frac{Px}{2} + G\frac{v^2}{2g} = \frac{px^2}{2} + G\frac{v^2}{2g};$$

hat die Geſchwindigkeit des Pendels im Augenblick des Durchganges durch den Ruhepunkt den Werth c, ſo iſt daher das Arbeitsvermögen $= G\frac{c^2}{2g}$.

Nun läßt ſich aber die Arbeit der Repulſivkraft $P = px$, während die Geſchwindigkeit c in v verwandelt wird (nach Bd. I, §. 84)

$$\frac{Px}{2} = \frac{px^2}{2} = G\left(\frac{c^2 - v^2}{2g}\right) \text{ ſetzen;}$$

daher folgt auch

$$A = \frac{G(c^2 - v^2)}{2g} + \frac{Gv^2}{2g} = \frac{Gc^2}{2g}, \text{ ſowie}$$

$A = \frac{pa^2}{2}$, wenn $\pm a$ den Ausſchlag des elaſtiſchen Pendels bezeichnet.

Es iſt alſo auch bei den durch die Elaſticität hervorgerufenen Schwingungen eines Körpers das Arbeitsvermögen eine conſtante Größe.

Daſſelbe Schwingungsgeſetz kann natürlich auch bei flüſſigen Körpern, ſogar auch bei dem feinſten Fluidum, dem Aether, ſtattfinden. Wenn nun die Wärme eine Wirkung dieſes Schwingungszuſtandes iſt, ſo läßt ſich daher auch annehmen, daß jeder Körper in Folge ſeiner Wärme eine gewiſſe Arbeitsfähigkeit in ſich enthalte, welche mit der Wärme ab- und zunimmt. Die ſogenannte Wärmemenge eines Körpers wird hiernach auch durch die Schwingungsarbeit A deſſelben gemeſſen.

Es iſt die ſogenannte Undulationstheorie, welche die Erſcheinungen der Wärme durch die Schwingungen des Aethers u. ſ. w. erklärt; die nun unhaltbar gewordene Emanationstheorie gründet ſich dagegen auf die Annahme eines beſonderen Wärmeſtoffes, deſſen größere oder geringere Anhäufung in einem Körper die verſchiedenen Wärmezuſtände deſſelben zur Folge hat.

Inſtrumente, welche die Wärme oder das Wärmequantum eines Körpers §. 350
anzeigen, heißen Thermometer (franz. thermomètres; engl. thermometers) und Pyrometer (franz. pyromètres; engl. pyrometers). Erſtere werden zum Meſſen kleiner oder mäßiger, letztere aber zur Ausmittelung hoher Wärmegrade verwendet; bei jenen iſt es in der Regel ein flüſſiger, bei dieſen aber gewöhnlich ein feſter Körper, welcher durch ſeine Ausdehnung die Stärke der Wärme anzeigt. Den durch eines dieſer Inſtrumente angezeigten Wärmezuſtand eines Körpers nennt man die Temperatur (franz. température; engl. temperature) deſſelben.

Bei Aufnahme einer großen Wärmemenge gehen endlich feſte Körper in tropfbarflüſſige und letztere wieder in elaſtiſchflüſſige Körper über; umgekehrt, durch Entziehung von Wärme kehren flüſſige Körper in den feſten Zuſtand zurück. Es iſt alſo die Wärme Urſache der drei Aggregatzuſtände der Körper (ſ. Bd. I, §. 62).

Kommen Körper von verſchiedener Temperatur mit einander in Berührung, ſo wird das Gleichgewicht der Wärme in beiden geſtört; es ſtrömt die Wärme aus dem wärmeren Körper in den weniger warmen oder kälteren Körper, und es tritt nach einer gewiſſen Zeit wieder Gleichgewicht ein und zwar dann, wenn beide Körper einerlei Temperatur angenommen haben.

Man nennt dieſen Uebergang der Wärme aus einem Körper in einen anderen die Wärmeleitung. Wenn hingegen die Wärme eines Körpers bloß durch den Aether auf einen anderen Körper übergeht, ſo findet eine ſogenannte Wärmeſtrahlung Statt.

Queckſilber-Thermometer. Das wichtigſte und gewöhnlich ge- §. 351
brauchte Thermometer iſt das Queckſilberthermometer (franz. thermomètre à mercure; engl. mercurial-thermometer). Daſſelbe beſteht in einer engen, ſich in einer größeren Hohlkugel oder einem weiteren Gefäße *A* endigenden, zum Theil mit Queckſilber angefüllten Glasröhre *A B*, Fig. 592 (a. f. S.), und iſt verbunden mit einer längs der Röhrenaxe hinlaufenden Scala. Bringt man das Gefäß dieſes Inſtrumentes mit dem Körper, deſſen Temperatur man ermitteln will, in Berührung, ſo nimmt das Queckſilber in demſelben nach einiger Zeit die Temperatur dieſes Körpers an und es wird die dadurch hervorgebrachte Volumenveränderung des Queckſilbers durch den Stand des Queckſilbers in der Röhre

angezeigt. Damit nun aber alle Thermometer unter ſich übereinſtimmen, d. i. bei einem und demſelben Wärmezuſtande auch einerlei Temperatur anzeigen, iſt es nöthig, ihren Scalen eine ſolche Ausdehnung und Eintheilung zu geben, daß je zwei gleichbenannte Punkte derſelben zwei beſtimmten Temperaturen entſprechen. Gewöhnlich bedient man ſich bei Graduirung der Scala der Temperaturen des gefrierenden und ſiedenden Waſſers, und bezeichnet die entſprechenden feſten Punkte, bis zu welchen die Queckſilberſäule in der Glasröhre bei dem einen oder anderen Wärmezuſtande reicht, durch Froſtpunkt (franz. point de froid; engl. freezing point) und Siedepunkt (franz. point d'ébullition; engl. boiling point). Bei Ausmittelung dieſer Punkte bringt man das Thermometer erſt in ſchmelzendes Eis und dann in ſich ununterbrochen aus kochendem Waſſer bildenden und nach oben abſtrömenden Waſſerdampf, weil man dadurch mehr Sicherheit erhält. Der Siedepunkt hängt übrigens auch noch von der Stärke des Luftdruckes oder vom Barometerſtande ab, weshalb denn auch bei ſeiner Beſtimmung noch auf dieſen mit Rückſicht zu nehmen iſt. Man iſt übereingekommen, den Siedepunkt bei dem Barometerſtande von 28 pariſer Zoll = 336 Linien, oder, nach den Franzoſen, bei dem von 0,76 Meter = 336,9 Linien zu beſtimmen oder, nach einer weiter unten zu gebenden Regel, dahin zu reduciren.

Fig. 592.

Den Abſtand (Fundamentalabſtand) zwiſchen dem Froſt- und Siedepunkte theilt man in eine gewiſſe Anzahl gleicher Theile, und durch Antragen dieſer Theile unterhalb des Froſt- und oberhalb des Siedepunktes verlängert man noch die Scala ſo viel wie möglich.

Die Centeſimaleintheilung (franz. division centigrade; engl. centigrade scale), wo der Fundamentalabſtand in hundert Theile oder Grade (franz. degrés; engl. degrees) getheilt wird, iſt jedenfalls die einfachſte, doch bedient man ſich ſehr oft noch der Réaumur'ſchen Eintheilung in 80 Grade, und in England der Fahrenheit'ſchen Eintheilung in 180 Grade oder vielmehr in 212 Grade, weil hierbei der Nullpunkt noch 32 Grade unterhalb des Gefrierpunktes angenommen wird.

Anmerkung 1. Specielle Anleitung zur Anfertigung von Thermometern geben die größeren Werke über Phyſik, z. B. Müller's Lehrbuch der Phyſik und Meteorologie Band II, ſowie Wühlner's Lehrbuch der Experimentalphyſik.

Anmerkung 2. Tabellen zur Verwandlung der Centeſimal-, Réaumur'ſchen und Fahrenheit'ſchen Grade unter einander enthält der „Ingenieur". Hier folgen nur die dazu nöthigen Formeln. t Centeſimalgrade entſprechen $\frac{4}{5}\,t$ Réaumur'ſchen oder $\frac{9}{5}\,t + 32^0$ Fahrenheit'ſchen Graden. Dagegen t_1 Réaumur'ſche Grade geben $\frac{5}{4}\,t$ Centeſimal- oder $\frac{9}{4}\,t_1 + 32^0$ Fahren-

heit'sche Grade. Endlich t_2 Fahrenheit'sche Grade sind gleich $\frac{5}{9}(t_2 - 32^0)$ Centesimal- $= \frac{4}{9}(t_2 - 32^0)$ Réaumur'schen Graden.

Pyrometer. Das Quecksilber gefriert oder geht in den festen Zustand über, wenn es einer Temperatur von — 40° ausgesetzt ist, und siedet, d. i. nimmt die Dampfform oder einen elastischflüssigen Zustand an, wenn seine Temperatur bis + 400° gestiegen ist. Aus diesem Grunde, und da überdies die Wärmeausdehnungen nahe bei den Wechseln der Aggregatzustände sehr unregelmäßig sind, kann man denn auch durch Quecksilberthermometer nur Temperaturen von — 36° bis 360° mit hinreichender Sicherheit beobachten. Um aber Temperaturen über diese Grenzen hinaus angeben zu können, wendet man in dem einen Falle Weingeistthermometer, in dem anderen aber sogenannte Pyrometer an. Letzterer bedient man sich zumal zur Ausmittelung der Temperatur in Feuerherden, Schmelzöfen u. s. w. Von ihnen ist noch in Folgendem die Rede. §. 352

Das einfachste Mittel, hohe Temperaturen zu messen, besteht in der Vergleichung der Längen, welche ein und derselbe Metallstab bei verschiedenen Temperaturen annimmt. Da die Wärmeausdehnungen fester Körper nicht sehr groß sind, so wendet man hierbei besondere Mittel, namentlich aber ungleicharmige Hebel an, welche die Ausdehnung vergrößert angeben, um den erwünschten Grad von Genauigkeit zu erhalten. Uebrigens bietet die Construction eines brauchbaren Metallpyrometers noch besondere Schwierigkeiten dar, weil es in den meisten Fällen nicht möglich ist, durch diese Instrumente die Wirkungen der Wärme unmittelbar, nämlich im Feuerraume selbst, zu beobachten, und weil sich diese Wirkungen auf alle Theile des Instrumentes, also nicht allein auf den Metallstab, sondern auch auf dessen Lager und auf den Maßstab erstrecken. Alle bis jetzt in Vorschlag und zur Anwendung gekommenen Metallpyrometer sind daher auch mit größeren oder kleineren Unvollkommenheiten behaftet. Eins der vorzüglichsten, wiewohl auch eins der kostbarsten Instrumente dieser Art ist aber das Pyrometer von Daniell (s. Gehler's physik. Wörterbuch, Artikel „Pyrometer"). Die Idee, welche einem solchen Instrumente zu Grunde liegt, ist folgende. AB, Fig. 593, ist eine hohle Graphitröhre, CD ein darin eingesetzter Platin- oder anderer Metallstab, und E ein diesen bedeckender kurzer Porzellancylinder, welcher ziemlich scharf an die Röhrenwand anschließt. Wenn man nun diesen Apparat in den Feuerraum bringt, so wird das Porzellanstück E in Folge der Ausdehnung der Platinstange ein Stück auswärts geschoben, und wenn man später den Apparat wieder aus dem Feuer genommen und ihn hat abkühlen lassen, so wird die Verschiebung des von der Graphitröhre zurückgehaltenen

Fig. 593.

Porzellancylinders, die Ausdehnung der Platinſtange und dadurch mittelbar den Hitzegrad anzeigen. Zur genauen Ausmeſſung dieſer Verſchiebung dient noch ein Fühlhebelapparat, den man vor und nach dem Einlegen in das Feuer an AD anlegt.

Anmerkung 1. Die Pyrometer von Guyton de Morveau, von Brogniart, Peterſen, Neumann u. ſ. w. haben mehr oder weniger Aehnlichkeit mit dem Daniell'ſchen Pyrometer. (S. Gehler's phyſik. Wörterbuch, Band VII.)

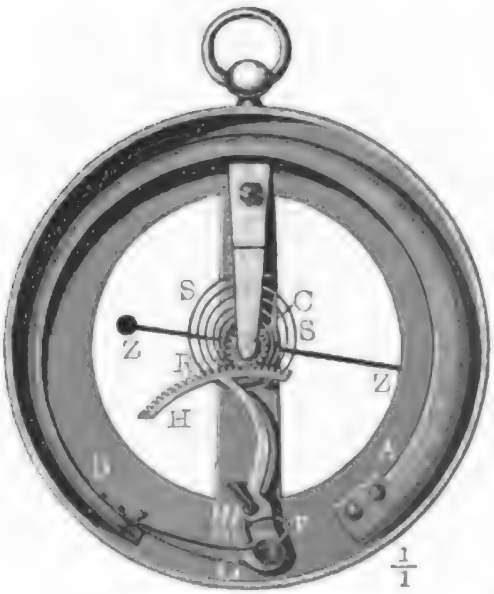
Anmerkung 2. Ein bekanntes Hülfsmittel zur Beſtimmung hoher Hitzgrade iſt auch das Pyrometer von Wedgwood. Man wendet daſſelbe wegen ſeiner Einfachheit noch oft an, wiewohl es ein ſehr unvollkommenes Inſtrument iſt. Es werden hierzu kleine Kegel oder Cylinder aus Porzellan- oder Töpferthon verwendet, und dieſe vor dem Gebrauche bis zur angehenden Rothglühhitze getrocknet und dann ausgemeſſen. Um nun den Hitzegrad in einem Feuerherde zu meſſen, bringt man einen oder mehrere ſolcher Thonkörper in denſelben und läßt ſie darin einige Zeit liegen, damit ſie die Temperatur des Raumes, in welchem ſie ſich befinden, vollkommen annehmen können. Hierbei ſchwindet dieſer Körper bedeutend zuſammen und bleibt auch dann noch zuſammengezogen, wenn er ſich wieder abgekühlt hat, und zwar um ſo mehr, je größer die Hitze iſt, welcher er ausgeſetzt war. Wenn man den Durchmeſſer dieſes Körpers vor und nach der Erhitzung mißt, ſo kann man deſſen Zuſammenziehung berechnen und dieſe als das Maß der Hitze anſehen. Um aber dieſe Meſſung bequem und genau auszuführen, wird ein das eigentliche Pyrometer ausmachender Maßſtab angewendet, der im Weſentlichen aus zwei convergent laufenden und auf eine Platte aufgelötheten, mit einer Eintheilung verſehenen Metallſtäben beſteht. Wird nun der Thonkegel zwiſchen dieſe Stäbe geſchoben, ſo läßt ſich ſeine Dicke an den Eintheilungen derſelben ableſen. Man findet dieſe Thermometer in der Regel in 240 Theile oder Grade getheilt, ſetzt Null Grad Wedgwood $= 1077\frac{1}{2}^0$ F.; und jeden Grad W. $= 130^0$ F., alſo z B. 240^0 W. $= 1077\frac{1}{2}^0 + 240 . 130^0 = 32277\frac{1}{2}^0$ F. Die Mängel dieſes Inſtrumentes rügt beſonders Guyton de Morveau; auch iſt nach dieſem Null des Wedgwood'ſchen Inſtrumentes nicht $1077\frac{1}{2}^0$ F., ſondern 510^0 F., und jeder Grad deſſelben nicht 130^0 F., ſondern $61{,}2^0$ F.

§. 353 **Metall-Thermometer.** Die gewöhnlichſten Metall-Thermometer oder Pyrometer für mittelhohe Temperaturen beſtehen in einer Verbindung von zwei Metallſtäben von ſehr verſchiedenen Wärmeausdehnungen, z. B. von einem Meſſing- und einem Eiſenſtabe, oder einem Platin- und einem Gold- oder Silberſtreifen u. ſ. w. Liegen nun dieſe Stäbchen auf einander und ſind ſie an einem Ende feſt mit einander verbunden, ſo kann man an den anderen Enden die Differenz der Ausdehnungen beider beobachten und hieraus wieder die entſprechende Temperatur berechnen. Zu dieſem Zwecke erhält aber das Ende der einen Stange eine einfache Eintheilung und das andere einen dieſer entſprechenden Vernier. Solche zuerſt von Borda in Anwendung gebrachte Thermometer fallen jedoch, wenn ſie hinreichend genau ſein ſollen, zu groß aus, um dadurch die Temperatur in kleinen Räumen

beſtimmen zu können. In neuerer Zeit löthet oder nietet man aber dieſe Streifen zuſammen, ſo daß ſie ſich nicht an einander verſchieben können, ſondern eine Krümmung annehmen oder ihre Krümmung vergrößern, wenn ſie in eine höhere Temperatur übergehen.

Das Breguet'ſche Thermometer beſteht aus drei ſpiralförmig gewundenen Metallſtreifen von Platin, Silber und Gold, wovon das letztere als Bindemittel der beiden erſteren dient. Das ſogenannte Quadrantenthermometer, welches in Fig. 594 abgebildet iſt, beſteht in einer, aus einem Stahl- und einem Kupferſtreifen zuſammengeſetzten krummen Feder, welche bei *A* auf dem taſchenförmigen Gehäuſe feſt ſitzt, und mit ſeinem Ende *B* mittels einer Feder *BF* gegen eine Naſe *E* drückt. Uebrigens enthält das Inſtrument einen ungleicharmigen, um *D* drehbaren Hebel *GDH*, und einen um *C* drehbaren Zeiger *ZZ*, deſſen Spitze über einem Zifferblatte hinläuft, und der durch ein kleines Zahnrad *R* mit dem gezahnten Bogen *H* am Ende des Hebelarmes *DH* in Verbindung geſetzt wird. Wenn ſich nun bei Zunahme der Wärme der Metallſtreifen mehr zuſammenzieht, ſo drückt das Ende *B* deſſelben den Arm *DE* in der Richtung *DB* fort, und es rückt der Zeiger *CZ* um einen gewiſſen Bogen weiter, den man auf dem Zifferblatte ableſen kann. Eine Spiralfeder *SS* bewegt den Zeiger in umgekehrter Richtung, wenn ſich die Feder in Folge einer Temperaturerniedrigung ſtreckt.

Fig. 594.

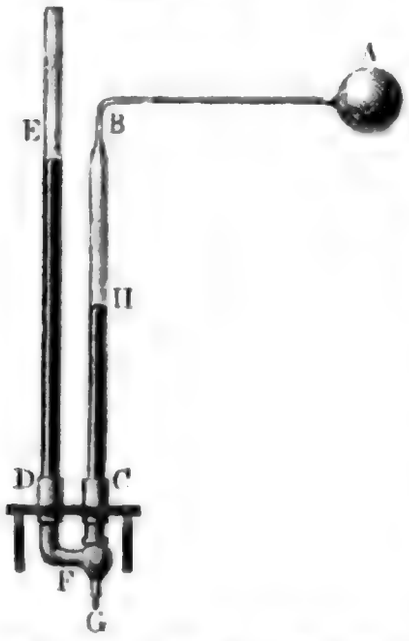


Anmerkung. Holzmann's Metallthermometer weicht im Weſentlichen nicht ab von dem oben beſchriebenen Quadrantenthermometer (ſ. Anfangsgründe der Phyſik von Scholz, §. 294). Oechsle's Metallthermometer beſteht aus einer ſpiralförmig gewundenen Thermometerfeder, welche aus Stahl- und Meſſingſtreifen zuſammengeſetzt iſt. Es ſitzt hier das äußere Ende der Feder am Gehäuſe feſt, und das innere Ende derſelben ſetzt den Zeiger mittels einer ſtehenden Welle in Bewegung (ſ. Dingler's Journal, Band LX).

Luftpyrometer. Endlich hat man aber auch Luftpyrometer zur §. 354
Meſſung hoher Temperaturen in Anwendung gebracht. Dieſelben beſtehen der Hauptſache nach aus einer hohlen Platinkugel *A* und einer engeren Röhre

AB, Fig. 595, aus zwei mit einander communicirenden weiteren Röhren BC und DE, und aus einer messingenen Fassung CFD mit einem Hahn, wodurch nicht allein die Communication dieser Röhren mit einander, sondern auch die mit einem Ausflußröhrchen G nach Belieben hergestellt und aufgehoben werden kann. Beim Gebrauche ist A und AB mit Luft, und BFE mit Quecksilber angefüllt, und es wird A in den Feuerraum gebracht, dessen Temperatur ermittelt werden soll. Zufolge der Erwärmung der in AB eingeschlossenen Luft dehnt sich dieselbe aus, nimmt nun in der Röhre BC einen Raum BH ein, und drückt das verdrängte Quecksilber in die Röhre DE. Kennt man nun das anfängliche Volumen V der in AB eingeschlossenen Luft bei 0° Wärme und bei dem Barometerstande b und hat man die durch die Erwärmung bewirkte Vergrößerung $\overline{BH} = V_1$ dieser Luftmenge sowie ihren Manometerstand $\overline{EH} = h$ beobachtet, so läßt sich mit Hülfe des bekannten Ausdehnungscoefficienten der Luft die Temperatur t der eingeschlossenen Luft berechnen. Ist die anfängliche Dichtigkeit derselben $= \gamma$, so beträgt das Gewicht dieser Luftmenge:

Fig. 595.



$$V\gamma = \left(\frac{V}{1 + \delta t} + V_1\right) \frac{b + h}{b} \gamma \text{ (s. Band I, §. 392);}$$

es ist sonach

$$\frac{bV}{b + h} = \frac{V}{1 + \delta t} + V_1,$$

und es folgt daher die gesuchte Temperatur des Heizraumes:

$$t = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{Vh + V_1 (b + h)}{Vb - V_1 (b + h)}.$$

Wenn man durch das Mundstück G so viel Quecksilber abläßt, bis die Quecksilbersäulen in BC und DE gleichhoch ausfallen, so kann man $h =$ Null und folglich

$$t = \frac{1}{\delta} \frac{V_1}{V - V_1}$$

setzen.

Wenn man hingegen in G soviel Quecksilber zuleitet, daß das Quecksilber BC bei der Erhitzung von A auf derselben Höhe stehen bleibt, und folglich hierbei die Luft gar keine Ausdehnung erleidet, so ist $V_1 = 0$, und daher:

$$t = \frac{1}{\delta}\,\frac{h}{b}$$

zu setzen.

Bei dem Pyrometer von Pouillet wird das erstere und bei dem von Regnault das zweite Verfahren angewendet. S. Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France, Tome XXI, 1847. Im Auszug: Formules, Tables etc. par Claudel, Paris 1854. Ueber Regnault's Gasthermometer, s. Annales de chimie et physique. Sept. 1861, auch Dingler's Journal Band 162.

Anmerkung. Um das Instrument gegen die Wärme zu schützen, stellt man es vor einem hölzernen Schirme auf, und um die ausgetretene Luft abzukühlen und auf einer constanten Temperatur zu erhalten, kann man noch die Röhre BC von kochendem Schwefeläther oder Spiritus u. s. w. umspielen lassen.

Um ferner bei hohen Temperaturen keine zu großen Spannungen zu erhalten, kann man das Reservoir mit verdünnter Luft anfüllen und zu diesem Zwecke AB mit einer Luftpumpe in Communication setzen. Uebrigens ist die Luft in A vor dem Gebrauche durch Chlorcalcium gehörig zu trocknen.

Die Anwendung der gefundenen Formel erfordert endlich noch einige Ergänzungen und Correctionen wegen der Ausdehnung der Gefäßwand, wegen der Veränderlichkeit des Barometerstandes, sowie der Temperatur in BC u. s. w.

Längenausdehnung. Mit Ausnahme von wenigen Körpern dehnen §. 355
sich alle Körper aus, wenn sie in eine höhere Temperatur übergehen, und nehmen auch wieder an Volumen ab, wenn sie an Wärme verlieren. Jedoch ist diese Volumenveränderung bei verschiedenen Körpern sehr verschieden und meist auch nur bei mäßigen Temperaturen von 0 bis 100° der Wärmezu- oder Abnahme proportional. Bei höheren Temperaturen fallen die Ausdehnungen verhältnißmäßig größer aus, als bei niedrigen Temperaturen, zumal wenn sich die Körper im festen Zustande befinden. Wir können bei den Wärmeausdehnungen Längen-, Flächen- und Raum- oder Volumenausdehnungen unterscheiden, je nachdem wir nur auf die Veränderung der Längendimension, oder auf die Veränderung der Längen- und Breitendimension, oder auf die Veränderung des ganzen Volumens oder aller drei Raumdimensionen Rücksicht nehmen.

Die lineäre oder Längenausdehnung (franz. dilatation linéaire; engl. linear expansion) kommt vorzüglich nur bei festen Körpern, zumal bei Stäben, Stangen, Balken u. s. w., in Betracht. Lavoisier und Laplace haben die Längenausdehnungen verschiedener Körper unmittelbar beobachtet, Dulong und Petit aber haben erst die Volumenausdehnungen gemessen und hieraus die Längenausdehnungen berechnet. Die Abweichungen in den Resultaten beider Untersuchungen sind unbedeutend. In folgender Tabelle sind die Längenausdehnungen der in der Technik am häufigsten vorkommenden Körper angegeben.

Es iſt die Längenzunahme für

die Gegenſtände	Wärmezunahme.	in gewöhnl. Brüchen.	in Decimalbrüchen.	Beobachter.
Platin	0 bis 100°	$^1/_{1167}$	0,00085655	Borda.
„	0 „ 100°	$^1/_{1131}$	0,00088420	Dulong und Petit.
„	0 „ 300°	$^1/_{368}$	0,00275482	„ „ „
Glas	0 „ 100°	$^1/_{1161}$	0,00086133	„ „ „
„	0 „ 200°	$^1/_{454}$	0,00184502	„ „ „
„	0 „ 300°	$^1/_{329}$	0,00303252	„ „ „
Stahl, ungehärtet .	0 „ 100°	$^1/_{927}$	0,00107880	Lavoiſier u. Laplace.
„ gehärtet . .	0 „ 100°	$^1/_{807}$	0,00123956	„ „ „
Gußeiſen	0 „ 100°	$^1/_{901}$	0,00111000	Roy.
Stabeiſen	0 „ 100°	$^1/_{846}$	0,00118210	Dulong und Petit.
„	0 „ 300°	$^1/_{227}$	0,00440528	„ „ „
Gold	0 „ 100°	$^1/_{682}$	0,00146606	Lavoiſier u. Laplace.
Kupfer	0 „ 100°	$^1/_{582}$	0,00171820	Dulong und Petit.
„	0 „ 300°	$^1/_{177}$	0,00564972	„ „ „
Meſſing	0 „ 100°	$^1/_{535}$	0,00186760	Lavoiſier u. Laplace.
Silber	0 „ 100°	$^1/_{524}$	0,00190974	„ „ „
Blei	0 „ 100°	$^1/_{351}$	0,00284836	„ „ „
Zink	0 „ 100°	$^1/_{340}$	0,00294167	Smeaton.

Von den hier angeführten Körpern hat, wie man ſieht, Platin und nächſtdem das Glas die kleinſte, Blei und Zink aber die größte Längenausdehnung; es iſt die letztere über dreimal ſo groß als die erſtere. Auch erſieht man, nach den Angaben von Dulong und Petit, daß die Ausdehnung der Metalle ſowie des Glaſes bei hohen Wärmegraden verhältnißmäßig ſtärker zunimmt, als die Wärme.

Ein Glasſtab wird hiernach bei 0 bis 100° Wärmezunahme um 0,00086133, bei 100 bis 200° aber um 0,00098369 und bei 200 bis 300° um 0,00118750 länger.

§. 356 **Ausdehnungscoefficienten.** Die Ausdehnungsverhältniſſe geſtatten einige wichtige Anwendungen auf die Technik. Nehmen wir an, daß die Ausdehnung mit der Wärme gleichmäßig wachſe, ſo können wir ſehr leicht aus den oben mitgetheilten Reſultaten die Ausdehnungscoefficienten,

d. h. die verhältnißmäßigen Längenzunahmen bei jedem Grad Temperaturerhöhung, berechnen. So iſt z. B. für Gußeiſen der Ausdehnungscoefficient:

$$\delta = 0{,}00111 : 100 = 0{,}0000111,$$

für Meſſing hingegen:

$$\delta = 0{,}0018676 : 100 = 0{,}000018676 \text{ u. ſ. w.}$$

Beſſel und Baeyer fanden für Temperaturen von 3 bis 17° Reaumur bei der Prüfung von Meßſtäben

für den Eiſenſtab $\delta = 0{,}0000148505$,
und für den Zinkſtab $\delta = 0{,}0000416372$,

dagegen fand ſpäter Baeyer bei Temperaturen von 7 bis 23 Grad R.

für den erſten Stab $\delta = 0{,}000014165$,
und für den zweiten Stab $\delta = 0{,}0000402342$.

An dem ſpaniſchen Baſismeßapparat, welchen der Mechanikus Brunner in Paris conſtruirt hat, iſt gefunden worden bei Temperaturen von 7 bis $40^3/_4°$

für den Platinſtab $\delta = 0{,}0000090167$,
und für den Meſſingſtab $\delta = 0{,}0000189841$.

S. Experiencias hechas con El Aparato de Medir Bases. Madrid 1859.

Iſt die Länge eines Stabes bei 0° Temperatur l_0, ſo ergiebt ſich dieſelbe bei t_1° Temperatur:

$$l_1 = l_0 + \delta t_1 . l_0 = (1 + \delta t_1)\, l_0,$$

und bei t_2° Temperatur:

$$l_2 = (1 + \delta t_2)\, l_0,$$

daher iſt auch das Längenverhältniß eines und deſſelben Stabes bei den Temperaturen t_1 und t_2:

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{1 + \delta t_2}{1 + \delta t_1} \text{ und } l_2 = \left(\frac{1 + \delta t_2}{1 + \delta t_1}\right) l_1,$$

wofür, wegen der Kleinheit von δt_1 und δt_2, annähernd

$$l_2 = [1 + \delta\,(t_2 - t_1)]\, l_1$$

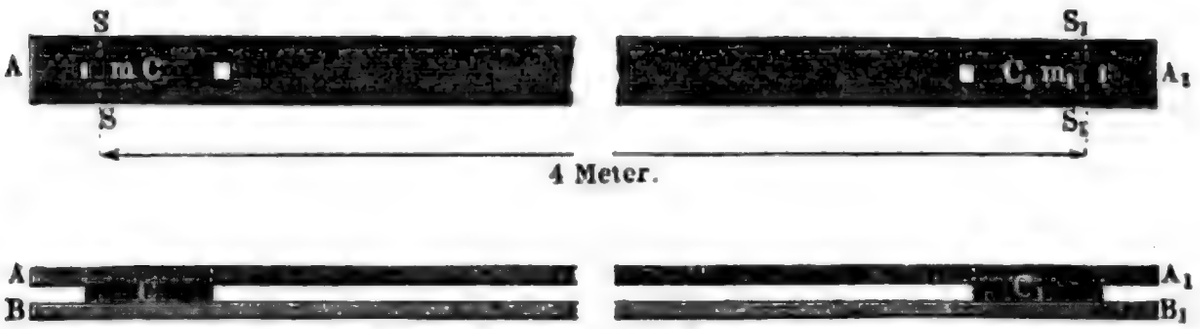
geſetzt werden kann.

Dieſe Formel ſetzt uns in den Stand, die Länge eines Stabes von einer Temperatur t_1 auf eine andere t_2 zu reduciren, oder die Längen l_1 und l_2 eines und deſſelben Körpers bei verſchiedenen Temperaturen mit einander zu vergleichen.

Der Meßſtab der ſpaniſchen Gradmeſſung beſteht aus einem Platinſtab AA, Fig. 596 (a. f. S.), und einem Meſſingſtab BB; beide reichlich 4 Meter lang, 21 Millimeter breit und 5 Millimeter dick. Die mit dem Meſſingſtab feſt verbundenen Platinanſätze C, C_1 greifen zwar in entſprechende Ausſchnitte des Platinſtabes ein, ſind aber darin noch auf eine kleine Länge ver-

ſchiebbar. Sowohl die Enden des letzteren als auch die gedachten Anſätze ſind mit Eintheilungen verſehen, auf welchen mittels Mikrometer die Ab-

Fig. 596.



ſtände zwiſchen den Nullſtrichen S, S_1 des Platinmeßſtabes und den Nullſtrichen m, m_1 auf den Anſätzen des Meſſingſtabes abgeleſen werden können.

Fallen die Striche S und m, ſowie S_1 und m_1 bei einer gewiſſen Temperatur t zuſammen, ſo möge die gemeinſchaftliche Länge beider Stäbe $\overline{SS_1} = \overline{mm_1} = l$ ſein.

Wird die Temperatur eine andere, t_1, ſo geht die Länge SS_1 des Platinſtabes AA_1 in $l_1 = 1 - \delta\,(t - t_1)\,l$, ſowie die Länge mm_1 des Meſſingſtabes BB_1 in $l_2 = 1 - \delta_1\,(t - t_1)\,l$ über, vorausgeſetzt, daß δ der Ausdehnungscoefficient des Platins, und δ_1 der des Meſſings iſt. Durch Subtraction erhält man nun die Verkürzung des Meſſingſtabes im Vergleich zum Platinſtab:

$$a = l_1 - l_2 = (\delta_1 - \delta)\,(t - t_1)\,l.$$

Wenn man die Abſtände zwiſchen m und S, ſowie zwiſchen m_1 und s_1 beobachtet und deren Summe a beſtimmt hat, ſo kann man nun nach der Formel den Temperaturunterſchied $t_1 - t = \dfrac{a}{(\delta_1 - \delta)\,l}$ berechnen, und es iſt ſchließlich das Längenmaß $\overline{SS_1}$ des Platinſtabes auf t Grad Wärme reducirt:

$$l_1 = [1 - \delta\,(t - t_1)]\,l = \left(1 - \frac{\delta}{\delta_1 - \delta} \cdot \frac{a}{l}\right) l,$$

ſowie die Reduction ſelbſt

$$l_1 - l = -\frac{\delta}{\delta_1 - \delta}\,a \text{ zu ſetzen.}$$

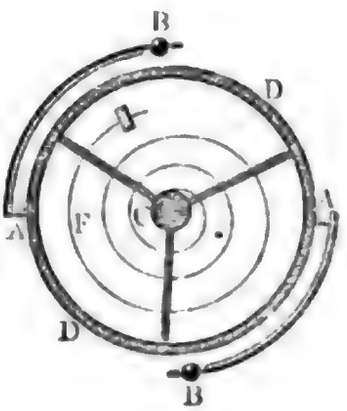
Für $\delta = 0{,}0000090167$ und $\delta_1 = 0{,}0000189841$ hat man daher $l_1 - l = 0{,}90463\,a$.

§. 357 **Compenſationspendel.** Eine vorzügliche Anwendung dieſer Lehren gewährt die Conſtruction der ſogenannten Compenſationspendel (franz. pendules compensateurs; engl. compensation pendulums), welche aus

Körpern von verschiedenen Ausdehnungsverhältnissen so zusammengesetzt sind, daß sie ihre Länge nicht ändern, wenn ihre Temperatur eine andere wird. Da die Schwingungszeit eines Pendels von der Länge desselben abhängt (s. Band I, §. 323 u. f. w.), so ist die Anwendung der Compensationspendel bei Uhren von großer Wichtigkeit. Die einfachsten Pendel dieser Art sind mit einer aus zwei Metallstreifen zusammengelötheten Thermometerfeder ABA, Fig. 597, welche an ihren Enden kleine Kugeln trägt, ausgerüstet. Ist der ausdehnsamere Metallstreifen unten, so krümmt sich die Feder nach oben, wenn die Temperatur zunimmt, und da gleichzeitig die Stange CL länger, also die Entfernung der Linse L vom Aufhängepunkte größer wird, so ist es

Fig. 597.

Fig. 598.



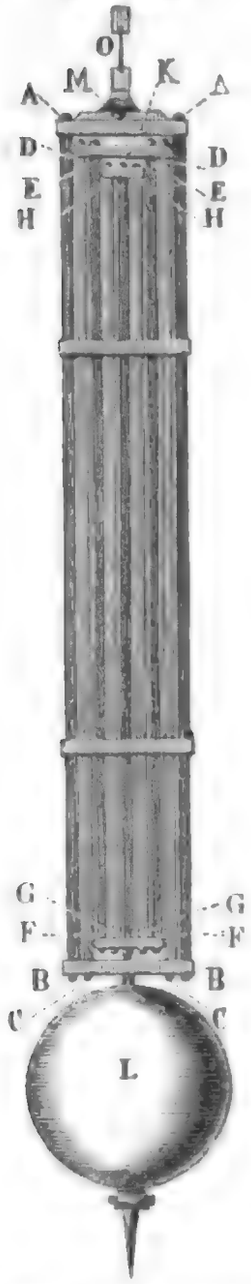
möglich, daß dabei der Schwingungspunkt des Pendels (s. Bd. I, §. 327) unverändert bleibt. Auch bei den Chronometern oder Taschenuhren wendet man solche Compensationsstreifen an. Da hier die Schwingungszeit von der durch eine Spiralfeder CF, Fig. 598, gebildeten und von einem Schwungrade AA umgebenen Unruhe abhängt, so sind die Compensationsstreifen AB, AB auf dem Schwungrad DD befestigt.

Am häufigsten findet man die sogenannten Rostpendel angewendet. Dieselben bestehen aus einer Reihe parallel gestellter Stäbe von verschiedenen Metallen, z. B. von Eisen und Zink, oder Eisen und Messing, so durch Querarme verbunden, daß die Ausdehnung des einen Stabes durch die Ausdehnung des anderen aufgehoben wird.

Fig. 599 (a. f. S.) stellt ein solches Rostpendel vor, welches aus fünf Eisenstäben AB, AB, EF, EF, KL, und aus vier Messingstäben CD, CD, GH, GH besteht. Damit das Pendel seinen Zweck erfülle, muß die sich nach unten erstreckende Ausdehnung der Eisenstäbe so groß sein wie die nach oben gehende Ausdehnung der Messingstäbe. Setzen wir die Summe der Längen der Eisenstäbe:

$$OM + AB + EF + KL = l_1,$$

Fig. 599.



ſowie die Summe der Längen der Meſſingſtäbe:

$$CD + GH = l_2,$$

ſo haben wir für die ganze Pendellänge:

$$LO = l_0 = l_1 - l_2,$$

und iſt nun der Ausdehnungscoefficient des Eiſens, $= \delta_1$, und der des Meſſings, $= \delta_2$, ſowie t die Temperaturveränderung, ſo läßt ſich die entſprechende Pendellänge:

$$l = l_1 (1 + \delta_1 t) - l_2 (1 + \delta_2 t);$$

alſo die Längenzunahme deſſelben:

$$l - l_0 = (\delta_1 l_1 - \delta_2 l_2) t \text{ ſetzen.}$$

Damit dieſe Null ausfalle, muß ſein:

$$\delta_2 l_2 = \delta_1 l_1 \text{ oder } \frac{l_2}{l_1} = \frac{\delta_1}{\delta_2},$$

d. i. es muß ſich die Meſſinglänge zur Eiſenlänge wie der Ausdehnungscoefficient des Eiſens zum Ausdehnungscoefficienten des Meſſings verhalten. Iſt die ganze Länge $l = l_1 - l_2$ gegeben, ſo hat man hiernach die Eiſenlänge:

$$l_1 = \frac{\delta_2}{\delta_2 - \delta_1} l$$

und die Meſſinglänge:

$$l_2 = \frac{\delta_1}{\delta_2 - \delta_1} l.$$

Anmerkung. Ueber die Compenſationspendel, namentlich auch über Graham's Pendel mit Queckſilbergefäßen, wird gehandelt: in Barlow's Treatise on Manufactures and Machinery; ferner in Lamé's Cours de physique u. ſ. w.

Beiſpiel 1. Wie lang muß ein eiſernes Muttermaß (franz. étalon; engl. standard) bei 16° Wärme ſein, damit es bei Null Grad genau 5 Fuß lang iſt? Es iſt hier in $l_2 = [1 + \delta (t_2 - t_1)] l_1$, $l_1 = 5$, $t_2 - t_1 = 16$ und $\delta = 0{,}000011821$ zu ſetzen, weshalb folgt:

$$l_2 = (1 + 0{,}000011821 \,.\, 16) \,.\, 5 = 5{,}0009457 \text{ Fuß}$$
$$= 5 \text{ Fuß } 0{,}136 \text{ Linie.}$$

Beiſpiel 2. Wie lang müſſen die Eiſen- und Meſſingſtäbe eines 40 Zoll langen Roſtpendels ſein? Führen wir $\delta_1 = 0{,}000011821$ und $\delta_2 = 0{,}000018676$ ein, ſo erhalten wir für die Eiſenſtablänge:

$$l_1 = \frac{18676 \,.\, 40}{18676 - 11821} = \frac{747040}{6855} = 109 \text{ Zoll,}$$

und für die Messingstablänge:

$$l_2 = \frac{11821 \cdot 40}{6855} = \frac{472840}{6855} = 69 \text{ Zoll.}$$

Hiernach kann man jeden der kleineren Messingstäbe $33\frac{1}{2}$ Zoll, jeden der folgenden Eisenstäbe $34\frac{1}{2}$ Zoll, jeden der längeren Messingstäbe $35\frac{1}{2}$ Zoll, die äußeren Eisenstäbe aber $36\frac{1}{2}$ Zoll lang machen, und es bleiben noch $109 - 71 = 38$ Zoll für die mittlere Aufhängestange u. s. w. übrig.

§. 358

Ausdehnungskraft. Mit Hülfe der Elasticitätsmodul E und der Ausdehnungscoefficienten δ läßt sich auch die Kraft bestimmen, mit welcher sich Körper in der Hitze ausdehnen und in der Kälte zusammenziehen. Die Kraft, welche eine prismatische Stange von der Länge l und dem Querschnitte F um λ ausdehnt, ist nach Band I, §. 204 bestimmt durch die Formel

$$P = \frac{\lambda}{l} FE.$$

Nun ist aber $\frac{\lambda}{l} = \delta t$ zu setzen, daher haben wir dann die Ausdehnungs- oder Zusammenziehungskraft

$$P = \delta t . FE.$$

Da die Elasticitätsmodul der Metalle sehr groß sind, so kann man hiernach durch Erhitzung derselben sehr große Kräfte hervorbringen, und von dieser Eigenschaft in der Architektur und Technik wichtige Anwendungen machen. So hat z. B. Molard durch eiserne Anker im Conservatoire des arts et métiers zu Paris zwei sich neigende und den Einsturz drohende Mauern senkrecht aufgerichtet, indem er dieselben vor dem Einziehen der Riegel durch Weingeistflammen erhitzen ließ. Beim Beschlagen von hölzernen Geräthschaften und Werkzeugen mit Eisen, zumal beim Auflegen von eisernen Ringen u. s. w., thut die Wärmekraft ihre nützlichen Dienste, da das im erhitzten Zustande aufgelegte Eisen beim Erkalten eine feste Verbindung hervorbringt.

Die Ausdehnung eines Körpers durch die Wärme wird verändert, wenn auch noch äußere Kräfte auf denselben wirken. Wird z. B. ein prismatischer Körper, dessen Querschnitt F und Länge l ist, von einer Zugkraft P in der Axenrichtung ergriffen, und zugleich seine Temperatur um t Grad erhöht, so nimmt die Länge desselben um

$$\lambda = \frac{P}{FE} l + \delta t l = \left(\frac{P}{FE} + \delta t\right) l$$

zu (s. Band I, §. 204).

Ist die Verlängerung λ bekannt, so bestimmt sich hieraus die Zugkraft P durch die Formel

$$P = \left(\frac{\lambda}{l} - \delta t\right) FE.$$

Iſt $\delta t > \frac{\lambda}{l}$, ſo fällt natürlich P negativ aus und es geht P in eine Druckkraft über.

Dieſe Formeln ſetzen voraus, daß der Elaſticitätsmodul E des Körpers durch die Erwärmung nicht verändert wird. Bei großer Temperaturveränderung iſt jedoch dieſe Annahme nicht zuläſſig, dann wird ſowohl der Elaſticitätsmodul E, als auch der Tragmodul T und Feſtigkeitsmodul K ein anderer. Wenn wir daher hier die Tragkraft

$$P = FT,$$

und die Kraft zum Zerreißen

$$P_1 = FK$$

ſetzen, ſo haben wir jedenfalls für T und K andere Werthe einzuführen, als die bei einer mittleren Temperatur beſtimmten.

Unter der Vorausſetzung, daß die Kraft der Wärme genau ſo auf den Körper wirkt, wie eine äußere Zug- oder Druckkraft P, iſt

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{T}{E},$$

und daher die Tragkraft: $P = (T - \delta t E)\, F$

zu ſetzen.

Hiernach wäre nun die Tragkraft und folglich auch die Elaſticität des Körpers = Null, bei der Temperatur

$$t = \frac{T}{\delta E} = \frac{\sigma}{\delta},$$

welches jedoch durch die Erfahrung nicht beſtätigt wird. Z. B. ein ſchmiedeiſerner Eiſenſtab, für welchen $\sigma = \frac{T}{E} = {}^1/_{1500}$ (ſ. Band I, Tabelle §. 212) und $\delta = 0{,}000011821$ (ſ. Band II, §. 355) iſt, würde bei der Temperatur

$$t = \frac{1}{1500 \,.\, 0{,}000011821} = \frac{1}{0{,}01773} = 56{,}4 \text{ Grad}$$

an die Elaſticitätsgrenze angelangt ſein.

Ebenſo wenig läßt ſich auch die Kraft zum Zerreißen

$$P_1 = (K - \delta t E)\, F \text{ ſetzen.}$$

Hiernach würde die Cohäſionskraft des Körpers bei der Temperatur

$$t = \frac{K}{\delta E}$$

Null ausfallen, z. B. ein Stab aus Schmiedeeiſen, für welchen

$$\frac{K}{E} = \frac{56000}{27'000000} = 0{,}00207$$

iſt, würde bei der Temperatur

$$t = \frac{0{,}00207}{0{,}000011821} = \frac{207}{1{,}1821} = 175 \text{ Grad zerfallen.}$$

Beispiel. Mit welcher Kraft zieht sich eine bis auf 80° erhitzte Eisenstange von 6 Quadratzoll Querschnitt zusammen, wenn sie bis 20° erkaltet? Es ist:

$$\delta = 0{,}000011821, \quad t = 80 - 20 = 60, \quad F = 6,$$

und nach Band I, §. 212:

$$E = 27000000,$$

daher die Zusammenziehungskraft:

$$P = \delta t . FE = 0{,}00070926 . 162000000 = 114900 \text{ Pfund.}$$

§. 359

Ueber die Veränderung der Elasticität und Festigkeit der Metalle bei der Erhöhung ihrer Temperatur sind in der neueren Zeit mehrfache Versuche angestellt worden. Aus den Ausdehnungsversuchen von Wertheim (s. Poggendorff's Annalen der Physik, Ergänzungsband II, 1845) geht hervor, daß die Elasticitätsmodul der Metalle, mit Ausnahme des Eisens, stetig abnehmen, wenn die Temperatur von 15° C. bis + 200° C. wächst; daß dagegen der Elasticitätsmodul bei dem Schmiedeeisen und Stahl mit der Temperatur von — 15° bis 100° zugleich wächst und erst bei höheren Temperaturen abnimmt, so daß er bei 200° kleiner als bei 100° oder 0° Temperatur ausfällt. Nach den Versuchen von Baudrimont (s. Annales de chimie et de physique. Tom. XXX) verhält es sich ebenso mit dem Festigkeitsmodul der Metalle und insbesondere des Eisens. Auch haben die Versuche Wertheim's gezeigt, daß durch das Anlassen die Festigkeitsmodul der Metalle bedeutend vermindert werden, während sich die Elasticitätsmodul nicht sehr verändern, und daß dagegen die Cohäsion vorher angelassener Metalle bei der Temperaturerhöhung bis 200 Grad nicht bedeutend abnimmt.

Nach Wertheim's Versuchen sind die Elasticitätsmodul (E) von einigen Metallen nachfolgende.

Metalle	Temperatur		
	10 bis 15°	100° C.	200° C.
Schmiedeeisen	30'410000	32'070000	25'890000 Pfund
Gußstahl	28'620000	27'810000	26'220000 „
Kupfer	15'380000	14'370000	11'500000 „
Silber	10'440000	10'646000	9'320000 „
Blei	2'526000	2'384000	

Verſuche über die Veränderung der Feſtigkeit des Eiſens (Schmiedeeiſens) und Kupfers ſind ſchon früher in Nordamerika angeſtellt worden. Die Ergebniſſe derſelben werden mitgetheilt im XIX. und XX. Bande des vom Franklin-Inſtitut herausgegebenen Journales, und ſind auch zu finden im I. Bande von Combes' Traité de l'exploitation des mines.

Nach dieſen Verſuchen iſt, wenn man den Feſtigkeitsmodul des Kupfers bei 0° zur Einheit annimmt, der Feſtigkeitsmodul deſſelben bei

0°	16¾°	150°	100°	150°	200°	250°	294°	451°	555½° C.
1,0000	0,9927	0,9825	0,9460	0,9055	0,8487	0,7954	0,7442	0,5056	0,3259

Es hat alſo das Kupfer bei 280° von ſeiner Feſtigkeit $^1/_4$ und bei 555° von derſelben $^2/_3$ verloren.

Ebenſo iſt hiernach, wenn man den Feſtigkeitsmodul des Schmiedeeiſens bei 15 bis 20° = Eins ſetzt, derſelbe bei den Temperaturen:

20°	100°	200°	300°	350°	390°	500°	550°	624°	714° C.
1,000	1,197	1,081	1,040	0,981	0,974	0,760	0,431	0,411	0,346

Es findet alſo auch dieſen Verſuchen zufolge, bei dem Schmiedeeiſen anfangs bei Erhöhung der Temperatur, eine Zunahme der Feſtigkeit Statt. Mehreres hierüber in Bourne's Treatise on the Steam Engine, Art. strenght of boilers.

§. 360 **Flächen- und Raumausdehnung.** Mit Ausnahme der Kryſtalle und einiger wenigen Körper dehnen ſich alle Körper nach allen Seiten gleichmäßig aus, ſo daß alle ihre Formen bei verſchiedenen Wärmezuſtänden unter ſich ähnlich ſind. Nun verhalten ſich aber die Inhalte ähnlicher Figuren wie die Quadrate, und die ähnlicher Körper wie die Cuben gleichliegender Seiten; daher iſt es auch möglich, die Inhalte eines und deſſelben Körpers bei verſchiedenen Wärmezuſtänden mit Hülfe ihrer Seitenlängen mit einander zu vergleichen. Geht bei einer Temperaturveränderung die Seite AB eines polygonalen Bleches ACE, Fig. 600, in $A_1 B_1$ über, ſo wird der Inhalt deſſelben $\left(\frac{A_1 B_1}{AB}\right)^2$ mal ſo groß als erſt, und ändert ſich die Seite AB eines Polyeders ACD, Fig. 601, in $A_1 B_1$ um, ſo iſt ſein neues

Volumen $\left(\frac{A_1 B_1}{A B}\right)^3$ mal das anfängliche. Dies vorausgeſetzt, laſſen ſich nun auch leicht aus den Coefficienten der Längenausdehnung die der Flächen-

Fig. 600.

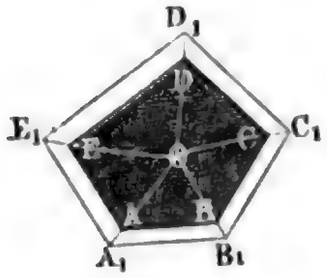
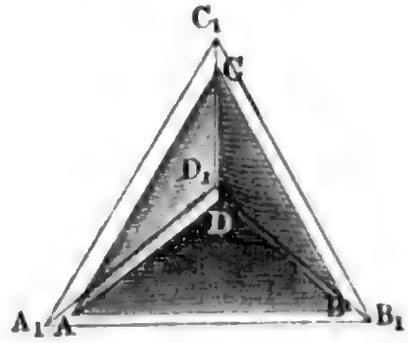


Fig. 601.



und Volumenausdehnung berechnen. Sind l_1 und l_2 die den Temperaturen t_1 und t_2 entſprechenden Seitenlängen, ſo hat man für die Flächenräume F_1 und F_2 das Verhältniß:

$$\left(\frac{F_1}{F_2}\right) = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 = \left(\frac{1 + \delta t_1}{1 + \delta t_2}\right)^2,$$

ſowie für die Körperräume V_1 und V_2:

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^3 = \left(\frac{1 + \delta t_1}{1 + \delta t_2}\right)^3.$$

Wegen der Kleinheit von δt_1 und δt_2 läßt ſich einfacher ſetzen:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{1 + 2\delta t_1}{1 + 2\delta t_2} = (1 + 2\delta t_1)(1 - 2\delta t_2) = 1 + 2\delta(t_1 - t_2),$$

und

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1 + 3\delta t_1}{1 + 3\delta t_2} = (1 + 3\delta t_1)(1 - 3\delta t_2) = 1 + 3\delta(t_1 - t_2);$$

oder:

$$F_2 = [1 + 2\delta(t_2 - t_1)]\, F_1$$

ſowie

$$V_2 = [1 + 3\delta(t_2 - t_1)]\, V_1.$$

Man erſieht hieraus, daß der Coefficient 2δ der Flächenausdehnung zweimal, und der Coefficient 3δ der Volumenausdehnung dreimal ſo groß iſt, als der Coefficient δ der Längenausdehnung.

Die letztere Formel findet vorzüglich noch ihre Anwendung bei der Beſtimmung der Dichtigkeit eines Körpers. Iſt γ_1 die Dichtigkeit bei der Temperatur t_1, und γ_2 die bei der Temperatur t_2, ſo hat man das Gewicht des Körpers $G = V_1\gamma_1 = V_2\gamma_2$, daher:

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{V_1}{V_2} = 1 + 3\delta(t_1 - t_2) = 1 - 3\delta(t_2 - t_1).$$

Anmerkung. Wird das Gußeiſen bis zum Glühen (1000° bis 1200°) erhitzt, ſo erleidet es eine permanente Ausdehnung, welche bei Wiederholung oder langer Dauer des Glühens bedeutend ausfällt. Nach Ermann und Herter (ſ. Poggendorff's Annalen der Phyſik, Band 97) iſt die permanente Linienausdehnung bei grauem Roheiſen 0,0081 bis 0,0097, dagegen bei Spiegeleiſen nur 0,001114.

Beiſpiel. In welchem Verhältniſſe verändert ſich das Volumen und die Dichtigkeit einer hohlen und maſſiven Eiſenkugel bei Veränderung ihrer Temperatur von 10° bis 70°? Für Gußeiſen iſt $3\delta = 3 . 0{,}00001109 = 0{,}00003327$, daher:

$$3\delta(t_2 - t_1) = 0{,}00003327\ (70 - 10) = 0{,}0019962;$$

es nimmt alſo das Volumen um 0,2 Procent zu, und die Dichtigkeit eben ſoviel ab; war letztere anfangs 7,1 . 61,74 = 438 Pfund, ſo fällt ſie bei dieſer Temperaturerhöhung nur 438 (1 — 0,0019964) = 437,13 Pfund aus.

§. 361 **Ausdehnung der Flüssigkeiten.** Die tropfbarflüſſigen Körper werden in der Regel durch die Wärme noch ſtärker ausgedehnt, als die feſten Körper. Da dieſe Körper von Gefäßen umſchloſſen und dieſe durch Zunahme an Wärme ausgedehnt und weiter werden, ſo müſſen wir bei den Flüſſigkeiten die ſcheinbare Ausdehnung von der wahren oder abſoluten Ausdehnung durch Wärme unterſcheiden, und es iſt jedenfalls die erſtere gleich der Differenz zwiſchen der wahren Ausdehnung der Flüſſigkeit und der Ausdehnung des Gefäßes. Iſt der Inhalt eines ganz oder bis zu einer Marke zu füllenden Gefäßes bei der Temperatur t_1, $= V_1$, und die Volumenausdehnung des Gefäßes $= \delta_1$, die der flüſſigen Füllung aber $= \delta$, ſo hat man für eine Temperatur t_2 das Volumen des Gefäßes:

$$V_2 = \left(\frac{1 + \delta_1 t_2}{1 + \delta_1 t_1}\right) V_1;$$

dagegen das Volumen der Flüſſigkeit:

$$V = \left(\frac{1 + \delta t_2}{1 + \delta t_1}\right) V_1,$$

daher die wahre oder abſolute Ausdehnung derſelben:

$$V - V_1 = \left(\frac{1 + \delta t_2}{1 + \delta t_1} - 1\right) V_1 = \frac{\delta(t_2 - t_1)}{1 + \delta t_1} V_1,$$

und dagegen die ſcheinbare Ausdehnung:

$$V - V_2 = \left(\frac{1 + \delta t_2}{1 + \delta t_1} - \frac{1 + \delta_1 t_2}{1 + \delta_1 t_1}\right) V_1 = \frac{(\delta - \delta_1)(t_2 - t_1)}{(1 + \delta t_1)(1 + \delta_1 t_1)} V_1$$

$$= \frac{(\delta - \delta_1)(t_2 - t_1)}{(1 + \delta t_1)(1 + \delta_1 t_2)} V_2.$$

Sind die Ausdehnungen klein, ſo kann man annähernd

$$V - V_1 = \delta(t_2 - t_1) V_1$$

und

$$V - V_2 = (\delta - \delta_1)\,(t_2 - t_1)\,V_1$$

ſetzen, alſo die ſcheinbare Ausdehnung finden, wenn man die Differenz $(\delta - \delta_1)$ der Ausdehnungscoefficienten der Flüſſigkeit und des Gefäßes als Ausdehnungscoefficient in die Formeln einſetzt. Die abſolute Ausdehnung des Queckſilbers iſt von Dulong und Petit durch Vergleichung der Höhen zweier communicirenden Queckſilberſäulen von verſchiedenen Temperaturen ermittelt worden, die ſcheinbare Ausdehnung in Glasröhren dagegen durch ſogenannte Gewichtsthermometer, wo die Temperatur nach der durch Erwärmung ausgetriebenen Quantität Queckſilber beſtimmt wird. Hiernach hat man die abſolute Ausdehnung des Queckſilbers

bei Erwärmung von 0 bis 100°, $= \frac{100}{5550} = 0{,}018018$, dagegen

„ „ „ 100 „ 200°, $= \frac{100}{5425} = 0{,}018433$, und

„ „ „ 200 „ 300°, $= \frac{100}{5300} = 0{,}018868$.

Die ſcheinbare Ausdehnung des Queckſilbers aber wurde bei Zunahme der Wärme von 0 bis 100°, $= \frac{100}{6480} = 0{,}015432$ gefunden, weshalb hiernach die entſprechende Volumenausdehnung der Glasröhre

$$= 0{,}018018 - 0{,}015432 = 0{,}002586$$

wäre, was mit der Angabe in §. 355 gut übereinſtimmt, da ſich hiernach die Längenausdehnung des Glaſes $= {}^1/_3 . 0{,}002586 = 0{,}000862$ berechnet, während dort dieſelbe 0,00086133 angegeben wird. Uebrigens iſt aber nach Regnault und nach Iſidor Pierre (ſ. Recherches sur la dilatation des liquides, Annales de chimie et de physique, Tome XV, 1825) die Ausdehnung verſchiedener Gasarten ſehr verſchieden. Namentlich findet der Letztere für Glas

$$\delta = 0{,}000019026 \text{ bis } 0{,}000026025.$$

Mit Hülfe des oben angegebenen Ausdehnungscoefficienten $\delta = 0{,}00018018$ für Queckſilber läßt ſich nun das ſpecifiſche Gewicht des Queckſilbers für jede Temperatur berechnen, es iſt nämlich daſſelbe:

$$\varepsilon = \frac{13{,}598}{1 + 0{,}00018018\,.\,t}.$$

Mit Hülfe des abſoluten Ausdehnungscoefficienten $\delta = 0{,}00018018$ des Queckſilbers läßt ſich auch ein beobachteter Barometer- oder Manometerſtand h von einer Temperatur t auf eine andere Temperatur t_1 reduciren. Es iſt der reducirte Barometerſtand:

$$h_1 = \frac{\gamma}{\gamma_1} h = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} h = \left(\frac{1 + \delta t_1}{1 + \delta t}\right) h = \left(\frac{1 + 0{,}00018018\, t_1}{1 + 0{,}00018018\, t}\right) h$$
$$= \left(\frac{5550 + t_1}{5550 + t}\right) h,$$

da ſich bei gleichen Drücken die Höhen zweier Flüſſigkeitsſäulen umgekehrt wie die Dichtigkeiten γ und γ_1 oder ſpecifiſchen Gewichte ε und ε_1 dieſer Flüſſigkeitsſäulen zu einander verhalten.

Anmerkung. Nach Regnault iſt das Volumen des Queckſilbers bei t^0 Wärme:

$$V = (1 + 0{,}000179007\, t + 0{,}0000000252316\, t^2) \,.\, V_0,$$

wenn V_0 daſſelbe bei 0^0 Wärme bezeichnet.

Beiſpiel. Wenn ſich die in einer Glasröhre eingeſchloſſene Queckſilberſäule aus der Temperatur t in t_1 umändert, ſo geht ihre Höhe h in

$$h_1 = [1 + (\delta - 2\delta_1)\,(t_1 - t)]\, h$$

über, denn das neue Volumen iſt

$$V_1 = [1 + \delta\,(t_1 - t)]\, V = [1 + \delta\,(t_1 - t)]\, \pi r^2 h$$

und auch

$$= (1 + 2\delta_1)\,(t_1 - t)\, \pi r^2 \,.\, h_1,$$

da der Querſchnitt πr^2 in Folge der Flächenausdehnung die Größe

$$(1 + 2\delta_1)\,(t_1 - t)\, \pi r^2$$

annimmt. Nun iſt aber

$$\delta = 0{,}00018018 \quad \text{und} \quad 2\delta_1 = 2 \,.\, 0{,}0000086133 = 0{,}0000172266,$$

daher folgt:

$$h_1 = [1 + (\delta - 2\delta_1)\,(t_1 - t)]\, h = [1 + 0{,}00016295\,(t_1 - t)]\, h.$$

Wäre $t = 10^0$, $t_1 = 50^0$ und $h = 30$ Zoll, ſo hätte man hiernach:

$$h_1 = (1 + 0{,}00016295 \,.\, 40) \,.\, 30 = 30{,}1955 \text{ Zoll}.$$

§. 362 **Ausdehnung des Waſſers.** Die übrigen Flüſſigkeiten, zumal aber das Waſſer, dehnen ſich nicht proportional der Wärmezunahme aus, auch ſind die Ausdehnungen bei den übrigen Flüſſigkeiten größer als beim Queckſilber, insbeſondere größer als bei den feſten Körpern. Folgende Zuſammenſtellung führt die Ausdehnungsverhältniſſe der in der Technik am häufigſten vorkommenden Flüſſigkeiten vor Augen.

Die Ausdehnung iſt bei 0 bis 100° Wärmezunahme:

für Alkohol von 0,817 ſpecif. Gewicht, $= {}^1/_9 = 0{,}1112$, nach Dalton,
„ Olivenöl und Leinöl, $= {}^{10}/_{125} = 0{,}80$, desgl.,
„ Schwefelſäure von 1,85 ſpecif. Gewicht, $= {}^{100}/_{1667} = 0{,}060$, desgl.,
„ Schwefeläther, $= {}^1/_{14} = 0{,}0700$, desgl.
„ geſättigte Kochſalzauflöſung, $= {}^1/_{20} = 0{,}050$, nach Hallſtröm,
„ Waſſer, $= {}^{100}/_{2092} = 0{,}04775$, desgl.,
„ Queckſilber, $= {}^{10}/_{555} = 0{,}018018$, nach Dulong und Petit.

Am ungleichförmigſten dehnt ſich aber das Waſſer aus, deſſen Dichtigkeit ſogar von 0 bis beinahe 4° Wärme nicht ab-, ſondern zunimmt, ſo daß dieſe bei der letzten Temperatur ihren Maximalwerth erreicht. Man hat auf verſchiedene Weiſen das Ausdehnungsgeſetz des Waſſers zu ermitteln geſucht, vorzüglich hat man dazu große Waſſerthermometer angewendet. Auch hat man den Verſuchsreſultaten empiriſche Formeln anzupaſſen geſucht, und mit Hülfe derſelben die hierzu nöthigen Conſtanten beſtimmt. Es iſt zu erwarten, daß ſich von allen dieſen Formeln folgende zwei von Hallſtröm am meiſten an die Verſuche anſchließen.

Iſt V_0 das Volumen des Waſſers bei 0° und V das bei t Grad, ſo hat man für Temperaturen von 0° und 30°:

$$V=(1-0{,}000057577\,t+0{,}0000075601\,.\,t^2-0{,}00000003509\,t^3)\,V_0,$$

und für eine ſolche zwiſchen 30° und 100°:

$$V=(1-0{,}0000941781+0{,}000005336611^2-0{,}00000001040861^3)\,V_0;$$

und es iſt hiernach für $t = 3{,}92°$ das Volumen am kleinſten, und zwar $= 9{,}9998887$. Den Beobachtungen zufolge, kommt aber das Minimalvolumen oder die Maximaldichtigkeit des Waſſers bei 3,9° Wärme vor. Nach den neueſten Unterſuchungen von Kopp iſt für Temperaturen zwiſchen 0° und 25° C.:

$$V=(1-0{,}000061045\,t+0{,}0000077183\,t^2-0{,}00000003734\,t^3)\,V_0,$$

und hiernach die größte Dichtigkeit des Waſſers bei 4,08° (ſ. Poggendorff's Annalen, Bd. LXXII).

Gewöhnlich nimmt man an, daß dieſer größte Dichtigkeitszuſtand des Waſſers bei 4° eintrete. Wenn man das Volumen des Waſſers

bei 4° = 1,00000 ſetzt, ſo hat man nach Despretz:

„	5° = 1,00001,		
„	6° = 1,00003,	bei	40° = 1,00773,
„	8° = 1,00012,	„	50° = 1,01205,
„	10° = 1,00027,	„	60° = 1,01698,
„	12° = 1,00047,	„	70° = 1,02255,
„	15° = 1,00087,	„	80° = 1,02885,
„	20° = 1,00179,	„	90° = 1,03566,
„	25° = 1,00293,	„	100° = 1,04315.
„	30° = 1,00433,		

Anmerkung 1. Nach dem neuen franzöſiſchen Maß- und Gewichtsſyſteme iſt das Gewicht eines Cubikcentimeters Waſſer bei 4° Temperatur und 0,76 Meter Barometerſtand, = 1 Gramme, und nach dem alten preußiſchen Maß- und Gewichtsſyſteme iſt das Gewicht eines Cubikfußes Waſſer bei 15° R. Wärme und 28 pariſ. Zoll Barometerſtand, = 66 Pfund. Dieſes vorausgeſetzt, läßt ſich das Gewicht des letzteren bei 4° C., da 15° R. = 5/4 . 15 = 18¾° C. iſt, = 1,00153 . 66 = 66,101 Pfund ſetzen. Nun iſt aber ein preußiſcher Fuß = 31,38535 Centimeter, und

hiernach ein Cubikfuß = 3091,584 Cubikcentimeter, daher folgt der Werth eines alten preußiſchen Pfundes:

$$= \frac{30915,84}{66,101} = 467,71 \text{ Gramme},$$

ſowie umgekehrt, der eines Grammes, = 1 : 467,71 = 0,0021381 Pfund, alſo ein Kilogramm = 2,1381 Pfund.

Anmerkung 2. Verſuche über die Ausdehnung des Waſſers und zum Theil auch anderer Flüſſigkeiten ſind angeſtellt worden von Munke, Stampfer, Hallſtröm, Despretz, und in der neueſten Zeit von Kopp, J. Pierre, und es iſt hierüber nachzuſehen in Gehler's phyſikaliſchem Wörterbuche, Bd. I und IV, im Jahrb. des k. k. polytechn. Inſtituts, Bd. XVI, ferner in Poggendorff's Annalen, Bd. I, IX, XXXIV und LXXII, und in den Annales de chimie et de physique, T. LXX und XV.

§. 363 **Ausdehnung der Luft.** Die Ausdehnung der Luft und anderer Gaſe durch die Wärme iſt viel bedeutender und erfolgt in Hinſicht auf die Angaben der Queckſilberthermometer viel regelmäßiger, als die der tropfbaren Flüſſigkeiten. Gay-Luſſac fand dieſelbe mit Hülfe eines durch eine kurze Queckſilberſäule abgeſperrten Luftthermometers bei Zunahme der Temperatur von 0 bis 100°, für die atmoſphäriſche Luft, ſowie für verſchiedene andere Gaſe, = $^3/_8$ = 0,375. Rudberg fand aber dieſes Ausdehnungsverhältniß kleiner, als er bei ſeiner Unterſuchung durch Chlorcalcium vollkommen getrocknete Luft in einer Thermometerröhre durch Waſſerdämpfe bis 100° erhitzte und die Ausdehnung durch die bei erfolgter Abkühlung eingedrungene Queckſilbermenge maß; es ergab ſich daſſelbe nur 0,365. In der neueſten Zeit haben ferner Magnus und Regnault die Ausdehnungscoefficienten der Luft u. ſ. w. durch beſondere Methoden mit noch größerer Genauigkeit beſtimmt. Beide fanden, unabhängig von einander, dieſes Ausdehnungsverhältniß bei völlig trockener atmoſphäriſcher Luft, = $^{11}/_{30}$ = 0,3665.

Was die übrigen Gaſe anlangt, ſo geben nur diejenigen, welche ſich durch hohen Druck in tropfbare Flüſſigkeiten verwandeln laſſen, etwas größere Ausdehnungsverhältniſſe, namentlich zeichnet ſich das ſchwefligſaure Gas durch das große Verhältniß 0,390 aus. Auch hat ſich aus den Verſuchen von Regnault ergeben, daß das Ausdehnungsverhältniß der Luft bei hohem Drucke etwas größer iſt, als bei tiefem und mittlerem; während ſich aus den Beobachtungen beim Drucke von 109,72 Millimeter das Ausdehnungsverhältniß 0,365 berechnet, ſtellt ſich daſſelbe bei 3655,6 Millimeter, 0,371 heraus.

Die Anwendung dieſer Verhältniſſe auf die Reductionen der Gasmengen von einer Temperatur zur anderen u. ſ. w. iſt bereits in Bd. I, §. 392 und 393, gezeigt worden.

Durch Vergleichung der Angaben der Luft- und Queckſilberthermometer

unter einander hat ſich ergeben, daß beide einander nicht ganz correſpondiren; ſo fand z. B. Magnus, daß 100°, 200°, 300° nach dem Queckſilberthermometer entſprachen: 100°, 197,5°, 294,5° des Luftthermometers.

Anmerkung. Die neueren Unterſuchungen über die Ausdehnung der Gaſe ſind abgehandelt in Poggendorff's Annalen, Bd. L und LII, ſowie auch in Regnault's Memoiren ꝛc. (S. §. 328).

Die in §. 392, Bd. I, aus dem Mariotte'ſchen und Gay-Luſſac'ſchen Geſetze entwickelte Formel §. 364

$$\frac{V}{V_1} = \frac{1 + \delta t}{1 + \delta t_1} \cdot \frac{p_1}{p}$$

geht, wenn $t_1 = 0$ iſt, und V_0 und p_0 das Luftvolumen und die Preſſung deſſelben bei Null Grad Wärme bezeichnen, in

$$\frac{V}{V_0} = (1 + \delta t)\,\frac{p_0}{p}, \quad \text{oder}$$

$$\frac{Vp}{V_0 p_0} = 1 + \delta t \text{ über.}$$

Da $\delta = 0{,}00366$ iſt, ſo hat man auch

$$\frac{V_n p_n}{V_0 p_0} = 1{,}336,$$

wenn V_n und p_n das Volumen und die Preſſung deſſelben Luftquantums bei $t_1 = 100$ Grad Wärme bezeichnen.

Auch hat man für die Temperatur t des Luftvolumens V von der Preſſung p die Formel

$$t = \frac{Vp - V_0 p_0}{\delta V_0 p_0} = 273^0 \cdot \left(\frac{Vp - V_0 p_0}{V_0 p_0}\right).$$

Die Temperatur, bei welcher die Preſſung Null (p) ausfällt, oder die Elaſticität der Luft verſchwindet, iſt hiernach

$$t = -\ 273 \text{ Grad.}$$

Dieſe Temperatur giebt den ſogenannten abſoluten Nullpunkt an und eine andere von dieſem Anfangspunkt aus gemeſſene Temperatur τ heißt die abſolute Temperatur (franz. température absolue; engl. absolute temperature).

Dieſelbe iſt alſo

$$\tau = 273^0 + t,$$

ſowie die gewöhnliche relative Temperatur

$$t = \tau - 273^0.$$

Für $t = 100^0$ hat man z. B. $\tau = 373^0$, dagegen für

$$\tau = 250^0,\ t = -\ 23^0.$$

Bei Einführung der abſoluten Temperatur erhält man einfach

$$1 + \delta t = 1 + \delta\left(\tau - \frac{1}{\delta}\right) = \delta\tau, \text{ daher}$$

$$\frac{Vp}{V_0 p_0} = \delta\tau,$$

und ebenſo für ein Luftvolumen V_1 von der Preſſung p_1 und abſoluten Temperatur τ_1

$$\frac{V_1 p_1}{V_0 p_0} = \delta\tau_1;$$

daher nimmt dann obige Hauptformel folgende einfachere Geſtalt an

$$\frac{V}{V_1} = \frac{\tau}{\tau_1}\frac{p_1}{p}, \text{ oder } \frac{Vp}{V_1 p_1} = \frac{\tau}{\tau_1}.$$

Die Formel $\frac{Vp}{V_0 p_0} = \delta\tau$ iſt für vollkommene Gaſe, wohin vor Allem das Waſſerſtoffgas gehört, gültig; für unvollkommene Gaſe, z. B. für kohlenſaures Gas, hat man dagegen

$$\frac{Vp}{V_0 p_0} = \delta t - A_0 - \frac{A_1}{\tau} - \frac{A_2}{\tau_2} \text{ u. ſ. w. zu ſetzen.}$$

Bezeichnen v, v_1 u. ſ. w. die Volumina einer Gasmenge vom Gewichte = Eins, ſo hat man in $\frac{vp}{\tau} = \frac{v_1 p_1}{\tau_1} = \frac{v_0 p_0}{\tau_1}$ eine conſtante Größe R, und es iſt $vp = R\tau$, oder wenn noch γ, γ_1 u. ſ. w. γ_0 die Gewichte der Raumeinheit Gas bezeichnen, und hiernach $v\gamma = v_1\gamma_1 = 1$ geſetzt wird,

$$\frac{p}{\gamma\tau} = \frac{p_1}{\gamma_1\tau_1} = \frac{p_0}{\gamma_0\tau_0} = R.$$

Sind R und R_1 die Conſtanten für zwei verſchiedene Gaſe, ſo hat man

$$\frac{R_1}{R} = \frac{p_1}{\gamma_1\tau_1}\cdot\frac{\gamma\tau}{p}, \text{ alſo für } \tau = \tau_1 \text{ und } p = p_1,$$

$\frac{R_1}{R} = \frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{1}{\varepsilon}$, wenn ε das ſpecifiſche Gewicht der zweiten Gasart in Hinſicht auf die erſtere bezeichnet.

Für atmoſphäriſche Luft hat man bei $t_0 = 0$ Grad Wärme und 0,76 Meter Barometerſtand den Druck pr. Quadratmeter $p = 10334$ Kilogramm und das Gewicht eines Cubikmeters

$\gamma = 1{,}29318$ Kilogramm, folglich läßt ſich hier ſetzen:

$$R = \frac{p}{\gamma\tau} = \frac{10334}{1{,}29318 \cdot 273} = 29{,}272.$$

Für Sauerſtoffgas iſt:

$$\varepsilon = \frac{1{,}42980}{1{,}29318} = 1{,}10563, \text{ daher } R_1 = \frac{R}{\varepsilon} = 26{,}475,$$

ferner für Stickstoffgas

$$\varepsilon = 0{,}97137, \text{ daher } R_1 = 30{,}134,$$

und für Wasserstoffgas

$$\varepsilon = 0{,}06926, \text{ folglich } R_1 = 422{,}61.$$

Strahlende Wärme. Die Wärme eines Körpers theilt sich anderen §. 365
Körpern entweder durch Ausstrahlung (franz. und engl. radiation) oder durch Berührung (franz. und engl. contact) mit, und man nennt die auf die erste Art mitgetheilte Wärme die strahlende Wärme (franz. chaleur rayonnante; engl. rediating heat). Der wesentliche Unterschied zwischen beiden Arten der Wärmeausbreitung besteht aber darin, daß die strahlende Wärme durch den leeren Raum, durch Luft, Wasser und andere Körper hindurch und in einen dritten Körper übergeht, ohne eine Spur in jenen zurückzulassen, während bei der Mittheilung durch Berührung erst der Zwischenkörper erwärmt und von diesem die Wärme auf einen dritten Körper übergetragen wird.

Die Ausstrahlung der Wärme erfolgt nach demselben Gesetze, wie die Ausstrahlung des Lichtes. Namentlich pflanzt sich die Wärme, wie das Licht, in geraden Linien, welche man Wärmestrahlen (franz. rayons de chaleur; engl. rays of heat) nennt, fort. Auch steht die strahlende Wärme im umgekehrten Verhältnisse des Quadrates der Entfernung, dergestalt, daß von einer und derselben Wärmequelle der doppelte, dreifach entfernte Körper u. s. w. nur ein Viertel, ein Neuntel der Wärme u. s. w. erhält, als der Körper in der einfachen Entfernung. Ferner wächst auch die Intensität der strahlenden Wärme wie der Sinus des Winkels, welchen der Wärmestrahl mit der Wärme ausstrahlenden Fläche einschließt.

Der Körper A, Fig. 602, wird z. B. durch den Wärme ausstrahlenden Ofen DEF viermal so stark erwärmt, als der Körper B, welcher noch ein-

Fig. 602.

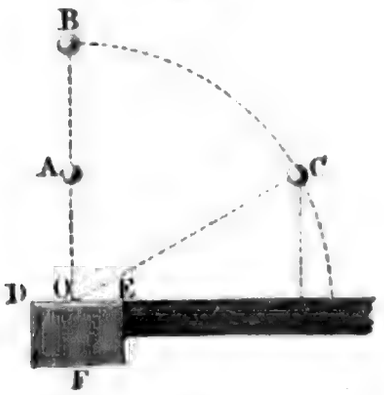
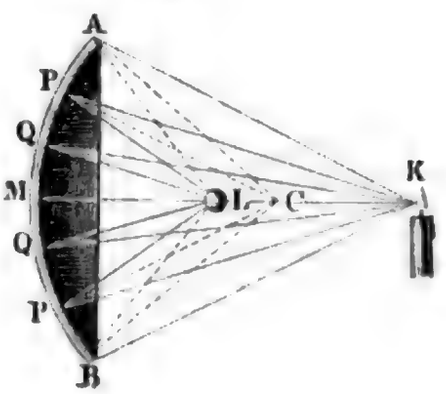


Fig. 603.



mal ſo weit entfernt iſt vom Ofen als dieſer, und der Körper B nimmt wieder noch einmal ſo viel ſtrahlende Wärme auf, als der in gleicher Entfernung befindliche Körper C, weil die mittlere Richtung der zu C gelangenden Wärmeſtrahlen mit der ſtrahlenden Fläche DE einen Winkel COE von 30° einſchließt, deſſen Sinus $= 1/2$ iſt.

Ebenſo werden die Wärmeſtrahlen genau nach demſelben Geſetze reflectirt wie die Lichtſtrahlen; es iſt auch hier der Reflexionswinkel dem Einfallswinkel gleich. Die auf einen Kugelſpiegel AMB, Fig. 603 (a. v. S.), fallenden Wärmeſtrahlen KP, KQ u. ſ. w. werden deshalb von demſelben in ſolchen Richtungen PL, QL u. ſ. w. zurückgeworfen, daß der Reflexionswinkel CPL gleich dem Einfallswinkel CPK, ebenſo der Reflexionswinkel CQL gleich dem Einfallswinkel CQK u. ſ. w. iſt, und es concentriren ſich deshalb auch ſämmtliche der Mitte M des Spiegels nahe einfallenden Wärmeſtrahlen beinahe in demſelben Punkte L.

Endlich finden auch in Anſehung der Brechung oder Ablenkung bei den Wärmeſtrahlen, wenn dieſelben aus einem Körper in einen anderen übergehen, nahe dieſelben Verhältniſſe ſtatt, wie bei den Lichtſtrahlen.

§. 366 Das Vermögen der Körper, die Wärme auszuſtrahlen, hängt von der Temperatur des Körpers und von der Größe und Beſchaffenheit ſeiner Oberfläche ab. Im Allgemeinen ſtrahlen die Oberflächen ſehr dichter Körper weniger Wärme aus, als die Oberflächen weniger dichter Körper, vorzüglich haben aber rauhe Oberflächen ein größeres Ausſtrahlungsvermögen, als glatt polirte Oberflächen. Nach den Verſuchen von Melloni iſt, wenn man das Wärmeausſtrahlungsvermögen einer mit Kienruß überzogenen Fläche durch 100 ausdrückt, das einer Bleiweißoberfläche ebenfalls 100, das einer mit ſchwarzer Tuſche überſtrichenen Oberfläche aber $= 85$, das einer Gummilackoberfläche $= 72$, und das einer Metallfläche gar nur 12; übrigens hängt aber auch dieſes Vermögen noch etwas von der Dicke der Schicht ab, welche die Oberfläche des Körpers bildet.

Das Wärmeabſorptionsvermögen der Körper oder das Vermögen der Körper, ſtrahlende Wärme in ſich aufzunehmen, iſt bei verſchiedenen Körpern verſchieden und verhält ſich genau ſo wie das Ausſtrahlungsvermögen; geſchwärzte und rauhe Körper nehmen daher auch die Wärme leichter in ſich auf, als Körper mit glatten oder polirten Oberflächen.

Das Vermögen der Körper, die Wärmeſtrahlen zurückzuwerfen, oder das ſogenannte Reflexionsvermögen, iſt das Complement des Ausſtrahlungs- oder Abſorptionsvermögens; je mehr ein Körper Wärmeſtrahlen in ſich aufnimmt, deſto weniger wird er natürlich zurückwerfen; aus dieſem Grunde werfen die mit Ruß überzogenen Flächen faſt gar keine Wärme zurück; während polirte Metallflächen die meiſte Wärme reflectiren. Uebrigens werden

nicht alle Wärmeſtrahlen regelmäßig nach dem oben angeführten Geſetze, ſondern es wird auch ein Theil unregelmäßig nach allen Seiten hin zurückgeworfen, oder, wie man ſagt, es findet in der Nähe der Oberfläche der meiſten Körper auch eine Diffuſion der Wärmeſtrahlen Statt. Setzt man, nach Leslie, das Reflexionsvermögen des polirten Meſſings = 100, ſo iſt daſſelbe für Silber = 90, für Stahl = 70, für Glas = 10, für eine mit Ruß überzogene Fläche aber = 0.

Sehr verſchieden iſt endlich noch das Dimiſſions- oder Durchſtrahlungsvermögen verſchiedener Körper. Manche Körper halten die Wärmeſtrahlen auf und laſſen gar keine durch, andere hingegen laſſen die Wärmeſtrahlen durch wie die durchſichtigen Körper die Lichtſtrahlen; jene nennt man athermane, dieſe diathermane Körper. Die Luft iſt ein diathermaner Körper, nächſtdem iſt das Steinſalz ein ſehr diathermaner Körper; übrigens ſind nicht nur die durchſichtigen, ſondern auch manche undurchſichtige Körper, wie z. B. ſchwarzes Glas, Glimmer u. ſ. w., diatherman. Auch hängt die Stärke der Durchſtrahlung noch von der Art der Wärmequelle ab, und es ſcheint nur das Steinſalz eine Ausnahme hiervon zu machen. Endlich laſſen natürlich dünnere Mittel (Platten) mehr Wärmeſtrahlen durch, als dicke, welche um ſo mehr Wärme verſchlucken, je dicker ſie ſind.

Anmerkung. Um ſich genauer über die letzteren Wärmeverhältniſſe, namentlich aber über die Unterſuchungen Melloni's zu unterrichten, muß man in den Werken über Phyſik, z. B. in den Lehrbüchern von Müller, Mouſſon, Wüllner u. ſ. w., nachleſen. S. auch „die Wärmemeßkunſt" von C. Schinz. Ueber die neueren Forſchungen von Provoſtaye und Deſains wird in den Annal. de chim. et de phys. T. XXX, 1850, gehandelt.

Wärmeleitung. Die Ausbreitung der Wärme in einem und demſelben Körper, ſowie die Mittheilung der Wärme durch Berührung, bezeichnet man mit dem Namen der Wärmeleitung (franz. conductibilité de la chaleur; engl. conduction of the head). Die Leichtigkeit oder Schnelligkeit dieſer Mittheilungsart der Wärme iſt bei verſchiedenen Körpern ſehr verſchieden; manche Körper haben ein großes Wärmeleitungsvermögen (franz. pouvoir conducteur; engl. conducting power) und andere ein kleines; in jenen verbreitet ſich die Wärme ſehr ſchnell, in dieſen aber ſehr langſam; man nennt daher auch jene gute Wärmeleiter (franz. bons conducteurs de la chaleur; engl. good conductors of the heat), dieſe aber ſchlechte Wärmeleiter (franz. mauvais conducteurs de la chaleur; engl. worse conductors of the heat). Gute Wärmeleiter ſind die Metalle, jedoch manche mehr, manche weniger; ſchlechte Wärmeleiter hingegen ſind das Holz, Stroh, Bettfedern, Seide, Wolle, Haare, Kohle, Aſche u. ſ. w., überhaupt aber die lockeren Körper. Durch Zertheilung, Pulveriſiren u. ſ. w. werden gute Wärmeleiter in ſchlechte, und letztere in noch ſchlechtere umgeändert. §. 367

Nach Despretz's Beobachtungen an Stäben, welche an einem Ende erhitzt wurden, iſt, wenn die durch die Differenz der Temperaturen an den beiden Enden der Stäbe gemeſſene Leitungsfähigkeit des Goldes = 1000 angenommen wird, die von Platin = 981, von Silber = 973, von Kupfer = 898, von Eiſen = 374, von Zink = 363, von Zinn = 303 und von Blei = 180. Die Leitungsfähigkeit von Marmor ſetzt man gewöhnlich = 23 und die von gebrannten Steinen gar nur 12, wiewohl mit weniger Sicherheit.

Hiervon weichen die von Wiedemann und Franz gefundenen Reſultate bedeutend ab (ſ. Poggendorff's Annalen der Phyſik, Bd. 89).

Iſt hiernach die Leitungsfähigkeit des Silbers = 100, ſo hat man

für Kupfer	73,6	für Blei	8,5
„ Gold	53,2	„ Platin	8,4
„ Zinn	14,5	„ Metall von Roſe . .	2,8
„ Eiſen	11,9	„ Wismuth	1,8
„ Stahl	11,6		

Die Flüſſigkeiten ſind zwar ſchlechte Wärmeleiter, ſie nehmen aber die Wärme ſchnell auf, weil ſie durch die hierbei eintretende ungleichmäßige Ausdehnung in Bewegung gerathen und dabei die weniger warmen Theile der Erwärmungsquelle näher geführt werden. Um ſich von dem ſchlechten Wärmeleitungsvermögen der Flüſſigkeiten zu überzeugen, entzündet man eine auf die Flüſſigkeit gegoſſene dünne Schicht Schwefeläther und beobachtet den Stand eines wenig unter dieſer Schicht in die Flüſſigkeit eingehaltenen Thermometers. Nach Despretz, der eine Waſſerſäule durch wiederholtes Zutreten von heißem Waſſer gleichmäßig zu erwärmen ſuchte, iſt das Leitungsvermögen des Waſſers nur 9 bis 10.

Die Luft und die Gaſe überhaupt ſind jedenfalls ſchlechte Wärmeleiter, doch läßt ſich das Leitungsvermögen derſelben durch Thermometer wegen ihrer Strömungen und wegen ihrer größeren Wärmeſtrahlung nicht mit Sicherheit beobachten. Das ſchlechte Wärmeleitungsvermögen derſelben macht ſich aber dadurch bemerkbar, daß Körper, welche von allen Seiten mit Luftſchichten umgeben ſind, ſehr langſam erwärmt oder erkältet werden.

§. 368 **Abkühlungsvermögen.** Sehr verſchieden iſt endlich die Geſchwindigkeit, mit welcher heiße Körper ihre Wärme abſetzen oder abkühlen. Iſt ein heißer Körper von einem feſten Körper umgeben, ſo erfolgt die Abkühlung (franz. refroidissement; engl. cooling) deſſelben vorzüglich nur durch das Leitungsvermögen des letzteren, iſt aber die Umgebung des heißen Körpers eine tropfbare Flüſſigkeit, ſo erfolgt das Abkühlen theils durch Wärmeleitung, theils und vorzüglich, durch die innere Bewegung der Flüſſigkeit; iſt

ferner der heiße Körper von einer elaſtiſchen Flüſſigkeit umgeben, ſo hängt die Schnelligkeit zugleich auch noch von der Wärmeſtrahlung ab, und befindet er ſich endlich im luftleeren Raume, ſo iſt es nur die Ausſtrahlung, welche demſelben die Wärme entzieht. Im Allgemeinen läßt ſich behaupten, daß die Abkühlung von der Temperaturdifferenz und von der Art und Größe der Oberfläche des wärmegebenden Körpers abhängt; es läßt ſich annehmen, daß der Wärmeverluſt der Oberfläche und, bei mäßigem Temperaturüberſchuſſe, auch dieſem proportional ſei. Durch die ſpäteren Unterſuchungen von Dulong und Petit iſt jedoch gezeigt worden, daß das erſtere, zuerſt von Newton aufgeſtellte Geſetz allgemein und zumal bei größeren Temperaturdifferenzen, nicht gültig iſt. Die Geſetze der Abkühlung ſind ſehr verwickelt; Dulong und Petit haben dieſelben für heiße Körper im luftleeren und lufterfüllten Raume zu ermitteln geſucht, indem ſie vorher erhitzte große Queckſilberthermometer in einen Kupferballon einhingen, der von außen mit Waſſer von einer beſtimmten Temperatur umgeben war, und nun das Sinken dieſer Thermometer beobachteten. Folgende Tabelle enthält die Hauptergebniſſe dieſer Beobachtungen.

Temperaturüberſchuß.	Bloße Thermometerkugel.			Ueberſilberte Thermometerkugel.		Mit Ruß überzogene Thermometerkugel.	
	Vollſtändige Abkühlung.	Abkühlung durch Strahlung.	Abkühlung durch Berührung.	Vollſtändige Abkühlung.	Abkühlung durch Strahlung.	Vollſtändige Abkühlung.	Abkühlung durch Strahlung.
260°	24,42°	16,32°	8,10°	10,96°	2,86°	32,02°	23,92°
240	21,12	13,71	7,41	9,82	2,41	27,48	20,07
220	17,92	11,31	6,61	8,59	1,98	23,10	16,49
200	15,30	9,38	5,92	7,57	1,65	19,66	13,74
180	13,04	7,85	5,19	6,57	1,38	16,28	11,09
160	10,70	6,20	4,50	5,59	1,09	13,57	9,07
140	8,75	5,02	3,73	4,61	0,88	11,06	7,33
120	6,82	3,71	3,11	3,80	0,69	8,85	5,74
100	5,56	3,03	2,53	3,06	0,53	6,94	4,41
80	4,15	2,22	1,93	2,32	0,39	5,17	3,24
60	2,86	1,53	1,33	1,60	0,27	3,67	2,24
40	1,74	0,95	0,79	0,96	0,17	2,20	1,41
20	0,77	0,43	0,34	0,42	0,08	1,00	0,66
10	0,37	0,22	0,15	0,19	0,04	0,48	0,33

Man ersieht aus dieser Tabelle, welche die in Thermometergraden ausgedrückten Abkühlungen pr. Minute angiebt, daß die Beobachtungen dem oben ausgesprochenen Gesetze von Newton nicht entsprechen, denn die zweite Columne der Tabelle giebt uns für die Differenzen:

$$40^0,\ 80^0,\ 120^0,\ 160^0,\ 200^0,\ 240^0$$

zwischen der Temperatur des der Abkühlung ausgesetzten Thermometers, und der der äußeren Wasserhülle, die Abkühlung pr. Minute:

$$1{,}74^0,\ 4{,}15^0,\ 6{,}82^0,\ 10{,}70^0,\ 15{,}30^0,\ 21{,}12^0,$$

müßte aber nach Newton geben:

$$1{,}74^0,\ 2\,.\,1{,}74^0 = 3{,}48,\ 3\,.\,1{,}74^0 = 5{,}22^0,\ 4\,.\,1{,}74^0 = 6{,}96^0,$$
$$5\,.\,1{,}74^0 = 8{,}70^0,\ 6\,.\,1{,}74^0 = 10{,}44^0.$$

Nur bei kleinen Temperaturüberschüssen von höchstens 40° läßt sich annähernd setzen, daß die Abkühlungsgeschwindigkeit dem Temperaturüberschusse proportional sei.

Die Vergleichung der Zahlenwerthe in den verschiedenen Verticalcolumnen unter einander führt deutlich vor Augen, daß bei einer glänzenden Metallfläche die Abkühlung durch Strahlung klein ist gegen die Abkühlung durch Berührung, daß dagegen bei der mit Ruß überzogenen Fläche die Abkühlung durch Strahlung den größten Theil von der ganzen Abkühlung ausmacht. Die in der vierten Columne der Tabelle aufgeführten Werthe der Abkühlung durch Berührung sind durch Subtraction der in der zweiten und dritten Columne, entweder bei lufterfülltem oder bei luftleerem Ballon beobachteten Werthe gefunden worden, und gelten natürlich für alle Arten von Oberflächen. Uebrigens hängt natürlich die Abkühlungsgeschwindigkeit noch von der Größe der Oberfläche des der Abkühlung ausgesetzten Körpers ab. Die Abkühlung eines Körpers ist sehr gut mit dem Ausflusse des Wassers aus einem Gefäße zu vergleichen; was hier die Druckhöhe ist, ist dort die Temperaturdifferenz, und die Stelle der Ausflußöffnung vertritt dort die Abkühlungsfläche. Sowie man Ausfluß unter constantem und Ausfluß unter abnehmendem Drucke unterscheidet, ebenso hat man Abkühlung bei constanter und Abkühlung bei abnehmender Temperatur zu unterscheiden. Sowie beim Leeren eines prismatischen Ausflußgefäßes die Ausflußzeit dem Volumen direct und der Ausmündung umgekehrt proportional wächst, ebenso verhält sich die Abkühlungszeit direct wie die sich abkühlende Masse und umgekehrt wie ihre Oberfläche. Hiermit stimmen auch die Beobachtungen von Dulong und Petit überein, welchen zufolge die Abkühlungszeiten den Durchmessern der Thermometerkugeln proportional sind.

Nach den Untersuchungen von Dulong und Petit ist die Geschwindigkeit der Abkühlung durch Ausstrahlung oder im luftleeren Raume, d. i. der Wärmeverlust während einer Zeiteinheit, bestimmbar durch die Formel

$$v_1 = \mu_1 a^{t_1} (a^t - 1),$$

in welcher μ_1 und a conſtante Erfahrungszahlen, t_1 die Temperatur der Umgebung und t den Temperaturüberſchuß ausdrücken. Die Conſtante a hängt nur von der Eintheilung des Thermometers ab; ſie iſt für die Centeſimaleintheilung $= 1{,}0077$, und für die Réaumur'ſche Eintheilung $(1{,}0077)^{5/4} = 10096$, μ_1 aber hängt von dem Ausſtrahlungsvermögen und von der Größe der Abkühlungsfläche ab. Das von $\mu a^{t_1} . a^t = \mu a^{t_1 + t}$ abzuziehende Glied μa^{t_1} mißt die rückſtrahlende Wärme, herrührend von der Oberfläche des allerdings geſchwärzten Kupferballons, und würde natürlich ganz wegfallen, wenn die Abkühlung in einem unbegrenzten Raume ſtattfände. Für die der Berührung mit Luft entſprechende Abkühlungsgeſchwindigkeit iſt hingegen

$$v_2 = n p^c t^{1{,}233} = \mu_2 t^{1{,}233}$$

zu ſetzen, und es bezeichnet in $\mu_2 = n p^c$, n eine von der Größe der Abkühlungsfläche und von der Natur des Abkühlungsmittels, c eine nur von letzterem abhängige Conſtante, p aber die Elaſticität dieſes Mittels und t, wie vorher, den Temperaturüberſchuß. Hiernach iſt alſo für die vollſtändige Abkühlungsgeſchwindigkeit zu ſetzen:

$$v = v_1 + v_2 = \mu_1 a^{t_1} (a^t - 1) + \mu_2 t^{1{,}233}.$$

Die Potenzen $a^t = (1{,}0077)^t$ und $t^{0{,}233}$ laſſen ſich für die gewöhnlichen Fälle mittels der folgenden Tabelle beſtimmen.

Temperatur t Grad	Potenz $1{,}0077^t$	Potenz $t^{0{,}233}$	Temperatur t Grad	Potenz $1{,}0077^t$	Potenz $t^{0{,}233}$
10	1,080	1,710	110	2,325	2,990
20	1,165	2,010	120	2,510	3,051
30	1,259	2,209	130	2,711	3,108
40	1,359	2,362	140	2,927	3,163
50	1,467	2,488	150	3,160	3,214
60	1,584	2,596	160	3,412	3,263
70	1,711	2,691	170	3,684	3,309
80	1,847	2,776	180	3,978	3,353
90	1,994	2,853	190	4,295	3,396
100	2,153	2,924	200	4,637	3,437

Für die Wärmeſtrahlung hat der auf die Fläche von 1 Quadratmeter und auf den Zeitraum einer Stunde bezogene Coefficient μ_1 folgende Werthe:

Polirtes Silber	16	Verroſtetes Eiſenblech	419
Silberpapier	52	Neues Gußeiſen	395
Polirtes Meſſing	32	Verroſtetes Gußeiſen	419
Goldpapier	28	Glas	373
Rothes Kupfer	20	Kohlenſtaub	427
Zink	30	Papier	470
Zinn	27	Ruß	500
Polirtes Eiſenblech	56	Bauſteine	449
Verbleites Eiſenblech	81	Holz	449
Schwarzblech	345	Waſſer	662

Der Coefficient μ_2 für die Leitung der Wärme durch die Luft iſt von der Form und von den Dimenſionen der Körper abhängig. Für einen liegenden Cylinder vom Halbmeſſer r Meter iſt z. B.

$$\mu_2 = 1{,}136 + \frac{0{,}0211}{r}.$$

Anmerkung. Um ſich vollſtändiger über dieſen Gegenſtand zu unterrichten, kann man nachleſen: von Dulong und Petit: Recherches sur la mesure de températures etc. im Journal de l'école polytechnique, J. XI.; ferner von Péclet: Traité de la chaleur; ſowie auch Gehler's phyſikaliſches Wörterbuch, Bd. X ꝛc.

§. 369 Zum praktiſchen Gebrauche bequemere Näherungsformeln für die Abkühlungsgeſchwindigkeit giebt Péclet im zweiten Bande ſeines eben citirten Werkes. Er ſetzt die Abkühlungsgeſchwindigkeit

$$v = At\,(1 + \alpha t),$$

und nimmt bei Temperaturen von 10° bis 260°, für die Glasfläche:

$$\alpha = 0{,}0065,$$

für die Silberfläche:

$$\alpha = 0{,}0051,$$

und für die Rußfläche:

$$\alpha = 0{,}0066,$$

bei Temperaturen von 0 bis 20° aber im erſten Falle:

$$\alpha = 0{,}0039,$$

im zweiten: $= 0{,}011,$

und im dritten: $= 0{,}0043$ an.

Was ferner den Coefficienten A anlangt, ſo bezieht er denſelben gleich auf

den Wärmeverluſt pr. Stunde und pr. Quadratmeter, und ſetzt denſelben für Waſſer, umſchloſſen

von einer polirten Metallfläche:		$A = 4{,}38$,
„ „	Glas- oder Firnißwand:	$A = 6{,}40$,
„ „	Blech- oder Gußeiſenwand:	$A = 7{,}70$,
„ „	mit Ruß überzogenen Wand:	$A = 8{,}48$.

Gewöhnlich nimmt man für Wände von Kalk- oder Ziegelſtein $A = 9$, ſowie für eine Holzwand, $A = 8$ an.

Péclet zieht den Fall in Betracht, daß ein mit warmem Waſſer angefülltes Gefäß in einem gewiſſen Abſtande von der Gefäßwand mit einem Mantel umgeben und der Zwiſchenraum mit abgeſperrter Luft ausgefüllt ſei. Sind dann F und F_1 die Oberflächeninhalte des Gefäßes und der Hülle, ſowie t und t_1 die Temperaturüberſchüſſe in Hinſicht auf die äußere Luft, ſo können wir ſetzen:

$$F(t - t_1)(1 + \alpha(t - t_1)) = F_1 t_1 (1 + \alpha t_1),$$

oder annähernd $$F(t - t_1) = F_1 t_1.$$

Hiernach iſt

$$t_1 = \frac{Ft}{F + F_1};$$

es folgt daher die Geſchwindigkeit der Abkühlung für 1 Quadratmeter:

$$v = A t_1 (1 + \alpha t_1) = \frac{F}{F + F_1} At \left(1 + \frac{\alpha F}{F + F_1} t\right),$$

und die Abkühlung der Fläche F_1, ſowie des ganzen Gefäßes

$$F_1 v = \frac{F F_1}{F + F_1} At \left(1 + \frac{\alpha F t}{F + F_1}\right).$$

Ohne den Mantel wäre die Abkühlung des Gefäßes:

$FAt(1 + \alpha t)$, und zwar größer, weil $\frac{F_1}{F + F_1}$ ein echter Bruch iſt.

Wäre der Zwiſchenraum zwiſchen dem Keſſel und dem Mantel klein, oder wäre derſelbe luftleer, ſo würde die Wärme nur durch Ausſtrahlung von dem Keſſel auf den Mantel übertragen werden, und man hätte dann für dieſe Abkühlung einen anderen Coefficienten als für die Abkühlung an der Mantelfläche F_1 einzuführen. Bezeichnen wir jenen mit A und dieſen mit A_1, ſo erhalten wir:

$$AF(t - t_1) = A_1 F_1 t_1,$$

daher:

$$t_1 = \frac{AF}{AF + A_1 F_1} t,$$

und ſonach die Abkühlungsgeſchwindigkeit für 1 Quadratmeter:

$$v = A_1 t_1 (1 + \alpha t_1) = \frac{A A_1 F t}{AF + A_1 F_1} \left(1 + \alpha \cdot \frac{AF}{AF + A_1 F_1} t\right);$$

und für die ganze Fläche F_1:

$$F_1 v = \frac{A A_1 F F_1}{AF + A_1 F_1} t \left(1 + \alpha \cdot \frac{AF}{AF + A_1 F_1} t\right).$$

Beiſpiel. Ein ſchmiedeeiſerner Keſſel enthält Waſſer von 100° Wärme, und iſt an ſeiner Oberfläche von 15 Quadratmeter Inhalt von außen mit Luft von 20° Wärme umgeben; welche Abkühlung erleidet das Waſſer? Es iſt hier

$$\alpha = 0{,}0066, \; A = 7{,}70 \text{ und } t = 100^0 - 20^0 = 80^0,$$

daher die Abkühlungsgeſchwindigkeit:

$$v = At (1 + \alpha t) = 7{,}7 \,.\, 80 \,(1 + 0{,}0066 \,.\, 80) = 616 \,.\, 1{,}528 = 941^0,$$

und folglich die Abkühlung für die ganze Oberfläche von 15 Quadratmetern Inhalt:

$$Fv = 15 \,.\, 941 = 14115^0;$$

d. h. dem Keſſel werden ſtündlich 14115° Wärme durch Abkühlung entzogen, und müſſen durch Erwärmung von einer anderen Seite her wieder erſetzt werden, wenn die Temperatur von 100° unverändert bleiben ſoll. Wäre der Keſſel mit einem Mantel von 25 Quadratmeter Inhalt umgeben, welcher eine gewiſſe Luftmaſſe dazwiſchen abſchließt, ſo hätte man dieſen Wärmeverluſt nur

$$F_1 v = \frac{F F_1}{F + F_1} A t \left(1 + \frac{\alpha F t}{F + F_1}\right) = \frac{15 \,.\, 25}{40} 616 \left(1 + 0{,}0066 \cdot \frac{15 \,.\, 80}{40}\right)$$
$$= 5775 \,.\, 1{,}198 = 6918^0.$$

Wäre endlich der Zwiſchenraum zwiſchen Keſſel und Mantel luftleer, könnte alſo die Wärme deſſelben nur durch Ausſtrahlung fortgehen, ſo würde

$$A = 0{,}2 \,.\, A_1 = 0{,}2 \,.\, 7{,}7 = 1{,}54,$$

und daher

$$F_1 v = \frac{1{,}54 \,.\, 7{,}7 \,.\, 15 \,.\, 25 \,.\, 80}{1{,}54 \,.\, 15 + 77 \,.\, 25} \left(1 + 0{,}0066 \cdot \frac{1{,}54 \,.\, 15 \,.\, 80}{1{,}54 \,.\, 15 + 7{,}7 \,.\, 25}\right)$$
$$= \frac{355740}{215{,}6} \cdot 1{,}0563 = 1743^0$$

ſein.

Es fände alſo in dieſem Falle ungefähr nur $\frac{1}{8}$ ſo viel Wärmeverluſt ſtatt, als beim uneingehüllten Keſſel.

§. 370 Péclet giebt auch noch eine Formel und die nöthigen Conſtanten für die Beſtimmung der Abkühlung durch ſchlechte Wärmeleiter. Bezeichnet man durch C die Wärmemenge, welche ſtündlich durch einen plattenförmigen Körper von 1 Quadratmeter Seitenfläche und 1 Meter Dicke geht, wenn die Temperaturdifferenz auf beiden Oberflächen 1° beträgt, und iſt v die Wärme, welche ſtündlich durch eine Platte von der Dicke e geht, deren Seitenflächen den Inhalt F und die Temperaturen t und t_1 haben, ſo läßt ſich ſetzen:

$$v = \left(\frac{t - t_1}{e}\right) F C,$$

und iſt dabei anzunehmen:

für Kupfer	$C = 64{,}00$	für Tannenholz parallel zu den Faſern	$C = 0{,}17$
„ Eiſen	„ $= 29{,}00$	„ „ normal . .	„ $= 0{,}09$
„ Zink.	„ $= 28{,}00$	„ Eichenholz, desgl. . .	„ $= 0{,}25$
„ Blei.	„ $= 14{,}00$	„ Kork	„ $= 0{,}14$
„ Koks	„ $= 4{,}96$	„ Kautſchuk	„ $= 0{,}17$
„ Marmor	„ $= 3{,}13$	„ geſtoßene Ziegel . .	„ $= 0{,}15$
„ Kalkſtein (gemeiner)	„ $= 1{,}82$	„ Holzaſche	„ $= 0{,}06$
„ Glas	„ $= 0{,}82$	„ Leinenzeug	„ $= 0{,}05$
„ Gebrannte Erde .	„ $= 0{,}60$	„ Baumwollenzeug . .	„ $= 0{,}04$
„ Gyps	„ $= 0{,}48$	„ Papier, graues ungeleimtes	„ $= 0{,}03$

Wenn eine Platte von der Fläche F auf der einen Seite mit einem Körper von der Temperatur t, und auf der anderen mit einem anderen Körper von der Temperatur t_1 in Berührung iſt, und hierbei die Temperatur derſelben längs ihrer Dicke e allmälig aus τ in τ_1 übergeht, ſo kann man den hierbei ſtattfindenden Wärmeverluſt

$$Q = FA\,(t - \tau) = FC\left(\frac{\tau - \tau_1}{e}\right) = FA_1\,(\tau_1 - t_1),$$

alſo auch

$$A\,(t - \tau) = C\left(\frac{\tau - \tau_1}{e}\right) = A_1\,(\tau_1 - t_1) \text{ ſetzen.}$$

Eliminirt man hieraus

$$\tau_1 = \tau - \frac{Ae}{C}\,(t - \tau),$$

ſetzt folglich

$$A\,(t - \tau) = A_1\left(\tau - t_1 - \frac{Ae}{C}\,(t - \tau)\right),$$

ſo folgt die Temperatur der Platte an der einen Seite

$$\tau = \frac{At + A_1 t_1 + \dfrac{AA_1 et}{C}}{A + A_1 + \dfrac{AA_1 e}{C}}, \text{ d. i.}$$

$$\tau = \frac{AA_1 t + (At + A_1 t_1)\,\dfrac{C}{e}}{AA_1 + (A + A_1)\,\dfrac{C}{e}},$$

ſowie die Temperatur derſelben an der anderen:

$$\tau_1 = \frac{A A_1 t_1 + (A t + A_1 t_1)\frac{C}{e}}{A A_1 + (A + A_1)\frac{C}{e}},$$

und das durchgegangene Wärmequantum

$$Q = \frac{FC}{e}(\tau - \tau_1) = \frac{FAA_1\frac{C}{e}(t - t_1)}{A A_1 + (A + A_1)\frac{C}{e}} = F.A_2(t - t_1),$$

wenn man

$$\frac{A A_1 C}{A A_1 e + (A + A_1) C} = \frac{C}{e + \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{A_1}\right) C}$$

durch A_2 bezeichnet.

Sind die Conſtanten A und A_1 des Ein- und Austritts einander gleich, ſo hat man einfacher

$$A_2 = \frac{C}{e + \frac{2C}{A}},$$

und iſt außerdem auch die Plattendicke e klein, ſo fällt $A_2 = \frac{A}{2}$ und daher $Q = {}^1/_2\, FA\,(t - t_1)$ aus.

Wäre $\tau = t$, d. i. die Temperatur der Platte auf der einen Seite gleich der des mit derſelben in Berührung kommenden Körpers, z. B. Waſſers, ſo hätte man $A = \infty$, daher

$$A_2 = \frac{C}{e + \frac{C}{A_1}} = \frac{A_1 C}{A_1 e + C} \text{ und}$$

$$Q = \frac{FA_1 C\,(t - t_1)}{A_1 e + C}.$$

Beiſpiel. Wenn der im Beiſpiele des vorigen Paragraphen behandelte mit 100° warmem Waſſer angefüllte Keſſel mit einer Ziegelmauer von ¼ Meter Dicke umgeben wird, ſo iſt ſeine Abkühlung ſtündlich:

$$Fv = \frac{FA_1 C(t - t_1)}{A_1 e + C} = \frac{15 . 9 . 0{,}68 . 80}{9 . {}^1/_4 + 0{,}68} = \frac{7344}{2{,}93} = 2506^0.$$

§. 371 **Schmelzen.** Die Ausdehnung, welche Körper durch die Wärme erleiden, hat eine gewiſſe Grenze, denn bei einem gewiſſen Grade der letzteren ändern die erſteren ihren Aggregatzuſtand, feſte Körper gehen in einen tropfbarflüſſigen Zuſtand über, und tropfbare Flüſſigkeiten nehmen die Gasform an. So geht durch Aufnahme von Wärme, Eis in

Waſſer, und dieſes bei höherer Temperatur (100°) in Dampf über. Der Uebergang eines Körpers aus ſeiner feſten Form in eine tropfbarflüſſige heißt Schmelzung (franz. fusion; engl. fusion, melting), und der Uebergang aus dem erſteren oder letzteren Zuſtande in den luftförmigen heißt Verdampfung, Verdunſtung (franz. vaporation; engl. evaporation). Die Temperatur, bei welcher ein feſter Körper ſchmilzt oder flüſſig wird, heißt ſein Schmelzpunkt (franz. point de fusion; engl. melting point). Die Verdampfung oder Verdunſtung hat faſt bei allen Temperaturen ſtatt, iſt jedoch bei niedrigen Temperaturen ſehr ſchwach; deshalb giebt es denn auch keinen Verdampfungspunkt. Umgekehrt laſſen ſich auch durch Entziehung von Wärme luftförmige Körper, zumal, wenn man ſie zugleich einem Drucke ausſetzt, in waſſerförmige, und letztere in feſte Körper verwandeln.

Im Folgenden ſind die Schmelzpunkte (oder Gefrierpunkte) der vorzüglichſten Körper angegeben.

Platin	bei	+ 2500° C.	Blei	bei	+ 330° C.
Schmiedeeiſen	„	+ 1500 bis 1600° C.	Wismuth . . .	„	+ 260
Stahl	„	+ 1300 „ 1400	Zinn	„	+ 230
Gußeiſen . . .	„	+ 1050 „ 1200	Schwefel . . .	„	+ 109
Gold	„	+ 1100 „ 1200	Gelbes Wachs	„	+ 61
Kupfer	„	+ 1100 „ 1200	Phosphor . . .	„	+ 43
Silber	„	+ 1000	Seife	„	+ 33
Bronze	„	+ 900	Eis	„	+ 0
Antimon	„	+ 500	Terpentinöl . .	„	— 10
Zink	„	+ 400	Queckſilber . .	„	— 39

Anmerkung 1. Beim Glühen des Eiſens ergeben ſich, nach Pouillet, folgende Temperaturen:

Anfangendes Rothglühen	525° C.
Dunkles Rothglühen	700
Anfangendes Kirſchrothglühen	800
Kirſchrothglühen	900
Helles Kirſchrothglühen	1000
Dunkles Orangeglühen	1100
Helles Orangeglühen	1200
Weißglühen	1300
Helles Weißglühen	1400
Blendendes Weißglühen	1500

Anmerkung 2. Durch Legirungen (franz. alliages; engl. allays) von Metallen kann man ſich eine Stufenleiter der Schmelzbarkeit verfertigen und dieſe zu pyrometriſchen Unterſuchungen gebrauchen. Niedrige Temperaturen laſſen ſich durch die Schmelzpunkte der Compoſitionen von Blei, Zinn und Wismuth beſtimmen, zur Ausmittelung hoher Temperaturen bedient man ſich aber, nach Prinſep, Sauſſure und Plattner, der Legirungen von Platin und Gold.

	Die Legirung von	1	Th.	Blei,	1	Th.	Zinn u.	4	Th.	Wismuth	ſchmilzt bei 94°
Roſe's Metall oder	„	„ 5	„	„	3	„	„	„ 8	„	„	„ „ 100
ebenſo auch	„	2	„	„	3	„	„	„ 5	„	„	„ „ 100
ferner	„	1	„	„	4	„	„	„ 5	„	„	„ „ 118,9
	„	1	„	„	—	„	„	„ 1	„	„	„ „ 141,2
	„	1	„	„	1	„	„	„ —	„	„	„ „ 241
	„	—	„	„	2	„	„	„ 1	„	„	„ „ 167,7
	„	1	„	„	3	„	„	„ —	„	„	„ „ 167,7
	„	—	„	„	3	„	„	„ 1	„	„	„ „ 200.

Man ſieht, daß dieſe Compoſitionen leichter ſchmelzbar ſind, als die einfachen Metalle. Bei den Legirungen aus Platin und Gold iſt jedoch das Verhältniß anders; eine ſolche Legirung iſt um ſo ſtrengflüſſiger als Gold, je mehr ſie Platin in ſich enthält, weshalb man aus dem Miſchungsverhältniſſe der die Compoſition bildenden Metalle im Voraus die Schmelzpunkte derſelben beſtimmen kann (ſiehe „Merbach, die Anwendung der erwärmten Gebläſeluft im Gebiete der Metallurgie, Leipzig 1840").

Das Meerwaſſer gefriert wegen ſeines Salzgehaltes erſt bei — 2,5°.

Ueber Schmelzpunkte und über die zur Bildung feuerflüſſiger Verbindungen nöthigen Temperaturen handelt Schinz in Dingler's Journal Bd. 182, Heft 3.

Anmerkung 3. Beim Schmelzen feſter Körper, ſowie beim Gefrieren oder Feſtwerden flüſſiger Körper treten auch in der Regel Dichtigkeitsveränderungen ein. Z. B. das Waſſer dehnt ſich beim Gefrieren um $^1/_{13}$ ſeines Volumens aus, und bildet nun Eis vom ſpecifiſchen Gewichte 0,93. Die Kraft, mit welcher dieſe Ausdehnung erfolgt, iſt ſo groß, daß ſich durch dieſelbe Geſchützkugeln zerſprengen laſſen. Die meiſten Metalle, wie Queckſilber, Blei, Zink, Silber u. ſ. w., ziehen ſich beim Feſtwerden zuſammen, manche, wie z. B. Wismuth und Gußeiſen, dehnen ſich hierbei aus.

Für die Technik iſt auch das Schwinden der Metalle, oder Zuſammenziehung derſelben nach dem Guſſe von Wichtigkeit (ſiehe Karmarſch's Abhandlung hierüber im XIX. Bande [1837] der Jahrbücher des polytechn. Inſtituts in Wien). Dieſe Volumenveränderung hängt jedenfalls von dem Zuſammenziehen oder Ausdehnen beim Erſtarren und vom Zuſammenziehen beim Erkalten zugleich ab; je nachdem Veränderungen gleichſeitig oder entgegengeſetzt wirken, fällt das Schwinden kleiner oder größer aus.

Für die Längeneinheit iſt das Schwinden

beim Gußeiſen = $^1/_{95}$ bis $^1/_{98}$,
„ Meſſing = $^1/_{60}$ bis $^1/_{65}$,
„ Glockenmetall (100 Kupfer + 18 Zinn) = $^1/_{63}$,
„ Kanonenmetall (100 Kupfer + $12^1/_2$ Zinn) = $^1/_{130}$ bis $^1/_{139}$,
„ Zink = $^1/_{80}$,
„ Blei = $^1/_{92}$,
„ Zinn = $^1/_{147}$ und
„ Wismuth = $^1/_{265}$.

§. 372 **Verdampfen.** Flüſſige Körper und ſogar auch manche feſte Körper gehen durch Einwirkung von Wärme in luftförmige über. Dieſe Verwandlung geht zwar bei allen Temperaturen und Preſſungen vor ſich, jedoch erfolgt dieſelbe in der Hitze und bei ſchwachem Drucke lebhafter, als in der

Kälte und bei hohem Drucke. Man unterscheidet hiernach die Verdunstung von dem Kochen oder Sieden. Während unter jener die Dampfbildung an der Oberfläche verstanden wird, verstehen wir unter dem Kochen oder Sieden (franz. ébullition; engl. ebullition, boiling) die in der ganzen Flüssigkeitsmasse vor sich gehende Dampfbildung. Der Siedepunkt (franz. le point d'ébullition; engl. the boiling point) oder die Temperatur, bei welcher das Sieden eintritt, ist nicht allein bei verschiedenen Körpern verschieden, sondern hängt auch noch von dem Drucke der die Flüssigkeit umgebenden Luft ab. Im Augenblicke des Siedens ist die Expansivkraft des Dampfes gleich dem Drucke der Luft. Nach den gemachten Beobachtungen sind bei dem Drucke von 0,76 Meter die Siedepunkte von einigen Körpern folgende:

bei Quecksilber = 350° C.,
„ Leinöl = 316°,
„ Schwefelsäure = 310°,
„ Schwefel = 299°,
„ Phosphor = 290°,
„ Terpentinöl = 273°,
„ Wasser = 100°,
„ Alkohol (vom specif. Gewicht = 0,813) = 78,6°,
„ Schwefeläther = 37,8°,
„ salpetriger Säure = 28°,
„ schwefliger Säure = — 10°.

Im Wasser aufgelöste Substanzen erhöhen die Temperatur des Siedepunktes ansehnlich. Z. B. Wasser mit Kochsalz gesättigt (100 Theile Wasser + 41,2 Kochsalz) siedet nach Legrand bei 108,4°; ferner Wasser mit kohlensaurem Kali gesättigt (100 Theile Wasser + 205 Theile kohlensaures Kali) bei 133°, und Wasser mit Chlorcalcium (100 Theile Wasser + 325 Theile Chlorcalcium) bei 179,5°.

Auch die Gefäßwände haben einen Einfluß auf den Siedepunkt. So siedet z. B. das Wasser in metallenen Gefäßen eher als in gläsernen.

Die Ausdehnungen der Körper bei dem Uebergange in die Dampfform sind sehr beträchtlich. Ein Cubikfuß Wasser giebt z. B. bei 100° Wärme und 0,76 Meter Barometerstand, 1700 Cubikfuß Dampf, und dessen Dichtigkeit ist nur $^5/_8$ von derjenigen der Luft.

Dämpfe können durch Entziehung von Wärme oder durch Vergrößerung des Druckes wieder in die Wasserform zurückgeführt werden, und darin besteht auch ihr einziger Unterschied von den Gasen oder beständigen Luftarten, welche man bis jetzt weder bei der strengsten Kälte, noch bei dem größten Drucke in den tropfbarflüssigen Zustand hat zurückführen können. Kohlensaures Gas (Dampf der flüssigen Kohlensäure) läßt sich z. B. erst bei 0°

Wärme und 36 Atmoſphären Druck in den liquiden Zuſtand zurückführen. Bei 30° Wärme hat dieſer Dampf eine Expanſivkraft von 73 Atmoſphären.

§. 373 **Wärmecapacität.** Die Wärmemenge in einem Körper iſt jedenfalls der Temperatur und der Maſſe des Körpers proportional und läßt ſich daher durch das Product aus beiden meſſen. Sie iſt aber auch noch bei Körpern von verſchiedenen Materien ſehr verſchieden. Manche Körper erfordern zur Annahme einer gewiſſen Temperatur mehr Wärme, als andere, es beſitzen daher auch jene eine größere Capacität für die Wärme (franz. capacité pour la chaleur; engl. capacity for heat), als dieſe. Dieſes Vermögen der Körper wird nun durch die ſpecifiſche Wärme (franz. calorique spécifique; engl. specific heat) gemeſſen, wenn man hierunter diejenige Wärmemenge verſteht, welche nöthig iſt, um die Temperatur eines Körpers von 1 Pfund Gewicht um einen Grad zu erhöhen. Es iſt übrigens nicht möglich, die Wärmemenge ſelbſt anzugeben, ſondern es kann nur eine Vergleichung der ſpecifiſchen Wärmen verſchiedener Körper unter einander angeſtellt werden. Zu dieſem Zwecke nimmt man diejenige Wärmemenge, welche 1 Pfund Waſſer erfordert, um ſeine Temperatur um einen Grad zu ſteigern, als die Wärmeeinheit an, und nennt dieſelbe eine Calorie (franz. und engl. calorie). Die Wärmemenge, welche hiernach nöthig iſt, um ein Waſſerquantum von Q Pfund um t Grad wärmer zu machen, iſt

$$W = Qt,$$

und dagegen für einen anderen Körper, deſſen ſpecifiſche Wärme $= \omega$ iſt,

$$W_1 = \omega Qt.$$

In der unten mitgetheilten Tabelle wird die ſpecifiſche Wärme des Queckſilbers $= 0{,}033$ angegeben, und es läßt ſich daher hieraus ſchließen, daß bei gleichem Gewichte und gleicher Temperaturerhöhung, das Waſſer $^1/_{0{,}033} = {}^{1000}/_{33} =$ 30mal ſo viel Wärmeſtoff oder Brennmaterial erfordert, als Queckſilber.

Um die ſpecifiſchen Wärmen verſchiedener Stoffe auszumitteln, hat man mehrerlei Methoden angewendet, namentlich hat man die Miſchungs-, die Schmelzungs- und die Abkühlungsmethode in Anwendung gebracht. Bei der Miſchungsmethode bringt man den vorher erwärmten Körper, deſſen ſpecifiſche Wärme man ermitteln will, in ein Waſſerbad, und ſieht zu, wie viel dadurch die Wärme des Waſſers zugenommen hat. Iſt Q das Gewicht des abgekühlten Körpers, ſowie Q_1 das des Kühlwaſſers, ferner t die Temperaturabnahme von jenem und t_1 die Temperaturzunahme von dieſem, ſo hat man den Wärmeverluſt von jenem $= \omega Qt =$ dem Wärmegewinn $Q_1 t_1$ von dieſem, und daher die geſuchte ſpecifiſche Wärme:

$$\omega = \frac{Q_1 t_1}{Qt}.$$

Die Schmelzmethode beſteht darin, daß man den zu unterſuchenden Körper in Eis einhüllt, und nun die Menge von Waſſer, welche durch Abkühlung dieſes Körpers ſich gebildet hat, ermittelt. Hat man dafür geſorgt, daß das Eis und das Waſſer die Temperatur Null Grad behalten, ſo kann man $\omega Q t = 79\, Q_1$, und daher

$$\omega = \frac{79\, Q_1}{Q t}$$

ſetzen, weil man aus Erfahrung weiß, daß bei Verwandlung des Eiſes in Waſſer von 0° Wärme 79 Wärmeeinheiten gebunden werden (ſ. §. 380).

Was endlich die Abkühlungsmethode anlangt, ſo umgiebt man hier den erwärmten Körper mit einer Metallhülle, hängt ihn ſo in ein luftleeres Gefäß, welches mit Waſſer von conſtanter Temperatur umgeben iſt, und beobachtet die Zeit, innerhalb welcher der Körper um eine gewiſſe, durch ein eingeſetztes Thermometer angezeigte Temperatur ſinkt. Sind für zwei Körper von den Gewichten Q und Q_1 bei gleichen Abkühlungsflächen die Abkühlungszeiten τ und τ_1, und die ſpecifiſchen Wärmen $= \omega$ und ω_1, ſo hat man:

$$\frac{\tau}{\tau_1} = \frac{\omega Q}{\omega_1 Q_1},$$

und daher das Verhältniß:

$$\frac{\omega_1}{\omega} = \frac{Q \tau_1}{Q_1 \tau}.$$

Beiſpiel. Welche Wärmemenge iſt nöthig, um einen eiſernen Keſſel von 2500 Pfund Gewicht, welcher mit 15000 Pfund Waſſer angefüllt iſt, von 10° bis 100° zu erwärmen? Das Waſſerquantum erfordert die Wärmemenge

$$W = Q t = 15000 . (100 - 10) = 15000 . 90 = 1350000 \text{ Cal.};$$

die Eiſenmaſſe aber nimmt, da die ſpecifiſche Wärme des Eiſens nur 0,11 iſt, die Wärmemenge $W_1 = \omega Q_1 t = 0{,}11 . 2500 . 90 = 24750$ Cal. in Anſpruch, beide erfordern alſo zuſammen: 1350000 + 24750 = 1374750 Cal.

Anmerkung. Mit Hülfe der ſpecifiſchen Wärme läßt ſich auch umgekehrt durch Abkühlung im Waſſer die Temperatur eines heißen Körpers ermitteln, indem man die obige Formel in Anwendung bringt, und

$$t = \frac{Q_1 t_1}{Q \omega}$$

ſetzt. Wenn z. B. ein heißer Meſſingkörper von 15 Pfund Gewicht in 80 Pfund Waſſer von 10° Wärme gebracht und dadurch die Temperatur des letzteren von 6° auf 16° geſteigert wird, ſo hat man die anfängliche Temperatur des Meſſings, da deſſen ſpecifiſche Wärme = 0,0939 iſt,

$$= 16^0 + \frac{Q_1 t_1}{Q \omega} = 16^0 + \frac{80 . 6^0}{0{,}0939 . 15} = 16^0 + \frac{480^0}{1{,}4085} = 357^0 \text{ zu ſetzen.}$$

Pouillet fand auf dieſe Weiſe die Temperatur des ſchmelzenden Eiſens = 1500° bis 1600°.

§. 374 **Specifiſche Wärme.** Laplace und Lavoiſier haben ſich bei der Ausmittelung der ſpecifiſchen Wärme verſchiedener Körper der Schmelzmethode, Dulong und Petit aber der Abkühlungsmethode, Pouillet, und in der neueſten Zeit auch Regnault, haben ſich der, wie es ſcheint, ſicheren Miſchungsmethode bedient. In Folgendem ſind die auf dieſe Weiſe erhaltenen ſpecifiſchen Wärmen von einigen der für die Technik am wichtigſten Körper aufgeführt.

Eiſen	0,11379	nach Regnault,		0,1100	nach Dulong u. Petit			
Zink	0,09555	„	„	0,0927	„	„	„	„
Kupfer	0,09515	„	„	0,0949	„	„	„	„
Meſſing	0,09391	„	„		„	„	„	„
Silber	0,05701	„	„	0,0557	„	„	„	„
Blei	0,03140	„	„	0,0293	„	„	„	„
Wismuth	0,03084	„	„	0,0288	„	„	„	„
Antimon	0,05077	„	„	0,0507	„	„	„	„
Zinn	0,05623	„	„	0,0514	„	„	„	„
Platin	0,03243	„	„	0,0314	„	„	„	„
Gold	0,03244	„	„	0,0298	„	„	„	„
Schwefel	0,20259	„	„	0,1880	„	„	„	„
Kohle	0,24111	„	„					
Koaks	0,20307	„	„					
Graphit	0,20187	„	„					
Marmor	0,20989	„	„					
Ungelöſchter Kalk	0,2169	nach Lavoiſier und Laplace,						
Alkohol	0,700	(von 0,81 ſpecif. Gewicht) nach Dalton,						
Eichenholz	0,570	nach Mayer,						
Glas	0,19768	„ Regnault,						
Queckſilber	0,03332	„	„					
Terpentinöl	0,42593	„	„					

Uebrigens iſt die ſpecifiſche Wärme einer und derſelben Materie nicht ganz conſtant, ſondern ſie wächſt, wenn die Dichtigkeit des Körpers abnimmt, und nimmt auch etwas zu, wenn die Temperatur der Körper ſehr groß wird, und ſich dem Siedepunkte ſehr nähert. So iſt die mittlere ſpecifiſche Wärme nach Dulong und Petit für

Eiſen,	zwiſchen 0 u. 100°,	= 0,1098,	zwiſchen 0 u. 300° aber,	= 0,1218,
Queckſilber	„	„	= 0,0330,	„	„	„	= 0,0350,
Zink	„	„	= 0,0927,	„	„	„	= 0,1015,
Kupfer	„	„	= 0,0947,	„	„	„	= 0,1013,
Platin	„	„	= 0,0335,	„	„	„	= 0,0355,
Glas	„	„	= 0,1770,	„	„	„	= 0,190.

Anmerkung. Sehr merkwürdig iſt die zuerſt von Dulong und Petit aufgefundene und neuerlich durch Regnault mehr begründete Beziehung zwiſchen der ſpecifiſchen Wärme und dem Atomgewichte eines und deſſelben Stoffes. Es iſt nämlich das Product aus den Zahlen, womit man

die ſpecifiſche Wärme und das Atomgewicht ausdrückt, bei allen Körpern faſt ein und daſſelbe, und zwar 38 bis 42.

So iſt z. B.	die ſpecif. Wärme:	und das Atomgew.:	daher das Product beider:
beim Eiſen . .	= 0,11379	= 339,21	= 38,597
„ Silber .	= 0,05701	= 675,80	= 38,527
„ Platin .	= 0,03243	= 1233,5	= 39,993
„ Schwefel	= 0,20259	= 201,17	= 40,754

Die ſpecifiſche Wärme der Gaſe wird mit einem Waſſercalorimeter §. 375
beſtimmt, durch welches man die in Hinſicht auf Temperatur und Expanſivkraft genau unterſuchten Gasarten hindurchſtrömen läßt. Hierbei beobachtet man entweder die in Folge der Abkühlung der Gasart entſtandene Temperaturzunahme des übrigens genau gewogenen Kühlwaſſers, oder man ſetzt den Verſuch ſo lange fort, bis das Kühlwaſſer eine conſtante Temperatur angenommen hat, ſo daß ebenſo viel Wärme nach außen fortgeht, als dem Waſſer durch die Gasart zugeführt wird, und beobachtet den Temperaturüberſchuß des Waſſers über die äußere Umgebung. Strömen nun in gleichen Zeiten gleiche Gasvolumina durch das Calorimeter, ſo laſſen ſich die ſpecifiſchen Wärmen der verſchiedenen Gasarten den beobachteten Temperaturdifferenzen proportional ſetzen.

Nach Regnault's Beſtimmungen ſind die Werthe für die ſpecifiſche Wärme der Gaſe folgende:

Namen der Gaſe und Dämpfe.	Specifiſche Wärme		Dichtigkeit.
	nach Gewicht.	nach Volumen.	
Atmoſphäriſche Luft . .	0,2375	0,2375	1,0000
Sauerſtoff	0,2175	0,2405	1,1056
Stickſtoff	0,2440	0,2370	0,9713
Waſſerſtoff	3,4090	0,2359	0,0692
Kohlenſäure (v. 10° b. 100°)	0,2025	0,3096	1,5290
Kohlenoxyd	0,2470	0,2389	0,9673
Waſſerdampf	0,4776	0,2966	0,6210

Man hat übrigens bei den Gaſen und Dämpfen die ſpecifiſche Wärme bei conſtantem Drucke und die bei conſtantem Volumen von einander zu unterſcheiden. Der Grund hiervon liegt in der Erwärmung und Abkühlung der Körper, welche dieſelben beim Zuſammendrücken und Ausdehnen erleiden. Dieſe Temperaturveränderung tritt bei den Gaſen beſonders her-

vor, weil dieselben in sehr verschiedenen Zuständen der Dichtigkeit vorkommen. Hat ein Luftquantum bei unveränderlichem Drucke durch eine kleine Temperaturerhöhung von τ^0 ein größeres Volumen angenommen und wird nun dasselbe durch Zusammendrücken auf das erste Volumen zurückgeführt, so erleidet es einen zweiten kleinen Temperaturzuwachs von τ_1^0, ohne daß mehr Wärme hinzugetreten ist, es hat also nun bei *demselben Volumen* die Luftmasse die Temperatur $\tau + \tau_1$, während sie bei constantem Drucke nur die Temperatur τ zeigt. Hiernach ist nun auch die specifische Wärme ω bei constantem Drucke größer, als die specifische Wärme ω_1 bei constantem Volumen, und zwar ist $\omega\tau = \omega_1(\tau + \tau_1)$, daher

$$\varkappa = \frac{\omega}{\omega_1} = \frac{\tau + \tau_1}{\tau}$$

das Verhältniß der *specifischen Wärme bei gleichem Drucke* zu der bei *gleichem Volumen*.

(§. 376) Wenn die Temperatur einer Luftmasse von der Dichtigkeit γ bei unveränderter Pressung p um t wächst, so nimmt die Dichtigkeit derselben einen Werth γ_1 an, welcher durch die Gleichung

$$\gamma_1 = \frac{\gamma}{1 + \delta t}$$

bestimmt ist.

Wird nun diese Luftmasse durch Vergrößerung des Druckes auf ihr anfängliches Volumen zurückgeführt, so entwickelt dieselbe eine Wärme, deren Größe

$$t_1 = \psi\left(1 - \frac{\gamma_1}{\gamma}\right) = \frac{\psi\,\delta t}{1 + \delta t}$$

gesetzt werden kann, wenn man annimmt, daß bei einer plötzlichen Umänderung der Dichtigkeit γ_1 in γ, die Temperatur proportional der Dichtigkeitsveränderung wachse.

Dies vorausgesetzt, ist daher zuletzt die vollständige Zunahme der Temperatur:

$$t + t_1 = t + \frac{\psi\,\delta t}{1 + \delta t} = t\left(1 + \frac{\psi\,\delta}{1 + \delta t}\right),$$

und daher das Verhältniß der Wärme bei constantem Drucke zu der bei constantem Volumen:

$$\varkappa = 1 + \frac{\delta\psi}{1 + \delta t}.$$

Die Pressung der Luft von der Dichtigkeit γ und Temperatur t läßt sich (s. Bd. I, §. 393)

$$p = \mu\gamma(1 + \delta t)$$

setzen, wenn μ eine bestimmte Erfahrungszahl bezeichnet.

Differenziirt man dieſen Ausdruck in Hinſicht auf p, γ und t, ſo erhält man:

$$\partial p = \mu\,(\partial\gamma + \delta t.\partial\gamma + \gamma\delta.\partial t),$$

oder da ſich $t = \psi\left(1 - \frac{\gamma_1}{\gamma}\right)$ und $\partial t = \psi\,\frac{\partial\gamma}{\gamma}$ ſetzen läßt,

$$\partial p = \mu\,(1 + \delta t + \delta\psi)\,\partial\gamma.$$

Dividirt man nun durch $p = \mu\gamma\,(1 + \delta t)$, ſo folgt die Differentialgleichung:

$$\frac{\partial p}{p} = \left(1 + \frac{\delta\psi}{1 + \delta t}\right)\frac{\partial\gamma}{\gamma} = \varkappa\,\frac{\partial\gamma}{\gamma}.$$

Da nun $\int\frac{\partial p}{p} = Ln.p$ und

$\int\frac{\partial\gamma}{\gamma} = Ln.\gamma$ iſt (ſ. Bd. I, analytiſche Hülfslehren, Art. 22), ſo folgt auch die Gleichung:

$$Ln.p = \varkappa Ln.\gamma + Const.,\text{ ſowie:}$$
$$Ln.p_1 = \varkappa Ln.\gamma_1 + Const.,\text{ und daher:}$$
$$Ln.p_1 - Ln.p = \varkappa\,(Ln.\gamma_1 - Ln.\gamma),$$

oder:

$$Ln.\left(\frac{p_1}{p}\right) = \varkappa Ln.\left(\frac{\gamma_1}{\gamma}\right),$$

und folglich auch:

$$\frac{p_1}{p} = \left(\frac{\gamma_1}{\gamma}\right)^{\varkappa},$$

ſowie:

$$\frac{1 + \delta t_1}{1 + \delta t} = \frac{p_1}{p}.\frac{\gamma}{\gamma_1} = \left(\frac{\gamma_1}{\gamma}\right)^{\varkappa-1} = \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}},$$

wie wir bei den folgenden Unterſuchungen vorausſetzen wollen.

Die Formel $\frac{p_1}{p} = \left(\frac{\gamma_1}{\gamma}\right)^{\varkappa}$ drückt das ſogenannte Poiſſon'ſche Geſetz aus.

Die Größe des Verhältniſſes $\varkappa = \frac{\omega}{\omega_1}$ läßt ſich durch folgende Verſuche ermitteln.

§. 377

Man fülle zuerſt ein Gefäß mit verdünnter Luft und eröffne dann mittels eines Hahnes die Mündung deſſelben auf kurze Zeit, wobei natürlich die äußere Luft in das Gefäß dringt und eine Verdichtung der bereits eingeſchloſſenen Luft erfolgt. Hierbei beobachtet man an einem mit dem Luftreſervoir in Verbindung ſtehenden Manometer nicht allein den Manometerſtand $(-h)$ der eingeſchloſſenen Luft vor der Eröffnung, ſondern auch den Manometerſtand $(-h_1)$ unmittelbar nach dem Verſchluß, und auch den Manometerſtand $(-h_2)$ nach erfolgter Abkühlung der verdichteten Luft. Iſt nun noch b der äußere Barometerſtand, t die Temperatur der Luft vor und nach dem

Verſuche und t_1 die Temperatur derſelben unmittelbar nach erfolgtem Einſtrömen, ſo hat man nach dem Vorſtehenden

$$\frac{1 + \delta t_1}{1 + \delta t} = \left(\frac{\gamma_1}{\gamma}\right)^{\varkappa-1} = \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} = \left(\frac{b - h_1}{b - h}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}},$$

und da ſich während der Abkühlung der verdichteten Luft das Volumen und folglich auch die Dichtigkeit derſelben nicht ändert:

$$\frac{b - h_1}{1 + \delta t_1} = \frac{b - h_2}{1 + \delta t} \quad \text{oder} \quad \frac{1 + \delta t_1}{1 + \delta t} = \frac{b - h_1}{b - h_2},$$

ſo daß nun durch Elimination von $\frac{1 + \delta t_1}{1 + \delta t}$ folgt:

$$\left(\frac{b - h_1}{b - h}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} = \frac{b - h_1}{b - h_2},$$

oder

$$\frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \cdot Log. \left(\frac{b - h_1}{b - h}\right) = Log. \left(\frac{b - h_1}{b - h_2}\right),$$

und daher das Verhältniß der ſpecifiſchen Wärme der Luft bei gleichem Drucke zu der bei gleichem Volumen:

$$\varkappa = \frac{\omega}{\omega_1} = \frac{Log. (b - h_1) - Log. (b - h)}{Log. (b - h_2) - Log. (b - h)}.$$

Sind die Differenzen $h - h_1$ und $h - h_2$ der Manometerſtände klein, ſo kann man

$$Log. \left(\frac{b - h_1}{b - h}\right) = Log. \left(1 + \frac{h - h_1}{b - h}\right) = \frac{h - h_1}{b - h}$$

und

$$Log. \left(\frac{b - h_2}{b - h}\right) = Log. \left(1 + \frac{h - h_2}{b - h}\right) = \frac{h - h_2}{b - h}$$

ſetzen, ſo daß nun einfach das geſuchte Verhältniß

$$\varkappa = \frac{\omega}{\omega_1} = \frac{h - h_1}{h - h_2}$$

folgt.

Clement und Déſormes haben auf dieſe Weiſe

$$\varkappa = \frac{\omega}{\omega_1} = 1{,}348,$$

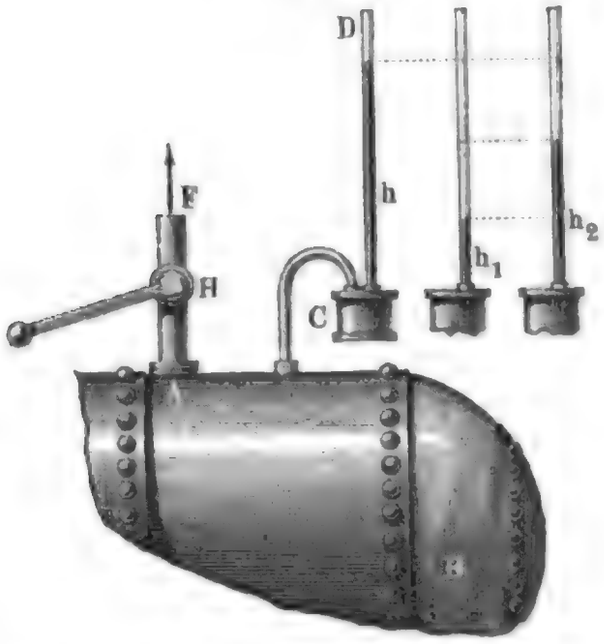
dagegen Gay-Luſſac $= 1{,}375$

ermittelt.

Der Verfaſſer hat zur Beſtimmung von $\varkappa$ ein entgegengeſetztes Verfahren eingeſchlagen; er hat erſt einen Dampfkeſſel AB, Fig. 604, mit comprimirter Luft angefüllt und dann auf einige Augenblicke mittels eines Hahnes H eine Mündung F eröffnet, wobei ein Ausſtrömen der Luft ſowie eine Verdünnung und Abkühlung der im Keſſel zurückgebliebenen Luft entſtand.

War nun h der anfängliche Stand des Manometers CD, h_1 der kurz nach dem Verſchluſſe der Mündung und h_2 der nach erfolgter Erwärmung bis

Fig. 604.



zur anfänglichen Temperatur, etwa zehn Minuten ſpäter beobachtete Manometerſtand, ſo ließ ſich das geſuchte Verhältniß durch die Formel

$$\frac{\omega}{\omega_1} = \frac{Log.\ (b + h) - Log.\ (b + h_1)}{Log.\ (b + h) - Log.\ (b + h_2)}$$

berechnen.

Bei einem ſolchen Verſuche war der Barometerſtand $b = 0{,}7342$ Meter und wurden die Queckſilbermanometerſtände

$$h = 0{,}7180,$$
$$h_1 = 0{,}5890$$

und $h_2 = 0{,}6250$ Meter

beobachtet, wonach ſich nun

$$\frac{\omega}{\omega_1} = \frac{Log.\ 1{,}4522 - Log.\ 1{,}3232}{Log.\ 1{,}4522 - Log.\ 1{,}3592} = \frac{0{,}16203 - 0{,}12162}{0{,}16203 - 0{,}13328}$$

$$= \frac{4041}{2875} = 1{,}405$$

beſtimmt. (S. den Civilingenieur, Band 5 vom Jahre 1859.)

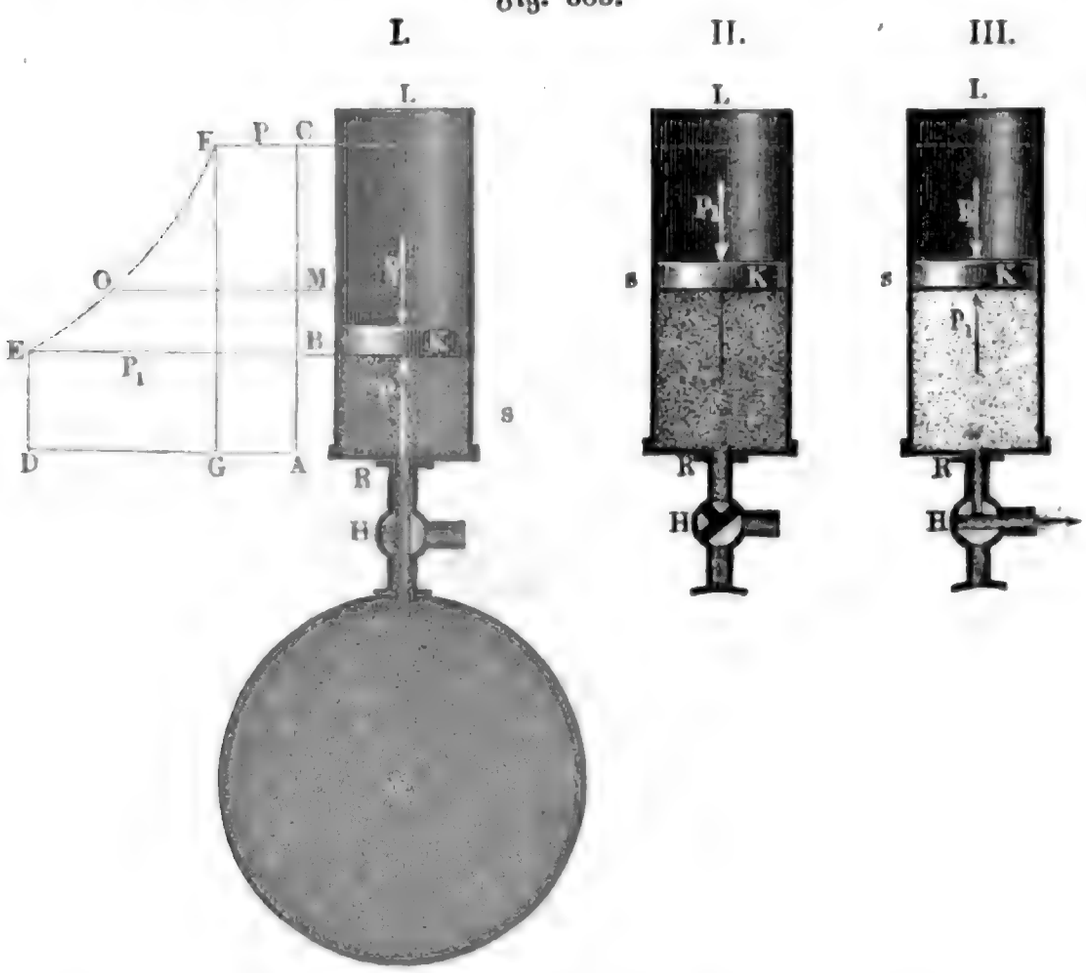
Nach Maſſon iſt $\frac{\omega}{\omega_1} = 1{,}419$.

Nach den Verſuchen über die Schallgeſchwindigkeit von Moll und van Beck iſt hingegen $\varkappa = 1{,}41$.

Da während der allerdings ſehr kurzen Ausflußzeit bei meinen Verſuchen noch immer eine kleine Menge Wärme verloren geht, ſo ſetze ich in der Folge ebenfalls $\varkappa = 1{,}41$.

§. 378 **Arbeit der Wärme.** Wenn der in einem Cylinder LR, Fig. 605, I, II u. III bewegliche Kolben K, deſſen Fläche der Einfachheit wegen die Einheit ſein möge, von der aus einem großen Reſervoir V zuſtrömenden Luft mit der

Fig. 605.



durch die Gerade $AD = BE$ dargeſtellten Kraft p gedrückt wird und einen gewiſſen Weg $\overline{AB} = s$ zurücklegt, ſo verrichtet derſelbe in Folge dieſer Expanſivkraft die durch das Rechteck $ABED$ graphiſch darzuſtellende mechaniſche Arbeit: ps.

Hebt man hierauf, etwa durch Drehung des Hahnes H in der Verbindungsröhre, die Communication zwiſchen dem Cylinder LR und dem Luftreſervoir V auf, wie II darſtellt, ſo bleibt die Kraft p nicht mehr conſtant, ſondern es wird dieſelbe um ſo kleiner, je mehr ſich die abgeſchloſſene Luft ausdehnt, je weiter alſo der Kolben K fortrückt. Bliebe nun während dieſer Kolbenbewegung die Temperatur der abgeſperrten Luft conſtant, ſo würde die Kolbenkraft p nach dem Mariotte'ſchen Geſetze abnehmen und folglich am Ende eines gewiſſen Weges $\overline{AM} = x$, die durch $\overline{MO}$ repräſentirte Größe

$$y = \frac{sp}{x}$$

ſein.

Da die Luft, wie alle anderen Körper, bei ihrer Ausdehnung Wärme bindet, und folglich an ſenſibler Wärme verliert, ſo könnte dieſer Fall nur dann eintreten, wenn der eingeſchloſſenen Luft von außen durch die Cylinderwand ſo viel Wärme zugeführt würde, als dieſelbe bei ihrer Ausdehnung bindet. Setzen wir aber voraus, daß eine ſolche Wärmemittheilung von außen nicht ſtatthat, ſo können wir auch nicht

$$y = \frac{sp}{x},$$

ſondern müſſen die Dampfpreſſung

$$y = \frac{1 + \delta t}{1 + \delta t_1} \cdot \frac{sp}{x}$$

ſetzen (ſ. Bd. I, §. 392), wobei t_1 die anfängliche, dem Drucke p_1 entſprechende Temperatur, ſowie t die veränderliche, dem Drucke y zukommende Temperatur bezeichnet.

Wegen der Abkühlung bei der Ausdehnung iſt noch

$$\frac{1 + \delta t}{1 + \delta t_1} = \left(\frac{s}{x}\right)^{\varkappa - 1},$$

wo $\varkappa$ das bekannte Wärmeverhältniß $\frac{\omega}{\omega_1}$ bezeichnet, daher folgt:

$$y = \left(\frac{s}{x}\right)^{\varkappa} \cdot p = \left(\frac{1 + \delta t}{1 + \delta t_1}\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa - 1}} \cdot p.$$

Durchläuft nun der Kolben x das Wegelement ∂x, ſo verrichtet er in Folge dieſer Preſſung die Arbeit

$$y \partial x = \left(\frac{s}{x}\right)^{\varkappa} \cdot p \, \partial x,$$

und es iſt folglich die während der Durchlaufung des Weges $\overline{BC} = s_1 - s$ durch die abgeſperrte Luft auf den Kolben übergetragene durch eine Fläche $BEFC$ graphiſch dargeſtellte Arbeit:

$$\int_s^{s_1} y \, \partial x = s^{\varkappa} p \int_s^{s_1} x^{-\varkappa} \partial x = s^{\varkappa} p \left(\frac{{s_1}^{-\varkappa+1}}{-\varkappa+1} - \frac{s^{-\varkappa+1}}{-\varkappa+1}\right)$$

$$= \frac{s^{\varkappa} p}{\varkappa - 1} \left(\frac{1}{s^{\varkappa-1}} - \frac{1}{{s_1}^{\varkappa-1}}\right) = \frac{ps}{\varkappa - 1} \left[1 - \left(\frac{s}{s_1}\right)^{\varkappa-1}\right].$$

Wenn während der ganzen Kolbenbewegung um den Weg $\overline{AC} = s_1$ die äußere Luft mit der Kraft p_1 entgegenwirkt, ſo geht hierbei die durch das Rechteck $ACFG$ repräſentirte Arbeit

$$p_1 s_1$$

verloren, und es iſt endlich die reſultirende und durch den Flächenraum

$$GDEF = ABED + BCFE - ACFG$$

graphiſch darzuſtellende, auf den Kolben übergetragene mechaniſche Arbeit der abgeſchloſſenen Luft:

$$L = ps + \frac{ps}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{s}{s_1}\right)^{\varkappa-1}\right] - p_1 s_1.$$

Unter der Vorausſetzung, daß die Spannung der eingeſchloſſenen Luft am Ende des Kolbenweges $\overline{AC} = s_1$ der Spannung p der äußeren Luft gleich geworden und folglich das ganze Arbeitsvermögen der abgeſchloſſenen Luft auf den Kolben übergegangen ſei, hat man:

$$p_1 = \left(\frac{s}{s_1}\right)^{\varkappa} p,$$

und daher:

$$L = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{s}{s_1}\right)^{\varkappa-1}\right] ps.$$

Bringt man nun den Hahn H in eine Stellung, wie Fig. 605, III, wobei die Communication des Cylinders mit der äußeren Luft hergeſtellt wird, und ſchiebt hierauf den Kolben wieder langſam zurück bis an den Boden des Cylinders, ſo wird hierbei weder Arbeit verloren noch gewonnen, da die nun durch H austretende Luft denſelben Druck p auf der einen Seite des Kolbens ausübt, wie die äußere Luft auf die andere Seite deſſelben.

Setzt man noch den anfänglichen Kolbenweg $AB = s$, $=$ Eins, ſo erhält man hiernach die von einer Raumeinheit, z. B. von einem Cubikmeter comprimirter Luft, bei der Ausdehnung von s auf s_1 verrichtete mechaniſche Arbeit:

$$L = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{s}{s_1}\right)^{\varkappa-1}\right] p$$

$$= \frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right] p,$$

und daher die durch das Luftvolumen V von der Preſſung p bei der Ausdehnung verrichtete Arbeit:

$$\text{I.}\quad L = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right] Vp \text{ auch}$$

$$= \frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{s}{s_1}\right)^{\varkappa-1}\right] Vp.$$

Wird umgekehrt, das Luftquantum V_1 von der Preſſung p_1 auf p zuſammengedrückt, ſo iſt die aufgewendete Arbeit:

$$\text{II.}\quad L = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\left[\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1\right] V_1 p_1$$

$$= \frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\left[\left(\frac{s_1}{s}\right)^{\varkappa-1} - 1\right] V_1 p_1.$$

Mechaniſches Wärmeäquivalent. Die im vorigen Paragraphen §. 379
gefundenen Ausdrücke I. und II. geben das Arbeitsquantum an, welches eine gewiſſe Luftmenge verrichtet, wenn dieſelbe aus einer größeren Preſſung in eine kleinere übergeht, und welches dieſelbe in Anſpruch nimmt, wenn ſie aus einer kleineren Spannung in eine größere überzugehen genöthigt wird. Da nun aber jede Dichtigkeits- und Spannungsveränderung mit einer gewiſſen Temperaturveränderung verbunden iſt, ſo kann man auch das Arbeitsquantum durch die Temperaturen der Luft vor und nach der Arbeitsverrichtung ausdrücken, und man ſtößt dadurch noch auf eine viel einfachere Formel. Wir haben dann nur in den gedachten Formeln ſtatt

$$\frac{p_1}{p}, = \left(\frac{1 + \delta t_1}{1 + \delta t}\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa - 1}}$$

zu ſetzen, bekommen folglich:

$$\left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}} = \frac{1 + \delta t_1}{1 + \delta t},$$

und daher für die mechaniſche Arbeit, welche bei Abkühlung der Luftmenge V um die Temperatur $t_1 - t$ verrichtet wird:

$$L = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\left(1 - \frac{1 + \delta t}{1 + \delta t_1}\right) Vp$$
$$= \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} \cdot \frac{\delta\,(t_1 - t)\,Vp}{1 + \delta t_1}.$$

Nun iſt aber die Dichtigkeit oder das Gewicht eines Cubikmeters der atmoſphäriſchen Luft:

$$\gamma_1 = \frac{1{,}2514\, p_1}{1 + \delta t_1},$$

wenn p den Druck auf das Quadratcentimeter bezeichnet (ſ. Bd. I, §. 393), daher hat man hier, wo man für p_1 den Druck auf das Quadratmeter einſetzen muß,

$$L = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\,\delta\,(t_1 - t) \cdot \frac{10000}{1{,}2514} \cdot V\gamma.$$

Führt man nun $\delta = 0{,}003665$ und $\varkappa = 1{,}410$ ein, ſo erhält man:

$$L = 100{,}72\,(t_1 - t)\,V_1\gamma_1.$$

Endlich iſt noch der der Temperaturveränderung $t_1 - t$ entſprechende Wärmeaufwand des Luftquantums V:

$$W = \omega\,(t_1 - t)\,V\gamma = 0{,}2375\,(t_1 - t)\,V\gamma;$$

daher läßt ſich das entſprechende Arbeitsquantum

$$L = \frac{100{,}72}{\omega}\,W = \frac{100{,}72}{0{,}2375}\,W = 424{,}1\,.\,W \text{ Kilogrammmeter}$$

ſetzen. Es ſteht alſo die Arbeit L, welche die Luft bei ihrem Kälterwerden verrichtet, in einem beſtimmten Verhältniſſe

$$A = \frac{L}{W} = 424{,}1$$

zum verlorenen Wärmequantum W.

Man nennt dieſes Verhältniß A das mechaniſche Aequivalent der Wärme (franz. équivalent mécanique de la chaleur; engl. mechanical equivalent of heat), und es bezieht ſich daſſelbe nicht allein auf das durch Abkühlung der Luft gewonnene Arbeitsquantum, ſondern auch auf die durch Arbeitsverrichtung erzeugte Wärmemenge.

Verſteht man unter der Wärmeeinheit die Wärmemenge, welche nöthig iſt, um 1 Pfund Waſſer um einen Grad wärmer zu machen, ſo hat man, da 1 Meter = 3,1862 preuß. Fuß mißt,

$$A = 424{,}1 \,.\, 3{,}1862 \; W = 1351 \; W \text{ Fußpfund},$$

und es iſt alſo dann das mechaniſche Aequivalent der Wärme = 1351 Fußpfund. Während alſo durch die Wärmemenge, welche 1 Kilogramm Waſſer um 1 Grad wärmer macht, eine Arbeit von 424,1 Kilogrammmeter verrichtet werden kann, läßt ſich durch die Wärmemenge, welche die Temperatur eines Pfundes Waſſer um 1 Grad erhöht, ein Arbeitsgewinn von 1351 Fußpfund erzielen.

Mehrere Phyſiker haben ſich bemüht, nachzuweiſen, daß der oben gefundene Werth $A = 424{,}1$ Kilometer des mechaniſchen Wärmeäquivalentes nicht allein für die Wärmebindung und Wärmeentwickelung bei der Ausdehnung und Compreſſion der atmoſphäriſchen Luft, ſondern auch für jede Art von Wärmeerzeugung u. ſ. w., z. B. durch Reibung, Stoß, Elektromagnetismus u. ſ. w., und für jeden anderen flüſſigen oder feſten Körper gilt. Insbeſondere hat Joule durch verſchiedene Verſuche nachgewieſen, daß dieſes Verhältniß der mechaniſchen Arbeit zur Wärmemenge für verſchiedene Körper und verſchiedene Mittel der Wärmeerzeugung u. ſ. w. nahe eins und daſſelbe iſt. So ſtellte er zu dieſem Zwecke ein horizontales Schaufelrad in ein mit Waſſer angefülltes Gefäß, ließ dieſes Rad mittels eines Mechanismus ähnlich wie Fig. 264, Bd. II, durch ſinkende Gewichte in Umdrehung ſetzen, und beobachtete die Zunahme der Temperatur des Waſſers, nachdem das Rad eine gewiſſe Anzahl Umdrehungen unter demſelben gemacht und eine entſprechende mechaniſche Arbeit verrichtet hatte. Das Verhältniß dieſer Arbeit zum Producte aus dem Gewichte des Waſſers und aus der Temperaturzunahme deſſelben gab nun das geſuchte Arbeitsäquivalent A der Wärme. Auf dieſe Weiſe fand Joule im Mittel, wenn die Temperatur in Fahrenheit'ſchen Graden ausgedrückt wird,

$$A = 773{,}64 \text{ Fußpfund engl.,}$$

wonach ſich für Centeſimalgrade

$$A = 425 \text{ Kilometer}$$
$$= 1354 \text{ Fußpfund preuß.}$$

ergiebt.

Bei der Reibung eines eiſernen Schaufelrades im Queckſilber wurde auf gleiche Weiſe

$$A = 776{,}3 \text{ Fußpfund engl.} = 426 \text{ Kilometer}$$

gefunden.

Ebenſo fand Joule durch die Reibung von zwei gußeiſernen Platten an einander, daß eine Arbeit von 774,88 Fußpfund = 425 Kilogrammmeter nöthig iſt, um denſelben eine Wärmemenge von 1 Wärmeeinheit mitzutheilen. Einen etwas größeren Werth für A, nämlich 460 Kilogrammmeter, fand Joule, als er den Arbeitsaufwand zum Umdrehen eines elektromagnetiſchen Rotationsapparates mit der in den Windungen deſſelben freiwerdenden Wärmemenge verglich. Herr Hirn fand bei ſeinen in Bd. I, §. 173 angeführten Reibungsverſuchen das mechaniſche Wärmeäquivalent A zwiſchen 315 und 425 Kilogrammmeter; im Mittel, bei der mittelbaren Reibung, unter Anwendung von Oelen:

$$A = 365 \text{ Kilogrammmeter.}$$

Dagegen fand Perſon für Luft:

$$A = 424 \text{ Kilogrammmeter}$$

(ſ. Comptes rendu s de l'Academie des sciences T. 39. Paris 1854.)

Anmerkung. Die erſte Annahme und Beſtimmung des mechaniſchen Wärmeäquivalentes haben wir dem deutſchen Phyſiker Mayer zu verdanken (ſ. Annalen der Chemie und Pharmacie, Bd. 42, 1842). Derſelbe fand durch Schütteln oder Rühren des Waſſers, $A = 365$ Kilogrammmeter. Mit der auf die Annahme dieſes Wärmeverhältniſſes ſich gründenden Theorie der Arbeit haben ſich beſchäftigt: Clappeyron, Clauſius, Helmholz, Hoppe, Kirchhoff, Rankine, Thomſom, Zeuner u. ſ. w., worüber in den neueren Bänden der Phyſik und Chemie von Poggendorff, ſowie in denen des Philosophical Magazines nachgeleſen werden kann. Siehe auch Zeuner's Grundzüge der mechaniſchen Wärmetheorie, Leipzig 1866, wie die Abhandlungen über die mechaniſche Wärmetheorie von Clauſius, Braunſchweig 1864.

Latente Wärme. Bei dem Uebergange eines feſten Körpers in den §. 380
tropfbar-flüſſigen Zuſtand, ſowie beim Uebergange einer tropfbaren Flüſſigkeit in Dampf wird eine gewiſſe Menge Wärme gebunden, und ebenſo umgekehrt, beim Feſtwerden eines flüſſigen Körpers, ſowie beim Flüſſigwerden oder Niederſchlagen des Dampfes, wird eine gewiſſe Menge Wärme frei. Es iſt alſo in Flüſſigkeiten mehr Wärme enthalten, als das Gefühl oder die Thermometer anzeigen, und dieſe Wärme, welche man deshalb auch die ge-

bundene oder latente Wärme (franz. chaleur latente; engl. latent heat) nennt, als die Urſache des flüſſigen Zuſtandes eines Körpers anzuſehen.

Verſchiedene Körper binden auf dieſe Weiſe verſchiedene Wärmemengen, und ein und derſelbe Körper enthält in der Dampf- oder Luftform mehr latente Wärme, als im tropfbar-flüſſigen Zuſtande, und im letzten mehr, als wenn er feſt iſt. Wenn man 1 Pfund Waſſer von 79° Wärme mit 1 Pfund Eis von 0° zuſammenbringt, ſo entſtehen 2 Pfund Waſſer von 0° Wärme; es iſt alſo anzunehmen, daß das Pfund Eis von 0° Wärme bei ſeiner Verwandlung in Waſſer von 0° Wärme 79 Wärmeeinheiten verbraucht oder gebunden habe. Wenn man ferner 1 Pfund Waſſerdampf von 100° Wärme durch $5^1/_2$ Pfund Waſſer von 0° condenſirt, ſo bilden ſich $6^1/_2$ Pfund Waſſer von 100° Wärme oder $6{,}5 . 100 = 650$ Wärmeeinheiten; da nun hiervon nur 100° ſenſibel ſind, ſo iſt folglich die latente Wärme des Waſſerdampfes von 100° Temperatur, = 550 Cal. zu ſetzen.

Die neueſten Verſuche von Provoſtaye und Deſains, ſowie auch die von Regnault (ſ. Annal. de chimie et de physique, Sect. III, T. VIII) geben die latente Wärme des Waſſers = 79,0; die Angaben über die latente Wärme der Metalle ſind ſehr unſicher. Haſſenfratz giebt ſie für Queckſilber = $86^2/_3$, Irvine für Blei = 90, Rudberg dagegen 5,858 u. ſ. w. Das Binden von Wärme beim Uebergange eines feſten Körpers in einen flüſſigen kommt beſonders bei Darſtellung von ſogenannten Kältemiſchungen zur Anwendung. So giebt z. B. 1 Theil Kochſalz mit 5 Theilen Schnee von Null Grad Wärme vermiſcht eine flüſſige Salzlöſung von 17,7 Grad Kälte oder den Nullpunkt der Fahrenheit'ſchen Scala (ſ. §. 351). Eine Miſchung von 3 Theilen ſalzſaurem Kalk und 2 Theilen Schnee geht ferner aus Null Grad Wärme in 28 Grad Kälte über, u. ſ. w.

Neuere genauere Verſuche über die latente Wärme von Dämpfen hat Brix (ſ. Poggendorff's Annalen, Bd. LV, 1842) angeſtellt. Nach dieſen iſt die latente Wärme

für Waſſerdampf 540,
für Alkoholdampf 219,
für Terpentinöldampf . . . 74;

Despretz fand früher hiervon nur wenig abweichende Werthe.

Vergleicht man die latenten Wärmen verſchiedener Dämpfe mit ihren Dichtigkeiten, ſo findet man, daß ſie faſt den letzteren umgekehrt proportional ſind. Während z. B. die Dichtigkeit des Alkoholdampfes 2,58mal ſo groß als die des Waſſerdampfes iſt, hat man die latente Wärme des erſteren auch nur $\frac{219}{540} = \frac{1}{2{,}47}$ der des Waſſerdampfes. Hiernach läßt ſich annehmen, daß gleiche Volumina von allen Dämpfen bei der Temperatur des Siedens nahe dieſelbe Menge latente Wärme enthalten.

Nach den neueſten Verſuchen von Regnault iſt die Geſammtwärme des Waſſerdampfes bei t Grad Temperatur;

$$W = 606{,}5 + 0{,}305\,t.$$

Auch iſt hiernach die ſpecifiſche Wärme des Waſſers nicht ganz conſtant, ſondern durch die Formel

$$\omega = 1 + 0{,}00004\,t + 0{,}0000009\,t^2$$

auszudrücken. Man hat dann die ſogenannte Flüſſigkeitswärme des Waſſerdampfes bei der Temperatur t:

n = Mittelwerth von ω mal t

$$= \left(\frac{\omega_1 + \omega_2 + \cdots + \omega_n}{n}\right) t$$

$$= (1 + 0{,}00004 \text{ Mittelwerth von } t + 0{,}0000009 \text{ Mittelwerth von } t^2)\,t$$

$$= \left(1 + 0{,}00004\,\frac{t}{2} + 0{,}0000009\,\frac{t^2}{3}\right) t$$

$$= t + 0{,}00002\,t^2 + 0{,}0000003\,t^3,$$

und endlich die latente oder ſogenannte Verdampfungswärme deſſelben

$$w = W - n = 606{,}5 + 0{,}305\,t - (1 + 0{,}00002\,t + 0{,}0000003\,t^2)\,t$$

$$= 606{,}5 - 0{,}695\,t - 0{,}00002\,t^2 - 0{,}0000003\,t^3,$$

wonach folgt:

bei der Temperatur t	die Geſammtwärme	Flüſſigkeitswärme	die latente oder Dampfwärme
0°	606,5°	0°	606,5°
25	614,1	25,0	589,0
50	621,7	50,1	571,7
75	629,4	57,2	554,7
100	637,0	100,5	536,5
125	644,6	125,8	518,6
150	652,2	151,5	500,8
175	659,9	177,2	482,7
200	667,5	203,2	464,3
225	675,1	229,4	445,5

Anderen Dämpfen entſprechen auch andere Werthe von W, ω und W_1, z. B. für Aether iſt

$$W = 94{,}00 + 0{,}45000\,t - 0{,}0005555\,t^2$$

$$\omega\,t = 0{,}52901\,t + 0{,}0002959\,t^2 \quad \text{und}$$

$$W_1 = W - \omega\,t$$

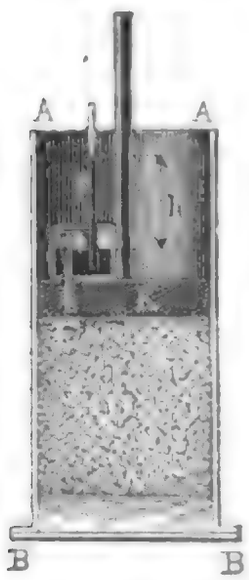
$$= 94{,}00 - 0{,}07901\,t - 0{,}0007514\,t^2.$$

Zweites Capitel.

Von den Waſſerdämpfen.

§. 381 **Dampf.** Stellt man über einer Flüſſigkeit, z. B. über einer Waſſermaſſe *W*, Fig. 606, einen luftleeren Raum her, indem man z. B. einen die Oberfläche von *W* anfangs genau berührenden und an das Gefäß *AB* genau anſchließenden Kolben *K* emporzieht, ſo verwandelt ſich ein Theil der Flüſſigkeit in Dampf *D*, und zwar um ſo mehr, je mehr leerer Raum der Ausfüllung dargeboten oder je weiter der Kolben *K* zurückgezogen wird. Iſt dieſe Waſſermenge nicht ſehr groß, ſo kann man durch Vergrößerung des Raumes *KW* oder durch weiteres Zurückziehen des Kolbens *K* dieſelbe ganz in Dampf verwandeln. Aendert ſich während dieſes Geſchäftes die Temperatur nicht, ſo ändert ſich die etwa durch den Stand *h* eines Manometers *EF* angegebene Expanſivkraft dieſes Dampfes auch nicht, man mag dem Dampfe zu ſeiner Entwickelung einen größeren oder kleineren Raum darbieten. Zieht man aber nach vollſtändiger Verwandlung des Waſſers in Dampf den Kolben *K* noch weiter auf, ſo ſinkt der Manometerſtand, es wird alſo die Expanſivkraft eine kleinere. Dieſe Abnahme der Expanſivkraft folgt nun ganz dem Mariotte'ſchen Geſetze (ſ. Bd. I, §. 387), d. h. es iſt von dem Zuſtande an, bei welchem ſich alles Waſſer in Dampf verwandelt hat, die Expanſivkraft der Dichtigkeit des Dampfes direct, und folglich dem Volumen umgekehrt proportional. Wenn man z. B. von da an das Dampfvolumen durch weitere Zurückziehung des Kolbens verdoppelt, ſo fällt nun die vom Dampf getragene Queckſilberſäule *h* nur halb ſo groß aus als anfangs. Verkleinert man durch Niederſchieben des Kolbens den Dampfraum allmälig, ſo tritt wieder ein Steigen des Manometers ein bis zu dem Stande, wo beim Aufziehen alles Waſſer in Dampf verwandelt war. Von da an bleibt beim weiteren Niederſchieben des Kolbens das Manometer auf einerlei Höhe, und es verwandelt ſich wieder ein Theil des Dampfes in Waſſer, und zwar um ſo mehr, je weniger Raum zur Aufnahme deſſelben übrig bleibt, bis zuletzt, wenn der Kolben ſeinen erſten Stand wieder eingenommen hat, aller Dampf wieder in Waſſer übergegangen iſt.

Fig. 606.



Maximalſpannung des Dampfes. Nimmt man die im letzten §. 382
Paragraphen beſchriebenen Operationen bei einer höheren oder tieferen Temperatur der Flüſſigkeit (des Waſſers) und ihrer Umgebung vor, ſo bleiben zwar die Erſcheinungen dieſelben, nur fällt dann der Manometerſtand, und alſo auch die Expanſivkraft des Dampfes, größer oder kleiner, und dagegen der Kolbenweg, nach deſſen Zurücklegung das Waſſer vollkommen in Dampf übergegangen iſt, kleiner oder größer aus als im erſten Falle. Wenn man ferner bei einem unveränderlichen Kolbenſtande, wobei noch Waſſer zur Verdampfung übrig iſt, das Waſſer und ſeine Umgebung erhitzt, ſo verwandelt ſich noch mehr Waſſer in Dampf, es bildet ſich alſo dichterer Dampf, und es erhält derſelbe auch eine größere Expanſivkraft, wie durch das Manometer angezeigt wird. Durch weitere Temperaturerhöhung läßt ſich ſo das ganze Waſſerquantum in Dampf verwandeln, und fährt man, nachdem dies geſchehen iſt, mit dem Zuſetzen von Wärme weiter fort, ſo nimmt zwar die Expanſivkraft des Dampfes noch ferner zu, es iſt jedoch damit keine Dichtigkeitszunahme verbunden, und auch das Geſetz der Zunahme ein anderes, nämlich das Gay-Luſſac'ſche (ſ. Bd. I, §. 392). Wenn man nun die Temperatur wieder allmälig vermindert, ſo treten auch die umgekehrten Verhältniſſe ein; es nimmt zuerſt die Expanſivkraft des Dampfes nach dem Gay-Luſſac'ſchen Geſetze ab, es tritt ferner bei Erreichung einer gewiſſen Temperatur ein Niederſchlagen des Dampfes als Waſſer ein, es verwandelt ſich ſo immer mehr und mehr Dampf in Waſſer, je mehr man die Temperatur herabdrückt, und es fallen auch Dichtigkeit und Expanſivkraft des Dampfes kleiner aus. Dieſe Verminderung der Temperatur kann ſelbſt bis unter Null herabgehen, ohne daß der Dampf ganz verſchwindet, denn ſelbſt bei — 20° zeigt das Manometer noch eine meßbare Expanſivkraft an.

Wir ſehen hieraus, daß der Zuſtand des Dampfes, ſo lange dieſer noch mit Waſſer in Berührung ſich befindet, ein anderer iſt, als wenn er einen begrenzten Raum allein ausfüllt. Im erſten Falle iſt nämlich ſeine Dichtigkeit und Expanſivkraft nur von der Temperatur abhängig, im letzten Falle hingegen ſtehen Dichtigkeit, Expanſivkraft und Temperatur des Dampfes in einer durch das Mariotte'ſche und Gay-Luſſac'ſche Geſetz ausgedrückten Abhängigkeit zu einander. Wenn es zur Bildung des Dampfes nicht an Waſſer fehlt, ſo erzeugt ſich bei jeder Temperatur Dampf von einer beſtimmten Dichtigkeit oder Expanſivkraft, und da es nicht möglich iſt, dieſen durch Volumenverminderung mehr zu verdichten oder mehr zu ſpannen, ſo können wir ſagen, daß er in dieſem Falle das Maximum ſeiner Dichtigkeit und Spannung (Expanſivkraft) beſitze. Gewöhnlich nennt man ſolchen Dampf auch geſättigten Dampf (franz. vapeur saturée; engl. saturated vapor, saturated steam). Der ungeſättigte Dampf wird auch über-

hitzter Dampf (franz. vapeur surchauffée; engl. superheated steam) genannt.

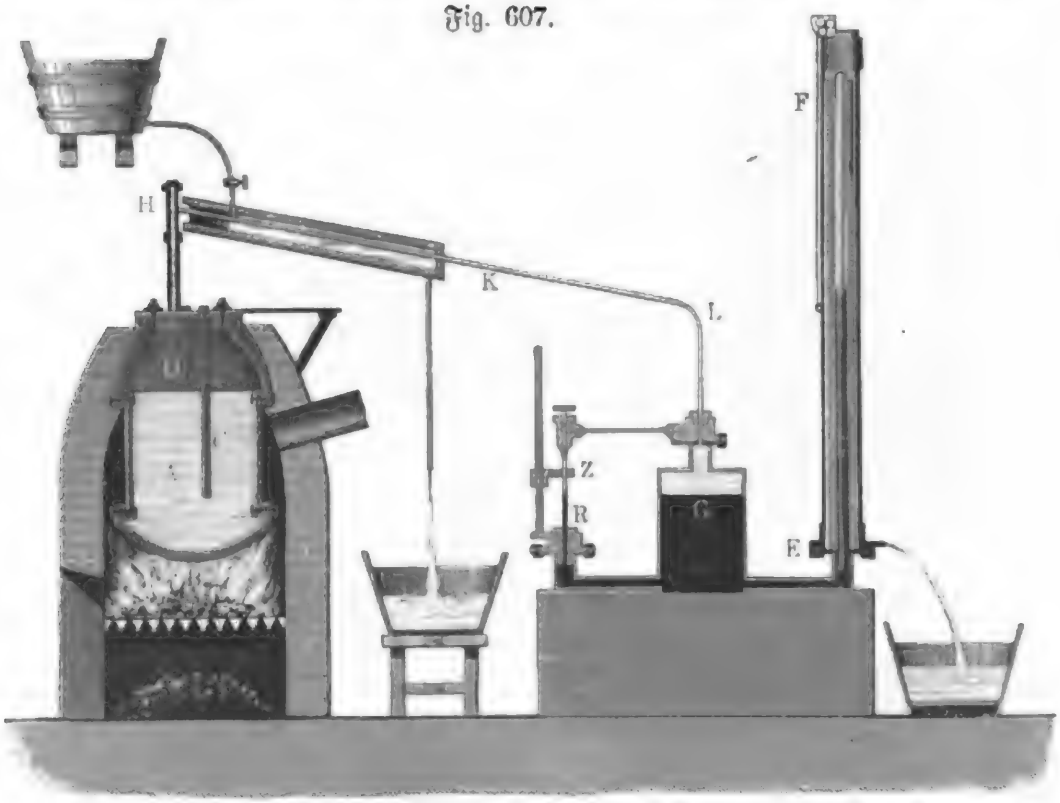
§. 383 **Verſuche über die Expanſivkraft der Dämpfe.** Es iſt nun die wichtige Frage zu beantworten: in welcher Beziehung ſtehen Expanſivkraft und Temperatur des in der Maximalſpannung befindlichen Waſſerdampfes zu einander? Verſuche, welche den Zweck hatten, dieſe Abhängigkeit zu finden, ſind bereits in großer Anzahl, namentlich von den Deutſchen: Schmidt, Arzberger, Kämtz u. ſ. w., von den Engländern: Watt, Robiſon, Dalton, Ure u. ſ. w., von den Franzoſen: Arago und Dulong, Regnault u. ſ. w., angeſtellt worden, jedoch ſind Ausdehnung und Genauigkeit aller dieſer Verſuche ſehr verſchieden, und es findet auch unter den Reſultaten derſelben die gewünſchte Uebereinſtimmung nicht überall Statt. Es iſt hier nicht der Ort, die verſchiedenen Apparate zu beſchreiben, welche man bei Verſuchen über die Expanſivkraft des Waſſerdampfes angewendet hat, und uns vielmehr nur möglich, folgende allgemeine Bemerkungen hierüber zu machen. Im Weſentlichſten kommt es natürlich hier nur darauf an, den Dampf allmälig mehr und mehr zu erwärmen und deſſen Temperatur und Expanſivkraft bei den verſchiedenen Wärmezuſtänden zu meſſen. Zur Ausmittelung der Temperatur dienen Thermometer, die man aber nicht unmittelbar mit dem Dampfe in Berührung bringen darf, ſondern in eiſerne Röhren einhüllt, damit die Thermometerröhre nicht durch den Dampf zuſammengedrückt werden könne. Um aber die Expanſivkraft zu finden, hat man in der Regel eine, gleichſam ein ſehr langes Barometer bildende Queckſilberſäule, oder auch ein Luftmanometer, oder auch Ventile (ſ. Bd. I, §. 386) in Anwendung gebracht. Der letzteren hat ſich Arzberger ſowie auch Southern bedient; dieſe Verſuche geben jedoch, wie die Vergleichung mit den Ergebniſſen anderer Verſuche vor Augen führt, und wie auch leicht zu erklären iſt, etwas zu kleine Expanſivkräfte. Sehr ausführliche Verſuche ſind vom Franklin-Inſtitut zu Philadelphia und von der Akademie der Wiſſenſchaften zu Paris angeſtellt worden. Die letzteren ſind die ausgedehnteſten und werden in der Genauigkeit vielleicht nur durch die neueſten Verſuche von Magnus und von Regnault übertroffen. Die Verſuche, welche das erſtgenannte Inſtitut angeſtellt hat, gehen, wie die von Arzberger, bis auf 10 Atmoſphären, die der letztgenannten Akademie aber bis auf 24 Atmoſphären, übrigens geben bei Spannungen von 2 bis 10 Atmoſphären die erſten Verſuche größere Expanſivkraft, als die letzteren, und es beträgt bei 10 Atmoſphären die Abweichung ſchon $^1/_9$ Atmoſphäre.

Anmerkung. Eine gedrängte Zuſammenſtellung der Verſuche über die Expanſivkraft des Waſſerdampfes findet man in the Mechanics Pocket Dictionary by W. Grier, Art. Steam; auch iſt hierüber nachzuleſen im zweiten Bande von

Robiſon's System of Mechanical Philosophy, ferner P. Barlow's Treatise on the Manufactures and Machinery of Great-Britain und Tredgold's Dampfmaſchinenlehre.

Verſuche der Pariſer Akademie. Der Wichtigkeit des Gegen- §. 384
ſtandes wegen theilen wir in Folgendem eine Abbildung (Fig. 607) und eine kurze Beſchreibung des Apparates mit, welchen die franzöſiſchen Akademiker Arago, Dulong u. ſ. w. zur Ausmittelung der Expanſivkraft der Waſſerdämpfe angewendet haben. Die Dampferzeugung erfolgte in einem Keſſel *A* aus ſtarkem Eiſenblech von 80 Liter Inhalt, welcher zu dieſem

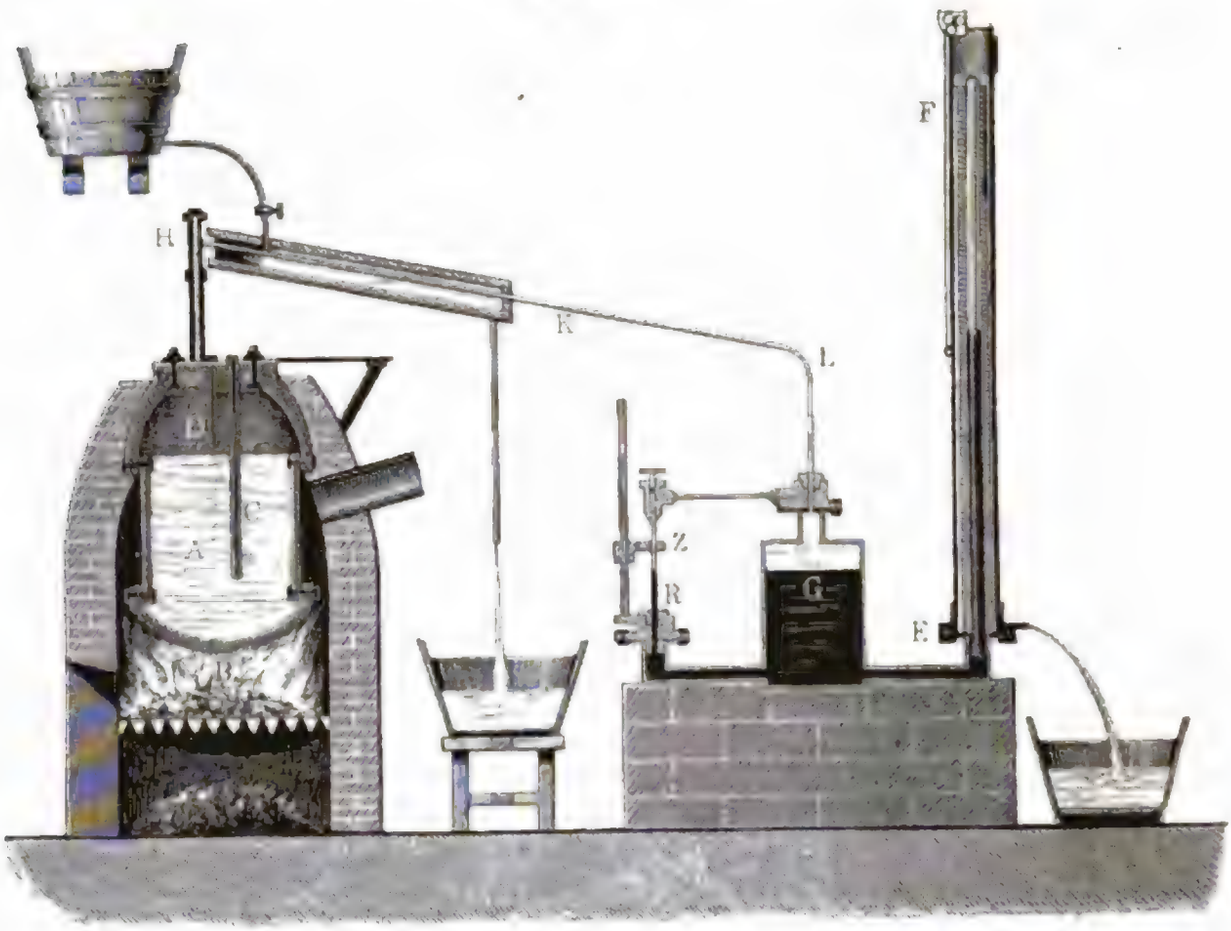
Fig. 607.



Zwecke in den Ofen *B* eingeſetzt war. In dieſen Keſſel gingen zwei Flintenläufe *C* und *D* hinein, wovon der eine bis unter das Waſſer, der andere aber nur bis in den Dampfraum reichte. In beide kamen Queckſilberthermometer zu ſtehen, die oben gekrümmt und horizontal fortgeführt, und an dieſer Stelle durch einen Waſſerſtrom auf einer conſtanten Temperatur erhalten wurden. Zum Meſſen der Expanſivkraft des Dampfes diente das Luftthermometer *EF*, welches von einer Waſſerſäule mit ununterbrochenem Zu- und Abfluß umgeben wurde, um eine conſtante Temperatur zu erzeugen. Das eiſerne Gefäß *G* dieſes Manometers war zum großen Theil mit Queckſilber angefüllt, der obere Raum deſſelben, ſowie die Communicationsröhre *KL*, wurde mit Waſſer angefüllt, und letztere ließ man zur Erzielung

einer unveränderlichen Temperatur mit fließendem Waſſer äußerlich beſpülen. Um den Stand des Queckſilbers im Gefäße *G* zu finden, diente die Glas-

Fig. 608.



röhre *R* mit dem Zeiger *Z*. Die Verſuche wurden auf folgende Weiſe geleitet. Zuerſt ließ man bei geöffneter Röhre *H* und geöffnetem Sicherheitsventile das Waſſer 15 bis 20 Minuten lang kochen, um alle Luft aus *A* zu treiben, dann ſchloß man beide und erzeugte durch Zulegen von Brennmaterial eine höhere Temperatur. Nun gab man acht, wenn die Thermometer- und Manometerſtände ihr Maximum erreichten, und es las nun der eine Beobachter die erſteren, und der andere Beobachter die letzteren ab. Auf dieſe Weiſe wurden 30 Beobachtungen bei 123° bis 224,15° Temperatur, oder 2,14 bis 23,994 Atmoſphären Spannung angeſtellt.

Da ſich die Anwendung des Luftmanometers *EF* auf das Mariotte'ſche Geſetz gründet, ſo hielten es die franzöſiſchen Akademiker für nöthig, den eben beſchriebenen Verſuchen noch beſondere, die Richtigkeit des Mariotte'ſchen Geſetzes bei ſehr hohen Spannungen prüfende Unterſuchungen vorauszuſchicken. Hierzu bedienten ſie ſich deſſelben Apparates, nur brachten ſie auf der Seite bei *R* eine verticale und oben offene, aus 13 Stücken zuſammengeſetzte Glas- oder Barometerröhre von 26 Meter Länge und 5 Millimeter Weite an und ſetzten bei *L* eine Druckpumpe auf. Durch dieſe wurde ein

Druck erzeugt, der durch das Waſſer auf das Queckſilber in G überging und dieſes in das Manometer EF, ſowie in das Barometer bei R trieb. Durch Vergleichung der Höhe der übrigbleibenden Luftſäule mit der Höhe der Queckſilberſäule in der langen Röhre konnte nun die Richtigkeit des Mariotte'ſchen Geſetzes geprüft werden.

Anmerkung. Ausführlich über dieſe Verſuche wird gehandelt in dem Exposé des recherches faites par ordre de l'Académie royal des sciences pour déterminer les forces élastiques de la vapeur d'eau à hautes températures. Paris chez Firmin Didot, 1830. S. auch Poggendorff's Annalen, Bd. XVIII.

Regnault's Versuche. Da zur Zeit, wo Dulong und Arago die im vorigen Paragraphen beſchriebenen Verſuche angeſtellt haben, die Verſchiedenheit der Ausdehnung verſchiedener Glasſorten und folglich auch der Einfluß derſelben auf den Gang der Queckſilberthermometer nicht bekannt war, ſo hielt es Regnault für nöthig, neue Unterſuchungen über die Expanſivkraft der Waſſerdämpfe anzuſtellen. §. 385

Das im Folgenden beſchriebene Verfahren läßt ſich ſowohl zur Beſtimmung des Dampfes über 100 Grad als auch unter 100 Grad Wärme anwenden. Der hierzu angewendete Apparat hat folgende aus Fig. 609

Fig. 609.

zu erſehende Einrichtung. Das hermetiſch verſchloſſene Kupfergefäß *A* iſt zum dritten Theil mit Waſſer angefüllt und enthält noch vier Thermometer *T*, wovon zwei bis nahe unter und zwei nahe über der Oberfläche des eingeſchloſſenen Waſſers in das Gefäß eingeſenkt ſind. Von dieſem Gefäße führt eine Röhre *B C* nach einem Glasballon *G* von 24 Liter Faſſungsraum. Dieſer Glasballon ſteht durch ein Bleirohr *H H I* mit einer Luftpumpe in Verbindung, wodurch die in demſelben eingeſchloſſene Luft nach Belieben verdünnt oder verdichtet werden kann, und ein anderes Rohr *K* führt aus demſelben nach einem offenen Manometer *L M N* (ſ. Bd. I, §. 386), welches durch den Stand ſeiner Queckſilberfüllung die Expanſivkraft der Luft in *G* anzeigt. Uebrigens iſt zur Erhaltung einer conſtanten Temperatur nicht allein der Ballon *G* in ein Waſſerbad *W W* geſetzt, ſondern auch die Röhre *B C* von einem Mantel *D* umgeben, in welchem Waſſer von einer conſtanten Temperatur circulirt. Das letztere wird dieſem Mantel aus einem Gefäße *V* durch die Röhre *E* zugeführt und aus demſelben mittels der Röhre *F* abgeleitet und von dem Gefäße *U* aufgenommen. Wenn man nun das Gefäß *A* durch den Ofen *O* erhitzt, ſo verwandelt ſich ein Theil von dem in ihm eingeſchloſſenen Waſſer in Dampf und es ſetzt ſich nun die Expanſivkraft des letzteren mit der Preſſung der Luft in *G* und *B C* ins Gleichgewicht. Zuletzt beobachtet man ſowohl den conſtant gewordenen Stand des Manometers *L M N* als auch die Stände der Thermometer *T*. Nun giebt man der Luft *G* durch die Luftpumpe eine höhere Preſſung und bringt ebenſo das Gefäß in eine ſtärkere Erhitzung, und beobachtet den Stand des Manometers ſowie die entſprechende Temperatur des Dampfes von Neuem; und fährt man auf dieſe Weiſe fort, ſo erhält man zuletzt eine ganze Reihe von Manometerſtänden und entſprechenden Temperaturen des Dampfes (ſ. Mémoires de l'Institut de France, T. 21. 1847 et T. 26, 1862).

Etwas einfacher iſt der Verſuchsapparat, wodurch Regnault die Expanſivkraft des Dampfes unterhalb des Siedepunktes ermittelt hat. Hier wird ein mit ausgekochtem Waſſer ausgefülltes Glaskügelchen in einen luftleeren und ganz ausgetrockneten Glasballon gebracht, welcher oben durch eine Knieröhre einerſeits mit einer Luftpumpe, ſowie andererſeits mit dem oberen Ende einer Barometerröhre communicirt und von einem mit Waſſer angefüllten und einer durchſichtigen Glaswand verſehenen Blechgefäße umhüllt iſt. Ein in das Waſſer eingetauchtes Thermometer giebt die Temperatur deſſelben an. Der zu den Verſuchen dienende Dampf wird aus dem Waſſer des Glaskügelchens erhalten, indem man daſſelbe durch Erhitzung des Apparates zerſprengt.

Zum Theil eigenthümlich iſt der Apparat, welchen Magnus zu demſelben Zwecke angewendet hat.

§. 386 Die Ergebniſſe der Verſuche von Arago, Dulong u. ſ. w. über die Expanſivkraft der Waſſerdämpfe enthält folgende Tabelle:

Nummer der Beobachtungen.	Temperatur nach dem		Elasticität des Dampfes	
	längeren Thermometer.	kürzeren Thermometer.	gemessen durch die Höhe einer Quecksilbersäule.	ausgedrückt in Atmosphären.
	Grad	Grad	Meter	Atmosphären
1	122,97	123,70	1,6292	2,14
2	132,58	132,82	2,1767	2,87
3	132,64	133,30	2,1816	2,88
4	137,70	138,30	2,5386	3,35
5	149,54	149,70	3,4759	4,58
6	151,87	151,90	3,6868	4,86
7	153,64	153,75	3,8810	5,12
8	163,00	163,40	4,9384	6,51
9	168,40	168,50	5,6054	7,39
10	169,57	169,40	5,7737	7,61
11	171,88	172,34	6,1510	8,11
12	180,71	180,70	7,5001	9,89
13	183,70	183,70	8,0352	10,60
14	186,80	187,10	8,6995	11,48
15	188,30	188,50	8,8400	11,66
16	193,70	193,70	9,9989	13,19
17	198,55	198,50	11,0190	14,53
18	202,00	201,75	11,8620	15,67
19	203,40	204,17	12,2903	16,21
20	206,17	206,10	12,9872	17,13
21	206,40	206,80	13,0610	17,23
22	207,00	207,40	13,1276	17,30
23	208,45	208,90	13,6843	18,05
24	209,10	209,13	13,7690	18,16
25	210,47	210,50	14,0634	18,55
26	215,07	215,30	15,4995	20,44
27	217,23	217,50	16,1528	21,31
28	218,30	218,40	16,3816	21,60
29	220,40	220,80	17,1826	21,66
30	223,88	224,15	18,1894	23,99

Von den Ergebniſſen der Verſuche Regnault's giebt folgende Tabelle die Spannungen des Dampfes von 1 bis 4 Atmoſphären.

Nummer der Beobachtungen.	Temperatur		Expanſivkraft	
	des Waſſers	des Dampfes	in Metern.	in Atmoſphären.
	in Cent.-Graden.			
1	99,83	99,82	0,75161	0,99
2	100,00	100,00	0,76000	1,00
3	100,71	100,71	0,77603	1,02
4	105,10	105,06	0,90460	1,19
5	111,78	111,70	1,13147	1,49
6	116,04	116,04	1,30237	1,71
7	121,16	121,13	1,53027	2,01
8	122,70	122,53	1,60125	2,11
9	123,94	123,91	1,67041	2,20
10	128,40	128,47	1,91512	2,52
11	128,54	128,47	1,92520	2,53
12	128,66	128,57	1,93114	2,54
13	130,12	130,18	2,01251	2,65
14	131,38	131,30	2,09469	2,75
15	131,51	131,63	2,09828	2,76
16	133,20	133,28	2,20908	2,91
17	135,70	135,65	2,37303	3,04
18	135,83	136,00	2,38681	3,14
19	137,75	137,52	2,51479	3,31
20	138,86	138,24	2,56173	3,37
21	140,90	141,01	2,75617	3,63
22	141,57	141,54	2,79968	3,68
23	143,85	143,83	2,99279	3,94
24	144,12	144,17	3,01008	3,96
25	145,70	145,64	3,14941	4,14
26	147,50	147,50	3,30695	4,35
27	148,20	148,30	3,36135	4,42

Vergleicht man die einander ziemlich entſprechenden Werthe aus beiden Tabellen mit einander, ſo wird man allerdings eine ſehr zufriedenſtellende

Uebereinſtimmung finden. Z. B. giebt die erſte Tabelle für die mittlere Temperatur von 138° die Dampfſpannung 3,35 Atmoſphären, die zweite aber für die mittlere Temperatur von 138,3° dieſelbe = 3,37 Atmoſphären. Man erſieht auch aus dieſen Tabellen, daß die Angaben der beiden Thermometer, wovon das eine in dem Waſſer und das andere in dem Dampfe ſtand, nur wenig von einander abweichen.

Anmerkung. Regnault hat auch noch eine Reihe von Verſuchen über die Elaſticität des Dampfes von — 32 bis 100° Temperatur ausgeführt. Auch iſt von Magnus eine Verſuchsreihe über die Spannkraft des Waſſerdampfes von Temperaturen — 20° bis + 10° angeſtellt worden (ſ. Poggendorff's Annalen, Bd. 61). In Band 26 der §. 385 citirten Memoiren handelt Regnault von ſeinen Verſuchen über die Expanſivkraft verſchiedener Dämpfe.

Elasticitätsformeln. Es iſt bis jetzt noch nicht gelungen, die Relation zwiſchen Temperatur und Expanſivkraft des Waſſerdampfes aus einem allgemeinen Geſetze zu entwickeln, und deshalb hat man ſich denn auch ſeither nur mit empiriſchen Formeln begnügen müſſen, welche ſich an die Erfahrungsreſultate mehr oder weniger anſchließen. Die Methode, welche bei Auffindung ſolcher Formeln angewendet wird, beſteht darin, daß man die beobachteten Temperaturen und die entſprechenden Spannkräfte als Coordinaten zu Papier bringt, die entſprechenden Punkte beſtimmt und nun zuſieht, welche von den bekannten krummen Linien oder von den, bekannten Functionen entſprechenden, Curven ſich möglichſt genau an dieſes Punktſyſtem anſchließt. Hat man ſich nun einmal für eine beſtimmte Linie entſchieden, ſo kommt es noch darauf an, die in ihr vorkommenden Conſtanten aus den Verſuchsreſultaten abzuleiten, und hier läßt ſich denn vorzüglich die im „Ingenieur“ (S. 76 ꝛc.) abgehandelte Methode der kleinſten Quadrate anwenden. Bis jetzt hat man ſchon über 45 ſolcher Formeln aufgeſtellt (ſ. die Fortſchritte der Phyſik im Jahre 1845, Jahrgang I, Berlin 1847). §. 387

Für den praktiſchen Gebrauch am bequemſten iſt die zuerſt von Young eingeführte Formel

$$p = (a + bt)^n,$$

in welcher t die Temperatur und p die entſprechende Expanſivkraft, ſowie a, b und n Erfahrungszahlen ausdrücken. Sie giebt jedoch nicht für alle Temperaturen die erwünſchte Uebereinſtimmung mit den Erfahrungsreſultaten, weshalb man ſich bei ihrer Anwendung genöthigt geſehen hat, die Werthe der Conſtanten a, b und n für niedere, mittlere und hohe Temperaturen beſonders zu beſtimmen.

Für hohe Temperaturen, namentlich aber für Spannkräfte über 4 Atmoſphären, hat man nach Dulong und Arago:

$$p = (0{,}2847 + 0{,}007153\,t)^5 \text{ Atmoſphären,}$$

und umgekehrt:

$$t = 139{,}8\ \sqrt[5]{p} - 39{,}80^0.$$

Drückt man die Expanſivkraft durch den Druck auf den Quadratzoll aus, und legt man das preußiſche Pfund- und Fußmaß zu Grunde, ſo hat man, da nach Bd. I, §. 385, der Druck einer Atmoſphäre = 14,10 Pfund zu ſetzen iſt,

$p = (0{,}2847 + 0{,}007153\,t)^5 . 14{,}10 = (0{,}4833 + 0{,}012143\,t)^5$ Pfund,

und umgekehrt:

$$t = 82{,}35\ \sqrt[5]{p} - 39{,}80.$$

Für Dampfſpannungen von 1 bis 4 Atmoſphären giebt Mellet, der Ueberſetzer der Tredgold'ſchen Dampfmaſchinenlehre in das Franzöſiſche,

$$p = \left(\frac{75 + t}{174}\right)^6 \text{Kilogramm}$$

auf das Quadratcentimeter, und hiernach folgt, da der Druck einer Atmoſphäre auf ein Quadratcentimeter = 1,0336 Kilogramm iſt,

$$p = \left(\frac{75 + t}{174}\right)^6 \cdot \frac{1}{1{,}0336} = \left(\frac{75 + t}{175}\right)^6 \text{Atmoſphären}$$

$$= \left(\frac{75 + t}{174}\right)^6 \cdot \frac{14{,}10}{1{,}0336} = \left(\frac{75 + t}{174}\right)^6 \cdot 13{,}64 = \left(\frac{75 + t}{113{,}21}\right)^6 \text{Pfund}$$

auf den Quadratzoll. Umgekehrt folgt, wenn p in Atmoſphären gegeben iſt,

$$t = 175\ \sqrt[6]{p} - 75^0,$$

und wenn p in Pfunden gegeben iſt,

$$t = 113{,}21\ \sqrt[6]{p} - 75^0.$$

Pambour (ſiehe deſſen Théorie des machines à vapeur) nimmt für Spannungen von 1 bis 4 Atmoſphären:

$$p = \left(\frac{72{,}67 + t}{171{,}72}\right)^6 \text{Kilogramm},$$

folglich umgekehrt:

$$t = 171{,}72\ \sqrt[6]{t} - 72{,}67^0 \text{ an}.$$

Hiernach folgt, wenn p in Atmoſphären ausgedrückt wird,

$$p = \left(\frac{72{,}67 + t}{172{,}67}\right)^6 \text{Atmoſphären}$$

und

$$t = 172{,}67\ \sqrt[6]{p} - 72{,}67^0;$$

ferner für das preußiſche Maß und Gewicht:

$$p = \left(\frac{72{,}67 + t}{111{,}71}\right)^6 \text{Pfund}$$

und

$$t = 111{,}71\ \sqrt[6]{p} - 72{,}67^0.$$

Der Artiſan-Club in England theilt in der von ihm beſorgten Dampfmaſchinenlehre folgende Formeln mit.

Für Temperaturen über 100 Grad:

$$p = \left(\frac{85 + t}{185}\right)^{6,42} \text{ Atmoſphären,}$$

alſo

$$t = 185 \sqrt[6,42]{p} - 85^0 = 185\, p^{0,15576} - 85^0;$$

für Temperaturen unter 100 Grad:

$$p = \left(\frac{115 + t}{215}\right)^{7,71507} \text{ Atmoſphären,}$$

und

$$t = 215 \sqrt[7,71507]{p} - 115^0 = 215\, p^{0,12962} - 115^0.$$

Es iſt hiernach für das preußiſche Maß und Gewicht bei hohen Temperaturen:

$$p = \left(\frac{85 + t}{122,51}\right)^{6,42} \text{ Pfund,}$$

und

$$t = 122,51\, p^{0,15576} - 85^0,$$

und für niedrige Temperaturen:

$$p = \left(\frac{115 + t}{152,52}\right)^{7,71507} \text{ Pfund}$$

und

$$t = 152,52\, p^{0,12962} - 115^0.$$

Beiſpiele. 1) Welche Spannung hat geſättigter Waſſerdampf bei 145° Wärme? Es giebt die Mellet'ſche Formel:

$$p = \left(\frac{75 + 145}{175}\right)^6 = \left(\frac{44}{35}\right)^6 = 3,947 \text{ Atmoſphären,}$$

ferner die Pambour'ſche Formel:

$$p = \left(\frac{72,67 + 145}{172,67}\right)^6 = \left(\frac{217,67}{172,67}\right)^6 = 4,013 \text{ Atmoſphären,}$$

die Formel der Akademiker:

$$p = (0,2847 + 145 \,.\, 0,007153)^5 = 1,3219^5 = 4,036 \text{ Atmoſphären,}$$

und endlich die des Artiſan-Clubs:

$$p = \left(\frac{85 + 145}{185}\right)^{6,42} = \left(\frac{46}{37}\right)^{6,42} = 4,046 \text{ Atmoſphären.}$$

Das Mittel aus allen dieſen vier Werthen iſt 4,01 Atmoſphären.

2) Wie ſtark iſt der Dampfdruck bei 145° Temperatur gegen einen Kolben von 3 Fuß Durchmeſſer? Es iſt der Inhalt der Kolbenfläche:

$$F = \frac{9\pi}{4} \text{ Quadratfuß} = 9 \,.\, 36\pi = 1017,9 \text{ Quadratzoll,}$$

ferner der Druck auf jeden Quadratzoll, bei 4 Atmoſphären:

$p = 4 . 15{,}10 = 56{,}4$ Pfund,

daher der Druck auf die ganze Fläche:

$P = Fp = 1017{,}9 . 56{,}4 = 57409$ Pfund.

3) Welche Temperatur entſpricht einer Spannung von $\frac{1}{4}$ Atmoſphäre? Es iſt nach der zweiten Formel des Artiſan-Clubs:

$t = 215 . (\frac{1}{4})^{0{,}12962} - 115 = 179{,}64 - 115 = 64{,}64°.$

§. 388 **Genauere Elasticitätsformeln.** Exponential- oder logarithmiſche Formeln können ſich noch genauer an die Erfahrungen anſchließen, als die algebraiſchen Ausdrücke. Eine ziemlich einfache Exponentialformel für die Expanſivkraft der Waſſerdämpfe gab zuerſt Roche (ſ. Poggendorff's Annalen Bd. 18 und 27), und ſie hat die Form

$$p = ab^{\frac{t}{m + nt}}.$$

Wenn auch, wie Regnault nachweiſt, dieſe Formel nicht das allgemeine Geſetz von der Expanſivkraft der Dämpfe ausdrücken kann, ſo gewährt ſie doch, den Rechnungen von Auguſt, Magnus u. ſ. w. zufolge, innerhalb der Beobachtungsgrenzen und bei den gewöhnlich vorkommenden Temperaturen eine recht gute Uebereinſtimmung.

Nach den neueren Berechnungen von Magnus iſt

$$p = 4{,}525 . 10^{\frac{7{,}4475\, t}{234{,}69 + t}},$$

und nach denen von Holtzmann

$$p = 4{,}529 . 10^{\frac{7{,}2804\, t}{236{,}22 + t}} \text{ Millimeter}$$

zu ſetzen; halten wir aber nur die erſte Formel feſt, ſo bekommen wir, da einer Atmoſphäre 760 Millimeter Queckſilberſäulenhöhe entſpricht,

$$p = \frac{4{,}525}{760} \cdot 10^{\frac{7{,}4475\, t}{234{,}69 + t}} = 0{,}005954 . 10^{\frac{7{,}4475\, t}{234{,}69 + t}} \text{ Atmoſphären,}$$

oder

$$Log.p = 0{,}77481 - 3 + \frac{7{,}4475\, t}{234{,}69 + t} = \frac{5{,}2223\, (t - 100)}{234{,}69 + t}.$$

Umgekehrt iſt

$$t = \frac{234{,}69\, Log.\, p + 522{,}23}{5{,}2223 - Log.\, p}.$$

Folgende Formel von Auguſt gewährt ebenfalls eine große Schärfe:

$$p = \left(\frac{6415\ (1028{,}4 + t)}{1000000000}\right)^{\frac{100 - t}{100 + \frac{3}{5}t}} \text{ Atmoſphären.}$$

Endlich hat Regnault für ſeine Verſuche über die Expanſivkraft des Waſſerdampfes folgende Formeln in Anwendung gebracht:

1) Für Dämpfe von — 32 Grad bis 0 Grad Wärme:

$$\log. p = a + b\alpha^t \text{ Millimeter},$$

wo $a = -0{,}08038$,
$\log. b = 0{,}6024724 - 1$,
$\log. \alpha = 0{,}0333980$ und
$t = 32^0 + t_1$

bezeichnet, wenn t_1 die (negative) Temperatur des Waſſers nach dem Luftthermometer ausdrückt.

2) Für Dämpfe von 0 Grad bis 100 Grad Wärme:

$$\log. p = a + b\alpha^t - c\beta^t \text{ Millimeter},$$

wobei $a = 4{,}7393707$,
$\log. b = 0{,}1340339 - 2$,
$\log. c = 0{,}6116485$,
$\log. \alpha = 0{,}006865036$,
$\log. \beta = 0{,}9967249 - 1$,
und t die Temperatur über Null

ausdrückt.

3) Für Dämpfe von — 20 Grad bis 220 Grad Wärme:

$$\log. p = a - b\alpha^t - c\beta^t,$$

wobei $a = 6{,}2640348$,
$\log. b = 0{,}1397743$,
$\log. c = 0{,}6924351$,
$\log. \alpha = 0{,}9940493 - 1$,
$\log. \beta = 0{,}9983438 - 1$,
ſowie $t = 20^0 + t_1$

bezeichnet, und t_1 die Temperatur über Null (den Gefrierpunkt) angiebt.

4) Schon ziemlich genau iſt auch die Formel

$$\log. p = a - b\alpha^t,$$

wenn man $a = 5{,}4233177$,
$b = -5{,}4642763$,
und $\log. \alpha = 0{,}9972311 - 1$

ſetzt.

Führt man $t = 20^0 + t_1$ ein, ſo läßt ſich in der Formel (3)

$$\log. p = a - b\alpha^t - c\beta^t$$

$\log. (b\alpha^t) = \log. b + 20 \log. \alpha + t_1 \log. \alpha = 0{,}0207601 - 0{,}00595071\, t_1$
und
$\log. (c\beta^t) = \log. c + 20 \log. \beta + t_1 \log. \beta = 0{,}659312 - 0{,}00165614\, t_1$
ſetzen.

Aehnliche Formeln ſind übrigens auch ſchon von Prony und von Biot aufgeſtellt worden.

Hiernach ſind folgende zwei Tabellen berechnet.

Die erſte dieſer beiden Tabellen giebt die Dampfſpannung an, welche einer in ganzen Graden ausgedrückten Temperatur zukommt, wogegen die zweite Tabelle die einer in ganzen Atmoſphären ausgedrückten Spannung entſprechende Temperatur anzeigt. Hierbei iſt der Druck einer Atmoſphäre gleich dem einer 76 Centimeter hohen Queckſilberſäule geſetzt. Nach der erſteren Tabelle iſt z. B. für die Temperatur $t = 116^0$, die Expanſivkraft $= 131{,}147$ Centimeter $= 1{,}726$ Atmoſphäre, und nach der zweiten Tabelle entſpricht der Dampfſpannung von 5 Atmoſphären eine Temperatur von $152{,}2^0$.

Anmerkung 1. Die Annahme von Dalton, daß die Expanſivkraft des geſättigten Waſſerdampfes nach einer geometriſchen Progreſſion wächſt, während die Temperatur deſſelben nach einer arithmetiſchen Reihe zunimmt, führt nur auf eine angenäherte Elaſticitätsformel. Hiernach iſt die Expanſivkraft des Dampfes $p = a^{t-100^0}$ Atmoſphären zu ſetzen, wobei a eine durch Verſuche zu beſtimmende Conſtante bezeichnet. Den Verſuchen zu Folge iſt aber für $t = 144$ Grad C., die Expanſivkraft $p = 4$ Atmoſphären, daher folgt auch $4 = a^{44}$, und umgekehrt,

$$a = \sqrt[44]{4} = 1{,}0320, \text{ und}$$

$$p = (1{,}032)^{t-100} \text{ Atmoſphären, ſowie}$$

$$t = 100 = Log\left(\frac{p}{1{,}032}\right), \text{ d. i. } t = 100 + 73{,}10\ Log\, p \text{ Grad C.}$$

Nach dieſer letzten Formel hat man z. B.

für $p = 2$	Atmoſphären,	$t = 122{,}0$	Grad,
ſowie für $p = 3$	„	$t = 134{,}9$	„
für $p = 4$	„	$t = 144{,}0$	„
ferner für $p = 5$	„	$t = 151{,}1$	„
und für $p = 6$	„	$t = 156{,}7$	„

während nach den Verſuchen für $p = 2$, $t = 120^0{,}6$; für $p = 3$, $t = 133^0{,}9$; für $p = 4$, $t = 144^0{,}0$; für $p = 5$, $t = 152^0{,}2$ und für $p = 6$, $t = 159^0{,}2$ iſt.

Man erſieht aus dieſer Zuſammenſtellung, daß für die mäßigen Dampfſpannungen von 1 bis 5 Atmoſphären die einfache Formel $p = (1{,}032)^{t-100}$ Atmoſphären noch eine leidliche Uebereinſtimmung mit der Erfahrung gewährt.

Anmerkung 2. Auch die Dichtigkeit des Waſſerdampfes (ſ. §. 389) läßt ſich ziemlich genau à priori beſtimmen. Wenn bei gleicher Preſſung aus 1 Volumen Sauerſtoff und 2 Volumen Waſſerſtoff auf eudiometriſchem Wege 2 Volumen Waſſerdampf hervorgehen, und bei Null Grad Wärme und 1 Atmoſphäre Druck, die Dichtigkeit des Sauerſtoffes 1,4298 Kilogramm, dagegen die des Waſſerſtoffes 0,0896 Kilogramm iſt, ſo läßt ſich die Dichtigkeit oder das Gewicht eines Cubikmeters Waſſerdampf $\frac{1{,}6099}{2} = 0{,}8045$ Kilogramm ſetzen.

Das Gewicht eines Cubikmeters atmoſphäriſche Luft beträgt bei gleicher Temperatur und Druck, $= 1{,}2935$ Kilogramm, folglich iſt das ſpecifiſche Gewicht des Waſſerdampfes im Vergleich zur atmoſphäriſchen Luft:

$$\varepsilon = \frac{0{,}8045}{1{,}2935} = 0{,}622 \text{ oder nahe } {}^5/_8 \text{ zu ſetzen, welches mit den Verſuchen}$$

von Gay-Luſſac u. ſ. w. gut übereinſtimmt.

Tabelle I.

Die Expanſivkräfte des Waſſerdampfes für Temperaturen von — 32 Grad bis + 230 Grad, nach Regnault.

Temperatur.	Dampfſpannung in Centimeter.	Dampfſpannung in Atmoſphären.	Temperatur.	Dampfſpannung in Centimeter.	Dampfſpannung in Atmoſphären.
— 32°	0,0320	0,0004	— 4°	0,3368	0,0044
31	0,0352	0,0005	3	0,3644	0,0048
30	0,0386	0,0005	2	0,3941	0,0052
29	0,0424	0,0006	1	0,4263	0,0056
28	0,0464	0,0006	0	0,4600	0,0061
27	0,0508	0,0007	+ 1	0,4940	0,0065
26	0,0555	0,0007	2	0,5302	0,0070
25	0,0605	0,0008	3	0,5687	0,0075
24	0,0660	0,0009	4	0,6097	0,0080
23	0,0719	0,0009	5	0,6534	0,0086
22	0,0783	0,0010	6	0,6998	0,0092
21	0,0853	0,0011	7	0,7492	0,0199
20	0,0927	0,0012	8	0,8017	0,0107
19	0,1008	0,0013	9	0,8574	0,011
18	0,1095	0,0014	10	0,9165	0,012
17	0,1189	0,0015	11	0,9792	0,013
16	0,1290	0,0017	12	1,0457	0,014
15	0,1400	0,0018	13	1,1162	0,015
14	0,1518	0,0020	14	1,1908	0,016
13	0,1646	0,0022	15	1,2699	0,017
12	0,1783	0,0024	16	1,3536	0,018
11	0,1933	0,0025	17	1,4421	0,019
10	0,2093	0,0027	18	1,5357	0,020
9	0,2267	0,0030	19	1,6346	0,022
8	0,2455	0,0032	20	1,7391	0,023
7	0,2658	0,0035	21	1,8495	0,024
6	0,2876	0,0038	22	1,9659	0,026
5	0,3113	0,0041	23	2,0888	0,028

Temperatur.	Dampfſpannung		Temperatur.	Dampfſpannung	
	in Centimeter.	in Atmoſphären.		in Centimeter.	in Atmoſphären.
+ 24°	2,2184	0,029	+ 57°	12,9251	0,170
25	2,3550	0,031	58	13,5505	0,178
26	2,4988	0,033	59	14,2015	0,187
27	2,5505	0,034	60	14,8791	0,196
28	2,8101	0,037	61	15,5839	0,205
29	2,9782	0,039	62	16,3170	0,215
30	3,1548	0,042	63	17,0791	0,225
31	3,3406	0,044	64	17,8714	0,235
32	3,5359	0,047	65	18,6945	0,246
33	3,7411	0,049	66	19,5496	0,257
34	3,9565	0,052	67	20,4376	0,267
35	4,1827	0,055	68	21,3596	0,281
36	4,4201	0,058	69	22,3165	0,294
37	4,6691	0,061	70	23,3093	0,306
38	4,9302	0,065	71	24,3393	0,320
39	5,2039	0,068	72	25,4073	0,334
40	5,4906	0,072	73	26,5147	0,349
41	5,7910	0,076	74	27,6624	0,364
42	6,1055	0,080	75	28,8517	0,380
43	6,4346	0,085	76	30,0838	0,396
44	6,7790	0,089	77	31,3600	0,414
45	7,1391	0,094	78	32,6811	0,430
46	7,5158	0,099	79	34,0488	0,448
47	7,9093	0,104	80	35,4643	0,466
48	8,3204	0,109	81	36,9287	0,486
49	8,7499	0,115	82	38,4435	0,506
50	9,1982	0,121	83	40,0101	0,526
51	9,6661	0,127	84	41,6298	0,548
52	10,1543	0,134	85	43,3041	0,570
53	10,6636	0,140	86	45,0344	0,593
54	11,1945	0,147	87	46,8221	0,616
55	11,7478	0,155	88	48,6687	0,640
56	12,3244	0,163	89	50,5759	0,665

Temperatur.	Dampfſpannung in Centimeter.	Dampfſpannung in Atmoſphären.	Temperatur.	Dampfſpannung in Centimeter.	Dampfſpannung in Atmoſphären.
+ 90°	52,5450	0,691	+ 123°	163,896	2,157
91	54,5778	0,719	124	169,076	2,225
92	56,6757	0,746	125	174,388	2,295
93	58,8406	0,774	126	179,835	2,366
94	61,0740	0,804	127	185,420	2,430
95	63,3778	0,834	128	191,147	2,515
96	65,7535	0,865	129	197,015	2,592
97	68,2029	0,897	130	203,028	2,671
98	70,7280	0,931	131	209,194	2,753
99	73,3305	0,965	132	215,503	2,836
100	76,000	1,000	133	221,969	2,921
101	78,7590	1,036	134	228,592	3,008
102	81,6010	1,074	135	235,373	3,097
103	84,5280	1,112	136	242,316	3,188
104	87,5410	1,152	137	249,423	3,282
105	90,6410	1,193	138	256,700	3,378
106	93,8310	1,235	139	264,144	3,476
107	97,1140	1,278	140	271,763	3,576
108	100,4910	1,322	141	279,557	3,678
109	103,965	1,368	142	287,530	3,783
110	107,537	1,415	143	295,686	3,890
111	111,209	1,463	144	304,026	4,000
112	114,983	1,513	145	312,555	4,113
113	118,861	1,564	146	321,274	4,227
114	122,847	1,616	147	330,187	4,344
115	126,941	1,670	148	339,298	4,464
116	131,147	1,726	149	348,609	4,587
117	135,466	1,782	150	358,123	4,712
118	139,902	1,841	151	367,843	4,840
119	144,455	1,901	152	377,774	4,971
120	149,128	1,962	153	387,918	5,104
121	153,925	2,025	154	398,277	5,240
122	158,847	2,091	155	408,856	5,380

Temperatur.	Dampfspannung in Centimeter.	Dampfspannung in Atmosphären.	Temperatur.	Dampfspannung in Centimeter.	Dampfspannung in Atmosphären.
+ 156°	419,659	5,522	+ 189°	923,795	12,155
157	430,688	5,667	190	944,270	12,425
158	441,945	5,815	191	965,093	12,699
159	453,436	5,966	192	986,271	12,977
160	465,162	6,120	193	1007,804	13,261
161	477,128	6,278	194	1029,701	13,549
162	489,336	6,439	195	1051,963	13,842
163	501,791	6,603	196	1074,595	14,139
164	514,497	6,770	197	1097,500	14,441
165	527,454	6,940	198	1120,982	14,749
166	540,669	7,114	199	1144,746	15,062
167	554,143	7,291	200	1168,896	15,380
168	567,882	7,472	201	1193,437	15,703
169	581,890	7,656	202	1218,369	16,031
170	596,166	7,844	203	1243,700	16,364
171	610,719	8,036	204	1269,430	16,703
172	625,548	8,231	205	1295,566	17,047
173	640,660	8,430	206	1322,112	17,396
174	656,055	8,632	207	1349,075	17,751
175	671,743	8,839	208	1376,453	18,111
176	687,722	9,049	209	1404,252	18,477
177	703,997	9,263	210	1432,480	18,848
178	720,572	9,481	211	1461,132	19,226
179	737,452	9,703	212	1490,222	19,608
180	754,639	9,929	213	1519,748	19,997
181	772,137	10,150	214	1549,717	20,391
182	789,952	10,394	215	1580,133	20,791
183	808,084	10,633	216	1610,994	21,197
184	826,540	10,876	217	1642,315	21,690
185	845,323	11,123	218	1674,090	22,027
186	864,435	11,374	219	1706,329	22,452
187	883,882	11,630	220	1739,036	22,882
188	903,668	11,885	221	1772,213	23,319

Temperatur.	Dampfspannung		Temperatur.	Dampfspannung	
	in Centimeter.	in Atmosphären.		in Centimeter.	in Atmosphären.
+ 222°	1805,864	23,761	+ 227°	1981,376	26,071
223	1839,994	24,210	228	2017,961	26,552
224	1874,607	24,666	229	2055,048	27,040
225	1909,704	25,128	230	2092,640	27,535
226	1945,292	25,596			

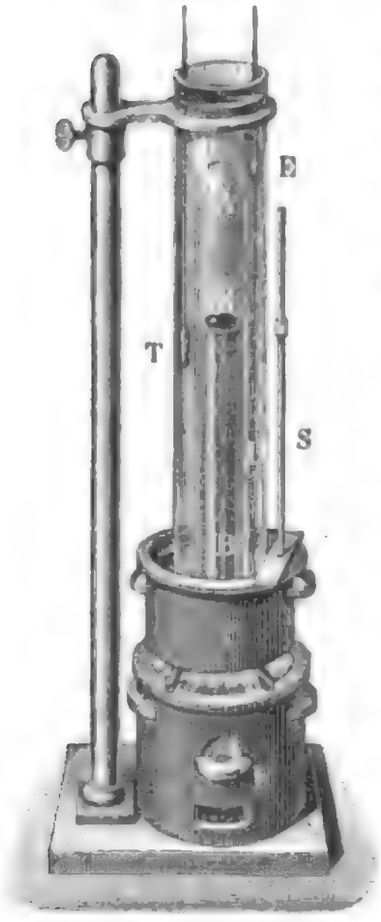
Tabelle II.

Die Temperaturen des Wasserdampfes für die Expansivkräfte von 1 Atmosphäre bis 28 Atmosphären, nach Regnault.

Expansivkraft		Temperatur in Graden.	Expansivkraft		Temperatur in Graden.
in Atmosphären.	in Metern.		in Atmosphären.	in Metern.	
1	0,76	100,0	15	11,40	198,8
2	1,52	120,6	16	12,16	201,9
3	2,28	133,9	17	12,92	204,9
4	3,04	144,0	18	13,68	207,7
5	3,80	152,2	19	14,44	210,4
6	4,56	159,2	20	15,20	213,0
7	5,32	165,3	21	15,96	215,5
8	6,08	170,8	22	16,72	217,9
9	6,84	175,8	23	17,38	220,3
10	7,60	180,3	24	18,14	222,5
11	8,36	184,5	25	19,00	224,7
12	9,12	188,4	26	19,76	226,8
13	9,88	192,1	27	20,52	228,9
14	10,64	195,5	28	21,28	230,9

§. 389 **Dichtigkeit des Dampfes.** Die Dichtigkeit des Dampfes hängt, wie die einer jeden Gasart, von der Temperatur und Expanſivkraft zugleich ab (ſ. Bd. I, §. 392 und §. 393). Da aber beim geſättigten Dampfe die Expanſivkraft durch die Temperatur beſtimmt iſt, ſo folgt, daß bei dieſem, im Maximum der Spannung befindlichen Dampfe die Dichtigkeit von der Temperatur oder von der Expanſivkraft allein abhängt. Um nun die Dichtigkeit des Dampfes bei jeder Temperatur und Expanſivkraft angeben zu können, war es nöthig, dieſelbe wenigſtens bei einer beſtimmten Temperatur und Expanſivkraft durch Verſuche auszumitteln, und Gay-Luſſac wendete in dieſer Abſicht folgendes Verfahren an. Er füllte ein dünnes Glaskügelchen mit Waſſer und ſchmolz deſſen Hals an einer Weingeiſtlampe zu. Durch genaues Abwägen des leeren und des gefüllten Kügelchens ergab ſich das Gewicht des Waſſers in demſelben. Dieſe Glaskugel wurde nun in eine, dem Raume nach in gleiche Theile getheilte Glasröhre AB, Fig. 610,

Fig. 610.



gebracht, welche mit Queckſilber angefüllt war und in einem ebenfalls mit Queckſilber angefüllten Gefäße C ſtand, das durch einen Feuerheerd F erhitzt werden konnte. Die Röhre AB wurde noch von einem Glascylinder DE umgeben, und der Zwiſchenraum zwiſchen beiden mit Waſſer angefüllt. Durch hinreichende Erwärmung von unten zerſprengte das Waſſer in dem Kügelchen K die Hülle und verwandelte ſich in Dampf, und nachdem nun durch Erhaltung einer conſtanten Temperatur alles Waſſer in Dampf übergegangen war, wurde die Temperatur an einem Thermometer T, ſowie das Volumen und die Expanſivkraft des Dampfes an einem eingetheilten Stabe S abgeleſen.

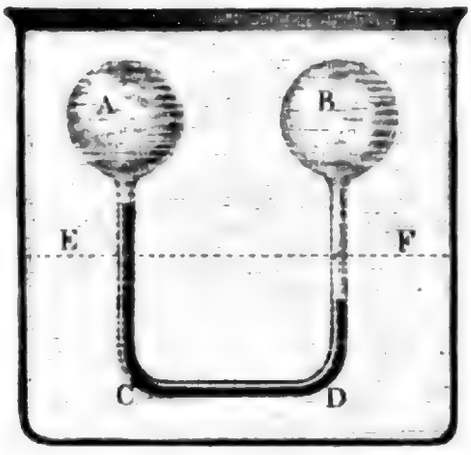
Auf dieſem Wege fand Gay-Luſſac, daß ein Liter Waſſerdampf bei 100° Temperatur 0,76 Meter Barometerſtand, $^1/_{1,6964} = 0{,}5895$ Gramme wog. Nun iſt aber nach Ebendemſelben das Gewicht von einem Liter atmoſphäriſcher Luft unter denſelben Verhältniſſen, 0,9454 Gramme, daher folgt denn das Verhältniß der Dichtigkeit des Waſſerdampfes zu derjenigen der atmoſphäriſchen Luft, bei gleicher Spannung und gleicher Temperatur:

$$= \frac{5895}{9454} = \frac{1000}{1603} \text{ oder ziemlich genau } {}^5/_8.$$

Eine andere Methode bei Beſtimmung des ſpecifiſchen Gewichtes von Dämpfen iſt von Dumas angewendet worden. Auch haben Fairbairn

und Tate über die Dichtigkeit des geſättigten und überhitzten Dampfes beſondere Verſuche angeſtellt (ſ. Useful Information for Engineers, by William Fairbairn, Sec. Series, London 1860; auch polytechn. Centralblatt, Jahrgang 1860). Der hierbei in Anwendung gebrachte Apparat beſtand im Weſentlichen aus zwei zur Hälfte mit Queckſilber gefüllten communicirenden Röhren AC, BD, Fig. 611, welche ſich oben in die vor dem Verſuche luftleer gemachten kugelförmigen Glasgefäße A und B endigten. Wurden nun ungleiche Waſſermengen in dieſe Gefäße eingebracht, ſo füllten ſich, wie bekannt, dieſelben mit geſättigtem Waſſerdampf, deſſen Dichtigkeit durch Erhöhung der in einem Oelbade EF beſtehenden Umhüllung ſo geſteigert werden konnte, daß ſich endlich in dem einen Gefäße das ſämmtliche Waſſer in Dampf verwandelte und, bei weiterer Erwärmung der letztere in den überhitzten Zuſtand gelangte. Der Augenblick, in welchem dies geſchieht, wird durch ein Steigen des Queckſilbers in dem einen und Sinken deſſelben in dem anderen Schenkel der communicirenden Röhren angezeigt; auch giebt der Niveauabſtand zwiſchen den Oberflächen der beiden Queckſilberſäulen die Preſſungsdifferenz zwiſchen dem geſättigten Dampf in der einen und dem ungeſättigten Dampf in der anderen Kugel an. Durch ein in das eine Gefäß hineinreichendes Thermometer wurde die Temperatur und durch ein mit dem anderen Gefäße communicirendes Manometer die Expanſivkraft des geſättigten Dampfes beſtimmt.

Fig. 611.



Specifiſche Dampfvolumina. Mit Hülfe des im letzten Paragraphen angegebenen Dichtigkeitsverhältniſſes läßt ſich nun die Dichtigkeit des Dampfes für jede Temperatur und Spannung berechnen, wenn man die Geſetze von Mariotte und von Gay-Luſſac zu Hülfe nimmt, und es iſt auch die betreffende Formel in Bd. I, §. 393 entwickelt worden. Man hat hiernach die der Temperatur t und Spannkraft p Atmoſphären entſprechende Dichtigkeit des Waſſerdampfes für franzöſiſches Maß: §. 390

$$\gamma = \frac{5/8 \,.\, 1{,}2935\, p}{1 + 0{,}00367\, t} = \frac{0{,}8084\, p}{1 + 0{,}00367\, t} \text{ Kilogramm.}$$

Beim Dampf im Maximo der Spannung läßt ſich noch mittels einer der Formeln der Paragraphen 387 und 388 die Spannkraft p durch die Temperatur t oder umgekehrt, die Temperatur t durch die Spannkraft p aus-

drücken, und daher γ aus t oder p unmittelbar beſtimmen. Bedienen wir uns z. B. der Mellet-Tredgold'ſchen Formel, ſo können wir

$$\gamma = \frac{0{,}8084}{1 + 0{,}00367\,t}\left(\frac{75 + t}{175}\right)^6$$

oder auch

$$= \frac{0{,}8084\,p}{1 + 0{,}00367\,(175\,\sqrt[6]{p} - 75)} \text{ Kilogramm}$$

ſetzen.

Die Dichtigkeit γ_0 des Waſſers iſt 1000 Kilogramm, daher das Verhältniß der Dichtigkeiten des Waſſerdampfes und des Waſſers zu einander:

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{\gamma}{1000} = \frac{0{,}0008084\,p}{1 + 0{,}00367\,(175\,\sqrt[6]{p} - 75)}$$

und umgekehrt, das Verhältniß zwiſchen dem Volumen des Dampfes und dem des Waſſers bei gleichem Gewichte, oder das ſogenannte ſpecifiſche Volumen des Waſſerdampfes im Maximo der Spannung:

$$\mu = \frac{V}{V_0} = \frac{\gamma_0}{\gamma} = \frac{1 + 0{,}00367\,(175\,\sqrt[6]{p} - 75)}{0{,}0008084\,p}.$$

Dieſe Verhältnißzahl läßt ſich, nach Navier, annähernd ſehr einfach auch ſo ausdrücken:

$$\mu = \frac{\alpha}{\beta + p},$$

und in Zahlen, wenn p den Dampfdruck in Atmoſphären ausdrückt,

$$\mu = \frac{1000}{0{,}09 + 0{,}50026\,p} = \frac{2000}{0{,}1800 + p}.$$

Nach Pambour iſt aber dieſe Formel nur bei hohen Temperaturen hinreichend genau und giebt bei Spannungen unter einer Atmoſphäre zu große Abweichungen, weshalb er für Dampf mit niedrigem Drucke:

$$\mu = \frac{1935}{0{,}1161 + p},$$

und für Dampf von hoher Spannung

$$\mu = \frac{2054}{0{,}2922 + p}$$

annimmt und bei ſeiner Theorie der Dampfmaſchinen zum Grunde legt.

Nach den Verſuchen von Fairbairn und Tate iſt das ſpecifiſche Dampfvolumen

$$\mu = 25{,}62 + \frac{1659{,}2}{0{,}02413 + p}$$

zu ſetzen.

Anmerkung. Sehr einfache Ausdrücke für die Expanſivkraft und Dichtigkeit der Dämpfe giebt Watterſon (ſ. Philosoph. Transactions, 1852, auch Poggendorff's Annalen. Ergänzungsband 4. 1853).

§. 391 Mit Hülfe der mechaniſchen Wärmetheorie läßt ſich nach Zeuner das ſpecifiſche Dampfvolumen durch die Formel

$$\mu = 1 + \frac{13186400 + 40704\,t - 8{,}48\,t^2 - 0{,}1272\,t^3}{p}$$

berechnen, worin p den Dampfdruck pr. Quadratmeter bezeichnet, oder durch die Formel

$$\mu = 1 + \frac{1275{,}9 + 3{,}9385\,t - 0{,}00082051\,t^2 - 0{,}0000123081\,t^3}{p},$$

wenn p den Dampfdruck in Atmoſphären, zu 10335 Kilogramm pr. Quadratmeter ausdrückt.

Nach dieſer Formel ſind die Werthe in der folgenden Tabelle berechnet worden.

Tabelle der ſpecifiſchen Dampfvolumina von 0,1 bis 10,9 Atmoſphären Spannung.

	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	unbeſt.	14556	7542	5141	3917	3172	2671	2309	2037	1822
1	1650	1509	1390	1289	1202	1127	1060	1002	949	902
2	859,8	821,2	786,1	753,9	724,4	697,1	671,9	648,5	626,7	606,4
3	587,4	569,6	552,9	537,1	522,3	508,2	499,4	482,4	470,5	459,1
4	448,4	438,1	428,3	418,9	410,0	401,4	393,2	385,4	377,8	370,6
5	363,6	356,9	350,5	344,3	338,3	332,5	326,9	321,6	316,4	311,3
6	306,4	301,7	297,2	292,7	288,4	284,3	280,2	276,3	272,5	268,7
7	265,2	261,7	258,3	254,9	251,7	248,5	245,3	242,5	239,6	236,7
8	233,9	231,2	228,6	226,0	223,3	220,8	218,5	216,2	213,9	211,7
9	209,5	207,3	205,2	203,1	201,0	199,1	197,2	195,3	193,4	191,5
10	189,7	188,0	186,3	184,6	182,9	181,2	179,7	178,1	176,6	175,1

In dieſer Tabelle giebt die erſte Verticalcolumne die Ganzen, ſowie die erſte Horizontalreihe die Zehntel der Dampfſpannung in Atmoſphären an,

und die Zahl, welche mit den Ganzen in einerlei Horizontalreihe und mit den Zehnteln in einerlei Verticalcolumne ſteht, zeigt das dieſer Spannung des Dampfes entſprechende ſpecifiſche Dampfvolumen an. Es iſt hiernach z. B. das ſpecifiſche Dampfvolumen bei 1,3 Atmoſphären = 1289, weil die letztere Zahl in der mit 1 anfangenden Horizontalzeile und in der unter 0,3 ſtehenden Verticalcolumne zugleich ſteht. Ferner giebt hiernach ein Cubikfuß Waſſer bei 4,2 Atmoſphärendruck 428,3 Cubikfuß Dampf, denn die letzte Zahl ſteht an der Stelle, wo die mit 4 anfangende Horizontalzeile und die mit 0,2 beginnende Verticalcolumne ſich ſchneiden.

Man erſieht aus dem Vorſtehenden, daß die Dichtigkeit des geſättigten Waſſerdampfes mit der Temperatur oder Expanſivkraft wächſt und der des Waſſers ſelbſt immer näher und näher kommt. Nach der genauen Formel würde bei der Schmelzhitze des Zinkes die Dichtigkeit des Dampfes $^1/_4$ von der des Waſſers und bei der Rothglühhitze des Eiſens dieſelbe gleich der des Waſſers ſein.

Einer neueren Ermittelung des Herrn Profeſſor Zeuner zufolge (ſiehe Zeitſchrift des Vereins deutſcher Ingenieure Bd. XI.) iſt, wenn p die Spannung in Atmoſphären und τ die mit -273 Grad anfangende abſolute Temperatur bezeichnen, mit großer Genauigkeit ſowohl für geſättigte als auch für ungeſättigte Waſſerdämpfe zu ſetzen:

$$pv = 0{,}0049287\,\tau - 0{,}18781\,\sqrt[4]{p},$$

wonach das ſpecifiſche Dampfvolumen

$$\mu = 1000\,v = \frac{4{,}9287\,\tau - 187{,}81\,\sqrt[4]{p}}{p}$$

folgt.

Hiernach iſt z. B. für $p = 1$ Atm. und $\tau = 373$ Grad

$$\mu = 4{,}9287 \,.\, 373 - 187{,}81 = 1838{,}4 - 187{,}8 = 1650{,}6,$$

während die Tabelle $\mu = 1650$ angiebt. Wäre bei derſelben Preſſung die Temperatur $\tau = 500°$, alſo der Dampf überhitzt, ſo würde

$$\mu = 2464{,}35 - 187{,}81 = 2276{,}54 \text{ ausfallen.}$$

Ferner iſt für geſättigten Waſſerdampf bei $p = 4$ Atmoſphären Druck und $\tau = 273 + t = 273 + 144 = 417$ Grad abſoluter Wärme,

$$\mu = \frac{4{,}9287 \,.\, 417 - 187{,}81\,\sqrt[4]{4}}{4} = 447{,}4,$$

wogegen die Tabelle $\mu = 448{,}4$ und die Fairbairn'ſche Formel

$$\mu = 25{,}62 + \frac{1659{,}2}{4{,}02413} = 437{,}9 \text{ giebt.}$$

Wäre die Temperatur des Dampfes von 4 Atmoſphären Druck auf 200° erhitzt, alſo $\tau = 473°$, ſo würde

$$\mu = \frac{4{,}9287 \,.\, 473 - 265{,}6}{4} = 516{,}4$$

ausfallen, während nach den Hirn'ſchen Verſuchen $\mu = 522$ ſein müßte.

Beiſpiele. 1) Welches Waſſerquantum iſt zur Erzeugung einer Dampfmenge Q von 500 Cubikfuß bei 3 Atmoſphären Druck nöthig? Nach der Fairbairn'ſchen Formel iſt

$$\mu = 25{,}62 + \frac{1659{,}2}{3{,}024127} = 574{,}3,$$

daher das geſuchte Waſſerquantum:

$$Q_1 = \frac{Q}{\mu} = \frac{500}{574{,}3} = 0{,}871 \text{ Cubikfuß} = 0{,}871 \,.\, 61{,}75 = 53{,}78 \text{ Pfund.}$$

Der Tabelle zufolge wäre

$$Q_1 = \frac{500}{587{,}4} = 0{,}851 \text{ Cubikfuß} = 52{,}56 \text{ Pfund.}$$

2) Welches Waſſerquantum entſpricht einer Dampfmenge von 500 Cubikfuß bei 3 Atmoſphären Druck und bei 150 Grad Wärme? Da der letzten Temperatur eine Spannung von 4,712 Atmoſphären entſpricht, ſo iſt dieſer Dampf ungeſättigt und daher das ſpecifiſche Volumen deſſelben nach der Formel

$$\mu = \frac{4{,}9287 \, \tau - 187{,}81 \sqrt[4]{p}}{p}$$

zu berechnen. Es iſt hiernächſt hier $p = 3$ und $\tau = 273 + 150 = 423$, daher

$$\mu = \frac{2085{,}0 - 247{,}2}{3} = 612{,}6$$

und das entſprechende Waſſerquantum

$$Q = \frac{500}{612{,}6} = 0{,}816 \text{ Cubikfuß} = 50{,}4 \text{ Cubikfuß.}$$

Dämpfe überhaupt. Nach Dalton ſind die Expanſivkräfte §. 392
aller Dämpfe bei einer gleichen Anzahl von Graden über oder unter dem Siedepunkte gleich groß. Hiernach laſſen ſich nun auch mittels der Siedepunkte die Expanſivkräfte verſchiedener Dämpfe aus denjenigen des Waſſerdampfes berechnen. Da z. B. der Alkohol bei 78 Grad ſiedet (ſ. §. 372), ſo iſt für Alkoholdampf von 113 Grad, alſo von $113^0 - 78^0 = 35^0$ über dem Siedepunkte dieſelbe wie beim Waſſerdampf bei 35^0 über dem Siedepunkte des Waſſers, d. i. wie bei der Temperatur des Waſſerdampfes von 135 Grad, nämlich 3 Atmoſphären.

Aus den neueren Verſuchen von Regnault (ſ. Poggendorff's Annalen Bd. 93, 1854) geht jedoch hervor, daß dieſes Geſetz nur ungefähr richtig iſt. Hiernach ſind z. B. für Temperaturen von 0 bis 130 Grad die Expanſivkräfte von Alkohol, Schwefeläther und Terpentinöldampf folgende:

Temperatur	0	10	20	40	60	80	100	110	120	130 Grad	
Alkohol . . .	1,273	2,408	4,40	13,41	35,00	81,28	168,5	235,2	320,8	433,1	Centimeter
Schwefeläther	18,23	28,65	43,48	91,86	173,03	294,72	492,04	624,9	—	—	„
Terpentinöl . .	0,210	0,230	0,430	1,120	2,69	6,12	13,49	18,73	25 70	34,70	„
Waſſerdampf .	0,460	0,9165	1,7391	5,491	14,879	35,164	76,00	107,54	149,13	203,03	„

Nach Verſuchen von Rudberg ſind bei den aus ſiedenden Salzauflöſungen (ſ. §. 374) ſich entwickelnden Dämpfen die Expanſivkräfte bei gleichen Temperaturen dieſelben, welches auch die Temperaturen ihrer Siedepunkte ſein mögen. Ueber die Spannkraft der Dämpfe aus Löſungen von Salzgemiſchen ſind neuerlich von Wüllner Verſuche angeſtellt worden (ſ. Poggendorff's Annalen Bd. 156).

Um die Dichtigkeiten verſchiedener Dämpfe zu finden, kann man theils das oben angegebene Verfahren von Gay-Luſſac, theils auch das Verfahren von Dumas in Anwendung bringen. Das letztere beſteht darin, daß man eine hinreichende Menge der zu unterſuchenden Flüſſigkeit in einen Glasballon, welcher in eine feine Spitze ausgezogen iſt, bringt, dieſen ſo lange in einem Bade von Waſſer, Oel, Chlorzink u. ſ. w. erhitzt, bis das Ausſtrömen des ſich aus der Flüſſigkeit bildenden Dampfes durch die Spitze des Ballons aufhört, und folglich die Flüſſigkeit vollkommen verdampft iſt, und daß man zuletzt die Spitze an der Löthrohrflamme zuſchmilzt. Aus dem Gewichte G_1 dieſes mit dem zu unterſuchenden Dampfe angefüllten Ballons läßt ſich die Dichtigkeit des Dampfes leicht berechnen, ſowie man den Faſſungsraum V des Ballons und das Gewicht G deſſelben, wenn er mit trockener atmoſphäriſcher Luft angefüllt iſt, beſtimmt hat. Es iſt die geſuchte Dichtigkeit des Dampfes, bei der Preſſung und Temperatur im Augenblicke, wo die Spitze zugeſchmolzen wird:

$$\gamma_1 = \frac{G_1 - G + V\gamma}{V},$$

wobei γ die Dichtigkeit der atmoſphäriſchen Luft bei der Temperatur und dem Barometerſtande bezeichnet, wo die Abwägung erfolgte.

Die Dichtigkeit einiger Dämpfe im Vergleich zu der der Luft nahe über den Siedepunkten derſelben ſind folgende:

Atmoſphäriſche Luft . . . = 1,000,
Waſſerdampf . . . . = 0,6235,
Alkoholdampf . . . . . = 1,6138,
Schwefelätherdampf . . . = 2,5860,

Terpentinöldampf . . . . = 3,0130,
Queckſilberdampf . . . . = 6,976.

Uebrigens verhalten ſich die Dichtigkeiten der Dämpfe nahe umgekehrt wie ihre latenten Wärmen.

So iſt z. B. nach Brix (ſ. Poggendorff's Annalen Bd. 55) die latente Wärme vom Waſſerdampf = 540 und vom Alkoholdampf = 214, alſo das Verhältniß dieſer latenten Wärmen zu einander $= \frac{540}{214} = 2{,}52$; und nach Gay-Luſſac die Dichtigkeit des Alkoholdampfes = 1,6138 und die des Waſſerdampfes = 0,6235, und daher das umgekehrte Verhältniß der Dichtigkeiten:

$$\frac{1{,}6138}{0{,}6235} = 2{,}58.$$

Destillation. Wenn zwei communicirende Gefäße *A* und *B*, Fig. 612, §. 393
welche eine und dieſelbe Flüſſigkeit enthalten, ungleich erhitzt werden, ſo nimmt der ſich aus beiden Flüſſigkeiten bildende Dampf nicht eine mittlere, ſondern nur diejenige Spannung an, welche der niedrigeren Temperatur entſpricht, weil der Dampf von der niedrigen Temperatur nicht in eine höhere Spannung

Fig. 612.

übergehen kann, ohne theilweiſe als Fluidum condenſirt zu werden. Enthält z. B. ein Gefäß *A* Waſſerdampf von Null Grad Wärme und ein mit *A* communicirendes Gefäß *B* Waſſerdampf von 100 Grad Wärme, ſo iſt die Spannung des Dampfes in *A* und *B*, = 0,46 Centimeter = der des Dampfes von Null Grad Wärme.

Hierauf gründet ſich die Anwendung des Condenſators bei Dampfmaſchinen ſowie auch die Wirkſamkeit der Deſtillation (franz. und engl.

distillation). Beim Deſtilliren kommt es darauf an, die in einer Blaſe oder Retorte *B*, Fig. 612, befindliche Flüſſigkeit durch Erhitzung von außen in Dampf zu verwandeln und ſie dadurch von den in ihr aufgelöſten und weniger flüchtigen Subſtanzen zu befreien. Die ſich bildenden Dämpfe werden von dem hutförmigen Ende (Helme) eines nach unten gerichteten Rohres *A C* aufgefangen, und daſelbſt durch Abkühlung von außen wieder als Flüſſigkeit niedergeſchlagen, ſo daß nun letztere aus dieſer Röhre in ein untergeſetztes Gefäß *D* fließen kann, wogegen die vorher in der Flüſſigkeit aufgelöſten Subſtanzen in der Retorte zurückbleiben. Um das Niederſchlagen der Dämpfe zu beſchleunigen, giebt man dem mittleren Theil des die Dämpfe abführenden Rohres *C* eine ſchlangenförmige Geſtalt und führt daſſelbe durch ein mit kaltem Waſſer angefülltes Gefäß. Damit dieſes Kühlwaſſer durch die condenſirten Dämpfe nicht zu ſehr erwärmt werde, muß daſſelbe ununterbrochen friſchen Zufluß erhalten, und deshalb ſetzt man mit dem Kühlgefäß zwei Röhren in Verbindung, wovon die eine unaufhörlich kaltes Waſſer von unten zuführt, und die andere eine gleiche Menge warmes Waſſer oben ableitet.

Auf dieſe Weiſe deſtillirt man auch das Fluß- oder Brunnenwaſſer, um es von den in ihm aufgelöſten Salzen, wie z. B. kohlenſauren Kalk, ſchwefelſauren Kalk u. ſ. w. zu befreien.

Da dem oben angegebenen Geſetze zufolge die Spannung der Dämpfe in der Retorte nur diejenige iſt, welche der Temperatur in dem Kühlrohre entſpricht, ſo muß natürlich die Verdampfung der Flüſſigkeit in der Retorte lebhafter vor ſich gehen, als wenn die Spannung der Dämpfe eine höhere wäre.

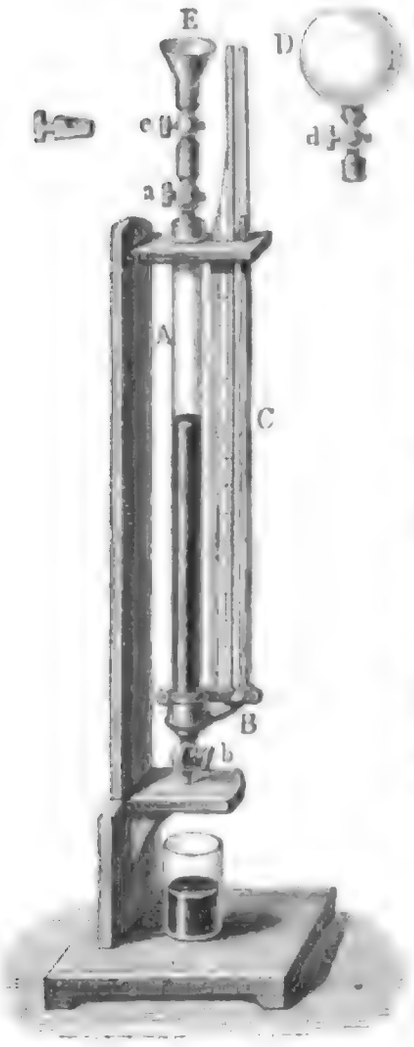
§. 394 **Gas- und Dampfgemenge.** Wenn zwei gasförmige Flüſſigkeiten, welche keine chemiſche Wirkung auf einander ausüben, in einem und demſelben Gefäße eingeſchloſſen werden, ſo lagern ſich dieſelben nicht, wie die waſſerförmigen Körper, nach ihren ſpecifiſchen Gewichten über einander, ſondern es verbreiten ſich beide gleichmäßig über den ganzen Gefäßraum, und es iſt hierbei die Expanſivkraft des Gasgemenges gleich der Summe der Spannungen, welche jedes einzelne Gas haben würde, wenn es für ſich allein den ganzen Raum einnähme.

Außer dieſem zuerſt von Dalton aufgeſtellten Geſetze gilt für Dämpfe auch noch folgendes: Wenn in einen mit Gas erfüllten Raum ein Liquidum gebracht wird, ſo verwandelt ſich von demſelben ſo viel in Dampf, als wenn derſelbe Raum luftleer wäre.

Man kann ſich von der Richtigkeit dieſer beiden Geſetze durch folgenden Verſuch überzeugen. Die Glasröhre *A B*, Fig. 613, communicirt unten mit einer engeren Glasröhre *B C*, und iſt an beiden Enden mit Hähnen *a* und *b* verſehen. Oeffnet man den Hahn *a* und verſchließt den Hahn *b*,

ſo kann man den Apparat durch Zugießen von oben mit Queckſilber anfüllen. Iſt dies geſchehen, ſo verſchließt man a und öffnet b ſo lange, bis ſo viel Queckſilber abgefloſſen iſt, daß über dem in der Röhre AB zurückgebliebenen Queckſilber ein leerer Raum ſichtbar wird. Verſchließt man nun auch b, ſo kann man an einer zwiſchen beiden Röhren befindlichen Scala, wie an einem Heberbarometer, den den Druck der äußeren Luft meſſenden Niveauabſtand h_1 zwiſchen beiden Queckſilberſäulen AB und CB ableſen. Hierauf ſchraubt man über dem Hahne a einen mit trockener Luft angefüllten und durch einen Hahn d verſchließbaren Ballon D an, und öffnet alle drei Hähne a, b und d, ſo daß ſich die in D eingeſchloſſene Luft in dem oberen Ende der Röhre AB ausbreiten kann. Iſt nun auf dieſe Weiſe das Queckſilber in AB um eine gewiſſe Höhe geſunken, ſo verſchließt man b, und lieſt den Niveauabſtand h_2 zwiſchen beiden Queckſilberſäulen in AB und CB von Neuem ab. Die Spannung der in D und A eingeſchloſſenen Luft iſt die Differenz $x = h_1 - h_2$ zwiſchen dem erſten und dem letzten Niveauabſtande.

Fig. 613.



Nachher verſchließt man den Hahn a, ſchraubt ſtatt des Ballons D einen durch einen engen Hahn e verſchließbaren Trichter E auf, in welchen man Waſſer oder diejenige Flüſſigkeit gießt, deren Dämpfe in Unterſuchung gezogen werden ſollen, und führt nun durch ruckweiſe Eröffnung des Hahnes e die Flüſſigkeit tropfenweiſe in die Röhre AB. So lange die ſich aus dieſer Flüſſigkeit bildenden Dämpfe das Queckſilber in AB noch tiefer herabdrücken, ſo lange läßt man auch noch neue Flüſſigkeit zutröpfeln; wenn aber dieſes Sinken aufhört, ſo hat ſich die Luft vollkommen mit den Dämpfen der eingeführten Flüſſigkeit geſättigt. Man gießt nun durch CB ſo viel Queckſilber zu, bis die Oberfläche des Queckſilbers in AB wieder den vorigen Stand einnimmt, und lieſt den Niveauabſtand h_3 zwiſchen beiden Queckſilberſäulen zum dritten Male ab. Die Spannung der in A eingeſchloſſenen und mit geſättigten Dämpfen erfüllten Luft iſt wieder die Differenz $y = h_1 - h_3$ zwiſchen dem erſten und dem letzten Niveauabſtande, und folglich auch

$$y = x + (h_2 - h_3),$$

alſo um $h_2 - h_3$ größer als die Spannung x der trockenen Luft. Da ſich endlich ergiebt, daß $h_2 - h_3$ nahe gleich iſt der Spannung des geſättigten Dampfes bei der Temperatur während des Verſuches, ſo iſt dadurch die angenäherte Richtigkeit des Dalton'ſchen Geſetzes nachgewieſen.

§. 395 **Feuchte Luft.** Die freie Luft enthält gewöhnlich eine kleinere oder größere Menge Waſſerdampf, und es iſt die Beſtimmung derſelben Gegenſtand der Hygrometrie. Iſt die Luft mit Waſſerdampf geſättigt, ſo wird die Dichtigkeit γ aus der Temperatur t und Spannung p derſelben wie folgt beſtimmt. Mittels der Temperatur t beſtimmt ſich zunächſt durch eine der Formeln der Paragraphen 387 und 388 die Spannung p_1 des Dampfes in der Luft, und hieraus durch Subtraction auch die Spannung $p_2 = p - p_1$ der trockenen Luft. Nun iſt aber die Dichtigkeit des Dampfes:

$$\gamma_1 = {}^5/_8 \cdot \frac{1{,}3\, p_1}{1 + \delta t},$$

und die der trockenen Luft:

$$\gamma_2 = \frac{1{,}3\, p_2}{1 + \delta t} = \frac{1{,}3\, (p - p_1)}{1 + \delta t} \text{ Kilogramm}$$

(ſ. Bd. I, §. 393),

daher folgt die Dichtigkeit der mit Waſſerdampf geſättigten Luft:

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 = \frac{1{,}3}{1 + \delta t}(p - p_1 + {}^5/_8\, p_1) = \frac{1{,}3}{1 + \delta t}(p - {}^3/_8\, p_1),$$

d. i.:

$$\gamma = \frac{1{,}3\, p}{1 + \delta t}\left(1 - {}^3/_8 \frac{p_1}{p}\right) \text{ Kilogramm},$$

wobei man die Spannung p in Atmoſphären anzugeben hat. Iſt, wie gewöhnlich, die Luft nicht mit Waſſerdampf geſättigt, ſo muß man noch den Feuchtigkeitsgrad der Luft in dieſe Formel einführen. Man verſteht unter demſelben das Verhältniß ψ zwiſchen der wirklichen Dampfmenge in der Luft zu derjenigen Dampfmenge, welche dieſelbe im Sättigungszuſtande enthält. Iſt folglich γ_1 die Dichtigkeit des geſättigten Dampfes, ſo läßt ſich die Dichtigkeit des ungeſättigten Dampfes $= \psi \gamma_1$ ſetzen, und iſt ebenſo, p_1 die Spannung des Dampfes im erſten Zuſtande, ſo hat man, dem Mariotte'ſchen Geſetze zufolge, die Spannung deſſelben im ungeſättigten Zuſtande $= \psi p_1$. Dies vorausgeſetzt, hat man folglich die Dichtigkeit der feuchten Luft bei dem Feuchtigkeitsgrade ψ und der Spannung p:

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 = {}^5/_8 \cdot \frac{1{,}3\,\psi\,p_1}{1+\delta t} + \frac{1{,}3\,(p - \psi p_1)}{1+\delta t}$$

$$= \frac{1{,}3\,p}{1+\delta t}\left(1 - {}^3/_8\,\frac{\psi p_1}{p}\right).$$

Da $^3/_8\,\psi\,\frac{p_1}{p}$ meiſt nur ein kleiner Bruch iſt, ſo kann man auch

$$\gamma = \frac{1{,}3\,p}{(1+\delta t)\left(1 + {}^3/_8\,\psi\,\frac{p_1}{p}\right)} = \frac{1{,}3\,p}{1+\delta t + {}^3/_8\,\psi\,\frac{p_1}{p}}$$

$$= \frac{1{,}3\,p}{1 + \left(\delta + {}^3/_8\,\psi\,\frac{p_1}{pt}\right)t}$$

ſetzen.

Im Mittel iſt der Feuchtigkeitsgrad der freien Luft $\psi = {}^1/_2$; nehmen wir noch die Temperatur derſelben $t = 10$ Grad an und ſetzen hiernach $\frac{p_1}{p} = 0{,}012$, ſo erhalten wir:

$${}^3/_8\,\psi\,\frac{p_1}{pt} = {}^3/_8 \cdot {}^1/_2 \cdot \frac{0{,}012}{10} = 0{,}00023,$$

folglich

$$\delta + {}^3/_8\,\psi\,\frac{p_1}{pt} = 0{,}00367 + 0{,}00023 = 0{,}0039,$$

wofür wir einfacher 0,004 ſetzen können, ſo daß nun einfach die Dichtigkeit der freien Luft im mittleren Feuchtigkeitszuſtande

$$\gamma = \frac{1{,}3\,p}{1 + 0{,}004\,t} \text{ Kilogramm}$$

geſetzt werden kann.

Giebt man p in Kilogramm pr. Quadratcentimeter, ſo erhält man

$$\gamma = \frac{0{,}7821\,p}{1 + 0{,}004\,t} \text{ Kilogramm},$$

und giebt man p in Pfund pr. Quadratzoll, ſo iſt die Dichtigkeit oder das Gewicht von 1 Cubikfuß feuchte Luft

$$\gamma = \frac{0{,}003539\,p}{1 + 0{,}004\,t} \text{ Pfund}$$

zu ſetzen (vergl. Bd. I, §. 393).

Hygrometer. Um den Feuchtigkeitsgrad der Luft zu meſſen, hat man §. 396
verſchiedene Hülfsmittel, ſogenannte Hygrometer, (franz. hygromètre; engl. hygrometer) angewendet. Dieſelben ſind entweder chemiſche, oder Abſorptions- oder Condenſationshygrometer.

Läßt man die Luft, deren Feuchtigkeitsgrad beſtimmt werden ſoll, durch ein Rohr ſtrömen, in welchem ſich eine Subſtanz befindet, wozu der Waſſerdampf eine große Verwandtſchaft hat, wie z. B. Chlorcalcium, ſo abſorbirt dieſelbe den in der Luft enthaltenen Waſſerdampf, und die Luft tritt völlig getrocknet aus dem Rohre heraus. Wiegt man den abſorbirenden Körper vor und nach ſeiner Verwendung, ſo giebt die Differenz der gefundenen Gewichte das Gewicht des eingeſaugten Waſſers an, und dividirt man daſſelbe durch das Volumen der durch das Rohr geleiteten Luft, ſo erhält man dadurch den Waſſergehalt pr. Raumeinheit in Gewicht ausgedrückt. Zur Erzeugung des Luftſtromes dient ein ſogenannter Aſpirator, d. i. ein oben verſchloſſenes Ausflußreſervoir. Wenn man das mit Chlorcalcium locker angefüllte Rohr oben in den vorher mit Waſſer angefüllten Aſpirator einmünden läßt, ſo ſtrömt durch das Rohr gerade ſo viel Luft in den Aſpirator, als nöthig iſt, um den Raum auszufüllen, welchen das abfließende Waſſer frei läßt.

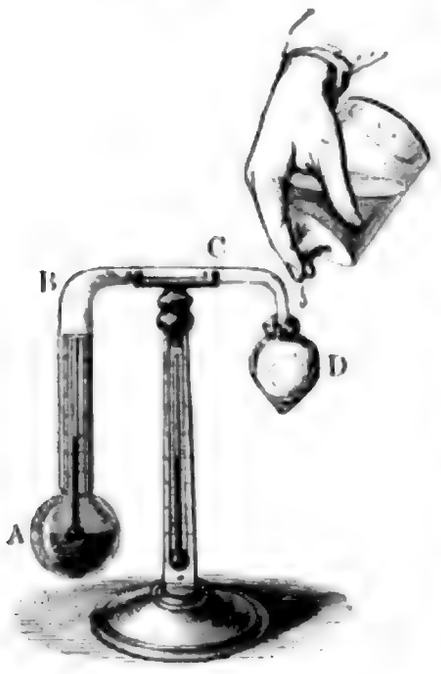
Einfacher, jedoch weit weniger genau ſind die Abſorptionshygrometer, welche ſich darauf gründen, daß ſich gewiſſe organiſche Subſtanzen in der Näſſe ausdehnen und im Trocknen zuſammenziehen. Es gehört hierher vorzüglich das Haarhygrometer von Sauſſure. Das hierzu verwendete und vom Fett gereinigte Haar iſt an einem Ende befeſtigt, und mit dem anderen Ende um eine mit einem Zeiger und einem kleinen Gegengewichte verſehene Leitrolle gelegt; und es bewegt ſich nun die Rolle ſammt dem Zeiger nach der einen oder nach der anderen Seite, je nachdem ſich das Haar ausdehnt oder zuſammenzieht, je nachdem alſo der Feuchtigkeitsgrad der Luft ein größerer oder kleinerer wird.

Mittels der Condenſationshygrometer beſtimmt man den Feuchtigkeitsgrad der Luft dadurch, daß man in derſelben einen Körper allmälig erkältet und nun zuſieht, bei welcher Temperatur deſſelben ſich der Dampf aus der Luft als Thau an dieſem Körper niederſchlägt. Da mit dem Erſcheinen des Thaues der Sättigungszuſtand des Dampfes eingetreten iſt, ſo kann man nun aus der Temperatur des Körpers mittels der bekannten Formeln (ſ. §. 387 und §. 388) ſowohl die entſprechende Expanſivkraft, als auch die Dichtigkeit des Waſſerdampfes in der Luft berechnen, und vergleicht man nun dieſelbe mit derjenigen, welche der Temperatur der Luft im Sättigungszuſtande entſpricht, ſo drückt das ſich ergebende Verhältniß den Feuchtigkeitsgrad der Luft aus. Wäre z. B. die Temperatur der Luft, $t = 20$ Grad, und dagegen die des Körpers, bei welcher der Niederſchlag von Waſſer auf demſelben erſcheint, $t_1 = 5$ Grad, ſo hätte man, da der Temperatur $t = 20°$, die Expanſivkraft $p = 1{,}7391$ Centimeter, und der Temperatur $t = 5°$, die Expanſivkraft $p_1 = 0{,}6534$ Centimeter entſpricht, den Feuchtigkeitsgrad der Luft:

$$\psi = \frac{6534}{17391} = 0{,}376.$$

Bei dem Daniell'ſchen Hygrometer *ABCD*, Fig. 614, beſteht der Körper *A*, an welchem ſich der Dampf aus der Luft niederſchlägt, in einer mit glänzendem Gold oder Platin überzogenen Glaskugel *A*, welche zu zwei Drittel mit Schwefeläther angefüllt iſt und die Kugel eines Thermometers enthält, woran die Temperatur im Augenblicke der Thaubildung abzuleſen iſt. Dieſe Kugel ſteht durch eine gebogene Röhre *CB* mit einer anderen Glaskugel *D* in Verbindung, und es iſt der ganze Apparat luftleer herzuſtellen. Um nun die erforderliche Erkältung der erſten Kugel hervorzubringen, hat man nur nöthig, auf die zu dieſem Zwecke mit einem Muſſelin- oder Leinwandläppchen umgebene Kugel *D* Schwefeläther tröpfeln zu laſſen. Die Verdampfung dieſes Aethers erzeugt nun eine Kälte in *D*, wobei eine Verminderung der Spannung des Aetherdampfes im ganzen Apparate entſteht, und womit nicht allein das Niederſchlagen dieſes Dampfes in *D*, ſondern auch die Bildung neuer Aetherdämpfe und die Abkühlung des zurückbleibenden Aethers in *A* verbunden iſt.

Fig. 614.



In der Hauptſache beruht ſowohl das Hygrometer von Regnault als auch das Pſychrometer von Auguſt auf demſelben Principe.

Erwärmungskraft. Die Wärme, welche zur Verwandlung des Waſſers in Dampf nöthig iſt, wird in der Regel durch Verbrennung von Körpern gewonnen. Die Verbrennung (franz. und engl. combustion) beſteht in einer raſchen Verbindung eines Körpers, des Brennſtoffes (franz. combustible; engl. fuel), mit Sauerſtoff (franz. oxygène; engl. oxygen). Als Brennſtoff werden vorzüglich kohlenſtoffhaltige Körper benutzt, den Sauerſtoff aber liefert die atmoſphäriſche Luft, die im gewöhnlichen Zuſtande 23 Procent dieſes Stoffes enthält. Die Erwärmungskraft (franz. puissance calorifique; engl. warming power) oder die Wärmemenge, welche bei der Verbrennung entwickelt wird, iſt bei verſchiedenen Brennſtoffen ſehr verſchieden, z. B. bei Waſſerſtoffgas größer als bei Kohlenſtoff, und bei dieſem größer als bei Holz u. ſ. w. Es haben Rumford, Lavoiſier und Laplace, ferner Despretz und beſonders noch Dulong Verſuche über die §. 397

Erwärmungskraft verschiedener Körper angestellt, und hierbei vorzüglich aus der Stärke der Erwärmung einer bestimmten Wassermenge, welche durch Verbrennung einer bestimmten Quantität des Brennstoffes erlangt wurde, auf die Erwärmungskraft des letzteren geschlossen. Auf diesem Wege hat z. B. Dulong gefunden, daß 1 Gramm Wasserstoffgas bei seiner Verbrennung 34600 Gramm Wasser um einen Grad erwärmt und dazu 4,32 Gramm Sauerstoff verbraucht; daß dagegen 1 Gramm Kohlenstoff hierbei nur 7299 und 1 Gramm Kohlenoxydgas gar nur 2490 Gramm Wasser um einen Grad in der Temperatur erhöht, jener aber 2,73 Gramm und dieses 4,36 Gramm Sauerstoff erfordert. Nach §. 373 ist folglich die Erwärmungskraft des Wasserstoffgases = 34600, die des Kohlenstoffes = 7290 und die des Kohlenoxydgases = 2490 Wärmeeinheiten (calories).

Was die zur Verbrennung nöthige Sauerstoffmenge anlangt, so läßt sich diese auch direct aus dem Producte der Verbrennung berechnen. Bei der vollkommenen Verbrennung von Kohle ist dieses Product Kohlensäure (franz. acide carbonique; engl. carbonic acid), und diese besteht aus 27,36 Theilen Kohlenstoff und 72,64 Theilen Sauerstoff; daher erfordert ein Gramm Kohlenstoff zu seiner Verbrennung $\frac{72,64}{27,36} = 2,65$ Gramm Sauerstoff, oder $\frac{2,65}{0,23} = 11,52$ Gramm atmosphärische Luft, da die atmosphärische Luft aus 23 Gewichtstheilen Sauerstoff und 77 Gewichtstheilen Stickstoff besteht.

§. 398 **Verbrennungswärme.** Neuere Versuche über die Verbrennungswärme sind von Andrews (Poggendorff's Annalen Bd. 75) sowie von Favre und Silbermann (Annales de chim. et de phys. Sér. III. Tom. 34) angestellt worden. Das Calorimeter, welches die letzteren Experimentatoren angewendet haben, bestand in der Hauptsache in einer metallenen Verbrennungskammer von circa 5 Centimeter Weite und 10 Centimeter Höhe, welche in ein mit Wasser angefülltes Gefäß eingetaucht war und mit außen durch drei Röhren in Verbindung stand, wodurch der zur Verbrennung nöthige Sauerstoff und das zu verbrennende Gas zu- sowie die gasförmigen Verbrennungsproducte abgeführt wurden. Um die Wärme der letzteren dem Kühlwasser mitzutheilen, erhielt das dritte oder Ableitungsrohr eine große Länge und wurde schlangenförmig um die Verbrennungskammer herumgewickelt. Wenn statt eines Gases ein fester oder flüssiger Körper verbrannt werden sollte, so mußte natürlich derselbe schon vor dem Versuche in die Kammer gebracht und die zweite oder Gaszuleitungsröhre geschlossen werden. Um den Gang der Verbrennung von außen beobachten zu können, war mitten im Deckel der Kammer eine durch eine starke Glasplatte verschlossene weitere Röhre, sowie

darüber ein geneigter Spiegel angebracht. Ferner war das Kühlgefäß noch mit einem weiteren Mantel umgeben und mit diesem in ein noch weiteres, mit Wasser angefülltes Gefäß gesetzt, damit dasselbe so wenig wie möglich Wärme von außen aufnehmen konnte. Um endlich die Wärme im Kühlwasser möglichst auszubreiten, wurde dieses durch Auf- und Niederziehen eines aus zwei Blechringen bestehenden Rührwerks in Bewegung gesetzt.

Aus dem Gewichte Q des Kühlwassers und der beobachteten Wärmezunahme t desselben in Folge der Verbrennung ließ sich nun die entsprechende Wärmemenge $W = Qt$ (s. §. 373) berechnen.

Auf diese Weise ergab sich die Wärmemenge bei Verbrennung von 1 Kilogramm

Holzkohle	8080	Wärmeeinheiten,
Graphit	7797	„
Kohlenoxydgas . . .	2403	„
Wasserstoffgas . . .	34462	„

u. s. w.

Diesen Versuchen zufolge ist die Verbrennungswärme oder Heizkraft der Kohle oder des reinen Kohlenstoffes größer als Dulong und Andere gefunden haben. Die gefundene Differenz hat aber nach Favre und Silbermann ihren Grund darin, daß die Kohle gewöhnlich nicht vollständig zu Kohlensäure, sondern auch theilweise nur zu Kohlenoxydgas verbrennt. Diese Experimentatoren haben nun noch die Menge des letzteren Gases besonders bestimmt und die Wärme, welche die Verbrennung derselben giebt, noch mit zur ganzen Verbrennungswärme addirt.

Während das kohlensaure Gas aus 27,27 Gewichtstheilen Kohlenstoff und 72,73 Gewichtstheilen Sauerstoff besteht, ist das Kohlenoxydgas aus 42,86 Gewichtstheilen Kohlenstoff und 57,14 Gewichtstheilen Sauerstoff zusammengesetzt, und es ist folglich zur Verbrennung eines Grammes Kohle zu Kohlenoxydgas nur $\frac{57,14}{42,86} = 1,333$ Gramm Sauerstoff oder $\frac{1,333}{0,23} = 5,8$ Gramm, d. i. nahe nur halb so viel atmosphärische Luft nöthig, als bei der Verbrennung zu Kohlensäure. Deshalb bildet sich das Kohlenoxydgas nur dann in größerer Menge, wenn es an Luftzug oder an der zur Bildung von Kohlensäure nöthigen Menge von Sauerstoff mangelt.

Da nach den Versuchen von Favre und Silbermann die Verbrennung von 1 Kilogramm Kohlenstoff zu Kohlensäure 8080 Wärmeeinheiten, dagegen die von 1 Kilogramm Kohlenoxydgas zu Kohlensäure 2403 Wärmeeinheiten giebt, und da das Kohlenoxydgas 42,86 Procent Kohlenstoff enthält, also 1 Kilogramm Kohlenstoff in diesem Gase $\frac{2403}{0,4286} = 5607$ Wärme-

einheiten entſpricht, ſo iſt folglich die Wärmemenge, welche bei der unvollſtändigen Verbrennung der Kohle zu Kohlenoxydgas entwickelt wird:

$$8080 - 5607 = 2473 \text{ Wärmeeinheiten,}$$

alſo circa drei Zehntel von derjenigen Wärmemenge (8080 Wärmeeinheiten), welche aus der vollſtändigen Verbrennung zu Kohlenſäure hervorgeht.

Die Wärmemengen, welche bei Verbrennung von Kohlenwaſſerſtoffverbindungen entwickelt werden, laſſen ſich mit Hülfe der Wärmemengen ihrer Beſtandtheile leicht berechnen. Das Gruben- oder Sumpfgas (ſchlagende Wetter) beſteht dem Gewichte nach aus 25 Proc. Waſſerſtoff und 75 Proc. Kohlenſtoff, giebt folglich bei ſeiner Verbrennung

$$^1/_4 . 34462 + {}^3/_4 . 8080 = 8615{,}5 + 6060 = 14675{,}5$$

Wärmeeinheiten, dagegen das ölbildende Gas beſteht aus $^1/_7$ Waſſerſtoff und $^6/_7$ Kohlenſtoff, und liefert folglich bei ſeiner Verbrennung nur

$$^1/_7 . 34462 + {}^6/_7 . 8080 = 4923 + 6926 = 11849$$

Wärmeeinheiten.

Anmerkung. Ueber die Wärmeentwickelung bei anderen chemiſchen Verbindungen, ſowie über die Wärmequellen überhaupt iſt nachzuleſen: Müller's Phyſik, Band 2, ſowie Wühlner's Experimentalphyſik Band II.

§. 399 **Brennſtoffe.** Die Brennſtoffe, welche zur Erzeugung von Waſſerdämpfen benutzt werden, ſind vorzüglich Steinkohlen, Braunkohlen, Torf, Holz und Kokes. Dieſelben ſind Verbindungen von Kohlenſtoff (C), Waſſerſtoff (H) und Sauerſtoff (O), enthalten zuweilen noch etwas Stickſtoff (N) und faſt durchgängig verſchiedene Mengen unorganiſcher Beſtandtheile, welche bei der Verbrennung als Aſche zurückbleiben. Außerdem enthalten dieſelben noch eine größere oder kleinere Menge freies oder hygroſkopiſches Waſſer, welches bei der Verbrennung die Dampfform annimmt und hierbei eine gewiſſe Wärmemenge bindet, wodurch die Heizkraft des Brennſtoffes herabgezogen wird. Deshalb ſoll man auch die Brennſtoffe vor ihrer Verwendung möglichſt trocknen. Friſch gefälltes Holz enthält 35 bis 50 Procent, und gehörig lufttrockenes Holz noch 20 bis 25 Procent Waſſer. Da 1 Pfund Waſſer circa 640 Wärmeeinheiten erfordert, um es in Dampf zu verwandeln, und 1 Pfund ganz trockenes Holz bei ſeiner Verbrennung 3600 Wärmeeinheiten entwickelt, ſo wird 1 Pfund Holz mit 25 Procent Waſſer bei ſeiner Verbrennung nur $3600 . 0{,}75 = 2700$ Wärmeeinheiten liefern, und überdies hiervon noch $640 . 0{,}25 = 160$ Wärmeeinheiten an das Waſſer zur Umwandlung deſſelben in Dampf abſetzen, ſo daß folglich nur

$$2700 - 160 = 2540 \text{ Wärmeeinheiten}$$

nutzbar gemacht werden können.

Das durch die chemiſche Analyſe in den Brennmaterialien gefundene Sauer-

ſtoffquantum O iſt mit einem Theile $H_1 = \frac{O}{8}$ des Waſſerſtoffes (H) zu Waſſer verbunden, folglich kann auch nur das Waſſerſtoffquantum

$$H - H_1 = H - \frac{O}{8}$$

zur Verbrennung gelangen, und die Wärmemenge

$$W_1 = 34462 \left(H - \frac{O}{8}\right)$$

entwickeln. Addirt man hierzu die Wärmemenge

$$W_2 = 8080\, C,$$

welche aus der Verbrennung der Kohlenſtoffmenge C hervorgeht, ſo erhält man dadurch die geſammte theoretiſche Heizkraft eines Brennmaterials:

$$W = W_1 + W_2 = 34462 \left(H - \frac{O}{8}\right) + 8080\, C.$$

Der Anthracit (franz. und engl. anthracite) iſt das kohlenſtoffreichſte Brennmaterial; er beſteht im Mittel aus 91 Procent Kohlenſtoff, 3 Procent Waſſerſtoff, 3 Procent Sauerſtoff und 3 Procent Aſche, wonach ſich die theoretiſche Brennkraft deſſelben

$W = 34462 . (0{,}03 - {}^1/_8 . 0{,}03) + 8080 . 0{,}91 = 905 + 7353$
$= 8258$ Wärmeeinheiten

ergiebt.

Die Steinkohle (franz. houille; engl. pit-coal) beſteht im Mittel aus 80 Procent Kohlenſtoff, 5 Procent Waſſerſtoff, 10 Procent Sauerſtoff und 5 Procent Aſche, es iſt folglich ihre theoretiſche Heizkraft:

$W = 34462 . (0{,}05 - {}^1/_8 . 0{,}1) + 8080 . 0{,}80 = 1292 + 6464$
$= 7756$ Wärmeeinheiten.

Die Braunkohle (franz. lignite; engl. brown-coal) enthält dagegen im Mittel nur 60 Procent Kohlenſtoff, 5 Procent Waſſerſtoff, 25 Procent Sauerſtoff und 10 Procent Aſche, wonach folglich die theoretiſche Brennkraft dieſes Brennſtoffes

$W = 34462 . (0{,}05 - {}^1/_8 . 0{,}25) + 8080 . 0{,}60 = 646 + 4848$
$= 5494$ Wärmeeinheiten iſt.

Der Torf (franz. tourbe; engl. peat, turf) enthält im Mittel 52 Procent Kohlenſtoff, 5 Procent Waſſerſtoff, 33 Procent Sauerſtoff und 10 Procent Aſche; es iſt daher die theoretiſche Brennkraft deſſelben:

$W = 34462 . (0{,}05 - {}^1/_8 . 0{,}33) + 8080 . 0{,}52 = 301 + 4202$
$= 4503$ Wärmeeinheiten.

Was ferner das Holz (franz. bois; engl. wood) anlangt, ſo beſteht

daſſelbe durchſchnittlich aus 49 Procent Kohlenſtoff, 6 Procent Waſſerſtoff, 44 Procent Sauerſtoff und 1 Procent Aſche, ſo daß die theoretiſche Brennkraft deſſelben

$$W = 34462.(0{,}06 - {}^1/_8.0{,}44) + 8080.0{,}49 = 172 + 3959$$
$$= 4131 \text{ Wärmeeinheiten}$$

folgt.

Durch die Verkohlung (franz. carbonisation; engl. carbonisazion) der Brennmaterialien wird nicht allein der Waſſerſtoff und Sauerſtoff aus denſelben entfernt, ſondern es geht auch ein Theil des Kohlenſtoffes verloren, indem ſich zugleich Verbindungen von Waſſerſtoff, Kohlenſtoff und Sauerſtoff bilden und in Gasform entweichen. Deshalb giebt denn auch 1 Pfund lufttrockenes Holz mit 20 Procent hygroſkopiſchem Waſſer und 40 Procent Kohlenſtoff nur 0,18 bis 0,25 Pfund Holzkohle (franz. charbon de bois; engl. char-coal), und ebenſo, 1 Pfund Steinkohle nur 0,45 bis 0,6 Pfund Coaks (franz. und engl. coke). Uebrigens ſind weder die Holzkohlen noch die Coaks reiner Kohlenſtoff, ſondern es enthalten dieſelben nebſt den die Aſche gebenden feſten Beſtandtheilen noch immer etwas Waſſerſtoff und Sauerſtoff, und es iſt deshalb ihre theoretiſche Brennkraft nur 7000 bis 7500 Wärmeeinheiten.

Es iſt hiernach die Anwendung von verkohlten Subſtanzen mit einem großen Wärmeverluſte verbunden, und daher nur zuläſſig, wo es entweder auf die Erzeugung einer ſehr intenſiven Hitze oder auf die Entfernung gewiſſer flüchtiger Beſtandtheile, z. B. des Schwefels, ankommt.

Die nutzbaren Wärmemengen, welche man bei der Verbrennung der Brennmaterialien auf Feuerherden gewinnt, ſind, weil auf denſelben nie eine vollſtändige Verbrennung zu Kohlenſäure möglich iſt, weil zumal die Verbrennungsproducte eine anſehnliche Wärmemenge mit ſich fortnehmen, ſowie auch Wärme durch Mittheilung an die Ofenwände und durch Abfälle verloren geht, ſtets viel kleiner als die im Vorſtehenden angegebenen theoretiſchen Wärmemengen. Es folgt aus vielfachen und namentlich auch aus ſehr gründlich angeſtellten Verſuchen von Dr. W. Brix (ſiehe deſſen Unterſuchung über die Heizkraft der wichtigſten Brennſtoffe), daß die nutzbare Verbrennungswärme im Mittel bei den meiſten Brennherden nur zwei Drittel von der theoretiſchen Verbrennungswärme iſt.

§. 400 **Verbrennung.** Die zur Verbrennung einer gewiſſen Menge Brennſtoff nöthige Luftmenge, ſowie das Quantum des hieraus hervorgehenden und durch den Schornſtein abzuleitenden Gasgemenges läßt ſich wie folgt ermitteln.

Die Kohlenſtoffmenge C des Brennmaterials erfordert zur Bildung von Kohlenſäure die Sauerſtoffmenge

$$O_1 = {}^8/_3\, C = 2{,}67\, C,$$

und es iſt die Menge der gebildeten Kohlenſäure:

$$C + O_1 = {}^{11}/_3\, C = 3{,}67\, C.$$

Ferner das Verbrennen der freien Waſſerſtoffmenge $H - \frac{O}{8}$ zu Waſſer erfordert das Sauerſtoffquantum:

$$O_2 = 8\left(H - \frac{O}{8}\right) = 8\,H - O,$$

und giebt das Waſſerquantum:

$$9\left(H - \frac{O}{8}\right) = 9\,H - {}^9/_8\, O.$$

Hiernach iſt alſo der ganze Sauerſtoffbedarf:

$$O = O_1 + O_2 = 2{,}67\ C + 8\,H - O,$$

und folglich die erforderliche Menge atmoſphäriſcher Luft:

$$L = \frac{2{,}67\ C + 8\,H - O}{0{,}231} = 11{,}56\ C + 34{,}63\,H - 4{,}33\ O,$$

oder in Cubikmeter, wenn wieder C, H und O in Kilogramm ausgedrückt werden, und vorausgeſetzt wird, daß bei einer mittleren Temperatur von 10 Grad und 0,76 Meter Barometerſtand, 1 Cubikmeter Luft, $\gamma = 1{,}25$ Kilogramm wiegt:

$${}^4/_5\, L = 9{,}25\ C + 27{,}70\,H - 56{,}0\ O \text{ Cubikmeter.}$$

Dagegen iſt die nöthige Luftmenge für 1 Pfund Brennſtoff:

$$V = \frac{32{,}346}{2}\ (9{,}25\ C + 27{,}70\,H - 3{,}46\ O)$$

$$= 149{,}6\ C + 448{,}0\,H - 56{,}0\ O \text{ Cubikfuß.}$$

Nach dem Obigen iſt z. B. für 1 Pfund Steinkohle, $C = 0{,}80$, $H = 0{,}05$ und $O = 0{,}10$ Pfund, und daher die hierzu erforderliche Menge atmoſphäriſcher Luft:

$$V = 146{,}6\,.\,0{,}8 + 448{,}0\,.\,0{,}05 - 56{,}0\,.\,0{,}01$$
$$= 119{,}7 + 22{,}4 - 5{,}6 = 147{,}7 \text{ Cubikfuß.}$$

Um eine ſchnelle und vollſtändige Verbrennung zu erlangen, iſt es nöthig, dem Brennherde die doppelte Luftmenge zuzuführen.

Was das durch den Schornſtein abzuführende Gasgemenge anlangt, ſo beſteht daſſelbe aus dem Stickſtoff der zugeführten atmoſphäriſchen Luft, aus dem durch die Verbrennung erhaltenen kohlenſauren Gas, ſowie aus dem ſich hierbei bildenden Waſſerdampfe.

Das aus der Zerlegung der atmoſphäriſchen Luft hervorgehende Stickſtoffquantum iſt dem Gewichte nach:

$$Q_1 = \frac{0{,}769}{0{,}231}\,(2{,}67\,C + 8\,H - O) = 3{,}329\,.\,(2{,}67\,C + 8\,H - O)$$
$$= 8{,}88\,C + 26{,}63\,H - 3{,}33\,O \text{ Kilogramm,}$$

oder, da bei 10 Grad Wärme und dem mittleren Barometerſtande die Dichtigkeit des Stickgaſes $= 1{,}25\,.\,0{,}9713 = 1{,}2141$ Kilogramm iſt,

$$Q_1 = (8{,}88\,C + 26{,}63\,H - 3{,}33\,O) : 1{,}2141$$
$$= 7{,}315\,C + 21{,}93\,H - 2{,}74\,O \text{ Cubikmeter,}$$

und folglich das Stickgasquantum pr. Pfund Brennſtoff:

$$Q_1 = 118{,}3\,C + 354{,}7\,H - 44{,}3\,O \text{ Cubikfuß.}$$

Da ferner die Dichtigkeit des Kohlenſäuregaſes

$$\gamma = 1{,}25\,.\,1{,}529 = 1{,}911 \text{ Gramm}$$

beträgt, ſo iſt die aus einem Kilogramm Brennſtoff hervorgehende Menge dieſes Gaſes:

$$= \frac{3{,}67\,C}{1{,}911} = 1{,}919\,C \text{ Cubikmeter,}$$

alſo dieſe Menge pr. Pfund Brennſtoff:

$$Q_2 = 16{,}17\,.\,1{,}919\,C = 31{,}0\,C \text{ Cubikfuß.}$$

Endlich geht aus dem Waſſerſtoff H die Waſſermenge $9\,H$ hervor, welche, da 1 Cubikmeter Waſſerdampf, $^5/_8\,.\,1{,}25$ Gramm $= 0{,}78125$ Kilogramm wiegt, eine Dampfmenge

$$\frac{9\,H}{0{,}78125} = 11{,}52\,H \text{ Cubikmeter}$$

giebt, ſo daß pr. Pfund Brennſtoff die Dampfmenge

$$Q_3 = 16{,}17\,.\,11{,}52\,H = 186{,}3\,H \text{ Cubikfuß}$$

liefert.

Hiernach folgt nun das Volumen des aus der vollſtändigen Verbrennung hervorgehenden Gasgemenges:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 118{,}3\,C + 354{,}7\,H - 44{,}3\,O + 31{,}0\,C + 186{,}3\,H$$
$$= 149{,}3\,C + 541{,}0\,H - 44{,}3\,O \text{ Cubikfuß.}$$

Das Gewicht dieſes Gemenges iſt das Gewicht C des Brennſtoffes plus das Gewicht der zugeführten Luft $L = 11{,}56\,C + 34{,}63\,H - 4{,}33\,O$, folglich das Gewicht eines Cubikfußes deſſelben:

$$\gamma = \frac{11{,}56\,C + 34{,}63\,H - 4{,}33\,O}{149{,}3\,C + 541{,}0\,H - 44{,}3\,O}.$$

Z. B. für $C = 0{,}8$, $H = 0{,}05$ und $O = 0{,}10$, wie oben,

$$Q = 149{,}3\,.\,0{,}8 + 541{,}0\,.\,0{,}05 - 44{,}3\,.\,0{,}10 = 142{,}1 \text{ Cubikfuß,}$$

und wiegt

$$G = 12{,}56\,.\,0{,}8 + 34{,}63\,.\,0{,}05 - 4{,}33\,.\,0{,}10 = 11{,}33 \text{ Pfund,}$$

ſo daß die Dichtigkeit dieſes Gasgemenges

$$\gamma = \frac{11{,}33}{133{,}7} = 0{,}08475 \text{ Pfund}$$

folgt, während die Dichtigkeit der atmoſphäriſchen Luft

$$= \frac{1{,}25}{15{,}13} = 0{,}08262 \text{ Pfund iſt.}$$

Wenn man doppelt ſo viel Luft zuführt, als zu einer langſamen Verbrennung nöthig, ſo iſt das Quantum des durch den Schornſtein abzuführenden Gasgemenges noch um $V = 139{,}7\,C + 419{,}1\,H - 52{,}40\,O$ größer, folglich

$$Q = 279{,}4\,C + 940{,}8\,H - 10{,}9\,O \text{ Cubikfuß,}$$

und die Dichtigkeit des Gasgemenges:

$$\gamma = \frac{24{,}08\,C + 69{,}26\,H - 8{,}66\,O}{279{,}4\,C + 940{,}8\,H - 10{,}9\,O}.$$

Dieſe Werthe für Q und γ beziehen ſich nur auf die mittlere Temperatur (10 Grad) der zutretenden Luft; da aber die Temperatur t der fortſtrömenden Verbrennungsgaſe eine höhere iſt, ſo hat man das Volumen derſelben

$$\left(\frac{1 + \delta t}{1 + 10\,\delta}\right) Q = \left(\frac{1 + 0{,}00367\,t}{1{,}0367}\right) Q$$

zu ſetzen.

Gewöhnlich nimmt man $t = 300$ Grad an, und erhält daher dieſes Gasquantum

$$= \frac{2{,}101}{1{,}0367}\,Q = 2{,}027\,Q,$$

und deſſen Dichtigkeit

$$= \frac{\gamma}{2{,}027} = 0{,}4934\,\gamma.$$

Für 1 Pfund Steinkohle iſt demnach, wenn man $t = 10$ Grad annimmt:

$Q = 279{,}3\,.\,0{,}8 + 940{,}8\,.\,0{,}05 - 9{,}39\,.\,0{,}10 = 269{,}5$ Cubikfuß

und

$$\gamma = \frac{21{,}80}{269{,}5} = 0{,}08089 \text{ Pfund;}$$

dagegen wenn man $t = 300$ Grad ſetzt:

$$Q = 2{,}027\,.\,269{,}5 = 546{,}3 \text{ Cubikfuß}$$

und

$$\gamma = 0{,}4934\,.\,0{,}08089 = 0{,}03991 \text{ Pfund.}$$

Folgende Tabelle giebt die theoretiſche Verbrennungskraft der vorzüglichſten Brennſtoffe, ſowie die zur Verbrennung derſelben nöthigen Luftmengen und die hieraus hervorgehenden Gasmengen an.

Brennſtoffe.	Wärmemengen.	Kalte Luft zum Verbrennen von 1 Pfund Brennſtoff.	Aus der Verbrennung hervorgehende Gasmenge, reducirt	
			auf 0°.	auf 300°.
Stark gedörrtes Holz	3600 Cal.	102 Cbff.	111 Cbff.	233 Cbff.
Lufttrockenes Holz mit 20 Proc. Waſſer	2800 „	82 „	93 „	194 „
Holzkohle	7000 „	248 „	248 „	519 „
Stark gedörrter Torf	4800 „	171 „	178 „	371 „
Torf mit 20 Proc. Waſſer . .	3600 „	137 „	146 „	305 „
Torfkohle	5800 „	200 „	200 „	418 „
Mittlere Steinkohle	7500 „	274 „	279 „	584 „
Koaks mit 15 Proc. Aſche . .	6000 „	227 „	227 „	475 „
Reiner Koaks	7050 „	250 „	250 „	520 „

Beiſpiel. Wie viel lufttrockenes Holz iſt nöthig, um 30 Cubikfuß Waſſer von 10° Temperatur auf 70° zu erhitzen? Die nöthige Wärmemenge iſt, wenn man den Cubikfuß Waſſer 61,75 Pfund ſchwer annimmt,

$$61{,}75 \,.\, 30 \,.\, (70 - 10) = 1852{,}5 \,.\, 60 = 111150 \text{ Cal.}$$

Nun liefert aber 1 Pfund lufttrockenes Holz bei ſeiner Verbrennung 2800 Cal.; daher iſt denn zu der geforderten Erwärmung $\frac{111150}{2800} = \frac{2223}{56} = 39{,}69$ Pfund oder circa 1 Cubikfuß Holz erforderlich. Uebrigens iſt die hierbei zur Verbrennung nöthige Luftmenge $= 82 \,.\, 39{,}69 = 3255$ Cubikfuß, und die daraus hervorgehende Gasmenge bei 250° Temperatur:

$$= (1 + 0{,}00367 \,.\, 250) \,.\, 93 \,.\, 39{,}69 = 1{,}9175 \,.\, 93 \,.\, 39{,}69 = 7078 \text{ Cubikfuß.}$$

§. 401 **Brennſtoffmenge.** Es läßt ſich nun auch leicht der Brennſtoffaufwand berechnen, der zur Erzeugung einer gewiſſen Dampfmenge nöthig iſt. Wir haben oben (§. 380) angegeben, daß die Geſammtwärme des Dampfes von $t°$ Temperatur (nach Regnault)

$$W = 606{,}5 + 0{,}305\, t$$

iſt, und können daher die Wärmemenge, welche nöthig iſt, um 1 Pfund Waſſer von t_1 Temperatur in Dampf von der Temperatur t zu verwandeln, ſetzen:

$$W = 606{,}5 + 0{,}305\, t - t_1 \text{ Calorien,}$$

oder genauer, da der Temperatur t_1 des Waſſers die Wärmemenge

$$W_1 = t_1 + 0{,}00002\, t_1^2 + 0{,}0000003\, t_1^3$$

entſpricht,

$$W = 606{,}5 + 0{,}305\, t - (1 + 0{,}00002\, t_1 + 0{,}0000003\, t_1^2)\, t_1 \text{ Cal.}$$

Vor Ausführung der Verſuche von Regnault berechnete man die Wärmemenge des Dampfes entweder mittels einer hypothetiſchen Formel von Watt oder mittels einer anderen von Southern. Nach Watt, Sharp, Clément-Déſormes, und zumal nach den neueren Beobachtungen von Pambour iſt die Geſammtwärme des Dampfes bei allen Temperaturen eine und dieſelbe, nimmt alſo die latente Wärme ab, wenn die ſenſible Wärme eine größere wird. Nimmt man an, daß bei der Bildung des Dampfes von 100° Temperatur eine Wärmemenge von 540 Cal. gebunden wird, ſo hat man hiernach die Wärmemenge, welche bei der Verwandlung des Waſſers von t_1^0 Temperatur in Dampf von jeder Temperatur nöthig iſt, einfach

$$W = 540 + 100 - t_1 = 640 - t_1.$$

Nach Southern, Poncelet u. A. wäre hingegen die latente Wärme des Dampfes conſtant (540 Cal.), nähme alſo die Geſammtwärme mit der Temperatur zu, und daher die Wärmemenge:

$$W = 540 + t - t_1.$$

Nimmt man die Temperatur des Waſſers = Null an, und ſetzt man die des Dampfes $t = 100$, 125, 150 Grad u. ſ. w., ſo läßt ſich folgende Vergleichung machen:

Temperatur des Dampfes.		50°	75°	100°	125°	150°	175°	200°
Wärmemenge nach	Watt	640	640	640	640	640	640	640
	Southern .	590	615	640	665	690	715	740
	Regnault .	611,7	629,4	637	644,6	652,2	659,9	667,5

Man erſieht hieraus, daß bei Temperaturen von 100 bis 150 Grad, wie ſie bei Dampfmaſchinen meiſt vorkommen, das Watt'ſche Geſetz nicht bedeutend von der Regnault'ſchen Formel abweicht, daß dagegen bei Temperaturen über 120 Grad die Southern'ſche Regel ſchon auf anſehnlichere Abweichungen führt.

Wenn man, nach Regnault, $W = 606{,}5 + 0{,}305\,t - t_1$ ſetzt, ſo erhält man das Wärmequantum, welches zur Verwandlung der Waſſermenge $Q\gamma$ Pfund in Dampf nöthig, d. i.:

$$W = (606{,}5 + 0{,}305\,t - t_1)\,Q\gamma \text{ Calorien.}$$

Nehmen wir für t und t_1 Mittelwerthe an, ſetzen wir $t = 125$ und $t_1 = 15$ Grad, ſo erhalten wir:

$$W = 630 \text{ Calorien.}$$

Wenden wir reinen Kohlenſtoff zur Verbrennung an, und ſetzen wir voraus, daß $^2/_3$ der dadurch entwickelten Wärme zur Wirkung gelange, ſo können wir die durch 1 Pfund Kohle gewonnene Wärmemenge

$$= {}^2/_3 . 7050 = 4700 \text{ Calorien}$$

ſetzen, und da nach der letzten Regel die Wärmemenge, welche 1 Pfund Waſſer von 10° Temperatur zur Verwandlung in Dampf erfordert, 630 Cal. iſt, ſo läßt ſich hiernach annähernd als richtig annehmen, daß jedes Pfund Kohlenſtoff bei ſeiner Verbrennung $\frac{4700}{630} = 7^1/_2$ Pfund Dampf liefere oder 1 Pfund Dampf zu ſeiner Erzeugung, $^2/_{15} = 0{,}133$ Pfund Kohlenſtoff erfordere. Erfahrungsmäßig giebt 1 Pfund Steinkohle 5 bis 7 Pfund, 1 Pfund Koaks $4^2/_3$ bis 5,8 Pfund, 1 Pfund Holzkohle 6 Pfund und 1 Pfund Holz 2,5 bis 2,7 Pfund Dampf (ſ. Guide du chauffeur par Grouvelle et Jaunez).

Für die zur Dampferzeugung dienenden Steinkohlen ſind folgende Mittelwerthe in Anwendung zu bringen.

Steinkohlen.	Gewicht roher Steinkohle pr. Tonne zu je 4 Scheffel.	Waſſergehalt in Procenten der rohen Kohle.	Unverbrennliche Rückſtände in Procenten der rohen Kohle.	Effective Verdampfungskraft; Dampfmenge pr. Pfd. roher Kohle.
nordamerikaniſche . .	361,0 Pfd.	1,39	10,3	8,27 Pfd.
engliſche	391,5 „	3,37	7,8	7,82 „
preußiſche	349,2 „	3,00	4,8	8,28 „
ſächſiſche	367,6 „	10,83	25,5	8,20 „

Noch laſſen ſich folgende Mittelwerthe annehmen.

Name des Brennſtoffs.	Gewicht des Brennſtoffs.	Waſſergehalt.	Heizkraft beim angegebenen Waſſergehalt.	
			von 1 Pfund.	von 1 Klafter.
Nadelholz . .	1 Klafter = 108 Cbfß. = 2600 Pfd.	15 Proc.	4,0	10400
Laubholz . .	1 „ = 3000 „	15 „	3,7	11100
				von 1000 St.
Torf	1000 Stück = 1800 Pfd.	25 „	3,64	6552
Braunkohle .	1 Scheffel = 290 „	30 „	3,95	1150

Beiſpiel. Welchen Steinkohlenaufwand erfordert eine Dampfmaſchine ſtündlich, welche in jeder Minute 500 Cubikfuß Dampf von 3 Atmoſphären Spannung conſumirt, wenn das Speiſewaſſer eine Temperatur von 30° hat? Nach der Tabelle II. in §. 388 entſpricht 3 Atmoſphären Spannung die Temperatur $t = 133{,}9$ Grad, und nach der Tabelle in §. 391 erfordern 500 Cubikfuß Dampf bei 3 Atmoſphären Spannung,

$$\frac{500}{587{,}4} \text{ Cubikfuß} = \frac{500}{587{,}4} \cdot 61{,}75 = 52{,}56 \text{ Pfund Waſſer},$$

und dieſes erfordert nach der obigen Formel die Wärmemenge:

$$W = (606{,}5 + 0{,}305\,t - t_1)\,Q\gamma_1 = (606{,}5 + 0{,}305 \,.\, 135 - 30) \,.\, 52{,}56$$
$$= (606{,}5 + 41{,}2 - 30) \,.\, 52{,}56 = 617{,}5 \,.\, 52{,}56 = 32463 \text{ Cal.}$$

Nehmen wir an, daß 1 Pfund Steinkohle effectiv 4000 Cal. Wärme liefere, ſo erhalten wir die nöthige Steinkohlenmenge pr. Minute:

$$K = \frac{W}{4000} = \frac{32463}{4000} = 8{,}116 \text{ Pfund},$$

alſo ſtündlich $= 60\,K = 487$ Pfund, oder, wenn man die Tonne Steinkohle 350 Pfund ſchwer annimmt,

$$\frac{487}{350} = 1{,}39 \text{ Tonne}.$$

Schlußanmerkung. Außer den Werken über Phyſik, von Müller, Ganot, Wüllner u. A. handeln über Wärme und Brennmaterialien folgende Schriften: Traité de la chaleur consid. dans les applications, par E. Péclet. III. édition. Paris 1860; ferner die Wärmemeßkunſt und deren Anwendung, von C. Schinz, Stuttgart 1858; Unterſuchungen über die Heizkraft der wichtigeren Brennſtoffe im preußiſchen Staate, von P. W. Brix, Berlin 1853. A report to the navy departement of the United States on Americal coals etc. Philadelphia 1844. Im Auszuge in den Verhandlungen des Vereines zur Beförderung des Gewerbfleißes in Preußen, 1846. Siehe auch Formules, Tables etc., ou Aide-Memoire des Ingenieurs etc., par J. Claudel, Paris 1854. Ferner Unterſuchungen über die Heizkraft der Steinkohlen Sachſens von Ernſt Hartig, Leipzig 1860. Sowie: Des Machines à vapeur, par Morin und Treska, Tome I, Production de la vapeur, Paris 1863.

Drittes Capitel.

Von den Dampferzeugungsapparaten.

§. 402 **Dampfkessel.** Der Dampfkeſſel (franz. la chaudière à vapeur; engl. the steam boiler) iſt das metallene Gefäß, in welchem das Waſſer erhitzt und in Dampf verwandelt wird. Ein zweckmäßiger Dampfkeſſel ſoll in einer gegebenen Zeit eine beſtimmte Dampfmenge von einer beſtimmten Spannung bei möglich kleinſtem Brennmaterialaufwand und der größten Sicherheit vor dem Zerſprengen liefern. Um dieſen Erforderniſſen zu genügen, hat man zu demſelben ein geeignetes Material auszuwählen, ihm beſtimmte Formen und Dimenſionen zu geben, ihn mit den nöthigen Hülfsvorrichtungen auszurüſten u. ſ. w. Als Material zu Dampfkeſſeln wird in der Regel ſtarkes Eiſenblech verwendet, ſehr ſelten verbraucht man hierzu Kupferblech, und nur zu engen oder röhrenförmigen Keſſeln verwendet man Gußeiſen oder Meſſing. Die Verbindung der Bleche unter einander erfolgt durch ſtarke, dicht neben einander ſtehende Nietnägel (franz. cloues rivés; engl. rivets). Dem Kupfer würde wegen ſeines größeren Leitungsvermögens (ſ. Bd. II, §. 367) der Vorzug vor dem Eiſen zu geben ſein, allein wegen der großen Koſtſpieligkeit wendet man daſſelbe zu Dampfkeſſeln ſelten an.

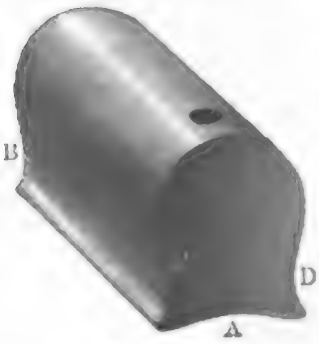
In der neueren Zeit verwendet man mit Vortheil Gußſtahlblech bei der Keſſelfabrikation.

Was die Form der Dampfkeſſel anlangt, ſo hat man zu berückſichtigen, daß von derſelben die Haltbarkeit und das Verdampfungsvermögen zugleich abhängen. Die Haltbarkeit oder die Widerſtandsfähigkeit eines Keſſels fällt jedenfalls um ſo größer aus, je regelmäßiger und abgerundeter ſeine Form iſt, das Verdampfungsvermögen hingegen nimmt um ſo mehr zu, je größer die Oberfläche des Keſſels iſt, je mehr alſo dieſelbe von einer regelmäßigen und abgerundeten Form abweicht. Da dieſe Forderungen einer zweckmäßigen Keſſelform einander widerſtreiten, ſo hat man immer einen Mittelweg einzuſchlagen, und die Form von der Dampfſpannung abhängig zu machen, namentlich zur Erzeugung von ſtark geſpannten Dämpfen mehr runde und zur Erzeugung von ſchwachen Dämpfen mehr eckige Keſſelformen auszuwählen. Ein aus Röhren oder einzelnen Keſſeln beſtehender Dampferzeugungsapparat iſt in beiderlei Beziehung zweckmäßig; er bietet dem Feuer eine größere Erwärmungsfläche dar und gewährt auch eine größere Sicherheit.

Dampfkesselformen. Nach den Formen laſſen ſich die Keſſel in folgende Claſſen bringen. §. 403

1. Die Wagen- oder Kofferkeſſel nach Watt (franz. chaudière à tombeau; engl. waggon-boiler), Fig. 615. Dieſelben laſſen ſich nur bei Dampf mit kleiner Spannung (4 bis 6 Pfund Ueberdruck auf den Quadratzoll) anwenden, weil ſie bei höheren Spannungen keine hinreichende Haltbarkeit beſitzen. Das Feuer geht hier an der Unterfläche *A* hin und dann noch einmal an den Seiten *BC*, *CD*... um den ganzen Keſſel herum, ehe es in den Schornſtein tritt.

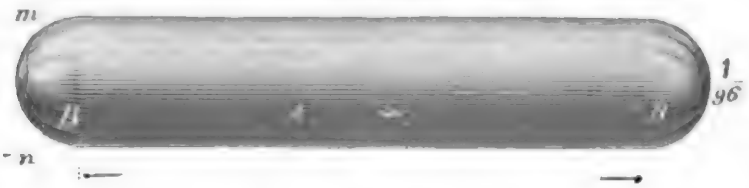
Fig. 615.



Um das Ausbiegen der concaven Boden- und concaven Seitenflächen zu verhindern, werden dieſe Keſſeltheile innen noch durch Eiſenſtäbe verankert.

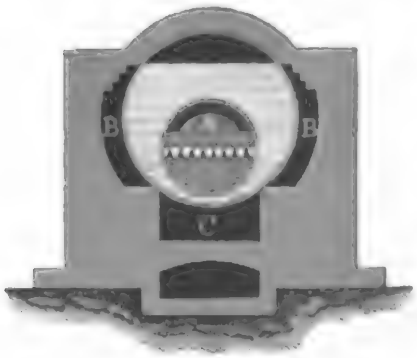
2. Die Walzenkeſſel mit äußerer Feuerung, nach Woolf (franz. chaudières cylindriques à foyer extérieur; engl. cylindrical-boilers with external-furnace), Fig. 616. Dieſelben werden vorzüglich zur Erzeugung von Dämpfen mit hoher Spannung gebraucht. Die Endflächen dieſer Keſſel ſind nicht eben, ſondern in der Regel von Kugelſegmenten oder Halbkugeln *B*, *B* gebildet. Die Züge laufen, wie bei den Wagenkeſſeln, außen um die Keſſelwand herum.

Fig. 616.



3. Die Walzenkeſſel mit innerer Feuerung, ſogenannten Cornwallkeſſel (franz chaudières cylindriques à foyer intérieur, engl. cylindrical-boilers with internal furnace), Fig. 617. Hier befindet ſich der Feuerraum und Roſt in einer Röhre *A*, die durch den ganzen Keſſel hindurchgeht. Dieſe Keſſel, welche, bei gleicher Größe eine größere Heizfläche als andere Keſſel haben, ſind unter dem Namen Cornwaller Keſſel bekannt. Die Feuerluft geht hier, nachdem ſie das Innere des Keſſels durchlaufen hat, in Seitenzügen *B*, *B* noch einmal um den ganzen Keſſel herum

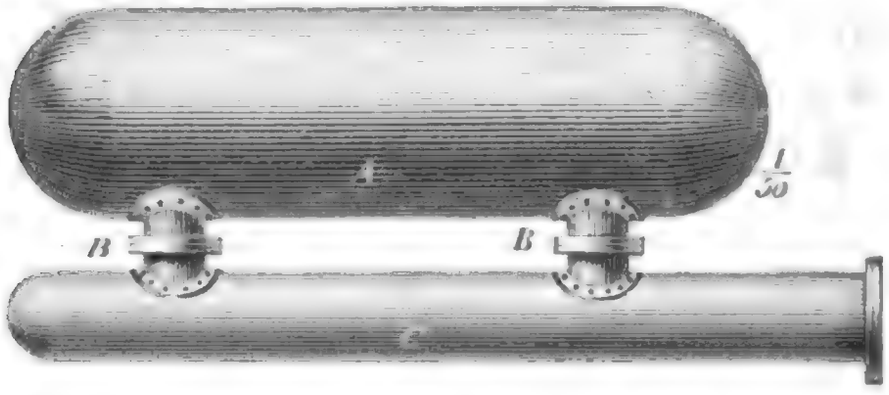
Fig. 617.



und wohl auch in einem Zuge *C* unter dem Keſſel hin. Große Keſſel erhalten neben einander laufende Feuerröhren. Bei den ſogenannten Butterly-boilers iſt der Feuerraum vor der Einmündung der durch den Hauptkeſſel gehenden Heizröhre.

4. **Keſſel mit Siederöhren oder Siedern** (franz. bouilleurs; engl. boiler-tubes), Fig. 618. Die Siederöhre *C* liegt unter dem eigentlichen Keſſel *A* (Hauptkeſſel) und iſt mit dieſem durch verticale Röhren *B*, *B* verbunden. Der Vortheil dieſer Keſſel iſt einleuchtend; der Hauptkeſſel

Fig. 618.



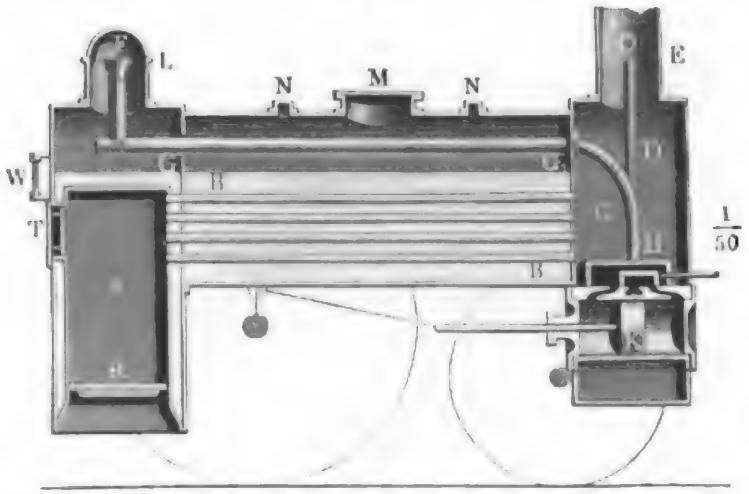
kommt hier gar nicht in das eigentliche Feuer und wird daher ſehr geſchont; die Siederöhren aber können, da ſie enger ſind, auch ſchwächere Wände bekommen. Sehr zweckmäßig iſt die Anwendung von zwei unter dem Hauptkeſſel hinlaufenden Siederöhren.

Von den Dampfkeſſeln mit Siederöhren ſind die mit **Vorwärmern** oder **Wärmeröhren** (franz. tubes réchauffeurs; engl. heating-tubes) inſofern verſchieden, als ſich bei den erſteren der Feuerherd unter den Siederöhren, dagegen aber bei den letzteren unter dem Hauptkeſſel befindet, dort alſo die Züge von den Siederöhren nach dem Keſſel und von da in die Eſſe, hier aber vom Keſſel aus erſt nach den Wärmeröhren und dann in die Eſſe führen.

5. **Röhrenkeſſel** (franz. chaudières tubulaires; engl. tubular-boilers), insbeſondere Dampfwagenkeſſel, Fig. 619. Sie werden vorzüglich dann angewendet, wenn es darauf ankommt, Raum zu erſparen und die Dampferzeugung zu beſchleunigen, weshalb man ſie vorzüglich bei Dampfwagen und Dampfſchiffen anwendet. Bei den älteren Röhrenkeſſeln von J. Barlow waren die Röhren mit Waſſer angefüllt und außen von der Feuerluft umgeben, bei den neueren Röhrenkeſſeln von Seguin werden dagegen die Röhren, ſogenannte Heiz- oder Feuerröhren, durch den mit Waſſer angefüllten Keſſel geführt. Die Heizröhren der Dampfwagenkeſſel ſind entweder aus Meſſing oder aus Schmiedeeiſen, ſie haben eine Weite von $1^1/_2$ bis $2^1/_2$ Zoll, eine Länge von 6 bis 12 Fuß und ihre Anzahl iſt 100 bis 200 oder noch größer.

Aus der Figur iſt zu ſehen: *A* der Feuerraum mit dem Roſte *R* und der Ofenthür *T*, *BB* der Waſſerkaſten mit den Rauchröhren, *CD* der Rauch-

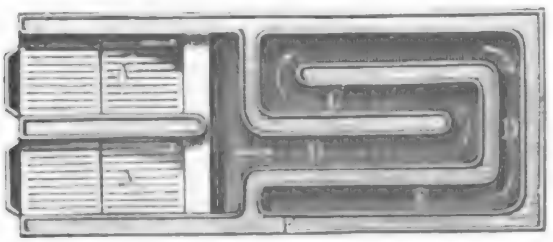
Fig. 619.



kaſten und *E* die Eſſe. Das Uebrige findet weiter unten ſeine Erklärung. Bei anderen Röhrenkeſſeln, z. B. bei denen von Zambeaux, ſtehen die Heizröhren vertical.

6. Keſſel mit Kammern (franz. chaud. à galeries; engl. boilers with chambres), insbeſondere die mit lothrechten Kammern für Dampfſchiffe, Fig. 620. Hier legt die Feuerluft innerhalb des Waſſerraumes einen längeren Weg *ABCDE* zurück, ehe ſie bei *F* in die Eſſe tritt.

Fig. 620.



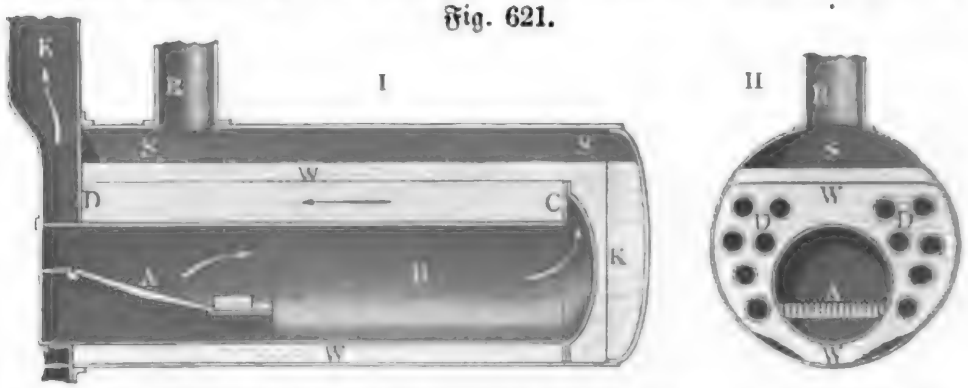
Jedenfalls ſind dieſe Keſſel in ökonomiſcher Beziehung ſehr zweckmäßig, laſſen ſich jedoch nur bei niedrigem Dampfdrucke anwenden, da ſie ſtarke Biegungen enthalten. Dieſe Dampfſchiffkeſſel ſind in neueren Zeiten vielfach abgeändert und vervollkommnet worden.

7. Zuſammengeſetzte Keſſel mit rückſtrömender Flamme (franz. à retour de flamme; engl. with returning flamme). Durchſchnitte eines ſolchen Keſſels für eine Locomobile ſind in Fig. 621, I. II. (a. f. S.), abgebildet. *ABS* iſt ein gewöhnlicher Keſſel mit innerer Feuerung *AB*, und *CD* ſind 12 Heizröhren, durch welche die erhitzte Luft aus der Kammer *K* nach der Eſſe *E* zurückgeführt wird. Das Waſſer *WKW* umgiebt die ſämmtlichen Feuerröhren, und der ſich im Dampfraume *SS* anſammelnde Dampf wird durch das Rohr *R* nach der Dampfkammer u. ſ. w. geleitet.

Digitized by Google

Anmerkung. Ueberdies giebt es noch beſondere Keſſelconſtructionen. In Deutſchland zeichnen ſich namentlich noch die Dampfkeſſel von Alban und die

Fig. 621.



von Henſchel aus. Alban's Apparat iſt ein Dampfkeſſel mit einem Syſteme von Siederöhren, welche unmittelbar über dem Feuerraume liegen (ſ. Alban's Schrift „die Hochdruckdampfmaſchine"). Henſchel's Keſſel hat eine oder mehrere ſchiefliegende Siederöhren und eine darüber horizontal liegende Dampfröhre. Um die Reinigung der Heizröhren vornehmen zu können, iſt es nöthig, die Röhrenkeſſel mit einem abnehmbaren Feuerkaſten (franz. foyer amovible) und einem ablösbaren Deckel zu verſehen. Solche Röhrenkeſſel ſind für ſtehende Dampfmaſchinen von Farcot et fils, ſowie auch von Anderen conſtruirt worden. Die Dampfkeſſel mit Circulation des Waſſers haben bis jetzt noch keine allgemeine Anwendung gefunden. Dieſelben verwandeln das ſtetig zufließende Waſſer faſt momentan in Dampf, erfordern daher auch nur einen ſehr kleinen Waſſerraum und haben deshalb den Vortheil der Gefahrloſigkeit und der ſchnellen Dampferzeugung, dagegen aber auch den Mangel einer ungleichförmigen Dampfentwickelung. Es gehören hierher die Dampfkeſſel von Perkins, Belleville, Boutigny u. ſ. w. Bei den letzteren wird das Waſſer in Dampf verwandelt, während es durch die Löcher über einander geſtellter Schalen fließt. S. Morin: Des Machines à vapeur, Tome I.

§. 404 **Heizfläche.** Das Dampferzeugungsvermögen eines Keſſels hängt vorzüglich von der Größe der Feuer-, Heiz- oder Erwärmungsfläche (franz. surface de chauffe; engl. heating surface), d. i. von demjenigen Theil der Oberfläche des Dampfkeſſels ab, welcher von dem Feuer und von der erwärmten oder Feuerluft beſpielt wird, bevor ſie in den Schornſtein tritt. Die Angaben über die Größe der Heizfläche, welche einer gegebenen Dampfmenge entſpricht, ſind ſehr verſchieden; nach den Verſuchen, welche Cavé hierüber angeſtellt hat (ſ. Bataille et Jullien, Traité des machines à vapeur), ſind für eiſerne Dampfkeſſel auf jedes Quadratmeter Heizfläche ſtündlich 19 Kilogramme Dampfquantum zu rechnen. Nach dem preußiſchen Maße kommen hiernach auf 1 Quadratfuß Heizfläche 4 Pfund Dampf oder $104\frac{3}{4}$ Cubikzoll Waſſer.

Sehr oft bezieht man auch die Productionskraft der Dampfkeſſel auf Pferdekräfte oder auf das Arbeitsvermögen des erzeugten Dampfes. Nach

Grouvelle kann man auf jede Pferdekraft rechnen: für Hochdruckdampfmaſchinen mit Condenſation 1 Quadratmeter = 10 Quadratfuß Erwärmungsfläche, ferner für ſolche ohne Condenſation 1,3 Quadratmeter = 13 Quadratfuß, und für Tiefdruckmaſchinen 1,4 Quadratmeter = 14 Quadratfuß. Die letzteren Angaben laſſen aber noch eine große Unſicherheit zurück, da eine Maſchine um ſo weniger Dampf erfordert, je vollkommener ſie iſt. Maſchinen, welche auch noch den Theil der Arbeit benutzen, welchen der Dampf durch Expanſion verrichten kann, erfordern deshalb eine kleinere Heizfläche, als Maſchinen ohne Expanſion. Uebrigens bezieht ſich die obige Angabe auch nur auf feſtſtehende Dampfmaſchinen, denn bei Dampfſchiffkeſſeln iſt das Dampfquantum pr. Quadratmeter 30 bis 35 Kilogramme und bei Dampfwagenkeſſeln gar 100 bis 130 Kilogramme; alſo im erſten Falle $6^1/_2$ bis $7^1/_2$ Pfund, und im letzteren 21 bis 26 Pfund Dampf auf jeden Quadratfuß Heizfläche zu rechnen. Ebenſo geben auch die Cornwaller Dampfkeſſel mit innerer Heizung eine ungewöhnlich große Heizfläche, indem ſie nach Wicksteed's Verſuchen pr. Quadratfuß nur 0,94 Pfund Dampf erzeugen. Bei dem Dampfkeſſel, welchen Herr Dr. Brix zu ſeinen Unterſuchungen über die Heizkraft der wichtigſten Brennſtoffe angewendet hat, war die Heizfläche ebenfalls ungewöhnlich groß, da hier, wo allerdings die Verbrennungsgaſe nur mit 100 bis 150 Grad Wärme in die Eſſe traten, 1 Quadratfuß Heizfläche nur 1,2 bis 2,6 Pfund Dampf gab.

Die Heizfläche iſt natürlich nur ein Theil der ganzen Keſſeloberfläche. Bei den Wagen- und Walzenkeſſeln iſt ſie ungefähr nur die Hälfte, bei denjenigen mit Siedern kann ſie aber auf $^2/_3$ des Inhaltes ſämmtlicher Oberflächen ſteigen.

Es iſt endlich leicht zu ermeſſen, daß das Productionsvermögen eines Dampfkeſſels auch noch von der Dicke und von der Beſchaffenheit der Keſſelwände, ſowie von der Lage derſelben gegen den Feuerſtrom abhängt, und daß daſſelbe durch die Temperaturdifferenz zwiſchen dem Keſſel und Feuerherde bedingt iſt. Da die Wärmeleitungsfähigkeit des Kupfers (ſ. §. 367) $2^1/_2$ mal ſo groß iſt, als die des Eiſens, ſo eignet ſich dieſes Metall ganz beſonders zu Dampfkeſſeln, um ſo mehr, da es in Folge ſeiner gleichförmigen Textur mehr Sicherheit gewährt; und es iſt daher nur der hohe Preis des Kupfers die Urſache, daß ſtatt deſſelben gewöhnlich Eiſenblech zu Dampfkeſſeln verwendet wird.

Raſche Verbrennung erzeugt ein intenſiveres Feuer und giebt daher auch ein großes Verdampfungsvermögen, wie z. B. bei den Dampfwagenkeſſeln, wo ein künſtlicher Luftzug angewendet wird.

Man unterſcheidet noch die directe und die indirecte Heizfläche. Jene iſt derjenige Theil der Keſſelfläche, welcher ſich unmittelbar über dem Feuerherde befindet und daher von der Flamme beſpielt wird; der übrige,

weit größere Theil der Heizfläche iſt die indirecte Heizfläche. Die directe Heizfläche empfängt die Wärme vorzüglich durch Ausſtrahlung, die indirecte hingegen lediglich durch Leitung (ſ. §. 367). Bei gleicher Fläche und unter übrigens gleichen Umſtänden iſt die Wärmemenge, welche die directe Heizfläche aufnimmt, ungefähr 4- bis 5mal ſo groß als die von der indirecten Heizfläche aufgenommene Wärmemenge. Nach Fairbairn (ſiehe deſſen Useful information for engineers) iſt bei guten Keſſelanlagen die directe Heizfläche $^1/_{11}$ der ganzen Heizfläche. Bei den Cornwaller Dampfkeſſeln iſt jedoch dieſes Verhältniß nur $^1/_{25}$, und dagegen bei Keſſeln auf Dampfſchiffen $^1/_8$ bis $^1/_6$.

§. 405 **Waſſer- und Dampfraum.** Die Größe eines Dampfkeſſels wird vorzüglich durch die von dem zu erzeugenden Dampfquantum abhängige Größe der Erwärmungsfläche bedingt, nächſtdem hat aber auch das Verhältniß zwiſchen dem Dampf- und dem Waſſerraume deſſelben einen Einfluß auf die Keſſelgröße. Was den Waſſerraum eines Dampfkeſſels anlangt, ſo muß dieſer mindeſtens denjenigen Theil der Keſſelfläche von innen bedecken, der von außen von der erhitzten Luft in den Zügen beſpielt wird, weil außerdem das Glühen und in Folge deſſen das Zerſpringen des Keſſels eintreten könnte. Der Sicherheit wegen läßt man in der Regel die Oberfläche des Waſſers im Keſſel 4 Zoll hoch über den Heizcanälen ſtehen. Es darf aber auch der Waſſerraum in dem Keſſel deshalb nicht ſehr klein ſein, damit kleine Unregelmäßigkeiten in der Zuführung des Speiſewaſſers (franz. eau d'alimentation; engl. feed water) keine großen Veränderungen in der Temperatur und in dem Stande des Keſſelwaſſers hervorbringen.

Auf der anderen Seite iſt es aber auch nöthig, daß der Dampfraum keinen zu kleinen Theil des Keſſels einnehme, damit kein Waſſer vom Dampfe mechaniſch mit fortgeriſſen werde und keine große Schwankungen in der Dampfſpannung eintreten. In der Regel macht man den Dampfraum mindeſtens 12 mal ſo groß, als das pr. Spiel aus demſelben abgeführte Dampfvolumen. Nach Zuſammenſtellungen des Artizan-Club (ſ. deſſen Treatise on the Steam Engine) iſt auf jede nominelle Pferdekraft einer Dampfmaſchine zu ſetzen im Mittel: der Waſſerraum = 5 engl. (= 4,85 preuß.), und der Dampfraum = 3,2 engl. (= 2,93 preuß.) Cubikfuß; alſo das Verhältniß des letzteren zum ganzen Faſſungsraume des Keſſels, $= \frac{3{,}2}{8{,}2}$, oder ungefähr 0,4.

Nach Tredgold hat man den Dampfraum ſo groß zu machen, daß die Veränderlichkeit in der Dampfſpannung, welche aus dem ungleichmäßigen Verbrauche des Dampfes entſpringt, nicht größer als $^1/_{30}$ ausfällt. Halten wir dieſes Verhältniß feſt, ſo können wir folgende Beziehung ableiten. Es

sei V der Dampfraum, C der mit gesättigtem Dampf auszufüllende Cylinderraum, und μ das Verhältniß der Abflußzeit zur Zeit eines ganzen Spieles, also $1 - \mu$ das Verhältniß der Sperrzeit zur Spielzeit. Dann läßt sich die während der Absperrung angesammelte Dampfmenge setzen:

$$V_1 = (1 - \mu)\, C,$$

und legt man $V_1 = {}^1/_{30}\, V$ zu Grunde, so erhält man endlich die Bedingung:

$$V = 30\,(1 - \mu)\, C.$$

Man hat also hiernach den Dampfraum um so größer zu machen, je größer das pr. Spiel verbrauchte Dampfquantum ist und je länger die Unterbrechung des Dampfabflusses dauert. Diese Formel ist übrigens nur auf einfachwirkende und Expansionsmaschinen, wo $\mu = {}^1/_2$ oder weniger beträgt, anwendbar, nicht aber auf doppeltwirkende Maschinen mit Kurbelmechanismus, wenn dieselben ohne Expansion arbeiten. Für diese Maschinen hat man, der Theorie des Krummzapfens zufolge,

$$V = 30\ V_1 = 30 \,.\, 0{,}2105\ C = 6{,}3\ C$$

zu setzen.

Grösse der Dampfkessel. Mit Zugrundelegung des Vorhergehenden lassen sich nun leicht die Dimensionen der Dampfkessel berechnen, namentlich wenn man sich mit Näherungswerthen begnügt und noch die Dimensionsverhältnisse giebt. §. 406

1. Für einen Wagen- oder Kofferkessel führt man die Rechnung auf folgende Weise. Es sei die Länge eines solchen Kessels $= l$, die mittlere Breite desselben $= b$ und die mittlere Höhe $= h$. Behandeln wir ihn als Parallelepiped, so haben wir für seinen Fassungsraum $= bhl$, und nehmen wir den Dampfraum $= 0{,}4$ des Fassungsraumes, so bekommen wir den Wasserraum $= 0{,}6\,bhl$, und dessen mittlere Höhe $= 0{,}6\,h$. Setzen wir nun voraus, daß die Heizfläche F den ganz unteren Theil der Kesselfläche bis zur Höhe $0{,}6\,h$ einnehme, so können wir setzen:

$$F = \text{Grundfläche } bl + \text{vier Seitenflächen } 2b \,.\, 0{,}6h + 2l \,.\, 0{,}6h$$
$$= bl + 1{,}2\,(b + l)\,h.$$

Nun ist aber gewöhnlich $b = {}^3/_4\,h$ und $l = {}^5/_2\,h$ bis $3\,h$; behalten wir daher das erstere Verhältniß bei, so folgt:

$$F = {}^{15}/_8\,h^2 + 1{,}2 \,.\, {}^{13}/_4\,h^2 = 5{,}775\,h^2,$$

daher die mittlere Kesselhöhe:

$$h = \sqrt{\frac{F}{5{,}775}} = 0{,}416\,\sqrt{F},$$

die mittlere Kesselbreite:

$$b = 0{,}312\sqrt{F},$$

und die Keſſellänge:

$$l = 1{,}040\sqrt{F}.$$

Da der Waſſerſpiegel im Keſſel noch einige Zoll über den Feuercanälen ſtehen muß und durch die Auflagerung des Keſſels noch ein Theil der Heizfläche verloren geht, ſo hat man allen dieſen Dimenſionen noch etwas zuzuſetzen, oder nach Befinden den Dampfraum kleiner als 0,4 des Faſſungsraumes zu nehmen.

2. Bei dem Walzenkeſſel ohne Siederöhren und mit äußerer Feuerung führt ſich die Rechnung auf folgende Weiſe. Setzen wir wieder den Dampfraum = 0,4 des ganzen Faſſungsraumes, ſo können wir nach der Kreisſegmententafel (ſ. „Ingenieur“, S. 218) den Centriwinkel, welcher dem Dampfraume entſpricht, = 161° 51′, und daher den Centriwinkel, welcher dem Waſſerraume oder der Feuerfläche entſpricht, = 360° — 161° 51′ = 198° 9′ ſetzen. Nun iſt aber der hierzu gehörige Bogen für den Halbmeſſer 1, = 3,458; daher folgt der cylindriſche Theil der Erwärmungsfläche, wenn r den Halbmeſſer und l die Länge deſſelben bezeichnet,

$$F_1 = 3{,}458\,rl.$$

Was noch den die Kugelſegmente des Keſſels einnehmenden Theil der Erwärmungsfläche anlangt, ſo können wir denſelben

$$F_2 = 2 \,.\, 0{,}6 \,.\, \pi r^2 \left[1 + \left(\frac{h}{r}\right)^2\right]$$

ſetzen, wenn h die Höhe von jedem dieſer Segmente bezeichnet, und es iſt demnach die Erwärmungsfläche:

$$F = F_1 + F_2 = 3{,}458\,rl + 1{,}2\,\pi r^2\left[1 + \left(\frac{h}{r}\right)^2\right].$$

Gewöhnlich hat man aber $l = 8\,r$ bis $12\,r$; nehmen wir aber $l = 10$ an, ſo bekommen wir:

$$F = 34{,}58\,r^2 + 3{,}80\,r^2\left[1 + \left(\frac{h}{r}\right)^2\right] = 38{,}35\,r^2\left[1 + 0{,}1\left(\frac{h}{r}\right)^2\right],$$

daher den Keſſelhalbmeſſer:

$$r = \sqrt{\frac{F}{38{,}35\left[1 + 0{,}1\left(\frac{h}{r}\right)^2\right]}},$$

oder einfacher:

$$r = 0{,}1615\left[1 - 0{,}05\left(\frac{h}{r}\right)^2\right]\sqrt{F}.$$

Für Keſſel mit ebenen Endflächen iſt $\frac{h}{r} = 0$ und für die Keſſel mit

halbkugelförmigen Endflächen $\frac{h}{r} = 1$. Aus oben angegebenen Gründen hat man aber den so berechneten Dimensionen r und l etwas zuzusetzen, oder einen kleineren Dampfraum anzuwenden.

3. Für einen Walzenkessel mit Siederöhren hat man, da hier in der Regel die letzteren ganz und der erstere halb mit Feuerluft bespielt werden:

$$F = \pi r l + 2 n \pi r_1 l_1,$$

wo r und l den Halbmesser und die Länge des eigentlichen Kessels, ferner r_1 und l_1 den Halbmesser und die Länge der Siederöhren, und n die Anzahl der letzteren ausdrückt. Gewöhnlich ist

$n = 2$, $r_1 = 0{,}4\,r$ und $l = l_1 = 10\,r$; daher $F = 26\,\pi r^2$, also:

$$r = \sqrt{\frac{F}{26\,\pi}} = 0{,}1106\,\sqrt{F} \quad \text{und} \quad r_1 = 0{,}04424\,\sqrt{F}.$$

In diesem Falle ist aber der Dampfraum = 0,38 des ganzen Fassungsraumes.

Wegen der unvollkommenen Mittheilung der Wärme von oben nach unten bringt man bei den Siederöhren auch wohl nur $^2/_3$ bis $^5/_6$ ihrer Oberfläche als Heizfläche in Rechnung.

4. Bei Kesseln mit innerer Heizung ist die ganze innere Fläche als Heizfläche anzusehen.

Beispiel. Man soll die Dimensionen für einen Dampfkessel berechnen, welcher stündlich 520 Pfund Wasser in Dampf verwandelt. Rechnen wir auf jeden Quadratfuß Heizfläche stündlich 4 Pfund Dampf, so erhalten wir hiernach die nöthige Heizfläche:

$$F = \frac{520}{4} = 130 \text{ Quadratfuß}.$$

Für einen Kofferkessel hat man nun die mittlere Höhe desselben $0{,}416\,\sqrt{130} = 4{,}74$ Fuß, die mittlere Breite $^3/_4 . 4{,}74 = 3{,}56$ Fuß, und die Länge $= {}^5/_2 . 4{,}74 = 11{,}85$ Fuß. Für einen Walzenkessel aber, wenn man den Segmenten die Höhe $h = {}^1/_2 r$ giebt, den Halbmesser

$$r = 0{,}152\,(1 - 0{,}0125)\,\sqrt{130} = 0{,}150 . 11{,}4 = 1{,}71 \text{ Fuß},$$

also die Kesselweite = 3,42 Fuß und die Länge des Mittelstückes = 17,1 Fuß, die ganze Kessellänge aber 17,1 + 1,71 = 18,81 Fuß.

Für einen Walzenkessel mit zwei Siederöhren ist dagegen der Halbmesser $r = 0{,}1106\,\sqrt{130} = 1{,}26$ Fuß, also die Weite = 2,52 Fuß, und dagegen die Weite einer Siederöhre = 0,4 . 2,52 = 1,008 Fuß, folglich die Länge der Hauptröhre und die der Siederöhren = 12,6 Fuß. Wegen der Auflagerung und wegen des Spielraumes des Wasserspiegels sind diese Dimensionen noch etwas zu vergrößern.

§. 407 **Kesselwandstärke.** Ein ſehr wichtiges Verhältniß bei Dampfkeſſeln iſt die Stärke oder Dicke der Keſſelwand. Wir haben ſchon in Band I, §. 363, die Beziehung zwiſchen Röhrenſtärke e, Röhrenweite $2r$ und Druck p kennen gelernt und können nun die dort gefundene Formel

$$e = \frac{rp}{T}$$

auch hier auf Dampfkeſſel oder Dampfröhren anwenden. Hierbei führt man gewöhnlich ſtatt r den Durchmeſſer $d = 2r$, ſtatt p aber den Ueberdruck von innen nach außen in Atmoſphären und für T den Tragmodul des Keſſelbleches ein, und fügt auch noch ein Glied e_1 hinzu, wodurch die Stärke ausgedrückt wird, welche die Keſſelwand haben muß, damit der Keſſel der Wirkung ſeines eigenen Gewichtes und des Waſſers in demſelben widerſtehe. Nach den neueſten Verſuchen von Fairbairn (ſ. „Civilingenieur“ Bd. 4) fällt der Feſtigkeitsmodul des Schmiedeeiſens erſt bei der Rothglühhitze anſehnlich kleiner aus, als bei den gewöhnlichen Temperaturen (vergl. auch §. 359), und es iſt daher bei Dampfkeſſeln für T der bei gewöhnlichen Temperaturen beſtimmte Tragmodul einzuſetzen.

In Frankreich iſt die geſetzlich beſtimmte Keſſelwanddicke:

$$e = 1{,}8\,pd + 3 \text{ Millimeter},$$

wo d in Metern gegeben ſein muß. Das preußiſche Dampfkeſſelgeſetz hingegen ſchreibt vor:

$$e = (2{,}71828^{0{,}003\,p} - 1)\,r + 0{,}1 \text{ Zoll},$$

oder annähernd und für die gewöhnlich vorkommenden Fälle hinreichend genau,

$$e = 0{,}0015\,pd + 0{,}1 \text{ Zoll},$$

wo d in Zollen auszudrücken iſt. Denjenigen Theilen des Keſſels, welche unmittelbar mit dem Feuer in Berührung kommen, giebt man oft eine größere Dicke.

Gußeiſerne Siederöhren ſollen nach franzöſiſchen Vorſchriften fünfmal ſo dick ſein, als ſchmiedeeiſerne oder kupferne, nach preußiſchen Vorſchriften iſt aber die Dicke dieſer Röhren nach der Formel

$$e = (2{,}71828^{0{,}01\,p} - 1)\,r + \tfrac{1}{3} \text{ Zoll},$$

oder annähernd nach dem Ausdrucke:

$$e = 0{,}005\,pd + \tfrac{1}{3} \text{ Zoll}$$

zu beſtimmen.

Um die Mittheilung der Wärme durch die Keſſelwand zu erleichtern und um eine ſehr große Ungleichheit in der Spannung des Keſſelbleches zu vermeiden, ſteigt man mit der Keſſelſtärke nicht gern auf $\frac{1}{2}$ Zoll, und wendet deshalb lieber engere und längere oder zwei oder mehrere Keſſel ſtatt einen

an. Nach dem französischen Dampfkesselgesetze soll die Kesseldicke nie $1^1/_2$ Centimeter = 7 Linien übersteigen.

Die Dampfkessel müssen vor ihrem Gebrauche einer hydrostatischen Probe unterworfen werden. Nach preußischen Gesetzen wird ein Dampfkessel bei dem Anderthalb-, dagegen nach französischen Vorschriften bei dem Dreifachen des Druckes geprüft, welchem er beim Gebrauche ausgesetzt ist.

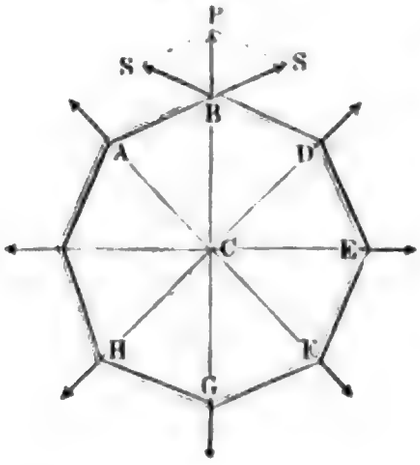
§. 408

Die aus Band I, §. 363 entnommene Formel

$$e = \frac{pr}{T}$$

für die Wandstärke eines Dampfkessels läßt sich, wenn man den Querschnitt desselben als ein regelmäßiges Polygon $ABDE\ldots$, Fig. 622, ansieht, wie folgt entwickeln. Nehmen wir an, daß in jeder Kante der prismatischen Kesselwand eine Kraft P radial auswärts wirke. Zerlegen wir nun diese Kraft nach den Richtungen der benachbarten Seiten BA und BD, und bezeichnen wir die diesen Seiten gegenüberliegenden Centriwinkel $BCA = BCD$ durch α, so erhalten wir die Spannung einer Kesselwand:

Fig. 622.



$$S = \frac{P}{2\,sin.\frac{\alpha}{2}},$$

oder, wenn die Anzahl der Seiten sehr groß, also α sehr klein ist,

$$S = \frac{P}{\alpha}.$$

Bezeichnet p den Ueberschuß des inneren Luft-, Dampf- oder Wasserdruckes auf jeden Quadratzoll über dem äußeren Luftdruck, ferner l die Länge des Kessels und s eine Polygonseite $\overline{AB} = \overline{BD}$, so hat man:

$$P = lsp.$$

Nun ist aber

$$s = 2\,r\,sin.\frac{\alpha}{2},$$

wobei r den Kesselhalbmesser $\overline{CA} = \overline{CB}$ bezeichnet, daher hat man auch:

$$P = 2\,rl\,sin.\frac{\alpha}{2}p$$

und

$$S = rlp.$$

Diese Spannung hat der Querschnitt le der Kesselwand auszuhalten, folglich ist die dem Tragmodul T gleichzusetzende Spannung pr. Quadratzoll:

$$T = \frac{S}{le} = \frac{rlp}{le} = \frac{rp}{e},$$

und daher umgekehrt, die erforderliche Wandſtärke:

$$e = \frac{rp}{T}.$$

In dieſer Formel bezeichnet r eigentlich den mittleren Keſſelhalbmeſſer; verſtehen wir aber unter r den inneren Keſſelhalbmeſſer, ſo müſſen wir hiernach ſtatt r, $r + \frac{e}{2} = r\left(1 + \frac{e}{2r}\right)$ einführen und folglich

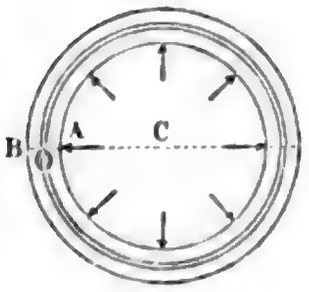
$$e = \frac{pr}{T}\left(1 + \frac{e}{2r}\right) = \frac{pr}{T}\left(1 + \frac{p}{2T}\right)$$

ſetzen.

(§. 409) **Dicke Keſſelwände.** Jedenfalls gilt die Formel $e = \frac{pr}{T}$ nur für Blechkeſſel, wo $\frac{e}{r}$ nur eine kleine Zahl iſt. Setzt man aber größere Blechdicken voraus, ſo iſt dieſe Formel nicht mehr ausreichend.

Nimmt man an, daß ſich die Blechdicke $\overline{AB} = e$, Fig. 623, bei der Ausdehnung der Keſſelwand in Folge des inneren Druckes p pr. Flächeneinheit, nicht ändere, ſo ſind wir auch genöthigt, anzunehmen, daß ſich hierbei ſämmtliche concentriſche Schalen, in welche wir die Keſſelwand zerlegen können, gleichviel erweitern und folglich auch gleichviel ausdehnen. Iſt nun λ dieſe Ausdehnung und x der Halbmeſſer $\overline{CO}$ einer ſolchen Keſſelſchale, ſowie ∂x die Dicke derſelben, ſo hat man nach der bekannten Elaſticitätsformel (ſ. Bd. I, §. 204) die Spannung dieſer Schale:

Fig. 623.



$$\partial S = \frac{\lambda}{2\pi x} l \partial x . E = \frac{\lambda l E}{2\pi} \cdot \frac{\partial x}{x},$$

und folglich die Spannung der ganzen Keſſelwand, nach Art. 22 der analyt. Hülfslehren:

$$S = \frac{\lambda l E}{2\pi} \int \frac{\partial x}{x} = \frac{\lambda l E}{2\pi} Ln.\left(\frac{x}{r}\right).$$

Da ſich die innerſte Keſſelſchale vom Halbmeſſer $CA = r$ verhältnißmäßig am meiſten ausdehnt und folglich auch am ſtärkſten geſpannt wird, ſo hat man auch die Spannung derſelben pr. Flächeneinheit dem Tragmodul, alſo

$$\frac{\lambda}{2\pi r} E = T$$

zu ſetzen, ſo daß nun

$$S = l r T Ln\left(\frac{x}{r}\right),$$

oder, da $S = r l p$ iſt,

$$p = T Ln\left(\frac{x}{r}\right),$$

ſowie umgekehrt,

$$\frac{x}{r} = (2{,}718\ldots)^{\frac{p}{T}} \text{ (ſ. analyt. Hülfslehren, Art. 20)}$$

zu ſetzen iſt.

Jedenfalls iſt endlich für x der äußere Keſſelhalbmeſſer $\overline{CB} = r + e$ einzuſetzen, ſo daß

$$\frac{r+e}{r} = (2{,}718\ldots)^{\frac{p}{T}},$$

und daher die Keſſeldicke

$$e = r\left((2{,}718\ldots)^{\frac{p}{T}} - 1\right),$$

annähernd

$$= r\left[\frac{p}{T} + \tfrac{1}{2}\left(\frac{p}{T}\right)^2\right] = \frac{rp}{T}\left(1 + \frac{p}{2T}\right)$$

folgt.

Lamé (ſiehe deſſen Traité de l'Elasticité) und Rankine (ſiehe deſſen Manual of applied Mechanics) finden auf einem ganz anderen Wege

$$e = r\left(\sqrt{\frac{T+p}{T-p}} - 1\right),$$

wonach, wenn T viel größer als p iſt,

$\frac{T+p}{T-p} = 1 + \frac{2p}{T} + 2\left(\frac{p}{T}\right)^2$, ſowie $\sqrt{\frac{T+p}{T-p}} = 1 + \frac{p}{T} + \frac{1}{2}\left(\frac{p}{T}\right)^2$

ausfällt, und daher ebenfalls

$$e = \frac{rp}{T}\left(1 + \frac{p}{2T}\right) \text{ zu ſetzen iſt.}$$

Der Abhandlung über die Feſtigkeit der Röhren von E. Winkler im Civilingenieur Bd. 6 zufolge iſt annähernd zu ſetzen, 1) für offene Röhren:

$$e = \frac{rp}{T}\left(1 + \tfrac{5}{6}\,\frac{p}{T}\right),$$

dagegen für Röhren, welche an den Enden verſchloſſen ſind:

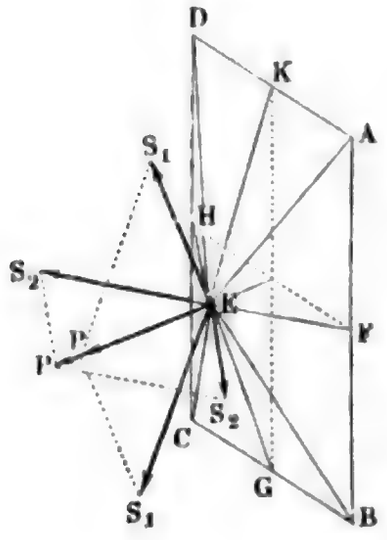
$$e = \tfrac{7}{8}\,\frac{rp}{T}\left(1 + \frac{91}{112}\,\frac{p}{T}\right).$$

Nach der Feſtigkeitslehre von D. F. Grashof, Berlin 1866, iſt dagegen annähernd

$$e = \frac{rp}{T}\left(1 + {}^3/_2\,\frac{p}{T}\right)$$ anzunehmen.

§. 410 Endflächen der Dampfkessel. Die cylindriſchen Dampfkeſſel werden an den Enden durch Halbkugeln oder durch Segmente einer Kugel oder eines Sphäroides begrenzt, und es entſteht daher noch die Frage, welche Stärken dieſen Theilen der Keſſelwand zu geben ſind. Denken wir uns den Keſſel in Form eines Polyeders und nehmen wir an, daß derſelbe von ebenen dreiſeitigen Flächen begrenzt ſei, welche in vierkantigen Ecken wie E, Fig. 624, zuſammenſtoßen. Denken wir uns ferner dieſes Eck über einer rectangulären Baſis $ABCD$ ſtehend, deſſen Seite $AB = CD = s_1$ und Seite $AD = BC = s_2$ ſei, und bezeichnen wir wieder den Druck auf die Flächeneinheit durch p, ſo erhalten wir den Druck auf das ganze Eck:

Fig. 624.



$$P = s_1 s_2 p.$$

Dieſe Kraft läßt ſich in zwei Theile P_1 und P_2 zerlegen, wovon der eine den Spannungen S_1, S_1 der Flächen ADE und BCE, und der andere den Spannungen S_2, S_2 der Flächen ABE und CDE das Gleichgewicht hält; es iſt daher:

$$P_1 = \alpha_1 S_1 \quad \text{und} \quad P_2 = \alpha_2 S_2,$$

wenn α_1 und α_2 die den Winkeln α_1^0 und α_2^0 entſprechenden Bögen bezeichnen, welche die Neigungen der Flächen ADE und BCE, ſowie ABE und CDE, d. i. die Winkel GEK und FEH zwiſchen den Höhenlinien dieſer Flächen zu zwei Rechtwinkeln ergänzen.

Es iſt alſo

$$P = P_1 + P_2, \text{ d. i. } s_1 s_2 p = \alpha_1 S_1 + \alpha_2 S_2.$$

Bezeichnen wir ferner die Halbmeſſer der durch G, E und K und durch F, E und H zu legenden Kreiſe durch r_1 und r_2, ſo haben wir:

$$\alpha_1 = \frac{s_1}{r_1} \text{ und } \alpha_2 = \frac{s_2}{r_2},$$

daher auch:

$$s_1 s_2 p = \frac{s_1 S_1}{r_1} + \frac{s_2 S_2}{r_2}.$$

Iſt noch S die Spannung der Flächeneinheit, ſo kann man folglich die Spannung S_1, welche bei der Wanddicke e_1 der Breite $\overline{BC} = \overline{AD} = s_2$ entſpricht, $= e_1 s_2 S$, und die Spannung S_2, welche der Breite $\overline{AB} = \overline{CD}$ zukommt, $= e_1 s_1 S$ ſetzen, und man erhält daher:

$$s_1 s_2 p = \frac{e_1 s_1 s_2 S}{r_1} + \frac{e_1 s_1 s_2 S}{r_2},$$

d. i.:

$$p = e_1 S \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right),$$

oder, wenn man für S den Tragmodul T einsetzt:

$$p = e_1 T \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right),$$

und es ist daher die gesuchte Wanddicke:

$$e_1 = \frac{p}{T\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}.$$

Diese Formel läßt sich auf jede Kesselform anwenden, wenn man nur für r_1 den größten und für r_2 den kleinsten Krümmungshalbmesser von demjenigen Theile der Kesselwand einsetzt, dessen Stärke (e_1) diese Formel angiebt.

Wenden wir diese Formel auf die Endflächen eines cylindrischen Kessels an, und setzen wir hierbei voraus, daß dieselben durch Sphäroide von der Höhe h gebildet werden, so haben wir für die Stärke einer solchen Endfläche, da hier jeder der Krümmungshalbmesser (nach „Ingenieur“ S. 238) $= \frac{r^2}{h}$ ist,

$$e_1 = \frac{p}{T\left(\frac{h}{r^2} + \frac{h}{r^2}\right)} = \frac{p r^2}{2 T h} = \frac{r}{2 h} \cdot \frac{p r}{T}.$$

Für halbkugelförmige Endflächen ist $h = r$, daher $e_1 = {}^1/_2 e$ (vergl. Bd. I, §. 363); wäre hingegen die Blechstärke für die Endsegmente dieselbe wie für den cylindrischen Mittelkörper, hätte man also $e_1 = e$, so würde die Höhe $h = \frac{r}{2}$, d. i. der Hälfte von dem Halbmesser des Kessels genommen werden können. Es ist hiermit eine Abhandlung von Lamé in den Comptes rendus de l'Académie des Sciences, T. 30, oder das Polytechn. Centralblatt, Jahrgang 1850, Nro. 19 zu vergleichen.

Beispiele. 1. Man will zur Erzeugung von Dämpfen von 4 Atmosphären Spannung einen halbkugelförmig auslaufenden Walzenkessel von 4 Fuß Weite und 22 Fuß Länge construiren, und fragt nun nach dessen Wandstärke. Die Formel $e = 0{,}0015\, p d + 0{,}1$ Zoll giebt, wenn man $p = 4 - 1 = 3$ und $d = 4 . 12 = 48$ Zoll einsetzt, die gesuchte Kesselstärke

$$e = 0{,}0015 . 3 . 48 + 0{,}1 = 0{,}316 \text{ Zoll}.$$

Nach dem Obigen könnten die hemisphärischen Enden nur halb so dick sein, als der cylindrische Theil der Kesselwand, allein wegen der leichteren Herstellung

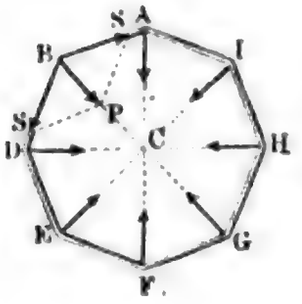
und wegen der Schwächung durch das ſtärkere Biegen ändert man an dieſen Stellen die Blechſtärken gewöhnlich nicht.

2. Welche Wandſtärke ſoll man einem Kofferkeſſel von 6 Fuß Höhe, $4\frac{1}{2}$ Fuß Weite und 18 Fuß Länge ertheilen? Hier hat man ſtatt d die größte Weite einzuführen, welche 7 Fuß oder 84 Zoll betragen kann. Nimmt man nun den Ueberſchuß des inneren Druckes über den äußeren, $\frac{1}{4}$ Atmoſphäre an, ſo erhält man die geſuchte Keſſelſtärke:

$$e = 0{,}0015 \,.\, \tfrac{1}{4} \,.\, 84 + 0{,}1 = 0{,}1315 \text{ Zoll.}$$

§. 411 **Feuerröhren.** Es iſt nun noch die Frage zu beantworten, welche Stärken erfordern die durch den Keſſel gehenden und durch den Dampf von außen nach innen gedrückten Feuer- oder Rauchröhren? Um dieſe Frage zu beantworten, denken wir uns vorerſt einen Keſſel mit polygonalem Querſchnitte AEG, Fig. 625, und nehmen nun an, daß in jedem der Ecke A, B, D... eine Kraft P von außen nach innen wirke. Zerlegen wir nun dieſelbe nach den Richtungen der benachbarten Seiten, ſo bekommen wir, wie oben, §. 408, die Compreſſionskraft in jeder Seite:

Fig. 625.



$$S = \frac{P}{2 \sin \frac{\alpha}{2}},$$

oder, wenn wir den Centriwinkel $\alpha^0 = ACB = BCD$ ... klein annehmen:

$$S = \frac{P}{\alpha}.$$

Nun iſt aber der Druck P in jeder Ecke oder vielmehr in jeder Seitenkante, $= \alpha r l p$ zu ſetzen, deshalb folgt denn $S = r l p$. Je zwei der Kräfte S, S... drücken das zwiſchen befindliche Keſſelſtück zuſammen, es iſt daher:

$$S = e l T, \text{ oder } r l p = e l T,$$

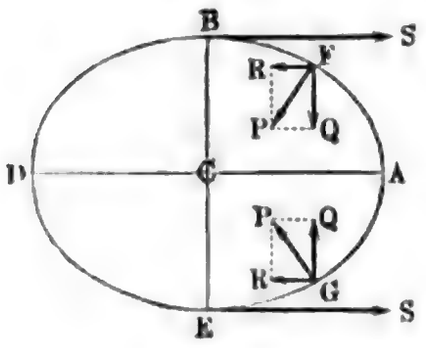
und die geſuchte Keſſeldicke:

$$e = \frac{r p}{T}.$$

Da der Feſtigkeitsmodul des Schmiedeeiſens gegen das Zerreißen beinahe doppelt ſo groß iſt als der gegen das Zerdrücken (ſ. Band I, Tab. §. 212), ſo folgt hiernach, daß bei gleichem Drucke und gleicher Größe ein von außen gedrückter Keſſel eine doppelt ſo dicke Wand erhalten muß, als ein von innen gedrückter Keſſel. Dies bleibt richtig, ſo lange die Keſſel vollkommen rund ſind, aber vielfachen Beobachtungen zufolge (ſ. Traité des machines à vapeur, par Bataille u. ſ. w.) werden von außen gedrückte Röhren ſehr leicht platt gedrückt, wenn ſie unrund ſind, deshalb iſt es erforderlich, ſolchen Röhren von außen die genaue Kreiscylinderform zu geben.

Um nun die Erſcheinung des Plattdrückens dieſer Röhren zu ergründen, denken wir uns gleich einen Keſſel mit elliptiſchem Querſchnitte $ABDE$, Fig. 626, und beſtimmen die Kraftmomente eines Quadranten AB von demſelben. Die ſämmtlichen Drücke, welche rund herum auf dieſe Ellipſe wirken, laſſen ſich zunächſt nach zwei Richtungen zerlegen. Iſt die große Halbaxe $\overline{CA} = a$, die kleine Halbaxe $\overline{CB} = b$, ſowie Länge des Keſſels $= l$ und der Druck auf den Quadratzoll $= p$, ſo hat man aus bekannten hydroſtatiſchen Gründen (ſ. Bd. I, §. 360) die Kraft auf AB, in der Richtung von BC, $= alp$ und die in der Richtung von AC, $= blp$. Ebenſo groß ſind die Kräfte auf die übrigen drei Quadranten; denken wir uns daher A als Stützpunkt, ſo haben wir auf AB folgende Hebelkräfte als wirkſam zu betrachten. Erſtens die Kraft $S = blp$ am Hebelarme $\overline{CB} = b$ vom Drucke auf BD herrührend, zweitens die Summe alp der Kräfte $Q\ldots$, welche in die Richtung BC, und drittens die Summe blp der Kräfte $R\ldots$, welche in der Richtung AC und AB wirken. Die erſte Kräfteſumme beſteht aus den Componenten $\frac{al}{n}p$, $\frac{al}{n}p \cdots \frac{al}{n}p$ mit den Hebelarmen $\frac{a}{n}$, $\frac{2a}{n} \cdots \frac{na}{n}$, und hat daher das Moment:

Fig. 626.



$$\frac{al}{n}p\left(\frac{a}{n} + \frac{2a}{n} + \cdots + \frac{na}{n}\right) = \frac{a^2lp}{n^2}(1 + 2 + 3 + \cdots + n),$$

oder, da die Anzahl der Componenten unendlich groß zu nehmen iſt, das Moment $\frac{a^2lp}{n^2} \cdot \frac{n^2}{2} = {}^1/_2 a^2lp$, und aus ähnlichen Gründen hat die zweite Kräfteſumme das Moment ${}^1/_2 b^2lp$. Nun wirkt aber das Moment b^2lp von S den letzten beiden Momenten entgegen, es iſt daher das Brechungsmoment von AB:

$$M = \frac{a^2lp}{2} + \frac{b^2lp}{2} - b^2lp = \frac{(a^2 - b^2)lp}{2}.$$

Wenn nun noch e die Dicke der Keſſelwand bezeichnet, ſo hat man, damit die letztere dem Abbrechen in A hinreichend widerſtehe, zu ſetzen:

$$le^2T = {}^1/_2 (a^2 - b^2)\, lp,$$

und daher:

$$e = \sqrt{\left(\frac{a^2 - b^2}{2T}\right)p}.$$

Iſt der Querſchnitt der Keſſelwand genau kreisförmig, ſo fällt $b = a$, daher $e =$ Null aus; dann tritt folglich ein Zerbrechen nicht ein.

Wird derſelbe Keſſel von innen nach außen gedrückt, ſo ſtellt ſich zwar das Biegungs- oder Brechungsmoment und alſo auch die nöthige Keſſelſtärke ebenſo groß heraus, allein es findet doch inſofern ein weſentlicher Unterſchied zwiſchen beiden Fällen Statt, als ein Druck von außen den Keſſel noch mehr deformirt, ein Druck von innen aber denſelben mehr der richtigen Cylinderform nahe bringt. Iſt nun durch das Zuſammenſetzen der Röhre ſchon eine gewiſſe Spannung in das Blech gekommen, ſo wird dieſe durch den Außendruck noch erhöht und dagegen durch den Innendruck vermindert, im erſten Falle alſo dem Zerſpringen näher und im zweiten Falle von demſelben entfernter geführt.

Nach vorläufigen Mittheilungen über die Verſuche, welche Fairbairn in der neueſten Zeit angeſtellt hat, iſt die nöthige Wanddicke der Röhren, welche von außen gedrückt werden, auch noch von der Länge l dieſer Röhren abhängig, und annähernd $e = \mu \sqrt{pdl}$ anzunehmen, wo μ eine vom Tragmodul T abhängige Erfahrungszahl bezeichnet (ſ. „Civilingenieur“, Band 4, Seite 53).

Nach Rankine iſt $p = 659720 \frac{e^2}{ld}$ Atmoſphären zu ſetzen, wonach $e = 0{,}0012312 \sqrt{pld}$ Zoll folgt.

Herr Profeſſor Grashof leitet aus dieſen Verſuchen folgende empiriſche Formel $p = 71917 \frac{e^{2{,}081}}{l^{0{,}564}\ d^{0{,}889}}$ Atmoſphären ab, in welcher d die Röhrenweite, l die Röhrenlänge und e die Dicke der Röhrenwand, in Zollen ausgedrückt, bezeichnet.

In Frankreich macht man die dem äußeren Drucke ausgeſetzten Röhren noch einmal ſo dick, als die inneren Druck auszuhaltenden Röhren, unter übrigens gleichen Verhältniſſen. Nach den Vorſchriften in Preußen hingegen iſt den Rauchröhren von Eiſenblech die Dicke

$$e = 0{,}0067\, d \sqrt[4]{p} + 0{,}05 \text{ Zoll},$$

und denen von Meſſingblech, die aber nie über 4 Zoll weit ſein dürfen, die Dicke

$$e = 0{,}01\, d \sqrt[3]{p} + 0{,}07 \text{ Zoll}$$

zu geben.

Beiſpiel. Welche Wandſtärke muß man den 2 Zoll weiten Feuerröhren eines Dampfwagens geben, damit ſie den Außendruck von 5 Atmoſphären aushalten? Setzen wir $d = 2$ und $p = 5 - 1 = 4$, ſo bekommen wir nach preußiſchen Vorſchriften bei Anwendung von Eiſen- oder Kupferblech die geſuchte Stärke:

$e = 0{,}0067 \,.\, 2 \sqrt[4]{4} + 0{,}05 = 0{,}021 + 0{,}05 = 0{,}071$ Zoll $= 0{,}85$ Linien,

und bei der Anwendung von Meſſingblech

$$e = 0{,}01 \,.\, 2\sqrt{4} + 0{,}07 = 0{,}102 \text{ Zoll} = 1{,}22 \text{ Linien.}$$

Setzen wir in der Formel $e = \sqrt{\frac{(a^2 - b^2)\,p}{2\,T}}$, $a = 1$ und $b = 0{,}9$ Zoll, ferner $p = 4 \,.\, 14{,}14 = 56{,}6$ und $T = 6000$, ſo erhalten wir hingegen:

$$e = \sqrt{\frac{0{,}19 \,.\, 60{,}2}{12000}} = \sqrt{0{,}000895} = 0{,}0299 \text{ Zoll} = 0{,}36 \text{ Linien.}$$

Ebene Kesselwände. Einfache ebene Keſſelwände können bei §. 412
gleicher Dicke viel weniger Druck aushalten, als gekrümmte Wände; deshalb werden dieſelben auch nur bei niedrigem Dampfdrucke angewendet, und bei größerer Ausdehnung noch verankert, oder, wie z. B. AB, Fig. 627, durch trianguläre Blechzwickel (franz. goussets; engl. gussets) $a, b, c, d \ldots$ verſtärkt.

Fig. 627.

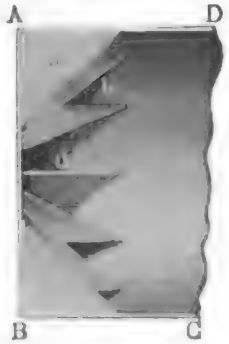
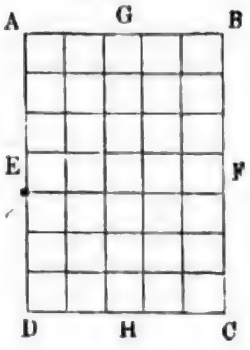


Fig. 628.



Die Theorie der Biegung belaſteter ebener Platten führt auf ganz complicirte Ausdrücke, auf deren Entwickelung hier Verzicht geleiſtet werden muß (ſ. Navier's Mechanik der Baukunſt, §. 641 u. f. w.); auf folgende Weiſe erhalten wir aber wenigſtens einiges Anhalten bei Beurtheilung der erforderlichen Dicke ſolcher Platten. Es ſei $ABCD$, Fig. 628, eine rectanguläre Blechtafel von der Länge $AB = l$ und Breite $AD = b$, welche von einem Rahmen oder von Nietenreihen eingefaßt iſt, und pr. Flächeneinheit einen Druck p auszuhalten hat. Denken wir uns dieſes Blech in Längenſtreifen zerlegt, deren Enden in AD und BC feſtgehalten werden, und nehmen wir an, daß vom Drucke p gegen dieſe Fläche der Theil p_1 auf die Spannung dieſer Streifen verwendet werde, ſo können wir, wenn wir noch die Breite eines ſolchen Streifens durch s und die Dicke des Bleches durch e bezeichnen, ſetzen (ſ. Band I, §. 446)

$$l s p_1 = \frac{12\,WT}{\frac{1}{2}\,le} = 12\,\frac{se^2}{l}\,\frac{T}{6} = 2\,\frac{se^2}{l}\,T,$$

oder:

$$l^2 p_1 = 2\,e^2\,T,$$

und daher:

$$e = l\sqrt{\frac{p_1}{2\,T}}.$$

Denken wir uns dagegen die Bleche durch Breitenſtreifen, wie GH, zerlegt, deren Enden in AB und CD feſtſitzen, und nehmen wir an, daß dieſe Spannung dieſer Streifen den Theil p_2 des Druckes $p = p_1 + p_2$ in Anſpruch nimmt, ſo finden wir auf gleiche Weiſe

$$e = b \sqrt{\frac{p_2}{2T}}.$$

Da die Durchbiegung im erſten Falle wie $\frac{l^4 s p_1}{W} = \frac{l^4 s p_1}{s e^3} = \frac{l^4 p_1}{e^3}$ und im anderen Falle wie $\frac{b^4 p_2}{e^3}$ wächſt (ſ. Band I, §. 223), und da die eine ſo groß iſt, wie die andere, ſo läßt ſich $l^4 p_1 = b^4 p_2$, daher

$$p_2 = \frac{l^4}{b^4} p_1 \quad \text{und} \quad p_1 \left(1 + \frac{l^4}{b^4}\right) = p,$$

d. i.

$$p_1 (l^4 + b^4) = b^4 p, \text{ folglich } p_1 = \frac{b^4 p}{l^4 + b^4}$$

und die geſuchte Blechſtärke

$$e = b \sqrt{\frac{l^2 b^2}{l^4 + b^4} \cdot \frac{p}{2T}} \text{ ſetzen.}$$

Unter der zweiten Vorausſetzung iſt

$$e = l \sqrt{\frac{l^2 b^2}{l^4 + b^4} \cdot \frac{p}{2T}}.$$

Iſt nun $b > l$, ſo wird man natürlich die erforderliche Blechſtärke ſtets nach der Formel

$$e = b \sqrt{\frac{l^2 b^2}{l^4 + b^4} \cdot \frac{p}{2T}}$$

berechnen müſſen.

Für quadratiſche Bleche hat man $l = b$, und daher:

$$e = b \sqrt{\frac{p}{4T}} = \frac{b}{2} \sqrt{\frac{p}{T}}.$$

Bei den cylindriſchen Keſſelwänden iſt die Wandſtärke:

$$e = \frac{dp}{2T} = 0{,}0015\, pd + 0{,}1 \text{ Zoll},$$

daher:

$$\frac{1}{2T} = 0{,}0015;$$

ſetzen wir nun dieſen Werth für $\frac{1}{2T}$ in die gefundene Formel für die Dicke ebener Keſſelwände, ſo erhalten wir:

$$e = b\sqrt{\frac{l^2b^2}{l^4 + b^4}\cdot\frac{p}{2T}} = 0{,}0387\,b\sqrt{\frac{l^2b^2}{l^4 + b^4}\cdot p},$$

also für $l = b$:

$$= 0{,}03\,b\sqrt{p}\text{ Zoll.}$$

Beiſpiel. Ebene Platten, welche $^1/_4$ Atmoſphäre Ueberdruck ($p = {}^1/_4$) auszuhalten haben, müſſen nach der gefundenen Formel die Dicke

$$e = 0{,}0387\,b\sqrt{\frac{l^2b^2}{4\,(l^4 + b^4)}} = 0{,}01935\,b\sqrt{\frac{l^2b^2}{l^3 + b^4}}\text{ Zoll}$$

erhalten, und wäre die Breite einer ſolchen Platte $b = 72$, und die Länge $l = 60$ Zoll, alſo $\frac{b}{l} = {}^{72}/_{60} = {}^6/_5$, ſo würde

$$e = 0{,}01935\,.\,72\sqrt{\frac{6^2\,.\,5^2}{6^4 + 5^4}} = \frac{1{,}393\,.\,6\,.\,5}{\sqrt{3921}} = \frac{41{,}79}{62{,}62} = {}^2/_3\text{ Zoll}$$

anzuwenden ſein.

Stehbolzen. Ebene Keſſelflächen kommen auch noch bei den Dampf- §. 413
generatoren der Dampfwagen und Dampfſchiffe vor. Da dieſe Dampfkeſſel Dampf von Hochdruck erzeugen, ſo ſind hier Verankerungen u. ſ. w. unumgänglich nöthig. Insbeſondere gehören hierher die parallelepipediſchen Feuerkäſten (ſ. §. 403) der Locomotiven. Um die in einem ſolchen Raume erzeugte Wärme ſoviel wie möglich auf Dampferzeugung zu verwenden, ſetzt man denſelben aus zwei in einander ſteckenden Blechkäſten zuſammen und läßt den Raum zwiſchen den Wänden derſelben mit dem Waſſerraume des Keſſels communiciren. Das dieſen Zwiſchenraum erfüllende Waſſer drückt nun mit derſelben Kraft p wie der darüberſtehende Dampf auf die Wände dieſer Käſten, und es müſſen deshalb dieſelben noch durch Anker oder ſogenannte Stehbolzen (franz. entretoises; engl. stays) mit einander verbunden werden. Der innere oder eigentliche Feuerkaſten beſteht in der Regel aus Kupferblech von $^3/_8$ Zoll Dicke, wogegen der äußere oder Waſſerkaſten auch aus Eiſenblech gebildet wird. Der Zwiſchenraum hat eine Weite von 3 bis 4 Zoll, und die eiſernen oder kupfernen Stehbolzen ſind 4 bis 5 Zoll von einander entfernt und haben eine mittlere Dicke von $^3/_4$ Zoll. Nach den Verſuchen von Fairbairn (ſ. deſſen Usefull information for Engineers) iſt die Tragkraft eiſerner Platten mit eiſernen Stehbolzen circa doppelt ſo groß, als die kupferner Platten mit kupfernen Stehbolzen, auch iſt die der Bolzen mit Köpfen, wie AA, Fig. 629 (a. f. S.), um $^1/_4$ größer als die der einfachen Schrauben BB.

Denken wir uns das durch Stehbolzen a, b, c ... unterſtützte Blech $ABCD$, Fig. 630, in Streifen wie AF und GH zerlegt, welche parallel den Diagonalen ae und bd der von je vier Stehbolzen gebildeten Quadrate

gerichtet ſind, ſo können wir hier die im vorigen Paragraphen entwickelte Formel

Fig. 629.

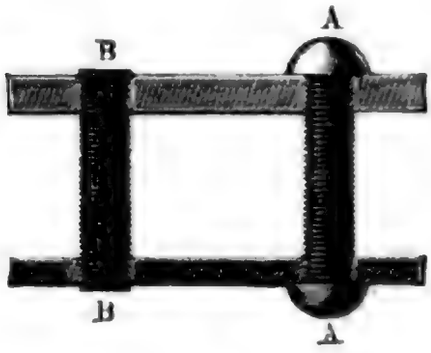
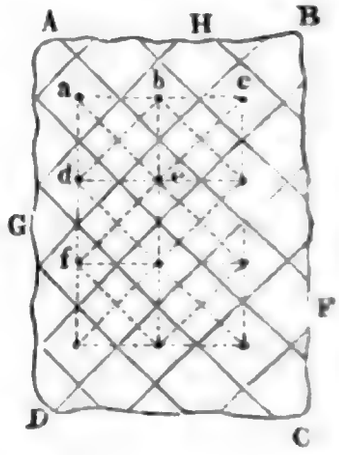


Fig. 630.



$$e = \frac{b}{2}\sqrt{\frac{p}{T}}$$

zur Beſtimmung der nöthigen Blechdicke unmittelbar anwenden, wenn man nur ſtatt b die Diagonale $b = a\sqrt{2}$ des Quadrates einſetzen, deſſen Seitenlänge a die Entfernung zwiſchen je zwei neben einander ſtehenden Stehbolzen iſt.

Hiernach hat man alſo:

$$e = \frac{a}{2}\sqrt{\frac{2p}{T}} = a\sqrt{\frac{p}{2T}},$$

und daher für $\frac{1}{2T} = 0{,}0015$:

$$e = 0{,}0387\, a\sqrt{p}\ \text{Zoll}.$$

Dieſer Ausdruck ſtimmt mit der von Brix gefundenen Formel (ſ. die Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleißes in Preußen, Jahrg. 1849) vollkommen überein. Der Stärke der inneren, dem Feuer zugekehrten Wände kann man noch ein Viertel zuſetzen.

Die Stärke d eines Stehbolzens iſt, da ein ſolcher den Druck $a^2 p$ auf das Quadrat a^2 von der Seitenlänge auszuhalten hat, durch die Gleichung

$$\frac{\pi d^2}{4}\, T = a^2 p$$

beſtimmt, welche auf den Ausdruck

$$d = a\sqrt{\frac{4p}{\pi T}}$$

führt.

Setzt man auch hier $\frac{1}{2T} = 0{,}0015$ ein, ſo erhält man:

$$d = \sqrt{\frac{0{,}012}{\pi}}\, a\sqrt{p} = 0{,}0619\, a\sqrt{p}.$$

Nach Brix ist

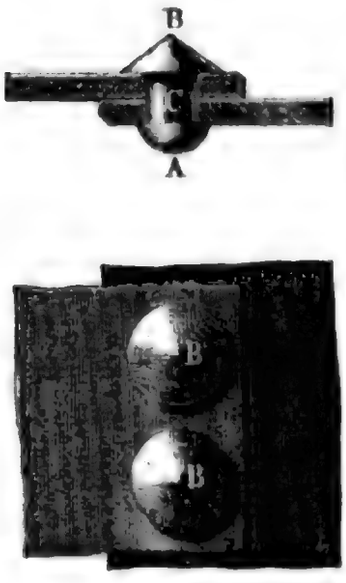
$$d = 0{,}069\, a \sqrt{p} + 0{,}125 \text{ Zoll}$$

in Anwendung zu bringen.

Die Decke des Feuerkastens besteht aus einer einfachen Platte und erhält durch eiserne Tragstäbe die nöthige Tragfähigkeit, deren Stärke nach bekannten Formeln der relativen Festigkeit (s. Band I, §. 240 u. f. w.) zu berechnen ist.

Nietverbindungen. Die ebene und krummflächige Verbindung der Kesselbleche durch Nieten führt Fig. 631 im Durchschnitte und im Grundrisse vor Augen. Ist wieder e die Blechstärke, so erhält der Nietbolzen C die Stärke §. 414

Fig. 631.



$$d = 2e,$$

der halbkugelförmige oder Setzkopf A den Durchmesser

$$d_1 = 3e,$$

und der kegelförmige oder Schließkopf B den Durchmesser

$$d_2 = 4e,$$

sowie die Höhe

$$h_2 = {}^3/_2\, e,$$

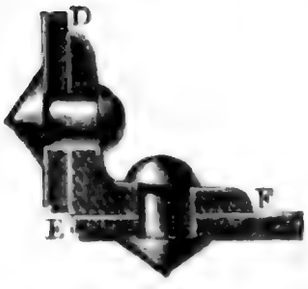
so daß das zur Bildung desselben nöthige Bolzenstück die Länge

$$l_2 = 2e$$

erhalten muß.

Ferner ist der Abstand der Axen je zweier Bolzen von einander:

Fig. 632.



$$a = 5e$$

und der Abstand dieser Axen vom Blechrande:

$$a_1 = 3e.$$

Die Winkelverbindung zweier Bleche wird durch ein Winkelblech DEF, Fig. 632, mit zwei Nietreihen bewerkstelligt. Die mittlere Dicke dieses Winkelbleches ist gleich der Dicke e der zu verbindenden Bleche, in der Mitte nimmt man sie aber $^1/_7$ größer, sowie am Ende $^1/_7$ kleiner als e. Die Breite $\overline{ED} = \overline{EF}$ eines Blechschenkels nimmt man $=$ 1 Zoll $+ 4{,}5\, e$.

Feuerraum. Zu jedem Dampfkessel gehört noch ein Ofen (franz. fourneau; engl. furnace), und dieser besteht §. 415

1) aus dem Feuerraume (franz. foyer; engl. hearth, furnace),

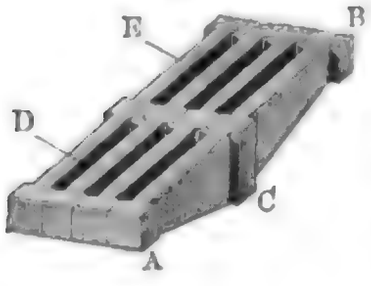
2) aus den Feuerkanälen oder Zügen (franz. carneaux; engl. flues) und

3) aus der Eſſe oder dem Schornſtein (franz. cheminée; engl. chimney).

In dem erſten Raume findet die Verbrennung des Brennſtoffes Statt, im zweiten wird das Product der Verbrennung, die Feuerluft, der Rauch u. ſ. w. an der Heizfläche des Keſſels hingeführt, um ſeine Wärme dieſem mitzutheilen, und im dritten werden dieſelben in die freie Luft abgeführt.

Was zunächſt den Feuerraum betrifft, ſo wird dieſer durch den ſogenannten Roſt (franz. la grille; engl. the grate) in zwei Abtheilungen zertheilt, und es bildet nur die oberſte Abtheilung den eigentlichen Brennherd, die unterſte aber dient zur Aufnahme der Aſche und anderer feſten Rückſtände der Verbrennung, und heißt deshalb der Aſchenraum (franz. le cendrier; engl. the ashpit). Der Roſt wird durch eiſerne Stäbe gebildet, welche ſchmale und nach unten zu ſich erweiternde Spalten zum Durchziehen der Luft und zum Durchfallen der Rückſtände zwiſchen ſich laſſen. Dieſe Zwiſchenräume erhalten bei Steinkohlenfeuerung ungefähr $1/2$ Zoll, bei Holz- und Torffeuerung aber nur bis $1/3$ Zoll Breite, und im erſten Falle nehmen ſie $1/4$, im zweiten aber $1/6$ der ganzen Roſtfläche ein. In Fig. 633 ſind einige an einander ſtoßende Roſtſtäbe abgebildet. Es iſt *A B C* der vorderſte Roſtſtab, und es ſind *D* und *E* die Zwiſchenräume zwiſchen je zwei Stäben.

Fig. 633.



Bei kleineren Keſſelanlagen wendet man mit Vortheil ſogenannte Schüttelroſte an, wo die Roſtſtäbe cylindriſch auslaufen und ſo gelagert ſind, daß ſie durch einen einfachen Mechanismus in eine ſchwingende Bewegung geſetzt und dadurch leicht von den Rückſtänden gereinigt werden können.

Sehr wichtig für die Verbrennung iſt die Größe der Roſtfläche. Nach den neueren Beobachtungen von Cavé ſoll dieſelbe $1/17$ der Heizfläche des Keſſels ſein. Uebrigens rechnet man auch noch auf den ſtündlichen Verbrauch von 14 Pfund Steinkohle oder 73 Pfund Holz einen Quadratfuß Roſtfläche. Bei Dampfwagenkeſſeln, wo ein künſtlicher Luftzug ſtatthat, und Koaks verbrannt wird, ſind die Verhältniſſe ganz anders; hier iſt die Roſtfläche nur $1/50$ bis $1/60$ der Heizfläche. Bei Steinkohlenfeuerung ſoll die Roſtfläche 13 bis 18 Zoll unter der Keſſelfläche liegen, bei Holzfeuerung aber 18 bis 24 Zoll. Der Aſchenraum unter dem Roſte ſoll wenigſtens $2\,1/2$ Fuß tief ſein, damit die Roſtſtäbe durch die angehäuften Rückſtände nicht ſehr erhitzt werden. Die zur Verbrennung nöthige Luft tritt durch eine Thür in den Aſchenraum und von da zwiſchen den Roſtſtäben hindurch

in den Feuerraum. Um den Luftzug zu reguliren, kann man ein besonderes Register (Schieber) anbringen, und um denselben zu erhöhen, kann man die Luft durch einen unterirdischen Gang (Anzucht) zuführen.

Der Feuerraum über dem Herde ist mit einer Thür versehen, welche nur dann geöffnet wird, wenn es darauf ankommt, das Feuer zu schüren, den Rost zu reinigen und neues Brennmaterial einzuführen. Um die Abkühlung durch die Ofenthür möglichst zu mäßigen und diese vor dem Feuer zu schützen, ist es gut, sie mit doppelten Wandungen zu versehen, oder von innen mit Backsteinen zu bekleiden.

Rauchfreie Verbrennung. Der aus der Verbrennung hervorgehende Rauch besteht aus einer Menge unverbrannter Kohlentheilchen und kommt folglich nur bei einer unvollkommenen mit Verlust von Wärme verbundenen Verbrennung vor. Aus diesem Grunde hat man daher auch bei jeder Feuerung soviel wie möglich eine rauchfreie Verbrennung zu erzielen. Sehr viel ist hierbei schon durch gute Abwartung und Unterhaltung des Feuers zu thun, namentlich dadurch, daß man das Brennmaterial in nicht zu großen Partien aufgiebt, dasselbe möglichst auf den Rost ausbreitet und so schürt, daß der sich bei dem neu aufgegebenen Brennstoffe bildende Rauch über dem bereits vollkommen in Verbrennung befindlichen Brennstoffe wegstreichen muß. Es kommt natürlich hierbei vorzüglich darauf an, daß dem Feuerherde eine hinreichende Menge atmosphärische Luft zugeführt und derselben hinreichende Gelegenheit geboten werde, sich über das Brennmaterial auszubreiten und mit den Verbrennungsgasen in Berührung zu kommen. §. 416

Die Doppelherde sind die vorzüglichsten Mittel zur Erzeugung einer rauchlosen Verbrennung.

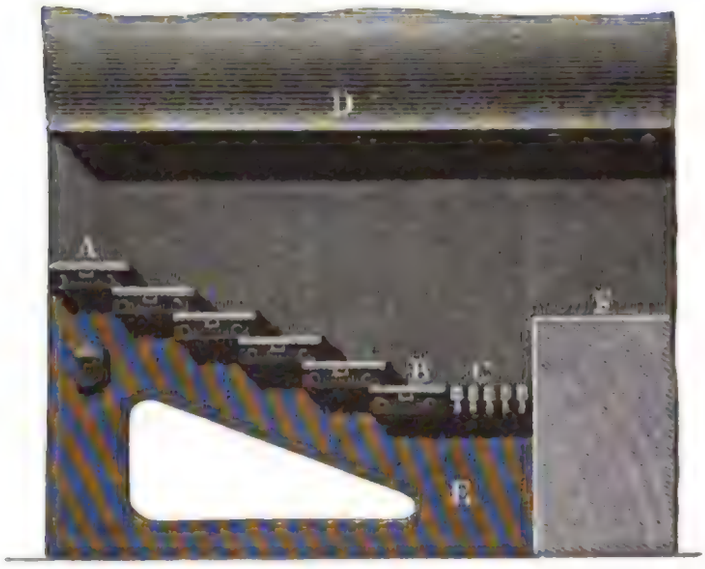
Ein solcher Herd ist der Länge nach durch eine Scheidewand in zwei Theile getheilt, welche jedoch mit einem und demselben Zug- oder Feuercanal communiciren. Wenn nun das Brennmaterial abwechselnd in der einen oder der anderen Abtheilung aufgegeben wird, so strömen die mit Rauch geschwängerten Verbrennungsgase, welche bei dem frisch aufgetragenen Brennstoffe entstehen, mit den Verbrennungsgasen, welche aus den vollständig in Verbrennung befindlichen Brennstoffen hervorgehen und noch mit freier atmosphärischer Luft gemengt sind, gemeinschaftlich in und durch die Züge, und können hierbei vollständig zur Verbrennung gelangen.

Als Rauchverbrennungsmittel sind auch besondere Luftcanäle, welche unmittelbar hinter der Feuerbrücke einmünden, angewendet worden. Die durch diese Canäle zugeführte atmosphärische Luft vermengt sich dann beim Eintritte in die Züge mit den Verbrennungsgasen, wobei der in den letzteren enthaltene Rauch vollkommen verbrennt. Nach Fairbairn ist bei Anwendung dieser Canäle, wenn der Querschnitt desselben $^1/_{115}$ der Rostfläche be-

trägt, das Erſparniß an Brennmaterial mindeſtens 12½ Procent. Dieſe Luftcanäle haben ſich aber nicht überall bewährt.

Ein anderes Hülfsmittel zur Erzeugung einer rauchloſen Verbrennung beſteht in der Anwendung eines ſogenannten Treppenroſtes (franz. grilles à gradins; engl. grate with steps). Derſelbe unterſcheidet ſich von dem gewöhnlichen Roſt dadurch, daß hier die Roſtſtäbe durch circa 8 Zoll breite Eiſenplatten erſetzt ſind, welche in Abſtänden von je 1½ bis 2½ Zoll ſtufenförmig über einander liegen und dabei circa je 2 Zoll über einander übergreifen. Die Einrichtung eines ſolchen Feuerherdes mit Treppenroſt iſt aus Fig. 634 zu erſehen. Es iſt hier *AB* der aus ſechs Platten beſtehende Treppenroſt, *C* ein daran anſchließender kurzer Barrenroſt, *D* der Dampfkeſſel, *E* der Aſcheneimer und *F* die Feuerbrücke.

Fig. 634.



Die Treppenroſte werden vorzüglich bei Heizung mit Torf, Braunkohle und ſchlechteren Steinkohlenſorten angewendet, wo es darauf ankommt, den Zutritt der atmoſphäriſchen Luft zu erleichtern. Statt derſelben wendet man auch oft gewöhnliche Roſte mit Neigung an.

§. 417 **Feuercanäle.** Damit das Feuer den Keſſel ſehr nahe beſtreiche, vorzüglich aber durch innigere Berührung mit der Luft eine vollſtändigere Verbrennung eingeleitet werde, iſt es nöthig, an der Uebergangsſtelle aus dem Feuerraume in die Feuercanäle eine Feuerbrücke (franz. autel; engl. fire-bridge), d. i. eine Mauer aufzuführen, welche nur noch 4 bis 6 Zoll Zwiſchenraum zwiſchen ihr und dem Keſſelboden übrig läßt. Die Verengung des Feuercanales durch die Feuerbrücke hat den Zweck, die Verbrennungsgaſe in nähere Berührung mit der zuſtrömenden Luft zu bringen und dadurch eine vollkommnere Verbrennung zu erlangen.

Was die Feuercanäle oder Züge anlangt, ſo beſtehen dieſe entweder aus einem einzigen, ein oder mehrere Male um oder auch in dem Keſſel herumgehenden Canale, oder ſie beſtehen aus mehreren einzelnen Canälen oder Röhren, wovon jeder für ſich den Rauch in die Eſſe führt. Die letzte Art der Feuercanäle kommt faſt nur bei der Feuerung von innen, und zumal bei den Dampfwagenkeſſeln vor. Was dieſen Canälen an Länge abgeht, wird durch

den Umfang des Querprofiles erſetzt. Denken wir uns z. B. einen einzigen Circulircanal mit kreisförmigem Querſchnitte, von der Länge l und Weite d, erſetzt durch n Züge neben einander, jeder von der Länge l_1 und Weite d_1, ſo können wir folgende Gleichungen aufſtellen:

$$\pi d l = n \pi d_1 l_1 \quad \text{und} \quad \frac{\pi d^2}{4} = \frac{n \pi d_1^2}{4},$$

und erhalten hiernach

$$d_1 = \frac{d}{\sqrt{n}} \text{ ſowie } l_1 = \frac{l}{\sqrt{n}}.$$

Z. B. für $n = 64$:

$$d_1 = \frac{d}{8} \quad \text{und} \quad l_1 = \frac{l}{8};$$

es können alſo 64 Röhren achtmal ſo kurz und achtmal ſo eng gemacht werden, als eine einzige Rauchröhre.

Die Canäle der erſten Art beſtehen in blechernen Röhren [vergl. §. 403 (5)], die der zweiten Art aber werden aus feuerfeſten Steinen aufgeführt und erhalten mehr oder weniger rectanguläre Querſchnitte, von denen die eine Seite durch den Keſſel begrenzt wird. Es iſt eine Erfahrungsregel, dieſem Querſchnitte $^1/_4$ bis $^1/_6$ mal ſo viel Inhalt zu geben, als der Roſtfläche. Die Länge der Züge darf übrigens auch nicht zu groß ſein, wenigſtens nicht mehr als 90 Fuß betragen. In der Regel begnügt man ſich, wenn die in den Schornſtein tretende Feuerluft nicht mehr als 250 bis 300° Wärme behält. Am Ende des ganzen Feuercanales, in dem ſogenannten, zwiſchen dem Keſſel und der Eſſe befindlichen Fuchſe, iſt noch eine Thür oder ein Schieber (franz. registre, engl. damper) anzubringen, um das Feuer reguliren und den Ofen gänzlich ſchließen zu können. Uebrigens iſt die ganze Feuerungsanlage mit einer ſtarken Mauer, dem ſogenannten Rauhgemäuer, zu umſchließen.

Kesselanlage. Die Haupteinrichtung einer Keſſelanlage mit äußerer Feuerung iſt aus Fig. 635 (a. f. S.) im Längendurchſchnitte und aus Fig. 636 im Querſchnitte zu erſehen. Es iſt hier A der Dampfkeſſel mit zwei Rauchröhren B, B, ferner C das Mauerwerk, D der Roſt, E die Feuerthür, F der Aſchenfall, G der Theil des Feuercanals, in welchem die Feuerluft unter dem Keſſel, und H, H ſind die Canäle, in welchen dieſelbe an den Seiten des Keſſels hingeht, nachdem ſie durch die Röhren B, B nach vorn zurückgekehrt iſt. Die atmoſphäriſche Luft ſtrömt durch den Luftcanal K von hinten zu, kann aber auch wie in Fig. 635 angedeutet iſt, von der Seite her zuſtrömen. §. 418

Eine zweckmäßige Keſſelanlage mit Doppelfeuerungen nach Fairbairn iſt in den Figuren 637 bis 640 (a. S. 931) abgebildet, und zwar in einem

Längendurchſchnitt, einem Horizontaldurchſchnitt, einem Querſchnitt und in der Frontanſicht. Der Dampfkeſſel $A\,D$ enthält zwei innere Heizröhren $B\,C$ und

Fig. 635.

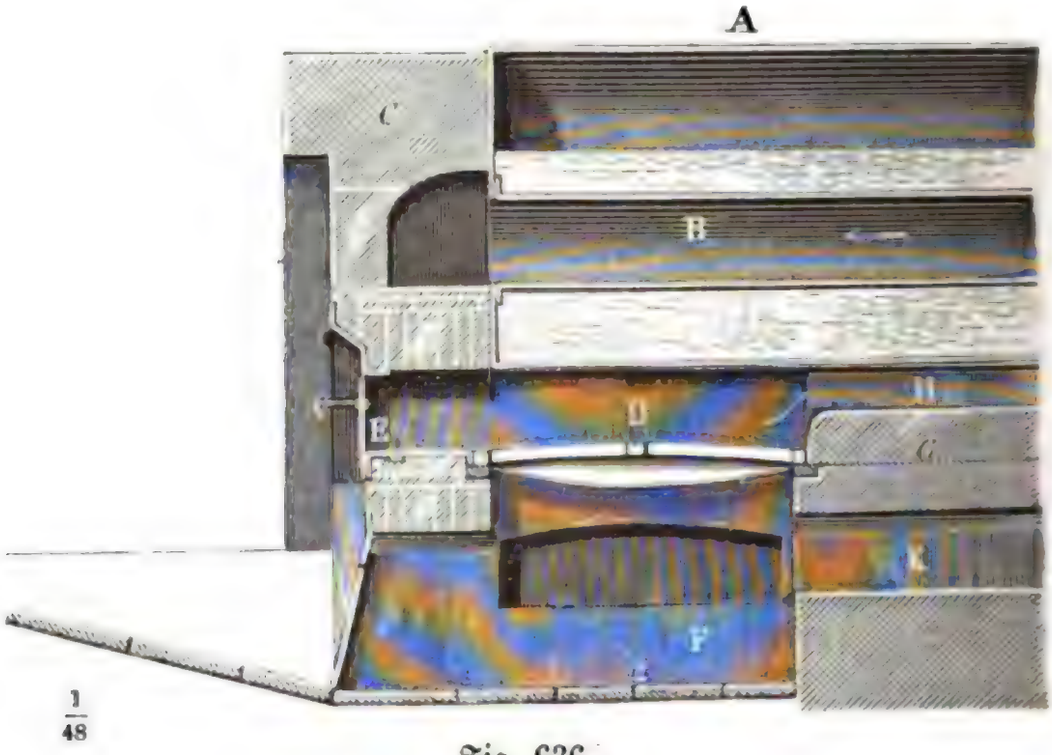


Fig. 636.

$B_1\,C_1$ mit je einem Feuerherde; dieſe Heizröhren münden bei E an der Hinterfläche dieſes Keſſels in einem gemeinſchaftlichen Zuge $E\,F\,G\,H$ aus, welcher die Verbrennungsgaſe an der Außenfläche ein Mal um den Keſſel herum und bei H in den Schornſtein führt. Um eine vollſtändigere Verbrennung zu erlangen, iſt in jeder Feuerbrücke K eine Oeffnung $a\,b$ angebracht, welche aus dem Aſchenfall erwärmte Luft in den Raum unmittelbar hinter der Feuerbrücke einführt; auch wird zu dieſem Zwecke abwechſelnd der

eine oder der andere Brennherd beſchickt, ſo daß der bei friſch aufgeſchütteten Kohlen ſich bildende Rauch beim Eintritte *E* in den Zug noch verbrennen kann.

Fig. 637.

Fig. 638.

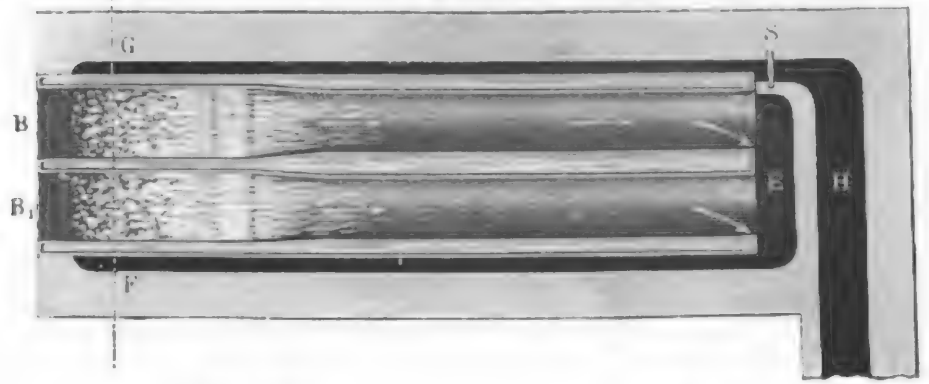


Fig. 639.

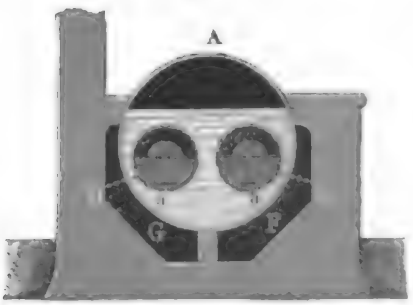
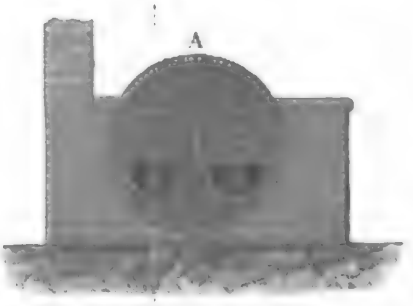


Fig. 640.

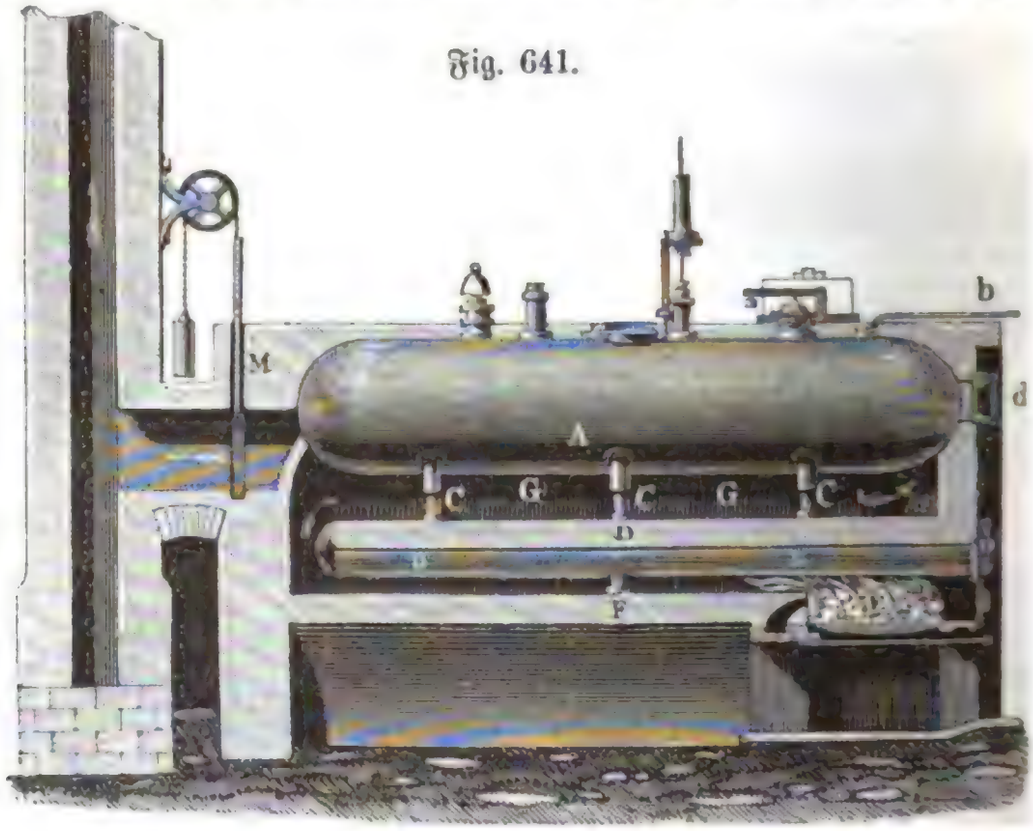


Eine Keſſelanlage mit Siederöhren iſt noch in Fig. 641 (a. f. S.) abgebildet. Es iſt hier der Dampfkeſſel *A* von den Siedern *B* und *B* durch ein Gewölbe *D* getrennt und es werden die letzteren der Einwirkung der unmittelbar vom Feuerraume kommenden und nach hinten ſtrömenden Feuerluft gänzlich ausgeſetzt, während der erſtere von der in den Zügen *G*, *G* zurückkehrenden und nach Befinden um den ganzen Keſſel herumgehenden Feuerluft erwärmt wird.

Zwiſchen einem Dampfkeſſel mit Siederöhren und einem ſolchen mit

Vorwärmeröhren findet der Unterschied Statt, daß sich dort der Feuerherd unter den Röhren, hier aber unter dem Kessel befindet, folglich dort die

Fig. 641.



Feuerluft von den Röhren nach dem Kessel strömt, hier aber erst den Kessel und dann die Röhren erwärmt.

Um von der Feuerluft in den Zügen möglichst viel Wärme auf den Dampfgenerator überzutragen, ist nöthig, daß diese Luft an derjenigen Stelle in den Schornstein trete, wo die geringste Wärme statthat, wo also die Einführung des Speisewassers und die Bewegung des Wassers im Kessel beginnt; aus diesem Grunde ist den Dampfkesseln mit Vorwärmern der Vorzug zu geben vor den mit Siederöhren. Dieses Princip ist auch schon bei dem in den Fig. 637 und 638 abgebildeten Fairbairn'schen Kessel in Anwendung.

Eine besondere Kesselanlage mit Vorwärmeröhre führt noch Fig. 642 vor Augen. Es ist hier *AB* der Dampfkessel, *CD* der Vorwärmer, und *EF* das in denselben einmündende Speiserohr. Die Feuerluft bewegt sich erst vom Brennherde *H* aus auf dem Wege *HK* unter dem Kessel hin, sinkt dann herab in das Niveau des Vorwärmers *CD* und läuft um denselben herum, ehe sie in den Schornstein tritt.

§. 419 **Gasheizung.** Zuweilen verwendet man zur Kesselfeuerung auch brennbare Gase, oder gasförmige Brennstoffe (franz. combustibles gazeux; engl. gaseous fuels). Man kann diese Gase entweder in einem verschlossenen Raume verbrennen und direct auf den Kolben einer besonderen Maschine wirken lassen, oder man kann dieselben durch Verbrennung auf einem gewöhnlichen Feuer-

Fig. 1.

Fig. 1. Ofen von Fleischer. Fig. 2. Ofen von Fleischer mit Vorrichtung zum Einführen des Schiffchens.

Fig. 2.

gas wird zunächſt in dem Reſervoir *A* geſammelt, dann durch die Zweigröhren *B C*, *B C* in die Canäle *C*, *C* und von da durch eine Reihe von Seitencanälen wie *CD*, *CD* in den Feuerraum *DD* geleitet. Der Dampfkeſſel *K* wird an ſeiner unteren Hälfte von dem Gichtgaſe umſpielt, deſſen Verbrennung einer auf dem Roſt *FF* ausgebreitete dünne Kohlenſchicht unterhält.

Die Keſſel zur Benutzung der Puddelofenflamme beſtehen gewöhnlich in einer verticalen Röhre, an deren Umfang die Gasflamme außen emporſteigt; auch verwendet man dazu zuweilen horizontale Röhrenkeſſel ähnlich wie bei den Locomobilen.

§. 420 **Eſſen.** Der zum Verbrennen nöthige Luftwechſel wird vorzüglich durch den Schornſtein oder die Eſſe herbeigeführt, es iſt daher auch dieſer ein wichtiger Beſtandtheil einer Feuerungsanlage. Vorzüglich kommt es bei einer ſolchen Anlage darauf an, der Eſſe die hinreichende Höhe und Weite zu geben, und für ſie ein zweckmäßiges Material auszuwählen. Kann man die Eſſen nicht hinreichend hoch machen, ſo muß man den nöthigen Luftzug durch beſondere Mittel oder Maſchinen hervorbringen. Bei Dampfwagen läßt man in dieſer Abſicht den verbrauchten Dampf durch die Eſſe ausſtrömen; in anderen Fällen wendet man auch Luft- oder Wettermaſchinen an, welche die Luft entweder unter den Roſt blaſen oder aus den Feuercanälen herausſaugen.

Man ſtellt die Eſſen aus Steinen oder aus Metall her, und verwendet zu denſelben im erſten Falle vorzüglich Ziegel, im zweiten aber Eiſenblech. Die äußere Form der Eſſen aus Ziegeln oder anderen Steinen iſt gewöhnlich eine vier- oder achtſeitige Pyramide, ſeltener, dagegen die einer Blecheſſe, ſtets ein abgekürzter Kegel.

Man giebt den Eſſen gewöhnlich eine äußere Böſchung von 0,015 bis 0,025 pr. 1 Fuß Höhe; ferner erhalten die Eſſenmauern oben die gewöhnliche Ziegelbreite von 6 Zoll und unten die zwei- bis dreifache Ziegelbreite zur Dicke.

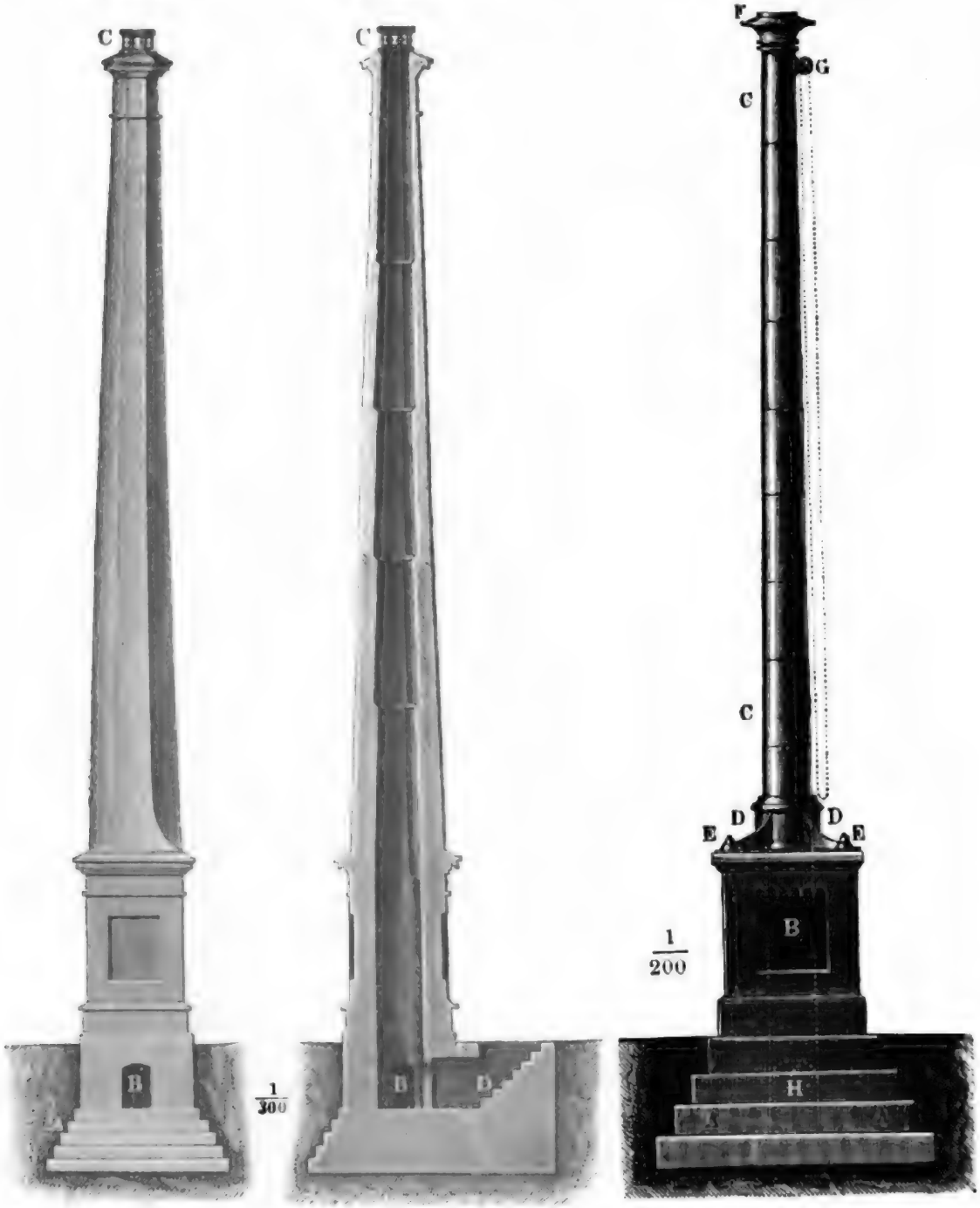
Was die Höhe und Weite der Schornſteine anlangt, ſo hängt die eine Dimenſion von der anderen ab; je höher eine Eſſe iſt, deſto mehr giebt dieſelbe auch Zug, deſto kleiner braucht alſo zur Abführung einer beſtimmten Rauchmenge ihre Weite zu ſein. Außerdem hängen aber auch dieſe Dimenſionen noch von der Temperatur des in den Schornſtein tretenden Rauches ab, und es müſſen dieſe bei gleichem Rauchquantum um ſo größer ſein, je niedriger die Temperatur des Rauches oder der abzuführenden Feuerluft iſt. Hiernach erfordert alſo eine gute Wärmebenutzung hohe und weite Eſſen. Die gewöhnliche Eſſenhöhe iſt 60 bis 120 Fuß; ſelten findet man ſie nur 40 Fuß und niedriger. Nur ausnahmsweiſe werden Eſſen von 300 bis 400 Fuß Höhe ausgeführt. Es iſt eine praktiſche Regel, dem Schornſteine denſelben Querſchnitt zu geben, wie den Feuercanälen. Im folgenden Pa-

ragraphen wird jedoch zur Ausmittelung der Eſſenweite eine beſondere Regel gefunden werden.

Es iſt ſehr nöthig, die Schornſteine auf einen ſoliden Grund zu ſetzen, weil das geringſte Nachgeben deſſelben eine Beſchädigung oder gar das Zuſammenſtürzen des Schornſteins zur Folge hat.

Die äußere Anſicht und der Durchſchnitt einer achteckigen Eſſe aus Ziegeln iſt in Fig. 644 und 645, und die äußere Anſicht einer Blecheſſe in Fig. 646 abgebildet. Bei den erſten Abbildungen iſt *A* das Fundament,

Fig. 644. Fig. 645. Fig. 646.



B die Einmündung des Feuercanales oder Fuchſes, *C* der gußeiſerne Hut der Eſſe und *D* eine nach der Zug- und Reinigungsöffnung führende Treppe. Damit ſich der Rauch beim Eintritte in die Eſſe nicht ſtoße, iſt die obere Kante zwiſchen der Eſſe und dem Fuchſe abzurunden.

Bei der Abbildung Fig. 646 iſt *A* das auf feſtem Grunde ſtehende, aus Ziegeln aufgeführte Fundament, ſind ferner *D*, *D* Ankerſchrauben, welche den Fuß des Schornſteins mittels einer Platte *EE* feſt mit dem Fundamente verbinden, ſowie *E* eine unter dem Eſſenkopf *F* angebrachte Rolle, über die eine Kette weggeht, an der ein Arbeiter beim Reinigen und Anſtreichen des Schornſteins hinauf gewunden werden kann. Noch ſieht man bei *B* die Einmündung des Fuchſes und bei *H* die Ausputzöffnung. Um den Umſturz einer ſolchen Eſſe durch den Sturm zu verhindern, werden nicht ſelten noch Drähte oder Drahtketten von der Eſſe in ſchräger Richtung herab nach dem Erdboden gezogen und darin verankert.

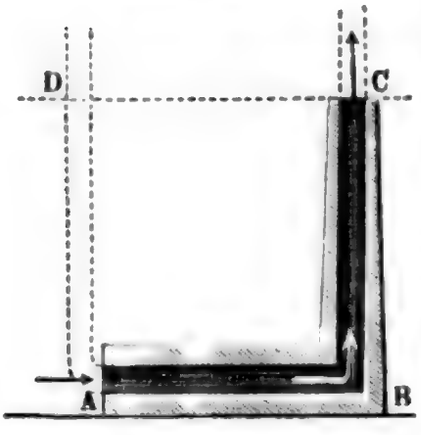
Anmerkung. Die berühmte 455½ engl. Fuß hohe Eſſe zu St. Rollor bei Glasgow hat folgende Dimenſionen. (S. Verhandl. des Preuß. Gewerbevereins, 1845.)

Abtheilung der Eſſe.	Höhe über dem Grunde.	Aeußerer Durchmeſſer in Fußen.	Mauerdicke in	
			Fuß.	Zoll.
V.	435½	13½	1	2
IV.	350½	16¾	1	6
III.	210½	24	1	10½
II.	114½	30½	2	3
I.	54½	35	2	7½
	0	40		

Das Fundament dieſer Eſſe iſt 20 Fuß tief und hat 50 Fuß Durchmeſſer.

§. 421 Theorie des Eſſenzugs. Die Theorie der Bewegung des Rauches in den Schornſteinen läßt ſich nach den im erſten Bande entwickelten Regeln der Hydraulik leicht aufſtellen, um ſo mehr, da wir wegen der unbedeutenden Differenz zwiſchen der Spannung der Luft im Schornſteine und der der äußeren Luft die Regeln des Ausfluſſes des Waſſers hier anwenden können. Iſt γ die Dichtigkeit der äußeren Luft und h die ſenkrechte Höhe AD eines Schornſteines ABC, Fig. 647, ſammt Luftzuführungscanal, ſo läßt ſich der Ueber-

Fig. 647.



ſchuß des Druckes auf die Einmündung A über dem auf die Ausmündung C ſetzen:

$$q = h\gamma.$$

Dieſem Ueberſchuſſe wirkt aber der Druck q_1 der warmen Luft- oder Rauchſäule entgegen; bezeichnen wir daher die Dichtigkeit dieſer Säule durch γ_1, ſo erhalten wir den die Ausflußgeſchwindigkeit v des Rauches erzeugenden Druck:

$$q - q_1 = h\gamma - h\gamma_1 = h(\gamma - \gamma_1),$$

und es läßt ſich daher ohne Berückſichtigung der Nebenhinderniſſe ſetzen:

$$\frac{v^2}{2g}\gamma_1 = h(\gamma - \gamma_1) \text{ oder } v = \sqrt{\frac{2gh\,(\gamma - \gamma_1)}{\gamma_1}}$$

(ſ. Band I, §. 399).

Iſt nun noch t die mittlere äußere und t_1 die mittlere innere Temperatur oder die des Rauches, ſo hat man nach Band I, §. 393:

$$\gamma = \frac{0{,}00567\,p}{1 + 0{,}00367\,.\,t} \text{ und } \gamma_1 = \frac{0{,}00567\,p_1}{1 + 0{,}00367\,.\,t_1},$$

daher:

$$\frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{1 + 0{,}00367\,t_1}{1 + 0{,}00367\,t}\,.\,\frac{p}{p_1};$$

oder da die Preſſungen p und p_1 der äußeren und inneren Luft nicht ſehr verſchieden von einander ſein können, wegen der mäßigen Geſchwindigkeit des Rauches, annähernd:

$$\frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{1 + 0{,}00367\,t_1}{1 + 0{,}00367\,t},$$

und daher die Rauchgeſchwindigkeit beim Austritte aus der Eſſe:

$$v = \sqrt{2gh\left(\frac{1 + 0{,}00367\,t_1}{1 + 0{,}00367\,t} - 1\right)} = \sqrt{\frac{0{,}00367\,(t_1 - t)}{1 + 0{,}00367\,t}\cdot 2gh},$$

wofür auch annähernd

$$v = \sqrt{0{,}00367\,(t_1 - t)\,.\,2gh} = 0{,}479\sqrt{(t_1 - t)\,h} \text{ Fuß}$$

geſetzt werden kann.

Dieſe Geſchwindigkeit wird allerdings durch die Nebenhinderniſſe, welche die Verengungen im Feuerherde und die Reibung im Schornſteine u. ſ. w. herbeiführen, bedeutend herabgezogen. Die entſprechenden Verluſte ſind übrigens ganz nach den bekannten Regeln der Hydraulik zu berechnen. Aus der Höhe h und Weite d des Schornſteines ergiebt ſich nach Band I, §. 466, der Druckhöhenverluſt in Folge der Reibung durch die Formel

$$h_1 = \xi\cdot\frac{h}{d}\cdot\frac{v^2}{2g}.$$

Obwohl nach Obigem $\xi = 0{,}024$ zu nehmen iſt, ſo möchte doch der

Sicherheit wegen nach den Beobachtungen Péclet's für die mit Ruß überzogenen Schornſteine $\zeta = 0{,}025 \,.\, 1{,}962 = 0{,}049$ oder einfacher 0,05 zu ſetzen ſein. Die übrigen Druckhöhenverluſte, welche aus der Reibung der Feuerluft in den Zügen, dem Durchgang derſelben durch die Spalten des Roſtes und das aufgeſchüttete Brennmaterial hervorgeht, und noch durch andere Bewegungshinderniſſe vergrößert wird, laſſen ſich nach Péclet durch den Widerſtandscoefficienten $\zeta_1 = 30$ ausdrücken, daher folgt

$$\frac{v^2}{2g} = 0{,}00367\,(t_1 - t)\,h - 0{,}05\,\frac{h}{d}\cdot\frac{v^2}{2g} - 30\cdot\frac{v^2}{2g},$$

oder

$$\frac{v^2}{2g}\left(30 + 0{,}05\,\frac{h}{d}\right) = 0{,}00367\,(t_1 - t)\,h.$$

Berückſichtigt man endlich noch, daß die halb verbrannte Luft, wie ſie in den Schornſteinen vorkommt, ungefähr 1,044mal ſo dicht iſt, als friſche Luft, ſo muß man ſetzen:

$$v = \sqrt{\frac{0{,}00367\,(t_1 - t).\,2gh}{1{,}044\left(30 + 0{,}05\,\frac{h}{d}\right)}} = 0{,}0595\,\sqrt{\frac{(t_1 - t).\,2gh}{30 + 0{,}05\,\frac{h}{d}}}$$

$$= 0{,}47\,\sqrt{\frac{(t_1 - t)\,.\,hd}{30d + 0{,}05h}}\ \text{Fuß}.$$

§. 422 **Dimensionen der Eſſen.** Mit Hülfe der im Vorſtehenden entwickelten Formel iſt es nun leicht, den Querſchnitt S und die Dimenſionen einer Eſſe zu finden, durch welche ein beſtimmtes Luft- oder Rauchquantum Q pr. Secunde abgeführt wird.

Es iſt

$$Q = Sv = 0{,}47\,S\,\sqrt{\frac{(t_1 - t)\,hd}{30\,d + 0{,}05\,h}}\ \text{Cubikfuß},$$

und daher der geſuchte Querſchnitt des Schornſteines:

$$S = \frac{Q}{v} = 2{,}13\,Q\,\sqrt{\frac{30\,d + 0{,}05\,h}{(t_1 - t)\,hd}}\ \text{Quadratfuß}.$$

Für eine Eſſe mit kreisförmigem Querſchnitte iſt ferner

$$S = \frac{\pi d^2}{4},$$

daher:

$$d^{5/2} = 2{,}13\cdot\frac{4}{\pi}\,Q\,\sqrt{\frac{30d + 0{,}05h}{(t_1 - t)\,h}},$$

und die geſuchte mittlere Weite der Eſſe:

$$d = 1{,}49 \sqrt[5]{\frac{30\,d + 0{,}05\,h}{(t_1 - t)\,h}\,Q^2}\ \text{Fuß}.$$

Für eine Esse mit quadratischem Querschnitte ist dagegen $S = b^2$, und daher die Weite oder Seitenlänge derselben:

$$b = 1{,}353 \sqrt[5]{\frac{30\,d + 0{,}05\,h}{(t_1 - t)\,h}\,Q^2}.$$

Setzt man annähernd $h = 100\,d$, so erhält man

$v = 0{,}08\,\sqrt{(t_1 - t)\,h}$ Fuß $= 0{,}045\,\sqrt{(t_1 - t)\,h}$ Meter, und

$$S = \frac{Q}{v} = \frac{12{,}5\,Q}{\sqrt{(t_1 - t)\,h}}\ \text{Quadratfuß, wonach sich}$$

$$d = \frac{4\sqrt{Q}}{\sqrt[4]{(t_1 - t)\,h}},\ \text{oder}\ b = \frac{3{,}54\sqrt{Q}}{\sqrt[4]{(t_1 - t)\,h}}\ \text{Fuß ergiebt.}$$

Das Rauchquantum $Q = Sv = 0{,}08\,S\sqrt{(t_1 - t)\,h\,d}$ auf die äußere Temperatur t reducirt, fällt

$Q_1 = \left(\frac{1 + \delta t}{1 + \delta t_1}\right) Sv$, annähernd da t_1 viel größer als t ist,

$$Q_1 = \frac{Sv}{1 + \delta t_1} = 0{,}08\,S\sqrt{\frac{(t_1 - t)\,h\,d}{(1 + \delta t_1)^2}} = 0{,}08\,S\sqrt{\frac{t_1\,h\,d}{(1 + 0{,}00367\,t_1)^2}}$$

aus, und ist mit $\frac{t_1}{(1 + 0{,}00367\,t_1)^2}$ ein Maximum.

Leicht findet man die entsprechende Bedingungsgleichung

$1 + 0{,}00367\,t_1 = 2 . 0{,}00367\,t_1$, wonach $0{,}00367\,t_1 = 1$, und die erforderliche Temperatur des in den Schornstein tretenden Rauches:

$$t_1 = \frac{1}{0{,}00367} = 273\ \text{Grad folgt.}$$

Nimmt man annähernd $t_1 - t = 270°$ an, so läßt sich setzen:

$$v = 1{,}32\sqrt{h}\ \text{Fuß und}$$

$$S = \frac{0{,}76\,Q}{\sqrt{h}}\ \text{Quadratfuß.}$$

Das durch den Schornstein abzuführende Luftquantum Q läßt sich aber auch aus der Heizfläche F, sowie aus dem Gewichte K der verbrauchten Brennstoffmenge leicht berechnen (s. §. 400).

Ist K das stündlich verbrannte Kohlenstoffquantum und nimmt man an, daß jedes Pfund Kohlenstoff 600 Cubikfuß durch den Schornstein abzuführende Luft giebt, setzt also:

$$Q = \frac{600\,K}{60 . 60} = \frac{K}{6},$$

ſo erhält man

$$S = 0{,}128 \frac{K}{\sqrt{h}} \text{ Quadratfuß},$$

ſowie

$$h = 0{,}0164 \left(\frac{K}{S}\right)^2 \text{ Fuß}.$$

Für $\frac{K}{S} = 75$ würde hiernach die Höhe der Eſſe:

$$h = 0{,}0164 \,.\, (75)^2 = 92{,}2 \text{ Fuß ausfallen.}$$

Die gewöhnliche Eſſenhöhe iſt in der That 60 bis 120 Fuß.

Wenn man von der zu fordernden Stabilität ausgeht, kann man die zuläſſige Eſſenhöhe wie folgt finden.

Iſt die Geſchwindigkeit des gegen die Eſſe ſtoßenden Windes $= c$, ſowie γ die Dichtigkeit deſſelben, ferner h die Höhe und b die mittlere äußere Breite der Eſſe, ſo läßt ſich die Stärke des Windſtoßes gegen dieſelbe

$$P = 3 \frac{c^2}{2g} bh\gamma \text{ (ſ. §. 344)},$$

und ebenſo das Moment dieſer Kraft in Hinſicht auf eine Kante am Fuße der Eſſe

$$\frac{Ph}{2} = 3 \frac{c^2}{2g} \cdot \frac{bh^2}{2} \gamma$$

ſetzen.

Iſt ferner e die mittlere Dicke der Eſſenwände und γ_1 die Dichtigkeit der Eſſenmauer, ſo hat man das Gewicht der Eſſe:

$$G = 4\,(b - e)\, eh\gamma_1,$$

ſowie das Moment derſelben:

$$\frac{Gb}{2} = \frac{4\,(b-e)\,ehb\gamma_1}{2} = 2\left(1 - \frac{e}{b}\right) ehb^2\gamma_1,$$

und ſetzt man beide Momente einander gleich, ſo erhält man folgende Gleichung:

$$3 \frac{c^2}{2g} \frac{bh^2}{2} \gamma = 2\left(1 - \frac{e}{b}\right) ehb^2\gamma_1,$$

ſo daß nun das Verhältniß der Eſſenhöhe zur mittleren äußeren Eſſenbreite

$$\frac{h}{b} = {}^4/_3 \cdot \left(1 - \frac{e}{b}\right) \frac{2ge}{c^2} \frac{\gamma_1}{\gamma} \text{ folgt.}$$

Dieſe Formel gilt nur für eine Eſſe mit quadratiſchem Querſchnitte; für eine ſolche mit kreisförmigem Querſchnitte kann man $\frac{h}{b}$ um die Hälfte größer machen, alſo:

$$\frac{h}{b} = 2\left(1 - \frac{e}{b}\right)\frac{2ge}{c^2} \cdot \frac{\gamma_1}{\gamma}$$

ſetzen, und für eine achteckige Eſſe iſt ein Mittelwerth, alſo

$$\frac{h}{b} = {}^5/_3\left(1 - \frac{e}{b}\right)\frac{2ge}{c^2} \cdot \frac{\gamma_1}{\gamma}$$

anzunehmen.

Beiſpiel 1. Welche Weite ſoll man einer Eſſe geben, die bei 100 Fuß Höhe den Rauch eines Feuerherdes abzuführen hat, auf dem ſtündlich 120 Pfund Steinkohlen verbrannt werden? Nach dem Früheren können wir annehmen, daß aus der Verbrennung von 120 Pfund Steinkohlen bei 300° mittlerer Wärme in dem Schornſteine, $120 . 584 = 70080$ Cubikfuß warme Luft hervorgehen, ſo daß in der Secunde das Quantum

$$Q = \frac{70080}{60 . 60} = 19{}^1/_2 \text{ Cubikfuß}$$

abzuführen bleibt. Nehmen wir nun noch $t_1 - t = 300 - 10 = 290$ an und führen wir $h = 100$ Fuß ein, ſo erhalten wir den erforderlichen inneren Eſſendurchmeſſer

$$d = 1{,}49\sqrt[5]{\frac{30 . d + 0{,}05 . 100}{290 . 100} \cdot (19{,}5)^2} = 0{,}627\sqrt[5]{30\,d + 5.}$$

Hiernach unter der Wurzel annähernd, $d = 1{,}25$ angenommen, folgt genauer:

$$d = 0{,}627\sqrt[5]{42{,}5} = 1{,}33 \text{ Fuß},$$

und dieſen Werth noch einmal rechts eingeſetzt, ergiebt ſich noch ſchärfer

$$d = 0{,}627\sqrt[5]{44{,}5} = 1{,}34 \text{ Fuß}.$$

Wollte man den Schornſtein nur 40 Fuß hoch machen, ſo würde man dieſe Weite

$$= 1{,}49\sqrt[5]{\frac{30\,d + 0{,}05 . 40}{290 . 40}(19{,}5)^2} = 0{,}753\sqrt[5]{30\,d + 2} = 1{,}67 \text{ Fuß}$$

machen müſſen.

Beiſpiel 2. Nimmt man die größte Windgeſchwindigkeit $c = 100$ Fuß an, ſetzt ferner $\gamma = 0{,}0766$ und $\gamma_1 = 61{,}75 . 1{,}6 = 98{,}8$ Pfund, ſo erhält man für eine vierſeitige Eſſe, welche dem Windſtoß bei dieſer Windgeſchwindigkeit widerſtehen ſoll:

$$\frac{h}{b} = {}^4/_3 \cdot \left(1 - \frac{e}{b}\right)\frac{e}{0{,}016 . 10000} \cdot \frac{98{,}8}{0{,}0766} = \frac{140{,}8\left(1 - \frac{e}{b}\right)e}{13{,}2}$$

$$= 10{,}7\left(1 - \frac{e}{b}\right)e.$$

Führt man noch $e = 1$ Fuß und $\frac{e}{b} = {}^1/_4$ Fuß ein, ſo erhält man

$$\frac{h}{b} = {}^3/_4 . 10{,}7 = 8.$$

Um einem Orkan mit 100 Fuß Geſchwindigkeit widerſtehen zu können, müßte alſo die mittlere äußere Eſſenbreite $^1/_8$ der Eſſenhöhe ſein. Wäre die Eſſe rund, ſo könnte $\frac{h}{b} = 12$, alſo den mittleren äußeren Eſſendurchmeſſer $^1/_{12}$ der Eſſen-

höhe betragen. Es iſt hiernach zu ermeſſen, daß manche freiſtehende Eſſe einem Orkan von 100 Fuß Geſchwindigkeit nicht widerſtehen kann.

Anmerkung. Aus der Formel

$$d = 1{,}49 \sqrt[5]{\frac{30\,d + 0{,}05\,h}{(t_1 - t)\,h}\,Q^2}$$

iſt, da mit h auch l wächſt, leicht zu erſehen, daß die Weite der Eſſe um ſo kleiner ausfallen kann, je höher die Eſſe iſt, und daß, umgekehrt, eine Eſſe um ſo weiter gemacht werden muß, je kleiner die Höhe derſelben iſt.

Streng genommen iſt den Principien der Hydraulik zufolge (ſiehe Bd. I, §. 425) in der Formel

$$Q = 0{,}47\,S \sqrt{\frac{(t_1 - t)\,h\,d}{30\,d + 0{,}05\,h}}$$ für das Rauchquantum Q, ſtatt S nicht der mittlere, ſondern der Querſchnitt der Eſſenmündung einzuführen, und hiernach leicht zu ermeſſen, daß unter übrigens gleichen Verhältniſſen eine nach oben zu allmälig weiter werdende Eſſe mehr Rauch abführt als eine Eſſe von gleichem oder nach oben zu allmälig abnehmendem Querſchnitt.

(§. 423) **Wirkungsgrad der Dampfkeſſel.** Nach den Beobachtungen von Péclet läßt ſich die mittlere Temperatur t_1 in der Eſſe für Dampfkeſſel $= 300°$ ſetzen. Die Temperatur t_2 hingegen, welche die Luft im Brennherde bei der Verbrennung annimmt, läßt ſich aus der Wärmemenge W, welche ein Pfund Brennſtoff erzeugt, und aus der Luftmenge V Cubikfuß, welche die Verbrennung erfordert, leicht berechnen, wenn man die Wärmecapacität der Luft $\omega = 1/4$ von der des Waſſers und das Gewicht eines Cubikfußes derſelben, $\gamma = 0{,}080$ Pfund annimmt; es iſt nämlich:

$$W = \omega V \gamma (t_2 - t_0) = 1/4 \,.\, 0{,}080\, V (t_2 - t_0),$$

und daher:

$$t_2 = \frac{4\,W}{0{,}080\,V} + t_0 = 50\,\frac{W}{V} + t_0;$$

wobei t_0 die Temperatur der zutretenden Luft bezeichnet.

Endlich folgt hiernach der Wärmeverluſt, herbeigeführt durch das Fortgehen der Wärme in der Eſſe:

$$W_1 = \frac{t_1 - t_0}{t_2 - t_0}\,W.$$

Nehmen wir für W den mittleren Werth 6000 Cal., für $V = 225$ Cubikfuß und für $t_0 = 0$ Grad an, ſo bekommen wir die Wärme im Brennherde:

$$t_2 = \frac{50\,.\,6000}{225} = 1333°,$$

und den Wärmeverluſt durch den Abzug in der Eſſe:

$$W_1 = \frac{300}{1333}\,W = \frac{300\,.\,6000}{1333} = 1350 \text{ Calorien},$$

oder ungefähr ein Viertel der ganzen, aus dem Brennſtoffe entwickelten Wärme.

Unter der Vorausſetzung, daß das auf die Dampferzeugung verwendete Wärmequantum proportional der Temperaturdifferenz ſei (ſ. §. 368), können wir auch die Temperatur t_1 der Erwärmungsluft beim Eintritte in den Schornſtein wie folgt ermitteln.

Iſt z die Temperatur an irgend einer Stelle des Zuges, Y die Größe der Heizfläche, bis zu dieſer Stelle gerechnet, und $\varkappa$ das Wärmequantum, welches pro Quadratfuß Heizfläche bei einem Grad Wärmedifferenz in der Secunde auf das Waſſer im Keſſel übergeht, ſo folgt das dem Flächenelement dY und der Temperaturdifferenz $z - t$ entſprechende Wärmequantum:

$$\varkappa (z - t)\, dY = - \omega V \gamma\, dz,$$

und es iſt hiernach

$$Y = - \frac{\omega V \gamma}{\varkappa} \int \frac{dz}{z - t} = - \frac{\omega V \gamma}{\varkappa} Ln.(z - t) + Con.$$

Für $Y = 0$ iſt aber $z = t_2$, und für $Y = F$ (die ganze Heizfläche) $z = t_1$, daher folgt:

$$F = \frac{\omega V \gamma}{\varkappa} Ln.\left(\frac{t_2 - t}{t_1 - t}\right),$$

und die geſuchte Temperatur der Heizluft beim Eintritte in den Schornſtein

$$t_1 = t + (t_2 - t)\, e^{-\frac{\varkappa F}{\omega V \gamma}}.$$

Hiernach folgt nun die durch den Schornſtein abgeführte Wärme:

$$W_1 = \frac{t_1 - t_0}{t_2 - t_0} W = \frac{t - t_0 + (t_2 - t)\, e^{-\frac{\varkappa F}{\omega V \gamma}}}{t_2 - t_0} W,$$

und folglich der **Wirkungsgrad des Dampfkeſſels**, oder das Verhältniß der von demſelben aufgenommenen Wärme zur Geſammtwärme:

$$\eta = 1 - \frac{W_1}{W} = \left(\frac{t_2 - t}{t_2 - t_0}\right)\left(1 - e^{-\frac{\varkappa F}{\omega V \gamma}}\right),$$

oder, da $t_2 - t_0$ auch $= \frac{W}{\omega V \gamma}$ iſt,

$$\eta = \left(1 - \frac{t - t_0}{t_2 - t_0}\right)\left(1 - e^{-\frac{\varkappa F}{\omega V \gamma}}\right)$$

$$= \left(1 - (t - t_0)\frac{\omega V \gamma}{W}\right)\left(1 - e^{-\frac{\varkappa F}{\omega V \gamma}}\right).$$

Setzt man $t_2 - t_0 = 1200$ ein, ſo hat man einfach

$$\eta = \left(1 - \frac{t - t_0}{1200}\right)\left(1 - e^{-\frac{\varkappa F}{\omega V \gamma}}\right).$$

Noch iſt hierin

$$\omega\gamma = {}^1/_4 \,.\, 0{,}086 = 0{,}0215,$$
$$\varkappa = 0{,}0007,$$

und

$$\frac{F}{V} = \frac{60\,.\,60}{22} f = 163 f,$$

zu ſetzen, wo f die Heizfläche bezeichnet, welche ſtündlich 1 Pfund Dampf geben ſoll; daher hat man:

$$\eta = \left(1 - \frac{t - t_0}{1200}\right)(1 - e^{-5{,}3f}),$$

z. B. für $t - t_0 = 120^0$,

$$\eta = 0{,}9\,(1 - e^{-5{,}3f}).$$

Wir haben oben (§. 404) auf einen Quadratfuß Heizfläche ſtündlich 4 Pfund Dampf gerechnet; daher iſt hier

$$f = {}^1/_4 \text{ Quadratfuß}$$

und

$$\eta = 0{,}9\,(1 - e^{-1{,}33}) = 0{,}9\,.(1 - 0{,}2645) = 0{,}66;$$

machen wir aber die Heizfläche noch ein Mal ſo groß, ſetzen alſo $f = {}^1/_2$, ſo fällt

$$\eta = 0{,}9\,(1 - e^{-2{,}66}) = 0{,}9\,.(1 - 0{,}093) = 0{,}81$$

aus, und machen wir dagegen die Heizfläche nur halb ſo groß als erſt, ſetzen alſo $f = {}^1/_8$, ſo erhalten wir:

$$\eta = 0{,}9\,(1 - e^{-0{,}665}) = 0{,}9\,.(1 - 0{,}514) = 0{,}9\,.0{,}486 = 0{,}44.$$

Man erſieht hieraus, daß es zur Erzielung einer vortheilhaften Dampferzeugung nöthig iſt, eine große Heizfläche anzuwenden.

Wenn man die Temperatur im Dampfkeſſel $t = 140$ Grad annimmt, ſo iſt im erſten Falle die Temperatur der Erwärmungsluft beim Eintritt in den Schornſtein:

$$t_1 = t + (t_2 - t)\,e^{-1{,}33}$$
$$= 140 + 1060\,.\,0{,}2645 = 140 + 280 = 420^0,$$

ferner im zweiten:

$$t_1 = 140 + 1060\,.\,0{,}093 = 140 + 99 = 239^0,$$

dagegen im dritten:

$$t_1 = 140 + 1060\,.\,0{,}514 = 140 + 545 = 685^0.$$

Natürlich haben dieſe Temperaturen einen großen Einfluß auf die nöthigen Dimenſionen der Schornſteine, und es iſt hiernach leicht zu ermeſſen, daß es zweckmäßig ſein kann, bei einer ſehr niedrigen Temperatur der abſtrömenden Erwärmungsluft den erforderlichen Zug derſelben durch einen Ventilator zu unterſtützen (ſ. einen dahin einſchlagenden Artikel vom Herrn Prof. Zeuner im „Civilingenieur“ Bd. 4).

Speiseapparate. Zu einem Dampfkeſſel gehören noch beſondere Appa- §. 424
rate zum Speiſen des Keſſels mit Waſſer, zur Ableitung des Dampfes, zum Reguliren der Dampferzeugung, zum Sicherſtellen vor dem Zerſpringen des Keſſels u. ſ. w.; von ihnen wird nun die Rede ſein.

Das Speiſen eines Dampfkeſſels muß ſo gleichförmig wie möglich vor ſich gehen, in nicht zu großen Mengen auf einmal und mit möglichſt reinem und warmem Waſſer erfolgen. Aus letzterem Grunde wärmt man das Waſſer durch beſondere im Fuchſe oder Schornſteine u. ſ. w. angebrachte Röhren an, oder verwendet hierzu einen Theil des Condenſationswaſſers. Wird in dem Keſſel Dampf von niedrigem Drucke erzeugt, deſſen Spannung den Atmoſphärendruck nur $^1/_4$ bis $^1/_5$ übertrifft, ſo genügt zur Einführung des Waſſers in den Keſſel ein einfaches Rohr; bei einem Keſſel mit Dämpfen von Hochdruck hingegen muß das Speiſewaſſer durch eine Pumpe zugedrückt werden, weil eine bloße Speiſeröhre zu lang ausfallen würde.

Das Speiſerohr (franz. le tube d'alimentation; engl. feed pipe) geht von oben durch den Keſſelraum hindurch und endigt etwa $^1/_2$ Fuß über dem Keſſelboden, möglichſt entfernt von dem eigentlichen Feuerherde. Um das Speiſen mit Waſſer zu reguliren, d. i. um immer ſo viel Waſſer zuzuleiten, als durch Dampfbildung verbraucht wird, wendet man gewöhnlich einen Schwimmer (franz. flotteur; engl. float) an, der mit dem Waſſerſpiegel im Keſſel ſteigt und ſinkt, und dabei den Zutritt des Waſſers zum Keſſel verſperrt oder herſtellt.

Die Einrichtung eines Speiſeapparates für Dampfkeſſel mit Dämpfen von niedrigem Drucke führt Fig. 648 (a. f. S.) vor Augen. Hier iſt A der Waſſerbehälter, welchem das Waſſer zugeführt wird, BC die etwa 8 Fuß lange Speiſeröhre, D der Dampf und E das Waſſer im Keſſel, ſowie F der Schwimmer aus Kalk- oder Sandſtein, der etwas mehr als zur Hälfte ins Waſſer eintaucht. Ferner iſt ab ein um c drehbarer Hebel, an welchem einerſeits der Schwimmer und andererſeits ein Gewicht G aufgehängt, zugleich aber auch ein kegelförmiges Ventil e befeſtigt iſt. Wenn nun der Waſſerſpiegel und mit ihm der Schwimmer ſinkt, ſo wird der Hebel ab mittels des bei f durch eine Stopfbüchſe gehenden Kupferdrahtes aF nieder-

und folglich bei *d* aufgezogen, und ſomit *e* gehoben, ſo daß nun neues Waſſer eintreten kann; wenn hingegen *F* mit dem Waſſer ſteigt, ſo erhält

Fig. 648.

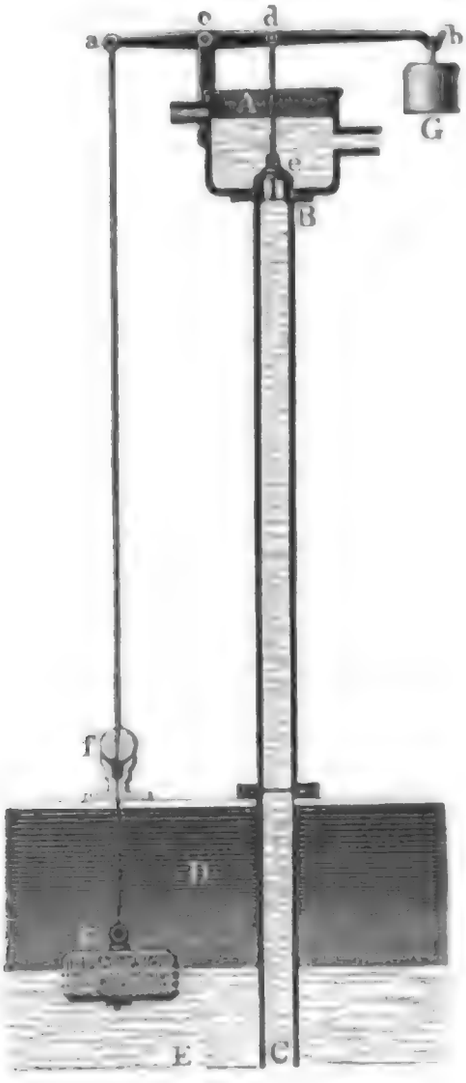
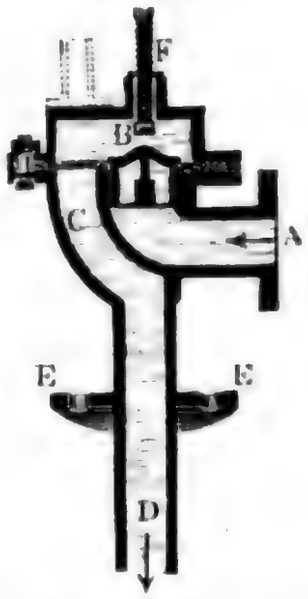


Fig. 649.



G das Uebergewicht, es geht der Hebel bei *d* nieder und verſchließt daher den Eintritt des Waſſers in den Keſſel durch das Ventil *e*.

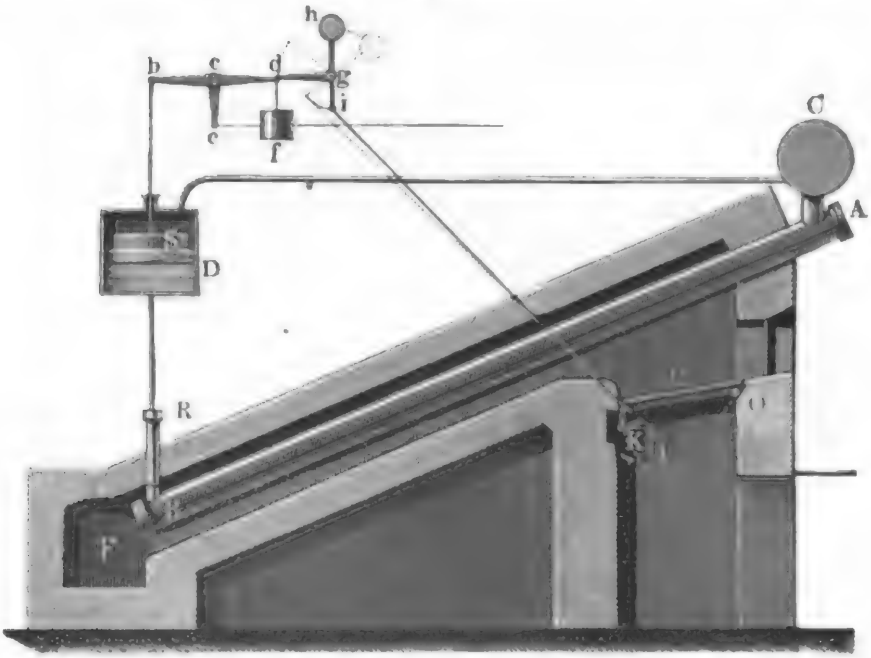
Bei den Hochdruckmaſchinen iſt die Einführung des Speiſewaſſers ſchwerer, weil ſich hier eine bedeutende Dampfkraft demſelben entgegenſetzt; deshalb wird auch hierzu eine beſondere Pumpe, die ſogenannte Speiſepumpe (franz. pompe d'alimentation; engl. feed pump), nöthig. Da ſpäter an einem anderen Orte die Pumpen beſonders abgehandelt werden, ſo genüge die Bemerkung, daß die Vorrichtung in einer einfachen Druckpumpe mit Mönchskolben beſteht. Die Speiſeröhre, welche hierbei in Anwendung kommt, iſt in Fig. 649 abgebildet. Bei *A* wird das Waſſer durch die Pumpe zugedrückt, *B* iſt ein Ventil, durch welches es hindurchgehen muß, um in die eigentliche Speiſeröhre *CD* zu gelangen, mit der Flantſche *EE* ſitzt die Röhre auf dem Keſſel auf. Um den Hub des Ventiles *B* zu reguliren, iſt in dem Deckel *C* eine Stellſchraube *F* angebracht, gegen welche das Ventil beim Oeffnen anſchlägt.

Die Speiſevorrichtung wird in der Regel nicht durch die Maſchine, ſondern durch den Heizer regulirt, der nach dem Stande des Waſſers in dem Keſſel eine Hahnſtellung vornimmt, und dadurch den Zutritt des Waſſers nach Befinden verſtärkt oder ſchwächt. Man hat zwar auch bei Hochdruck-

maſchinen Schwimmer zum Selbſtreguliren des Speiſens angewendet, da ſie aber zu viel Aufſicht erfordern und ihren Dienſt oft verſagen, ſo zieht man das Reguliren mit der Hand gewöhnlich vor.

Anmerkung. Bei den Henſchel'ſchen Dampfkeſſeln wird das Speiſen des Keſſels mit Waſſer durch einen Schwimmer regulirt. Die ganze Anlage eines ſolchen Keſſels führt Fig. 650 vor Augen. AB iſt eine 6 bis 12 Zoll weite und circa 10 bis 20 Fuß lange Siederöhre, und neben derſelben liegen nach

Fig. 650.

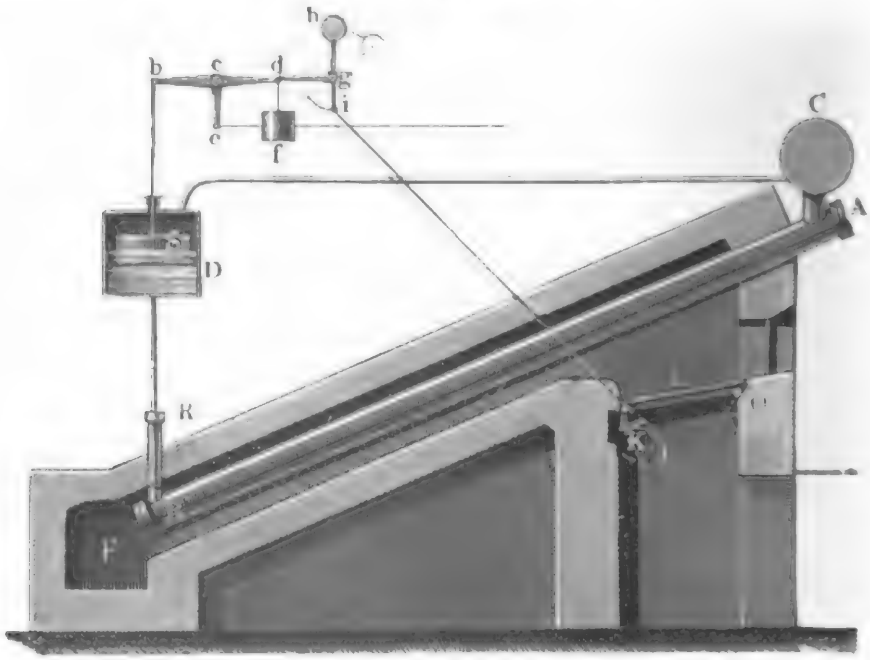


Befinden noch mehrere vollkommen gleiche Siederöhren. Unten bei B tritt das Speiſewaſſer ein, und C iſt die horizontale Röhre, worin der ſich bei D erzeugende Dampf geſammelt wird. Die im Feuerraume ſich bildende warme Luft umgiebt bei ihrer Bewegung durch den unter 24° Neigung ſich niederziehenden Canal EF die Siederöhren vollſtändig, und gelangt unten bei F in den Schornſtein. Der Roſt E iſt um eine horizontale Are O drehbar und wird am anderen Ende durch den oberen Arm eines kleinen Winkelhebels K unterſtützt. Ferner iſt R eine von den Röhren, welche das Speiſewaſſer den einzelnen Siederöhren zuführen. Zum Reguliren dieſes Zuführens dient nun aber ein mit Blech eingefaßter Stein S, der auf dem in einem gußeiſernen Gefäße D eingeſchloſſenen Speiſewaſſer ſchwimmt. Damit er dies kann, wird ein um c drehbarer Doppelhebel bed angewendet, der mittels Drähte auf der einen Seite den Schwimmer S und auf der anderen das Gegengewicht f trägt und durch den Arm ce u. ſ. w. mit dem Saugventil der Speiſepumpe in Verbindung geſetzt iſt. Wenn es an Waſſer in der Speiſeröhre fehlt, ſo ſinkt S und es wird mittels ce das Saugventil der Speiſepumpe in den Stand geſetzt, ſein Spiel zu verrichten; wenn aber Waſſer im Ueberfluß vorhanden iſt und S ſteigt, ſo hebt der Arm ce das Saugventil in die Höhe, und es iſt dadurch die Pumpe außer Stand geſetzt, Waſſer in den Keſſel zu drücken. Sollte endlich die Dampfentwickelung ſehr heftig vor ſich gehen und eine gewiſſe Grenze überſchreiten, ſo würde das Armende d den

Digitized by Google

Arm dg eines um g drehbaren und mit einem Gegengewichte h verſehenen Winkelhebels dgi emporheben, und dabei eine Stange il aufziehen, welche

Fig. 651.



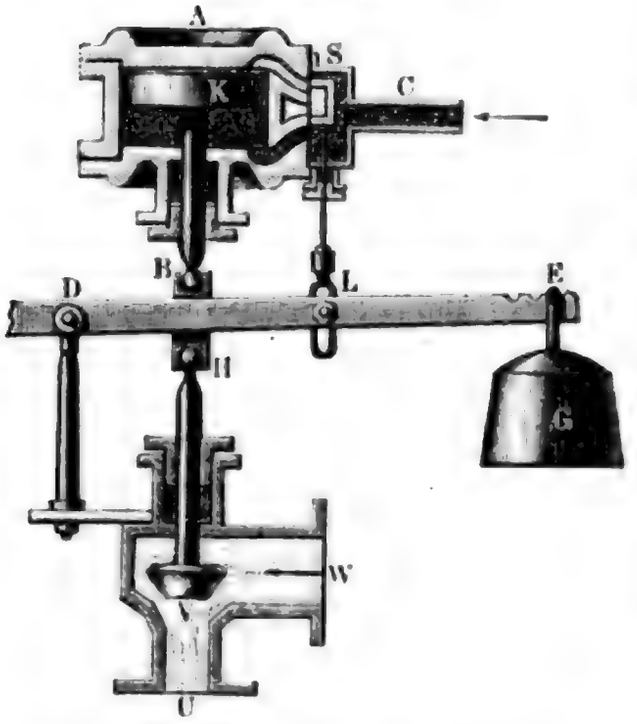
mittels eines länglichen Gliedes den unteren Arm des Winkelhebels K erfaßt; dabei würde der obere Arm dieſes Hebels unter dem äußerſten Ende des Roſtes weggleiten, dieſer nun, ſeiner Stütze beraubt, niederfallen und den Brennſtoff in den Aſchenfall ausſchütten, und dadurch endlich die Gefahr einer weiteren Ueberhitzung der Dämpfe beſeitigt ſein. Nach Henſchel vereinigt ein ſolcher Dampferzeugungsapparat viele Vorzüge in ſich; doch möge hier nur Folgendes hervorgehoben werden. Der Apparat bedarf nur einer kleinen Heizfläche von 4 Quadratfuß pr. Pferdekraft, die Dampferzeugung geht ſehr ſchnell vor ſich, die Abwartung und Reinigung dieſes Keſſels iſt leicht zu vollziehen und die Sicherheit deſſelben iſt ſehr groß, zumal da ſich aus dem kleinen Füllungsquantum keine große Menge überhitzter Dämpfe bilden und die Fläche, wo die Ueberhitzung ſtatthaben kann, nur klein iſt. Auf der anderen Seite wirft man aber auch dieſen Keſſeln vor, daß bei ihrer kleinen Waſſerfläche die Dämpfe viel unverdampftes Waſſer mit fortreißen.

§. 425 **Neuere Speiſeapparate.** In neueren Zeiten ſind ſtatt der gewöhnlichen Speiſeapparate mit Speiſepumpen verſchiedene ſelbſtthätige Speiſeapparate zur Anwendung gekommen. Unter anderen der Speiſeapparat von Auld, ſowie der von Jolly und von Brière, insbeſondere aber der Injector oder Speiſeapparat von Giffard.

Der ſelbſtthätige Regulator zur Keſſelſpeiſung von Jolly (ſ. Armengaud's Génie industriel, Juli 1865, auch Dingler's Journal Bd. 178) beſteht in der Hauptſache in einer kleinen Dampfmaſchine ABC, Fig. 652,

deren Schieber S mittels der ſtellbaren Stangen SL an den um D drehbaren Hebel DE eines Schwimmers (ſ. §. 427) angeſchloſſen iſt, und deren Kolben K mittels der articulirten Stangen KB und HV das Ventil V aufhebt und niederläßt. Das Gewicht G äquilibirt den (in der Abbildung nicht dargeſtellten) Schwimmer im Innern des Dampfkeſſels. Wenn beim Mangel an Waſſer im Keſſel der Schwimmer niedergeht, ſo ſteigt der Hebel deſſelben auf der Seite des Gewichtes G und es hebt der Arm DE den Schieber S mittels der Stange LS empor. Bei der hierbei eintretenden oberen Stellung des Schiebers kann der Dampf von C durch die Dampfkammer hindurch und unter den Kolben K ſtrömen, welcher nun ſammt dem Eintrittsventil vom Dampfdruck emporgehoben wird. Hierbei wird nun die Communication zwiſchen der bei W angeſchloſſenen Speiſepumpe und der bei U nach dem Keſſel führenden Speiſeröhre hergeſtellt und dem Speiſewaſſer der Zutritt in den Keſſel geſtattet. Iſt ſpäter das Speiſewaſſer im Uebermaß zugefloſſen und der Schwimmer auf eine gewiſſe Höhe geſtiegen, ſo zieht der nun ſinkende Hebelarm DE den Schieber wieder herab und der jetzt über den Kolben K tretende Dampf ſchiebt hierauf denſelben ſammt dem Ventil V nieder, wobei der weitere Zufluß des Speiſewaſſers wieder aufgehoben wird.

Fig. 652.

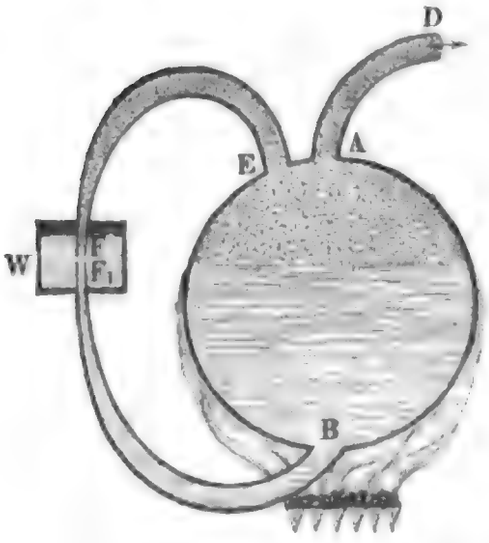


Ein anderer ſelbſtthätiger Speiſeapparat von Brière, beſchrieben in Armengaud's Génie industriel, 1866, ſowie in Dingler's Journal, Bd. 180.

Der Injector oder die Giffard'ſche Speiſepumpe. Wenn §. 426
man aus dem Dampfkeſſel AB, Fig. 653 (a. f. S.), nicht bloß durch das Dampfrohr AD, ſondern auch durch ein zweites Rohr EF Dampf abführt, ſo kann man durch den letzteren das nöthige Speiſewaſſer in den Keſſel drücken laſſen. Es iſt hierzu nur nöthig, daß ſich das Rohr EF in ein coniſches Mundſtück endige, daß ferner die Speiſeröhre F_1B mit einem in der Einmündung nur wenig weiteren, coniſch divergenten Einmündungsſtück

verſehen iſt, und daß endlich beide Mundſtücke unter Waſſer und ſo gegen einander geſtellt werden, daß nur ein ſchmaler Raum zwiſchen den Mündungsebenen übrig bleibt. Es fließt dann der ausſtrömende Dampf mit einer ſo großen Geſchwindigkeit aus F in die Röhre $F_1 B$, wobei er nicht allein das ſich aus demſelben bildende Waſſer, ſondern auch das von der Atmoſphäre durch den ringförmigen Spalt zugedrückte Waſſer in den Keſſel treibt.

Fig. 653.



Iſt $Q\gamma$ das Gewicht des durch den Zwiſchenraum zwiſchen F und F_1 zuſtrömenden und in Dampfform durch die Röhre AD abzuführenden Waſſerquantums, ſowie $Q_1\gamma$ das Gewicht des durch die Röhre EF aus dem Keſſel abzuführenden Dampfquantums, und bezeichnet h die den Druck im Dampfkeſſel meſſende Höhe einer Waſſerſäule, ſo läßt ſich der zur Einführung des Keſſelwaſſers nöthige Arbeitsaufwand

$$L = (Q + Q_1)\,h\gamma \text{ ſetzen.}$$

Annähernd iſt das Arbeitsvermögen des abſtrömenden Dampfes:

$$L_1 = Q_1\gamma \cdot \frac{v^2}{2g} = Q_1\gamma \cdot \mu h = Q_1 \mu h \gamma,$$

wenn μ das ſpecifiſche Dampfvolumen und v die Geſchwindigkeit des unter der Druckhöhe h ausfließenden Dampfes bezeichnet. Setzt man nun $L_1 = L$, ſo folgt

$$\mu Q_1 = Q + Q, \text{ und daher}$$

$$Q_1 = \frac{Q}{\mu - 1},$$

wofür $Q_1 = \frac{Q}{\mu}$ geſetzt werden kann.

Wegen der Abkühlung des Dampfes beim Ausfluß und der Berührung deſſelben mit dem Speiſewaſſer fällt jedoch Q_1 viel kleiner aus als $\frac{Q}{\mu}$. Hat das bei W zuſtrömende Speiſewaſſerquantum Q die Wärme t und das bei F_1 eintretende Geſammtwaſſerquantum $Q + Q_1$ die Temperatur t_1, ſo läßt ſich, indem man den Wärmeverluſt von Q_1 gleich dem Wärmegewinn von $Q + Q_1$ und die latente Wärme des zuſtrömenden Dampfes wenigſtens annähernd $= 640$ Grad annimmt,

$$Q_1 (640 - t_1) = Q (t_1 - t) \text{ ſetzen.}$$

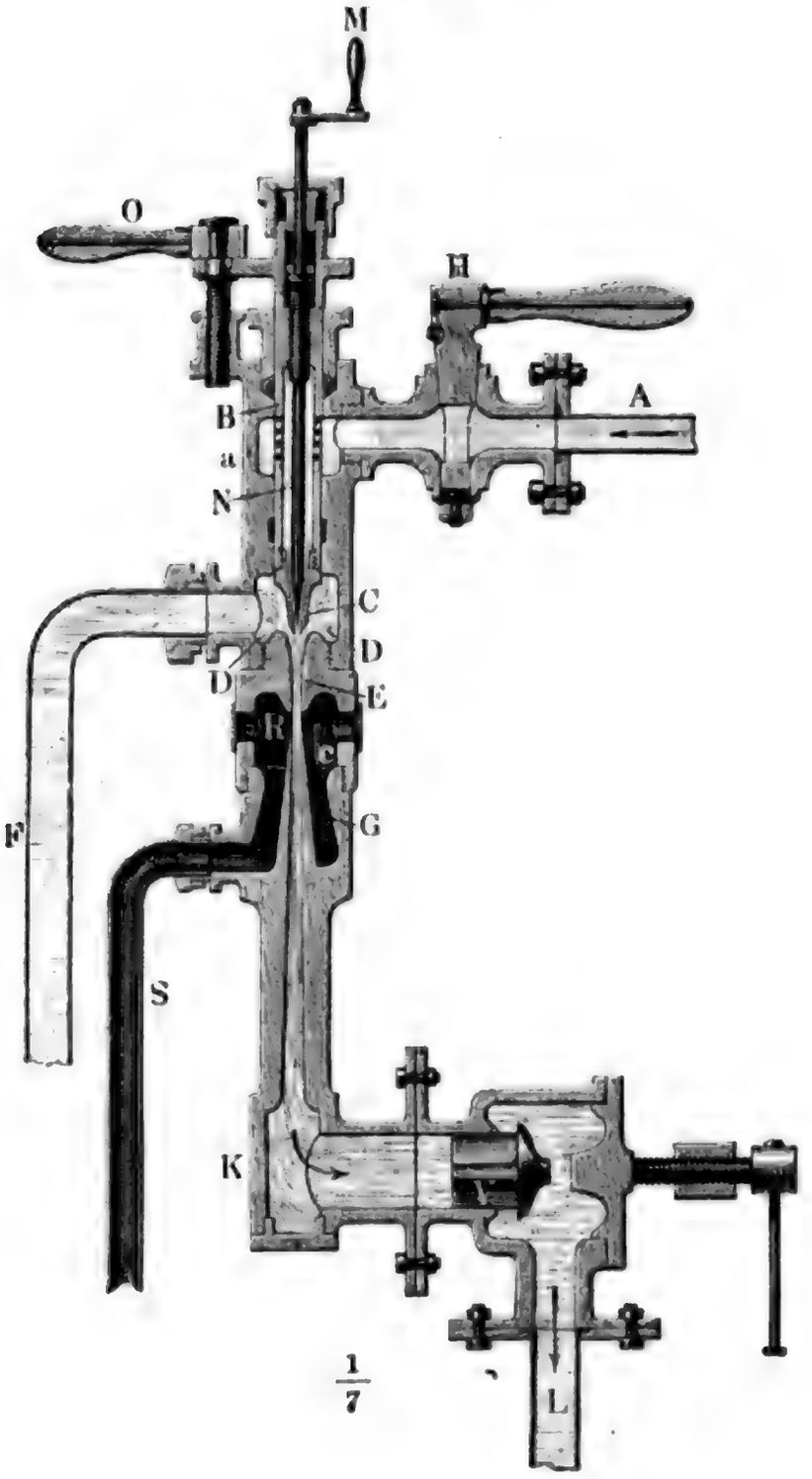
Hiernach folgt

$$Q_1 = \left(\frac{t_1 - t}{640 - t_1}\right) Q.$$

Iſt z. B. die Temperatur des zugeführten Speiſewaſſers $t = 15°$, und die des durch den zuſtrömenden Dampf angewärmten und direct nach dem Keſſel geleiteten Speiſewaſſers, $t_1 = 60$ Grad, ſo fällt das circulirende Dampfquantum

$$Q_1 = \frac{45}{580} Q = \frac{Q}{13} \text{ aus.}$$

Fig. 654.



$\frac{1}{7}$

Die weitere Ausführung der Theorie des Injectors iſt ein Gegenſtand der mechaniſchen Wärmetheorie.

Die ſpecielle Einrichtung eines ſolchen Speiſeapparates führt der Durchſchnitt in Fig 654 (a. vor. S.) vor Augen. Das Rohr *A* ſteht mit dem Dampfraume des Dampfkeſſels in Verbindung und führt bei geöffnetem Hahne *H* den Dampf durch eine Menge Löcher in die Röhre *BC* mit dem coniſchen Mundſtücke *C*. Letzteres mündet in einer als Condenſator dienenden Kammer *DD* aus, welche durch das Saugrohr *F* mit dem Speiſewaſſerbaſſin communicirt und mit einem conoidiſchen Mundſtück *E* verſehen iſt, durch welches nicht allein das mittels des aus *C* austretenden Dampfſtrahles durch die Röhre *F* angeſaugte, ſondern auch das Waſſer, welches aus der Condenſation des Dampfes hervorgeht, abſtrömt. Ein anderes nach oben gerichtetes coniſches Mundſtück *G* fängt den aus *E* kommenden Waſſerſtrahl auf und leitet denſelben in die Röhre *K*, welche durch die Röhre *L* mit dem Waſſerraume des Dampfkeſſels communicirt. Es iſt hiernach leicht zu ermeſſen, daß auf dieſe Weiſe der bei *C* ausſtrömende Dampf nach ſeiner Condenſation auf dem Wege *GKL* einen ſtetigen Waſſerſtrom in den Keſſel leitet. Das Reguliren der Dampfmenge erfolgt durch eine Kurbel *M*, welche mittels eines in einer coniſchen Spitze auslaufenden Dornes *N* in das Mundſtück *C* der Röhre *BC* beliebig tief hineingeſchoben werden kann, ſowie das Reguliren der Speiſewaſſermenge, durch eine andere Kurbel *O*, mittels welcher die Röhre *BC* gehoben und geſenkt, folglich auch der Abſtand ihrer Ausmündung von dem Boden der Kammer *DD* beliebig vergrößert und verkleinert werden kann. Das überflüſſige Speiſewaſſer, welches nicht in das Mundſtück *G* eintritt, ſammelt ſich in der Kammer *R* und fließt durch die Röhre *S* ab.

Anmerkung. Ueber den von Türk verbeſſerten Injector handelt Gagg im Civilingenieur Bd. XI. Der patentirte Injector von Schäffer und Budenberg iſt beſchrieben in Dingler's Journal Bd. 182.

§. 427 **Waſſerſtandszeiger.** Bei jedem Dampfkeſſel müſſen ferner Apparate angebracht ſein, welche uns über den Stand des Waſſers in demſelben die nöthige Auskunft geben. Es ſind dies Schwimmer, Probirhähne und Waſſerſtandsröhren.

Der Schwimmer oder das Schwimmniveau (franz. niveau au flotteur; engl. float gauge) beſteht aus einem doppelarmigen Hebel *ABC*, Fig. 655, an welchem einerſeits ein eiſerner oder ſteinerner Schwimmer *S*, andererſeits aber ein Gewicht *G* angehängt iſt. Die Drehungsaxe *C*, Fig. 656, iſt entweder ſchneidig wie bei einem Wagebalken, oder ſie wird durch zwei Stahlſpitzen gebildet, welche *AB* mittels einer eingeſetzten Nuß erfaſſen. Das Lager *D* wird gewöhnlich auf den Speiſeapparat *F* auf-

stets, und zwar in der Richtung des Pfeiles, durch den Hebel h gegen den Stift s gedrückt. Dieser Hebel ist mit einem Gewichte G belastet, das sich auf einer Teilung verschieben und in jeder Stellung durch eine Schraube festklemmen läßt. Der Stift s ist mit einer Spitze versehen, die in eine Vertiefung des Hebels h eingreift, und kann durch eine Schraube S gehoben und gesenkt werden.

Fig. 21.

Soll der Apparat in Betrieb gesetzt werden, so wird der Stift s durch die Schraube S gehoben, bis der Hebel h die Stellung annimmt, die in Fig. 21 gezeichnet ist. Dann wird das Gewicht G auf eine Teilung eingestellt, die der Spannung entspricht, bei welcher der Hebel h abfallen soll, und durch eine Schraube festgeklemmt. Nun wird der Stift s durch die Schraube S gesenkt, bis der Hebel h abfällt. Dann ist der Apparat betriebsbereit.

Art. In Fig. 658 hingegen ſind die zwei verticalen Waſſerſtandshähne *A* und *B* mit dem nöthigen Holzſchlüſſel *C* abgebildet. Man erſieht, daß *B* über und *A* unter dem Waſſerſpiegel *XX* einmündet.

Am ſicherſten erkennt man den Waſſerſtand an einer Waſſerſtandsröhre (franz. niveau à tube de verre; engl. glass gauge). Die Einrichtung eines ſolchen Waſſerſtandszeigers iſt aus Fig. 659 zu erſehen. *A* iſt die Glasröhre, *B* und *C* ſind die metallenen Communicationsröhren,

Fig. 657.

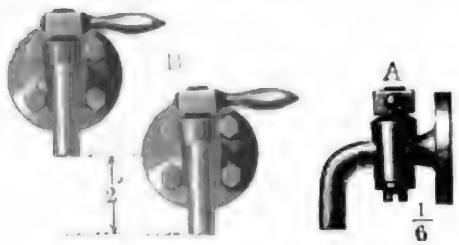


Fig. 658.

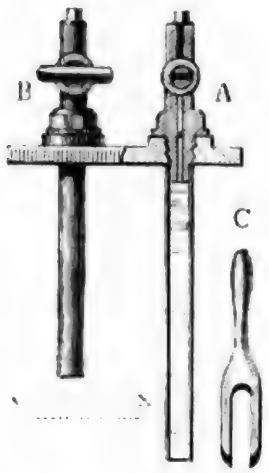
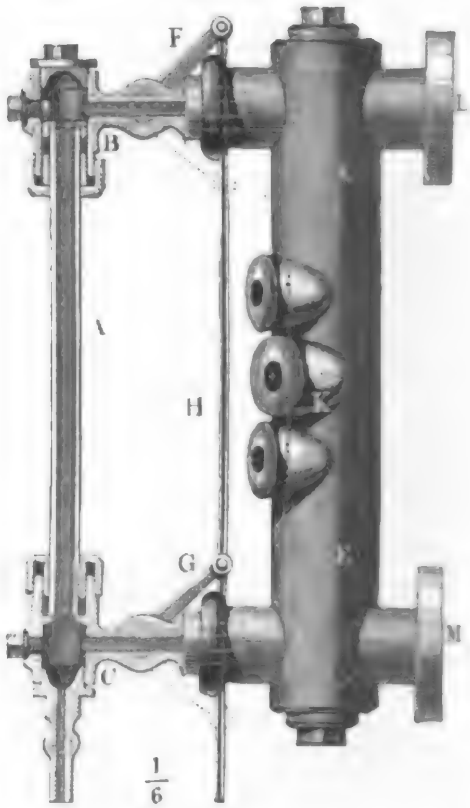


Fig. 659.



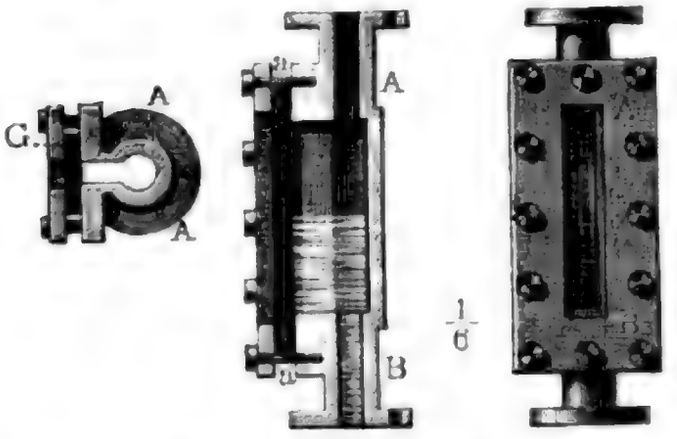
wovon die untere in den Waſſer- und die obere in den Dampfraum einmündet. *F* und *G* ſind zwei durch eine Stange *H* verbundene Hebel, wodurch die Hähne in Bewegung geſetzt und die Communication der Glasröhre mit dem Keſſel hergeſtellt und aufgehoben werden kann; endlich ſind noch in der Röhre *EE*, welche die beiden bei *L* und *M* in den Keſſel einmündenden Hahnſtücke mit einander verbindet, die Anſetzſtücke *K* für drei Probirventile angebracht.

Wegen der Zerbrechlichkeit und wegen des leichten Verſtopfens und Trübewerdens werden die Waſſerſtandsröhren nicht ſo oft angewendet, als ſie es in anderer Beziehung verdienen; dagegen empfiehlt Scholl in ſeinem „Führer des Maſchiniſten“ einen Waſſerſtandszeiger, von dem Fig. 660

Digitized by Google

einen horizontalen, sowie Fig. 661 einen verticalen Durchschnitt und Fig. 662 die vordere Ansicht desselben vorstellt. Das Ganze bildet einen Messingkasten

Fig. 660. Fig. 661. Fig. 662.

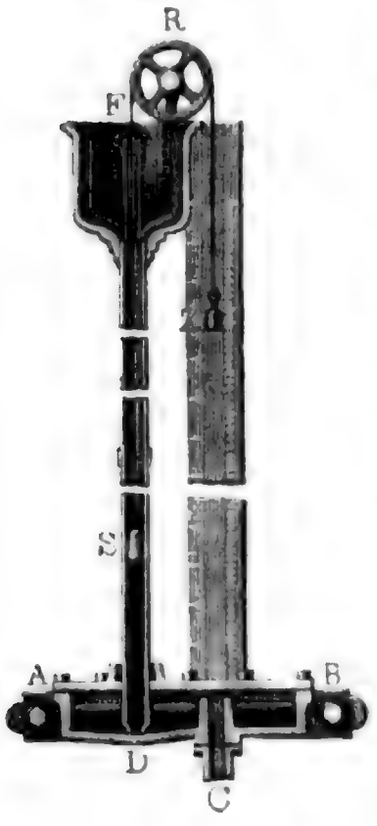


A B, der von unten mit dem Wasser- und von oben mit dem Dampfraume im Kessel communicirt, und nur von vorn durch zwei dicke Glastafeln *G* begrenzt wird. Auch bringt man in der neueren Zeit statt der Glastafeln Glasprismen zur Anwendung.

Manometer. An jedem Kessel ist ferner wenigstens eine Vorrichtung nö- §. 428
thig, welche die Dampfspannung anzeigt, um vorzüglich darnach die Feuerung reguliren zu können. Diese Vorrichtungen sind die Manometer oder Dampfmesser (franz. manomètres; engl. steam gauges) und Ventile.

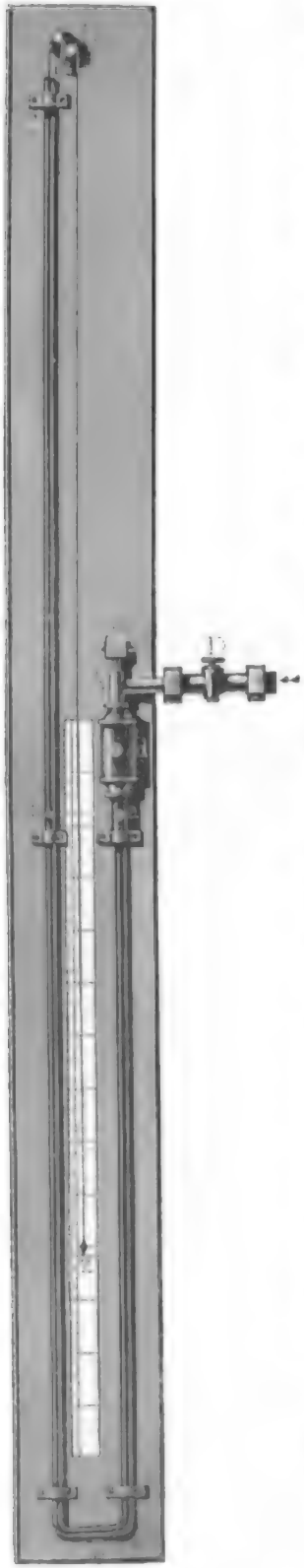
Die Manometer sind entweder offene (franz. à air libre; engl. with open leg) oder verschlossene Luftmanometer (franz. à air comprimé; engl. with compressed air). Von beiden ist schon in Band I, §. 386 und 394, die Rede gewesen, weshalb hier nur noch Ergänzungen, betreffend die besondere Anwendung bei Dämpfen, zu machen sind. Man verwendet zu diesen Instrumenten nicht gern Glasröhren, weil dieselben sehr zerbrechlich sind und weil sie bei der Dunkelheit des Ortes, wo sie gewöhnlich stehen, kein bequemes Erkennen des Quecksilberstandes zulassen, um so mehr, da sie durch Absätze aus dem Quecksilber leicht trübe werden. Dagegen bedient man sich gewöhnlich eiserner Röhren und läßt sich den Quecksilberstand in denselben durch Schwimmer angeben.

Fig. 663.



Die Durchschnittszeichnung eines Gefäßmanometers mit Schwimmer giebt Fig. 663. Es ist *A B* das eiserne Quecksilbergefäß, *C* die Röhre, wodurch es mit dem Dampfkessel communicirt, *D E* die eiserne Manometerröhre, *S* der Schwimmer und *Z* der Zeiger, welcher mit dem Schwimmer durch eine über der Leitrolle *R* liegende Schnur verbunden ist und den Quecksilberstand in der Röhre *D E* auf einer Scala anzeigt.

Fig. 664.



Ein Hebermanometer iſt in Fig. 664 abgebildet. ABC iſt die heberförmige Röhre, welche ſich auf der einen Seite an das mit Waſſer gefüllte Gefäß Aa anſchließt, auf der anderen Seite in die freie Luft ausmündet, übrigens aber bis a und b mit Queckſilber gefüllt iſt. Der Dampf wird durch die Röhre DA über das Waſſer in Aa geführt, und indem er dieſes niederdrückt, wird das Queckſilber im Schenkel aB zum Sinken und das im Schenkel BC zum Steigen genöthigt. Der Stand des letzteren läßt ſich aber an einer Scala mittels eines Zeigers Z beobachten, der durch eine, über einer kleinen Rolle R liegenden ſeidenen Schnur mit einem kleinen metallenen Schwimmer in der Queckſilberſäule verbunden iſt.

Es iſt hierbei die Frage, um welche Höhe x ſteigt der Queckſilberſpiegel in dem Schenkel BC oder ſinkt der äußere Zeiger Z, wenn der Dampf mit einer gewiſſen Kraft p auf den Waſſerſpiegel im erſten Schenkel aB drückt? Bei gleicher Weite beider Schenkel ſinkt die Oberfläche des Queckſilbers im erſten Schenkel ebenſo viel als die im zweiten ſteigt, es iſt folglich der Niveauabſtand zwiſchen beiden Oberflächen $= 2x$, und iſt nun der Barometerſtand $= b$, ſo hat man den von unten nach oben wirkenden Druck der Queckſilberſäule $= 2x + b$. Der Gegendruck von oben nach unten beſtimmt ſich aber aus der als conſtant anzuſehenden Höhe h der Waſſerſäule in dem weiten Gefäße, aus der Höhe x der in den erſten Schenkel eingedrungenen Waſſerſäule, dem ſpecifiſchen Gewichte ε des Queckſilbers und der Dampfpreſſung p, gemeſſen durch die Höhe einer Queckſilberſäule:

$$= p + \frac{h + x}{\varepsilon},$$

es iſt alſo zu ſetzen:

$$2x + b = p + \frac{h + x}{\varepsilon},$$

und folgt daher:

$$x = \frac{\varepsilon (p - b) + h}{2\varepsilon - 1}.$$

Drücken wir p in Atmosphären, h und x aber in Zollen aus, so erhalten wir, da noch $\varepsilon = 13{,}6$ ist,

$$x = \frac{13{,}6 \,.\, 29\,(p - 1) + h}{26{,}2} = 15{,}09\,(p - 1) + 0{,}0382\,h \text{ Zoll.}$$

Hiernach folgt, wenn man den Nullpunkt $0{,}0382\,h$ über den Punkt (b) der Röhre BC setzt,

für $p = 1$	$5/4$	$3/2$	$7/4$	2	3	4	Atmosphären,
$x = 0$	3,77	7,545	11,32	15,09	30,18	45,27	Zoll.

Die Füllung des Instrumentes mit Queckſilber und das Nachgießen des Waſſers erfolgt durch die mittels eines Stöpſels verſchließbare Oeffnung e im Kopfe des erſten Schenkels. Damit dieſe Flüſſigkeiten in der richtigen Quantität eingegoſſen werden, öffnet man während des Eingießens von Queckſilber das Loch a und nachher, während des Eingießens von Waſſer, das Loch d.

Luftmanometer. Das eben behandelte Manometer mit Schwimmer §. 429
wird vorzüglich bei Niederdruckkeſſeln angewendet, weil hier die Manometerröhre ziemlich kurz ſein kann; jedoch findet man es auch bei Mitteldruckkeſſeln, worin Dämpfe von 3 bis 4 Atmoſphären Spannung erzeugt werden, angewendet, da hier eine Röhrenlänge von reichlich $2 \,.\, 29 = 58$ bis $3 \,.\, 29 = 87$ Zoll ausreicht. Für Hochdruckdämpfe erhalten aber dieſe Manometer eine zu große Ausdehnung, und man wendet daher ſtatt derſelben auch andere Inſtrumente an.

Das Luftmanometer, deſſen Theorie bereits in Band I, §. 394, abgehandelt worden iſt, läßt ſich zwar zum Ausmeſſen aller Dampfſpannungen gebrauchen, allein wegen der Unſicherheit ſeiner Angaben, in Folge der Oxydation des Queckſilbers, wird es nicht ſehr häufig an ſtehenden Dampfmaſchinen angewendet. Um bei höheren Dampfſpannungen nicht zu kleine Veränderungen in dem Queckſilberſtande zu erhalten, verbindet man wohl mit der Manometerröhre BC, Fig. 665 (a. f. S.), ein Reſervoir E, aus welchem erſt dann alle Luft ausgetrieben wird, wenn die Spannung eine höhere iſt. Steht z. B. bei 3 Atmoſphären Spannung das Queckſilber unmittelbar über E, ſo nimmt es bei 6 Atmoſphären die Mitte M von CE ein, und es laſſen ſich an einer Eintheilung von EM alle Spannungen zwiſchen 3 und 6 Atmoſphären ableſen. Einem ähnlichen Zwecke entſpricht auch das hyperboliſche Manometer von Delaveye (ſ. Dingler's Journal, Bd. 93), das nach dem Ende zu ſich immer mehr und mehr zuſammenzieht, und in eine Kugel ausläuft, und die Eigenſchaft hat, daß es gleiche

Veränderungen in der Dampfſpannung auch durch gleiche Veränderungen in dem Queckſilberſtande anzeigt.

Eine complicirte Einrichtung haben die Luftmanometer von Hofmann in Breslau (ſ. Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbefleißes in Preußen, Jahrgang 1849). Die weſentliche Einrichtung ſolchen Inſtrumentes iſt aus Fig. 666 zu erſehen; es iſt hier *ABC* eine mit dem Dampfkeſſel in Verbindung ſtehende Kupferröhre, *CHD* ein Hahnſtück, *DEFG* ein zweimal gebogenes Kupferrohr und *KL* eine ſich nach oben etwas verengernde und in ein birnförmiges Ende auslaufende Glasröhre. Die eigentliche Füllung *EFG* dieſes Inſtrumentes beſteht aus Spiritus, außerdem iſt aber auch noch eine Füllung *BCD* von Waſſer vorhanden, welche den Dampfdruck unmittelbar aufnimmt und mittels der Luftſäule *DE* auf den Spiritus fortpflanzt, der wieder die Luft in der Mano-

Fig. 667.

Fig. 665.

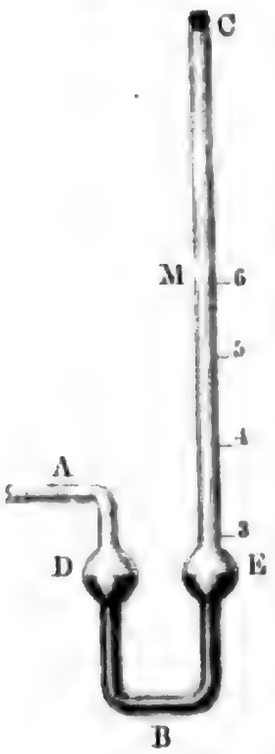
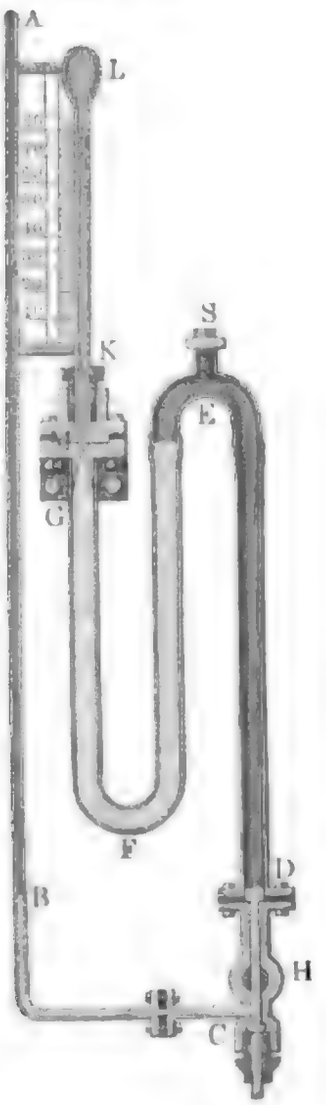
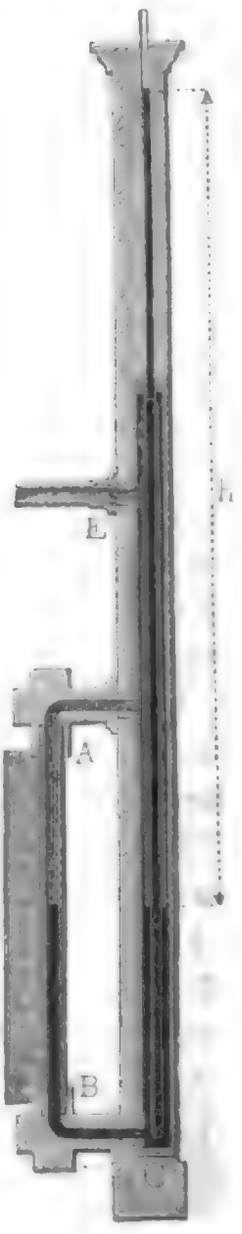


Fig. 666.





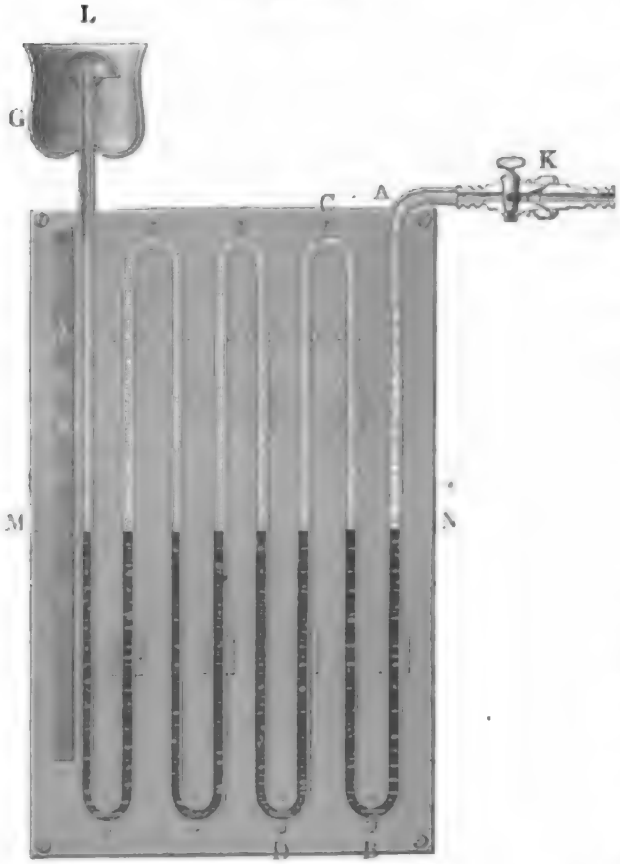
meterröhre KL zuſammendrückt. Der Spiritus wird durch eine zu verſtöpſelnde Mündung S in ſolcher Menge eingefüllt, daß er durch ein feines und ebenfalls ſpäter zu verſtöpſelndes Loch bei M abzufließen anfängt. Wenn man den Dampfdruck kennen lernen will, ſo öffnet man den Dampfhahn und beobachtet an einer Scala den Stand des Spiritus in der Röhre KL. Die Eintheilung der Scala iſt natürlich auf dem experimentellen Wege zu finden.

Ihrer Sicherheit wegen wendet man jetzt ſelbſt bei hohem Dampfdrucke offene Hebermanometer an; um ſie aber mit einer kleinen Scala verſehen zu können, giebt man demjenigen Theile AB, Fig. 667, deſſelben, an welchem man den Queckſilberſtand abliest, eine größere Weite. Iſt z. B. die Weite von dieſem Theile dreimal ſo groß als die Weite der übrigen Röhre, ſo fällt die Bewegung des Queckſilbers in ihm neunmal ſo klein als in dem anderen Schenkel CD aus; da aber die Spannung durch die Niveaudifferenz, d. i. durch die Senkung des Queckſilbers in dem einen Schenkel plus Steigung deſſelben im anderen gemeſſen wird, ſo iſt in dieſem Falle die Bewegung des Queckſilbers im weiteren Theile ein Zehntel des Niveauabſtandes, d. i. es giebt der Queckſilberſtand in dieſem Theile die Dampfſpannung zehnfach verjüngt an. Bei dem abgebildeten Manometer von Decoudun iſt der weitere Theil AB unten und drückt der bei E zutretende Dampf auf das Queckſilber in demſelben; bei dem von Desbordes hingegen nimmt derſelbe die obere Stelle ein und es drückt die Luft zunächſt auf das Queckſilber in dieſem Theile.

Differenzialmanometer. Sehr geeignet zum Meſſen hoher Dampf- §. 430
ſpannungen ſind noch die Differenzialmanometer. Ein ſolches Inſtrument beſteht aus einem Syſteme paralleler und unter einander verbundener Röhren AB, BC, CD..., Fig. 668 (a. f. S.), von welchen die unteren Hälften bis zur Linie MN mit Queckſilber, die oberen Hälften aber mit Waſſer gefüllt ſind. Wird nun das eine Ende K mit dem Dampfe, das andere Ende L aber mit der Luft in Communication geſetzt, ſo ſinkt das Queckſilber im erſten, dritten, fünften Schenkel u. ſ. w., und ſteigt im zweiten, vierten, ſechsten u. ſ. w. ſo weit, bis dem Dampfdrucke auf der einen und dem Luftdrucke auf der anderen Seite durch den vereinigten Queckſilber- und Waſſerdruck das Gleichgewicht gehalten wird. Sind alle Röhren gleich weit, was der Brauchbarkeit des Inſtrumentes wegen auch gefordert werden muß, ſo iſt die Steighöhe x des Queckſilbers im erſten Schenkel ſo groß, wie die Senkung im anderen, alſo die Niveaudifferenz zwiſchen beiden $= 2x$, und ebenſo groß auch die zwiſchen dem Queckſilber in der vierten und dritten Röhre, ferner zwiſchen der ſechsten und fünften u. ſ. w. Dagegen fällt hierbei die Waſſerſäule in der zweiten Röhre um $2x$ kürzer

aus, als die in der erſten, ebenſo die in der vierten um $2x$, als die in der dritten u. ſ. w. Bezeichnet nun ε das ſpecifiſche Gewicht des Queckſilbers,

Fig. 668.



ſo folgt die Höhe einer Queckſilberſäule, welche einer Waſſerſäule von der Höhe $2x$ das Gleichgewicht hält, $= \frac{2x}{\varepsilon}$, und daher die Spannung, welche das Eintreten der Niveaudifferenz $2x$ hervorbringt:

$$= 2x - \frac{2x}{\varepsilon}$$

$$= \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) \cdot 2x$$

$$= \frac{2(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} x.$$

Dieſe Spannung wird aber durch den Niveauabſtand zwiſchen dem vierten und dritten Schenkel verdoppelt, ferner durch den zwiſchen dem ſechsten und fünften verdreifacht u. ſ. w. Iſt nun n die Anzahl der Röhrenſchenkel, p die Dampfſpannung am Anfange des erſten Schenkels und b der durch die Höhe einer Queckſilberſäule gemeſſene Luftdruck am Ende des anderen Schenkels, ſo hat man:

$$p = b + \frac{n}{2} \cdot \frac{2(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} x,$$

d. i.

$$p = b + \frac{n(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} x = b + 0{,}9266\, n x;$$

ſowie

$$x = \frac{\varepsilon (p - b)}{(\varepsilon - 1) n} = 1{,}079 \frac{(p - b)}{n} \text{ Zoll},$$

oder, wenn man p in Atmoſphären ausdrückt und $b = 1$ annimmt:

$$x = 31{,}29 \cdot \frac{p - 1}{n} \text{ Zoll}.$$

Bei einem Inſtrumente mit acht Röhren hat man z. B. für $p = 1$, $1^1/_2$, 2, 3, 4, 5, 6 Atmoſphären die Manometerſtände

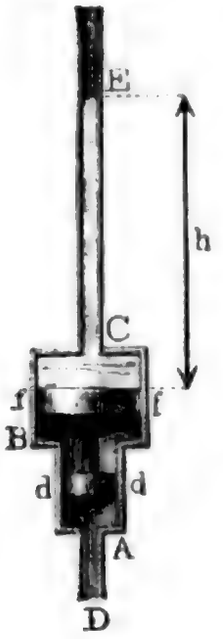
$x =$ 0 Zoll, 1,955 Zoll, 3,91 Zoll, 7,82 Zoll, 11,73 Zoll, 15,64 Zoll, 19,56 Zoll.

Das Endſtück FL der ganzen Schlangenröhre iſt gläſern und mit einer Scala MS zum Ableſen des Queckſilberſtandes eingefaßt. Damit bei einem Dampfſtoße das Queckſilber nicht aus der Röhre verſchüttet werde, iſt dieſelbe durch einen Hut L bedeckt und mit einem Gefäße G verbunden, in welchem ſich das übergetriebene Queckſilber ſammeln kann. Das Nähere über die Einrichtung eines ſolchen Inſtrumentes nach Richard iſt im 44. Jahrgange (1845) des Bulletin de la société d'encour., ſowie in den Annales des mines, T. VII, 1845, nachzuleſen.

Kolbenmanometer. In der neueſten Zeit ſind noch andere Manometer zum Meſſen des hohen Dampfdruckes vorgeſchlagen und angewendet worden. Es gehört hierher vorzüglich das offene Manometer von Galy-Cazalat oder Journeux, und nächſtdem das Metallmanometer von Bourdon (ſ. Annales des mines, IV. Sér., T. XVI, 1849, oder die Zeitſchrift „der Ingenieur", Bd. II). §. 431

Das Princip, welches bei den erſteren Manometern zur Anwendung kommt, beſteht in Folgendem. In dem Gefäße ABC, Fig. 669, ſind zwei durch einen Stiel feſt mit einander verbundene Kolben $\overline{dd}$ und $\overline{ff}$ von verſchiedenen Durchmeſſern verſchiebbar, wovon der eine den Druck des bei D zutretenden Dampfes und der andere den Druck einer Flüſſigkeitsſäule CE aufnimmt. Sind nun r und r_1 die Halbmeſſer der Kolben $\overline{dd}$ und $\overline{ff}$, iſt ferner p der Dampfdruck, h der Manometerſtand oder die Höhe der Flüſſigkeitsſäule CE, und γ die Dichtigkeit derſelben, ſo hat man die Kraft, mit welcher jeder dieſer Kolben gedrückt wird:

Fig. 669.



$$\pi r^2 p = \pi r_1^2 h \gamma,$$

und daher:

$$h = \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \frac{p}{\gamma},$$

z. B. für $\frac{r}{r_1} = 1/3$:

$$h = 1/9 \, \frac{p}{\gamma};$$

es wird alſo dann eine Atmoſphäre von 28 Zoll durch eine $^{28}/_9 = 3^1/_9$ Zoll hohe Flüſſigkeitsſäule in CE angezeigt.

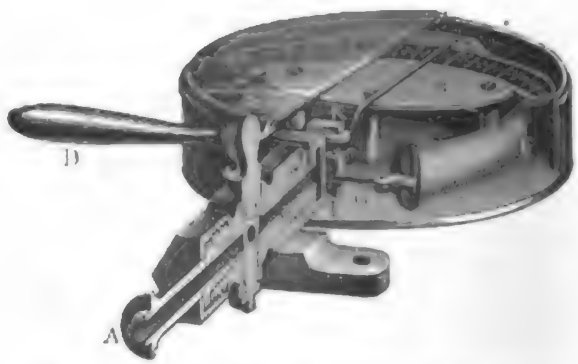
Bei dem Manometer von Journeux (Fig. 670) ſind, um die Unſicherheit wegen der Kolbenreibung zu umgehen, die Kolben durch Metallſcheiben $\overline{dd}$ und $\overline{ff}$ erſetzt, und es wird der Druck durch eine beſondere Kolbenverbindung g von einer ſolchen Scheibe auf die andere übergetragen. Zum genauen Abſchluß des Dampfes von Queckſilber ſind die beiden Metallſcheiben noch mit Scheiben von vulcaniſirtem Kautſchuk belegt, und damit die Luft auf die Scheibe $\overline{ff}$ eben ſo gut von unten als von oben drücken kann, iſt in den unteren Theil des Gefäßes ein Loch o zum Eintritt der Luft gebohrt. Das Queckſilber wird mittels eines Trichters durch den Aufſatz D eingeführt.

Fig. 670.

§. 432

Metallmanometer. Das Metallmanometer von Bourdon beſteht, wie das zuerſt von Schinz conſtruirte Metallmanometer, der Hauptſache nach aus einer gebogenen Meſſingröhre BEF, Fig. 671, mit elliptiſchem Querſchnitte, deren Geſtalt ſich mit dem Drucke der in ihr eingeſchloſſenen Flüſſigkeit ändert. Das eine Ende B der Röhre iſt offen und

Fig. 671.



ſteht mit der Dampfröhre AB in Verbindung, das andere Ende F hingegen iſt verſchloſſen und frei beweglich, und ein mit ihm durch eine ſtehende Welle KL verbundener Zeiger Z rückt auf einer Scala H fort, wenn ſich die Röhre in Folge des Dampfdruckes in derſelben ſtreckt.

Da in Folge des Dampfdruckes der elliptiſche Querſchnitt der Röhre ſich mehr dem Kreiſe nähert (ſ. §. 411), ſo geht die Breite DF (Fig. 672) derſelben in D_1F_1 über, wobei die Seiten DE und FG in die Lagen D_1E_1 und F_1G_1 gelangen, ferner der Querſchnitt EG die Lage E_1G_1

annimmt und der Krümmungshalbmeſſer $CA = CB$ in $C_1A = C_1B$ übergeht, alſo um CC_1 größer wird.

Bei dem Metallmanometer von Schäfer und Budenberg iſt die Spiralröhre durch eine wellenförmige Stahlplatte und bei dem von Gäbler

Fig. 672.

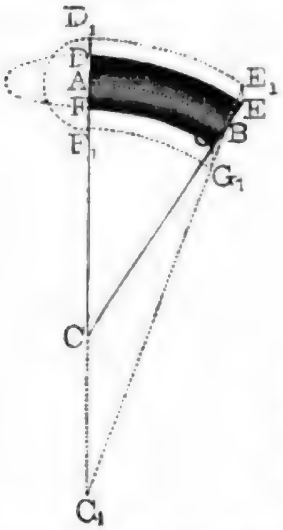
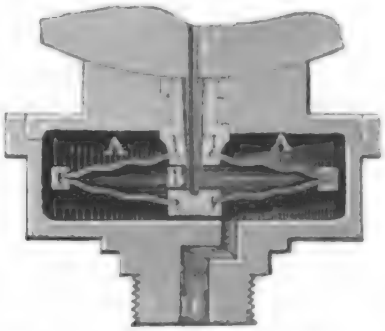


Fig. 673.



und Veitshaus durch ein linſenförmig verbundenes Plattenpaar AA, Fig. 673, erſetzt. Der bei D zutretende Dampf drückt dieſes Plattenpaar zuſammen, und ſchiebt dabei den Stift BC aufwärts, welcher wieder einen Zeigermechanismus in Bewegung ſetzt und dadurch die Größe des Dampfdruckes anzeigt.

Endlich ſind Thermometer ebenfalls noch Vorrichtungen, welche die Spannkraft der Dämpfe anzeigen, da man mittels Formeln oder Tabellen die Expanſivkraft aus der Temperatur, welche dieſe Inſtrumente anzeigen, finden kann. Man hängt dieſe von oben durch eine Stopfbüchſe in den Keſſel und ſchützt ſie durch eine metallene Hülle vor dem Zerbrechen. Siehe Herrn Dr. H. Schefflers Monographie: die Urſachen der Dampfkeſſelexploſionen und das Dampfkeſſelthermometer.

Sicherheitsventile. Sicherheitsventile (franz. soupapes de sûreté; engl. safety valves) ſind die wichtigſten Sicherheitsapparate eines Dampfkeſſels. Man unterſcheidet innere und äußere Sicherheitsventile. Aeußere Sicherheitsventile oder Sicherheitsventile ſchlechtweg (franz. soupapes externes; external valves) öffnen ſich nach außen, wenn der Dampfdruck im Keſſel eine gewiſſe Grenze überſchreitet, und laſſen nun ſo lange Dampf abſtrömen, bis die Dampfſpannung wieder unter dieſe Grenze herabgegangen iſt, in welchem Falle ſie ſich von ſelbſt wieder ſchließen. §. 433

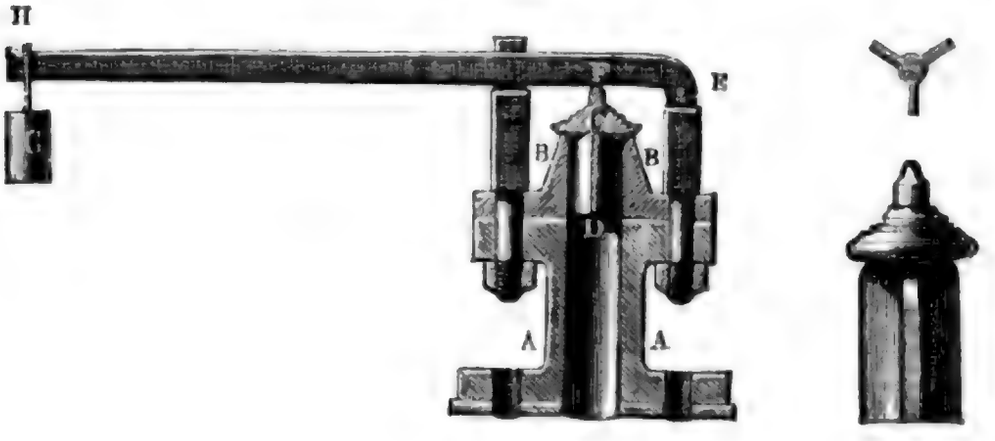
Die inneren Sicherheits- oder Luftventile (franz. soupapes internes, soupapes renversées, soupapes atmosphèriques; engl. vacuum valves, atmospheric safety valves) hingegen öffnen ſich nach innen, wenn der Druck im Inneren des Keſſels, vielleicht durch Abkühlung bei Unterbrechung der Feuerung, unter eine gewiſſe Grenze hinabgeht, und

laſſen dann ſo lange Luft von außen nach innen ſtrömen, bis die Spannung im Keſſel beinahe dem Atmoſphärendrucke gleichkommt. Während die äußeren Sicherheitsventile das Zerreißen der Dampfkeſſel durch den Dampfdruck verhindern ſollen, haben die inneren Sicherheitsventile den Zweck, das Zerdrücken deſſelben durch den Atmoſphärendruck zu verhindern. Man kann leicht ermeſſen, daß die inneren Sicherheitsventile oder ſogenannten Luftventile nur dann in Wirkſamkeit treten, wenn ſich nach Beendigung der Feuerung eines Keſſels die Dämpfe in demſelben condenſiren.

Nach der Art und Weiſe, wie die Sicherheitsventile beſchwert werden, um dem Dampfdrucke das Gleichgewicht zu halten, hat man die Ventile mit directer Belaſtung zu unterſcheiden von den Ventilen mit indirecter oder Hebelbelaſtung. Die Ventile der erſten Art werden vorzüglich bei mäßigen Dampfſpannungen angewendet, wogegen man ſich der letzteren mehr bei ſtarken Dampfſpannungen bedient, um weniger Belaſtung nöthig zu haben. Bei jenen liegt die einen Cylinder bildende Belaſtung unmittelbar auf der oberen Fläche des Ventiles, bei dieſen hingegen hängt ſie an dem längeren Arme eines einarmigen Hebels, und wirkt ſo dem am kürzeren Arme von unten nach oben auf das Ventil drückenden Dampfe entgegen. Noch hat man auch Ventile mit Federdruck; wegen der großen Veränderlichkeit der Federkraft gewähren jedoch dieſe nicht hinreichende Sicherheit.

Der leichteren Eröffnung wegen giebt man den Sicherheitsventilen nicht eine koniſche, ſondern eine ebene Plattenform, und läßt ſie nur auf die ſchmale Stirnfläche des röhrenförmigen Ventilſitzes aufruhen. Nach belgiſchen Vorſchriften darf die Breite der ringförmigen Berührungsfläche zwiſchen dem Sicherheitsventile und ſeinem Sitze nur 2 Millimeter betragen; in Frankreich muß aber dieſe Breite ein Dreißigſtel des Durchmeſſers der inneren Ventilfläche ausmachen, wenn dieſer Durchmeſſer 30 oder mehr Millimeter mißt, iſt er aber kleiner, ſo ſoll dieſe Breite 1 Millimeter betragen. Fig. 674 ſtellt ein Sicherheitsventil mit Hebelbelaſtung vor. *AA* iſt das Ventilgehäuſe, welches auf den Dampfkeſſel aufgeſchraubt wird, *BB* der oben etwas erweiterte Ventilſitz, *CD* das Ventil, und zwar *C* die Ventilplatte,

Fig. 674.



und *D* ſind die zum geraden Auf- und Niederſinken nöthigen Ventilflügel; *EFH* iſt der um *E* drehbare Hebel, welcher in *H* durch ein Gewicht *G* nieder- und durch das Ventil in *F* aufwärts gedrückt wird.

Fig. 675.

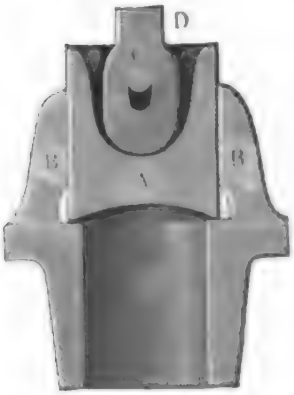
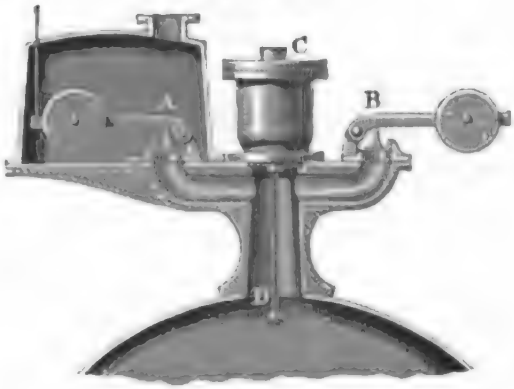


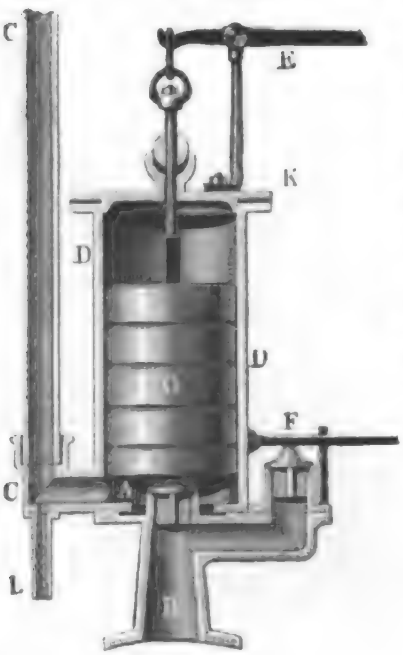
Fig. 676.



Neuere Sicherheitsventile wie *A*, Fig. 675, ſind außen cylindriſch abgedreht, haben eine aus vier Backen *B*, *B* beſtehende Führung und hängen mittels eines Bolzens *C* an der vom Ventilhebel herabhängenden Stange *D*.

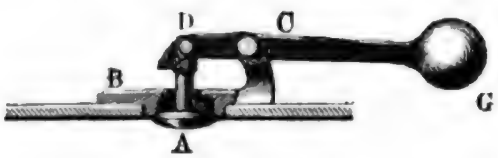
Ein vollſtändiger Sicherheitsventilapparat iſt in Fig. 676 abgebildet. Beide Ventile *A* und *B* haben, wie das Ventil in Fig. 675, äußere Führungsſtangen. Das Ventil *A* iſt von einem Gehäuſe eingeſchloſſen und daher dem Heizer unzugänglich; das andere Ventil iſt dagegen ganz frei. In dem Gehäuſe *C* befindet ſich das Abſperrventil und an demſelben iſt eine Schutzplatte *D* angebracht, welche das Aufſteigen des Keſſelwaſſers in das Dampfrohr verhindern ſoll. Ferner ſtellt Fig. 677 die Durchſchnittszeichnung eines Ventiles mit directer Belaſtung dar, *A* iſt das Ventil, *G* ſind die über eine vierkantige Ventilſtange geſchobenen Belaſtungsgewichte, *B* iſt das auf dem Keſſel aufſitzende und den Ventilſitz bildende Fußſtück, *CC* ferner das Dampfableitungsrohr, *DD* das dem Heizer unzugängliche Ventilgehäuſe, *E* ein Hebel zum Lüften und Probiren des Ventiles, und endlich *F* ein zweites dem Heizer zugängliches Hebelventil.

Fig. 677.



In Fig. 678 iſt ein Luftventil

Fig. 678.



abgebildet. Hier iſt das Ventil A durch ein Gelenk D mit dem um C drehbaren Hebel DG verbunden, und es wird daſſelbe durch ein mäßiges Gewicht G am längeren Arme des Hebels ganz ſchwach von unten nach oben an den Ventilſitz B angedrückt.

§. 434 **Theorie der Sicherheitsventile.** Die äußeren Sicherheitsventile müſſen nicht allein mit einem gewiſſen Gewichte beſchwert werden, damit ſie ſich erſt bei einer gewiſſen Dampfſpannung öffnen, ſondern ſie müſſen auch eine gewiſſe Größe erhalten, damit ſie bei ihrer Eröffnung einen hinreichenden Dampfabfluß gewähren. Es iſt wenigſtens zu verlangen, daß das Abflußquantum größer ſei, als die in derſelben Zeit erzeugte Dampfmenge. Ueber die Ausmittelung der Belaſtung eines Sicherheitsventiles iſt bereits in Bd. I, §. 386, das Nöthigſte geſagt worden. Iſt p die Dampfſpannung, ſowie b die äußere oder Atmoſphärenſpannung, und r der innere Halbmeſſer des Sicherheitsventiles, ſo hat man die Kraft, mit welcher das Ventil emporgetrieben wird:

$$P = \pi r^2 (p - b);$$

bei directer Belaſtung iſt das Gewicht G des ganzen Ventiles dieſer Kraft gleich zu machen, bei einer Hebelbelaſtung hingegen hat man das am Hebelarme a anzuhängende Gewicht

$$G = \frac{Pd - Qs}{a}$$

zu machen, inſofern d den Hebelarm der Kraft P und Qs das ſtatiſche Moment des unbelaſteten Ventiles ausdrücken. Einige Unſicherheit läßt dieſe Beſtimmung immer zurück, zumal wenn die ringförmige Berührungsfläche nicht ſehr ſchmal iſt, weil die Metallporen in der Nähe dieſer Fläche nicht bloß mit atmoſphäriſcher Luft, ſondern auch, wenigſtens nach innen zu, mit Dampf ausgefüllt ſind, folglich die Druckfläche des Dampfdruckes noch etwas größer als πr^2 iſt (ſ. eine Abhandlung hierüber von Cato, im polytechniſchen Centralblatt, Bd. VIII, 1846).

Um die nöthige Größe der Ventilfläche zu finden, nehmen wir der mechaniſchen Wärmetheorie zufolge an, daß bei Eröffnung des Sicherheitsventils durch den Mündungsquerſchnitt F Quadratmeter deſſelben, bei dem Druck von p Atmoſphären, außer einer größeren Menge heißen Waſſers, das Dampfquantum

$$Q = 20\, p\, F \text{ Kilogramm pr. Secunde}$$

zum Ausfluß gelange (ſiehe Zeuner's Grundzüge der mechaniſchen Wärmetheorie Seite 421).

Nehmen wir ferner nach dem Obigen (ſiehe, §. 404) an, daß F_1 Quadratmeter Heizfläche eines Dampfkeſſels die Dampfmenge

$$Q = \frac{19\,F_1}{60\,.\,60} = 0{,}00528\,F_1 \text{ Kilogramm liefert,}$$

so folgt das erforderliche Verhältniß der Ventilfläche F zur Heizfläche F_1:

$$\frac{F}{F_1} = \frac{0{,}00528}{20\,p} = \frac{0{,}000264}{p}.$$

Dieser Formel zufolge ist für die

Dampfspannung p =	4/3	2	3	4	5	6 Atmosphären
Das Flächenverhältniß $\frac{F}{F_1}$ =	0,0001980	0,0001320	0,0000880	0,0000660	0,0000528	0,0000440

Je größer also der Dampfdruck ist, je kleiner fällt die erforderliche Größe der Fläche des Sicherheitsventils aus.

Nach der preußischen Verordnung soll $\frac{F}{F_1}$ wenigstens 1/3000 sein; es ist also hier beim Niederdruck von 4/3 Atmosphäre eine $(1/3000 : 0{,}000198) = \frac{1}{0{,}594} = 1{,}68$, d. i. nahe 5/3fache Sicherheit vorhanden, und dieselbe bei hohen Dampfspannungen noch größer.

Die französischen „Ordonnances“ schreiben vor, den Ventildurchmesser nach der von Thrémery auf dem Wege der Empirie gefundenen Formel

$$d = 2{,}6\sqrt{\frac{F_1}{p - 0{,}412}} \text{ Centimeter}$$

zu bestimmen, so daß hiernach, da F_1 in Quadratmetern auszudrücken ist,

$$\frac{F}{F_1} = \frac{(0{,}026)^2\,.\,\pi}{4\,(p - 0{,}412)} = \frac{0{,}000531}{p - 0{,}412},$$

also für $p = 5/4$

$$\frac{F}{F_1} = 0{,}000634 = \frac{1}{1577}$$

folgt.

Damit die Sicherheit noch mehr erhöht werde, wendet man zwei Sicherheitsventile, jedes von der vorgeschriebenen Größe, an und setzt dieselben an den entgegengesetzten Kesselenden auf.

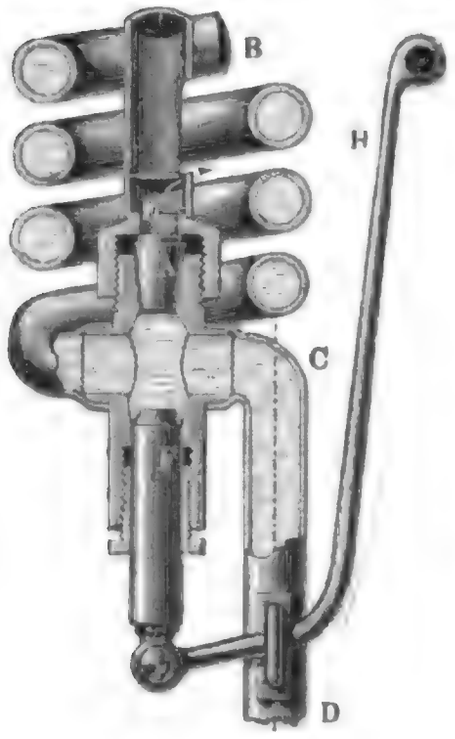
Um ein Sicherheitsventil dem Heizer unzugänglich zu machen, kann man nach Fairbairn den Hebel desselben im Innern des Kessels aufhängen.

Leichtflüssige, aus Blei, Wismuth und Zink bestehende und in die Kessel-

wand eingeſetzte Metallplatten oder Stöpſel ſind unbequeme und ſogar nicht immer genügende Sicherheitsvorrichtungen.

Hierher gehört auch der in Fig. 679 abgebildete Warner von Black, welcher durch Schmelzen eines bei 100 Grad ſchmelzbaren coniſchen Pfropfes dem Tieferſinken des Keſſelwaſſers eine Grenze ſetzt. Dieſer Apparat beſteht aus einem Kupferrohr BCD, welches unten in den Dampfkeſſel D führt, und oben durch den ſchmelzbaren Pfropf A geſchloſſen iſt. Wenn der Waſſerſpiegel im Keſſel ſo tief ſinkt, daß die Mündung D frei wird, ſo fließt das Waſſer aus der Röhre CD ab und es füllt ſich dieſelbe mit Dampf, durch welchen der Pfropf zum Schmelzen gebracht wird. In Folge deſſen ſtrömt nun Dampf durch eine über A ſitzende Dampfpfeife E und zeigt dadurch den entſtandenen Mangel an Keſſelwaſſer an. Durch die Schlangenform der Röhre BC bewirkt man, daß das Waſſer in derſelben nur eine Temperatur von 40 bis 50 Grad annimmt. Hebt man ſpäter den Kolben F mittels des Hebels H empor, ſo kann man dadurch die durch das Schmelzen des Pfropfes entſtandene Höhle wieder mit einem neuen Pfropf ausfüllen.

Fig. 679.



Beiſpiel. Welche Dimenſionen ſind den beiden Sicherheitsventilen eines Dampfkeſſels zu geben, durch welchen man ſtündlich 500 Pfund Dampf von 4 Atmoſphären Spannung erzeugen will? Die nöthige Heizfläche iſt

$$F_1 = 1/4 . 500 = 125 \text{ Quadratfuß},$$

folglich nach preußiſchen Vorſchriften jede Ventilfläche:

$$F_1 = \frac{F_1}{3000} = \frac{125}{3000} = 0{,}04167 \text{ Quadratfuß},$$

und daher der Ventildurchmeſſer:

$$d = \sqrt{\frac{4 . 0{,}04167}{\pi}} = 0{,}23 \text{ Fuß} = 2^3/_4 \text{ Zoll}.$$

Nach franzöſiſchen Geſetzen hingegen hat man

$$d = 2{,}6 \sqrt{\frac{125 . 0{,}0985}{4{,}000 - 0{,}412}} = 2{,}6 \sqrt{\frac{12{,}3125}{3{,}588}} = 4{,}82 \text{ Centimeter} = 1^5/_6 \text{ Zoll}.$$

Unſere Formel giebt bei 3facher Sicherheit:

$$\frac{F}{F_1} = \frac{3 \,.\, 0{,}000264}{p} = 0{,}000198, \text{ daher}$$

$F = 0{,}000198 \,.\, 125 = 0{,}02475$ und demnach $d = 0{,}178$ Fuß $= 2\frac{1}{3}$ Zoll.

Neuere Sicherheitsventile. Mehrfache Beobachtungen und Verſuche an Sicherheitsventilen haben dargethan, daß ſich dieſelben während der Dampfausſtrömung in der Regel nur wenig heben, und deshalb nicht ſo viel Dampf durchlaſſen als der Querſchnitt derſelben bei einer gegebenen Dampfſpannung erwarten läßt. Insbeſondere hat der Regierungsrath v. Burg gefunden, daß ſich die gewöhnlichen Sicherheitsventile nur $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{3}$ Linie eröffnen (ſiehe deſſen Abhandlung über die Wirkſamkeit der Sicherheitsventile, Wien 1863). Auf Grund der Ergebniſſe ſeiner Verſuche ſchließt Herr v. Burg, daß die Sicherheitsventile nur als Regulatoren für den Heizer anzuſehen ſind. Auch fand er durch ſeine Verſuche beſtätigt, daß ſich die Sicherheitsventile eher eröffnen als dem Dampfdruck oder den Dampfregulativen entſprechend anzunehmen iſt. Hiermit ſtimmen auch die Ergebniſſe der Verſuche von Baldwin überein (ſiehe Polytechn. Centralblatt, Jahrgang 1867). Bei den neueren verbeſſerten Sicherheitsventilen ſollen die Mängel der gewöhnlichen Ventile beſeitigt oder wenigſtens vermindert ſein. Unter anderen gehören hierher die Sicherheitsventile von Hartley, Bodmer u. ſ. w. Bei dem Sicherheitsventil von Hartley wird die gewöhnliche Kreismündung durch zwei ringförmige und auch die Ventilplatte durch zwei ein Ganzes bildende Ventilringe erſetzt und iſt die Belaſtung unten an das Ventil angehangen, reicht alſo in den Keſſelraum hinein. Das Bodmer'ſche Sicherheitsventil *CC*, Fig. 680, wird nicht direct durch

§. 435

Fig. 680.

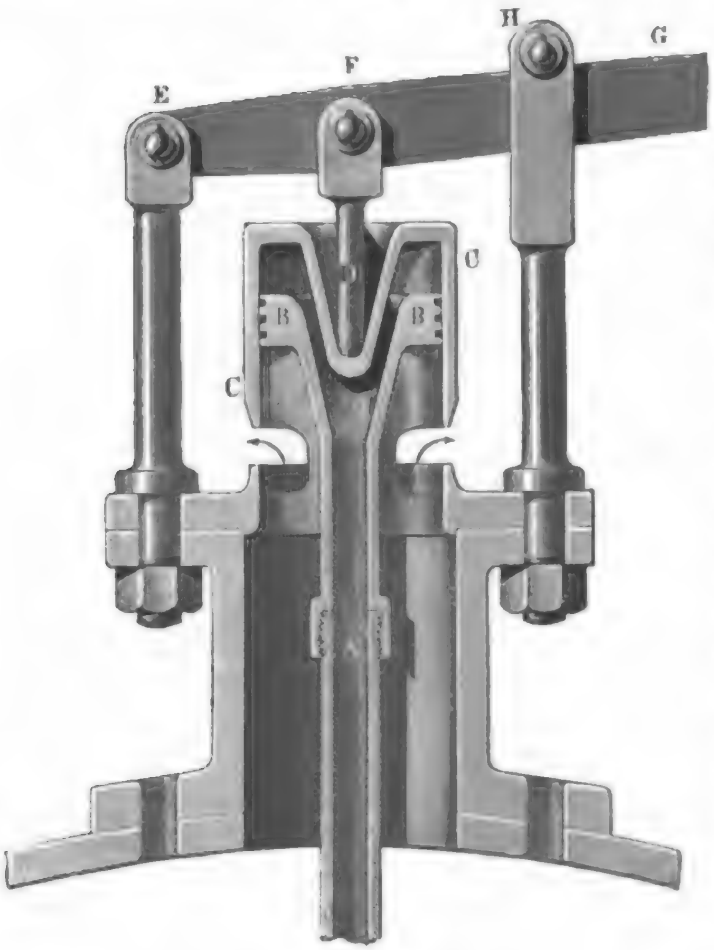


Fig. 1. Ptah-Sokar-Osiris, Nefertari and Isis. Tomb of Nefertari, Thebes. Photograph by Egyptian Expedition, Metropolitan Museum of Art, New York. Ptah-Sokar-Osiris and Isis standing behind Nefertari, who is seated on a throne. Ptah-Sokar-Osiris wears the white crown of Upper Egypt, the atef crown, and the broad collar. He holds the crook, flail, and was scepter. Isis wears the throne headdress and holds the ankh and was scepter.

2. 3. Metropolitan Art and Archaeology, May, November, 1921, pp. 264, 265. Fig. 2. Ptah-Sokar-Osiris. Fig. 3. Nefertari and Isis. Photographs by Egyptian Expedition, Metropolitan Museum of Art, New York. Fig. 2. Ptah-Sokar-Osiris, wearing the white crown of Upper Egypt, the atef crown, and the broad collar. He holds the crook, flail, and was scepter. Fig. 3. Nefertari and Isis. Nefertari, seated on a throne, wears the vulture headdress and holds the sistrum and menat. Isis wears the throne headdress and holds the ankh and was scepter.

ſpindel FF_1, welche von einer im Gehäuſe FGH eingeſchloſſenen Spiralfeder getragen wird. Während das Hebelende E durch den Dampfdruck

Fig. 683.

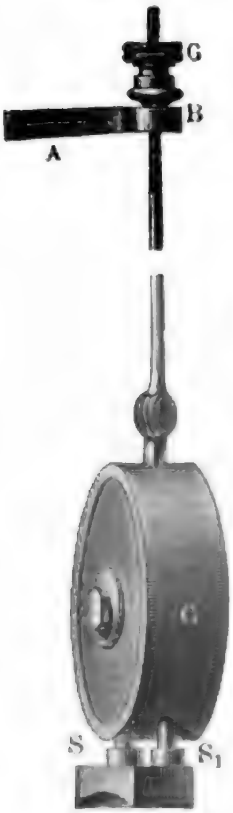


Fig. 682.

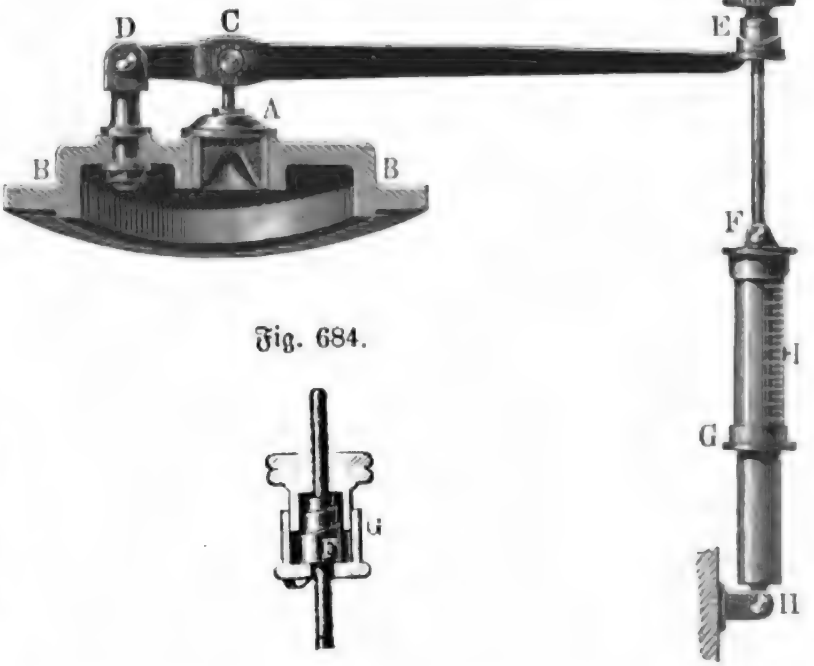


Fig. 684.

nach oben getrieben wird, zieht die Federwage daſſelbe abwärts; und es läßt ſich durch Einſtellen der Schraubenmutter E das Gleichgewicht zwiſchen der Federkraft und dem Dampfdruck herſtellen. Ein durch einen Schlitz aus dem Federgehäuſe herausgeführter Zeiger I zeigt an einer am äußeren Umfang des Gehäuſes angebrachten Scala die Größe des Dampfdrucks an.

Die Sicherheitsventile mit Federbelaſtung haben den Fehler, daß die Kraft, mit welcher ſie dem Dampfdruck entgegenwirken, nicht conſtant iſt, ſondern mit der Eröffnung des Ventils wächſt. Zur Beſeitigung deſſelben läßt man nach Meggenhofen die Feder nicht unmittelbar auf den Hebel wirken, ſondern mittels eines Winkelhebels, deſſen Armverhältniß ſich mit der Federſpannung ändert.

Um endlich auch bei Locomotiven Sicherheitsventile mit Gewichtsbelaſtung anwenden zu können, hat Herr Kirchweger das Gewicht G, Fig. 683 mittels einer Spiralfeder an den Ventilhebel AB angeſchloſſen. Dieſe Feder F iſt in einem Gehäuſe H eingeſchloſſen, wovon Fig. 684 einen Durchſchnitt zeigt. Außerdem ſind zur Führung des Gewichts noch zwei

Stifte S_1 S angebracht, welche in das Innere deſſelben eindringen und ein Polſter von Gummiſcheiben tragen.

§. 437 **Entleeren und Oeffnen der Dampfkeſſel.** An einem Dampfkeſſel iſt ferner noch anzubringen:

1) das Dampfrohr, zum Fortleiten des Dampfes,

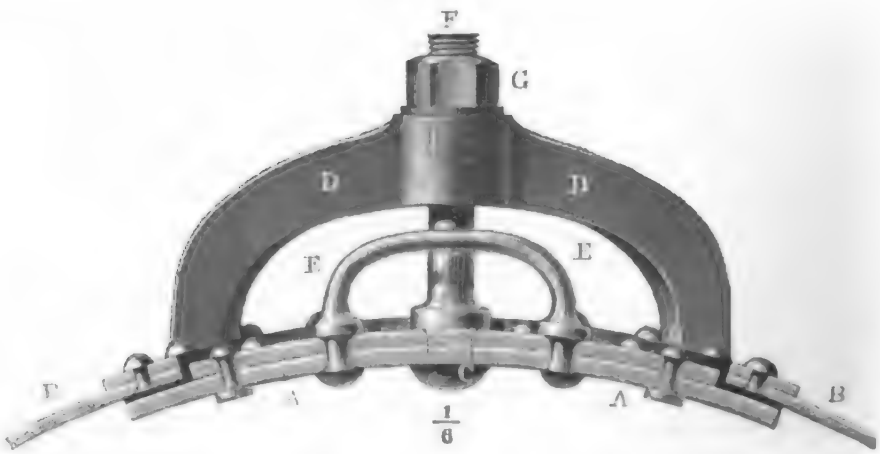
2) das Mann- oder Fahrloch, zum Einſteigen in den Keſſel,

3) das Ablaßrohr, zum Ablaſſen, und

4) das Ausblaſerohr, zum Ausblaſen des Waſſers.

Von dem Dampfrohre, als dem Mittel, den Dampf aus dem Keſſel nach der Maſchine zu leiten, iſt im folgenden Capitel die Rede. Was aber das Fahrloch anlangt, ſo bildet dieſes eine runde Oeffnung von 16 bis 18 Zoll Länge und 13 Zoll Weite im Deckel des Keſſels, und wird, wie aus Fig. 685 erſehen werden kann, durch eine ſtarke gußeiſerne Platte $A\,A$ verſchloſſen. In dem Zwiſchenraume $B\,B$ zwiſchen dieſer Platte und dem Keſſel kommt ein eiſerner mit Hanf und Oelkitt belegter Ring zu liegen; um die Platte zu handhaben, dient der Bügel $E\,E$, und um ſie ſcharf anzudrücken, der an C befeſtigte und durch einen Bügel $D\,D$ gehende Schraubenbolzen $C\,F$ ſammt Mutter G. In neueren Zeiten verſieht man auch die Dampfkeſſel für ſtehende Dampfmaſchinen, wie die Locomotivkeſſel, mit einer beſonderen Dampfhaube oder einem ſogenannten Dome, und bringt in demſelben

Fig. 685.



nicht allein das Mannloch an, ſondern läßt auch in denſelben das Speiſerohr, das Dampfrohr, die Röhren für die Sicherheitsventile u. ſ. w. einmünden, wodurch natürlich der Keſſel ſelbſt mehr geſchont wird, als wenn dieſe verſchiedenen Apparate auf der Keſſelwand aufgeſchraubt ſind. Nach preußiſchen Vorſchriften darf dieſer Dom nicht aus Gußeiſen beſtehen, ſondern muß, wie der Keſſel ſelbſt, durch Eiſenblech zuſammen- und auf dieſen aufgenietet werden.

Das Loch zum Ablaſſen des Waſſers aus dem Dampfkeſſel befindet ſich im Boden deſſelben und über dem Feuerroſte, und wird durch einen koniſchen Stahlzapfen von innen verſtopft.

Das Waſſer, womit ein Dampfkeſſel geſpeiſt wird, iſt nie ganz rein; deshalb wird das Keſſelwaſſer bald trübe und ſchlammig, und es iſt daher nöthig, von Zeit zu Zeit eine Reinigung des Keſſels vorzunehmen. Um dieſen Schlamm im Keſſel ſich nicht anhäufen zu laſſen, wird das *Ausblaſerohr*, ein bis nahe an den Boden reichendes und ſich da koniſch erweiterndes und außen durch einen Hahn verſchließbares Rohr angewendet. Oeffnet man, nachdem die Feuerung aufgehört und die Spannung des Dampfes nur noch eine mäßige Höhe hat, den Hahn, ſo wird das trübe Waſſer ohne Gefahr durch den Dampf fortgetrieben. Dieſes Ausblaſen iſt zumal auch bei den Seedampfſchiffkeſſeln nöthig, da dieſe mit Seewaſſer geſpeiſt werden. Beſonders nachtheilig können die im Waſſer aufgelöſten Beſtandtheile, wie Kalk, Gyps, Koch- oder Glauberſalz u. ſ. w., auf den Keſſel wirken, indem ſich aus denſelben eine feſte Rinde, der ſogenannte *Keſſel-* oder *Pfannenſtein*, bildet, der den Boden des Keſſels bedeckt. Dieſe ſteinartige Maſſe erſchwert nicht allein den Durchgang der Wärme, ſondern wirkt auch zerſtörend auf den Keſſel, zumal da dieſer an der Stelle, welche mit Keſſelſtein bedeckt iſt, leicht glühend wird. Damit ſich dieſe Maſſe nicht unmittelbar über dem Feuerherde anſetze, führt man das Waſſer an der dem Feuerherde entgegengeſetzten Stelle in den Keſſel ein, und legt auch den Keſſel hier 1 bis 3 Zoll tiefer, als vorn beim Feuerraume; auch ſetzt man wohl beſondere Boden- oder Seitenbleche oder Fangkäſten ein, um das Abſetzen des Keſſelſteins auf dem Boden des Keſſels ſelbſt oder wenigſtens auf dem über dem Feuerraume deſſelben befindlichen Theile zu verhindern. Es iſt natürlich nöthig, den Keſſelſtein von Zeit zu Zeit von den Keſſelwänden loszuſchlagen oder, nach Befinden, durch chemiſche Mittel (Salzſäure) zu beſeitigen. Durch Anwendung von Soda wird beſonders dem Anſetzen von Keſſelſtein bei fetthaltigen Subſtanzen entgegengewirkt.

Keſſelprobe. Mit jedem Dampfkeſſel ſoll vor dem Gebrauche eine Probe gemacht werden. Vorſchriftsmäßig unterwirft man ihn in der Regel der *hydroſtatiſchen Probe* bei der zweifachen Belaſtung des Sicherheits- §. 438

ventiles. Wenn hierbei das Waſſer höchſtens in den Fugen in Nebelform hervortritt, hat man den Keſſel als brauchbar anzuſehen. Jedenfalls hat man den Druck bei der Keſſelprobe nicht zu übertreiben, weil hierbei leicht bleibende nachtheilige Veränderungen im Material oder in der Zuſammenſetzung des Keſſels eintreten können, derſelbe alſo gerade durch die Probe erſt geſchwächt werden kann. Nach Jobard ſoll man einen ganz mit Waſſer angefüllten Dampfkeſſel ſo lange erhitzen, bis das Manometer 2 bis 3 Atmoſphären Ueberdruck über den normalen Druck, den er künftig aushalten ſoll, anzeigt. Dieſe Prüfung, behutſam durchgeführt, iſt wenigſtens nicht ſo gefährlich, als eine Prüfung durch geſpannte Dämpfe, gleichwohl aber eine angemeſſenere als die gewöhnliche Waſſerprobe, weil der Keſſel durch die Erwärmung in eine Spannung und in einen Zuſtand verſetzt wird, der dem beim Gebrauche des Keſſels nahe gleichkommt.

Trotz aller Proben und aller Sicherheitsmaßregeln kommt doch zuweilen noch ein Zerſpringen oder Berſten (franz. und engl. explosion) der Keſſel vor, und es wird dadurch nicht allein der Keſſel und Ofen, ſondern auch das Gebäude, nach Befinden auch die nebenſtehende Maſchine beſchädigt, ja nicht ſelten eine bedeutende Verletzung oder Tödtung des Heizers, Maſchinenwärters und anderer in der Nähe befindlicher Menſchen herbeigeführt. Leider kennt man bis jetzt nur die allgemeinen Urſachen, welche dieſe Ereigniſſe herbeiführen, und iſt nicht einmal im Stande, die Verhältniſſe und Urſachen, durch welche viele der bis jetzt vorgekommenen Dampfkeſſelexploſionen entſtanden ſind, ſpeciell nachzuweiſen. Zu den allgemeinen Urſachen dieſer Exploſionen rechnet man

1) Die übermäßigen Dampfſpannungen, zumal wenn ſie mit Erſchütterungen oder Stößen des Keſſels verbunden ſind.

2) Waſſermangel, wobei das Keſſelblech rothglühend wird und entweder eine zu raſche Dampfentwickelung oder eine Zerſetzung des Waſſerdampfes eintritt.

3) Mangelhafte Conſtruction, ſowie ſchlechter oder unangemeſſener Zuſtand und zu ſtarke Abnutzung des Keſſels. Z. B. Mangel einer Verſtärkung der Mannloch- und Dampfdomränder.

4) Schlechte Abwartung des Dampfkeſſels.

5) Loslöſen des Keſſelſteins von den Keſſelwänden.

6) Zu ſchnelle Zuführung von Speiſewaſſer nach vorausgegangenem Waſſermangel, wobei ſich die bloßgeſtellte Keſſelfläche im Zuſtande des Rothglühens befindet, und eine zu ſtarke Dampfentwickelung eintritt.

7) Plötzliche Eröffnung des Sicherheitsventils, wobei der Gleichgewichts-

zuſtand des Waſſers und Dampfes aufgehoben wird und das Keſſelwaſſer in ſtarke Wallungen geräth.

8) Stoßweiſe Dampfentwickelung bei raſcher Abnahme des Drucks.

Man hat auch vorzüglich die atmoſphäriſche Luft, welche durch das Speiſewaſſer mit in den Keſſel eingeführt wird, und welche bei Berührung mit dem ſich aus dem zerſetzten Waſſer bildenden Knallgas heftig explodirt, als Haupturſache der Keſſelexploſionen angeſehen. Nach Anderen werden Keſſelexploſionen herbeigeführt durch die Wallungen des Waſſers und zumal durch die Bildung von Waſſerhoſen im Keſſel, welche machen, daß ſtatt Dampf, Waſſer durch die Ventil- oder andere Oeffnungen ausſtrömt.

Dieſer Gegenſtand läßt ſich hier nicht weiter verfolgen, und wir müſſen auf die im Folgenden mitgetheilte Literatur verweiſen.

Schlußanmerkung. Ueber Heizung und zumal über die Dampferzeugung können wir folgende Schriften zum Nachleſen empfehlen. Den Gegenſtand allgemein und ausführlich behandelt Péclet in ſeinem Traité de la chaleur etc., II. Tom., 2. Edit., Paris 1843. In praktiſcher Beziehung ſehr zu empfehlen iſt: Grouvelle et Jaunez, Guide du chauffeur et du propriétaire des machines à vapeur etc., 4. Edit., Paris 1858. Sehr ausführlich über Dampfkeſſelanlagen wird auch gehandelt in der dritten Abtheilung von Verdam's Dampfmaſchinenlehre, welche deutſch unter dem Titel „Die Grundſätze, nach welchen alle Arten von Dampfmaſchinen zu beurtheilen und zu erbauen ſind", erſchienen iſt. Ferner iſt zu empfehlen: Traité des machines à vapeur, par Bataille et Jullien; oder das engliſche Original: A Treatise on the Steam engine, by the Artizan-Club, edited by J. Bourne, London 1846, neue Auflage 1861. Einen kurzen Unterricht über dieſen Gegenſtand ertheilt Claudel in ſeinen Formules, Tables etc., vorzüglich aber Scholl in ſeinem „Führer des Maſchiniſten", und Baumgartner in ſeiner Anleitung zum Heizen der Dampfkeſſel. Ueber Brennmaterialerſparniß von E. Bède, ſiehe Civilingenieur, Band 4. Verſuche mit Dampfkeſſeln von E. Burnat, ſiehe Civilingenieur, Bd. 9. Ueber Sicherheit der Keſſelanlagen iſt nachzuleſen in den Ordonnances du roi relat. aux appareils à vapeur etc., par C. E. Jullien, Paris 1843; ferner Machines à vapeur, arrêtés et instructions, Bruxelles 1844; auch in den Geſetzen und Verordnungen deutſcher Staaten über die Anlage von Dampfkeſſeln und Dampfmaſchinen, z. B. das Königl. Preuß. Regulativ oder die Oeſterr. Verordnung (ſ. polytechn. Centralblatt. Bd. VI, 1845) hierüber. Ueber Dampfkeſſelexploſionen ſiehe Annales des ponts et chaussées, T. IV, Paris 1842 u. ſ. w.; Verhandlungen des Preuß. Gewerbevereins, Jahrg. 20 und 21, Berlin 1841 und 1842; Annales des mines, T. VII, Paris 1845 u. ſ. w.; Dingler's polytechn. Journal, Band 94; ſ. die im folgenden Paragraphen citirten Abhandlungen von Arago. Von Dufour's Schrift: Sur l'ebullition de l'eau et sur une cause probable d'explosion des chaudières à vapeur giebt Herr Grimburg einen Auszug im Civilingenieur Bd. 11. Ueber Sicherheitsventile eine Abhandlung von Thrémery in den Annales des mines, T. XX, 1841. Ueber Schornſteine ſiehe Verhandlungen des Preuß. Gewerbevereins, Jahrg. 19, Berlin 1840 u. ſ. w. Auch Useful Informations for Engineers etc., by W. Fairbairn, London 1856.

Ueber die Gasfeuerung, namentlich für Dampfkeſſel, iſt nachzuleſen: Die Wärmemeßkunſt von Schinz. Angaben über die Heizung der Dampfkeſſel durch Hohofengaſe ſowie durch die Flammöfen u. ſ. w. enthält Claudel's Sammlung von Formules, Tables etc., troisième édition, 1854. Vom wiſſenſchaftlichen Standpunkte aus iſt zu empfehlen: Th. Weiß: Allgemeine Theorie der Feuerungsanlagen, Leipzig 1862. S. auch Compendium der Gasfeuerung u. ſ. w. von F. Steinmann, Freiberg 1868. Ferner Theorie der Zugerzeugung durch Schornſteine vom Profeſſor F. Grashof, Berlin 1866; Separatabdruck aus der Zeitſchrift des Vereins deutſcher Ingenieure.

Ueber Dampfkeſſelexploſionen, namentlich über die engliſche Aſſociation, welche die Verhinderung der Keſſelexploſionen zum Zweck hat, handelt Prof. Hartig in einer beſonderen Monographie, welche in Leipzig 1867 bei Teubner erſchienen iſt. S. auch Blum, die Dampfkeſſelexploſionen, Chemnitz 1867. Ueber die Urſachen der Dampfkeſſelexploſionen handelt auch Herr C. Kayſer in der Zeitſchrift des Vereins deutſcher Ingenieure. Bd. IX, X und XI. Siehe auch die Urſachen der Dampfkeſſel-Exploſionen u. ſ. w. von Dr. H. Scheffler, Berlin, 1867.

Viertes Capitel.

Von den Dampfmaſchinen.

§. 439 **Dampfmaſchinen.** Dampfmaſchinen (franz. machines à vapeur; engl. steam-engines) ſind Maſchinen, welche durch die Kraft des Dampfes mittelbar oder unmittelbar in Bewegung geſetzt werden. Mittelbar wirkt Dampf, wenn durch Condenſation deſſelben ein beinahe leerer Raum erzeugt und dadurch die Atmoſphäre in den Stand geſetzt wird, daß ſie mechaniſche Arbeit verrichten, z. B. einen Kolben in dieſen Raum hineinſchieben kann; unmittelbar hingegen wirkt der Dampf, wenn er vermöge ſeiner Expanſivkraft einen Körper, z. B. den Kolben im Innern eines Cylinders, in Bewegung ſetzt oder durch ſeine lebendige Kraft Arbeit verrichtet, z. B. ein Rad in Umdrehung ſetzt. Die Maſchinen mit mittelbarer Dampfwirkung heißen auch atmoſphäriſche Dampfmaſchinen (franz. machines atmosphériques; engl. atmospheric engines) und ſind nur noch ſelten im Gebrauche, weswegen in der Folge vorzüglich nur von den eigentlichen Dampfmaſchinen, und zwar nur von den Kolbendampfmaſchinen die Rede ſein wird.

Die Dampfmaſchinen ſind, wie die Waſſerſäulenmaſchinen (ſ. Bd. II, §. 297), entweder einfachwirkende oder doppeltwirkende. Bei der erſten Claſſe dieſer Maſchinen treibt der Dampf den Kolben nur nach der einen Richtung, und es wird die Bewegung in der entgegengeſetzten Richtung durch ein Gegengewicht hervorgebracht; bei der zweiten Claſſe hingegen bewirkt die Dampfkraft ſowohl den Hin- als auch den Rückgang des Kolbens in dem

meiſt ſenkrecht ſtehenden Dampfcylinder. Erſtere dienen nur zur Unterhaltung einer auf- und niedergehenden Bewegung, kommen deshalb nur als Kraftmaſchinen bei Pumpen und Hammerwerken vor, und bilden dann die ſogenannten Dampfkünſte in Berg- ſowie Dampfhämmer in Hüttenwerken. Die doppeltwirkenden Dampfmaſchinen hingegen finden in allen den Fällen ihre Anwendung, wo es darauf ankommt, eine rotirende Bewegung zu erzeugen.

In Hinſicht auf die Größe der Dampfſpannung theilt man die Dampfmaſchinen ein

1) in Niederdruck-,
2) in Mitteldruck- und
3) in Hochdruckdampfmaſchinen.

Bei den Tief- oder Niederdruckdampfmaſchinen (franz. machines à basse pression; engl. low-pressure engines) hat der Dampf eine Spannung, welche den Atmoſphärendruck höchſtens um die Hälfte übertrifft; bei den Mitteldruckdampfmaſchinen (franz. machines à moyenne pression; engl. middle-pressure engines) iſt die Spannung des Dampfes zwei bis vier Atmoſphären, und bei den Hochdruckdampfmaſchinen (franz. machines à haute pression; engl. high-pressure engines) beträgt die Dampfſpannung fünf und mehr Atmoſphären.

Anmerkung. Die erſte Dampfmaſchine von Savery hatte keinen Kolben und diente nur zum unmittelbaren Heben des Waſſers, weshalb ſie einer Pumpe ähnlich conſtruirt war. Sie wurde durch Newcomen von den atmoſphäriſchen Maſchinen verdrängt, ſowie dieſe ſpäter durch Watt von den eigentlichen Dampfmaſchinen. Die Engländer ſehen den Marquis of Worceſter als den Erfinder der Dampfmaſchinen an, Arago ſucht jedoch nachzuweiſen, daß der bekannte Papin der eigentliche Erfinder der Dampfmaſchinen ſei. Das Nähere über die Geſchichte der Dampfmaſchine iſt nachzuleſen im Annuaire du bureau des longitudes, pour l'année 1837 et pour l'année 1838. Der erſtgenannte Jahrgang enthält die Geſchichte der Dampfmaſchinen und der zweite Watt's Lebensbeſchreibung, beide von Arago bearbeitet. Dieſe wie noch viele andere Artikel aus dem Annuaire ſind auch von Remy und Krieb ins Deutſche überſetzt. Ferner iſt nachzuſehen Stuart's Histoire de la machine à feu; der zweite Band (Artikel steam) von Robiſon's System of mechanical Philosophy; Lardner's Lectures on the Steam-Engine; Bourne's Treatise on the Steam-Engine u. ſ. w. Auch A Treatise on the Steam-Engine, by Russel. S. auch des Verfaſſers Abhandlung über die Fortſchritte des Dampfmaſchinenweſens in den letzten hundert Jahren, Freiberg 1866.

§. 440

Bei den eigentlichen Dampfmaſchinen wird der Dampf nach vollbrachter Leiſtung entweder in die freie Luft gelaſſen oder durch kaltes Waſſer condenſirt; man hat daher hiernach zu unterſcheiden:

die Dampfmaſchinen ohne Condenſation von den Dampfmaſchinen mit Condenſation.

Die Kraft, mit welcher ſich der Kolben einer Dampfmaſchine bewegt, iſt, wie bei dem Kolben einer Waſſerſäulenmaſchine, die Differenz zwiſchen den Drücken auf beiden Seiten deſſelben. Bei den Dampfmaſchinen ohne Condenſation wirkt der Dampf auf der einen und die Atmoſphäre auf der anderen Seite des Kolbens, es iſt folglich hier die arbeitende Kraft um den ganzen Atmoſphärendruck kleiner als die Dampfkraft; bei den Condenſationsmaſchinen hingegen wirkt dem Dampfe auf der einen Seite des Kolbens nur die ſchwache Kraft des aus der Condenſation des Dampfes hervorgegangenen Luft- und Dampfgemenges entgegen; es iſt folglich hier die arbeitende Kraft nur wenig (etwa $^1/_{10}$ Atmoſphäre) kleiner als die Dampfkraft. Hieraus iſt nun zu ſchließen, daß unter übrigens gleichen Umſtänden Maſchinen mit Condenſation eine größere Leiſtung hervorbringen, als ſolche ohne Condenſation, und auch leicht zu ermeſſen, daß nur bei Hochdruckdampfmaſchinen der Vortheil der Condenſation weniger beträchtlich iſt, und daß dagegen Tiefdruckmaſchinen gar nicht ohne Condenſation arbeiten können. Bei einer Hochdruckmaſchine mit 6 Atmoſphären Dampfſpannung geht durch den Austritt des Dampfes in die freie Luft nur $^1/_6$ der Kraft verloren, bei einer Mitteldruckmaſchine mit 3 Atmoſphären Dampfſpannung beträgt dieſer Verluſt ſchon $^1/_3$, bei den Niederdruckmaſchinen mit $^4/_3$ Atmoſphären Spannung endlich iſt dieſer Verluſt $1 : {}^4/_3 = {}^3/_4$; es bleibt alſo hier nur noch $^1/_4$ des disponibeln Arbeitsvermögens übrig. Bei Condenſation der Dämpfe, welche $^1/_{10}$ Atmoſphäre Gegendruck übrig läßt, würde der Verluſt nur $^3/_{40}$, alſo das übrigbleibende Arbeitsvermögen $1 - {}^3/_{40} = {}^{37}/_{40} = 0{,}925$ des disponibeln betragen.

Obgleich hiernach bei den Hochdruckmaſchinen die Condenſation des Dampfes nach vollbrachter Wirkung mechaniſch vortheilhaft iſt, ſo findet man doch dieſelbe hier ſeltener angewendet, weil das Condenſationswaſſerquantum, welches das Speiſewaſſerquantum mindeſtens um das Zwanzigfache übertrifft, an vielen Orten nicht vorhanden iſt oder nur mit großem Geld- oder Kraftaufwande herbeigeſchafft werden kann, alſo der Vortheil der Condenſation durch den genannten Aufwand wieder verloren gehen würde, und weil überdies die Maſchinen ohne Condenſation einfacher ausfallen, als die Condenſationsdampfmaſchinen.

Endlich hat man noch Dampfmaſchinen mit und ohne Expanſion von einander zu unterſcheiden. Bei den Dampfmaſchinen ohne Expanſion (franz. machines sans détente; engl. engines without expansion) findet während des ganzen Kolbenſpieles ununterbrochener Dampfzufluß Statt, und es bleibt der Dampf immer in derſelben Spannung; bei den Expanſionsmaſchinen (franz. machines à détente; engl. expansion-engines) hingegen wird der Dampfzufluß noch während der Kolbenbewegung aufgehoben; es dehnt ſich daher der Dampf immer mehr und mehr aus und

verliert immer mehr und mehr an Spannung, während der Kolben den letzten Theil ſeines Weges zurücklegt. Die Arbeit, welche der Dampf während der Expanſion verrichtet, geht bei den Maſchinen ohne Expanſion verloren; es ſind daher von den Expanſionsmaſchinen größere Wirkungsgrade zu erwarten, als von den Maſchinen ohne Expanſion.

Man unterſcheidet auch noch ſtationäre und locomobile Dampfmaſchinen von einander. Während die ſtationären Dampfmaſchinen an einem Orte feſtſtehen, befinden ſich die locomobilen Dampfmaſchinen auf einem Wagen oder einem Schiffe und laſſen ſich hierdurch von einem Orte nach dem anderen transportiren. Eine beſondere Art von locomobilen Dampfmaſchinen ſind die Locomotiven, und zwar die Dampfwagen und Dampfſchiffe, welche bloß dazu dienen, ſich ſelbſt, und zwar mit oder ohne angehängte Vehikel, fortzubewegen. Von den Dampfwagen und Dampfſchiffen iſt erſt ſpäter, bei den Förderungsmaſchinen die Rede.

Dampfcylinder. Die Haupttheile einer Maſchine ſind: §. 441

1) der Dampfcylinder,
2) der Dampfkolben mit ſeiner Stange und
3) die Steuerung.

Der Dampfcylinder (franz. cylindre à vapeur; engl. steam-cylinder) iſt eine gußeiſerne, genau ausgebohrte Röhre, welche den Dampf während ſeiner Arbeitsverrichtung umſchließt. Er iſt oben mit einem Deckel und unten mit einem Bodenſtück verſchloſſen und enthält in der Nähe beider Stücke Seitenmündungen zum Ein- und Austritte des Dampfes. Die Höhe des Dampfcylinders muß zur Weite deſſelben in einem ſchicklichen Verhältniſſe ſtehen. Gewöhnlich iſt die Höhe 2- bis $2\frac{1}{2}$ mal ſo groß als die Weite; bei Maſchinen, welche eine große Anzahl von Spielen machen ſollen, wie z. B. bei den locomobilen Dampfmaſchinen und namentlich bei den Dampfſchiffsmaſchinen, iſt jedoch dieſes Verhältniß noch kleiner.

Um einen möglichſt kleinen Wärmeverluſt durch Abkühlung in dem Cylinder zu erhalten, muß die Cylinderhöhe in einem gewiſſen Verhältniſſe zur Cylinderweite ſtehen. Die Abkühlung des Dampfes fällt um ſo größer aus, je größer das Product aus der Größe der Abkühlungsfläche und aus der Zeit der Abkühlung iſt. Bei einem Dampfcylinder iſt die Abkühlungsfläche aus zwei kreisförmigen Grundflächen und einer veränderlichen Cylindermantelfläche zuſammengeſetzt. Bezeichnen wir den Durchmeſſer des Cylinders durch d und die Zeit, in welcher der Kolben den Weg s in demſelben zurücklegt, durch t, ſo haben wir das Maß der Abkühlung an den beiden Kreisflächen:

$$O_1 = 2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot t = \frac{\pi}{2} d^2 t;$$

ſetzen wir ferner voraus, daß der Kolben in jedem Zeittheil $\frac{t}{n}$ den Wegtheil $\frac{s}{n}$ durchlaufe, ſo erhalten wir das Maß der Abkühlung an der nach und nach die Inhalte

$$\pi d \cdot \frac{s}{n},\ \pi d \cdot \frac{2s}{n},\ \pi d \cdot \frac{3s}{n} \cdots \pi d \cdot \frac{ns}{n}$$

einnehmenden Cylinderfläche:

$$O_2 = \frac{\pi d s}{n} \cdot \frac{t}{n} + \frac{2\pi d s}{n} \cdot \frac{t}{n} + \frac{3\pi d s}{n} \cdot \frac{t}{n} + \cdots + \frac{n\pi d s}{n} \cdot \frac{t}{n}$$
$$= \frac{\pi d s t}{n^2}(1 + 2 + 3 + \cdots + n) = \frac{\pi d s t}{n^2} \cdot \frac{n^2}{2} = \frac{\pi}{2} d s t;$$

daher das Maß der Abkühlung am ganzen Cylinder und während der ganzen Bewegungszeit:

$$O = O_1 + O_2 = \frac{\pi}{2} d^2 t + \frac{\pi}{2} d s t = \left(2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} + \pi d \cdot \frac{s}{2}\right) \cdot t$$

gleich dem Product aus Zeit und aus der Oberfläche eines Cylinders, deſſen Höhe die Hälfte iſt von dem Kolbenwege.

Damit die Abkühlung möglichſt klein ausfalle, muß alſo nicht nur die Zeit eines Spieles, ſondern auch jene Oberfläche möglichſt klein ſein. Nun lehrt aber die Geometrie, daß unter allen Cylindern derjenige die kleinſte Oberfläche bei gegebenem Inhalte hat, welcher eben ſo hoch als weit iſt; es iſt daher auch im vorliegendem Falle die ſchwächſte Abkühlung zu erwarten, wenn die Höhe $\frac{s}{2}$ dieſes mittleren Cylinders der Weite d deſſelben gleich, alſo die Hubhöhe oder der Kolbenweg $s = 2d$, d. i. gleich der doppelten Cylinderweite iſt. Die Cylinderhöhe iſt reichlich um die Kolbenhöhe größer als der Kolbenweg.

Um die Abkühlung des Dampfes im Dampfcylinder möglichſt zu verhindern, muß man denſelben mit ſchlechten Wärmeleitern, z. B. mit einem Holz- oder Filzmantel, umgeben, oder ihn in eine Luft- oder Dampfhülle einſchließen; auch muß man ihm eine glatte Oberfläche geben, weil bei dieſer die Wärmeausſtrahlung ſchwächer iſt, als bei einer rauhen Oberfläche. Sehr oft wendet man eine Dampfhülle an, indem man den Cylinder mit einem eiſernen Mantel (Dampfmantel) umgiebt und den Zwiſchenraum mit Dampf ausfüllen läßt. Hierbei können aber drei Fälle vorkommen; es kann der Dampf den Zwiſchenraum zwiſchen dem Dampfcylinder und ſeinem Mantel ſtillſtehend ausfüllen, oder es kann derſelbe dieſen Zwiſchenraum durchſtrömen, und zwar vor oder nach ſeiner Wirkung in dem Cylinder. Die letzte Methode ſcheint, obgleich ſie ſelten vorkommt, die vorzüglichſte zu ſein, weil hier von der Wärme des fortgehenden Dampfes noch Nutzen gezogen wird.

Der Umſtand, daß in dieſem Falle die Dampfhülle weniger Wärme hat, als der Dampf im Cylinder, und deshalb die Hülle dem Cylinder Wärme entzieht, während bei der zweiten Methode dieſelbe dem Cylinder mittheilt, macht keineswegs dieſe Einhüllungsmethode unzweckmäßig, da die Abkühlung mit der Temperaturdifferenz wächſt und dieſe bei einem in Dampf eingehüllten Cylinder gewiß kleiner iſt, als bei einem freiſtehenden Cylinder.

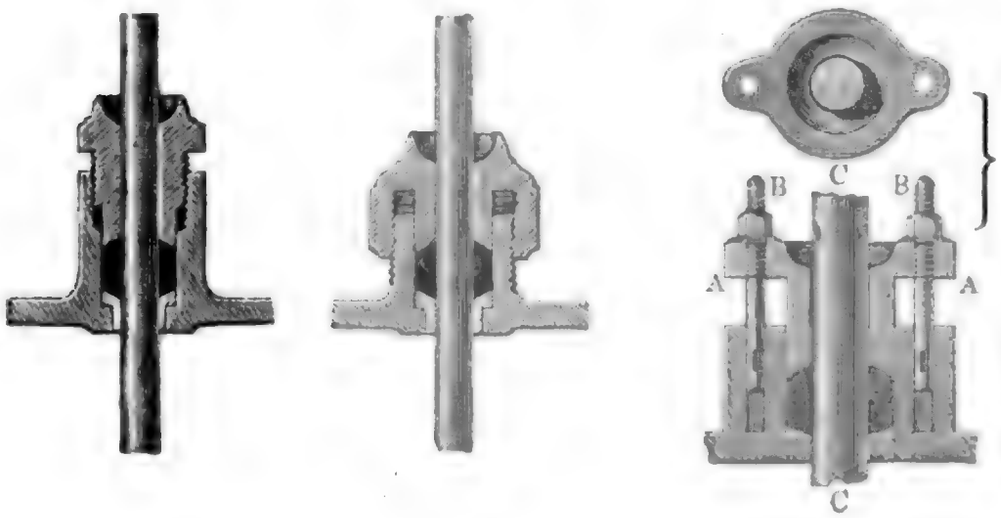
Da ſich in der Dampfhülle immer etwas Waſſer niederſchlägt, ſo befindet ſich unten an dem Dampfmantel ein durch einen Hahn verſchließbares Ablaßrohr.

Die Wandſtärke der Dampfcylinder läßt ſich, wie die der Dampfröhren überhaupt, berechnen; wegen des allmäligen Ausſchleifens und der nöthigen Steifheit geht man jedoch mit dieſer nie unter $^5/_6$ Zoll herab, nimmt alſo dieſelbe bei der Cylinderweite d und der Dampfſpannung $(p + 1)$ Atmoſphären

$$e = 0{,}005\,pd + {}^5/_6 \text{ Zoll.}$$

Stopfbüchse (franz. boite à garniture, engl. stuffing-box). Das §. 442
Deckel- und das Fußſtück des Dampfcylinders werden durch Schrauben und Kitte mit dem Cylindermantel feſt und dampfdicht verbunden. In der Mitte des Deckels ſitzt die Stopfbüchſe feſt, durch welche die Kolbenſtange hindurchgeht. Die Stopfbüchſe (vergl. Bd. II, §. 301) wird in der Regel mit in Oel und Talg getränkten Hanflunten ausgeſtopft, doch wendet man ſtatt derſelben in der neueren Zeit auch übereinanderliegende und je aus drei Sectoren beſtehende Metallringe an, welche durch eiſerne Federn, die zwiſchen dem inneren Umfange der Stopfbüchſe und dem äußeren Umfange der Ringe zu liegen kommen, an die Kolbenſtange angedrückt werden. Die Stopfung oder Liderung der Stopfbüchſe wird von oben durch einen Deckel zuſammengedrückt oder zuſammengehalten, der ſich entweder unmittelbar auf das Stopfbüchſengehäuſe aufſchrauben oder mittels zwei oder drei Ziehſchrauben mit demſelben verbinden läßt. Stopfbüchſen der erſten Art ſind in den Figuren 686 und 687 abgebildet; eine Stopfbüchſe AA mit Ziehſchrauben BB hingegen führt Fig. 688 vor Augen.

Fig. 686. Fig. 687. Fig. 688.



Sowohl der Cylinder- als auch der Stopfbüchſendeckel hat eine Vertiefung zur Aufnahme von Schmiere oder Talg. Auch ſind bei Anwendung von Hanfkolben noch ein oder mehrere Schmiertrichter auf den Cylinderdeckel aufgeſetzt. Die Einrichtung eines ſolchen Schmier- oder Fetttrichters zeigt Fig. 689 im Durchſchnitt. Mit dem Ende *A* wird dieſer Apparat auf den Deckel des Cylinders aufgeſchraubt. *B* iſt das Fettbehältniß und *C* iſt ein Hahn mit zwei Bohrungen *a* und *b*. Iſt die Bohrung *b* unten, ſo fließt das Fett aus dem Hahne durch die Bohrung des Fußſtückes *A* in den Cylinder, iſt aber *a* oben und unmittelbar unter der Bohrung *c* im Boden von *B*, ſo fließt Fett aus dem Trichter *B* in den Hahn *C*.

Fig. 689.

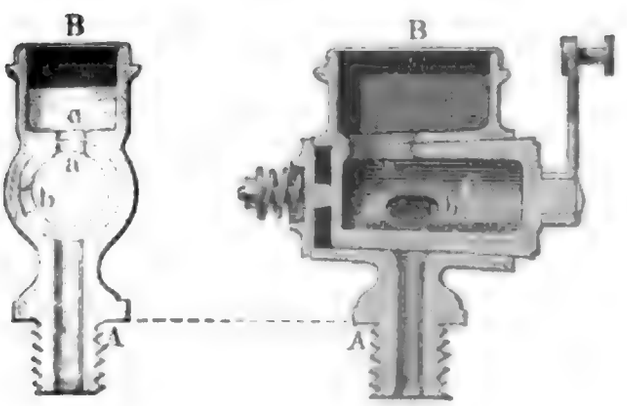
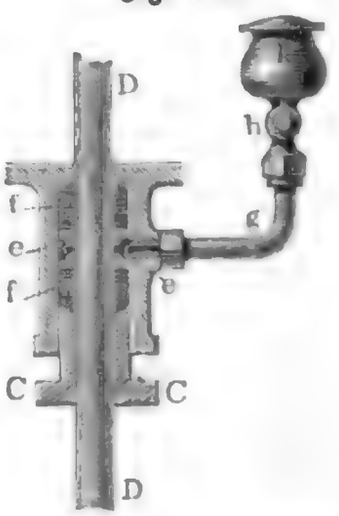


Fig. 690.



In ſeltenen Fällen läßt man die Kolbenſtange durch den Boden des Cylinders gehen. Man vermeidet dies ſo viel wie möglich, weil die hierzu nöthigen hängenden Stopfbüchſen das Fett nicht gut zurückhalten und durch die erdigen Theile, welche ſich aus dem condenſirten Dampfe abſetzen, ihren dampfdichten Schluß verlieren. Die Einrichtung einer Stopfbüchſe, welche in einem ſolchen Falle noch mit Vortheil anzuwenden iſt, läßt ſich aus Fig. 690 entnehmen. Es iſt hier *AB* das Stopfbüchſengehäuſe, *CC* der Deckel, *DD* die Kolbenſtange, ferner *ee* eine meſſingene Scheibe mit einer auswendig rundherumlaufenden Nuth und ſechs bis acht feinen radial laufenden Löchern, ſowie *f* die Packung, *g* ein mit der Nuth communicirendes Kupferrohr, *k* ein Kelch zur Aufnahme des flüſſigen Talges und *h* ein Hahn zum Abſchluß, welcher nur geöffnet wird, wenn die Maſchine ſtillſteht.

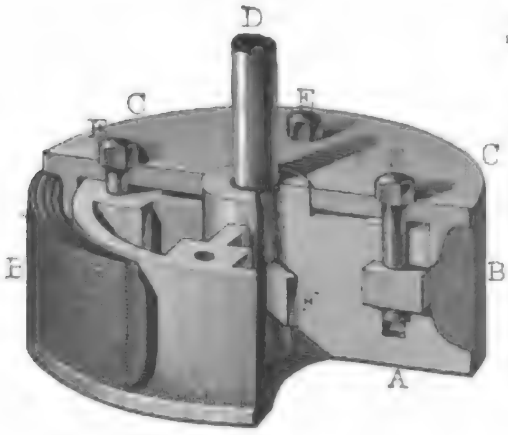
Uebrigens iſt der Dampfcylinder mittels einer ſtarken Grund- oder Sohlplatte auf ein feſtes Grundgemäuer zu ſetzen und mit dieſem durch Anker und Schrauben feſt zu verbinden.

§. 443 **Dampfkolben** (franz. piston à vapeur; engl. steam-piston). Die Dampfkraft wird zunächſt von dem im Dampfcylinder auf- und niederbeweglichen Dampfkolben (vergl. Bd. II, §. 300) aufgenommen, von

dieſem aber durch die Kolbenſtange weiter fortgepflanzt. Der Dampfkolben bildet in ſeiner Hauptform einen an das Innere des Dampfcylinders genau anſchließenden Cylinder und beſteht hauptſächlich aus drei Theilen, aus dem Kolbenſtocke, aus der Liderung und aus dem Deckel. In der Mitte des Kolbenſtockes befindet ſich eine Verſtärkung, welche im Inneren koniſch ausgebreht iſt und zur Aufnahme des ebenfalls koniſch abgedrehten Kolbenſtangenendes dient. Der Kolbenſtock und der Deckel ſind aus Gußeiſen, die Liderung hingegen iſt entweder Hanfliderung (franz. garniture de chanvre; engl. hemp-packing) oder Metallliderung (franz. garniture métallique; engl. metallic-packing).

Die Einrichtung eines Kolbens mit Hanfliderung wird durch die Abbildung Fig. 691 eines ſolchen, theilweiſe zerſchnittenen und abgedeckten Kolbens vor Augen geführt. Es iſt *A A* der Kolbenſtock, *B B* die aus Hanfzöpfen beſtehende Liderung, ferner *C C* der durch Schrauben *E*, *E*... mit dem Kolbenſtocke verbundene und die Liderung zuſammendrückende Deckel; *D* iſt endlich noch die Kolbenſtange und *F* der Splint, womit deren Ende in der die Mitte des Kolbens einnehmenden Hülſe feſtgekeilt wird.

Fig. 691.



Hanfliderung läßt ſich bei Maſchinen mit Hochdruck nicht anwenden, da dieſelbe durch den heißen Dampf und durch die große Reibung zu ſchnell abgeführt wird; ſtatt derſelben kommt hier die ohnedies dauerhaftere und weniger Reibung gebende Metalliderung in Anwendung. Es giebt eine große Anzahl Metalliderungen; im Weſentlichen beſtehen ſie jedoch aus genau abgedrehten Metallringen, welche durch Federn von innen nach außen und zwar an die innere Fläche des Dampfcylinders, angedrückt werden. Die Einrichtung von zwei vorzüglichen Arten dieſer Liderungen lernt man aus Fig. 692 und Fig. 693 (a. f. S.) kennen. In beiden Figuren iſt *A A* der Kolbenſtock oder Körper des Kolbens, *D D* der Deckel ſowie *F G* das Kolbenſtangenende und es ſind *E*, *E* die Schrauben, wodurch der Deckel mit der Verbindungshülſe verbunden iſt. Die Liderung beſteht aus zwei übereinanderliegenden Metallringen *B B* und *C C*, welche durch Schlagen elaſtiſch gemacht und in Stücke zerſchnitten ſind, damit ſie etwas gegen die Cylinderwand federn. Bei dem Kolben in Fig. 692 iſt jeder dieſer Liderungsringe an der ſchwächſten Stelle zerſchnitten, und wird durch einen innen anliegen-

den, ebenfalls aufgeſchnittenen Stahlring *R* nach außen gedrückt. Bei dem Kolben in Fig. 693 ſind dagegen die Ringe an den breiteſten Stellen zer-

Fig. 692.

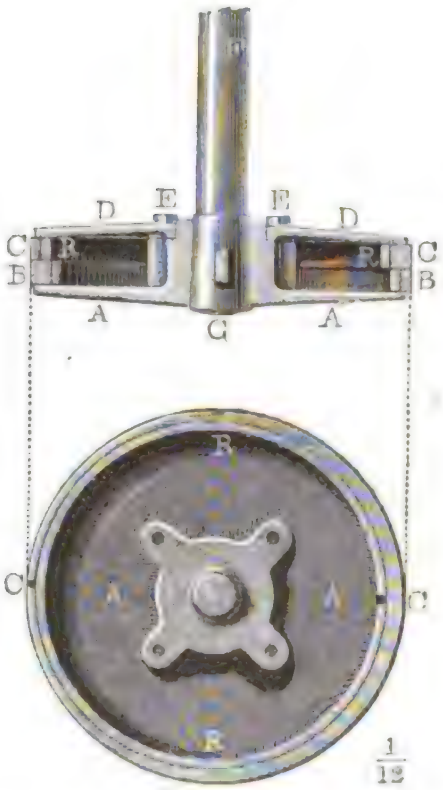


Fig. 693.

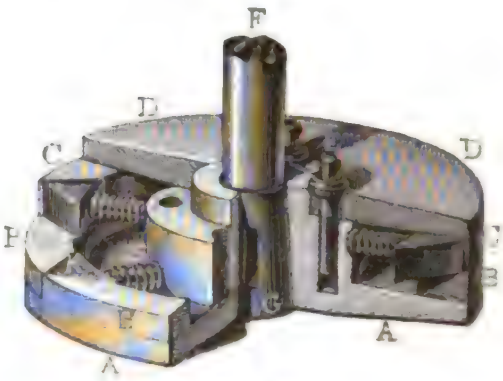
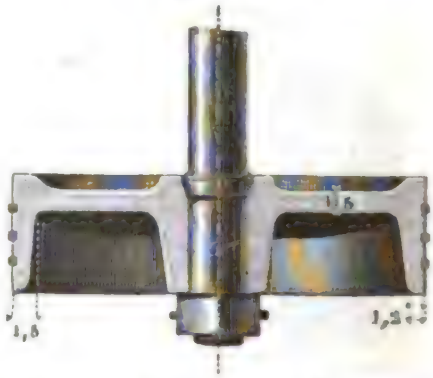


Fig. 694.



ſchnitten und Keile *K*, *K* in die Schnitte eingelaſſen, welche durch die Spiralfedern *S*, *S* angedrückt werden und dieſe Ringe in Spannung erhalten. Sehr einfach iſt der Kolben *A A*, Fig. 694, von Ramsbottom. Hier beſteht die Liderung aus 3 bis 5 elaſtiſchen Stahl- oder Meſſingringen. Damit dieſelben federn und ſich an die Cylinderwand gehörig anlegen, biegt man ſie vor dem Einlegen nach einem Kreiſe, deſſen Durchmeſſer den des Cylinders um 1 Zehntel übertrifft.

Bei dem Dampfkolben von Herrn Kraus beſteht die Liderung aus zwei Doppelringen, je einem inneren aus Schmiedeeiſen und einem äußeren aus Weißmetall, einer Compoſition von 80 Thln. Zinn, 10 Thln. Antimon und 10 Thln. Kupfer. Dieſe Ringe werden vom Dampfdruck angedrückt, bilden alſo eine autoclave Liderung. Zum genauen Abſchließen ſind an den Schnittfugen der Ringe Zungen *Z* eingeſetzt, wie Fig. 695 darſtellt.

Fig. 695.

§. 444 **Kolbenſtange** (franz. tige de piston, engl. piston rod). Zwei Dimenſionsverhältniſſe ſind bei dem Dampfkolben und der Stange deſ-

ſelben von beſonderer Wichtigkeit, nämlich das Verhältniß der Kolben- oder Liderungshöhe zu dem Kolbendurchmeſſer, und das Verhältniß zwiſchen der Stärke der Kolbenſtange und dem genannten Durchmeſſer oder der Cylinderweite. Da weder die innere Cylinderwand noch die Liderungsfläche vollkommen glatt iſt oder ein vollkommenes Continuum bildet, ſo kann die Liderungsfläche nur dann vollkommen abſchließen, wenn ſie eine gewiſſe Breite hat, auf der anderen Seite darf aber dieſe Breite nicht ſehr groß ſein, weil mit ihr proportional die Reibung wächſt (ſ. Bd. II, §. 320). Zum vollkommenen Abſchließen gehört aber auch noch, daß die Kolbenfläche keine ſchiefe Lage gegen die Cylinderaxe annehme; dieſe Lage kann aber durch eine excentriſche Lage der Kolbenſtange und durch eine ungleiche Vertheilung der Reibung rings am Umfange des Dampfkolbens herbeigeführt werden, wenn die Liderung ſehr niedrig iſt, und es iſt daher auch aus dieſem Grunde ein gewiſſes Verhältniß zwiſchen der Liderungsbreite und der Cylinderweite in Anwendung zu bringen. Tredgold ſucht theoretiſch zu beweiſen, daß dieſes Verhältniß dem Reibungscoefficienten gleich ſein müſſe; es iſt aber die Grundlage dieſes Beweiſes zu unſicher, als daß man hierauf etwas geben könnte und es bleibt daher nichts weiter übrig, als die durch Erfahrung geprüften Verhältniſſe in Anwendung zu bringen. Hiernach aber iſt bei Hanfliderung dieſes Verhältniß $^1/_3$ bis $^1/_6$, bei der Metalliderung aber nur $^1/_6$ bis $^1/_9$ und zwar der größere Werth bei kleinen und der kleinere bei großen Kolben in Anwendung zu bringen.

Die Kolbenſtange, welche in der Regel aus Schmiedeeiſen oder aus Stahl iſt, muß eine hinreichende Stärke beſitzen, um die Kolben- oder Dampfkraft auf die Arbeits- oder Zwiſchenmaſchine übertragen zu können, ohne eine bedeutende oder bleibende Formveränderung zu erleiden. Die Formel zur Beſtimmung dieſer Dimenſionen liefert die Theorie der Feſtigkeit; hierbei haben wir jedoch zu unterſcheiden, ob, wie bei den einfachwirkenden Maſchinen, die Kolbenſtange nur einer Ausdehnungskraft, oder ob ſie, wie bei den doppeltwirkenden Maſchinen, abwechſelnd einer Ausdehnungs- und Zuſammendrückungskraft ausgeſetzt iſt. Iſt p die Differenz der Dampfſpannungen in Atmoſphären auf beiden Seiten des Kolbens, und d der Durchmeſſer des Dampfkolbens, ſo hat man die Kraft, welche auf den Kolben wirkt:

$$P = \frac{\pi d^2}{4} \cdot 14{,}10\, p \text{ Pfund};$$

bezeichnet aber d_1 den Durchmeſſer der Kolbenſtange und T den Tragmodul der abſoluten Elaſticität, ſo hat man die Tragkraft der Kolbenſtange:

$$P = \frac{\pi d_1^2}{4} \cdot T;$$

ſetzen wir endlich beide Ausdrücke einander gleich, ſo bekommen wir folgende

Formel für die Stärke einer der Ausdehnung ausgeſetzten Kolbenſtange:

$$d_1^2 T = 14{,}10\, d^2 p,$$

und daher die Stärke der Kolbenſtange:

$$d_1 = d\sqrt{\frac{14{,}10\, p}{T}}.$$

Führen wir ſtatt T die Hälfte des in Bd. I, §. 212, angegebenen Tragmoduls von 18000 Pfund für Schmiedeeiſen, alſo $T = 9000$ Pfund ein, ſo erhalten wir die Formel zur Beſtimmung der ſchmiedeeiſernen Kolbenſtangenſtärke bei einfachwirkenden Dampfmaſchinen:

$$d_1 = \frac{d}{25}\sqrt{p} = 0{,}04\, d\sqrt{p},$$

oder, wenn man p nicht in Atmoſphären, ſondern in Pfund pr. Quadratzoll giebt,

$$d_1 = 0{,}01\, d\sqrt{p}$$ (ſ. §. 301).

Zur Beſtimmung der Stärke der Kolbenſtangen von doppeltwirkenden Dampfmaſchinen kann man zweierlei Formeln anwenden, je nachdem man die Feſtigkeit des Zerdrückens oder die des Zerknickens in Betracht zieht. Der Länge der Kolbenſtange wegen müßte allerdings die letztere in Anwendung kommen (ſ. Bd. I, §. 211), da aber ſchon durch eine mäßige excentriſche Wirkung der Kraft in der cylindriſchen Kolbenſtange die Feſtigkeit bedeutend herabgezogen wird (ſ. Bd. I, §. 269), und dieſe Wirkung durch ungenaue Verbindung des Kolbens mit der Kolbenſtange leicht herbeigeführt werden kann, ſo iſt es angemeſſener, die Formel für die Feſtigkeit des Zerdrückens anzuwenden, und dabei einen vielfach verkleinerten Werth von T einzuführen. Aus dieſem Grunde macht man erfahrungsmäßig bei doppeltwirkenden Maſchinen die Stärke ſchmiedeeiſerner Kolbenſtangen:

$$d_1 = 0{,}08\, d\,(\sqrt{p} + 0{,}25)\ \text{Zoll},$$

wenn p den Ueberdruck in Atmoſphären bezeichnet.

Die Kolben von großen Dampfmaſchinen, namentlich von Dampfſchiffmaſchinen erhalten zwei Kolbenſtangen.

Beiſpiel. Welche Stärke hat man der ſchmiedeeiſernen Kolbenſtange einer doppeltwirkenden Dampfmaſchine zu geben, die mit Dämpfen von 5 Atmoſphären Spannung und ohne Condenſation, alſo mit 4 Atmoſphären Ueberdruck arbeitet, und eine Cylinderweite von 24 Zoll hat? Nach der letzten Formel iſt dieſe Stärke

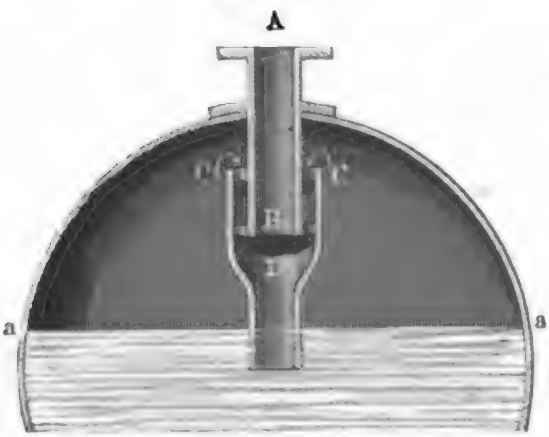
$$d_1 = 0{,}08\, d\,(\sqrt{5-1} + 0{,}25) = 0{,}08\ .\ 2{,}25\, d$$
$$= 0{,}18\, d = 0{,}18\ .\ 24 = 4{,}32\ \text{Zoll}.$$

§. 445. **Dampfrohr.** Der Dampf wird durch das Dampfrohr (franz. tuyau à vapeur; engl. steam-pipe) aus dem Dampfkeſſel zunächſt in die Dampfkammer (franz. boite à vapeur; engl. steam-box), d. i. in denjenigen

Raum geführt, wo die regelmäßige Vertheilung des Dampfes durch die ſogenannte Steuerung ſtatthat. In dem Dampfrohre befindet ſich noch die Admiſſionsklappe (franz. valve regulatrice; engl. steam-valve), d. i. ein Droſſelventil (ſ. Bd. I, §. 445), wodurch der Dampfzufluß und folglich auch die Dampfkraft regulirt werden kann.

Was zunächſt das Dampfrohr anlangt, ſo hat man daſſelbe an derjenigen Stelle in den Keſſel einmünden zu laſſen, wo die ſtärkſte Dampfentwickelung ſtatthat, und demſelben vom Keſſel aus eine aufſteigende Lage zu geben, damit das Fortreißen des Waſſers mit dem Dampfe möglichſt verhindert werde und das fortgeriſſene Waſſer in den Keſſel zurückfließen könne. Eine vorzügliche Einrichtung, wobei der Dampf möglichſt trocken in das Dampfrohr tritt, iſt in Fig. 696 abgebildet. Es iſt hier an das Dampfrohr AB ein weiteres Rohr CCD angehängt, welches bis in das Keſſelwaſſer herabgeht. Der bei CC eintretende Dampf läßt hier, bei ſeiner abwärts gerichteten Bewegung bis zur Mündung A des Dampfrohres, das mit fortgeriſſene Waſſer größtentheils fallen.

Fig. 696.



Um die Bewegungshinderniſſe in dem Dampfrohre möglichſt klein zu erhalten, muß man das Dampfrohr nicht unnöthig lang machen, in demſelben alle plötzlichen Richtungs- und Querſchnittsveränderungen zu vermeiden ſuchen und demſelben eine anſehnliche Weite geben. Um aber den Wärmeverluſt möglichſt herabzuziehen, iſt die Abkühlungsfläche klein, alſo das Dampfrohr kurz und eng zu machen, und dieſe Fläche oder das Dampfrohr mit ſchlechten Wärmeleitern zu umgeben, oder durch einen polirten Metallmantel zu umſchließen. Man ſieht, daß bei dem Dampfrohre ein anderes Verhältniß eintritt, als bei den gewöhnlichen Luft- oder Waſſerleitungsröhren. Während die Röhren, namentlich aber die Einfallröhren, bei Waſſerſäulenmaſchinen weit zu machen ſind, damit ſie möglichſt kleine hydrauliſche Hinderniſſe darbieten, hat man den Dampfröhren nur eine mittlere Weite zu geben, damit die Abkühlung durch dieſelbe nicht groß ausfalle, damit überhaupt die Summe aus den Arbeitsverluſten, welche die pneumatiſchen Hinderniſſe und die Abkühlung zugleich herbeiführen, ein Minimum werde. Die Unterſuchung, in welche man bei Auffindung dieſes Minimums verwickelt wird, iſt jedoch zu weitläufig, als daß ſie hier durchgeführt werden könnte. Wir können jetzt nur anführen,

daß man die Weite dieser Röhren gewöhnlich $^1/_5$ des Dampfkolbendurchmessers, also den Querschnitt $^1/_{25}$ der Kolbenfläche gleich macht. Hiernach ist die Geschwindigkeit des Dampfes 25mal so groß als die des Dampfkolbens; oder, da diese bei den meisten Maschinen 3 bis 5 Fuß beträgt, 75 bis 125 Fuß. Die Arbeitsverluste, welche aus dieser großen Dampfgeschwindigkeit entspringen, werden wir weiter unten näher kennen lernen; jedoch möge noch bemerkt werden, daß es zweckmäßig ist, die Dampfröhre eher etwas weiter als enger zu machen, zumal bei Maschinen mit Hochdruck und mit großer Kolbengeschwindigkeit.

Die Einrichtung einer Regulirungsklappe ist aus Fig. 697 zu ersehen. *AA* ist ein ausgebohrtes Stück des Dampfrohres, *B* die Klappe, *CX* die Axe derselben, *D* eine Stellschraube mit Gegenmutter, und *EF* der Hebel zur Bewegung der Klappe. Durch diese Klappe läßt sich der Dampf nicht ganz abschließen; um dies zu können, wendet man bei Hochdruckmaschinen ein besonderes Absperrventil an. Bei Tiefdruckmaschinen ist ein solches Ventil weniger nothwendig, da diese Maschinen durch Abstellung der Condensation in Stillstand versetzt werden können. Die Einrichtung eines Absperrventils ist aus Fig. 698 zu ersehen. Die Ventilplatte *AA* wird hier mittels des in eine Schraubenspindel *C* auslaufenden Stiels *CD* durch Umdrehung der Schraubenmutter *E* auf den Ventilsitz *BB* aufgedrückt. Das Stellrad *RR* mit der Handhabe *H* greift in das Zahnrädchen, welches die Schraubenmutter umfaßt; die Gabel *G* dient zum Festhalten der Schraubenstellung.

Fig. 697.

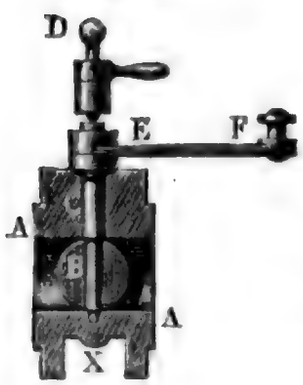
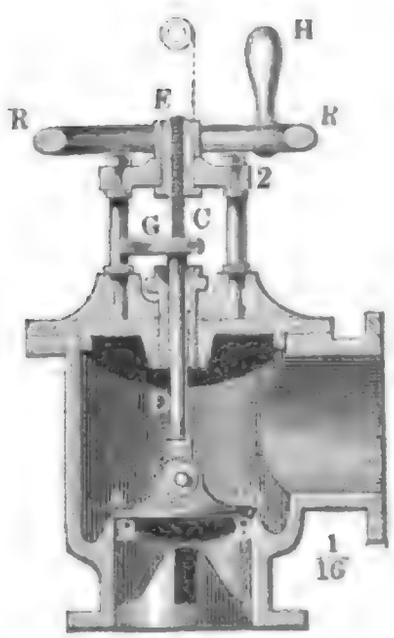


Fig. 698.



§ 446

Steuerung. Der in die Dampfkammer eingeführte Dampf wird durch besondere Canäle oder Dampfwege (franz. und engl. passages) in den Dampfcylinder und aus diesem heraus und in die freie Luft oder in den Condensator geführt. Das regelmäßige Zu- und Abführen des Dampfes erfolgt durch denjenigen Apparat, welchen man die Steuerung (franz. régulateur; engl. regulator) nennt. Auch hier, wie bei den den Dampfmaschinen so ähnlichen Wassersäulenmaschinen, unterscheidet man die innere und die äußere Steuerung. Die innere Steuerung (franz. le distributeur de la vapeur; engl. the steam-distributor) befindet sich im In-

neren des Dampfgehäuſes und beſteht aus Hähnen, Kolben, Klappen, Schiebern oder Ventilen, welche die Dampfwege abwechſelnd eröffnen und verſchließen. Von dieſen wichtigen und ſehr mannigfaltigen Theilen der Dampfmaſchinen möge in Folgendem ausführlicher die Rede ſein.

Die Kolbenſteuerung wird bei den Dampfmaſchinen nur ſelten angewendet; da wir ſie bereits bei den Waſſerſäulenmaſchinen kennen gelernt haben, ſo möge von ihr auch weiter nicht die Rede ſein.

Die Steuerung durch Hähne iſt ebenfalls wenig, und zwar nur bei kleinen Hochdruckmaſchinen in Gebrauch; die Hähne führen ſich ſchnell ab, erfordern viel Kraft zu ihrer Bewegung und geben zu enge Dampfwege. Bei den älteren Dampfmaſchinen beſtand die Steuerung in Hähnen, zumal aber in dem ſogenannten Vierweghahne (franz. robinet à quatre voies ou à quatre ouvertures; engl. four-way cock), von deſſen Anwendung bei Kolbenmaſchinen ſchon in Bd. II, §. 297, die Rede geweſen iſt.

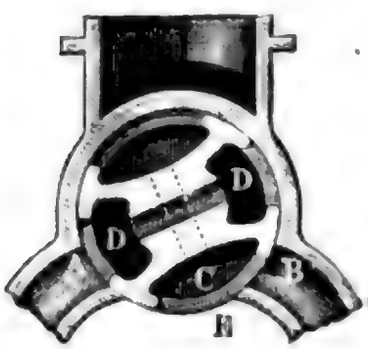
Eigenthümliche Hahnſteuerungen hat Maudslay bei kleinen Dampfmaſchinen, ſowie Cavé bei oſcillirenden Dampfmaſchinen in Anwendung gebracht (ſ. Récueil des machines etc. par le Blanc).

Die gewöhnlichſten und vorzüglichſten Steuerungen bei Dampfmaſchinen ſind die Schieberſteuerungen, d. i. die mit Schiebern oder Schiebventilen (franz. tiroirs; engl. slide-valves), und die Ventilſteuerung, d. i. die mittels der Ventile (franz. soupapes; engl. valves).

Es giebt platte und hohle oder ſogenannte Muſchel- und Röhrenſchieber. Die Kreis- oder Drehſchieber (franz. tiroir à rotation; engl. rotating slide-valves) ſtehen zwiſchen den gewöhnlichen Schiebern und den Hähnen inne.

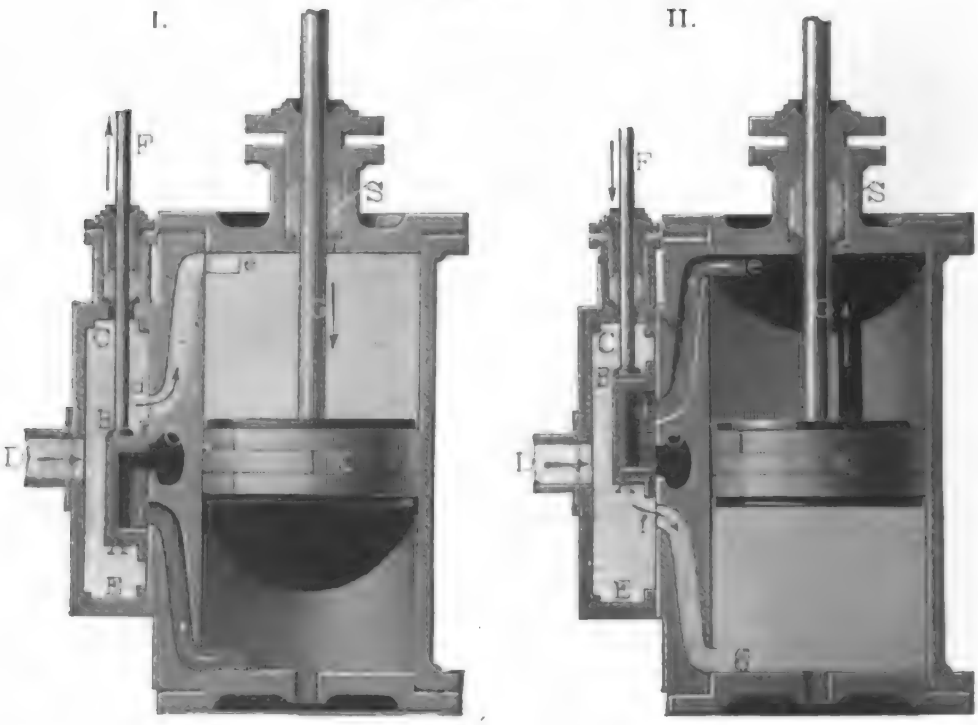
Die Drehſchieber von Wilſon ſowie auch die von Corliß ſind von den Hähnen nicht weſentlich verſchieden. Der Schwarzkopf'ſche Drehſchieber hat eine Elidirung wie der Schitko'ſche Hahn bei Waſſerſäulenmaſchinen, ſ. §. 303. Den Durchſchnitt deſſelben führt Fig. 699 vor Augen. Der durch die axialen Canäle *D*, *D* zuſtrömende Dampf tritt, je nach der Stellung des Schiebers, abwechſelnd durch die Canäle *A* und *B* über und unter den Dampfkolben, wogegen der verbrauchte Dampf abwechſelnd durch den einen oder andern dieſer Canäle nach dem Einſchnitt *C* des Schiebers geleitet wird, von wo aus er bei *E* zum Austritt gelangt. Um den einſeitigen Druck des Drehſchiebers gegen das Gehäuſe deſſelben aufzuheben, iſt der diametrale Canal *DD* angebracht, in welchem der Dampf nach der einen Seite genau ebenſo ſtark drückt als nach der anderen.

Fig. 699.



§. 447 **Schiebersteuerung.** Die Muſchel- und Röhrenſchieber ſind die gewöhnlichſten Steuerungsmittel der Dampfmaſchinen. Die erſteren haben die meiſte Aehnlichkeit mit einem Schubkaſten oder im Durchſchnitte mit dem Buchſtaben C, weshalb man ſie auch Schubkaſtenventile oder C-Schieber nennen kann. Die Einrichtung der Steuerung mit dem Muſchelſchieber führt Fig. 700, I. und II., vor Augen. *AB* iſt der Schieber, ein-

Fig. 700.

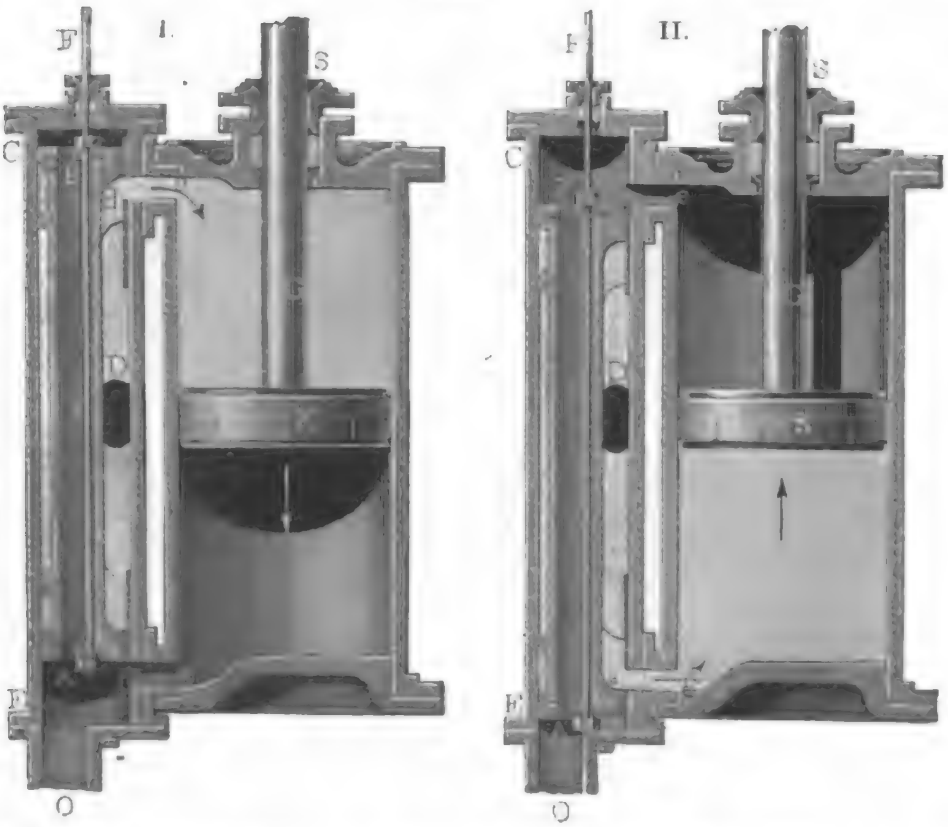


geſchloſſen in der Dampfkammer *CDE*, beweglich durch die Stange *BF* und anliegend mit ſeinen abgehobelten Stirnflächen an der ebenfalls abgehobelten Metallfläche *df*. Der durch das Dampfrohr *D* zugeführte Dampf tritt bei der Stellung I. des Schiebers durch *de* über den Dampfkolben *K* und treibt denſelben nieder, dagegen bei der Stellung II. durch *fg* unter den Kolben und nöthigt denſelben zum Aufgange; im erſten Falle ſtrömt der benutzte Dampf durch *gf* in den Schieberraum und von da durch den Weg *O* in die freie Luft oder in den Condenſator, im zweiten Falle hingegen ſchlägt er den Weg *ed* ein und gelangt dann durch *O* ebenfalls in's Freie oder in den Condenſator.

Bei großen Maſchinen verurſacht das bei jedem Spiele nöthige Anfüllen der Canäle *de* und *fg* zu viel Dampfverluſt, weswegen man es hier vorzieht, den D- oder Röhrenſchieber anzuwenden. Fig. 701 I. und II. zeigt eine ſolche Schiebersteuerung. Es tritt hier der Dampf durch die Mündung *D*

in das Innere des Schiebers Ad, und aus dieſem, je nach der Stellung deſſelben, entweder bei de über oder bei fg unter den Kolben. Auf dem

Fig. 701.

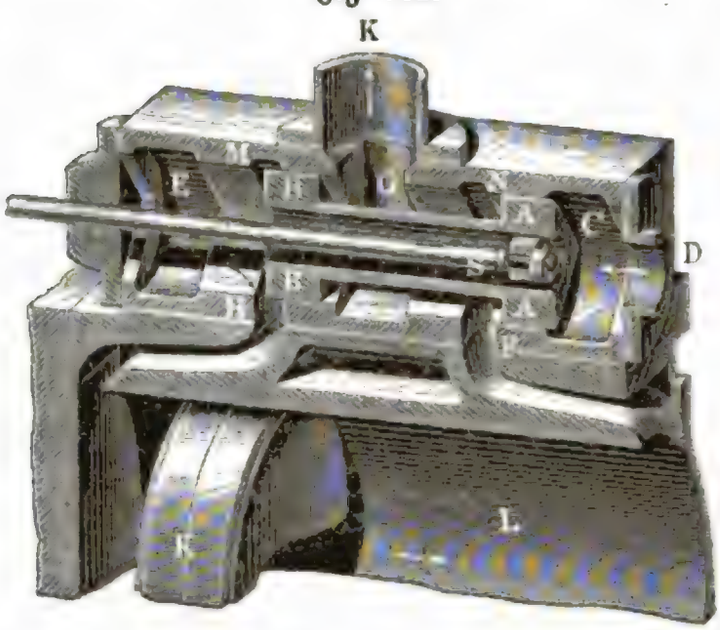


Rücken des Schiebers ſitzt noch eine an beiden Enden offene Röhre AB mit halbkreisförmigem Querſchnitte feſt, und dieſe iſt bei A und B abgelidert, um an dem halbcylindriſchen Theile der Dampfkammer dampfdicht abzuſchließen. Man ſieht nun leicht ein, wie der benutzte Dampf während des Kolbenaufganges bei ed aus-, durch BA hindurchſtrömen und endlich bei O in den Condenſator treten kann, und wie er dagegen beim Niedergange von K auf dem Wege gfO abgeführt wird.

Der letztere Schieber hat vor dem erſteren noch den Vorzug, daß er vom zutretenden Dampfe umgeben, daher nicht wie der erſtere einſeitig gedrückt wird, und folglich bei ſeiner Bewegung einen kleineren Reibungswiderſtand zu überwinden hat, als der einfache C-Schieber. Dieſer Widerſtand verurſacht bei größeren Maſchinen mit hohem Druck einen Arbeitsaufwand von mehreren Pferdekräften. Deshalb hat man in neueren Zeiten auch kurze Schieber für Hochdruckmaſchinen, ähnlich wie die langen Watt'ſchen Schieber, ſo conſtruirt, daß ſie vom Dampf nicht einſeitig gedrückt werden und gleichſam in ihrer Führung ſchweben. Die Einrichtung eines ſolchen äqui-

librirten oder Entlaſtungsſchiebers (franz. tiroir équilibré; engl. equilibrated slide-valve) nach Jobin (ſ. Bulletin de la Société d'Encouragement, T. V, 1858), angewendet an einer Dampfmaſchine mit liegendem Cylinder, iſt aus dem Durchſchnitte in Fig. 702 zu erſehen. Die Dampfkammer CE hat viel Aehnlichkeit mit dem Steuercylinder einer Waſſerſäulenmaſchine, und ebenſo iſt der Dampfſchieber AB im Weſentlichen eine Verbindung von zwei Steuerkolben AA und BB mit einer hohlen Kolbenſtange AB. Der bei D in die Dampfkammer eintretende Dampf füllt nicht allein die Räume C und E zu beiden Seiten des Dampfſchiebers, ſondern auch den inneren Raum S deſſelben aus, und drückt daher dieſen Schieber von allen Seiten her gleich ſtark. Der aus dem Dampfcylinder L abſtrömende und durch das Ausblaſerohr K ausſtrömende Dampf umhüllt den mittleren oder röhrenförmigen Theil AB des Schiebers von außen und giebt daher ebenfalls zu keinem Seitendrucke Veranlaſſung. Da die Dampfkammer an den beiden Stellen MH und NF, wo die Dampfcanäle einmünden, erweitert iſt, ſo wird der Dampfſchieber auch dann nicht einſeitig eingedrückt, wenn er den einen oder den anderen dieſer Canäle abſperrt.

Fig. 702.



§. 448 **Ventilſteuerung.** Die Ventilſteuerung wird vorzüglich bei großen, zumal aber bei den einfachwirkenden Dampfmaſchinen angewendet, da hier die Schieber zu groß ausfallen, um mit hinreichender Genauigkeit abſchließen zu können, übrigens aber auch das Eröffnen und Abſchließen der Dampfwege zu langſam vor ſich geht. Die Ventile, welche man zur Steuerung verwendet, ſind entweder Kegelventile (ſ. Bd. I, §. 445) oder Röhrenventile. Letztere unterſcheiden ſich von den erſteren dadurch, daß hier der Theil beweglich iſt, welcher bei den Kegelventilen feſtſitzt, und der Theil ausſchiebt, welcher dort den Sitz bildet. Beide Ventilarten ſind entweder einfache oder doppelte; und letztere finden bei großen Maſchinen deshalb ihre Anwendung, weil ſie viel leichter zu bewegen ſind, als die einfachen Ventile. Uebrigens werden die Ventile entweder durch Stangen oder Hebel in Bewegung geſetzt.

Zunächſt zeigt Fig. 703 ein einfaches Kegelventil mit Hebelbewegung. Es iſt hier A das Ventil, BC deſſen Stiel, ſowie B und C die büchſenförmige Leitung deſſelben; ferner D eine durch das Gehäuſe hindurchgehende Drehaxe, DE ein Hebelarm im Inneren und DF ein ſolcher außerhalb des Gehäuſes; jener ergreift den zu dieſem Zwecke bei E ausgehöhlten Ventilſtab, dieſer aber iſt mit einer Stange FG verbunden. Wird nun an der letzteren gezogen, ſo dreht ſich die Hebelverbindung um D, es wird dadurch A gehoben und die Communication zwiſchen den Räumen M und N hergeſtellt.

In Fig. 704 iſt dagegen ein Röhrenventil mit Stangenbewegung

Fig. 703.

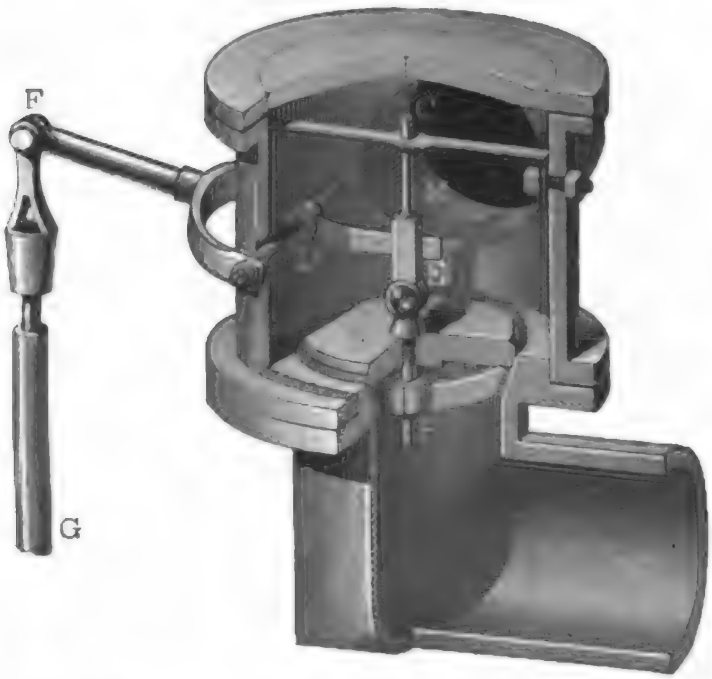
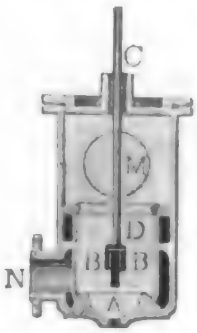


Fig. 704.

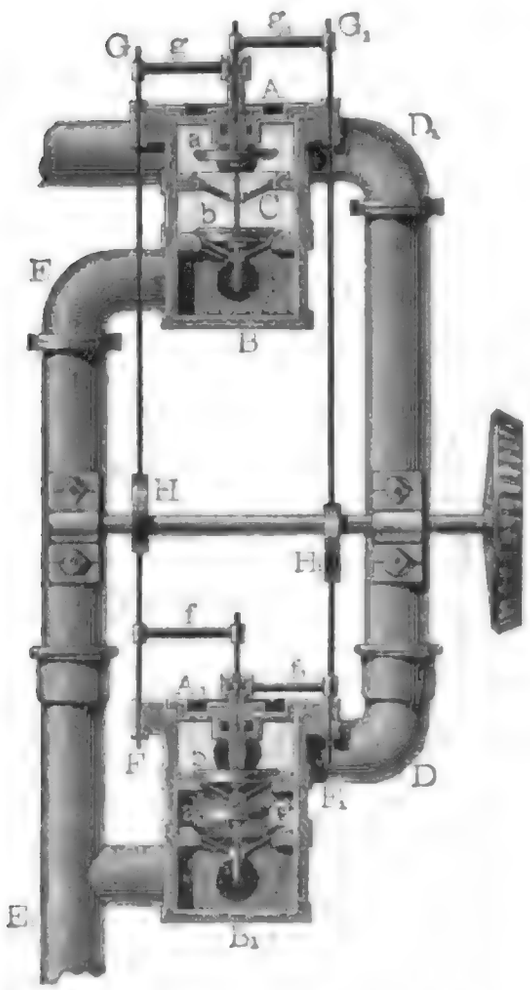


abgebildet. Hier iſt die Ventilplatte A feſt, und dagegen das Gehäuſe BB beweglich, und zwar mit Hülfe einer durch eine Stopfbüchſe C gehenden Ventilſtange CD. Bei der Ventilſtellung, welche in dieſer Figur abgebildet iſt, ſteht B auf A, und es iſt die Verbindung der Räume M und N aufgehoben; wird aber BB mittels CD emporgezogen, ſo treten die Räume M und N in Communication und es kann nun Dampf von M durch B hindurch und unter B nach N ſtrömen. Dieſe zuerſt von Hornblower angewendeten Ventile haben den großen Vortheil, daß ſie leichter zu bewegen ſind, als die plattenförmigen Kegelventile, weil hier der Querſchnitt eine Ringfläche, dort aber eine volle Kreisfläche iſt.

Um von einem Punkte aus zwei Ventile mittels Stangen bewegen zu können, macht man die Stange des einen Ventiles hohl und ſteckt die Stange

des anderen Ventiles durch die Höhlung; auf dieſe Weiſe erhält man die ſogenannten concentriſchen Ventile von Murdoch. Eine vollſtändige Ventilſteuerung dieſer Art iſt in Fig. 705 abgebildet. Hier erfolgt die Vertheilung des Dampfes in zwei Kammern AB und A_1B_1. Beide Kammern ſind durch je zwei Ventilſitze in drei Kammern abgetheilt, und von dieſen communiciren die oberen mit dem Dampfrohre DD_1, die mittleren mit dem Dampfcylinder und die unteren mit dem Ableitungsrohre EE_1. Es ſind ferner FG und F_1G_1 zwei durch Excentriks H, H_1 (§. 454) oder einen anderen Mechanismus auf- und niederbewegte Steuerſtangen, welche mittels Querarmen f, g, f_1 und g_1 die Stiele ergreifen, an welchen die vier Ventile a_1, a, b_1 und b hängen. Man erſieht aus der Figur, daß die Stiele von a und b_1 hohl ſind, die von b und a_1 aber durch jene hindurchgehen. Geht die Stange FG aufwärts, ſo öffnen ſich die Ventile a und a_1, und es tritt Dampf aus DD_1 bei C in den Dampfcylinder und über den Kolben, wogegen der benutzte Dampf unter dieſem Kolben bei C_1 aus dem Cylinder heraus- und von da in das Ableitungsrohr EE_1 ſtrömt. Steigt hingegen F_1G_1 auf und FG nieder, ſo wird b und b_1 geöffnet, a und a_1 aber geſchloſſen, und es ſtrömt neuer Dampf bei C_1 unter den Kolben, wogegen der beim vorigen Spiele verbrauchte Dampf durch C zurück- und durch EE_1 abſtrömt.

Fig. 705.



§. 449 **Dampfventile.** Die Kraft zum Aufziehen eines einfachen Kegelventiles iſt das Product aus Dampfdruck p und aus der Ventilfläche F; da nun aber bei großen Hochdruckmaſchinen F und p bedeutende Factoren ſind, ſo iſt auch die Kraft und der nöthige Arbeitsaufwand zum Ziehen dieſer Ventile ſehr groß. Wir haben ſchon im vorigen Paragraphen angegeben, daß Röhrenventile, weil dieſe einen kleineren Querſchnitt haben, einen kleineren Arbeitsverluſt verurſachen als Kegelventile, und müſſen nun noch hinzufügen, daß man durch Anſchließen eines Gegenkolbens oder Gegenventiles

den Kraftaufwand bei Kegelventilen bedeutend herabziehen kann. Ein Kegelventil mit Gegenkolben iſt in Fig. 706 vor Augen geführt. *V* iſt das Ventil, *K* der Gegenkolben und *CE* ein Seitenrohr, welches das nach dem Dampfcylinder führende Communicationsrohr *O* mit dem Raume unter dem Gegenkolben verbindet. Der Dampf drückt das Ventil nach oben und den Kolben nach unten ziemlich gleich ſtark; es beſteht folglich die Kraft

Fig. 706.

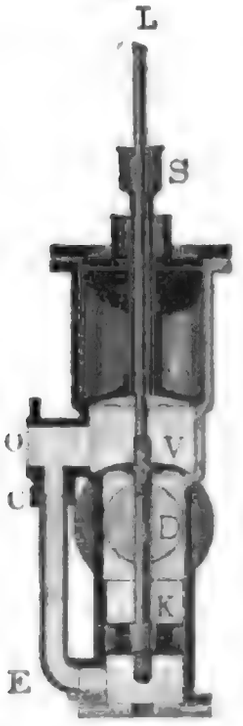
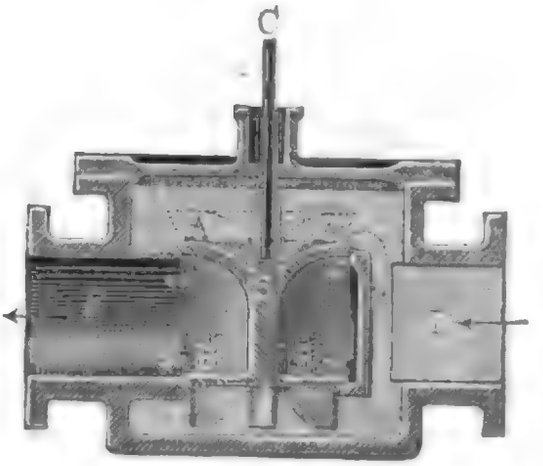


Fig. 707.



zum Aufziehen hauptſächlich nur in der Ueberwindung von Reibungen.

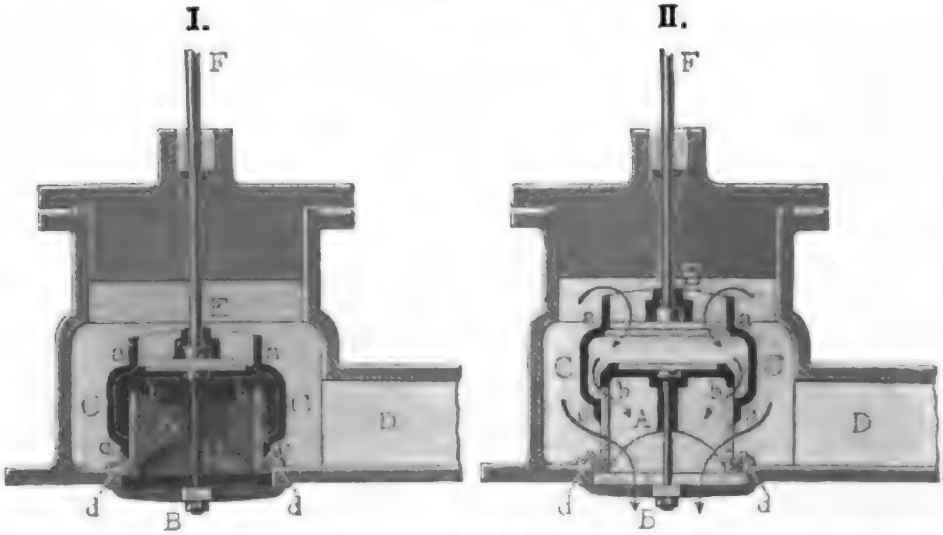
Ein zweites Ventil *F*, deſſen Stange *FS* die Stange *KL*, worauf das Ventil *V* und der Kolben *K* ſitzen, umgiebt, wird aufgezogen, um den Dampf nach vollbrachter Wirkung nach oben abzulaſſen.

Vollkommener wird allerdings der Zweck durch ein Doppel- oder Laternenventil, wie Fig. 707, erreicht. Es iſt hier *AA* der eine und *BB* der andere Ventilteller, ſowie *SC* der Stiel, wodurch das ganze Ventil aufgezogen wird. Der bei *D* zutretende Dampf umgiebt die beiden Ventile und deren Sitze von mehreren Seiten und drückt das eine Ventil faſt ebenſo ſtark von oben nach unten wie das andere von unten nach oben; es hat daher ein bei *C* angreifender Hebel nur eine mäßige Kraft auszuüben nöthig, um das Ventil zu heben. Sowie dies aber geſchehen iſt, kann der Dampf in den beiden ringförmigen Räumen zwiſchen den Ventilen und ihren Sitzen aus dem Ventilgehäuſe heraus in die Dampfkammer *EF* treten und von da weiter fortgeleitet werden.

Endlich hat man auch doppelte Röhren, oder ſogenannte Glockenventile, wie z. B. in Fig. 708 (a. f. S.), I. und II., abgebildet iſt. Es ſind hier die Ventilringe *bb* und *dd* feſt, und es iſt das Gehäuſe *CC* mittels des Stieles *EF* beweglich. Iſt das Ventil geſchloſſen, wie in I., ſo trifft die abgeſchliffene Kegelfläche *aa* des Ventiles auf den ebenfalls kegelförmig abgeſchliffenen

Umfang des Tellers *bb*, ſowie die abgeſchliffene Kegelfläche *cc* des Ventiles auf den koniſch geſchliffenen Umfang des Tellers *dd*. Es drückt dann der

Fig. 708.



bei *D* zuſtrömende Dampf das ganze Glockenventil ziemlich ebenſo ſtark von oben wie von unten und es iſt daher die Kraft zum Aufziehen des Ventiles ſehr unbedeutend. Nach vollbrachtem Aufziehen (ſiehe II.) kann nun der Dampf durch die ringförmigen Räume zwiſchen *a* und *b* ſowie zwiſchen *c* und *d* in den Ventilraum *A* und von da durch *B* nach dem Punkte des Bedarfes ſtrömen.

Die ſpecielle Einrichtung eines ſolchen Glockenventiles iſt aus der Abbildung in Fig. 709 zu erſehen. Man ſieht hier die vom Teller *G* herab-

Fig. 709.

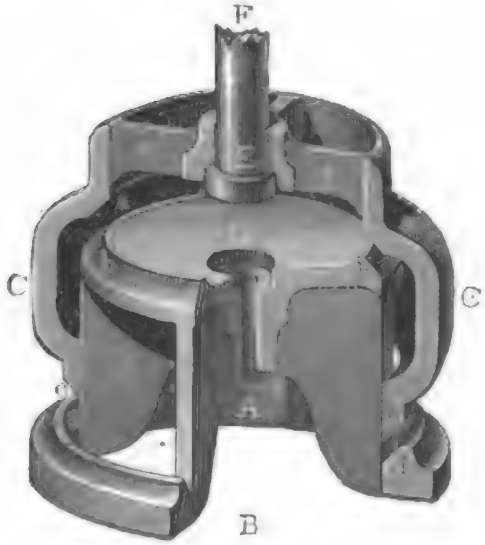
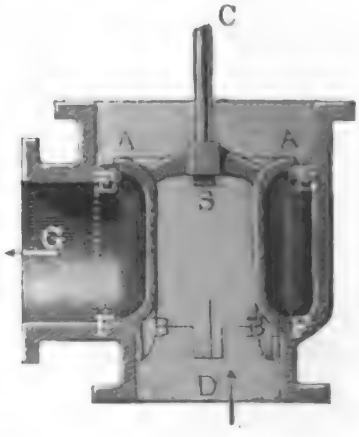


Fig. 710.

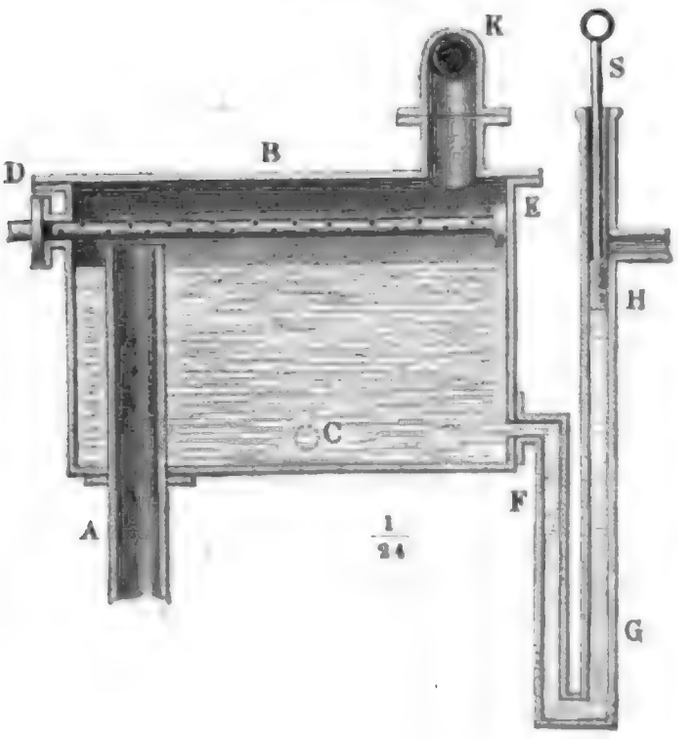


laufenden Flügel $f, f \ldots$, welche der durch die Stange EF bewegten Glocke CC zur Führung dienen, ſowie in e, e die Arme, welche die letztere mit der Stange EF verbinden.

Die Röhrenventile laſſen ſich ebenfalls doppelſitzig einrichten (ſiehe Reuleaux: „Ein neues Doppelſitzventil“ in der ſchweiz. polytechn. Zeitſchrift, 1856). Ein ſolches Ventil iſt in Fig. 710 abgebildet. Es iſt hier die das Ventil bildende und mittels der Stange CS zu bewegende Röhre $ABBA$ an beiden Mündungen erweitert und außen kegelförmig abgedreht, ſowie das Ventilgehäuſe $EFFE$ mit entſprechenden Sitzen EE, FF verſehen. In der abgebildeten Stellung dieſes Ventiles iſt der bei D zutretende und den inneren Ventilraum ausfüllende Dampf von dem mit dem äußeren Ventilraume communicirenden Rohre G ganz abgeſperrt, wird aber das Ventil gezogen, ſo kann der Dampf zwiſchen AA und EE ſowie zwiſchen BB und FF hindurchgehen und nach G ſtrömen. Die Kraft, mit welcher der Dampf das Ventil in ſeinen Sitzen aufdrückt, iſt natürlich proportional der Differenz der Querſchnitte AA und BB.

Condensator. Bei den Maſchinen ohne Condenſation ſtrömt der Dampf, nachdem er gewirkt hat, in freier Luft oder nach Befinden auch unter Waſſer aus; bei den Maſchinen mit Condenſation hingegen wird er in den Condenſator oder das Kühlgefäß (franz. condenseur; engl. condensor) geleitet. Im erſten Falle läßt man ihn auch gern durch einen Vorwärmer gehen, wo er das Speiſewaſſer erwärmt, ehe es in die Speiſepumpe tritt. Die Einrichtung eines ſolchen Apparates läßt ſich aus Fig. 711 entnehmen. §. 450

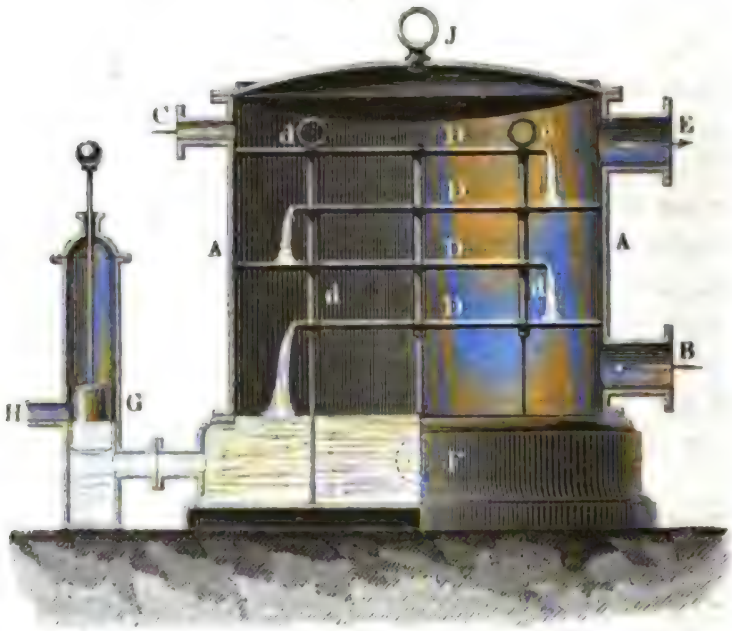
Fig. 711.



A iſt das Austragerohr, welches den verbrauchten Dampf zunächſt in das Reſervoir BC leitet, und DE das Ausgußrohr der Kaltwaſſerpumpe, welches mit vielen kleinen Löchern verſehen iſt, wodurch das Waſſer in feinen Strahlen in BC eingeführt wird. Dieſes Waſſer wird durch den Dampf erwärmt und größtentheils durch die bei C einmündende Speiſepumpe nach dem Dampfkeſſel gedrückt; das überflüſſige Waſſer fließt aber durch

die mit einem Schwimmer *S* ausgerüſtete Seitenröhre *FGH*, und der übrige Dampf durch das Rohr *K* ab. Vollkommener iſt der in Fig. 712 abgebil-

Fig. 712.



dete Vorwärmer *ABC*, in welchem das bei *C* eingeführte Speiſewaſſer in dünnen Schichten auf den Platten *D*, *D* ... hinläuft und nach und nach von der einen auf die andere herabfließt, wobei es durch den bei *B* ein- und bei *E* austretenden Dampf bis mindeſtens 70 Grad vorgewärmt wird.

Der Condenſator, durch welchen man den größten Theil der verbrauchten Dämpfe niederzuſchlagen beabſichtigt, iſt ein gußeiſernes Gefäß *AB*, Fig. 713, welches von außen mit kaltem Waſſer umgeben wird, und in welches auch ununterbrochen kaltes Waſſer, das ſogenannte Injections- oder Einſpritzwaſſer (franz. eau d'injection; engl. water for injection), in einem Bündel feiner Strahlen einſtrömt. Das zur Condenſation nöthige kalte Waſſer wird durch eine Pumpe *C*, die ſogenannte Kaltwaſſerpumpe (franz. pompe d'eau froide; engl. cold-water pump) mittels des Rohres *DD* in das den Condenſator umgebende Reſervoir *EFG* gefördert. Im letzteren befindet ſich auch der Apparat *H*, durch welchen das Einſpritzwaſſer in das Innere des Condenſators geführt wird. Dieſes Waſſer tritt aus dem großen Reſervoir von unten in dieſen Apparat und fließt durch das mit einem Seiherbleche geſchloſſene und der Brauſe einer Gießkanne ähnliche Mundſtück *HK* mit großer Geſchwindigkeit in den Condenſator, da hier nur ein kleiner Druck von $^1/_{10}$ bis $^1/_8$ Atmoſphäre vorhanden iſt. Zum Regu-

Die vom Schlesischen nach Posen und so fort. Also, nicht weit, vom Zoll- und Steuer-Amt, Ecke Schlesischer und Posener Bahnhof.

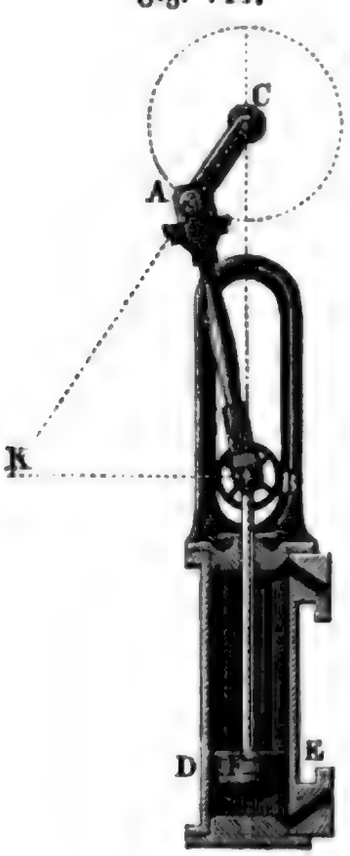
Ich in Beziehung [illegible] Die Preise, die Japanese Restaurant [illegible] Ich habe [illegible] Ich habe [illegible] Ich habe

Ein kurzes Barometer, welches in den Condenſator einmündet, dient dazu, den Luftdruck in demſelben anzuzeigen (die Barometerprobe).

Außer dem im Vorſtehenden beſchriebenen Einſpritzcondenſator von Watt hat man noch den Oberflächencondenſator von S. Hall in Anwendung gebracht. Bei letzterem ſtrömt der Dampf durch ein Syſtem von Röhren, welche von außen mit kaltem Waſſer umgeben ſind. Der Umſtand, daß die Oberflächencondenſation ſehr große Abkühlungsflächen erfordert, iſt Urſache, daß dieſelbe noch keine allgemeine Anwendung gefunden hat. Wegen des Salzgehaltes des Meerwaſſers iſt es nöthig, von Zeit zu Zeit einen Theil des Keſſelwaſſers der Seeſchiffe abzulaſſen, wobei natürlich ein namhafter Wärmeverluſt ſtatt hat; deshalb wäre eine vollkommenere Oberflächencondenſation, wo dieſes Ablaſſen nicht nöthig iſt, für die Dampfſchifffahrt von großer Wichtigkeit.

§. 451 **Maſchinenſyſteme.** Durch die gewöhnlichen Kolbendampfmaſchinen wird unmittelbar nur eine geradlinig wiederkehrende, z. B. eine auf- und niedergehende, oder eine hin- und hergehende Bewegung in der geraden Linie erzeugt. Wenn ſich nun die Arbeitsmaſchine, welche von der Dampfmaſchine zu bewegen iſt, ebenfalls geradlinig wiederkehrend bewegen ſoll, ſo läßt ſich die Verbindung dieſer Maſchinen entweder unmittelbar oder mittels eines Hebels bewerkſtelligen; wenn dagegen die Arbeitsmaſchine, wie meiſtens, eine ununterbrochene Kreisbewegung annehmen ſoll, ſo iſt noch eine beſondere Zwiſchenmaſchine (ſ. §. 108) erforderlich, welche die geradlinig wiederkehrende Bewegung der Dampfmaſchine in die verlangte ſtetig kreisförmige Bewegung der Arbeitsmaſchine umſetzt. Gewöhnlich beſteht dieſe Zwiſchenmaſchine

Fig. 714.



1) aus einer Kurbel oder einem Krummzapfen (franz. manivelle; engl. crank) (ſ. §. 142),

2) aus einer Kurbel-, Lenk- oder Pleylſtange (franz. bielle; engl. connecting rod), und

3) aus einem Schwungrade (franz. volant; engl. fly-wheel).

Die Kurbel CA, Fig. 714, bildet einen Theil der Welle C und iſt mittels der Kurbelſtange AB mit der Kolbenſtange BF verbunden. Damit der Stangenkopf B von der Kurbelſtange nicht zur Seite gezogen werde,

iſt dieſer mit einem beſonderen Mechanismus, der ſogenannten Geradführung, verbunden, und damit die Kurbelwelle *C* in Folge der veränderlichen Wirkung der Kurbelſtange auf dieſelbe nicht ungleichförmig umlaufe, wird auf dieſelbe ein Schwungrad (ſ. §. 111) aufgeſetzt. Die gewöhnlichen Kolbendampfmaſchinen ſind ſtationäre, d. i. an irgend einer Stelle feſt aufgeſtellte; locomobile Dampfmaſchinen, welche auf einem Wagen ſtehend nach dem Punkte des Bedarfs gefahren werden können, finden vorzüglich ihre Anwendung in der Landwirthſchaft.

Die verſchiedenen ſtehenden Kolbendampfmaſchinen laſſen ſich in folgende Syſteme zuſammenſtellen: §. 452

I. Nach der Anzahl der Dampfcylinder giebt es

1) eincylindrige,
2) zweicylindrige Dampfmaſchinen.

II. In Hinſicht auf die Lage der Dampfcylinder hat man

1) ſolche mit feſten und
2) ſolche mit beweglichen Cylindern.

Im erſten Falle ſind die Cylinder

a. verticalſtehend,
b. horizontal- oder
c. geneigtliegend.

Im zweiten Falle haben die Cylinder

a. eine ſchwingende,
b. eine rotirende Bewegung.

III. In Hinſicht auf die Dampfwirkung ſind die Dampfmaſchinen

a. einfachwirkende,
b. doppeltwirkende.

IV. In Hinſicht auf die Uebertragung der Dampfkraft hat man

1) directwirkende oder
2) indirectwirkende,

und im letzten Falle wieder entweder

a. ſolche mit Balancier oder
b. ſolche ohne Balancier.

Außer den Kolbendampfmaſchinen hat man auch noch rotirende oder Raddampfmaſchinen, wo der Dampf auf die Schaufeln eines im Inneren eines Gehäuſes eingeſchloſſenen Rades wirkt und daſſelbe in Umdrehung ſetzt. Dieſe directwirkenden Rotationsmaſchinen haben aber keine allgemeine Ver-

breitung erlangt (ſ. die Verhandlungen des Vereins für Gewerbefleiß in Preußen, Jahrgang 1838). Das in Fig. 580, Seite 766, abgebildete Waſſerſäulenrad kann auch als eine ſolche Raddampfmaſchine benutzt werden. In England haben noch die ſogenannten Scheibendampfmaſchinen (disc-engines) von Biſhopp die meiſte Verbreitung gefunden (ſ. The Steam Engine etc. by Tredgold, Vol. III, by J. Weale, 1853, ſowie Traité des machines à vapeur etc. par C. E. Jullien, Sect. I.).

Die locomotiven Dampfmaſchinen dienen nur zu einer beſonderen Arbeitsverrichtung der fortſchaffenden Mechanik, nämlich zum Fortſchaffen der Laſten mittels Wagen und Schiffen, oder ſogenannte Dampfwagen und Dampfſchiffe.

§. 453 Mehrere der oben aufgezählten Dampfmaſchinenſyſteme ſind in folgenden Abbildungen ſkizzirt.

Fig. 715 ſtellt eine einfach- und directwirkende Dampfmaſchine dar. Die Laſt, z. B. die Pumpenlaſt Q einer Dampfkunſt, hängt hier unmittelbar an der Kolbenſtange DE und wird mittels des Dampfkolbens D durch die Kraft des unter D befindlichen Dampfes emporgehoben.

Fig. 716 iſt dagegen die Skizze von einer einfachwirkenden Dampfmaſchine mit Balancier; es iſt ACB der um C drehbare Balancier, DE

Fig. 715.

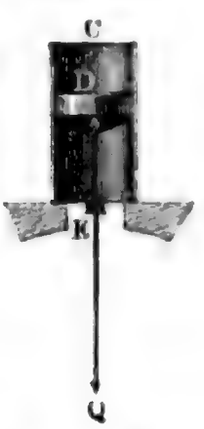
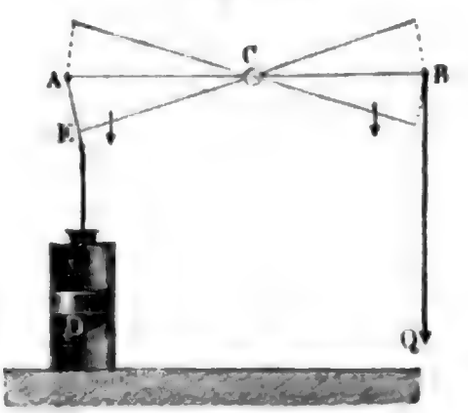


Fig. 716.



die Kolbenſtange, AE das Verbindungsglied zwiſchen dem Balancier und dieſer Stange und BQ die Stange, woran die Laſt angeſchloſſen iſt.

Fig. 717.

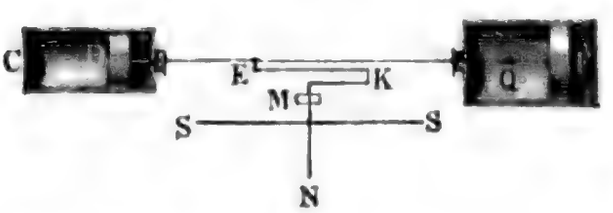


Fig. 717 iſt ferner die Skizze einer liegenden doppelt- und directwirkenden Dampfmaſchine. Der Dampfkolben D bewegt hier mittels der verlängerten Kolbenſtange DF einen anderen Kolben F, z. B. den eines Cylindergebläſes; zur Erzeugung einer regelmäßigen Bewe-

gung iſt an dieſe Stange mittels einer Kurbelſtange EK und einer Kurbel MK ein um die Axe MN umlaufendes Schwungrad SS angeſchloſſen.

Fig. 718.

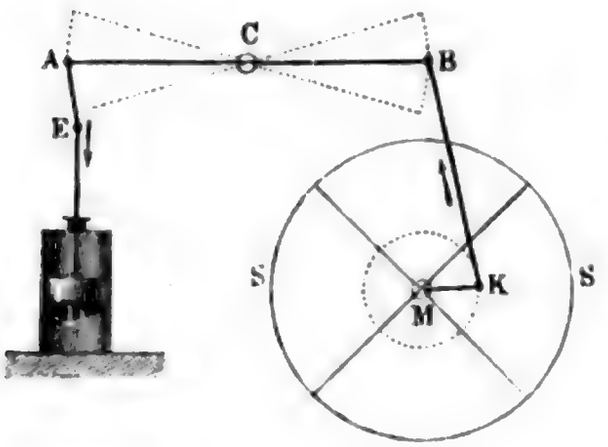


Fig. 718 ſtellt eine doppeltwirkende Balanciermaſchine mit Drehbewegung vor; MK iſt der Krummzapfen, BK die Lenkſtange und SS das zur Erhaltung einer möglichſt gleichförmigen Drehbewegung nöthige Schwungrad; die übrigen Bezeichnungen ſind die vorigen.

Fig. 719 iſt eine Maſchine ohne Balancier, Fig. 720 eine ſolche ohne Lenkſtange.

Fig. 719.

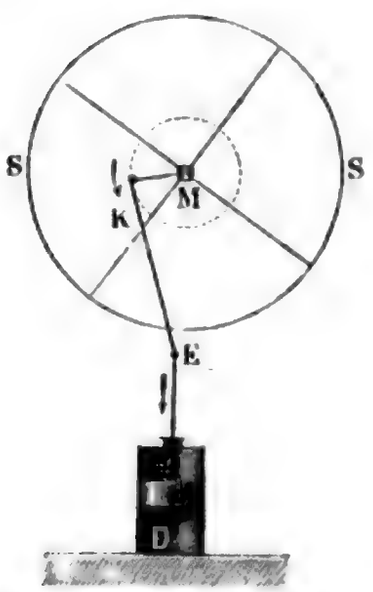
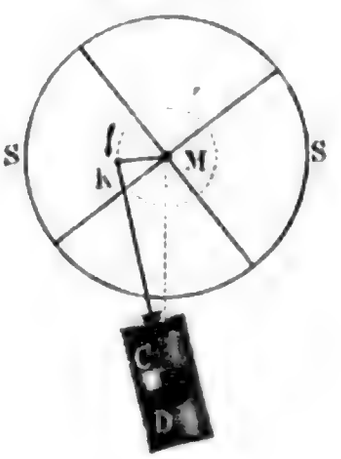


Fig. 720.



Damit die Kolbenſtange in Fig. 718, 719 und 720 ſenkrecht auf- und niedergehe, iſt bei E ein beſonderer Leitungsapparat angebracht; und damit bei der ſich um C ſchwingenden Maſchine in Fig. 720 die Kolbenſtange CK nur in ihrer Axenrichtung ſich bewegen könne, iſt ein Leitungsapparat auf den ſchwingenden Cylinder aufgeſetzt. Iſt die Entfernung CM der Schwingungsaxe C von der Drehungsaxe M kleiner als die Länge MK des Kurbelarmes, ſo geht die ſchwingende Bewegung des Dampfcylinders in eine rotirende über.

Fig. 721 (a. f. S.) iſt die Skizze einer doppeltwirkenden Dampfmaſchine wie die in Fig. 719, nur iſt hier, um Raum zu erſparen, die Kurbelſtange nicht am Ende einer maſſiven Kolbenſtange, ſondern in der Mitte D einer hohlen Kolbenſtange EF angeſchloſſen.

Fig. 722 iſt eine zweicylindrige doppeltwirkende Dampfmaſchine ohne Balancier, nach Maudslay. Beide Kolbenſtangen BD,

Fig. 721.

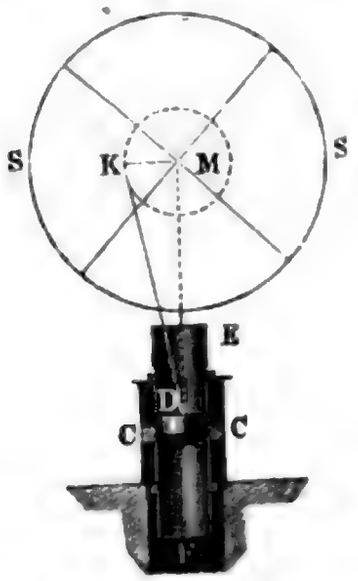
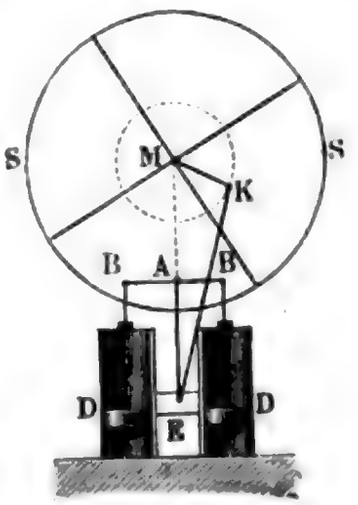


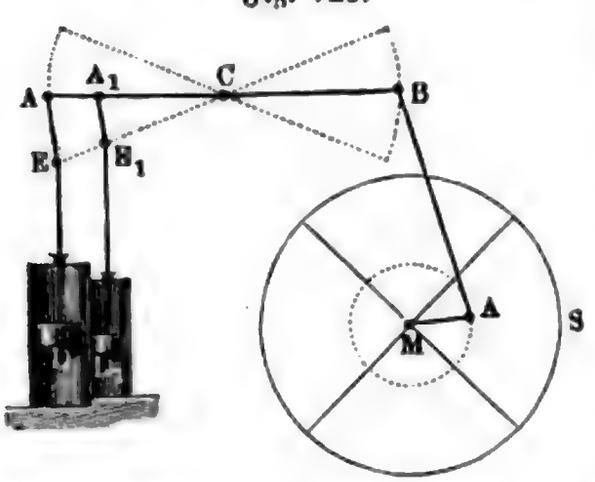
Fig. 722.



BD ſind hier durch ein Querhaupt BAB mit einander, und letzteres iſt wieder durch eine dritte Stange AE mit einem zweiten Querhaupte E verbunden, welches in einer Senkrechtführung zwiſchen beiden Cylindern beweglich iſt und mit der Kurbelſtange KE in Verbindung ſteht.

Fig. 723 iſt die Skizze einer ſogenannten Woolf'ſchen Dampfmaſchine mit zwei Cylindern, deren Kolben gleichzeitig auf- und niedergehen und durch die Kolbenſtangen DE, D_1E_1 ... an einen Balancier ACB angeſchloſſen ſind. Der Dampf, welcher den größeren Kolben D in Bewegung ſetzt, hat vorher ſchon im kleineren Cylinder D_1 gewirkt.

Fig. 723.



In neueren Zeiten conſtruirt man, namentlich für die franzöſiſche Marine, Woolf'ſche Dampfmaſchinen mit drei liegenden Cylindern ABC, Fig. 724, wovon nur der mittlere B mit friſchem Dampf geſpeiſt wird, während in den beiden anderen Cylindern A und C der Dampf nur durch Expanſion wirkt. Die drei Kolbenſtangen D, E, F dieſer Maſchinen ſind mittels der Kurbelſtangen G, H und EO an die dreifach gekröpfte Kurbelwelle KL angeſchloſſen, deren äußere Warzen M und N auf den Quadranten gegen einander geſtellt ſind, während die mittlere Warze O um den Winkel von $\pm$ 135 Grad von den erſteren abweicht.

Fig. 725 ſtellt endlich eine Dampfmaſchine mit zwei ſchiefliegenden Cy-

lindern dar. Der Anſchluß der Kolbenſtangen DE, D_1E_1 an die Kurbeln MK, MK_1 iſt genau derſelbe wie bei der Maſchine in Fig. 719. Der Winkel KMK_1 zwiſchen den beiden Kurbelarmen iſt gleich dem Winkel DMD_1 zwiſchen beiden Kolbenſtangen minus 90 Grad. Liegen, wie bei den Dampfwagen, die Cylinder auf derſelben Seite, ſo iſt $DMD = 0$ Grad, und daher der Winkel zwiſchen beiden Kurbelwarzen 90 Grad.

Fig. 724.

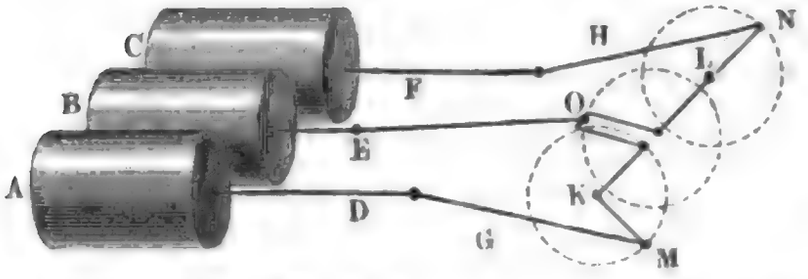
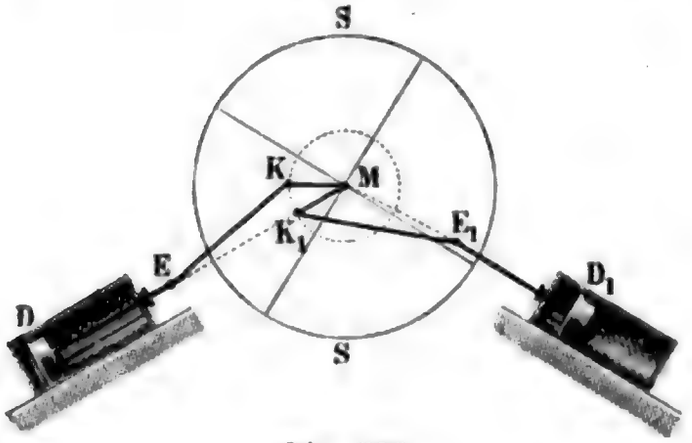
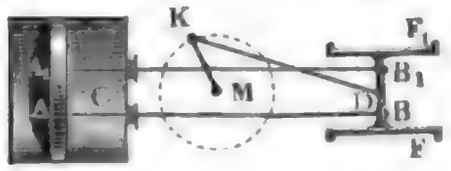


Fig. 725.



Eine liegende Schiffsdampfmaſchine mit zwei langen Kolbenſtangen AB, A_1B_1 ſtellt Fig. 726 dar. Wegen Raumerſparniß findet hier die Kurbelwelle M ſammt Kurbelſtange KD im Raume zwiſchen dem Cylinder C und der Führung FF_1 Platz.

Fig. 726.



Excentriks. Die innere Steuerung, beſtehend in den ſogenannten Diſtributoren, muß durch die Maſchine ſelbſt in Bewegung geſetzt werden; es iſt daher nöthig, daß dieſelbe mit der Kolbenſtange oder mit einem anderen von der Dampfmaſchine bewegten Maſchinentheile, z. B. mit dem Balancier oder mit der Schwungradwelle, verbunden werde. Die Vorrichtungen, welche dieſe Verbindung hervorbringen, bilden die ſogenannte äußere Steuerung, und dieſe beſteht im Weſentlichen entweder §. 454

1) aus ſtetig umlaufenden excentriſchen Scheiben (franz. excentriques; engl. eccentrics); oder
2) aus oſcillirenden Hebeln (franz. encliquetages; engl. levers),

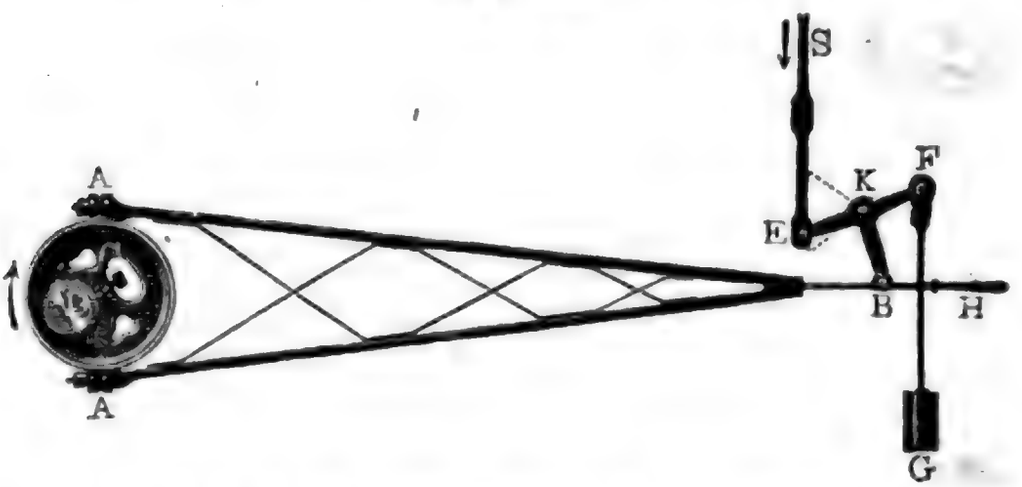
und man wendet jene nur bei doppeltwirkenden, dieſe hingegen vorzüglich bei einfachwirkenden Dampfmaſchinen an, weil dieſe Maſchinen keine ſtetige Kreisbewegung haben.

Das Excentrik oder die excentriſche Scheibe kommt in ſehr verſchie-

denen Formen vor, namentlich hat man kreisförmige, trianguläre und dann noch vielerlei zahnförmige Excentriks. Das Kreisexcentrik ist aber von allen äußeren Steuerungsapparaten der einfachste und der gewöhnlichste; von ihm möge daher auch zunächst nur die Rede sein.

Das Kreisexcentrik besteht in einer gußeisernen cylindrischen Scheibe ACA, Fig. 727, welche sich um eine Axe D dreht, die von ihrer geometrischen Axe

Fig. 727.

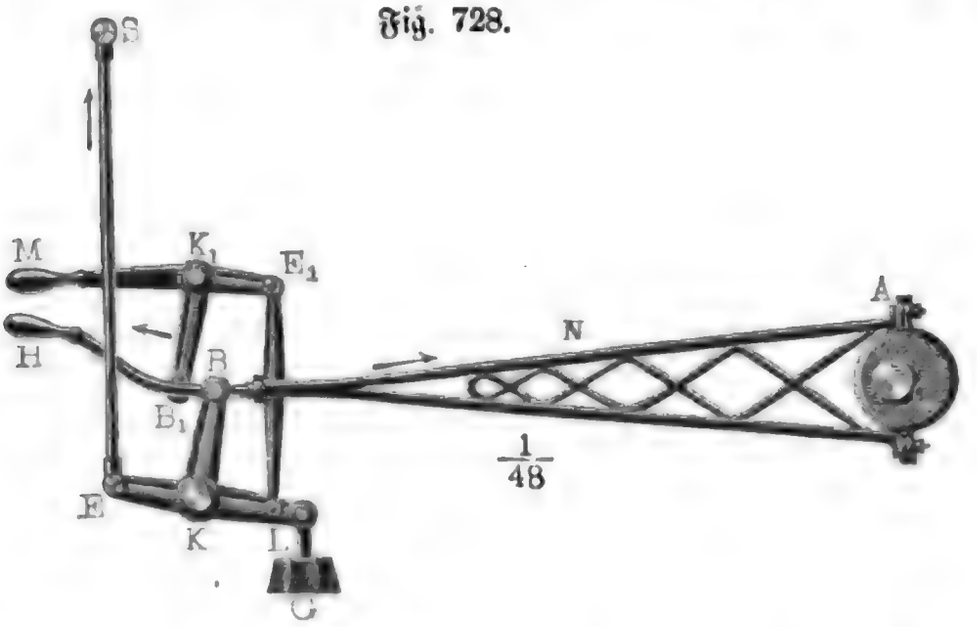


C abweicht, und wird von einem Bande aus Messing oder Schmiedeeisen umgeben, welches an das Ende einer langen, aus Eisenstäben zusammengesetzten Stange, der sogenannten Excentrikstange ABA, festgeschraubt ist. Das andere Ende dieser übrigens noch mit einer Handhabe H ausgerüsteten Stange ergreift den einen Arm KB eines Winkelhebels, an dessen anderem Arme KE die Schieberstange ES angeschlossen ist; um das Gewicht der letzteren auszugleichen, ist endlich noch an einem dritten Arme KF ein Gegengewicht G angehängt. Die Wirkung dieses Apparates ist leicht erklärlich; der Mittelpunkt C des Excentriks beschreibt bei jeder Umdrehung der Schwungradwelle, worauf das Excentrik gewöhnlich sitzt, einen Kreis, und schiebt dabei auch das Halsband um den der Excentricität CD gleichen Halbmesser dieses Kreises nach allen Richtungen auswärts, und folglich auch die Lenkstange in ihrer Axenrichtung um $2 . \overline{CD}$ hin und zurück. An dieser Bewegung nimmt natürlich auch das Ende B der Lenkstange Theil, und es wird dieselbe auch durch den Winkelhebel BKE auf die Schieberstange ES übertragen.

Bei manchen Maschinen, namentlich aber bei denjenigen, welche zur Förderung in Schächten dienen, ist es nöthig, dieselben zu jeder Zeit umsteuern, d. i. in der entgegengesetzten Richtung umgehen lassen zu können. Dies wird nun erreicht, wenn man der Steuerung die entgegengesetzte Stellung giebt, weil dann auch die entgegengesetzte Seite des Treibkolbens mit der Dampfkammer in Communication tritt. Fig. 728 führt nur eins von den älteren Hülfsmitteln, welche man zur Erreichung dieses Zweckes ange-

wendet hat, vor Augen. Es ist hier außer dem Winkelhebel EKB noch ein zweiter um die Axe K_1 drehbarer Hebel $E_1 K_1 B_1$ angebracht und durch

Fig. 728.



die Stange $E_1 L$ mit dem ersten verbunden. Um umzusteuern, hat man nur nöthig, beim mittleren Stande des Dampfkolbens, die Excentrikstange mit ihrem Auge von dem Bolzen B des ersten Hebels abzuheben und mittels der Handhabe M den oberen Hebel so zu bewegen, daß nun das Auge über dem Bolzen B_1 dieses Hebels zu liegen kommt. Dadurch wird auch der Dampf auf die entgegengesetzte Seite des Kolbens geleitet und daher auch das entgegengesetzte Kolben- und Steuerungsspiel bewirkt. Noch einfacher wird dieses Umsteuern durch Anwendung der Stephenson'schen Coulisse erreicht, deren Einrichtung und Wirkung weiter unten behandelt wird.

Watt'sche Dampfmaschine. Die Anwendung einer vereinigten Excentrik- und Schiebersteuerung führt Fig. 729 (a. f. S.) in einer Abbildung einer Niederdruck-Dampfmaschine von Watt vor Augen; auch giebt dieselbe ein deutliches Bild von einer vollständigen Maschine und ihren wesentlichen Theilen. Es ist hier A der Dampf- oder Treibcylinder, B der Dampf- oder Treibkolben in demselben, und C die Dampfkammer, in welcher der durch das Dampfrohr a zugeleitete Dampf durch einen Röhrenschieber bb so vertheilt wird, daß er bald durch den Weg c_1 unter, bald durch den Weg c über den Kolben B treten und denselben auf- oder niedertreiben kann. Ferner ist D der Condensator und E die Luftpumpe; in jenem wird der durch das Rohr d aus dem Cylinder tretende Dampf nach vollbrachter Arbeit condensirt, und durch diese wird die Luft und das Wasser in ein Reservoir F gebracht, aus dem erstere durch Oeffnungen im Deckel entweicht, letzteres aber größtentheils durch eine Seitenröhre abfließt. Ein kleiner Theil dieses Condensationswassers fließt aber auf dem Wege nn in die Speisepumpe m, und §. 455

wird von da durch das Rohr $o\,o_1\,p$ in den Dampfkeſſel gedrückt. Hinter der Speiſepumpe befindet ſich die nur von außen ſichtbare Kaltwaſſerpumpe q, welche ununterbrochen kaltes Waſſer durch das Rohr $q\,r$ in das Reſervoir ſchafft,

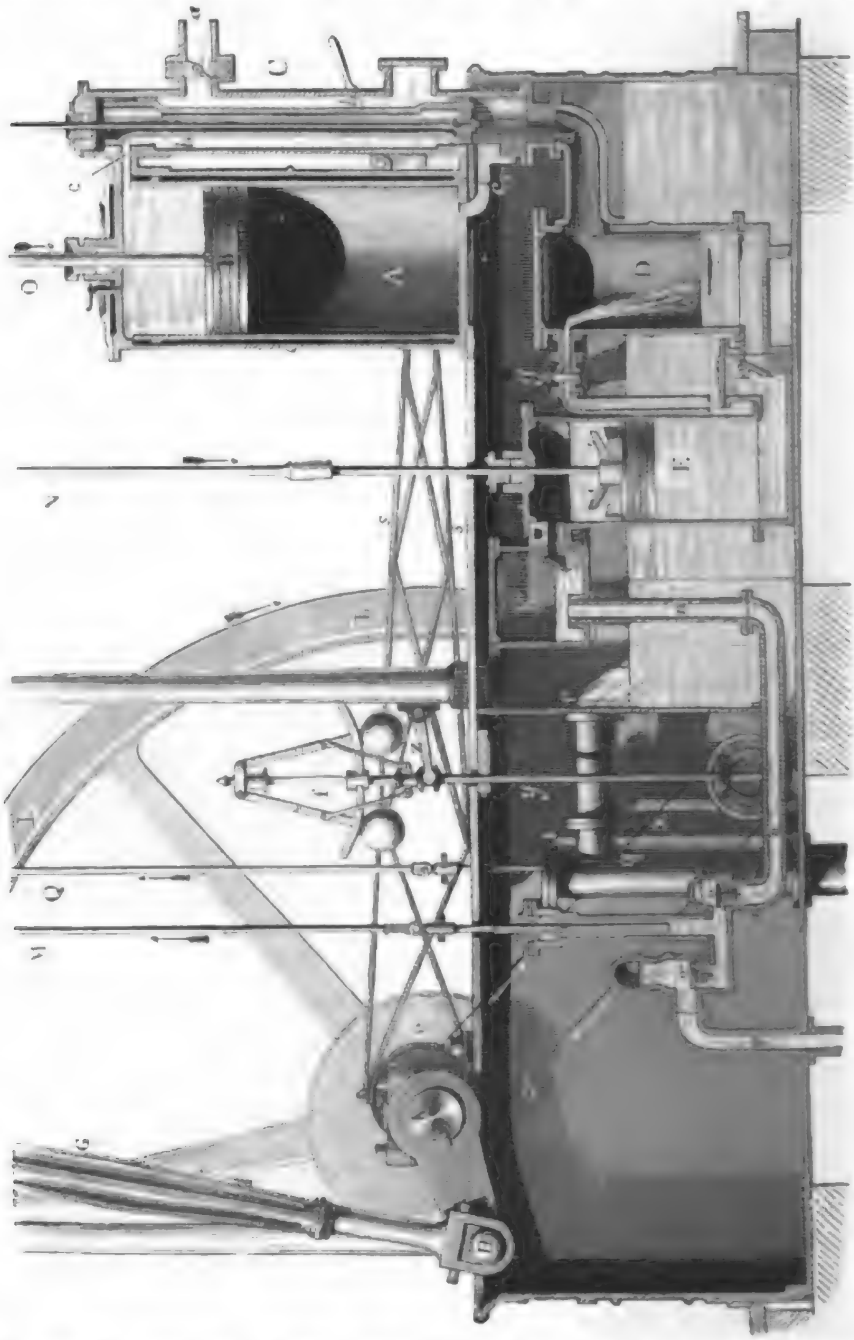


Fig. 729.

das D und E umgiebt. Noch ſieht man in O die Treibkolbenſtange und in N die Kolbenſtange der Luftpumpe ſowie in M und Q die der Speiſe- und Kaltwaſſerpumpen, alle vier, und zwar erſtere durch ein ſogenanntes Watt'ſches Parallelogramm, an einen (in der Abbildung nicht ſichtbaren)

Balancier angeſchloſſen. Die ſchwingende Bewegung, welche der Treibkolben dem Balancier ertheilt, wird durch die Kurbelſtange G auf einen Krummzapfen HK übertragen und geht hier mit Unterſtützung eines Schwungrades LL in eine ſtetige Kreisbewegung über. Auf der Welle dieſes Rades ſitzt noch das Kreisexcentrik e, welches mittels ſeiner Lenkſtange ss und eines (in der Abbildung nicht ſichtbaren) Winkelhebels die Steuerſchieberſtange auf- und niederzieht. Die nähere Einrichtung des Steuerapparates u. ſ. w. iſt aus den Figuren 701 und 727 zu erſehen und aus dem Früheren ſchon bekannt.

Der Apparat f iſt der ſogenannte Centrifugalregulator, der mittels einer Schnur xx ohne Ende und mittels des Räderwerkes v und der Welle y durch die Schwungradwelle in Umdrehung geſetzt wird und durch ſeine Stangen ſowie durch den Hebel z mit dem Droſſelventile im Dampfrohre ſo in Verbindung geſetzt iſt, daß bei Zu- oder Abnahme der Geſchwindigkeit, durch Auseinandergehen oder Zuſammenfallen zweier Metallkugeln, dieſes Ventil mehr geſchloſſen oder mehr geöffnet und dadurch der Dampfzutritt erſchwert oder erleichtert, alſo auch eine größere Veränderung in der Geſchwindigkeit verhindert wird.

Die ausführliche Beſchreibung und Theorie dieſes Apparates ſowie die des Watt'ſchen Parallelogrammes u. ſ. w. muß einem beſonderen Abſchnitte im dritten Bande aufbewahrt bleiben.

Voreilen des Schiebers. Die Wege (franz. lumières; engl. ports), welche den Dampf aus der Dampfkammer in den Cylinder führen, müſſen einen gewiſſen Querſchnitt haben, damit ſie nicht zu großen Widerſtänden Veranlaſſung geben. Am beſten iſt es, man macht die Querſchnitte dieſer Canäle ſo groß wie den Querſchnitt des Dampfrohres, nämlich $^1/_{25}$ von der Kolbenfläche; zuweilen, namentlich bei Hochdruckmaſchinen, macht man ſie auch noch größer, nämlich $^1/_{20}$ bis $^1/_{15}$ der Kolbenfläche. Um zur Bewegung des Schiebers möglichſt wenig Arbeit aufwenden zu müſſen, iſt es nöthig, die Mündung der Dampfwege mehr breit als hoch zu machen, weil dann der Weg des Schiebers kleiner ausfällt (vergl. Bd. II, §. 327). Gewöhnlich macht man das Verhältniß zwiſchen Breite und Höhe dieſer Mündungen $= 4 : 1$ oder $5 : 1$. §. 456

Uebrigens bringt aber der Schieber noch beſondere Verengungen hervor, zumal, wenn er durch ein gewöhnliches Kreisexcentrik bewegt wird, weil er die Mündungen der Dampfwege nicht plötzlich, ſondern allmälig eröffnet und verſchließt. Damit der Dampf möglichſt gleichmäßig und die Maſchine möglichſt vortheilhaft wirke, iſt es nöthig, daß der Schieber den Dampfweg ſchon zu eröffnen anfange, wenn der Treibkolben noch nicht ganz ſeinen letzten Weg zurückgelegt hat, weil dann beim Anfange des entgegengeſetzten Kolbenweges der neu einſtrömende Dampf mit aller Stärke wirken kann.

Aus dem entgegengeſetzten Grunde iſt es ebenſo auch vortheilhaft, daß der Schieber ſchon vor dem Ende des Treibkolbenweges den Dampfzutritt aufhebe und den Dampfabführungsweg eröffne. Man bringt dieſes zeitigere Eröffnen der Dampfwege durch gewiſſe Verhältniſſe zwiſchen den Dimenſionen des Schiebers und denen der Dampfwege, ſowie durch eine gewiſſe Stellung des Excentriks zum Krummzapfen hervor, und nennt es das Voreilen (franz. avance; engl. the lead) des Schiebers. Nach den gemachten Erfahrungen iſt beſonders das zeitigere Eröffnen des Abzugsweges von Vortheil, und man findet bei den beſtehenden beſſeren Maſchinen, daß das Voreilen des Schiebers auf der Seite des Abfluſſes $^1/_{25}$ bis $^1/_{15}$ iſt, d. h. daß der Schieber beim tiefſten oder höchſten Kolbenſtande eine Abflußöffnung herſtellt, deren Höhe $^1/_{25}$ bis $^1/_{15}$ von dem ganzen Wege des Schiebers iſt. Das Voreilen des Dampfſchiebers auf der Seite des Zutrittes iſt dagegen viel kleiner und beträgt oft nur $^1/_{100}$ des ganzen Schieberweges.

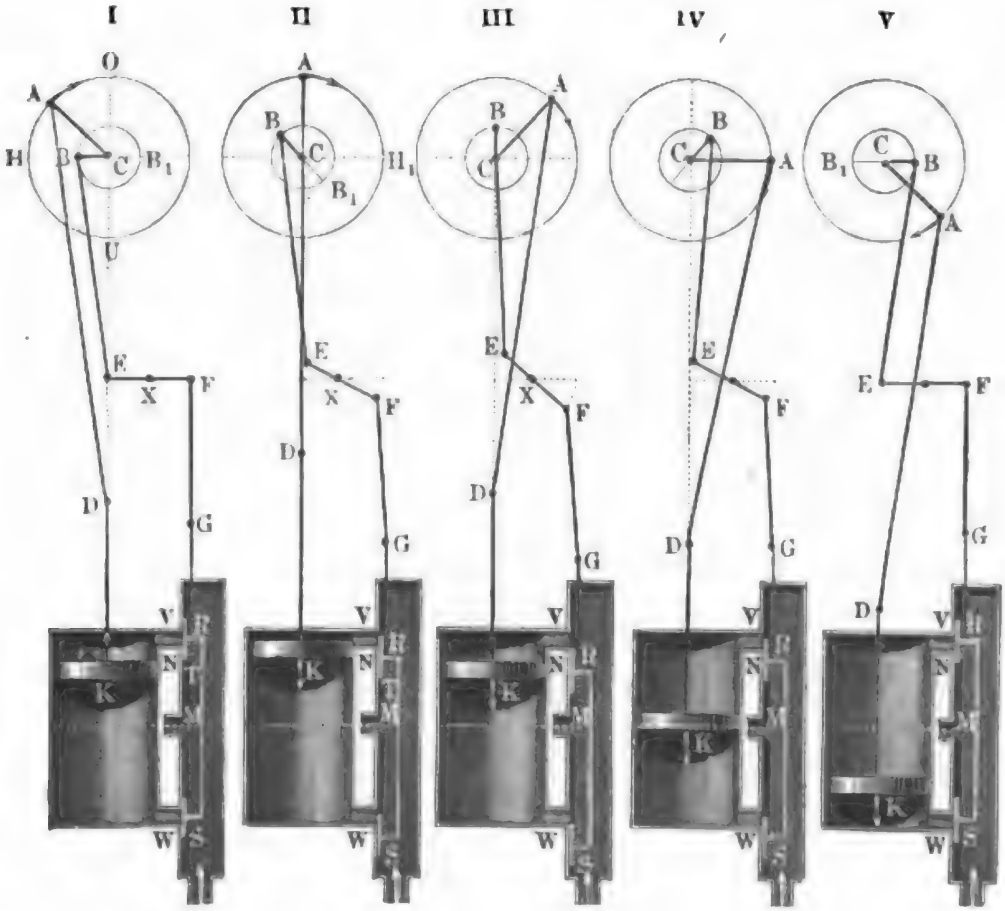
§. 457 **Schieberſtellungen.** Die Art und Weiſe, wie der Dampfſchieber durch ſeine verſchiedenen Stellungen die Dampfwege eröffnet und verſchließt, wird durch Fig. 729 (I, II, III, IV, V) veranſchaulicht. Es ſind hier *V*, *W* und *M* die drei Dampfwege; *V* führt über und *W* unter den Kolben, hingegen *M* in die freie Luft. Der Dampf umgiebt vor ſeinem Eintritte in den Cylinder den Schieber von außen und tritt durch *V* oder *W* in den Cylinder, je nachdem der Schieber herab- oder heraufgelaſſen iſt. Dieſe Einrichtung findet in der Regel bei den Hochdruckmaſchinen Statt, wogegen bei den Watt'ſchen oder Tiefdruckmaſchinen der Dampf durch *M* zugeführt wird und erſt nach ſeiner Wirkung den Schieber von außen umgiebt. Ziehen wir hier jedoch nur die erſte Art der Dampfvertheilung in Betracht.

Die mittlere Schieberſtellung iſt unter I und V dargeſtellt, bei ihr findet weder ein Dampfzutritt noch ein Dampfabfluß aus dem Cylinder Statt. Rückt der Schieber herab, ſo daß er in die Stellung II kommt, ſo werden die Zu- und Abführungswege eben erſt eröffnet, und gelangt er in die tiefſte Stellung III, ſo ſind beide Wege vollkommen aufgeſchloſſen; ſteigt der Schieber wieder bis IV, ſo tritt der Abſchluß beider Wege ein, und kommt er in die Stellung V, ſo findet wieder wie in I vollkommene Abſperrung Statt. Beim weiteren (in der Abbildung nicht dargeſtellten) Steigen des Schiebers wird anfangs der untere Weg des Dampfes aufgeſchloſſen, und die Abführung des Dampfes über den Kolben ermöglicht; ſpäter, bei der höchſten Schieberſtellung, ſind die Canäle zum Zu- und Abführen des Dampfes am meiſten aufgeſchloſſen; beim hierauf erfolgenden Niedergehen des Schiebers tritt wieder das Abſperren dieſer Wege ein, und zuletzt gelangt der Schieber wieder in die Stellung V, wobei ein zweites Spiel deſſelben beginnt.

Soll nun ein Voreilen des Schiebers ſtattfinden, ſollen alſo die Dampf-

wege beim höchſten und tiefſten Kolbenſtande etwas eröffnet ſein, ſo muß das Excentrik bei dieſen Kolbenſtänden den Schieber in die Stellungen II

Fig. 729.



und VI (nicht dargeſtellt) bringen; und daher die mittlere Schieberſtellung ſchon etwas vor dem höchſten und tiefſten Kolbenſtande eintreten. Es wird dann aber auch der tiefſten und höchſten Schieberſtellung noch keineswegs der mittlere Kolbenſtand entſprechen, und endlich der Dampf eine Zeit lang auf beiden Seiten des Kolbens abgeſperrt werden, ehe dieſer das Ende ſeines Weges erreicht hat. Bei dieſem Abſperren wird der Dampf auf der einen Seite des Kolbens ſich ausdehnen und auf der anderen ſich comprimiren müſſen, wodurch allerdings Kraftverluſt, zugleich aber auch eine Dampferſparniß erwächſt. Es iſt nun auch leicht zu erachten, wie durch Veränderung der Breite RT der Schieberflächen, insbeſondere der ſogenannten Deckung derſelben (franz. recouvrement; engl. lap, cover), die Zeit zum Zulaſſen, Abſperren und Ablaſſen des Dampfes verändert werden kann. Vermindert man die äußere Deckung, oder die Breite der Schieberfläche

RT durch Wegnahme bei R, von außen, ſo tritt bei unverändertem Schieberwege eine längere Zulaſſung des Dampfes durch V oder W ein; vermindert man die innere Deckung oder Breite der Schieberfläche durch Wegnahme bei T, von innen, ſo erfolgt dagegen ein zeitigeres und länger anhaltendes Ablaſſen des Dampfes durch M. Giebt man dagegen der Schieberfläche und dadurch auch der Deckung eine größere Breite, ſo findet das Gegentheil in Hinſicht auf das Zulaſſen, Abſperren u. ſ. w. des Dampfes Statt.

§. 458 **Bewegungsgesetz der Kurbel.** Um nun noch zeigen zu können, wie durch richtige Stellung des Excentriks gegen den Krummzapfen die ſoeben näher betrachteten Schieberſtellungen hervorgebracht werden können, iſt es nöthig, vorher die Bewegungsverhältniſſe dieſer Maſchinentheile wenigſtens im Allgemeinen kennen zu lernen.

Denken wir uns die Warze P der Kurbel als einen Punkt, und nehmen wir an, daß ſich derſelbe mit dem Halbmeſſer $\overline{CA} = \overline{CB} = r$ um die Axe C, Fig. 730, drehe. Kommt die Warze A durch Drehung um den

Fig. 730.

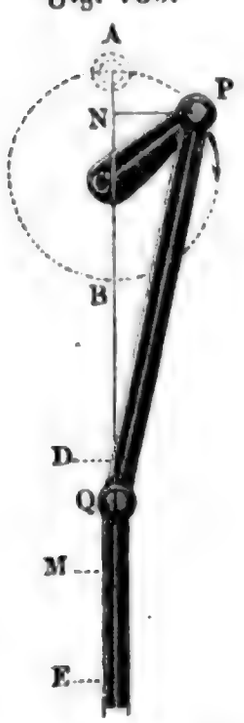
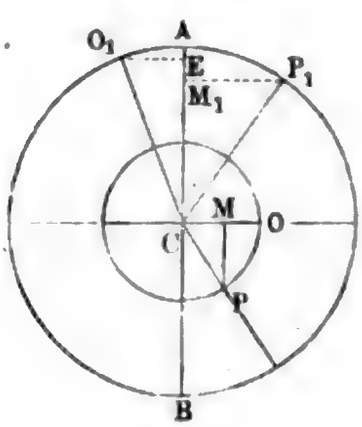


Fig. 731.

Fig. 732.



Winkel $ACP = \beta$ vom höchſten oder ſogenannten todten Punkte A nach P, ſo gelangt die Lenkſtange $AD = l$ in die Lage PQ, und es iſt nun der gleichzeitige Weg des Stangenendes in der Richtung der Centrallinie CD:

$$\overline{DQ} = \overline{AN} + \overline{NQ} - \overline{AD},$$

d. i.:
$$s = r - r\cos.\beta + \sqrt{l^2 - r^2\,(\sin.\beta)^2} - l$$

$$= r\,(1 - \cos.\beta) - l\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r\sin.\beta}{l}\right)^2}\right],$$

oder, da die Stangenlänge l fünf- oder noch mehrmals größer als der Halbmeſſer r des Warzenkreiſes iſt, annähernd

$$s = r\,(1 - cos.\,\beta) - \frac{r^2\,(sin.\,\beta)^2}{2\,l},$$

wofür wir aber ſelbſt nur den Werth

$$s = r\,(1 - cos.\,\beta)$$

annehmen wollen. Den durch den letzteren Ausdruck angegebenen Weg würde das Stangenende D allerdings nur dann beſchreiben, wenn die Stange unendlich lang wäre.

In Wirklichkeit hat die Warze eine Cylinderform; dadurch wird aber in dem Bewegungsverhältniſſe nichts geändert, denn der Mittelpunkt des Auges von dem Stangenkopfe fällt ſtets mit der Warzenaxe zuſammen, es hat alſo dieſer Punkt dieſelbe Bewegung, als wenn er unmittelbar an die Axe P angeſchloſſen wäre. Dieſes Verhältniß ändert ſich nicht, wenn auch die Warze noch ſo dick iſt, ſelbſt wenn ſie, wie Fig. 731 zeigt, einen größeren Halbmeſſer hat als der Warzenkreis. Da in dieſem Falle die Kurbel in ein Kreisexcentrik übergeht, ſo folgt, daß ſich die Formel

$$s = r\,(1 - cos.\,\beta)$$

auch auf das Kreisexcentrik anwenden läßt, wenn deſſen Stangenlänge $\overline{DA}$ die Excentricität $r = \overline{CA}$ vielfach übertrifft.

Schiebercurve. Bei der mittleren Stellung des Dampfſchiebers muß, §. 459
um dem Obigen zu entſprechen, das Excentrikmittel auch in der Mitte O, Fig. 732, die Warzenaxe O_1 hingegen noch um einen gewiſſen Winkel $O_1\,CA = \alpha$ vor dem todten Punkte A ſtehen, weil bei dieſer Schieberſtellung der Dampfkolben ſein Spiel noch nicht ganz vollendet haben ſoll. Dreht ſich dann die Welle, auf welcher das Excentrik und die Kurbel zugleich ſitzen, um einen Winkel $O\,CP = O_1\,CP_1 = \beta$, ſo ſchiebt das Excentrik den Schieber um einen Weg

$$\overline{MP} = y = r\,sin.\,\beta$$

fort, während der Dampfkolben erſt noch den Reſt

$$\overline{EA} = r_1\,(1 - cos.\,\alpha)$$

ſeines Aufganges $2\,r_1$ und dann noch den Weg

$$\overline{AM_1} = r_1\,[1 - cos.\,(\beta - \alpha)]$$

niedergehend zurücklegt, ſo daß er von ſeinem mittleren Stande um

$$\overline{CM_1} = x = r_1\,cos.\,(\beta - \alpha)$$

abſteht. Führt man in die Formeln

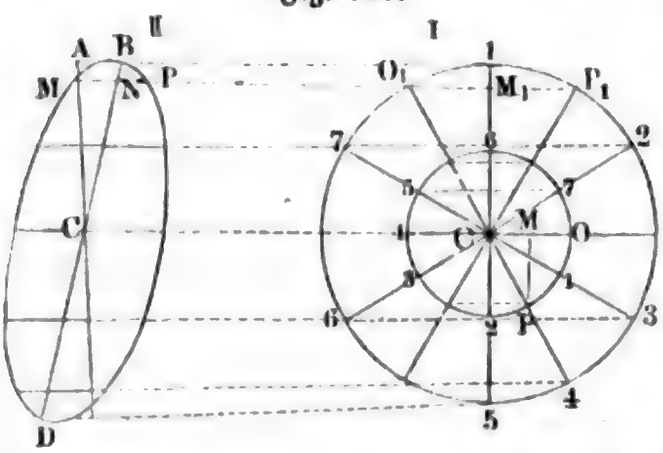
$$x = r_1\,cos.\,(\beta - \alpha)$$

und

$$y = r\,sin.\,\beta$$

für β alle Werthe von 0° bis 360° ein, ſo bekommt man dadurch alle möglichen Stellungen des Dampfſchiebers gegen den Dampfkolben, und um dieſelben zu veranſchaulichen, kann man noch die Wege x und y als Coordinaten an einander antragen, und die entſprechende Curve, das ſogenannte Schieberdiagramm, aufzeichnen. Die Art und Weiſe, wie dieſe Curve anzufertigen iſt, wird nun durch Fig. 733, I und II vor Augen geführt. In I ſtellt der größere Kreis den Kurbelkreis, der kleinere den Excentrikkreis vor, und II führt die aus x und y conſtruirte Curve vor Augen. Gleiche Zahlen an beiden Kreiſen bezeichnen entſprechende Stellungen der Kurbel und des Excentriks; ſteht dieſes auf O, 1, 2 u. ſ. w., ſo hat jene auch die Stellung O_1, 1, 2 u. ſ. w.; iſt das Excentrik von O bis P gerückt und hat es den Schieber um

Fig. 733.



$$\overline{MP} = y = r \sin.\beta$$

aus der Mitte geſchoben, ſo iſt der Krummzapfen ebenfalls von O_1 nach P_1 gegangen, und es ſteht der Kolben um

$$\overline{CM_1} = x = r_1 \cos.(\beta - \alpha)$$

von ſeinem mittleren Stande ab. Tragen wir nun in II, $CM = x$ als Abſciſſe und $\overline{MP} = y$ als Ordinate auf, ſo bekommen wir in P einen Punkt der geſuchten Curve. Setzen wir $\beta = \alpha$, ſo erhalten wir die Coordinaten $\overline{CA} = r_1$ und $\overline{AB} = r \sin.\alpha$ für den Punkt B, durch den ſich eine Axe BD der Curve führen läßt; und nimmt man die Abſciſſen auf dieſer Axe an, ſo bekommt man eine ſehr einfache Gleichung für dieſe Curve. Es iſt für den Winkel $BCA = \delta$, um welchen die neue Abſciſſenaxe von der alten abweicht,

$$tang.\,\delta = \frac{AB}{CA} = \frac{r}{r_1} \sin.\alpha,$$

daher die neue Abſciſſe:

$$\overline{CN} = x_1 = \frac{CM}{\cos.\delta} = \frac{x}{\cos.\delta} = \frac{r_1 \cos.(\beta - \alpha)}{\cos.\delta},$$

und die neue Coordinate:

$$\overline{NP} = \overline{MP} - \overline{MN},$$

d. i.:

$$y_1 = y - x\,tang.\,\delta = r \sin.\beta - r \cos.(\beta - \alpha) \sin.\alpha$$
$$= r\,[\sin.(\beta - \alpha + \alpha) - \cos.(\beta - \alpha) \sin.\alpha] = r \sin.(\beta - \alpha) \cos.\alpha;$$

da nun

$$[sin.(\beta - \alpha)]^2 + [cos.(\beta - \alpha)]^2 = 1 \text{ iſt,}$$

ſo folgt hier:

$$\left(\frac{y_1}{r\,cos.\,\alpha}\right)^2 + \left(\frac{x_1\,cos.\,\delta}{r_1}\right)^2 = 1.$$

Setzt man $\frac{r_1}{cos.\,\delta} = a$ und $r\,cos.\,\alpha = b$, ſo erhält man ſchließlich die bekannte Gleichung der Ellipſe:

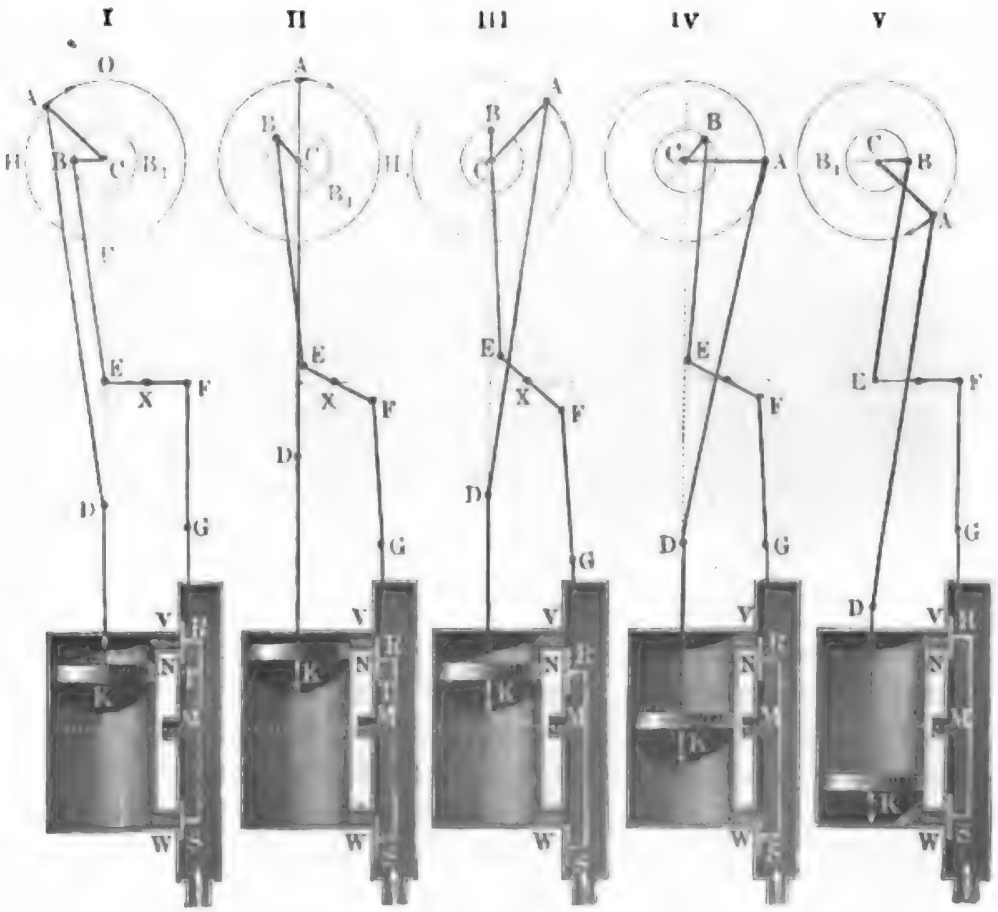
$$\left(\frac{x_1}{a}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{b}\right)^2 = 1;$$

es iſt alſo auch die behandelte Curve eine Ellipſe und es ſind die Halbaxen derſelben:

$$a = \frac{r_1}{cos.\,\delta} \text{ und } b = r\,cos.\,\alpha.$$

Excentriksteuerung. Die Art und Weiſe, wie der Dampfſchieber §. 460 mittels eines Excentriks bewegt und die Dampfmaſchine geſteuert wird, iſt aus der Betrachtung der Abbildung in Fig. 734 I, II, III, IV, V zu erſehen.

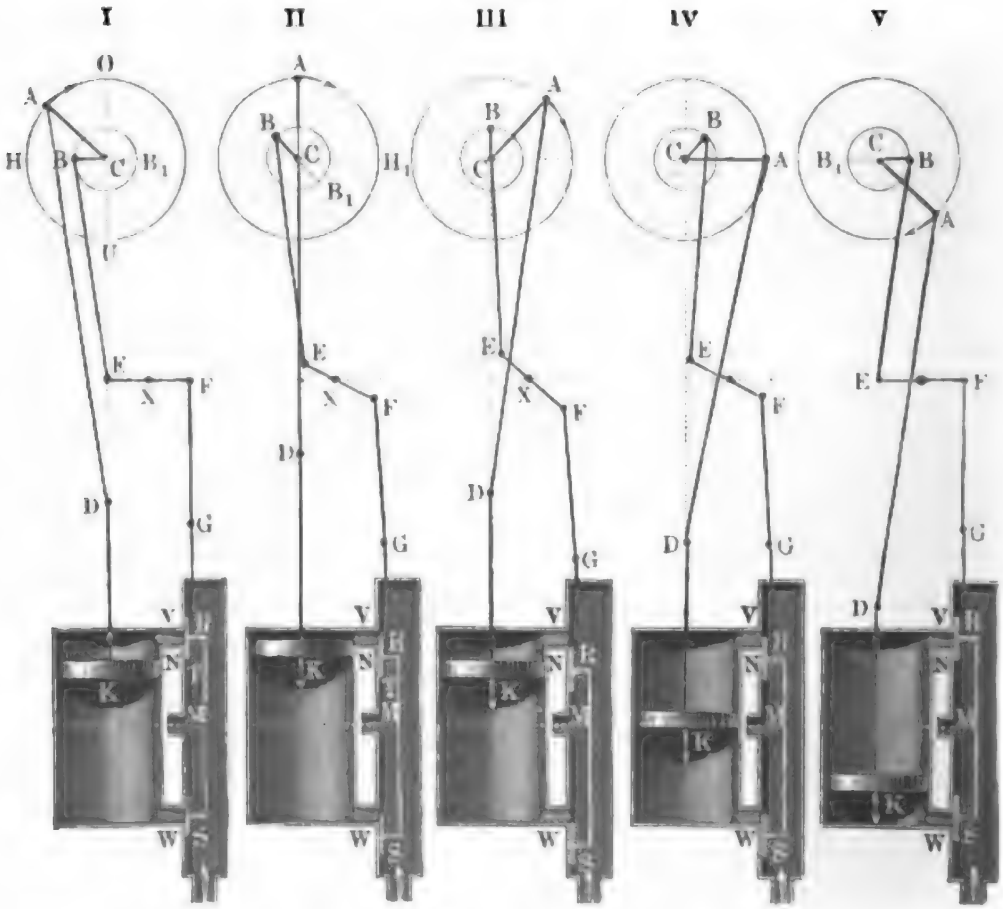
Fig. 734.



Digitized by Google

Der Dampfkolben K ſetzt hier mittels der Kolbenſtange KD und der Kurbelſtange DA den Krummzapfen CA in Umdrehung. Auf der Welle C des letzteren ſitzt zugleich das Excentrik für die Steuerung feſt, deſſen Mittelpunkt B ſich wie die Warze eines zweiten Krummzapfens gemeinſchaftlich mit der Welle C umdreht und hierbei einen Kreis vom Halbmeſſer CB durchläuft. Der Schieber RS, deſſen Bewegungen oben (§. 457) betrachtet worden ſind, iſt durch eine gegliederte Stange FGR mit einem gleicharmigen Hebel EF in Verbindung geſetzt, und letzterer wieder mittels einer Stange BE an den Kraft- oder Mittelpunkt B des Excentriks angeſchloſſen;

Fig. 735.

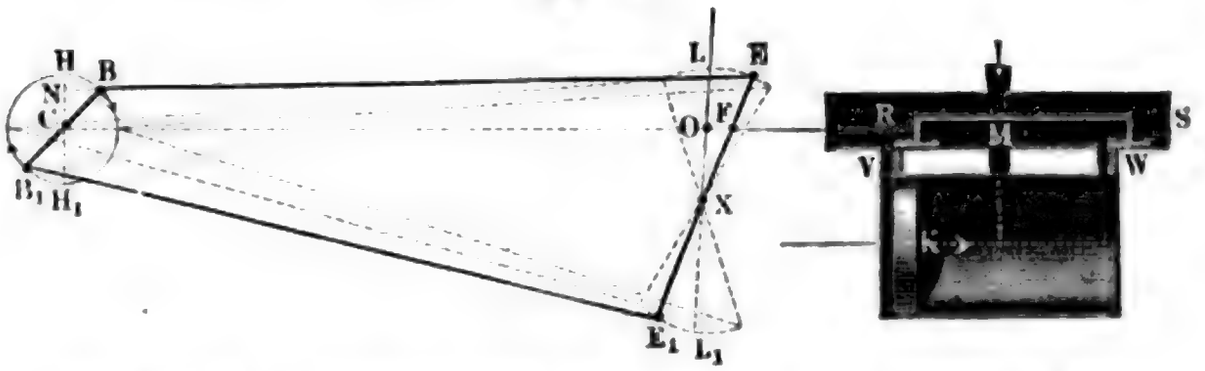


in Folge deſſen macht daher der Schieber dieſelben Bewegungen in entgegengeſetzter Richtung, als wenn er unmittelbar in E an die Excentrikſtange angeſchloſſen wäre, und folglich auch genau dieſelben Bewegungen in derſelben Richtung, wenn letzterer mit einem Excentrik in Verbindung ſtände, deſſen Warze B_1 der Warze B des erſteren genau gegenüberſteht. Wäre nun der Centriwinkel ACB_1 zwiſchen der Warzenmitte des Krummzapfens und der

Mitte B_1 des Excentriks, $= 90$ Grad, ſo würde der Schieber RS in der Mitte ſtehen, ſowie der Kolben K am Ende ſeines Weges ankommt, und dagegen der erſtere das eine oder andere Ende ſeines Weges erreichen, wenn der letztere den halben Hub zurückgelegt hat. Damit aber der Dampfweg bereits ein wenig eröffnet iſt, wenn der Dampfkolben ſeinen Rückweg antritt (ſ. II, Fig. 735), ſo muß der Winkel ACB_1 um eine gewiſſe Größe $ACO = H_1CB_1 = \alpha$ größer als 90 Grad ſein.

Doppelexcentriks mit Steuerrahmen. Um den Schieberweg §. 461
zu verändern und dadurch eine größere oder kleinere Zeit des Dampfzulaſſens und Dampfabſperrens zu erhalten, hat man nur nöthig, den Drehungspunkt X des Hebels EF zu verändern, und folglich dieſen Hebel ſelbſt in einen ungleicharmigen zu verwandeln. Noch leichter erreicht man aber dieſen Zweck durch Anwendung eines Doppelexcentriks, wie Fig. 736 darſtellt. Die Mittelpunkte B und B_1 zweier um C laufenden Ex-

Fig. 736.



centriks ſtehen hier einander genau gegenüber, und beide ſind durch Stangen BE und B_1E_1 an einen gleicharmigen Hebel EE_1 angeſchloſſen, deſſen Drehungspunkt X beliebig gehoben oder geſenkt werden kann. Dieſer Hebel ergreift den Kopf F der Schieberſtange FR, ohne jedoch mit demſelben feſt verbunden zu ſein; es wird daher der Schieber nur in der Richtung ſeiner Stange FR von dieſem Hebel hin- und hergeſchoben. Iſt die Stangenlänge $BE = B_1E_1$ ſehr groß gegen die Armlängen CB und XE, ſo kann man annehmen, daß die Angriffspunkte E und E_1 in der Richtung CF dieſelben Wege machen wie die Excentrikmittel B und B_1; da nun aber der Weg von E_1 entgegengeſetzt iſt dem Wege von E, ſo folgt, daß bei Durchlaufung dieſer Wege der Mittelpunkt X des Hebels EE_1 ſeinen Ort behält, und daß der Weg eines anderen Punktes F in demſelben Verhältniſſe kleiner als der Weg von E ausfällt, als ſeine Entfernung XF von der Mitte X kleiner iſt als die Entfernung XE des Angriffspunktes von eben dieſer Mitte. Iſt folglich s der Weg $\overline{NB} = \overline{LE}$, welchen der Schieber zurücklegen würde, wenn er unmittelbar an das Excentrik B angeſchloſſen wäre, ſo fällt dagegen derſelbe hier nur

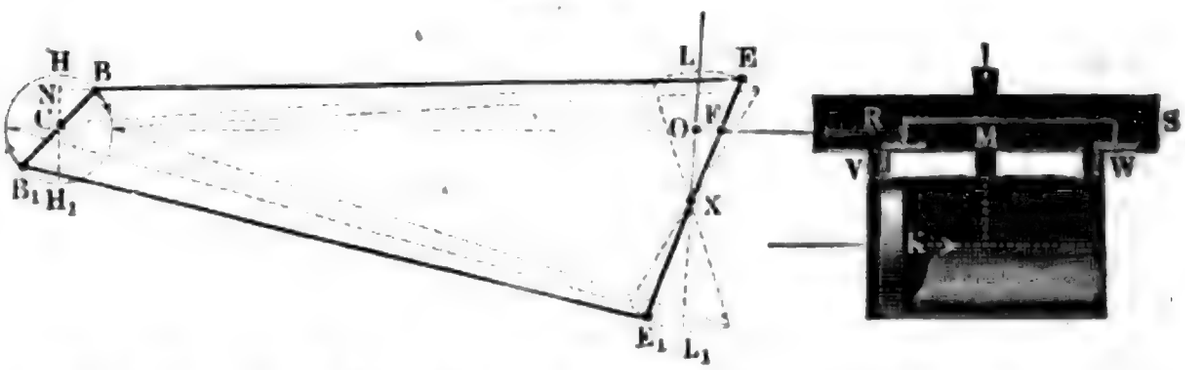
$$\overline{OF} = \frac{XF}{XE} \cdot \overline{LE},$$

d. i.

$$s_1 = \frac{y}{c}\, s$$

aus, wenn der Angriffspunkt F der Schieberſtange von der Hebelmitte X um $\overline{XF} = y$ abſteht, während die Armlänge $\overline{XE} = \overline{XL} = c$ iſt.

Fig. 737.



Da ſich durch Heben und Senken des Hebelcentrums X die Armlänge $\overline{XF} = y$ zwiſchen c und $-c$ beliebig abändern läßt, ſo kann man auch den Schieberweg zwiſchen s und $-s$ beliebig abändern. Hebt man das Centrum X in das Niveau der Schieberſtange, ſo bleibt dieſelbe in Ruhe, bringt man aber daſſelbe über dieſes Niveau, ſo nimmt dieſe Stange eine entgegengeſetzte Bewegung an, ſtellt man endlich das eine oder das andere Ende E oder E_1 des Hebels in dieſes Niveau, ſo geht der Schub des einen oder anderen Excentriks unmittelbar auf den Schieber über. Hiernach iſt nun auch leicht zu ermeſſen, wie durch dieſen Steuerungsmechanismus leicht ein Umſteuern und ein Stillſtand der Dampfmaſchine hervorgebracht werden kann (vergl. §. 454). Dieſer Steuerungsmechanismus iſt unter dem Namen die Stephenſon'ſche Couliſſenſteuerung (franz. coulisse de Stephenson; engl. Stephenson's link-motion) bekannt. Die ausführliche Theorie derſelben wird im dritten Theile dieſes Werkes abgehandelt (ſ. auch die Schrift des Herrn Profeſſors Zeuner über die Schieberſteuerungen, Freiberg 1862, 2te Aufl., ferner die Schieberſteuerungen bei Dampfmaſchinen von T. Hentſchel, Leipzig 1859).

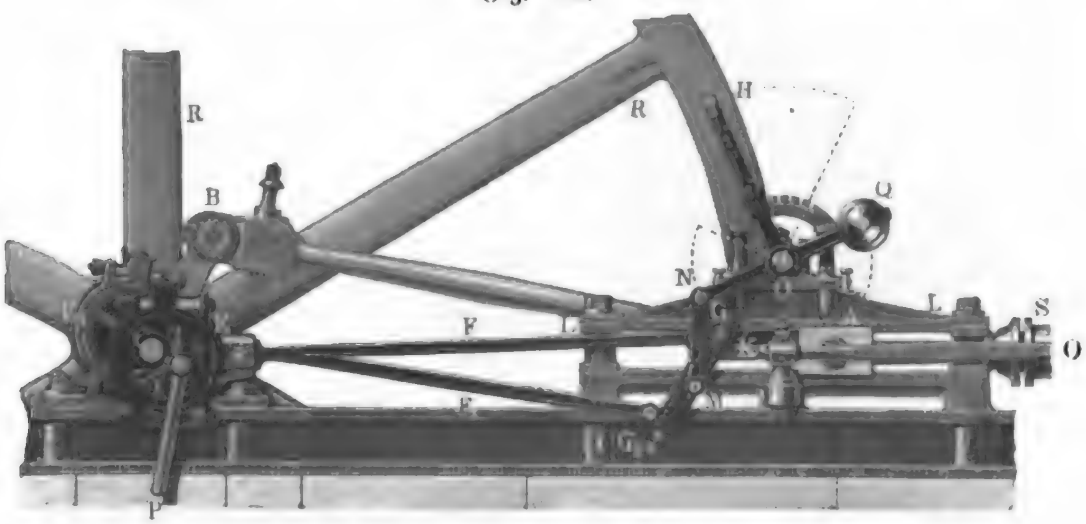
§. 462 **Ventilſteuerung mit Excentriks.** Die Ventile laſſen ſich zwar auch durch Excentriks in Bewegung ſetzen, jedoch eignen ſich hierzu Hebelwerke beſſer, weil dieſelben ein ſchnelleres Oeffnen und Verſchließen bewirken. Bei den einfachwirkenden Maſchinen und überhaupt bei den Dampfmaſchinen, an welchen gar keine Rotation vorkommt, läßt ſich natürlich nur dieſe Steuerungsart in Anwendung bringen.

Eine Ventilſteuerung mit Excentriks iſt bereits oben §. 448 beſchrieben und in Fig. 705 abgebildet worden. Es werden hier die Ventilſtangen FG und $F_1 G_1$ durch zwei Excentriks H und H_1 auf- und niederbewegt, und es ſitzen die letzteren auf einer horizontalen Welle auf, welche mittels eines Zahnrades durch die Dampfmaſchine ſelbſt in Umdrehung geſetzt wird.

Die im Folgenden beſchriebene und in den Figuren 738 und 739 abgebildete horizontale Dampfförderma ſchine von Révollier (ſ. Armengaud, Publication Industr. 11 Vol., ſowie „Civilingenieur“, Bd. 4) hat eine vollkommnere Ventilſteuerung mit Excentrikbewegung.

Fig. 738 giebt nur die Seitenanſicht von dem äußeren Steuermechanismus nebſt denjenigen Maſchinentheilen, wodurch die geradlinig hin- und hergehende Bewegung der Kolbenſtange in eine kreisförmige verwandelt wird.

Fig. 738.

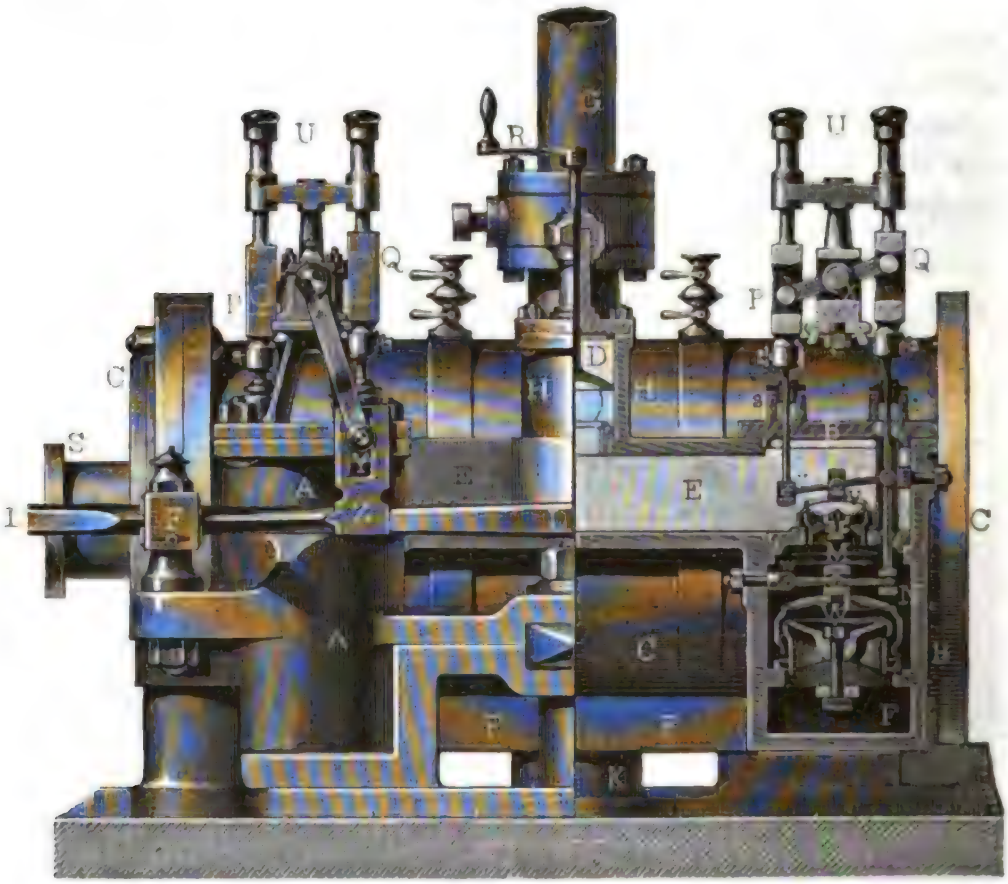


Es iſt A der in der Leitung LL gleitende Kopf der Kolbenſtange, welche letztere mittels der Stopfbüchſe S aus dem hier nicht abgebildeten Dampfcylinder geführt wird; ferner iſt AB die Kurbelſtange und BC die Kurbel, wodurch die Umſetzung der geradlinigen Bewegung des Stangenkopfes A in die rotirende Bewegung der Welle C des Schwungrades RR erfolgt. Auf dieſer Welle ſitzen zwei Excentriks E und E_1, wovon an dem erſteren noch die Kurbelſtange P für die Speiſepumpe angebracht iſt, und beide erfaſſen mittels ihrer Stangen F und F_1 die Stephenſon'ſche Couliſſe GG_1, in welche der Kopf der Stange KO eingreift, wodurch die Steuerventile bewegt werden. Die Couliſſe iſt in der Mitte M an einem um O drehbaren Hebel NQ aufgehangen, welcher mittels des Gewichtes Q äquilibrirt wird. Mit Hülfe des Armes OH, welcher mit dem Hebel NQ ein Ganzes bildet, kann man die Couliſſe heben und ſenken, und überhaupt ſo ſtellen, daß ſie

den Stangenkopf K in jeder beliebigen Stelle zwiſchen den Aufhängepunkten G und G_1 ergreift.

Die Abbildung in Fig. 739 zeigt den eigentlichen Steuerungsapparat halb in einer Seitenanſicht und halb im Längendurchſchnitte. Es iſt CCC der in der Abbildung größtentheils durch den Steuerungsapparat bedeckte Dampfcylinder mit der auch in der vorigen Figur ſichtbaren Stopfbüchſe S,

Fig. 739.



ſowie OL die in der Leitung F gehende Schubſtange KOL, deren in der Couliſſe ſitzende Kopf K die vorige Figur vor Augen führt. Der Dampfcylinder CCC bildet mit den beiden cylindriſchen Ventilkäſten AA und BB und den beiden Dampfcanälen EE und FF ein Ganzes, und es ſteht der eine dieſer Canäle durch den Aufſatz H mit dem Dampfrohre G, ſowie der andere durch den cylindriſchen Canal K mit dem Ausblaſerohre in Verbindung. Der Dampfzutritt wird mittels der Kurbel R durch das Ventil D regulirt, und füllt nicht allein den ganzen Canal EE, ſondern auch die oberen Räume der Ventilkammern AA und BB aus. In jeder dieſer Kammern ſitzen zwei Ventile, ein kleineres oder Admiſſionsventil V und ein größeres oder Emiſſionsventil W. Bei Eröffnung des erſteren tritt der

Dampf in die mittlere Abtheilung M der Ventilkammer und von da in den nach dem Cylinder führenden Dampfweg N; bei Eröffnung des letzteren ſtrömt er dagegen aus N nach M und von da durch W nach F und K.

Die Ventile V und W hängen an den einarmigen Hebeln v und w, und dieſe wieder an den ſenkrechten Stangen, welche mittels Stopfbüchſen s und t in die Dampfkammer eingeführt ſind. Die Ventilſtangen ſind bei P und Q geſchlitzt und bewegen ſich mit ihren oberen Enden in den bei U ſichtbaren Federgehäuſen. Das Auf- und Niederziehen der Ventile erfolgt durch den gleicharmigen Hebel PQ, welcher mittels eines Armes XY und eines Anſatzes YZ an die Stange OL angeſchloſſen iſt. Dieſe Enden dieſes Hebels PQ haben in den Stangenſchlitzen P und Q einen tauben Gang und ſetzen daher die Ventile erſt gegen Ende des Ausſchubes der Stange OL in Bewegung. Die Gehäuſe bei U dienen den Ventilſtangen nicht bloß zur Leitung, ſondern haben auch den Zweck, mittels der in ihnen eingeſchloſſenen, durch Schrauben beliebig zu ſpannenden, Federn den Niedergang der Ventile zu beſchleunigen, ſowie das Stoßen beim Aufgange derſelben zu beſeitigen.

Es iſt nun leicht, ſich eine deutliche Vorſtellung von dem ganzen Steuerungsſpiel zu machen.

Ventilſteuerung mit Sperrklinken. Die Art und Weiſe, wie §. 463
die einzelnen Ventile einer Dampfmaſchine durch den aus §. 309 bekannten **Hebel- und Sperrklinkenapparat** geſteuert, d. i. angehoben und wieder niedergelaſſen werden, möge an einer in den Figuren 740 u. 741 (a. f. S) abgebildeten doppeltwirkenden Dampfmaſchine in **Cornwall** erklärt werden. Man erſieht aus Fig. 741, daß dieſe Steuerung aus ein Paar kleineren Ventilen a, a_1 und aus ein Paar größeren Ventilen b, b_1 beſteht; wir müſſen nur noch hinzufügen, daß jene zum Zulaſſen, dieſe aber zum Ablaſſen des Dampfes dienen. Das erſte Paar communicirt mit den nach dem Dampfcylinder führenden Röhren D und D_1 von unten, das zweite aber hiermit von oben. Der Dampf wird durch das Rohr AA_1 zugeführt, und durch das Rohr BB_1 ausgelaſſen oder vielmehr in den Condenſator geleitet. Man ſieht nun leicht ein, daß bei Eröffnung der Ventile a und b_1 der friſche Dampf durch a nach D gehen und den Dampfkolben K niederdrücken kann und daß gleichzeitig der benutzte Dampf unter K durch D_1 und b_1 zurück und auf dem Wege BB_1C in den Condenſator geführt werden kann. Sind umgekehrt die Ventile a_1 und b geöffnet, dagegen a und b_1 geſchloſſen, ſo ſtrömt der friſche Dampf durch a_1 und D_1 unter den Treibkolben und treibt dieſen in die Höhe, wogegen der benutzte Dampf oben durch D zurück und durch b und BB_1C in den Condenſator geleitet wird. Die oberen zwei Ventile a und b ſind an doppelarmige Hebel k und l, die unte-

या बल और केन्द्रगामी त्वरण होगा। अतः ये दोनों बल परस्पर बराबर और विपरीत दिशा में होंगे। इसलिए

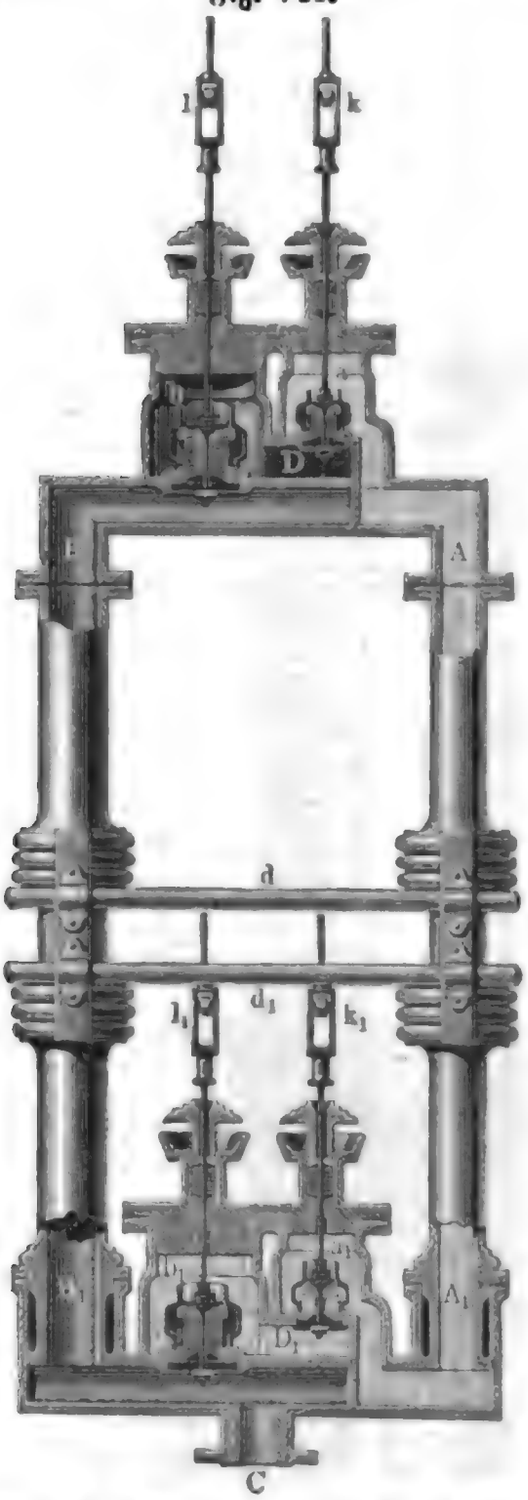
$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Gm^2}{r^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{Gm}{r}}$$

चित्र 2. केवेन्डिश का बल मापने का यन्त्र। इसमें A और B दो समान द्रव्यमान m के गोले हैं। इनके केन्द्रों के बीच की दूरी r है। C और D दो बड़े गोले

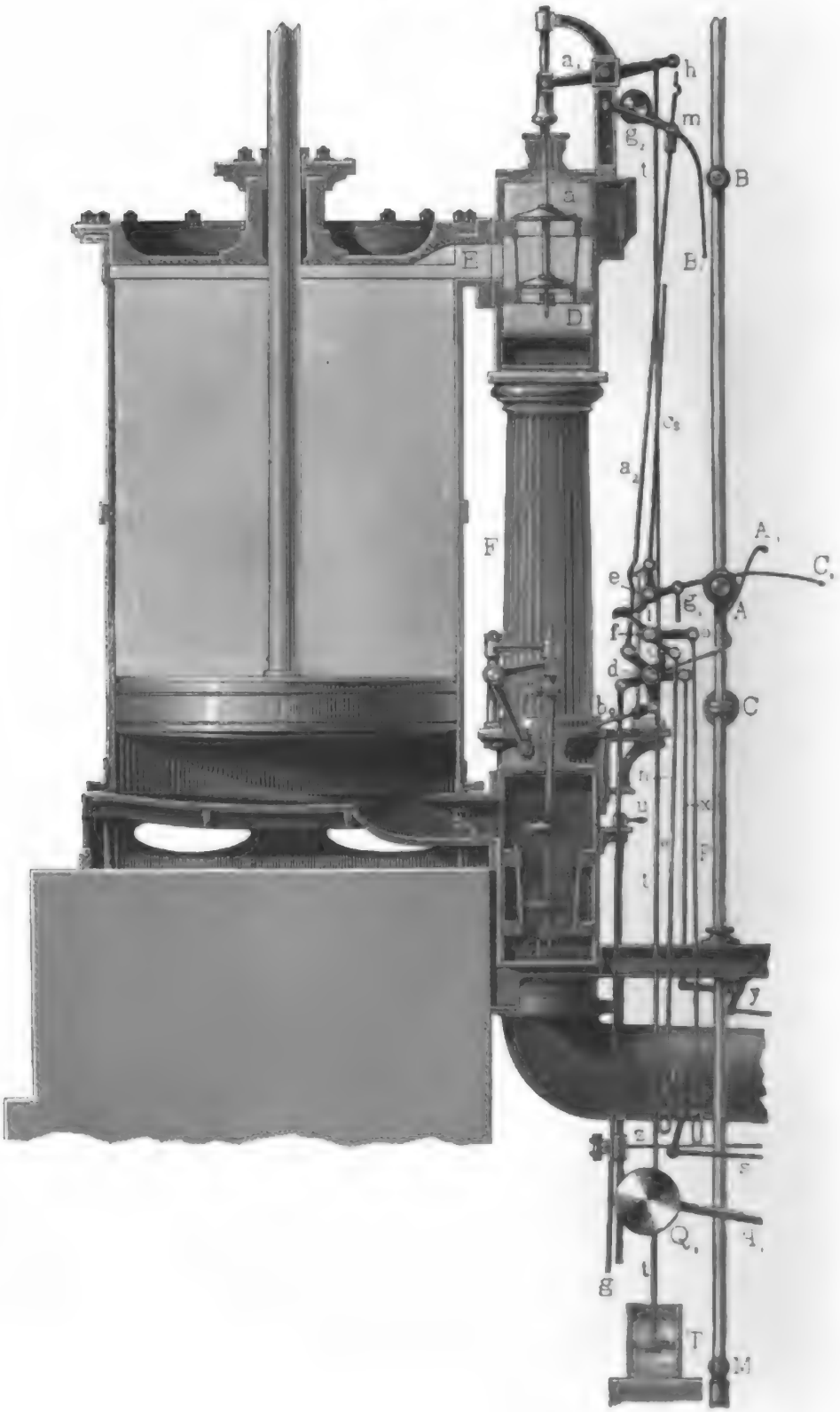
niederbewegt, die auf der als Steuerbaum dienenden Kolbenſtange EF der Luftpumpe aufſitzen. Hiernach iſt nun der Gang der Steuerung leicht zu erklären. In der Stellung, welche die Figuren vor Augen führen, iſt der Treibkolben K eben oben angekommen, es hat die Knagge E den Hebel e emporgehoben und die Welle d um einen gewiſſen Winkel von rechts nach links gedreht; dabei iſt auch ein rechts an d hängendes (von der Stange EF zum Theil verdecktes) Gewicht G gehoben, h_1 und alſo auch a_1 mittels h_1 ſowie b mittels i niedergedrückt, der Sector c emporgehoben und demnach der Sector c_1 frei geworden. Das an d_1 links hängende und nun ſinkende Gewicht G_1 dreht d_1 von rechts nach links, und hierbei wird a mittels h ſowie b_1 mittels i_1 geöffnet. Der unter dem Kolben K befindliche Dampf ſtrömt nun durch b_1 nach C und in den Condenſator und der durch D zuſtrömende friſche Dampf treibt K und EF abwärts und nahe am Ende des Niederganges trifft die Steuerknagge E_1 auf den Hebel e_1 und dreht dabei die Welle d_1 um einen gewiſſen Winkel von links nach rechts; hierbei wird das Gewicht G_1 wieder angehoben, das Ventil a durch die Stange h ſowie b_1 durch i_1 verſchloſſen und der Sector c_1 ſo weit niedergedrückt, daß ſich c frei bewegen kann. In dieſem Momente fällt nun G nieder und wird dadurch a_1 mittels h_1 ſowie b mittels i geöffnet, ſo daß jetzt Dampf durch a_1 und D_1 hindurch und unter den Kolben K treten, dieſen alſo emportreiben kann. Am Ende des Kolbenaufganges wiederholt ſich nun das eben beſchriebene Steuerungsſpiel.

Fig. 741.



§. 464 **Einfachwirkende Dampfmaſchinen.** Soll der Dampfzufluß lange vor dem Ende des Kolbenweges aufgehoben werden, damit der Dampf wäh-

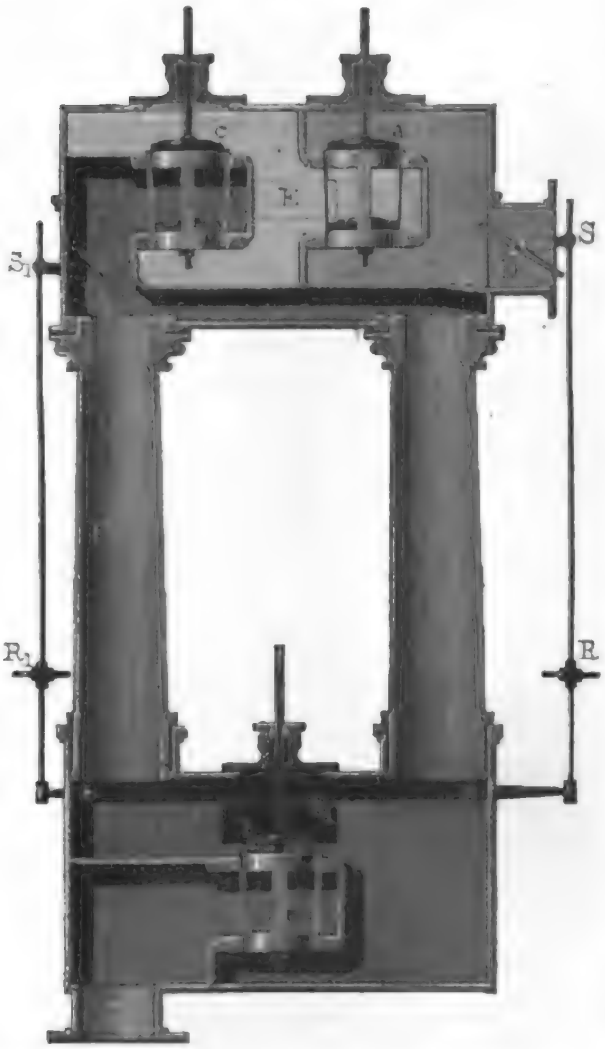
Fig. 742.



Digitized by Google

rend Zurücklegung des übrigen Kolbenweges durch Expanſion wirken könne, ſo muß entweder eine beſondere Abſperrungsklappe angebracht werden, welche durch ein beſonderes Hebelwerk in Bewegung zu ſetzen iſt, oder man muß einen beſonderen Mechanismus anbringen, durch welchen nicht nur das gleichzeitige Eröffnen des Zu- und Ablaßventiles hervorgebracht, ſondern auch ermöglicht wird, daß ſich das Zulaßventil eher als das jenſeitige Ablaßventil verſchließt. Wie dies bei einer einfachwirkenden Dampfmaſchine bewerkſtelligt werden kann, wird die Erklärung der Figuren 742 und 743, welche eine Waſſerhebungsdampfmaſchine von Hick in Bolton vorſtellen, zeigen.

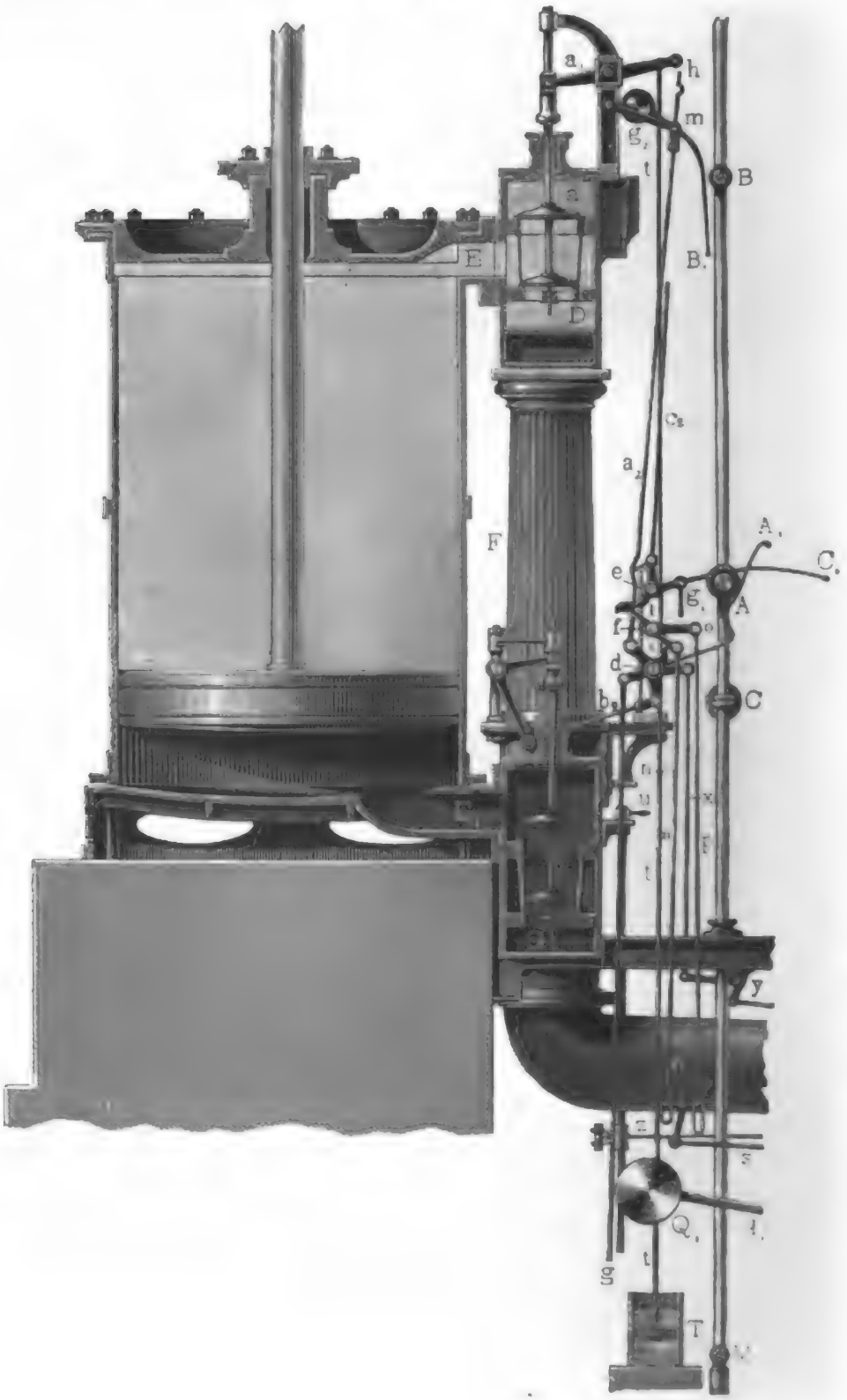
Fig. 743.



Die Maſchine hat drei Doppelventile *a*, *b*, *c*. Das erſtere iſt das Einlaß- oder Abſperrventil (franz. soupape d'admission; engl. steam-valve); bei ſeiner Eröffnung ſtrömt der mittels *D* zugeführte Dampf durch *E* nach dem Cylinder und treibt den Dampfkolben *K* abwärts. Das Ventil *b* iſt das Auslaßventil (franz. soupape d'émission; engl. eduction-valve); durch ſeine Eröffnung wird dem Dampfe der Abzugsweg *G* nach dem Condenſator eröffnet. Das mit *a* in einer und derſelben Kammer eingeſchloſſene Ventil *c* öffnet ſich, wenn der Dampfkolben *K* durch ein Gegengewicht emporgehoben wird, damit der erſt über dem Kolben *K* befindliche Dampf auf dem Wege EFE_1 unter den Kolben gelangen könne. Da hierbei auf beiden Seiten des Kolbens beinahe ein und derſelbe Dampfdruck, im Ganzen alſo Gleichgewicht vorhanden iſt, ſo nennt man dieſes

Ventil auch das Gleichgewichtsventil (franz. soupape d'équilibre; engl. equilibrium-valve). Das Oeffnen und Verſchließen dieſer drei Ventile

Fig. 744.



muß während eines vollſtändigen Spieles der Maſchine in folgender Ordnung vor ſich gehen. Anfangs iſt der Dampfkolben K oben und es ſind alle drei Ventile verſchloſſen; bei Beginn des Spieles werden die Ventile a und b gleichzeitig eröffnet; der friſche Dampf treibt K nieder und der benutzte Dampf unter K ſtrömt durch E_1 und G in den Condenſator. Hat der Kolben K einen Theil ſeines Weges zurückgelegt, ſo verſchließt ſich a, es hört das Zuſtrömen des Dampfes auf, und es wirkt der nun abgeſperrte Dampf während Zurücklegung des übrigen Kolbenweges nur durch Expanſion, wie die Abbildung vor Augen führt. Kommt K unten an, ſo verſchließt ſich nun auch b, hierauf aber öffnet ſich c, der Kolben ſteigt durch die Wirkung ſeines Gegengewichtes empor, und treibt den beim Niedergange benutzten Dampf auf dem Wege EFE_1 von oben nach unten. Am Ende des Aufganges verſchließt ſich auch c und es beginnt nachher ein neues Spiel.

Zur regelrechten Bewegung der Ventile dient der in Fig. 744 abgebildete Sperrklinkenmechanismus, welcher dem in Fig. 559 und Fig. 740 ähnlich iſt. Es ſind hier d und e die mit Hebeln und Zähnen ausgerüſteten Steuerwellen, und es iſt f die zwiſchen beiden liegende Welle der Sperrklinken, welche von den auf den erſteren Wellen feſtſitzenden Zähnen k und l abwechſelnd ergriffen werden. Der Stiel des Admiſſionsventiles a iſt durch einen geraden Hebel a_1 und eine Stange a_2 mit einem, ſowie der Stiel des Emiſſionsventiles b durch einen Winkelhebel b_1 und eine Stange b_2 mit einem anderen Arme der Steuerwelle d verbunden; wogegen das (in Fig. 744 nicht ſichtbare) Gleichgewichtsventil c mittels Stiels, Hebels und einer Stange c_2 an einen Arm der Steuerwelle e angeſchloſſen iſt. An beiden Steuerwellen d und e ſind ebenfalls mittels beſonderer Arme die Stangen g und g_1 angehangen, welche die Gegengewichte tragen, wodurch nach dem Aushaken der Sperrklinke in k oder l, d von rechts nach links, oder e von links nach rechts gedreht, und folglich entweder die Ventile a und b, oder das Ventil c eröffnet wird. Die Verſchließung der Ventile bewirkt dagegen der mit dem Dampfkolben gleichzeitig auf- und niedergehende Steuerbaum BCM mittels der auf ihm feſtſitzenden Knaggen A, B, C und der Klauen A_1, B_1 und C_1, wovon A_1 auf der Welle d, und C_1 auf der Welle e, dagegen B_1 an dem Ende m der Zugſtange a_2 des Admiſſionsventiles a feſtſitzt. Die letztere Klaue iſt durch ein Gegengewicht g_2 äquilibrirt und trägt einen Arm mh, welcher mittels ſeines hakenförmigen Endes den Hebel a_1 des Ventiles a erfaßt.

Endlich iſt noch zu bemerken, daß ſich jede der beiden Sperrklinken fk und fl für ſich um f drehen läßt, und daß ſich die eine mittels einer Stange n, ſowie die andere mittels einer an einem beſonderen Arme fo angeſchloſſenen Stange p um f drehen läßt.

Es iſt nun der Gang dieſes Steuerungsmechanismus folgender.

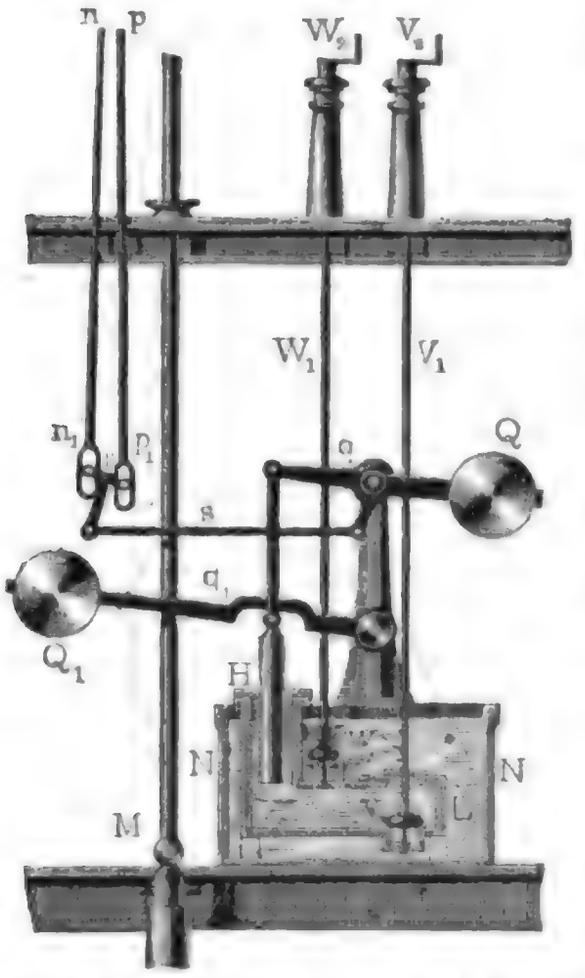
Anfangs ſteht der Dampfkolben K oben und alle drei Ventile ſind geſchloſſen. Wird nun der Arm fk mittels der Stange n aufwärts bewegt, ſo erfolgt ein Aushaken bei k und folglich auch das Niederfallen des Gewichtes g, ſowie das damit verbundene Eröffnen der Ventile a und b. Der nun durch E zutretende Dampf treibt den Dampfkolben K abwärts, wogegen der unter K befindliche Dampf auf dem Wege $E_1 G$ nach dem Condenſator ſtrömt. Hat der Dampfkolben einen gewiſſen Weg zurückgelegt, ſo ergreift die Knagge B die Klaue B_1, drückt dieſelbe nieder und es erfolgt das Aushaken bei h und das damit verbundene Niederfallen des Admiſſionsventiles a. Der Dampfkolben legt daher den übrigen Theil ſeines Weges ohne Zufluß, alſo mit Expanſion des Dampfes, zurück. Gegen Ende dieſes Kolbenniederganges wird die Klaue A_1 von der Knagge A ergriffen und niedergedrückt und hierbei das Gewicht g wieder angehoben, ſowie das Emiſſionsventil b geſchloſſen und h wieder in a_1 eingehakt.

Soll nun der Dampfkolben wieder aufſteigen, ſo wird die Stange p aufwärts bewegt und der Winkelhebel lfo von rechts nach links gedreht, wobei ſich l aushakt, und das nun niederfallende Gewicht an g_1 mittels der Zugſtange c_2 u. ſ. w. das Gleichgewichtsventil c eröffnet. Jetzt zieht der Balancier mittels ſeines Gegengewichtes den Dampfkolben empor und treibt den über dem letzteren befindlichen Dampf auf dem Wege EFE_1 unter denſelben. Iſt endlich der Kolben K wieder oben angehoben, ſo wird die Stange n von Neuem aufwärts geſchoben, wobei ſich nun a und b eröffnen und ein zweites Spiel beginnt.

§. 465 **Katarakt.** Bei den **einfachwirkenden Dampfmaſchinen** hat man noch beſondere Vorrichtungen zur Regulirung ihres Ganges nöthig. Um die Geſchwindigkeit zu reguliren, dient ein **Stellventil** im Dampfrohre, welches der Maſchinenwärter durch die Hand ſtellen kann. Um ferner den Kolbenweg zu reguliren, hebt oder ſenkt man entweder das Lager der Einlaßklappe oder man verändert die Stellung der Knaggen am Steuerbaume. Um endlich die Zeit des ganzen Kolbenſpieles zu reguliren, bedient man ſich des ſogenannten **Kataraktes** (franz. cataracte; engl. cataract), eines Apparates, durch den am Ende des Kolbenſpieles eine beliebig lange Pauſe hervorgebracht werden kann. Man hat dem Katarakten verſchiedene Einrichtungen gegeben. Einen zu der in Fig. 743 und 744 abgebildeten Dampfmaſchine gehörigen Katarakten zeigt Fig. 745. Den Hauptkörper des Kataraktes bildet eine Waſſerpumpe HL mit dem Mönchskolben H und zwei Ventilen V und W, wovon ſich das eine nach innen und das andere nach außen öffnet. Der Ausſchub dieſer Ventile läßt ſich durch Stellung der Stangen V_1 und W_1 mit Hülfe von Kurbeln V_2 und W_2 beliebig verändern. Der ganze Pumpenkörper ſteht in dem mit Waſſer angefüllten

Kaſten *NN*. Beim Aufziehen des Pumpenkolbens *H* fließt durch das Ventil *V* Waſſer aus dem Kaſten in den Pumpenkörper, wogegen beim Niedergange deſſelben durch das Ventil *W* Waſſer aus dem Pumpenkörper in den Kaſten zurückgedrückt wird. Zu dieſem Auf- und Niederziehen des Pumpenkolbens dienen zwei mit den Gewichten *Q* und Q_1 beſchwerte Hebel *q* und q_1, wovon der eine noch einen dritten Arm hat, welcher mittels einer horizontalen Stange *s* an einen anderen dreiarmigen Hebel *r* angeſchloſſen iſt, deſſen beide Seitenarme in die Scheerenenden n_1 und p_1 der aus dem Obigen bekannten Stangen *n* und *p* eingreifen, wodurch die Klinken *k* und *l* ausgehakt werden (Fig. 744).

Fig. 745.



Die Art und Weiſe, wie dieſer Kataraкt die Zeit des Spieles der Dampfmaſchine in Fig. 744 regulirt, iſt nun folgende. Während des Kolbenaufganges ergreift eine vierte Knagge *M* des Steuerbaumes den Hebel q_1 und hebt dadurch das Gewicht Q_1, ſo daß nun das Gewicht *Q* in Wirkſamkeit treten und den Kolben *H* des Kataraktes emporheben kann, welches natürlich um ſo langſamer erfolgt, je mehr der Hub des Saugventiles *V* eingeſchränkt iſt. Da nun das niederſinkende Gewicht *Q* durch den Mechanismus *rs* die Stange nn_1 aufhebt, ſo wird dadurch auch das Aushaken bei *k* bewirkt und der Anfang eines neuen Spieles der Dampfmaſchine eingeleitet. Beim darauf erfolgenden Niedergange des Dampfkolbens zieht ſich die Knagge *M* wieder unter q_1 zurück und es drückt nun das Gewicht Q_1 den Kolben *H* mittels des Hebels q_1 nieder, wobei durch *W* wieder Waſſer aus dem Pumpenkörper herausgedrückt wird und der Mechanismus *sr* eine rückgängige Bewegung macht, folglich die Stange p_1p aufhebt und zuletzt das Aushaken bei *l* hervorbringt. Hierauf wird mittels des fallenden Gewichtes g_1 das Gleichgewichtsventil gehoben und daher auch der Aufgang des Dampfkolbens ermöglicht. Da die Auf- und Niedergangszeit des Kolbens *H* von der Größe der Eröffnung der Ventile *V* und *W* abhängt, ſo kann man mittels der Stellapparate V_1 V_2 und W_1 W_2 ſowohl die Panſe vor

dem Niedergange als auch die vor dem Aufgange des Dampfkolbens und dadurch auch die Zeit eines ganzen Kolbenſpieles beliebig verlängern oder verkürzen.

Die Abbildung in Fig. 744 zeigt noch folgende Hülfsapparate. Erſtens iſt an dem Hebel a_1 des Admiſſionsventiles eine Stange tt mit einem Teller T angebracht, welcher in einem Gefäße mit Waſſer beweglich iſt und das zu ſtarke Niederſchlagen des Admiſſionsventiles verhindert (ſ. den Moderator in §. 134). Ferner iſt an der Sperrklinke dk eine Stange x angeſchloſſen, welche mittels eines Winkelhebels y u. ſ. w. ein Ventil in Bewegung ſetzt, wodurch der Zutritt des Injectionswaſſers zum Condenſator entweder hergeſtellt oder aufgehoben werden kann. Beim Niederfallen des Gewichtes g, alſo am Anfange des Kolbenniederganges, wird x aufgezogen und das Ventil im Injectionsrohre geöffnet, wogegen beim Ende des Kolbenniederganges x durch die Steuerknagge A_1 niedergedrückt, folglich das Ventil im Injectionsrohre geſchloſſen wird und daher das Injiciren des Waſſers in den Condenſator während des folgenden Kolbenaufganges ganz aufhört. Endlich läßt ſich der Zufluß des Injectionswaſſers noch durch einen beſonderen Hahn reguliren, welcher ſich mittels der Handhabe u nebſt einer Hebel- und Stangenverbindung z bewegen läßt.

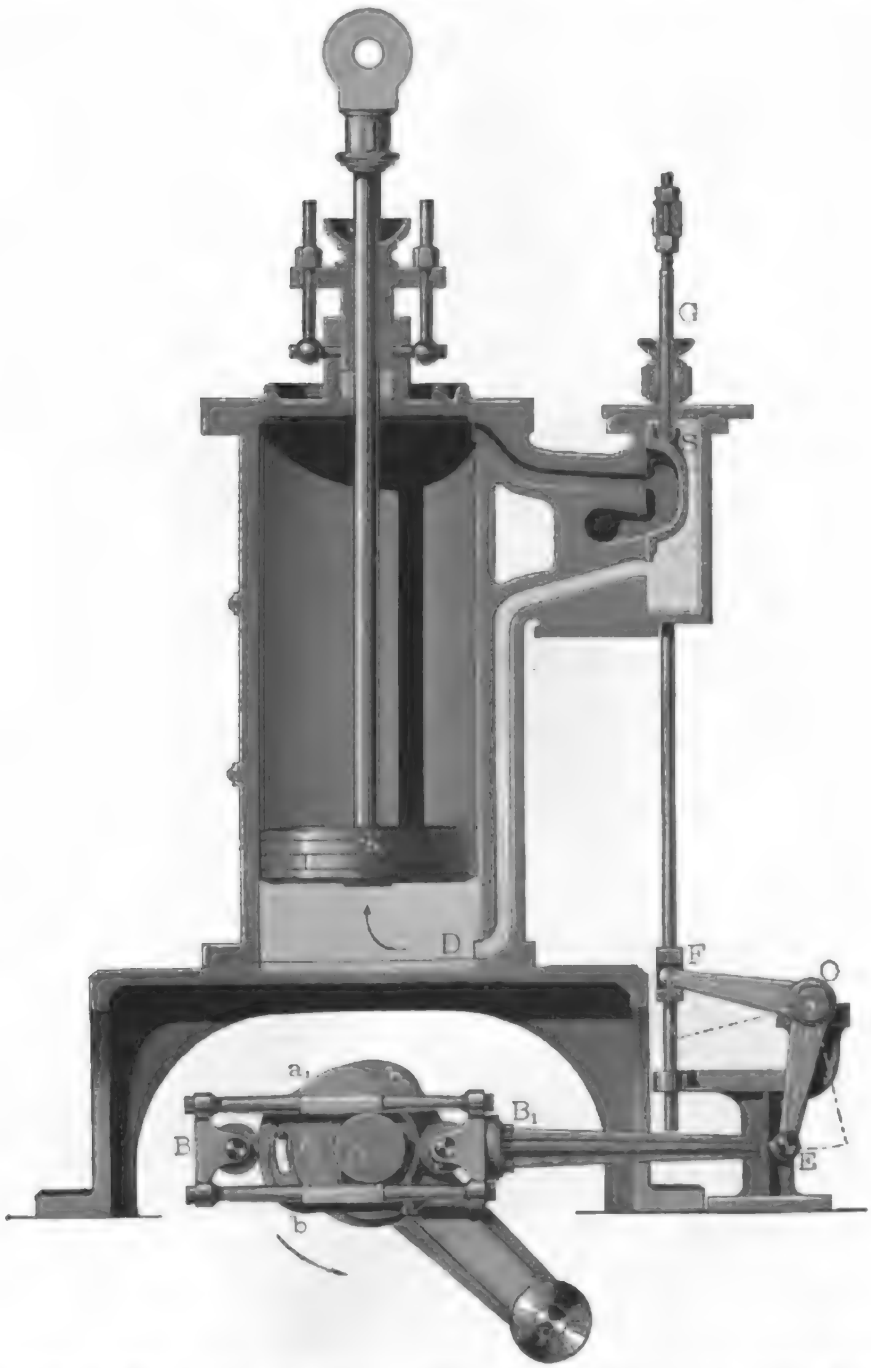
§. 466 **Dampfſchieber.** Wir haben oben nur die Steuerung der Dampfmaſchinen mit Hülfe des einfachen Vertheilungsſchiebers abgehandelt, es ſind daher noch die Expanſionsſchieber, d. i. diejenigen Dampfſchieber zu beſchreiben, wodurch der Dampf während des Kolbenweges abgeſperrt und daher durch Expanſion zu wirken genöthigt wird. Im Allgemeinen hat man vier Methoden, die Expanſion des Dampfes durch Schieber einzuleiten, nämlich

1) die Steuerung mittels eines einzigen Schiebers,
2) die mittels zweier getrennten Schieber,
3) die mittels zweier über einander liegenden Schieber,
4) die mittels eines Schiebers und eines Ventiles.

Wir haben ſchon oben §. 457 geſehen, daß ein einziger, durch ein Kreisexcentrik in Bewegung geſetzter Schieber die Wirkung des Dampfes durch Expanſion ermöglichen kann; es gehört nur dazu, daß derſelbe eine gewiſſe Bedeckung (franz. recouvrement; engl. cover) erhalte, d. i. daß er bei ſeinem mittleren Stande nicht bloß die Dampfwege bedecke, ſondern daß ſeine Enden noch über die Einmündungen dieſer Wege in die Dampfkammer hinausgreifen. Wird dann das Excentrik gegen den Krummzapfen noch ſo geſtellt, daß ſich der Dampfweg unmittelbar vor dem Ende des ganzen Kolbenweges eröffnet, ſo findet auch eine Abſperrung des Dampfes Statt, bevor der Kolben das neue Kolbenſpiel vollendet hat; es muß alſo auch der Dampf durch Expanſion wirken, während der Kolben den letzten Theil dieſes Weges zurücklegt.

Vollſtändiger erreicht man dieſen Zweck, wenn man ein gezahntes oder abgeſtuftes Excentrik anwendet. Die Einrichtung, Conſtruction und Wirkungsweiſe einer Schieberſteuerung mit einem ſolchen Excentrik läßt ſich

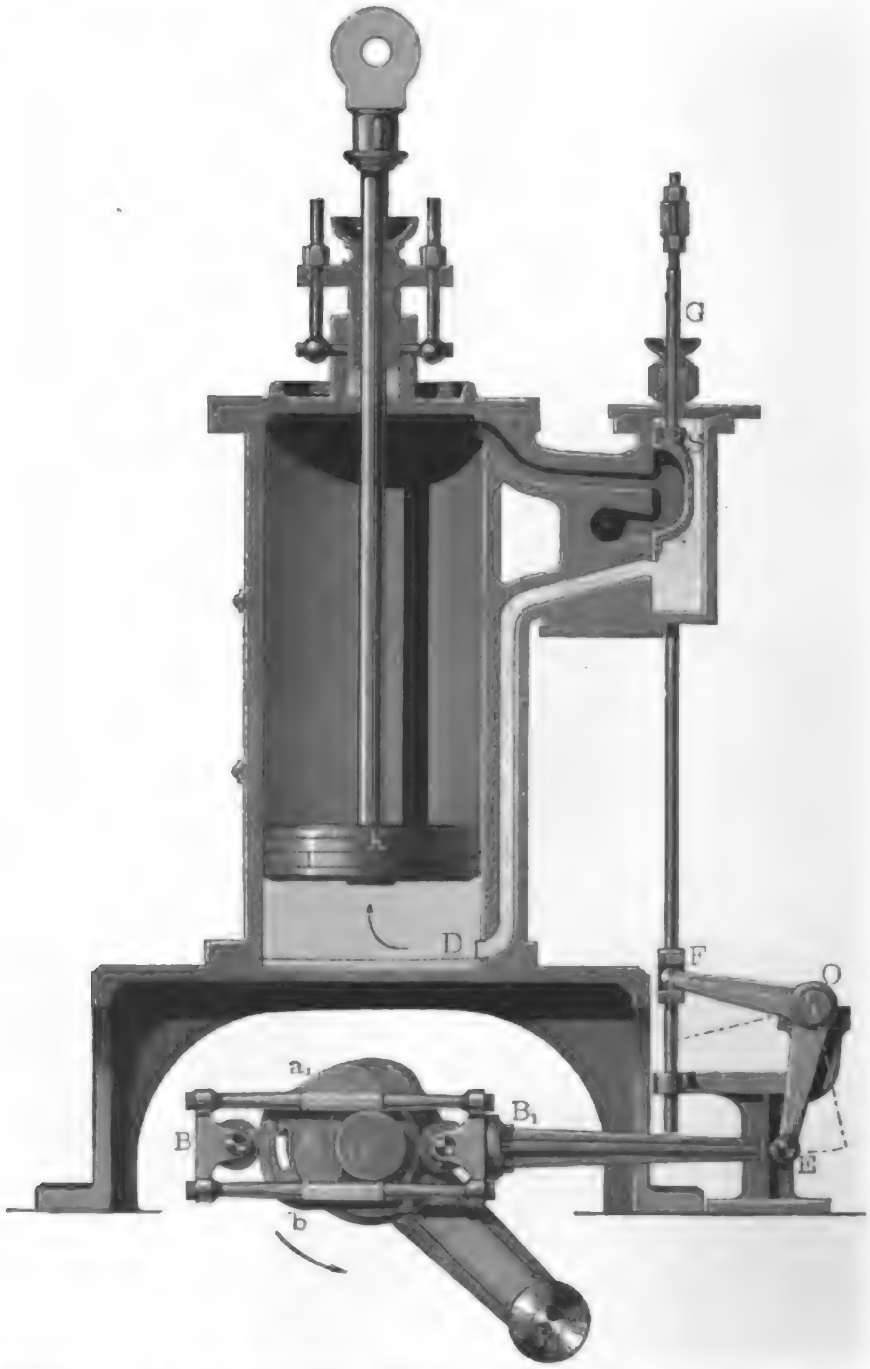
Fig. 746.



aus der in Fig. 746 abgebildeten Maſchine von Saulnier dem Aelteren erſehen. Es iſt *D* der Dampfcylinder und *C* die Welle, welche mittels

Kurbel CR u. ſ. w. von der Kolbenſtange KL in Bewegung geſetzt wird; ferner S der Dampfſchieber, A das Excentrik, ſowie BB_1 ein mit Frictionswalzen ausgerüſteter und das Excentrik und die Welle C umfaſſender Dop

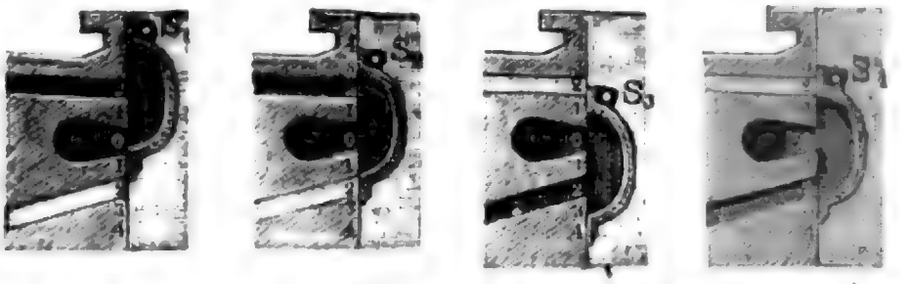
Fig. 747.



pelrahmen, BE eine mit dieſem feſt verbundene horizontale Excentrikſtange, endlich FG die mit dieſer durch einen Winkelhebel EOF verbundene verti

cale Schieberſtange. Das Excentrik bildet vier Stufen a, b, a_1, b_1, zwei auf- und zwei abſteigende. In der gezeichneten Stellung iſt der Schieber oben, hat alſo die Stellung S_1, Fig. 748; gelangt bei weiterer Umdrehung des

Fig. 748.

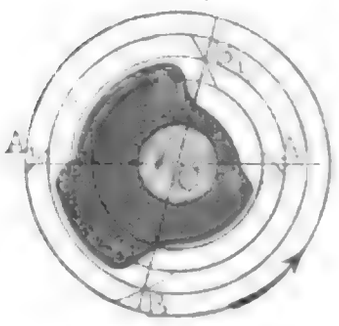


Excentriks die Stufe a an das Rädchen r, ſo wird der Rahmen nach rechts und daher der Schieber nach unten geſchoben und gelangt in die Stellung S_2; ſchiebt ſich ferner b unter r, ſo rückt die Excentrikſtange noch weiter rechts, alſo der Schieber noch weiter herab, und zwar in die Stellung S_3. Später gelangt die Stufe a unter das linke Rädchen r_1, es ſchiebt dann das Excentrik die Excentrikſtange nach links und daher den Schieber aufwärts, und zwar in die Stellung S_4; endlich aber ſtellt ſich die Stufe b_1 unter r_1; es rückt dabei die Excentrikſtange noch weiter links, und folglich der Schieber wieder in die Stellung S_1. Damit durch dieſe Bewegungen der Schieber die Dampfwege zur rechten Zeit eröffne und verſchließe, muß ſeine innere Länge vier- und ſeine äußere ſechsmal, ſein Weg aber dreimal ſo groß ſein, als die Höhe eines Dampfcanales oder einer Zwiſchenwand; es muß ferner derſelbe bei einem mittleren Kolbenſtande um ein Drittel, und beim Ende des Hubes um die übrigen zwei Drittel ſeines Weges fortrücken, deshalb alſo auch die Stufe b des Excentriks noch einmal ſo hoch ſein als die Stufe a.

Excentrik für veränderliche Expansion. Die Conſtruction der Stufen des Excentriks läßt ſich aus Fig. 749 erſehen. Zwei diametrale Linien AA_1 und BB_1 theilen das Excentrik in vier gleiche oder ungleiche Theile, und an jedem Endpunkte dieſer Linien befindet ſich eine Stufe; A und B ſind die aufſteigenden, ſowie A_1 und B_1 die niederſteigenden Stufen; A und A_1 haben die einfache, B und B_1 die doppelte Höhe. Damit ſich das Excentrik zwiſchen den Rahmen nicht klemme, müſſen die Stufen ſo geformt werden, daß alle diametralen Linien, welche gegenüberliegende Punkte derſelben mit einander verbinden, gleich ſind der inneren Weite des Rahmens. Da endlich das Excentrik nicht unmittelbar vom Rahmen, ſondern vielmehr von Frictioñswalzen im Inneren deſſelben um-

§. 467

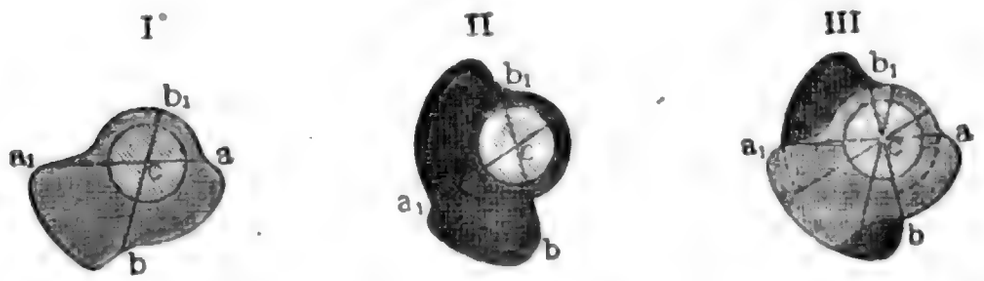
Fig. 749.



faßt wird, ſo hat man in einem dem Walzenhalbmeſſer gleichen Abſtande von der zuſammengeſetzten Curve ABA_1B_1 eine parallele oder äquidiſtante Curve aba_1b_1 zu zeichnen, und den Excentrikumfang nach derſelben zu formen. Das Aufzeichnen dieſer Aequidiſtanten erfolgt dadurch, daß man mit dem Walzenhalbmeſſer aus ſehr vielen Punkten von ABA_1B_1 Kreiſe beſchreibt und einen Zug führt, welcher alle dieſe Kreiſe berührt.

Es läßt ſich auch ſehr leicht der Expanſionsgrad verändern, wenn man das Excentrik aus zwei Scheiben, wie I. und II., Fig. 750, zuſammenſetzt, die eine Scheibe um einen gewißen Winkel gegen die andere verdreht, und mittels einer Schraube s (Fig. 747) an ſie befeſtigt. Der Scheibe I. fehlt die Stufe b, und der Scheibe II. die Stufe a; legt man beide centriſch über

Fig. 750.



einander, ſo bilden ſie ein vollſtändiges Excentrik, wie Fig. 749, welches vielleicht bei ein Drittel des Kolbenhubes abſperrt; dreht man aber I. um einen gewiſſen Winkel, ehe man es an II. legt, wie z. B. in III., ſo werden die Centriwinkel zwiſchen a, b, a_1 und b_1 verändert, es wird z. B. der Centriwinkel von ab_1 und a_1b größer und der von ab und a_1b_1 kleiner, ſo daß nun das Abſperren des Dampfes ſpäter, z. B. ſtatt bei einem Drittel erſt bei der Hälfte des Hubes ſtatthat. Uebrigens läßt ſich der Centriwinkel $aCb_1 = a_1Cb = \beta$, welcher einer gewiſſen Abſperrung oder Expanſion entſpricht, leicht berechnen. Der dem Drehungswinkel β entſprechende Kolbenweg iſt nach §. 458:

$$s = r(1 - \cos.\beta),$$

folglich ſein Verhältniß zum ganzen Kolbenwege $2r$:

$$\frac{s}{2r} = \frac{1 - \cos.\beta}{2};$$

ſetzen wir dieſes $= \frac{1}{n}$, ſo folgt umgekehrt:

$$\cos.\beta = 1 - \frac{2}{n}.$$

Soll z. B. bei $^1/_3$ des Kolbenweges abgeſperrt werden, ſo hat man:

$$\cos.\beta = 1 - {}^2/_3 = {}^1/_3,$$

daher: $$\beta = \overline{aCb_1} = 70^1/_2 \text{ Grad.}$$

Expansionsſchieber. Bei der Expanſion mittels eines in einer beſonderen Kammer befindlichen Expanſionsſchiebers können zweierlei Einrichtungen in Anwendung kommen; entweder kann dieſer Schieber in einer einfachen, oder er kann in einer durchlochten Platte beſtehen, und bei ſeinem Aufliegen auf der Dampfmündung im erſten Falle den Dampf abſperren, im zweiten aber denſelben durchlaſſen. Fig. 751 ſtellt ein Steuerungsſyſtem der erſten und Fig. 752 eines der zweiten Art vor. Der durch das Dampfrohr *A* zuſtrömende Dampf gelangt bei beiden Syſtemen durch die Mündung *a* zunächſt in die erſte Dampfkammer *B*, aus dieſer aber durch §. 468

Fig. 751.

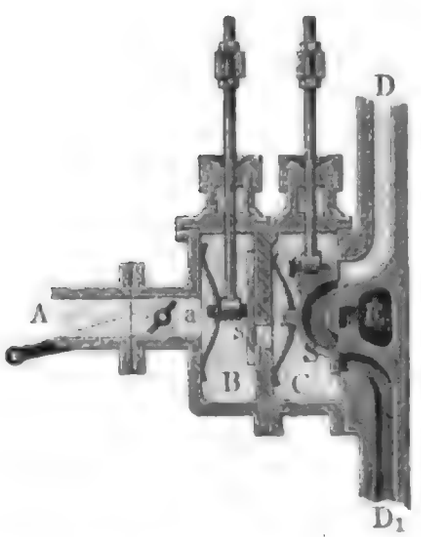
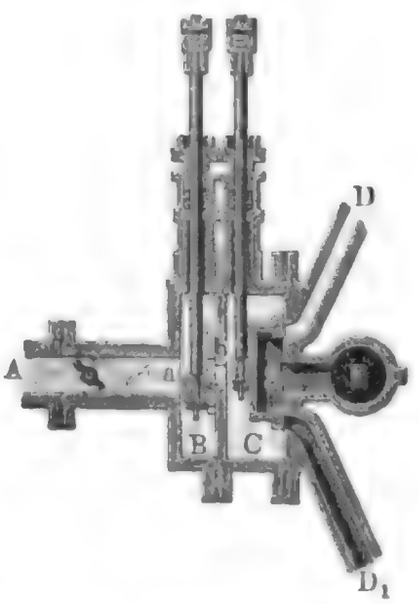


Fig. 752.



die Mündung *b* in die zweite Dampfkammer *C*, und aus der letzteren durch die Wege *D* und D_1 in den Dampfcylinder. Es iſt *S* der gewöhnliche Dampfſchieber, durch welchen die Vertheilung des Dampfes hervorgebracht wird, ferner *E* der Canal, welcher den benutzten Dampf abführt, endlich *s* der die Mündung *b* auf- und zu deckende Expanſionsſchieber. Der letztere beſteht in Fig. 751 in einer maſſiven, in Fig. 752 aber in einer durchlochten Platte.

Der maſſive Expanſionsſchieber kann ſich entweder nur auf der einen Seite der Dampfmündung oder auf beiden Seiten derſelben bewegen. Den erſten Fall führt Fig. 753 (a.f.S.) vor Augen. Der Schieber *AB* geht hier nur mit dem Ende *A* vor der Dampfmündung *D* vorbei, muß folglich bei jedem Kolbenzuge einmal hin- und zurückgehen, alſo zwei Spiele machen, während der Dampfkolben ſowie der Vertheilungsſchieber deren nur eins verrichtet. Deshalb iſt es denn auch nöthig, dieſen Expanſionsſchieber entweder durch ein Kreisexcentrik in Bewegung zu ſetzen, welches in derſelben Zeit zweimal ſo viel Umdrehungen macht, als das Excentrik des Vertheilungsſchiebers, oder denſelben mittels einer elliptiſchen Scheibe oder einer

Verbindung von zwei Dammen durch die Kurbelwelle direct bewegen zu laſſen. Um die Expanſion an einem ſolchen Schieber zu verändern, bedarf es nur einer Veränderung der Länge der Schieberſtange, und zwar mittels einfacher Schraubenbewegung. Durch Verlängerung der Stange des Schiebers AB rückt der letztere etwas tiefer herab, wie Fig. 754 vor Augen führt; es macht folglich hier der Schieber während der Bedeckung einen größeren Weg $s_1 = \overline{2\,O} + \overline{O\,2}$ als bei der erſteren Schieberſtellung.

Fig. 753.

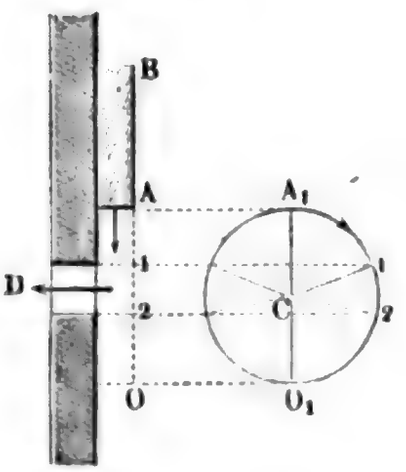
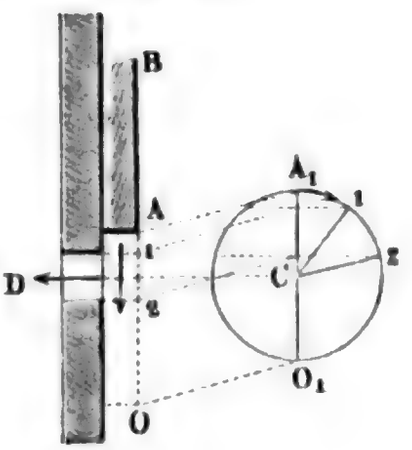


Fig. 754.



Wenn der Expanſionsſchieber AB, Fig. 755, an den beiden Enden A und B abſperrt, ſo iſt die Veränderung der Expanſion nur durch Veränderung des Schieberweges zu erreichen. Es findet hier Abſperrung Statt während der Schieber den Weg

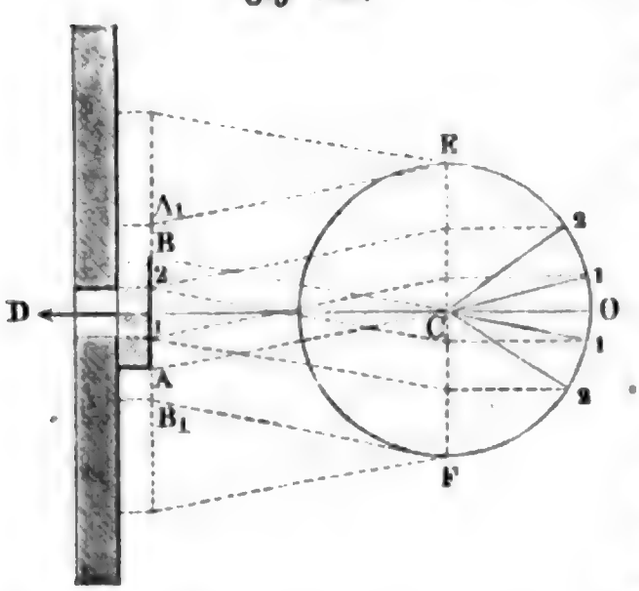
$$s = \overline{A\,1} + \overline{2\,B} = 2\,\overline{A\,1}$$

und das Excentrik deſſelben den Winkel

$$\beta = 2 . \angle\, OC1$$

zurücklegt. Nun iſt aber bei der Armlänge $\overline{CE} = r$ des Excentriks:

Fig. 755.



$$sin.\ OC1 = sin.\ {}^1/_2\,\beta = \frac{s}{2r},$$

daher fällt die mit dem Umdrehungswinkel β wachſende Abſperrungszeit um ſo größer aus, je kleiner bei demſelben Schieberweg s die Armlänge r des Excentriks iſt.

Ist, wie gewöhnlich, der Schieber mittels eines Hebels an die Excentrikstange angeschlossen, so läßt sich der Schieberweg durch Verlängerung oder Verkürzung eines Hebelarms leicht verändern.

Ein ähnliches Verhältniß findet bei dem durchlochten Schieber AB, Fig. 756, Statt. Derselbe sperrt den Dampf ab, während er den Weg

$$s = \overline{2A_1} + \overline{A_1 2}$$
$$= \overline{1B_1} + \overline{B_1 1}$$

und folglich das Excentrik den Winkel

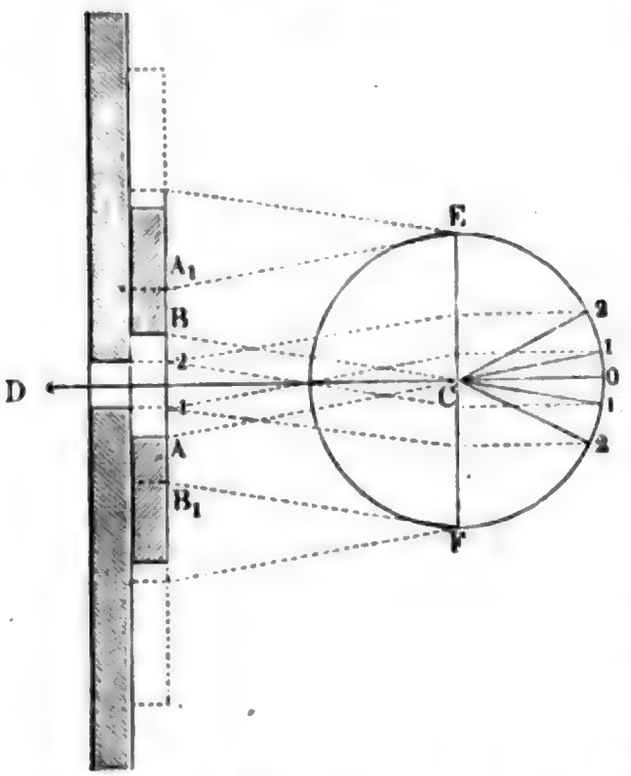
$$2\beta = 2.\overline{EC2} = 2.\overline{FC2}$$

zurücklegt, wobei

$$cos.\beta = \frac{r - {}^1/_2 s}{r}$$

ist.

Fig. 756.



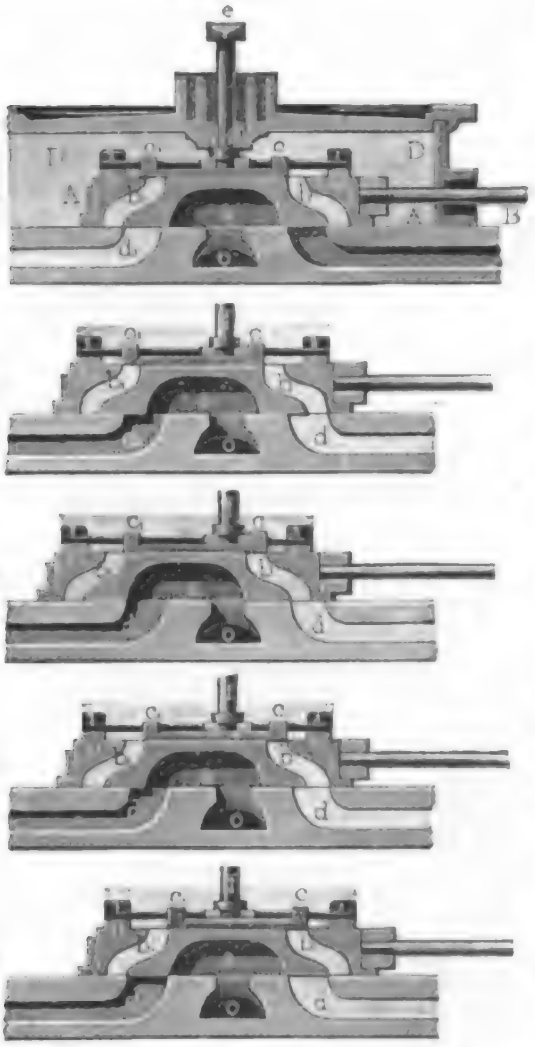
Da nun β wächst, wenn $cos.\beta$ abnimmt, und $cos.\beta$ mit r zugleich kleiner wird, so folgt, daß auch hier die mit dem Winkel β wachsende Absperrungszeit um so größer ausfällt, je kleiner die Armlänge r des Excentriks oder der ganze Schieberweg $2r$ ist.

Uebrigens hängt natürlich der Weg s des Schiebers während der Expansion von der Weite der Dampfmündung D ab.

Doppelschieber. Die Steuerung mittels zweier über einander liegenden Schieber läßt sich auf mannigfaltige Weise einrichten, namentlich aber ist zu unterscheiden, ob der auf dem Rücken des Vertheilungsschiebers aufliegende Expansionsschieber durch jenen mitbewegt oder durch eine besondere Stange bewegt wird. In Fig. 757 und 758 sind Expansionssteuerungen der ersten Art abgebildet, Fig. 759 und 760 führen aber Expansionssteuerungen der zweiten Art vor Augen. Der Vertheilungsschieber AA in Fig. 757 I. II. III. IV. (a.f.S.) enthält außer der gewöhnlichen Höhlung a noch zwei Canäle b und b_1, und es wird der bei D zuströmende Dampf durch diese Canäle in die Dampfwege d und d_1, sowie von da auf die eine oder auf die andere Seite des Dampfkolbens geführt. Der Expansionsschieber ist eine ebene Platte cc_1, an den Enden mit den Nasen c und c_1 ausgerüstet, und in einer Leitung auf dem Rücken des ersten Schiebers verschiebbar. Zwischen beiden Nasen befindet sich ein mittelst einer Welle ef drehbare und durch einen Hebel stellbarer Daumen in Form einer elliptischen §. 469

Scheibe *f*. Wenn der Schieber *A A* nach der einen oder nach der anderen Richtung hin fortgeſchoben wird, ſo geht $c c_1$ nur ſo weit mit fort, bis die eine Naſe den Umfang des Daumens berührt; es kann daher der Expanſionsſchieber bei der weiteren Bewegung des Vertheilungsſchiebers den einen oder den anderen der Canäle *b* und b_1 bedecken.

Fig. 757.

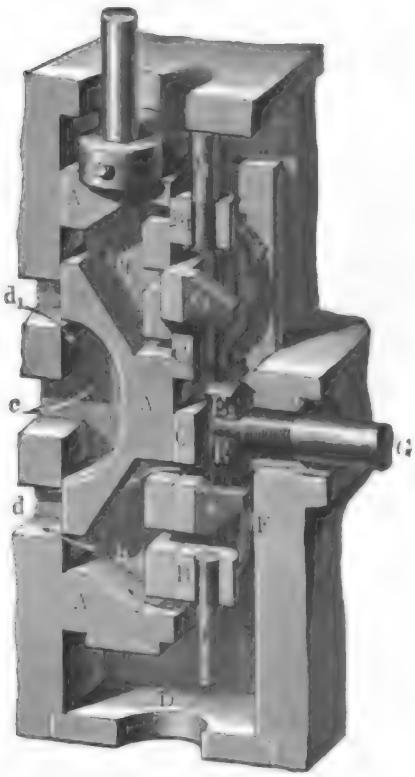


Es iſt I. die mittlere Stellung des Vertheilungsſchiebers, wo der Dampfkolben das Ende ſeines Weges erreicht hat; ferner iſt II. eine folgende Stellung dieſes Schiebers, wo der Kolben bereits ſeinen entgegengeſetzten Weg angetreten hat; III. die Stellung, wo der Expanſionsſchieber den Dampf abgeſperrt, der Steuerſchieber das Ende ſeines Weges erreicht hat und der Dampfkolben durch die Expanſion des Dampfes fortgetrieben wird; in IV. iſt der Steuerſchieber wieder um einen Schritt zurückgegangen und in V nimmt er wieder ſeine mittlere Stellung ein, während der Dampfkolben an das andere Ende ſeines Weges gelangt iſt. Von nun an erfolgt das entgegengeſetzte Schieber- und Kolbenſpiel.

Sehr ähnlich dieſer Steuerung iſt die in Fig. 758 abgebildete Steuerung einer Dampfmaſchine von Farcot. Hier iſt der Rücken des Steuerſchiebers *A A A* mit ſechs rectangulären Mündungen zum Eintritt des bei *D* zuſtrömenden Dampfes verſehen, übrigens aber iſt die Einrichtung dieſes Schiebers die vorige. Den Rücken deſſelben bedecken zwei Expanſionsſchieber *B C* und $B_1 C_1$, wovon jeder zwei Löcher hat und durch eine Feder $F F_1$ gegen den Steuerſchieber gedrückt wird, damit dieſer bei ſeiner Bewegung jene mit fortführt. Dieſem Fortführen wird aber durch die Naſen *e* und e_1 und

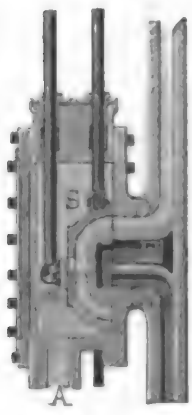
durch die Stifte f und f_1 Grenzen geſetzt, denn jene finden an zwei Daumen E, E_1, welche an dem Ende einer Welle EG feſtſitzen, dieſe aber an den Endflächen der Dampfkammer ein Hinderniß der Bewegung. In der Stellung, welche die Figur anzeigt, ſteht der Treibkolben unten, und der Dampf ſtrömt durch die unteren drei Löcher nach b und von da nach d und unter den Kolben, wogegen der Dampf über dem Kolben auf dem Wege $d_1 a c$ entweicht. Nun ſteigt der Steuerſchieber empor und nimmt den Expanſionsſchieber BC mit fort, wogegen der Schieber $B_1 C_1$ ſtehen bleibt, weil ſein Stift f_1 oben anſtößt; bei weiterem Fortrücken des Schiebers trifft die Naſe e an den Daumen E, es bleibt nun BC zurück und verſperrt dadurch die drei unteren Dampfwege, ſo daß nun Expanſion des Dampfes eintreten muß. Später nimmt der Steuerſchieber die umgekehrte Bewegung an, und führt hierbei beide Expanſionsſchieber mit fort, und wenn der Dampfkolben das Ende ſeines Weges erreicht hat, gelangt AAA wieder in die erſte Stellung; zugleich ſind die oberen drei Dampfwege eröffnet und es ſtrömt nun friſcher Dampf durch dieſe und auf dem Wege $b_1 d_1$ über den Kolben, wogegen der benutzte Dampf auf dem Wege dac abfließt (ſ. Principien der Daumenſteuerung von Eyth, im „Civilingenieur", Bd. 4).

Fig. 758.



Bei dem Steuerungsſyſteme in Fig. 759 bedeckt der durch ein beſonderes Kreisexcentrik in Bewegung zu ſetzende Expanſionsſchieber s die Dampföffnung a, wenn der Vertheilungsſchieber S ſeinen höchſten oder tiefſten Stand erreicht hat; bei dem Steuerungsſyſteme in Fig. 760 (a. f. S.) hingegen ſind es zwei durch den Vertheilungsſchieber gehende Canäle a und a_1, welche der Expanſionsſchieber abwechſelnd eröffnet und verſchließt. §. 470

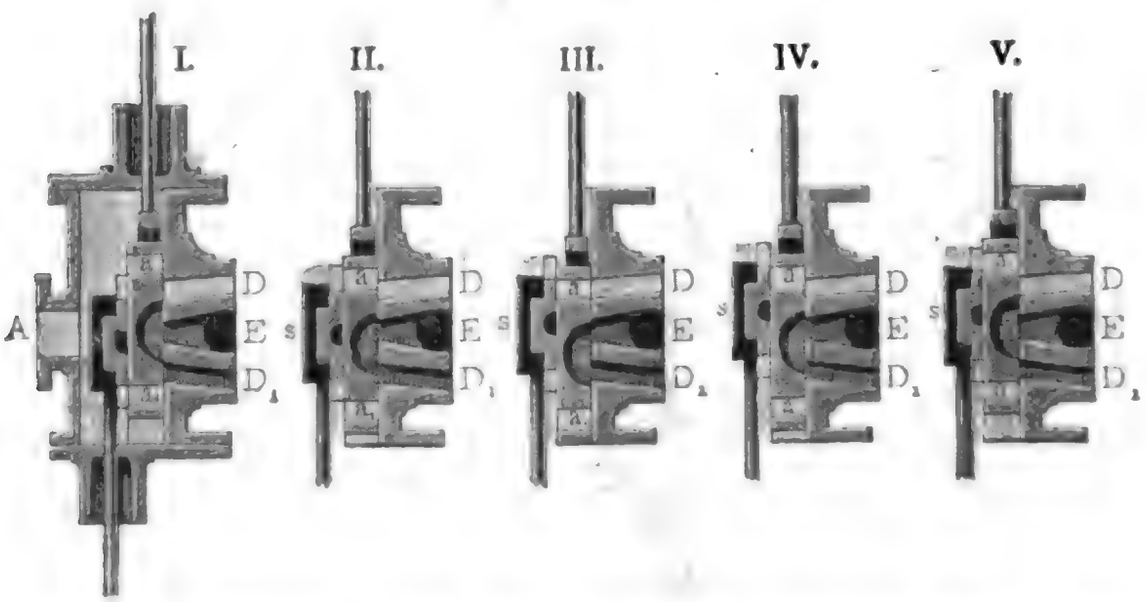
Fig. 759.



Um ſich eine genaue Vorſtellung von dem Hergange bei dieſer Steuerung zu verſchaffen, ſind in Fig. 760 die Schieber in fünf auf einander folgenden Stellungen dargeſtellt worden. In der mittleren Stellung I. ver-

ſperrt der Vertheilungsſchieber *S* die beiden Dampfwege, und es nähert ſich der Treibkolben dem Ende ſeines Weges; in der tieferen Stellung II. tritt *a* mit *D* in Communication, es ſtrömt daher friſcher Dampf durch *a* und *D*

Fig. 760.

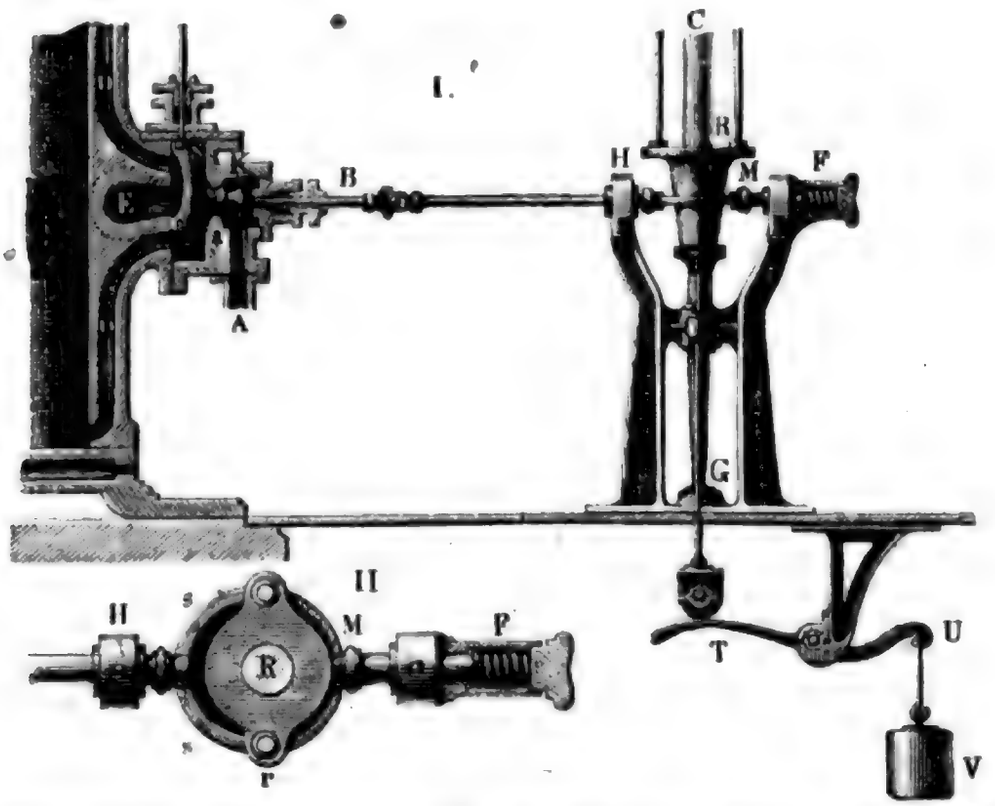


über den Treibkolben, ſo daß dieſer niederzugehen genöthigt wird; in der tiefſten Stellung III. ſteht *a* vollkommen über *D*, ſo daß der Dampfzufluß zum Dampfcylinder am vollkommenſten ſtattfinden würde, wenn nicht der Expanſionsſchieber *s* den Weg *a* verſperrt hätte. Da dies aber gerade der Fall, und der Expanſionsſchieber allmälig geſtiegen iſt, während der Vertheilungsſchieber niederging, ſo tritt bei der Stellung III. die Dampfabſperrung ein und es beginnt die Wirkung des Dampfes durch Expanſion. Beim Uebergange aus der Stellung III. in die Stellung IV. ſind beide Schieber emporgeſtiegen und es iſt deshalb der Canal *a* verſchloſſen geblieben; beim Uebergange aus IV. in V. iſt nur der Vertheilungsſchieber geſtiegen, der Expanſionsſchieber aber geſunken; es iſt daher der Canal *a* wieder eröffnet, doch findet noch immer Abſperrung des Dampfes Statt, da der Vertheilungsſchieber in V. wieder die mittlere Stellung eingenommen hat. Jetzt iſt der Treibkolben dem Ende ſeines Niederganges nahe, es ſteigt nun der Vertheilungsſchieber gerade ſo aufwärts, wie er vorher niederging, und er nimmt auch die entgegengeſetzten Stellungen ein, weshalb auch bei dem nun erfolgenden Aufgange des Dampfkolbens das Zulaſſen und Abſperren des Dampfes gerade ſo erfolgt wie bei dem vorhergehenden Niedergange.

Uebrigens iſt leicht zu ermeſſen, wie die Excentriks gegen einander ſowie gegen den Krummzapfen zu ſtellen ſind, um das eben beſchriebene Steuerungsſpiel hervorzubringen. Das Excentrik des Vertheilungsſchiebers iſt ungefähr um 90°, das des Expanſionsſchiebers aber nahe um 180° gedreht gegen den Krummzapfen zu ſtellen.

Meier'ſches Expanſionsventil. Sehr eigenthümlich iſt die in §. 471
Fig. 761 abgebildete Meier'ſche Steuerung mit variabler Expanſion. Es wird hier die Mündung a, durch welche der bei A zufließende Dampf in

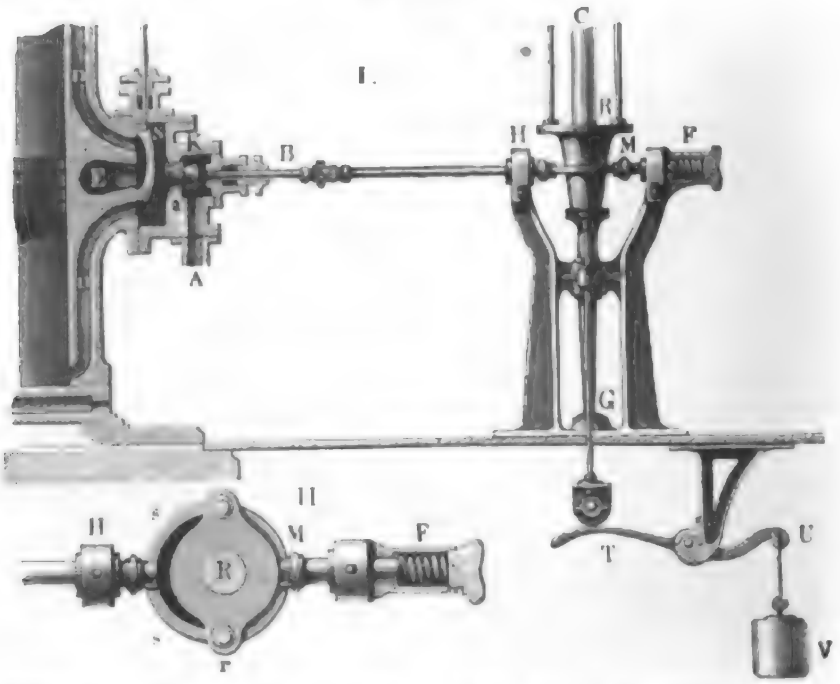
Fig. 761.



die Dampfkammer tritt, durch einen kegelförmigen Spund K verſchloſſen, und es iſt zu dieſem Zwecke dieſe Mündung koniſch ausgenommen. Uebrigens erfolgt die Vertheilung des Dampfes durch den Schieber S ganz ſo wie in den meiſten der oben beſchriebenen Steuerungsſyſteme. Das regelmäßige Auf- und Zuſchließen der Mündung a durch den Kegel K wird auf folgende Weiſe hervorgebracht. Der Stiel BH dieſes Kegels K läuft in einem Ringe HM (II.) aus und ſtemmt ſich gegen eine Spiralfeder F. Der Ring HM umfaßt einen mit zwei Längenrippen verſehenen Kegel R, der mittels einer Spindel CG durch die Maſchine in ſtetiger Umdrehung erhalten wird. Die Feder F ſchiebt den Ring in der Richtung MH und dadurch das Ventil K in die Mündung a, die koniſche Hülſe R hingegen bewegt mittels ihrer etwas ſpiralförmig laufenden Rippen r und r_1 den Ring in der entgegengeſetzten Richtung HM, und zieht hierbei den Spund aus der Mündung a zurück. Im letzten Falle findet Dampfzufluß, dagegen im erſten Dampfabſperrung und daher Expanſion des Dampfes Statt. Macht die Spindel CG, und alſo auch die Hülſe R mit der Krummzapfenwelle in einerlei Zeit gleichviel Umdrehungen, ſo wird, wie ſehr recht, mittels der Rippen r und r_1 bei jedem Spiele zweimal, und alſo für jeden Auf- und Niedergang des Kolbens einmal friſcher Dampf zugelaſſen. Wenn man die Hülſe R höher

hebt, ſo bringt man eine ſchwächere Stelle der Rippe r in die Ebene des Ringes, und es wird dadurch die Zeit der Eröffnung von a eine kleinere,

Fig. 762.

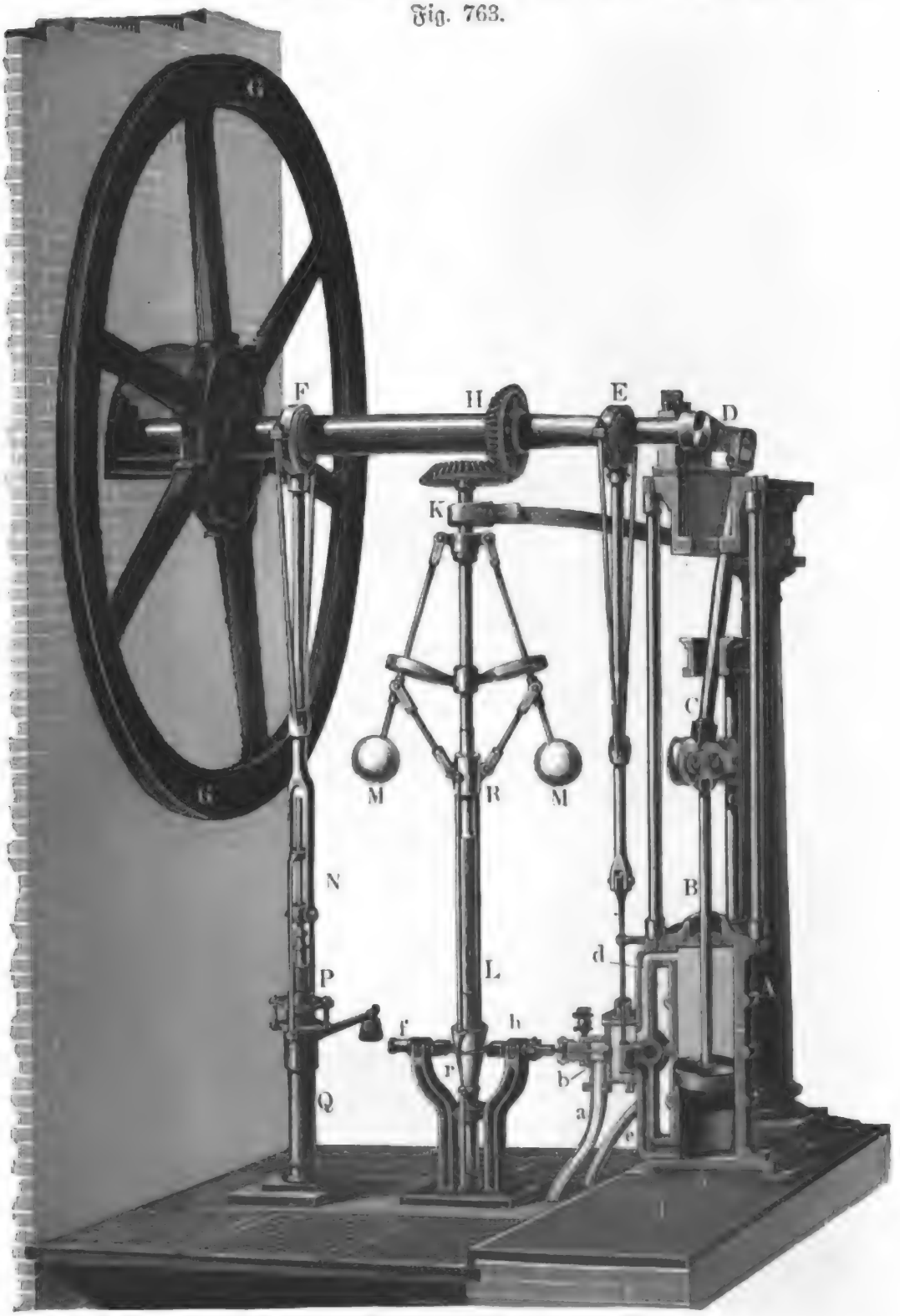


und wenn man umgekehrt die Hülſe R tiefer ſtellt, ſo kommen die ſtärkeren Stellen von r und r_1 in die Ringebene und es wird daher dann bei Umdrehung von R die Mündung a längere Zeit entſtöpſelt und daher ein größerer Dampfzufluß eintreten. Um aber dieſes Heben oder Niederlaſſen der Hülſe, dem Bedürfniß an Dampf entſprechend, durch die Maſchine ſelbſt hervorbringen laſſen zu können, verbindet man dieſelbe mit dem Schwungkugelregulator durch verticale Stäbe.

Die weſentliche Einrichtung einer Dampfmaſchine mit der variabeln Expanſionsſteuerung nach Meier läßt ſich aus der Abbildung in Fig. 763 erſehen. Es iſt hier A der Dampfcylinder, B die Kolbenſtange, CD die Kurbelſtange, D der Krummzapfen, EF die Welle und GG das Schwungrad. Die Stangen B und CD ſind durch ein Gelenk O mit einander verbunden, das mit zwei Frictionsrädchen ausgerüſtet iſt, die an den Leitſtangen c, c auf- und niedergehen. Der friſche Dampf ſtrömt durch das Rohr a in die Dampfkammer b, und von da durch die Canäle bd und bd_1 abwechſelnd oben und unten in den Cylinder; der benutzte Dampf hingegen wird durch das Rohr c abgeleitet. Das Expanſionsventil oder der Expanſionskegel im Inneren von b wird, wie wir ſoeben angegeben haben, durch eine Spiralfeder f und eine doppelt gerippte Hülſe r mittels einer Stange bh, wie erforderlich, hin- und zurückgeſchoben; die Hülſe r iſt auf der Spindel

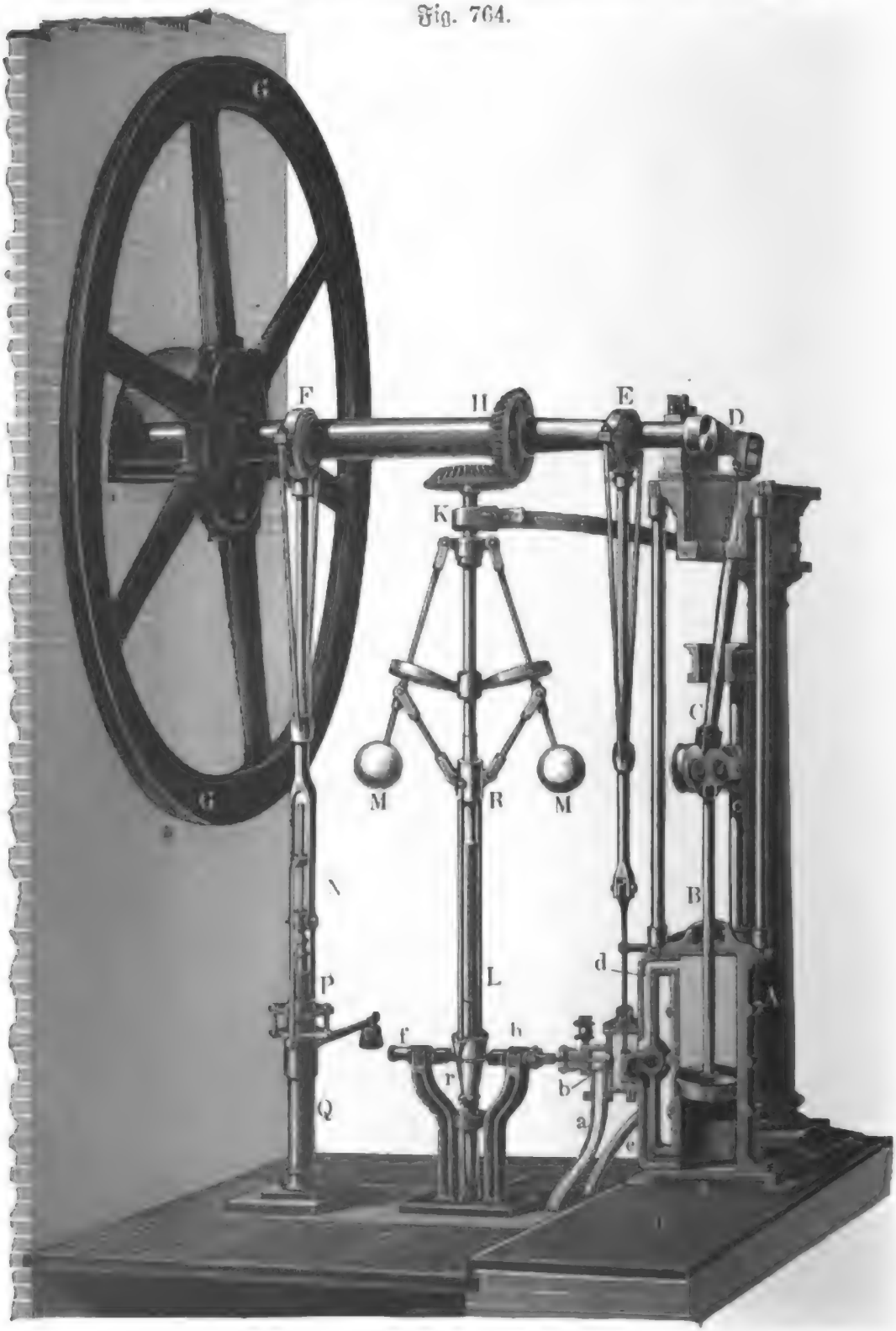
KL verſchiebbar, welche mittels des koniſchen Räderwerkes HK in Umdrehung geſetzt wird. Der Schwungkugelregulator MM hebt beim Wachſen der Ge-

Fig. 763.



ſchwindigkeit die Hülſe *r* mittels der Stäbe, womit beide unter einander verbunden ſind, empor, mäßigt dadurch den Dampfzufluß, und läßt ebenſo *r*

Fig. 764.



nieder, wenn die Geschwindigkeit abnimmt, so daß nun der Dampfzufluß ein stärkerer und der weiteren Abnahme an Geschwindigkeit eine Grenze gesetzt wird. Uebrigens wird die Hülse noch mittels eines Hebels TU durch ein Gegengewicht V (s. Fig. 762) getragen, damit die Bewegung derselben durch die Schwungkugeln leicht erfolge.

Noch ersieht man in PQ, Fig. 763, die Speisepumpe, welche durch ein Kreisexcentrik F und mittels der Excentrikstange FN im Gange erhalten wird.

Statt des Spundes oder spundförmigen Admissionsventils K, Fig. 762, wendet man in neueren Zeiten ein viel leichter zu bewegendes Glockenventil (s. §. 449) an, und läßt dasselbe auch wohl mittels eines Hebelmechanismus durch auf der Schwungradwelle sitzende Daumen in Bewegung setzen. In Fig. 765 ist die Seitenansicht dieses Steuerungsmechanismus

Fig. 765.

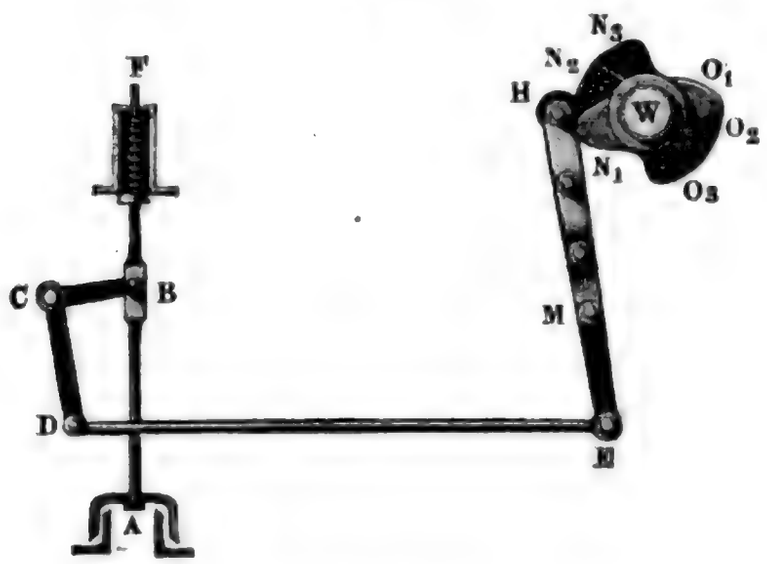
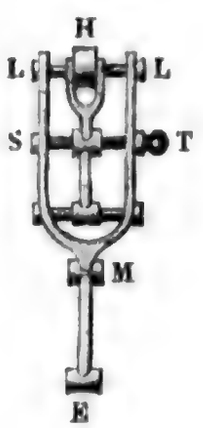


Fig. 766.

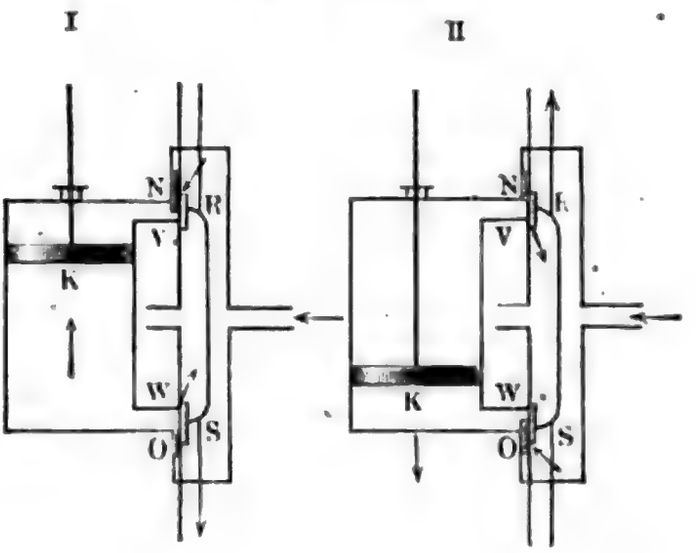


abgebildet. Das Admissionsventil A wird mittels seiner Stange AF durch die Spiralfeder F geschlossen und durch den Winkelhebel BCD eröffnet und letzterer wird mittels einer Stange DE an einen anderen um M drehbaren Hebel EH durch ein Paar der auf der Schwungradwelle W sitzenden Doppeldaumen $N_1 - O_1$, $N_2 - O_2$, $N_3 - O_3$ in Bewegung gesetzt. Das Frictionsrädchen H am Ende des Hebels EH läßt sich mittels einer Schraubenspindel ST, Fig. 766, längs seiner Axe LL verschieben und ist, je nachdem ein größerer oder kleinerer Expansionsgrad gefordert wird, mit dem einen oder anderen Daumenpaar in Berührung zu bringen.

Schiebersteuerung mit beweglichem Sitz. Bei der gewöhnlichen §. 472
Steuerung mit einem einfachen Schieber werden, wie Fig. 736 darstellt, nahe vor dem Ende des Kolbenwegs beide Dampfwege zugleich eröffnet, beginnt also der Dampfzufluß auf der einen Seite gleichzeitig mit dem Dampf-

abfluß auf der andern Seite; da aber die beſſere Ausnutzung der Dampfkraft fordert, daß das Voreilen des Dampfſchiebers auf der Seite des Ablaſſens größer ſei als das Voreilen auf der Seite des Zutritts, ſo iſt bei Anwendung des einfachen Schiebers die Steuerung oder das Zu- und Ablaſſen des Dampfes eine unvollkommene. Anders iſt es dagegen bei Anwendung von zwei Schiebern oder, wie in der neueren Zeit von Napier und Rankine vorgeſchlagen worden iſt, von einem Schieber mit beweglichem Sitze. Eine ideelle Darſtellung eines ſolchen Schiebermechanismus liefert Fig. 767 I. und II.

Fig. 767.



In I. iſt der Kolben K nahe am Ende ſeines Aufgangs, dagegen in II. nahe am Ende ſeines Rückgangs; die Dampfwege V und W ſind durch die Schieberplatten ſo bedeckt, daß bei weiterem Niedergang des Schiebers in dem einen Falle durch V der Dampfzutritt und durch W der Dampfabfluß ſowie beim weiteren Aufgang deſſelben im zweiten Falle durch V der Dampfaustritt und durch W der Dampfzufluß erfolgen kann. Um nun aber den Dampfabfluß eher beginnen zu laſſen als den Dampfzufluß auf der anderen Seite des Kolbens K, macht man die Weite der Dampfwege V und W variabel, indem man einen beweglichen Sitz NO für die Schieberflächen R und S anbringt. In der Darſtellung I. ſteht dieſer gleichſam einen zweiten Schieber bildende Ventilſitz NO in ſeiner unteren Stellung, wo er den Zutritt des Dampfes durch V, in der Darſtellung II. ſteht derſelbe dagegen in ſeiner oberen Stellung, wo er den Zutritt des Dampfes durch W verzögert, während in beiden Stellungen der Dampfabfluß dadurch gar nicht alterirt wird.

Die ſpecielle Einrichtung eines Adam'ſchen Entlaſtungsſchiebers mit einem ſolchen beweglichen Ventilſitz führt Fig. 768 vor Augen. Es iſt hier RS der durch die Stange AB zu bewegende Schieber und NO der durch die Stange CN zu verſchiebende Schieberſitz, durch welchen die Dampf-

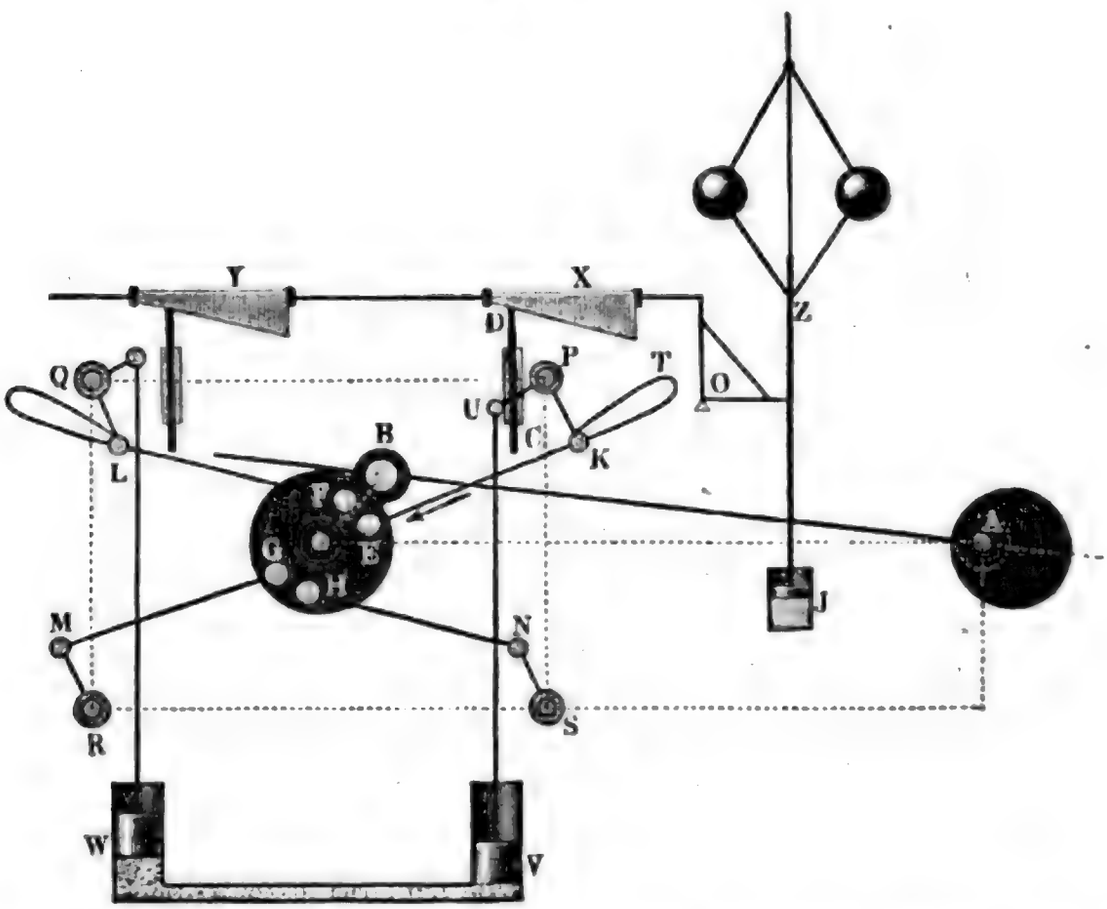
mehr ähnelnde Gangart mit der Vorspannung auf 227 und 252 mm absinken. Durch Einlegen von Zwischenringen in Vorspannung

gleicher Fahrbahn 227 und 254 mm. Ohne weiteren Kommentar sind diese Zahlen für sich selbst sprechend.

Weitere Konstruktionen. Eigenartig ist die Bauart der Ice Moving Traction Co. Ltd. Hier dienen nicht die Bandeisen selbst als Fahrbahn, sondern es sind auf diese Bandeisen Querstücke aufgenietet, die ihrerseits die Fahrbahn bilden. Diese Querstücke sind in Abb. 3 und 4 dargestellt. Sie sind mit Gummi belegt und haben eine Breite von 254 mm.

Dampfes. Dieſe Drehſchieber ſind ſo nahe wie möglich an den Cylinder CD gerückt, damit der ſchädliche Raum ſo klein wie möglich ausfalle. Die Steuerung iſt theils Excentrik- theils Gewichtsſteuerung; ein gewöhnliches Kreisexcentrik A ſetzt durch ſeine Stange AB (ſiehe die ſchematiſche Darſtellung in Fig. 771) eine Kreisſcheibe $EFGH$ in eine ſchwingende Be-

Fig. 771.



wegung und dieſe wieder mittels der Stangen EK, FL, GM und HN und der zugehörigen Arme KP, LQ, MR und NS, theils direct, theils indirect die vier Drehſchieber P, Q, R und S. Bei den beiden Drehſchiebern R und S für die Emiſſion iſt die Verbindung mit den Steuerſtangen eine directe; bei den beiden Drehſchiebern P und Q für die Admiſſion iſt dagegen ein beſonderer Mechanismus eingeſchaltet, durch welchen die Verbindung derſelben mit den Steuerſtangen gelöſt wird, ſo daß nun der eine oder der andere Drehſchieber durch ein fallendes Gewicht zurückgedreht und der Dampf abgeſperrt wird. Zu dieſem Zwecke iſt 1) der eine Arm des Winkelhebels, wodurch der Drehſchieber in Bewegung geſetzt wird, mit einem Daumen verſehen, welcher die Steuerſtange EK bei ihrem Ausſchieben in der Richtung des Pfeils mittels einer Naſe ergreift, und dadurch den Drehſchieber ſo ſtellt, daß der Dampfzutritt zum Cylinder erfolgen kann, ferner iſt 2) eine Hemmſtange CD angebracht, deren Fußende mit der Steuerſtange beim wei-

teren-Ausſchub derſelben in Berührung kommt, wodurch das Maul einer am Ende dieſer Stange feſtſitzenden Stahlfeder T geöffnet und der Daumen K freigemacht wird, ſo daß nun der Winkelhebel durch das an dem zweiten Arme PU deſſelben hängende Gewicht V, ſowie der an ſeiner Axe ſitzende Drehſchieber in umgekehrter Richtung gedreht und durch denſelben der Dampfweg nach dem Cylinder abgeſperrt wird, folglich die Expanſion des Dampfes in demſelben beginnen kann. Gegen Ende des Kolbenwegs wird dann das Emiſſionsventil S mittels der Steuerſtange HN eröffnet, worauf nun der Abfluß des Dampfes erfolgt.

Der Rückgang des Dampfkolbens beginnt hierauf mit Eröffnung des Admiſſionsventils Q auf der anderen Seite des Kolbens, mittels der Steuerſtange FL. Mit dieſem Rückgange iſt auch der Rückgang der erſten Steuerſtange und das Wiedereinrücken des Daumens K in die Feder T verbunden. Später wird das Gewicht W am Hebel des anderen Admiſſionsventils ausgelöſt, worauf ſich die Vorgänge des erſten Drehſchiebers an dem des zweiten wiederholen.

Die Gewichte, durch welche die Drehſchieber nach erfolgter Auslöſung die Dampfwege abſchließen, bewegen ſich zur Verhinderung der ſchädlichen Stöße in mit Luft angefüllten Cylindern V und W.

Zum Reguliren des Ganges der Maſchine dient ein durch einen Winkelhebel O an die verſchiebbare Hülſe des Schwungkugelregulators Z angeſchloſſener horizontaler Steuerbaum mit zwei Keilen X und Y, deren nach unten gerichtete Flächen dem weiteren Aufſteigen der verticalen Hemmſtangen ein Hinderniß entgegenſetzen.

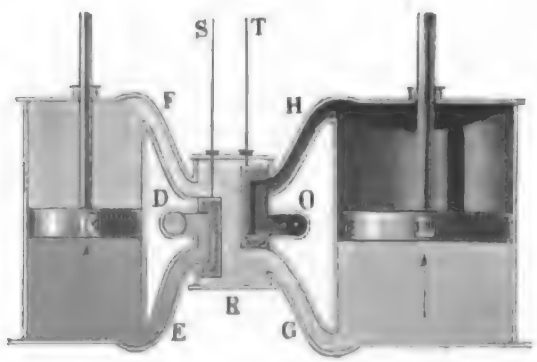
Je nachdem die Umdrehungsgeſchwindigkeit dieſes Regulators ſteigt oder fällt, wird der Steuerbaum mehr nach rechts oder links geſchoben, dabei die eine oder andere Hemmſtange durch die Keile mehr oder weniger herabgedrückt, daher auch das eine oder andere Steuergewicht eher oder ſpäter ausgelöſt und der zum Cylinder führende Dampfweg verſchloſſen.

Um die Stöße zwiſchen den Keilen und den Hemmſtangen möglichſt ſanft zu machen iſt endlich noch an der Regulatorhülſe ein Kolben angebracht, welcher ſich in einem mit Waſſer angefüllten Cylinder J bewegt, und daher das ſchnelle Auf- und Niederſteigen der Hülſe ſowie die plötzliche Verſchiebung des Steuerbaums ſammt den Keilen verhindert.

Woolfſche Maſchinen. Man kann auch noch dadurch den Dampf durch ſeine Expanſion wirken laſſen, daß man denſelben nach der in einem Cylinder vollbrachten Wirkung noch in einen zweiten und weiteren Cylinder treten und auch auf den Kolben in dieſem wirken läßt. Solche aus zwei Cylindern beſtehende Expanſionsmaſchinen werden nach ihrem Erfinder Woolf'ſche Maſchinen genannt. In Frankreich wurden ſie zuerſt von §. 474

Edward eingeführt, weshalb man ſie auch oft nach dieſem benennt. Man verwendet durch dieſe Maſchinen Dampf von 3 bis 4 Atmoſphären Spannung, läßt denſelben im großen Cylinder bis auf das Vierfache ſich ausdehnen und condenſirt ihn nach vollbrachter Wirkung im großen Cylinder mittels eines gewöhnlichen Condenſators. Die Kolbenſtangen von beiden Cylindern ſind in der Regel an einem und demſelben Balancier, und zwar die des kleineren innen und die des größeren außen angeſchloſſen. Die Einrichtung und Wirkungsweiſe einer Woolf'ſchen Dampfmaſchine iſt aus der ideellen Darſtellung in Fig. 772 zu erſehen. Der bei D zutretende und in den an der Stange S hängenden Schieber eintretende Dampf wird abwechſelnd durch die Canäle E und F in den kleinen Cylinder geführt, ſetzt daſelbſt den Kolben K in Bewegung, und ſtrömt, nach vollbrachter Wirkung, abwechſelnd durch F und E in die Dampfkammer R. Aus dieſer wird er durch die Canäle G und H in den großen Cylinder, ſowie von da, nach vollbrachtem Ausſchube des Kolbens L, in den an der Stange T hängenden Schieber geleitet, und gelangt von da zuletzt durch das Rohr O zum Abfluß. Beide Dampfkolben gehen, wenn die beiden Dampfſchieber die entgegengeſetzten Stellungen einnehmen, gleichzeitig auf und nieder.

Fig. 772.



Die Steuerungsverhältniſſe einer ſolchen Maſchine laſſen ſich aus Fig. 773 erſehen.

Hier iſt AA der kleine Cylinder, in welchem der Dampf zuerſt und, nach Befinden, ohne Expanſion wirkt, und BB der (nur zum Theil ſichtbare) große Cylinder, in welchem der Dampf ſeine Arbeit durch Expanſion verrichtet. Der friſche Dampf wird dem Cylinder AA durch einen ringförmigen, um dieſen Cylinder herumlaufenden Canal CC_1, welcher mit den Löchern d und d_1 in die Dampfkammer DD_1 einmündet, zugeführt. In dieſe Kammer münden drei andere Canäle E, E_1 und F ein; von denſelben führt der eine den Dampf unter, der andere den letztern aber über den Kolben im Cylinder AA, der dritte endlich leitet denſelben in die Dampfkammer GG_1 des zweiten Cylinders. Von den Einmündungen der Canäle E, E_1 und F in die Dampfkammer DD_1 bedeckt der Schieber S immer nur je zwei, ſo daß der friſche Dampf ſtets durch die dritte, z. B. durch e, in einen der Canäle E und E_1 und von da in den Cylinder AA ſtrömen, der einmal gewirkt habende Dampf aber durch den anderen Canal E_1 und von

da durch F der Kammer $G\,G_1$ zugeführt werden kann. Der Dampfſchieber S erhält ſeine Bewegung von einem Kreisexcentrik, welches zunächſt eine Welle

Fig. 773.

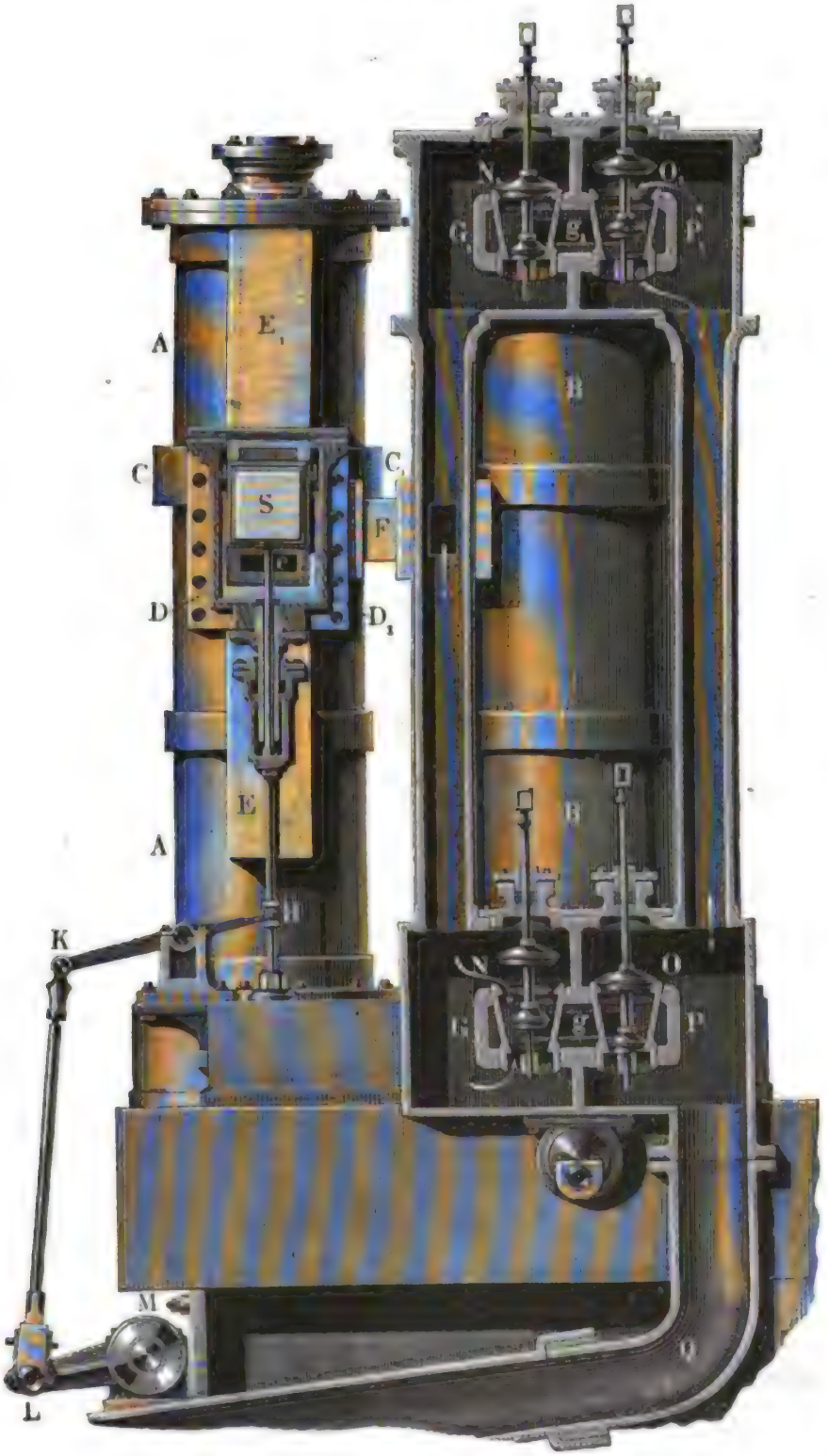


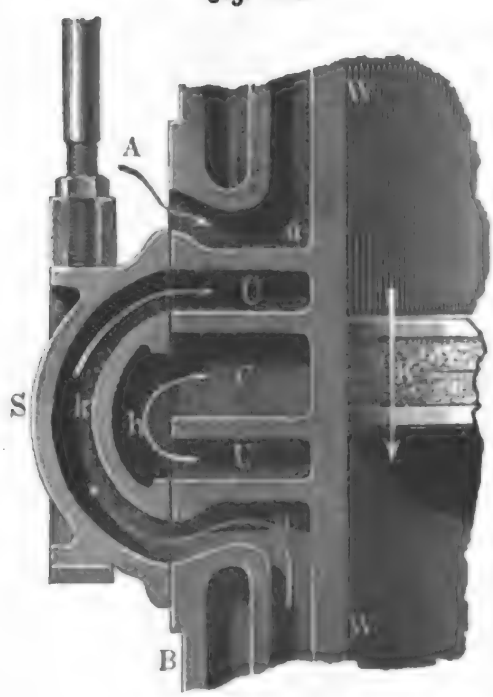
Fig. 1. Hodgson's Patent Water-tube Boiler, with Superheating Apparatus.

iſt. In der Dampfkammer $G G_1$ befinden ſich zwei Doppelventile N und N_1, bei deren Aufziehen die nach dem Cylinder BB führenden Dampfwege g und g_1 eröffnet werden. Neben der Kammer $G G_1$ befindet ſich noch eine andere Kammer PP_1, welche durch zwei andere Ventile O und O_1 ebenfalls mit g und g_1, ſowie durch die Röhre Q mit dem Condenſator in Communication geſetzt iſt. Durch Aufziehen der Ventile O und O_1 wird dem Dampfe, welcher in BB ſeine zweite und letzte Wirkung hervorgebracht hat, Gelegenheit zum Abfluſſe in den Condenſator verſchafft. Das Auf- und Niederlaſſen der Ventile N, N_1, O und O_1 erfolgt übrigens durch einen aus Stangen und Hebeln zuſammengeſetzten und an die Welle M angeſchloſſenen Mechanismus auf eine leicht zu fingirende Weiſe. Bei der Schieber- und Ventilſtellung, welche die Figur vorſtellt, ſtrömt der friſche Dampf unter den Kolben in AA und treibt folglich dieſen empor; gleichzeitig gelangt der in AA einmal wirkſam geweſene Dampf auf dem Wege $E_1 F G N$ auch unter den Kolben im zweiten Cylinder BB und nöthigt auch dieſen zum Aufgange. Bei umgekehrter Stellung des Schiebers und der Ventile findet natürlich auch die umgekehrte Kolbenbewegung Statt. Es ſteigen alſo die Kolben in beiden Cylindern gemeinſchaftlich auf und nieder.

Die Dampfmaſchine von Legavrian iſt eine Dampfmaſchine nach dem Woolf'ſchen Principe mit drei Cylindern. (S. Fig. 724, §. 453.)

Statt der Ventilſteuerung oder der Steuerung durch zwei Schieber bringt §. 475

Fig. 775.



man in neuer Zeit auch den Hick'ſchen Doppelſchieber bei Woolf'ſchen Dampfmaſchinen mit Vortheil zur Anwendung. Dieſer Dampfſchieber S, Fig. 775, enthält zwei Canäle oder Dampfwege h und k, und bewegt ſich auf einem Schieberſpiegel AB mit den Ein- und Ausmündungen von fünf Dampfwegen, wovon U und $\ddot{U}$ unter und über den Dampfkolben im großen, ſowie u und $\ddot{u}$ unter und über den Dampfkolben im kleinen Cylinder führt, und C mit dem Condenſator in Verbindung ſteht. Bei der Schieberſtellung in Fig. 775 tritt der friſche Dampf bei $\ddot{u}$ über den kleinen Kolben, während der Dampf

Ich habe gesagt, daß Jackson Island, auf dem sich die Flüchtlinge befanden, nur wenige Meilen von der Mündung des Ohio entfernt lag. Es war also nicht schwierig, sich dorthin zu begeben. Am Tage vorher hatte Cyrus Harding eine Fahrt stromabwärts gemacht, um sich zu überzeugen, daß die Strömung des Mississippi nicht zu stark sei, und er hatte sich mit Pencroff und Herbert in einem kleinen Kahn eingeschifft, der sie in wenigen Stunden an Ort und Stelle brachte.

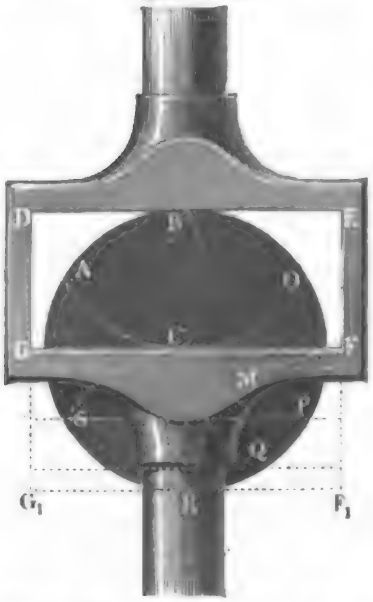
Sie hatten sich auch überzeugt, daß der Kahn, obgleich er nicht sonderlich gebaut war, sie alle fünf, ihre Waffen und ihr Gepäck ohne Gefahr tragen konnte.

Am Morgen des Donnerstag hatte man sie bemerkt, daß sie sich zur Abfahrt rüsteten. Gideon Spilett, Neb und Harbert hatten sich an Bord des Kahns begeben, der sich in einiger Entfernung vom Ufer befand, während Cyrus Harding, Pencroff und Top sich noch auf dem Lande befanden. Sie hatten sich von Lincoln Island verabschiedet, und Top, der sich nicht von seinem Herrn trennen wollte, war ihnen gefolgt. Der Hund hatte sich ins Wasser gestürzt und war mit kräftigen Schwimmstößen an das Ufer gelangt. Cyrus Harding, Pencroff und Top hatten sich nun auf den Weg gemacht, um den Kahn zu erreichen, der sie nach Jackson Island bringen sollte.

Es war ungefähr 8 Uhr morgens, als sie sich einschifften. Der Kahn, der mit Segeln versehen war, wurde von einem günstigen Winde getrieben, der sie in wenigen Stunden an Ort und Stelle brachte.

In der in Fig. 778 abgebildeten Daumenſtellung hat der Rahmen ſoeben ſeine höchſte Stellung erlangt, und es dreht ſich nun das Bogendreieck um den Winkel $BCO = 60$ Grad, wobei der Bogen AB mit der Seite DE in Berührung bleibt, folglich ein weiteres Aufſteigen des Schiebers nicht ſtatt hat. Bei der letzten Stellung kommt die vordere Dreiecksſeite CB mit der Kante FG in geometriſche Berührung, und während nun dieſe Seite allmälig aus der Lage CO in die Lage CP übergeht, ſich alſo wieder um einen Winkel von 60 Grad dreht, rückt der Berührungspunkt M von C nach und nach bis P. Schließlich gelangt die Vorderſeite CB durch eine weitere Drehung um 60 Grad noch aus der Lage CP in die Lage CR, wobei der Eckpunkt B aus P nach R kommt und die Rahmenſeite FG in die tiefſte Stellung geſchoben wird. Genau auf dieſelbe Weiſe wie der Niedergang erfolgt nun auch der Aufgang der Schieberſtange. Die Bogenſeite AB, welche in die Lage PR gekommen iſt, gleitet nun an der nach $F_1 G_1$ gelangten unteren Rahmenſeite hin, ohne den Rahmen weiter fortzuſchieben; iſt aber der vordere Eckpunkt nach S und die Vorderſeite in die Lage CS gekommen, ſo gelangt dieſelbe mit der oberen Rahmenſeite in geometriſche Berührung, und es ſchiebt nun das Bogendreieck den ganzen Rahmen um den der Rahmenweite gleichen Scheibenhalbmeſſer allmälig wieder empor. Bei dieſem Mechanismus der Schieberbewegung iſt der Schieber während eines Drittels der Spielzeit in Ruhe, und während zwei Drittel in Bewegung, folglich die Bewegung deſſelben ſowie das Eröffnen und Verſchließen der Dampfwege durch denſelben raſcher als bei Anwendung eines gewöhnlichen Kreisexcentriks.

Fig. 778.



Woolf'ſche Maſchinen, wo der Dampf ſchon im kleinen Cylinder durch Expanſion wirken ſoll, erhalten außer dem Vertheilungsſchieber noch einen beſonderen Expanſionsſchieber.

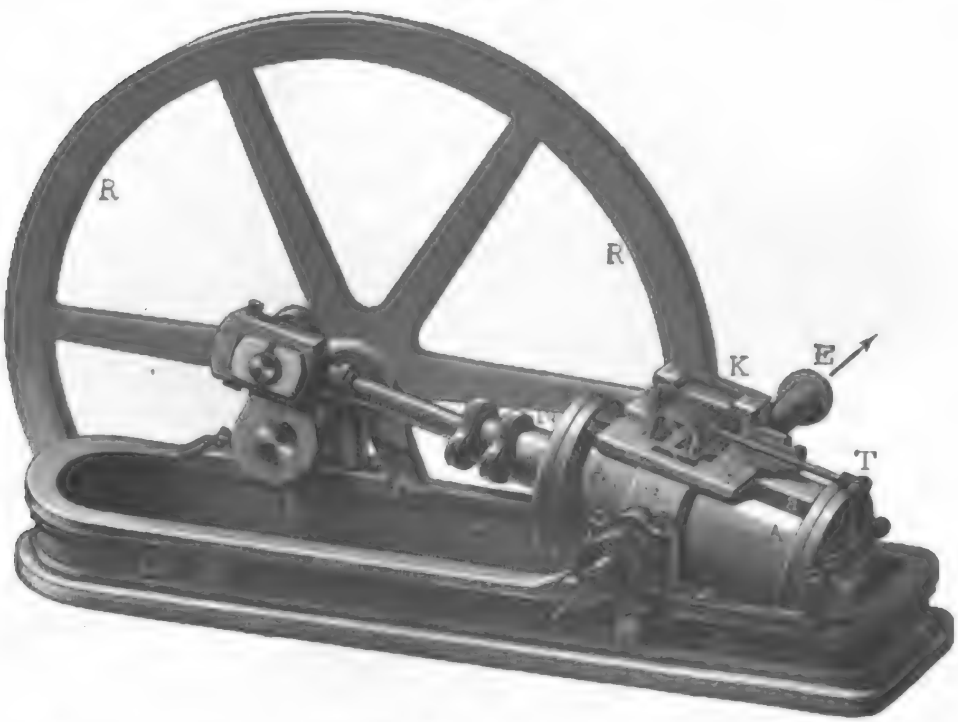
Sims'ſche Maſchine. Eine eigenthümliche Conſtruction hat die Expanſionsdampfmaſchine mit doppelt liegendem Cylinder von Sims. Dieſe Maſchine beſteht aus zwei mit ihren Endflächen an einander anſtoßenden Cylindern AB und BC, Fig. 779 (a. f. S.), von verſchiedenen Weiten und aus zwei auf einer und derſelben Kolbenſtange DF feſtſitzenden Kolben D und E, wovon der eine (E) durch den aus der Dampfkammer G mittels §. 476

Fig. 779.

des Canales *a b c* zugeführten ſtark geſpannten Dampf nach der einen, und der andere (*D*) durch den aus dem kleinen Cylinder *C E* durch die Canäle *c b a* und *d e* ſtrömenden Dampf nach der anderen Richtung bewegt wird. Der Raum *D B E* zwiſchen beiden Kolben ſteht durch ein Rohr *H* mit dem Condenſator *K* in Verbindung; es findet daher hier ein kleiner Gegendruck Statt, welcher, da *D* größer als *E* iſt, die Bewegung der Kolbenverbindung in der Richtung *E D* etwas befördert, und die in der Richtung *D E* ebenſo viel hindert. Der verbrauchte Dampf ſtrömt, nachdem er ſich in *A B* ausgedehnt und den Kolben *D* ausgeſchoben hat, durch einen Canal *L* in eine (nur von oben zu ſehende) Röhre *M* und von da durch eine Röhre *N* nach dem Condenſator *K*. Das abwechſelnde Zu- und Ablaſſen des Dampfes wird durch einen Schieber *S* in der Dampfkammer *G* und durch ein (hier unſichtbares) Ventil in der Röhre *M* bewirkt, und beide Theile werden mittels der Stangen *O*, *P* und *Q*, und der Hebel *R* und *T* durch die Excentrikſtange *U V* bewegt. Man erſieht auch noch in der Figur die Kurbel *W* und ihre Stange *X*, ſowie das Schwungrad *Y Y*, wodurch die hin- und hergehende Bewegung der Kolbenſtange *C D* in eine nahe gleichförmige Umdrehungsbewegung der Welle *Z* verwandelt wird (ſ. The Pract. Mechanic's Journal 1849, July, p. 50, oder das polyt. Centralblatt 1851, Liefer. 1).

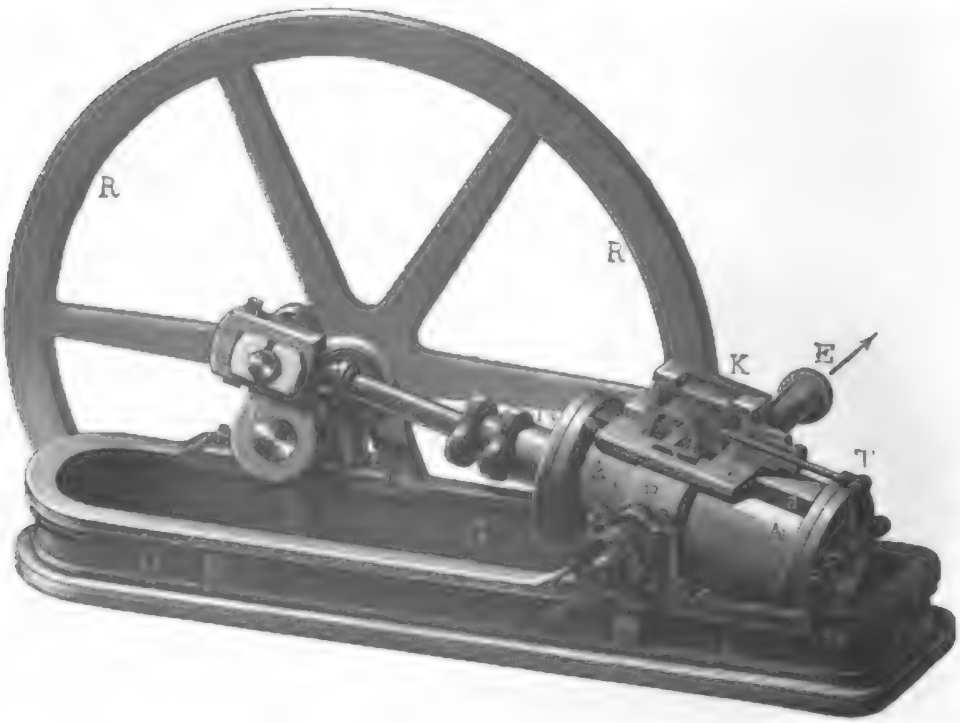
Alban'ſche Maſchinen. Eine recht einfache oſcillirende Dampfmaſchine von Dr. Alban in Plau iſt Fig. 780 abgebildet (ſiehe die §. 477

Fig. 780.



„Hochdruckdampfmaſchine“ von Alban, Roſtock u. ſ. w.). Es hat hier der Dampfcylinder AA_1 zwei angegoſſene hohle Zapfen, und letztere ruhen in gewöhnlichen Zapfenlagern, wie B (Fig. 401, §. 194), welche auf einem rahmenförmigen Geſtelle GGG befeſtigt ſind. Die Röhren D und E, wovon die eine den Dampf zuführt und die andere denſelben nach vollbrachter Wirkung ableitet, ſtehen mit den Zapfenhöhlungen in Communication, und ſind darin durch Stopfbüchſen, wie S, abgedichtet. Die Fußplatte F der auf dem Dampfcylinder aufſitzenden, in der Abbildung der Länge nach halb durchſchnittenen Dampfkammer K hat vier Mündungen, wovon die vordere (1) durch den Canal B und durch die Höhlung des Zapfens BS mit dem Dampfrohre D, und die mittlere (2) durch einen gleichen Canal auf der anderen Seite des Cylinders und durch die Höhlung des zweiten Zapfens mit dem Austragerohr E communicirt. Die letztere Mündung iſt vom (mit abgeſchnittener Seitenwand dargeſtellten) Schieber L ſtets, und von den ihr zur Seite ſtehenden Mündungen (3) und (4), iſt, je nach der Schieberſtellung,

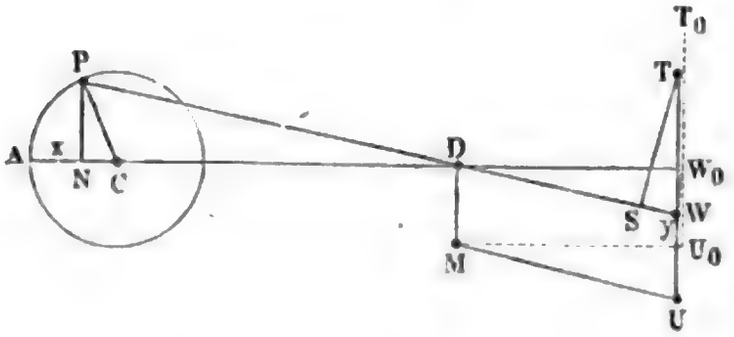
Fig. 781.



nur die eine oder andere bedeckt. Der durch (1) zutretende friſche Dampf ſtrömt bei der abgebildeten Schieberſtellung durch (3) in den Canal a und von da nahe über dem Boden A in den Cylinder, wogegen der gewirkt habende Dampf durch den Canal a_1 mittels (4) in die Dampfkammer und von da wieder durch (2) in das Austragerohr E geleitet und abgelaſſen wird. In der ent-

gegengeſetzten Schieberſtellung, wobei (3) vom Schieber eingeſchloſſen iſt und (4) frei liegt, finden natürlich in a und a_1 die entgegengeſetzten Bewegungen des Dampfes Statt. Die Kraft des Dampfkolbens wird hier durch die Kolbenſtange O direct auf den Krummzapfen P übertragen. Zur Geradführung der Kolbenſtange dient die Stopfbüchſe N mit einem ungewöhnlich langen Gehäuſe. Um eine möglichſt gleichförmige Umdrehungsbewegung zu erhalten, iſt noch das Schwungrad RR auf die Krummzapfenwelle aufgeſetzt. Zur Bewegung des Schiebers dient ein Hebelmechanismus, deſſen Welle W auf dem Boden A des Dampfcylinders gelagert iſt. Eine um den feſten Punkt M drehbare Lenkſtange MU iſt an einem und die Schieberſtange LT am anderen Arme dieſes Hebelmechanismus angeſchloſſen; in Folge der Schwingung der Welle W um die Axe DE nimmt der Schieber die erforderliche hin- und hergehende Bewegung an. Um ſich hiervon die Ueberzeugung zu verſchaffen, iſt die geometriſche Darſtellung des ganzen Bewegungsmechanismus der Maſchine in Fig. 782 näher zu betrachten. Es bedeutet hier C die Axe der Krummzapfenwelle, D die Drehungsaxe des

Fig. 782.



Dampfcylinders, W die Wellenaxe des Steuerungsmechanismus und M die feſte Drehungsaxe des Lenkarmes. Dreht ſich der Kurbelarm $CP = r_1$ um den Winkel $ACP = \beta$, ſo legt der Dampfkolben nahe den Weg

$$AN = x = r_1 \,(1 - cos.\,\beta)$$

zurück, und es nimmt die Axe der Kolbenſtange die Neigung $ADP = \alpha$ an, welche durch die Formel

$$sin.\,\alpha = \frac{NP}{DP},$$

oder annähernd,

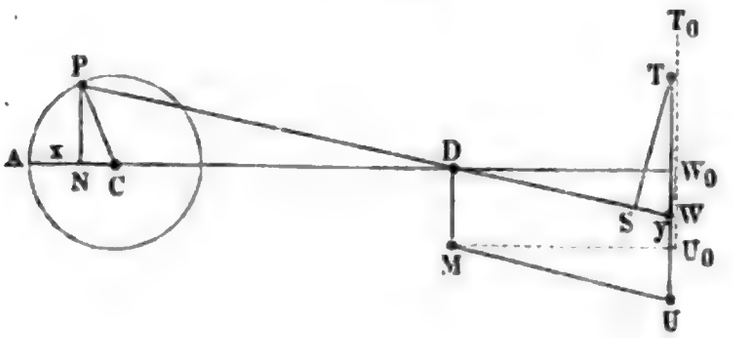
$$sin.\,\alpha = \frac{r_1\, sin.\,\beta}{d}$$

beſtimmt iſt, wobei d die Entfernung $\overline{CD}$ der Drehungsaxen C und D von einander bezeichnet.

Wenn M ſenkrecht unter D liegt und die Armlänge WU gleich dem

Abſtande DM gemacht wird, ſo iſt das Viereck $DMUW$ bei jeder Lage des Cylinders ein Parallelogramm, und insbeſondere ein rechtwinkeliges

Fig. 783.



DMU_0W_0 am Ende des Kolbenhubes, wobei die Axe des Dampfcylinders eine horizontale Lage hat. Bezeichnet nun a die Länge $WT = W_0T_0$ des Schieberarmes, ſo hat man den dem Neigungswinkel $WDW_0 = STW = \alpha$ entſprechenden Schieberweg:

$$\overline{WS} = \overline{WT}\,sin.\,STW,$$

d. i.:

$$y = a\,sin.\,\alpha$$

$$= \frac{ar_1\,sin.\,\beta}{d},$$

oder, wenn man noch $\frac{ar_1}{d}$ durch r bezeichnet,

$$y = r\,sin.\,\beta.$$

Dieſe Formeln ſtimmen mit denen für die Schieberbewegung durch Excentriks befundenen (ſ. §. 459), wenn man darin das Voreilen gleich Null ſetzt, vollkommen überein.

§. 478 **Dampfleistung ohne Expansion.** Im Folgenden muß nun noch gezeigt werden, wie die Leiſtung einer Dampfmaſchine zu berechnen iſt. Faſſen wir zunächſt den einfachſten Fall ins Auge, ſetzen wir nämlich eine doppeltwirkende Maſchine ohne Expanſion voraus, und vernachläſſigen wir vorerſt auch alle Verluſte und Nebenhinderniſſe. Bezeichnen wir den Dampfdruck auf die Flächeneinheit (auf den Quadratzoll) durch p, und den Inhalt der Kolbenfläche (in Quadratzollen) durch F, ſo erhalten wir für die Kraft, mit welcher der Dampf den Kolben auf der einen Seite drückt,

$$P = Fp.$$

Iſt nun noch s der Kolbenweg, ſo hat man die Arbeit der Maſchine bei einem Auf- oder Niedergange:

$$Ps = Fps = Fs.p,$$

oder, da Fs zugleich das verbrauchte Dampfvolumen V angiebt,

$$Ps = Vp.$$

Macht die Maſchine pr. Minute n Spiele, legt alſo der Kolben in der Minute den Weg $2s$ $n$mal zurück, ſo iſt die mittlere Kolbengeſchwindigkeit

$$v = \frac{n.2s}{60} = \frac{ns}{30},$$

und daher auch die theoretiſche Leiſtung der Dampfmaſchine pr. Secunde:

$$L = Pv = \frac{ns}{30} \cdot Fp = \frac{n}{30} Vp = Qp,$$

wenn Q das pr. Secunde verbrauchte Dampfquantum bezeichnet.

Dieſe Berechnung gilt aber nur dann, wenn kein Druck auf die Gegenſeite des Kolbens ſtatthat, wenn alſo auf dieſer Seite eine vollkommene Condenſation vorhanden iſt; erleidet aber dieſe Seite einen Gegendruck q auf jeden Quadratzoll, alſo den Druck Fq im Ganzen, ſo fällt die arbeitende Kraft

$$P = F(p - q),$$

und daher die Leiſtung pr. Secunde

$$L = \frac{ns}{30} F(p - q) = \frac{n}{30} V(p - q) = Q(p - q)$$

aus.

Bei den Condenſationsmaſchinen iſt q der Dampfdruck im Condenſator, bei den Maſchinen ohne Condenſation hingegen iſt q der Atmoſphärendruck $= 14{,}10$ Pfund auf den Quadratzoll $= 1{,}033$ Kilogramme auf das Quadratcentimeter, zu ſetzen. Giebt man V oder Q in Cubikfuß, und bezieht man p und q auf den Quadratzoll, ſo muß man natürlich

$$L = \frac{n}{30} V.144(p - q) = Q.144(p - q),$$

d. i.:

$$L = 4{,}8\, nV(p - q) = 144\, Q(p - q) \text{ Fußpfund}$$

ſetzen; giebt man aber V und Q in Cubikmetern und bezieht p und q auf ein Quadratcentimeter, ſo hat man

$$L = 10000 \cdot \frac{n}{30} V(p - q) = 10000 Q(p - q) \text{ Kilogrammmeter}$$

anzunehmen, da der Druck auf den Quadratfuß $(12)^2 = 144$mal ſo groß iſt, als auf den Quadratzoll, und der Druck auf das Quadratmeter den Druck auf das Quadratcentimeter $(100)^2 = 10000$mal enthält.

Beiſpiel. Der innere Cylinderdurchmeſſer einer Dampfmaſchine ohne Condenſation iſt 18 Zoll und der Hub 40 Zoll; die Zahl der Spiele pr. Minute = 24 und die Spannung der Dämpfe $3^1/_2$ Atmoſphären; welche Kraft und Leiſtung giebt dieſe Maſchine? Die Kolbenfläche iſt

$$F = (^{18}/_2)^2 \pi = 81\pi = 254{,}47 \text{ Quadratzoll},$$

folglich die arbeitende Kraft:

$$P = F\,(p - q) = 254{,}47 \,.\, 14{,}10\,(3{,}5 - 1) = 8970 \text{ Pfund}.$$

Nun iſt noch $n = 24$ und $s = {}^{40}/_{12} = {}^{10}/_3$ Fuß, daher folgt die theoretiſche Leiſtung dieſer Maſchine:

$$L = \frac{ns}{30} P = \frac{24 \,.\, 10}{30 \,.\, 3} \cdot 8970 = 23920 \text{ Fußpfund}$$

$$= \frac{23920}{480} = 49{,}8 \text{ Pferdekräfte}.$$

§. 479 **Wirkung durch Expanſion.** Wird der Dampf, nachdem der Treibkolben den Weg s durchlaufen hat, abgeſperrt, ſo wirkt er bei Durchlaufung des übrigen Kolbenweges durch Expanſion. Hierbei ſind aber mehrerlei Fälle denkbar. Entweder bleibt die Temperatur des Dampfes während der Expanſion unverändert, oder es vermindert ſich dieſelbe, je mehr ſich der Dampf ausdehnt, wobei ſich nach Befinden ein Theil deſſelben condenſirt. Der erſte Fall kann nur dann eintreten, wenn der Dampfcylinder von außen mit warmer Luft oder friſchem Dampfe umgeben iſt und die Bewegung des Dampfkolbens ſehr langſam erfolgt, wobei der Dampf die zu ſeiner Expanſion nöthige Wärme in ſich aufnehmen kann. Unter der Vorausſetzung, daß ſich der ungeſättigte Dampf wie die atmoſphäriſche Luft verhalte, iſt auch vorauszuſetzen, daß die Expanſivkraft des abgeſperrten Waſſerdampfes dem Mariotte'ſchen Geſetze (ſ. Bd. I, §. 387 und §. 388) folge.

Der zweite Fall iſt unter verſchiedenen Verhältniſſen denkbar. Wenn, wie beſonders bei einer lebhaften Dampfbildung vorkommt, der abgeſperrte Dampf nicht trocken iſt, ſondern mit fortgeriſſenes Waſſer enthält, ſo wird ſich letzteres während der Expanſion deſſelben in Dampf verwandeln, und deshalb unter Umſtänden die ganze abgeſperrte Dampfmenge hierbei in geſättigtem Zuſtande bleiben. Unter dieſer Vorausſetzung läßt ſich nach Pambour bei Beurtheilung der Spannkraft des Dampfes im Dampfcylinder von der Navier'ſchen Formel (ſ. §. 390)

$$\mu = \frac{\alpha}{\beta + p}$$

für das ſpecifiſche Dampfvolum Gebrauch machen, während nach dem Mariotte'ſchen Geſetze

$$\mu = \frac{\alpha}{p}$$

anzunehmen iſt.

Unter der Voraussetzung, daß dem Dampfe während der Expansion weder Wärme zugeführt noch Wärme entzogen wird, können wir ferner auch annehmen, daß die Expansivkraft desselben, in Uebereinstimmung mit dem Poisson'schen Gesetze (§. 376), im umgekehrten Verhältnisse zu einer Potenz des Volumens stehe, wobei aber statt des Exponenten $\varkappa$ für Luft ein durch Versuche zu bestimmender Exponent ν in Anwendung zu bringen ist.

Endlich giebt auch die mechanische Wärmetheorie die Mittel zur Bestimmung der Expansivkraft des Dampfes im Dampfcylinder an die Hand.

Anmerkung. Poncelet und Morin, zunächst auch Tredgold u. s. w. legen bei ihren Theorien der Dampfmaschinen die erste Regel zu Grunde, wogegen Pambour als Verfechter der zweiten Regel aufgetreten ist (s. Théorie des machines à vapeur, par Pambour, Paris 1844, deux. édition, vorzüglich die Introduction). Morin zeigt auf experimentellem Wege, daß die Zugrundelegung des Mariotte'schen Gesetzes bei Entwickelung einer Theorie der Dampfmaschinen eine vollkommen genügende Uebereinstimmung mit der Erfahrung gewähre (s. Leçons de mécanique pratique, 3me partie, par A. Morin, Paris 1846). Ueber die Anwendung der mechanischen Wärmetheorie auf die Theorie der Dampfmaschinen s. Clausius: Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie, Braunschweig, Fr. Vieweg und Sohn, 1864; ferner Zeuner: Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie, Leipzig, bei A. Felix, 1866, sowie Combes: Théorie mécanique de la chaleur et de ses applications, Paris 1863, und Hirn: Théorie mécanique de la chaleur, Paris 1865.

Expansion nach dem Mariotte'schen Gesetz. Bei Zugrundelegung des Mariotte'schen Gesetzes läßt sich die Wirkung des Dampfes sowie die eines jeden Gases nach Bd. I, §. 388 bestimmen. Geht 1 Cubikfuß Gas oder Dampf aus der stärkeren Spannung p in die schwächere Spannung p_1 über, so verrichtet derselbe hiernach die Arbeit: §. 480

$$A_1 = p\,Log.\,nat.\left(\frac{p}{p_1}\right) = 2{,}3026\,p\,Log.\left(\frac{p}{p_1}\right).$$

Ist das anfängliche, der Spannung p entsprechende Volumen $= V$ und dagegen das der Spannung p_1 entsprechende Volumen V_1, so hat man:

$$\frac{p}{p_1} = \frac{V_1}{V},$$

und daher auch die mechanische Arbeit, welche das Volumen V bei seiner Ausdehnung und Zurückführung auf V_1 ausgiebt,

$$A_1 = Vp\,Log.\,nat.\left(\frac{V_1}{V}\right).$$

Bei Anwendung auf die Dampfmaschinen mit Expansion in einem Cylinder ist, wenn s den Weg des Dampfkolbens beim Anfange der Expansion, und dagegen s_1 den ganzen Kolbenweg bezeichnet,

$$V = Fs \quad \text{und} \quad V_1 = Fs_1,$$

daher die geſuchte Arbeit

$$A_1 = Fsp\, Log.\, nat.\left(\frac{s_1}{s}\right)$$

zu ſetzen. Addiren wir hierzu noch die Arbeit

$$A_2 = Fsp$$

vor der Abſperrung, ſo erhalten wir die ganze Arbeit:

$$A = Fsp + Fsp\, Log.\, nat.\left(\frac{s_1}{s}\right)$$

$$= Fsp\left[1 + Log.\, nat.\left(\frac{s_1}{s}\right)\right]$$

$$= Fs_1 p_1\left[1 + Log.\, nat.\left(\frac{s_1}{s}\right)\right].$$

Berückſichtigt man noch den Gegendruck q auf der anderen Seite des Kolbens, bringt man alſo die Leiſtung $Fs_1 q$ in Abzug, ſo erhält man die vollſtändige Arbeit des Dampfes pr. Kolbenſchub:

$$A = Fs_1 p_1\left[1 + Log.\, nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1}\right]$$

$$= Fsp\left[1 + Log.\, nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1}\right].$$

Die Leiſtung der Maſchine pr. Secunde folgt nun wie in §. 479

$$L = \frac{n}{30} Fsp\left[1 + Log.\, nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1}\right]$$

$$= 144 \cdot \frac{n\, Vp}{30}\left[1 + Log.\, nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1}\right] \text{ Fußpfund,}$$

wenn V das pr. Auf- oder Niedergang verbrauchte Dampfquantum Fs bezeichnet, oder endlich

$$L = 144\, Qp\left[1 + Log.\, nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1}\right] \text{ Fußpfund,}$$

wenn Q das pr. Secunde verbrauchte Dampfquantum von der Spannung p ausdrückt.

Beiſpiel. Welche Leiſtung giebt die im letzten Beiſpiele (§. 478) betrachtete Dampfmaſchine, wenn dieſelbe den Dampf bei 0,4 des ganzen Kolbenweges abſperrt? Es iſt hier $s_1 = 40$ Zoll $= {}^{10}/_{3}$ Fuß, $s = 0{,}4 \,.\, 40 = 16$ Zoll $= {}^{4}/_{3}$ Fuß; ferner der Druck auf den Kolben vor der Expanſion:

$$Fp = 254{,}47 \,.\, 3{,}5 \,.\, 14{,}10 = 12558 \text{ Pfund,}$$

und die Leiſtung pr. Auf- oder Niedergang:

$$L_1 = 12558 \,.\, {}^{4}/_{3}\left(1 - \frac{1}{0{,}4 \,.\, 3{,}5} + 2{,}3026\ Log.\, {}^{10}/_{4}\right)$$

$= 16744\ (1 - 0{,}71428 + 2{,}3026 \,.\, 0{,}39791) = 17872\ (0{,}28572 + 0{,}91630)$
$= 16744 \,.\, 1{,}20202 = 20126$ Fußpfund,

und folglich die Leiſtung pr. Secunde:

$$L = \frac{n}{30} \,.\, 20126 = \frac{24}{30} \,.\, 20126 = 0{,}8 \,.\, 20126 = 16100 \text{ Fußpfund}$$
$= 33{,}5$ Pferdekräfte.

Dieſelbe Maſchine leiſtet zwar ohne Dampfabſperrung nahe 50 Pferdekräfte, erfordert aber auch 2,5mal ſo viel Dampf als beim Arbeiten mit Expanſion.

Pambour's Theorie. Die Leiſtung der Expanſionsdampfmaſchinen läßt ſich mit Zugrundelegung der Navier'ſchen Regel auf folgende Weiſe finden. Das ſpecifiſche Dampfvolumen, oder das Verhältniß des Dampfvolumens zum Waſſervolumen iſt bei der Spannung p nach §. 390: §. 481

$$\mu = \frac{\alpha}{\beta + p},$$

und folglich bei der Spannung p_1:

$$\mu_1 = \frac{\alpha}{\beta + p_1}.$$

Die Diviſion beider Gleichungen giebt:

$$\frac{\mu}{\mu_1} = \frac{\beta + p_1}{\beta + p},$$

und daher:

$$p_1 = (\beta + p)\frac{u}{\mu_1} - \beta;$$

bezeichnet s den Kolbenweg vor der Dampfabſperrung und s_1 den Weg an einer Stelle während der Expanſion, wo die Spannung p in p_1 übergegangen iſt, ſo hat man für dieſen Moment den Dampfdruck auf die Kolbenfläche F:

$$P = Fp_1 = F\left(\frac{(\beta + p)\,s}{s_1} - \beta\right) = F\frac{(\beta + p)\,s}{s_1} - F\beta.$$

Nun iſt aber der erſte Theil dieſes Druckes dem Kolbenwege s umgekehrt proportional und der zweite Theil $F\beta$ conſtant; daher beſtimmt ſich auch die dem erſten Theile entſprechende Arbeit während der Expanſion nach dem Mariotte'ſchen Geſetze wie oben:

$$A_1 = F(\beta + p)\,s\ \mathit{Log.\,nat.}\left(\frac{s_1}{s}\right),$$

und die dem zweiten Theile entſprechende Leiſtung, durch einfache Multiplication mit dem Wege $(s_1 - s)$ während der Expanſion, alſo

$$A_2 = -F\beta(s_1 - s).$$

Hiernach iſt alſo die mechaniſche Arbeit des Dampfes während der Expanſion:

$$A_1 + A_2 = F(\beta + p)\, s\, Log.\, nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - F\beta(s_1 - s),$$

und daher die während des vollſtändigen Kolbenweges:

$$A = Fps + A_1 + A_2 = Fps + F(\beta + p)\, s\, Log.\, nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - F\beta(s_1 - s),$$

und mit Berückſichtigung der durch den Gegendruck Fq verloren gehenden Leiſtung Fqs_1:

$$A = Fs(\beta + p) + Fs(\beta + p)\, Log.\, nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - F\beta s_1 - Fqs_1$$

$$= Fs(\beta + p)\left[1 + Log.\, nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p}\cdot\frac{s_1}{s}\right],$$

oder, da $\frac{s_1}{s} = \frac{\beta + p}{\beta + p_1}$ iſt,

$$A = Fs(\beta + p)\left[1 + Log.\, nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right]$$

$$= 144\, V(\beta + p)\left[1 + Log.\, nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right] \text{ Fußpfund},$$

wenn V das pr. Kolbenſchub verbrauchte Dampfquantum in Cubikfußen bezeichnet.

Die Leiſtung pr. Secunde iſt, bei n Spielen pr. Minute:

$$L = \frac{n}{30}\cdot A$$

$$= \frac{n}{30}\cdot 144\, V(\beta + p)\left[1 + Log.\, nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right]$$

$$= 144\, Q(\beta + p)\left[1 + Log.\, nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right] \text{ Fußpfund},$$

wenn Q das pr. Secunde verbrauchte Dampfquantum in Cubikfußen ausdrückt.

Setzen wir $\beta = 0$, ſo geht dieſe Formel in die vorige, auf das Mariotte'ſche Geſetz baſirte, über.

Beiſpiel. Welche Leiſtung verſpricht die in den letzten Beiſpielen berechnete Dampfmaſchine nach der zuletzt gefundenen Regel? Es iſt hier

$$144\, Q = \frac{n}{30}\cdot Fs = {}^{24}/_{30} \cdot 254{,}47 \cdot {}^{4}/_{3} = 271{,}44 \text{ Cubikfuß},$$

ferner nach Bd. II, §. 390, $\beta = 0{,}2922 \cdot 14{,}10 = 4{,}120$, alſo

$$\beta + p = 4{,}120 + 3{,}5 \cdot 14{,}10 = 4{,}120 + 49{,}350 = 53{,}47,$$

$$\beta + p_1 = \frac{s_1}{s}(\beta + p) = 0{,}4 \cdot 53{,}47 = 21{,}388$$

und

$$\beta + q = 4{,}120 + 14{,}10 = 18{,}22,$$

daher die geſuchte Leiſtung pr. Secunde:

$$L = 271{,}44 \,.\, 53{,}47 \left(1 + 0{,}91630 - \frac{18{,}22}{21{,}38}\right)$$
$$= 271{,}44 \,.\, 53{,}47 \,(1{,}91630 - 0{,}85220) = 271{,}44 \,.\, 53.47 \,.\, 1{,}0641$$
$$= 15444 \text{ Fußpfund} = 32{,}2 \text{ Pferdekräfte.}$$

Die vorige Formel gab $L = 33{,}5$ Pferdekräfte.

Expansion in zwei Cylindern. Die Leiſtungsformel für zweicylindrige Expanſionsmaſchinen läßt ſich auf dem im Vorſtehenden betretenen Wege nun auch leicht ableiten. Nehmen wir an, daß der Dampf im kleinen Cylinder ohne Expanſion wirke; bezeichnen wir die Kolbenfläche dieſes Cylinders durch F, den Kolbenhub in demſelben durch s, die Fläche des größeren Kolbens durch F_1, den Hub dieſes Kolbens durch s_1, ſetzen wir ferner die volle Spannung $= p$, die Spannung des ausgedehnten Dampfes $= p_1$ und endlich den Gegendruck auf jeden Quadratzoll des großen Kolbens $= q$. Dann haben wir für jeden einfachen Kolbenweg die Arbeit des in voller Spannung befindlichen Dampfes, auf den kleinen Kolben übergetragen: §. 482

$$A_1 = Fps,$$

dagegen die durch den Gegendruck q auf den großen Kolben verloren gehende Leiſtung:

$$A_2 = F_1 q s_1,$$

und endlich die durch die Expanſion gewonnene Leiſtung, nach dem Mariotte'ſchen Geſetze:

$$A_3 = Vp \, Log.\,nat. \frac{V_1}{V} = Fsp \, Log.\,nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right).$$

Demnach folgt die ganze Arbeit beider Kolben bei einem Auf- oder Niedergange:

$$A = A_1 - A_2 + A_3$$
$$= Fsp\left[1 + Log.\,nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right)\right] - F_1 s_1 q$$
$$= Fsp\left[1 + Log.\,nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{q}{p_1}\right]$$
$$= 144\, Vp\left[1 + Log.\,nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{q}{p_1}\right]$$
$$= 144\, Vp\left[1 + Log.\,nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{q}{p}\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right)\right] \text{ Fußpfund.}$$

Endlich iſt die Leiſtung der Maſchine pr. Secunde:

$$L = \frac{n}{30} \cdot 144\, Vp\left[1 + Log.\,nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{q}{p_1}\right]$$
$$= 144\, Qp\left[1 + Log.\,nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{q}{p_1}\right] \text{ Fußpfund.}$$

Legt man die Pambour-Navier'ſche Regel zu Grunde, ſo erhält man, wie leicht zu ermeſſen iſt,

$$L = 144\, Q(\beta + p)\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right] \text{ Fußpfund.}$$

Anmerkung. Die Expanſionsleiſtung des Dampfes zerfällt bei den Woolf'ſchen Dampfmaſchinen in eine gewonnene und in eine verloren gehende; jene nimmt der Kolben im großen Cylinder auf, dieſe wird dem Kolben im kleinen Cylinder entzogen; es iſt die oben angegebene Expanſionsleiſtung die Differenz beider. Nach dem Mariotte'ſchen Geſetze iſt die Leiſtung, welche der große Kolben während der Expanſion des Dampfes aufnimmt,

$$= \frac{F F_1 s s_1}{F_1 s_1 - Fs}\, p\, Log.\,nat.\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right),$$

und dagegen die, welche dem kleinen Kolben entzogen wird,

$$= \frac{F^2 s^2}{F_1 s_1 - Fs}\, p\, Log.\,nat.\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right),$$

alſo das Verhältniß beider zu einander, $= \frac{F_1 s_1}{Fs}$, und ihre Differenz, wie oben,

$$= Fps\, Log.\,nat.\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right).$$

Beiſpiel. Welche Leiſtung verſpricht eine Woolf'ſche Dampfmaſchine, welche Dämpfe von $3\frac{1}{2}$ Atmoſphären Spannung benutzt und dieſe im Condenſator bis auf $\frac{1}{8}$ Atmoſphäre Spannung niederſchlägt, bei folgenden Dimenſionen. Durchmeſſer des kleinen Cylinders: $d = 18$ Zoll, Hub in demſelben, $s = 40$ Zoll, Durchmeſſer des größeren Cylinders, $d_1 = 30$ Zoll, Hub in demſelben, $s_1 = 50$ Zoll, alſo das Ausdehnungsverhältniß:

$$\frac{V_1}{V} = \frac{F_1 s_1}{Fs} = \frac{d_1^2 s_1}{d^2 s} = \frac{30^2 . 50}{18^2 . 40} = \frac{5^2 . 5}{3^2 . 4} = \frac{125}{36} = 3{,}4722.$$

Die erſte auf das Mariotte'ſche Geſetz baſirte Formel giebt die geſuchte Leiſtung pr. Secunde, wenn die Maſchine pr. Minute 24 Spiele macht:

$$L = {}^{24}/_{60} . (9)^2 \pi . {}^{40}/_{12} . 3{,}5 .. 14{,}10 \left(1 + Log.\,nat.\ 3{,}4722 - {}^1/_8 . \frac{3{,}4722}{3{,}5}\right)$$
$$= 0{,}8 . 270 . 49{,}35\, \pi\ (1 + 2{,}3026 . 0{,}5406 - 0{,}1240)$$
$$= 10660\, \pi\ (0{,}8760 + 1{,}2448) = 10660 . 2{,}1208 . \pi$$
$$= 71024 \text{ Fußpfund} = 148{,}0 \text{ Pferdekräfte.}$$

Nach der Pambour'ſchen Theorie folgt hingegen dieſe Leiſtung:

$$L = 0{,}8 . 270 . 53{,}47\, \pi \left(2{,}2448 - \frac{4{,}120 + {}^1/_8 . 14{,}10}{53{,}47} . 3{,}4722\right)$$
$$= 11550\, \pi \left(2{,}2448 - \frac{5{,}8825 . 3{,}4722}{53{,}47}\right)$$
$$= 11550\, \pi\ (2{,}2448 - 0{,}3820) = 11550 . 1{,}8628\, \pi$$
$$= 67592 \text{ Fußpfund} = 140{,}8 \text{ Pferdekräfte.}$$

Drittes Expansionsgesetz. Wenn man annimmt, daß ſich die Spannung des Dampfes während der Expanſion deſſelben umgekehrt wie eine Potenz des Dampfvolumens verhält, ſo ergiebt ſich für die Leiſtung des Dampfes ein ähnlicher Ausdruck wie für die Luft (ſ. §. 378). Iſt wieder p die Dampfſpannung vor der Expanſion, ſowie s der Kolbenweg beim Eintritt der Expanſion und ν eine Erfahrungszahl, ſo ſetzen wir die dem Kolbenwege x entſprechende Dampfſpannung: §. 483

$$y = \left(\frac{s}{x}\right)^{\nu} p,$$

und folglich den ganzen Dampfdruck auf die Kolbenfläche F:

$$Fy = F\left(\frac{s}{x}\right)^{\nu} p.$$

Bewegt ſich nun der Kolben um das Wegelement σ fort, ſo verrichtet derſelbe in Folge dieſes Druckes das Arbeitselement

$$Fy\sigma = Fp\left(\frac{s}{x}\right)^{\nu}\sigma = Fps^{\nu}x^{-\nu}\sigma,$$

und es iſt daher die während Durchlaufung des Weges $x - s$ verrichtete mechaniſche Arbeit:

$$\begin{aligned}
A_1 &= Fps^{\nu}\sigma \text{ mal Summe aller Werthe vom } x^{-\nu}\\
&= Fps^{\nu}\sigma\,[s^{-\nu} + (s+\sigma)^{-\nu} + (s+2\sigma)^{-\nu} + \cdots + x^{-\nu}]\\
&= Fps^{\nu}\sigma\begin{Bmatrix}(\sigma)^{-\nu} + (2\sigma)^{-\nu} + (3\sigma)^{-\nu} + \cdots + (m\sigma)^{-\nu} + (m+1)\sigma^{-\nu}\\ + \cdots + (n\sigma)^{-\nu} - (\sigma)^{-\nu} + (2\sigma)^{-\nu} + (3\sigma)^{-\nu} + \cdots + (m\sigma)^{-\nu}\end{Bmatrix}\\
&= Fps^{\nu}\sigma\begin{Bmatrix}(\sigma)^{-\nu}[1^{-\nu} + 2^{-\nu} + 3^{-\nu} + \cdots + m^{-\nu} + (m+1)^{-\nu} + \cdots + n^{-\nu}]\\ -(\sigma)^{-\nu}(1^{-\nu} + 2^{-\nu} + 3^{-\nu} + \cdots + m^{-\nu})\end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

oder, da $1^{-\nu} + 2^{-\nu} + 3^{-\nu} + \cdots + m^{-\nu} = \frac{m^{-\nu+1}}{-\nu+1}$ iſt,

$$\begin{aligned}
A_1 &= Fps^{\nu}\sigma^{-\nu+1}\left(\frac{n^{-\nu+1}}{-\nu+1} - \frac{m^{-\nu+1}}{-\nu+1}\right)\\
&= \frac{Fps^{\nu}\sigma^{-\nu+1}}{\nu-1}(m^{-\nu+1} - n^{-\nu+1}),
\end{aligned}$$

folglich da $s = m\sigma$ und $x = n\sigma$, alſo $m = \frac{s}{\sigma}$ und $n = \frac{x}{\sigma}$ zu ſetzen iſt:

$$A_1 = \frac{Fps^{\nu}\sigma^{-\nu+1}}{\nu-1}\left(\frac{s^{-\nu+1} - x^{-\nu+1}}{-\nu+1}\right) = \frac{Fps^{\nu}}{\nu-1}\left(\frac{1}{s^{\nu-1}} - \frac{1}{x^{\nu-1}}\right),$$

oder, wenn man für x den ganzen Kolbenweg s_1 einführt:

$$A_1 = \frac{Fps^{\nu}}{\nu-1}\left(\frac{1}{s^{\nu-1}} - \frac{1}{s_1{}^{\nu-1}}\right).$$

Addirt man noch hierzu die gewonnene Arbeit Fps vor der Expanſion, und bringt die durch den Gegendruck Fq verloren gehende Arbeit in Abzug, ſo erhält man die gewonnene Arbeit eines Kolbenſchubes:

$$A = Fps + \frac{Fps^{\nu}}{\nu - 1}\left(\frac{1}{s^{\nu-1}} - \frac{1}{s_1{}^{\nu-1}}\right) - Fqs_1$$

$$= Fps\left[1 + \frac{1}{\nu - 1} - \frac{1}{\nu - 1}\left(\frac{s}{s_1}\right)^{\nu-1}\right] - Fqs_1$$

$$= Fsp\left[1 + \frac{1}{\nu - 1} - \frac{1}{\nu - 1}\left(\frac{s}{s_1}\right)^{\nu-1} - \frac{qs_1}{ps}\right].$$

Nach Rankine (ſ. deſſen Manual of Applied Mechanics) iſt für Dampfſpannungen unter 12 Atmoſphären annähernd $\nu = {}^{10}/_{9}$, folglich

$$\nu - 1 = {}^{1}/_{9} \text{ und}$$

$$A = Fsp\left[10 - 9\left(\frac{s}{s_1}\right)^{1/9} - \frac{qs_1}{ps}\right]$$

zu ſetzen.

Macht die Maſchine pr. Minute n Spiele, ſo iſt das verbrauchte Dampfquantum pr. Secunde:

$$Q = \frac{2n}{60} Fs = \frac{nFs}{30},$$

und die Leiſtung der Dampfmaſchine pr. Secunde:

1) $$L = Qp\left[10 - 9\left(\frac{s}{s_1}\right)^{1/9} - \frac{qs_1}{ps}\right],$$

oder, wenn man den Dampfdruck p auf den Quadratzoll bezieht:

$$L = 144\, Qp\left[10 - 9\left(\frac{s}{s_1}\right)^{1/9} - \frac{qs_1}{ps}\right] \text{ Fußpfund.}$$

Für $s_1 = s$ iſt $\frac{s}{s_1} = 1$, und daher:

$$L = 144\, Qp\left(1 - \frac{q}{p}\right) \text{ Fußpfund, wie §. 478 angiebt.}$$

Für Woolf'ſche oder zweicylindrige Dampfmaſchinen iſt

$$L = 144\, Qp\left[10 - 9\left(\frac{Fs}{F_1 s_1}\right)^{1/9} - \frac{qF_1 s_1}{pFs}\right] \text{ Fußpfund.}$$

Nach Profeſſor Grashof iſt $\nu = 1{,}14$ (ſ. das Vorwort deſſelben zu Völker's Werk „der Indicator" Berlin 1863) und Profeſſor Zeuner findet $\nu = 1{,}135$ (ſ. deſſen Grundzüge der mechaniſchen Wärmetheorie, Leipzig 1866.

Führt man $\nu = 1{,}135$, alſo $\nu - 1 = 0{,}135$ und $\frac{1}{\nu - 1} = \frac{1}{0{,}135}$ $= 7{,}4074$ ein, ſo erhält man

$$2)\quad L = Qp\left[8{,}4074 - 7{,}4074\left(\frac{s}{s_1}\right)^{0{,}135} - \frac{qs_1}{ps}\right].$$

Beiſpiel 1. Für die eincylindrige Expanſionsdampfmaſchine in den Beiſpielen zu den §§. 480, und 481 iſt

$$\frac{s_1}{s} = {}^{40}/_{16} = {}^{5}/_{2},\quad \frac{q}{p} = \frac{1}{3\,{}^{1}/_{2}} = {}^{2}/_{7}\quad \text{und}$$

$$144\,Qp = 16744\,.\,\frac{n}{30} = 16744\,.\,{}^{24}/_{30} = 16744\,.\,0{,}8 = 13395 \text{ Pfund},$$

folglich die theoretiſche Leiſtung derſelben nach Rankine:

$$L = 144\,Qp\left[10 - 9\left(\frac{s}{s_1}\right)^{1/9} - \frac{qs_1}{ps}\right] = 13395\,.\left(10 - 9\sqrt[9]{0{,}4} - {}^{2}/_{7}\cdot\frac{5}{2}\right)$$

$= 13395\,.\,(10 - 8{,}1288 - 0{,}7143) = 13395\,.\,1{,}1569 = 15500$ Fußpfund
$= 32{,}3$ Pferdekräfte.

Die Berechnung nach der erſten, auf das Mariotte'ſche Geſetz gegründeten Formel gab

$$L = 33{,}5 \text{ Pferdekräfte},$$

und die nach der Pambour'ſchen Formel

$$L = 32{,}2 \text{ Pferdekräfte}.$$

Beiſpiel 2. Für die Woolf'ſche Dampfmaſchine im Beiſpiele zu §. 482 iſt

$$\frac{V_1}{V} = \frac{F_1 s_1}{Fs} = 3{,}4722,\quad \frac{q}{p} = \frac{1}{8\,.\,3{,}5} = {}^{1}/_{28}$$

und

$$144\,Qp = 10660\,\pi \text{ Fußpfund},$$

daher folgt nach der letzten Theorie für dieſelbe Maſchine:

$$L = 10660\,\pi\left(10 - \frac{9}{\sqrt[9]{3{,}4722}} - {}^{1}/_{28}\cdot 3{,}4722\right)$$

$= 10660\,\pi\,(10 - 7{,}8375 - 0{,}1240)$
$= 10660\,\pi\,.\,2{,}0385 = 68270$ Fußpfund
$= 142{,}2$ Pferdekräfte,

während oben mittels der erſten Formel

$$L = 148{,}0 \text{ Pferdekräfte}$$

und mittels der zweiten

$$L = 140{,}8 \text{ Pferdekräfte}$$

gefunden worden iſt.

Beiſpiel 3. Für die eincylindrige Expanſionsdampfmaſchine in den obigen Beiſpielen, wo $\frac{s_1}{s} = \frac{40}{16} = \frac{5}{2}$, $\frac{q}{p} = {}^{2}/_{7}$ und $144\,Qp = 13395$ iſt, hat man nach Formel 2)

$L = 13395\,[8{,}4074 - 7{,}4074\,(0{,}4)^{0{,}135} = 0{,}7143]$
$= 13395\,(8{,}4074 - 7{,}2597) = 13395\,.\,1{,}1477$
$= 15374$ Fußpfund $= 32{,}0$ Pferdekräfte,

während oben mittels verſchiedener anderen Formeln

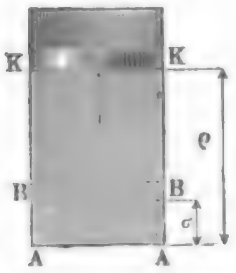
$$L = 32{,}3;\ 33{,}5 \text{ und } 32{,}2 \text{ Pferdekräfte gefunden worden iſt.}$$

(§. 484) **Anwendung der mechaniſchen Wärmetheorie.** Wenn die Gewichtseinheit (1 Pfund) Waſſer das Volumen σ hat, und unter dem conſtanten Drucke p in Dampf vom Volumen ϱ verwandelt wird, ſo läßt ſich die hierbei verrichtete mechaniſche Arbeit des letzteren

$$L = p\,(\varrho - \sigma)$$

ſetzen, wie leicht zu finden iſt, wenn man annimmt, daß ein anfangs über dem Waſſer ſtehender Kolben KK, Fig. 784, vom Querſchnitt Eins den Weg $BK = AK - AB = \varrho - \sigma$ zurücklegt, und beachtet, daß dieſer Weg auch zugleich das Volumen $BKKB = \varrho - \sigma$, die d. i. Differenz zwiſchen dem Dampfvolumen ϱ und dem anfänglichen Waſſervolumen σ iſt.

Fig. 784.



Nach der mechaniſchen Wärmetheorie iſt nun die bei Verrichtung dieſer Arbeit verſchwundene Wärmemenge

$$m = \frac{L}{A} = \frac{1}{A}\,p\,(\varrho - \sigma),$$

wenn A das mechaniſche Aequivalent der Wärme (ſ. §. 379) bezeichnet, wofür wir auch

$$m = \frac{1}{A}\,pu$$

ſchreiben können, wenn wir die Differenz $s - \sigma$ zwiſchen dem Dampf- und dem Waſſervolumen durch u bezeichnen.

Dieſe verſchwundene Wärme iſt jedenfalls ein Theil der ſogenannten latenten oder Verdampfungswärme $W - \omega t$, welche wir hier mit w bezeichnen wollen, und wie oben §. 380, nach Regnault

$$w = W - \omega t = 606{,}50 - 0{,}695\,t - 0{,}00002\,t^2 - 0{,}0000003\,t^3$$

ſetzen können, und wird die äußere latente Wärme genannt, während der in den Dampf wirklich übergegangene Theil

$$r = w - m = w - \frac{1}{A}\,pu$$

den Namen die innere latente Wärme erhalten hat.

Den Vergleichungen des Herrn Profeſſor Zeuner zufolge iſt mit großer Genauigkeit

$$r = 575{,}40 - 0{,}791\,t \text{ und daher}$$

$$m = \frac{1}{A}\,pu = w - r$$

$$= 31{,}10 + 0{,}096\,t - 0{,}00002\,t^2 - 0{,}0000003\,t^3$$

zu ſetzen, wenn t die Temperatur des aus Waſſer von Null Grad Wärme erzeugten Dampfes angiebt.

Aus $m = w - r$ folgt

$$u = \frac{Am}{p} = \frac{A}{p}(w - r),$$

und daher das Volumen der Gewichtseinheit Dampf:

$$\varrho = u + \sigma = \frac{Am}{p} + \sigma, \text{ und zwar}$$

$$\varrho = \frac{424\,m}{p} + 0{,}001,$$

da anzunehmen iſt, daß 1 Kilogramm Waſſer das Volumen $\sigma = 1$ Decimeter $= 0{,}001$ Cubikmeter habe, und daß das mechaniſche Wärmeäquivalent $A = 424$ Kilogrammeter betrage (ſ. §. 379).

Nun folgt ſchließlich das ſogenannte ſpecifiſche Dampfvolumen, d. i. das Verhältniß des Dampfvolumens zu dem des Waſſers bei einem und demſelben Gewicht:

$$\mu = \frac{\varrho}{\sigma} = 1 + \frac{424\,m}{\sigma p} = 1 + \frac{424000\,m}{p}$$

$$= 1 + \frac{424000}{p}(31{,}10 + 0{,}096\,t - 0{,}00002\,t^2 - 0{,}0000003\,t^3),$$

oder, wenn man p in Atmoſphären zu 10335 Kilogramm pr. Quadratmeter Fläche angiebt,

$$\mu = 1 + \frac{1275{,}9 + 3{,}9385\,t - 0{,}00082051\,t^2 - 0{,}000012308\,t^3}{p},$$

wie ſchon oben in §. 391 angegeben wird.

Mit ziemlicher Genauigkeit läßt ſich nach den Berechnungen des Herrn Profeſſor Zeuner annähernd, wenn der Dampfdruck p in Atmoſphären angegeben wird,

$$p\varrho^{1{,}0646} = 1{,}704 \text{ ſetzen, wonach}$$

$$\varrho = 1{,}6498\,p^{-0{,}9393} \text{ und}$$

$$\mu = 1649{,}8\,p^{-0{,}9393} \text{ folgt.}$$

Wenn in einem Gefäße AKK, Fig. 785 (a. f. S.), eine Gewichtseinheit (§. 485) Flüſſigkeit vorhanden iſt, wovon ſich ein Theil ξ in Dampfgeſtalt befindet, und der übrige Theil $(1 - \xi)$ im liquiden Zuſtand (Waſſer) iſt, ſo können wir nach dem Obigen ſetzen:

Das Volumen des Dampfes:

$v_1 = \xi\varrho$, ſowie das des Waſſers:

$v_2 = (1 - \xi)\sigma$, und daher das der Miſchung

$$v = v_1 + v_2 = \xi\varrho + (1 - \xi)\sigma = \xi(\varrho - \sigma) + \sigma = \xi u + \sigma.$$

Um durch fortgeſetzte Wärmezuführung die Dampfmenge v um ein Element $\partial v = u\partial\xi$ zu vergrößern, iſt der elementare Wärmezuſatz

1) $\partial Q = w\partial\xi = \frac{w\,dv}{u}$ nöthig.

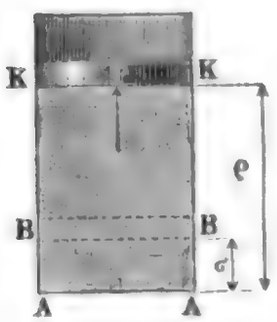
Der mechaniſchen Wärmetheorie zufolge iſt auch, wenn Y eine Function der Temperatur und Preſſung bezeichnet,

$$\partial Q = \frac{1}{A} Y \partial v, \text{ und}$$

$$\frac{Y}{T} = \frac{\partial p}{\partial t},$$

wobei $T = a + t = 273^0 + t$, die abſolute Temperatur bezeichnet, und ∂p das einer unendlich kleinen Temperaturzunahme ∂t entſprechende Wachsthum der Preſſung p bezeichnet; daher hat man

Fig. 785.



$$2) \quad \partial Q = \frac{1}{A} T \frac{\partial p}{\partial t} \partial v,$$

und es ergiebt ſich durch Gleichſetzen beider Ausdrücke für ∂Q unter 1) und 2)

$$3) \quad \frac{w}{u} = \frac{T}{A} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{a + t}{A} \left(\frac{\partial p}{\partial t}\right).$$

Die Wärmemenge einer aus ξ Dampf und $(1 - \xi)$ Waſſer zuſammengeſetzten Flüſſigkeit, d. i. die Summe $n + \xi r$ der Flüſſigkeitswärme $n = \int w \partial t$ und der inneren latenten Wärme ξr, geht in

$$n_1 + \xi_1 r_1$$

über, wenn die Temperatur t in t_1, das Dampfquantum ξ in ξ_1, die Flüſſigkeitswärme n in n_1 und die innere latente Wärme r in r_1 umgeſetzt wird; es hat folglich bei dieſer Zuſtandsveränderung die anfängliche Wärme der zuſammengeſetzten Flüſſigkeit um

$$n_1 + \xi_1 r_1 - (n + \xi r), \text{ oder}$$
$$n_1 - n + \xi_1 r_1 - \xi r$$

zu- oder abgenommen, je nachdem t_1 größer oder kleiner als t iſt.

Die entſprechende innere Arbeit der Wärme iſt

$$4) \quad L = A (n_1 - n + \xi_1 r_1 - \xi r),$$

daher das Element derſelben, wenn man $q_1 - q$ durch ∂q und $\xi_1 r_1 - \xi r$ durch $\partial (\xi r)$ erſetzt,

$$\partial L = A [\partial n + \partial (\xi r)],$$

und addirt man hierzu die mechaniſche Arbeit $p \partial v$, welche bei der Ausdehnung der Flüſſigkeitsmaſſe um das Volumelement ∂v verrichtet wird, ſo erhält man die der vorausgeſetzten Zuſtandsveränderung entſprechende Arbeit

$$\partial L = A [\partial n + \partial (\xi r)] + p \partial v,$$

ſowie umgekehrt, die der Flüſſigkeit mitzutheilende Wärmemenge

$$\partial Q = \frac{\partial L}{A} = \partial n + \partial (\xi r) + \frac{1}{A} p \partial v.$$

Da ferner $v = \xi u + \sigma$ iſt, ſo läßt ſich

$$p\partial v = p\partial(\xi u) = \partial(\xi p u) - \xi u \partial p \text{ ſetzen, ſo daß nun}$$

$$\partial Q = \partial n + \partial(\xi r) + \frac{1}{A}[\partial(\xi p u) - \xi u \partial p] \text{ folgt.}$$

Dem Obigen zufolge iſt aber

$$r = w - m = w - \frac{1}{A} pu, \text{ alſo auch}$$

$$\xi r = \xi w - \frac{1}{A} \xi p u, \text{ und}$$

$$\partial(\xi r) = \partial\left(\xi w - \frac{1}{A} \xi p u\right), \text{ ſowie}$$

$$\frac{uT}{A} \partial p = w \partial t, \text{ oder } \frac{u\partial p}{A} = \frac{w\partial t}{T}, \text{ daher folgt}$$

$$\partial Q = \partial n + \partial(\xi w) - \frac{\xi w \partial t}{T}.$$

Ferner iſt noch der bekannten Differenzialformel:

$$\partial\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{y\partial x - x\partial y}{y^2} \text{ zufolge,}$$

$$\partial(\xi w) - \frac{\xi w \partial t}{T} = \frac{T\partial(\xi w) - \xi w \partial(T - a)}{T} = T\left(\frac{T\partial(\xi w) - \xi w \partial T}{T^2}\right)$$

$$= T.\partial\left(\frac{\xi w}{T}\right), \text{ daher läßt ſich auch}$$

5) $\partial Q = \partial n + T.\partial\left(\frac{\xi w}{T}\right)$ ſetzen.

Endlich hat man noch $\partial n = w\partial t$, und $x\partial n = wx\partial t$, daher auch

$$\partial Q = \partial n + \partial(\xi w) - \frac{\xi w \partial t}{T}$$

$$= w\partial t - \xi w \partial t + w\partial\xi + \xi\partial w + \xi w\partial t - \frac{\xi w \partial t}{T}$$

$$= (1 - \xi) w\partial t + w\partial\xi + \xi\left(w + \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{w}{T}\right)\partial t,$$

wofür man nach Clauſius

6) $\partial Q = (1 - \xi) w\partial t + w\partial\xi + \xi h \partial t$

ſchreibt, und wobei man die von der Temperatur t abhängige Function

$$w + \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{w}{T} \text{ durch } h \text{ bezeichnet.}$$

In der letzten Formel 6) giebt das Glied $(1 - \xi) w\partial t$ denjenigen Theil der aufgenommenen Wärme an, welcher auf die Erhöhung ∂t der Temperatur der Flüſſigkeitsmenge $(1 - \xi)$ verwendet worden iſt; ferner ſtellt das

Glied $w\partial\xi$ den Wärmeaufwand vor, welchen die Flüſſigkeitsmenge $\partial\xi$ bei ihrer Verwandlung in Dampf in Anſpruch nimmt, und endlich repräſentirt $\xi h\partial t$ den Theil der Wärme ∂Q, welcher auf die bereits vorhandene Dampfwärme übergeht, und als die ſpecifiſche Wärme des Dampfes angeſehen werden kann.

(§. 486) **Das adiabatiſche Preſſungsgeſetz.** Wenn während der Expanſion oder Compreſſion einer Flüſſigkeit weder Wärme zu- noch abgeführt wird, ſo ändert ſich der Druck p derſelben nach dem ſogenannten adiabatiſchen Preſſungsgeſetz, und die Curve, welche daſſelbe graphiſch darſtellt, heißt auch die adiabatiſche Curve. Bei der atmoſphäriſchen Luft fällt dieſes Preſſungsgeſetz mit dem in §. 376 gefundenen Poiſſon'ſchen Geſetze zuſammen; für den Waſſerdampf iſt es aber ein beſonderes, daſſelbe wird durch die Formel 5) des letzten Paragraphen ausgedrückt, wenn man der Vorausſetzung entſprechend darin $\partial Q =$ Null ſetzt, ſo daß man die Gleichung

$$\partial n + T\partial\left(\frac{\xi w}{T}\right) = 0 \text{ erhält.}$$

Hiernach iſt $\partial\left(\frac{\xi w}{T}\right) = -\frac{\partial n}{T}$, daher

$$\frac{\xi w}{T} = -\int\frac{\partial n}{T} = -\tau, \text{ oder } \frac{\xi w}{T} + \tau = 0,$$

wenn man das zwiſchen den Grenzen $T = 0$ und $T = t$ genommene Integral $\int\frac{\partial n}{T}$ mit τ bezeichnet. Da

$n = \omega t = t + 0{,}00002\,t^2 + 0{,}0000003\,t^3$ iſt (ſiehe §. 380), ſo hat man

$$\partial n = (1 + 0{,}00004\,t + 0{,}0000009\,t^2)\,\partial t, \text{ daher}$$

$$\frac{\partial n}{T} = (1 + 0{,}00004\,t + 0{,}0000009\,t^2)\,\frac{\partial t}{T}$$

$$= [1 + 0{,}00004\,(T - a) + 0{,}0000009\,(T - a)^2]\,\frac{\partial T}{T}$$

$$= \frac{1 - 0{,}00004\,a + 0{,}0000009\,a^2}{T}\,\partial T$$

$$+ (0{,}00004 - 0{,}0000018\,a)\,\partial T + 0{,}0000009\,T\partial T,$$

ſo daß nun, wenn man $a = 273$ einſetzt,

$$\frac{\partial n}{T} = 1{,}05615\,\frac{\partial T}{T} - 0{,}0004514\,\partial T + 0{,}0000009\,T\partial T, \text{ daher}$$

$$\int\frac{\partial n}{T} = 1{,}05615\;\textit{Log. nat.}\,T - 0{,}0004514\,T + 0{,}00000045\,T^2,$$

und die geſuchte Temperaturfunction

1) $\tau = \int_a^T \frac{\partial n}{T} = 1{,}05615\ \mathit{Log.\ nat.}\left(\frac{T}{a}\right) - 0{,}0004514\,(T-a)$
$+ 0{,}00000045\ (T^2 - a^2) = 1{,}05615\ \mathit{Log.\ nat.}\left(\frac{a+t}{a}\right)$
$- 0{,}0004514\,t + 0{,}00000045\,(2\,a\,t + t^2)$ folgt.

Nimmt man annähernd im Mittel $\omega = 1{,}0224$ an, ſo erhält man

2) $\tau = \omega \int_a^T \frac{\partial T}{T} = \omega\ \mathit{Log.\ nat.}\left(\frac{T}{a}\right)$
$= 1{,}0224\ \mathit{Log.\ nat.}\left(\frac{a+t}{a}\right)$.

Sind für eine gewiſſe Anfangstemperatur $T_1 = a + t_1 = 273 + t_1$ die Werthe von w, n und ξ, w_1, n_1 und ξ_1, ſo hat man auch

$$\frac{\xi_1 w_1}{T_1} + \tau_1 = 0, \text{ und daher}$$

3) $$\frac{\xi w}{T} + \tau = \frac{\xi_1 w_1}{T_1} + \tau_1.$$

Kennt man die Werthe von ξ_1, w_1, T_1 und τ_1 für den Anfangszuſtand, ſo kann man mit Hülfe der letzteren Gleichung die einer anderen Temperatur entſprechende ſpecifiſche Dampfmenge berechnen, indem man ſetzt:

$$\xi = \frac{T}{w}\left(\frac{\xi_1 w_1}{T_1} + \tau_1 - \tau\right).$$

Hat man dann noch die Volumendifferenz

4) $u = \varrho - \sigma = \frac{A\,m}{p} = \frac{424}{p}\ (31{,}10 + 0{,}096\,t - 0{,}00002\,t^2 - 0{,}0000003\,t^3)$

ermittelt, ſo kann man in dem einen oder anderen Fall die Volumina der z. B. aus Dampf und Waſſer beſtehenden zuſammengeſetzten Flüſſigkeit:

$$v_1 = \xi_1 u_1 + \sigma \text{ und } v = \xi u + \sigma,$$

ſowie das Expanſions- oder Compreſſionsverhältniß

$$\varepsilon = \frac{v}{v_1} = \frac{\xi u + \sigma}{\xi_1 u_1 + \sigma_1} \text{ berechnen.}$$

Fällt ξ kleiner aus als ξ_1, ſo folgt, daß während der Volumenveränderung eine Verminderung der ſpecifiſchen Dampfmenge und daher ein theilweiſes Niederſchlagen des Dampfes als Waſſer ſtattgefunden hat, wie bei der Expanſion des Dampfes im Cylinder einer Dampfmaſchine gewöhnlich eintritt.

Beiſpiel. Wenn ſich in einem Dampfcylinder 1 Kilogramm geſättigter Waſſerdampf von 4 Atmoſphären Druck ohne Beimiſchung von Waſſer befindet, und

ſich derſelbe beim Ausſchieben des Kolbens bis auf den Druck von 1 Atmoſphäre ausdehnt, ſo läßt ſich fragen: welche Veränderung erleidet hierbei das ſpecifiſche Dampfvolumen, die Dichtigkeit des Dampfes u. ſ. w.

Es iſt hier $p_1 = 4$ Atmoſphären, und die Temperatur des Dampfes $t_1 = 144$ Grad (ſ. Tabelle II, Seite 875), folglich $T_1 = 273 + 144 = 417^0$, und nach der obigen Formel (1)

$$\tau_1 = 1{,}05615\, Log.nat.\left(\frac{417}{273}\right) - 0{,}0004514 \,.\, 144 + 0{,}00000045\,(144 \,.\, 546 + 144^2)$$
$$= 0{,}4474 - 0{,}0650 + 0{,}0447 = 0{,}4271;$$

ferner hat man für $t_1 = 144^0$,

$$w_1 = 606{,}50 - 0{,}695 \,.\, 144 - 0{,}00002 \,.\, 144^2 - 0{,}0000003 \,.\, 144^3$$
$$= 606{,}50 - 100{,}08 - 0{,}41 - 0{,}90 = 505{,}11,$$

und daher, wenn man noch $x_1 = 1$ einführt, weil man es mit trockenem Dampf zu thun hat,

$$\frac{\xi_1 w_1}{T_1} + \tau_1 = \frac{505{,}11}{417} + 0{,}4271 = 1{,}6384.$$

Nach der Expanſion iſt der Dampfdruck $p = 1$ Atmoſphäre, daher, unter der Vorausſetzung, daß ſich derſelbe hierbei noch im geſättigten Zuſtande befindet, die Temperatur deſſelben: $t = 100$ Grad, und $T = 373^0$. Hiernach folgt

$$\tau = 1{,}05615\, Log.nat.\left(\frac{373}{273}\right) - 0{,}0004514 \,.\, 100 + 0{,}00000045\,(100 \,.\, 546 + 100^2)$$
$$= 0{,}32964 - 0{,}01607 = 0{,}31356, \text{ ferner}$$
$$w = 606{,}50 - 69{,}50 - 0{,}20 - 0{,}30 = 536{,}50 \text{ und}$$
$$\frac{\xi w}{T} + \tau = \frac{536{,}5\,\xi}{373} + 0{,}31356 = \frac{w_1}{T_1} + \tau_1 = 1{,}6384.$$

Die Auflöſung dieſer Gleichung giebt die ſpecifiſche Dampfmenge nach erfolgter Expanſion:

$$\xi = \frac{(1{,}6384 - 0{,}31356) \,.\, 373}{536{,}5} = 0{,}9211 \text{ Kilogramm.}$$

Da das urſprüngliche Dampfquantum 1 Kilogramm betrug, ſo hat ſich folglich bei der Expanſion des Dampfes im Dampfcylinder 0,0789 Kilogramm Dampf als Waſſer niedergeſchlagen, und es iſt hiernach auch die Annahme, daß der Dampf während der Expanſion geſättigt bleibt, gerechtfertigt.

Ferner hat man noch die Volumendifferenz

$$u_1 = \varrho_1 - \sigma = \frac{424}{p_1}\,(31{,}10 + 0{,}096\,t - 0{,}00002\,t^2 - 0{,}0000003\,t^3),$$

oder, da der Dampfdruck pr. Quadratmeter $p = 10335$ Kilogramm zu ſetzen iſt,

$$u_1 = \frac{424}{4 \,.\, 10335}\,(31{,}10 + 0{,}096 \,.\, 144 - 0{,}00002 \,.\, 144^2 - 0{,}0000003 \,.\, 144^3)$$
$$= \frac{106}{10335} \cdot 43{,}613 = 0{,}4474, \text{ folglich das anfängliche Dampfvolumen:}$$
$$v_1 = u_1 + \sigma = 0{,}4484; \text{ und ebenſo iſt für das Ende des Kolbenſchubs}$$
$$u = \varrho - \sigma = \frac{424}{10335}\,(31{,}10 + 0{,}096 \,.\, 100 - 0{,}00002 \,.\, 100^2 - 0{,}0000003 \,.\, 100^3)$$
$$= \frac{424 \,.\, 40{,}20}{10335} = 1{,}6492,$$

daher das Volumen des Dampf- und Waſſergemenges

$$v = \xi u + \sigma = 1{,}6492 \,.\, 0{,}9211 + 0{,}0010 = 1{,}5200,$$

und das Expanſionsverhältniß:

$$\varepsilon = \frac{v}{v_1} = \frac{1{,}5200}{0{,}4484} = 3{,}390.$$

Wenn anfänglich im Dampfcylinder das Flüſſigkeitsgemenge aus 0,9 Kilogr. Dampf und 0,1 Kilogramm Waſſer beſtanden hätte, welches vielleicht vom Dampf aus dem Dampfkeſſel mit fortgeriſſen ſein könnte, ſo wäre

$$\frac{\xi_1 w_1}{T_1} + \tau_1 = \frac{0{,}9 \,.\, 505{,}11}{417} + 0{,}4271 = 1{,}5173, \text{ daher}$$

$$\xi = \left(\frac{1{,}5173 - 0{,}3136}{536{,}5}\right) . 373 = 0{,}8369 \text{ Kilogramm.}$$

Hierbei würde folglich $0{,}9000 - 0{,}8369 = 0{,}0631$ Kilogramm Dampf während der Expanſion condenſirt werden, und es wäre

$$v_1 = \xi_1 u + 0{,}001 = 0{,}9 \,.\, 0{,}4474 + 0{,}001 = 0{,}4037 \text{ und}$$
$$v = \xi u + 0{,}001 = 0{,}8369 \,.\, 1{,}6492 + 0{,}001 = 1{,}3812,$$

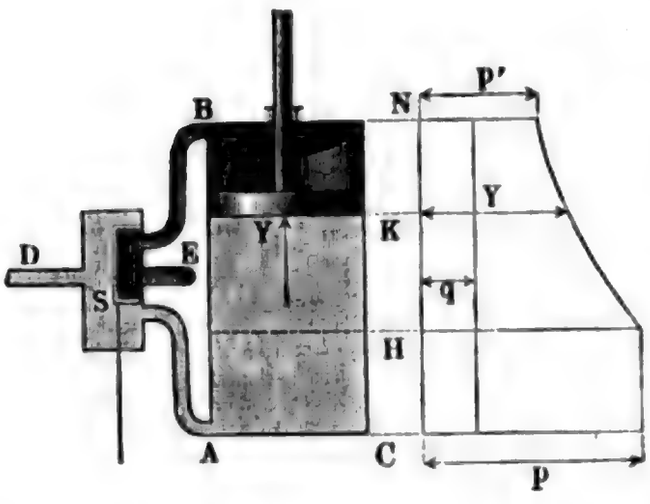
daher das Expanſionsverhältniß

$$\varepsilon = \frac{v}{v_1} = \frac{1{,}3812}{0{,}4037} = 3{,}419.$$

Theoretiſche Leiſtung einer Dampfmaſchine nach der mechaniſchen Wärmetheorie. Bei der Dampfmaſchine $CABD$, Fig. 786, ſei s der Kolbenhub CH während des vollen Dampfdrucks p, s_1 der ganze Kolbenweg CN, nach deſſen Zurücklegung der Dampfdruck in p_1 übergegangen iſt, und x der veränderliche Kolbenweg CK, welchem die allmälig abnehmende Dampfſpannung y entſpricht, endlich ſei q der Gegendruck, welcher längs des ganzen Kolbenwegs s_1 der Bewegung des Kolbens entgegenwirkt. Bei Durchlaufung des Kolbenwegs s wirkt der Dampf auf die Kolbenfläche F mit der Kraft $P = Fp$, und leiſtet die durch die Formel

§. 487

Fig. 786.



$$L_0 = Fps = Fsp = Vp = \frac{Mp}{\gamma} = \varrho Mp$$

auszudrückende mechaniſche Arbeit, in welcher V das verbrauchte Dampfquantum nach dem Volumen, und $M = V\gamma = \frac{V}{\varrho}$ daſſelbe nach dem Gewichte bezeichnet.

Wenn der Dampfkolben nach dem Abſperren des Dampfes durch den Schieber s noch den Weg $HN = s_1 - s$ zurücklegt, hierbei das ſpecifiſche Dampfvolumen aus ξ in ξ_1, die Flüſſigkeitswärme n in n_1 und die innere latente Wärme des Dampfes aus r in r_1 übergeht, ſo liefert dem adiabatiſchen Geſetze zufolge, welches vorausſetzt, daß weder eine Wärmezuführung noch eine Wärmeableitung ſtatthat, der Dampf die Expanſionsarbeit

$$L_1 = AM\,(n - n_1 + \xi r - \xi_1 r_1),$$ ſ. Formel 4) des (§. 485).

Nun geht aber noch durch den Gegendruck q die mechaniſche Arbeit

$$L_2 = Fqs_1 = Fs_1 q = \frac{Vs_1}{s}\,q = \frac{Ms_1 q}{\gamma s} = \varrho M q \frac{s_1}{s}$$

verloren, daher folgt ſchließlich die gewonnene Arbeit bei einem Kolbenausſchube:

1) $$L = L_0 + L_1 - L_2 = L_1 + L_0 - L_2$$
$$= AM\,(n - n_1 + \xi r - \xi_1 r_1) + V\left(p - \frac{s_1}{s}\,q\right)$$
$$= V\left[A\gamma\,(n - n_1 + \xi r - \xi_1 r_1) + p - \frac{s_1}{s}\,q\right]$$
$$= M\left[A\,(n - n_1 + \xi r - \xi_1 r_1) + \varrho\left(p - \frac{s_1}{s}\,q\right)\right].$$

Hierzu iſt das ſpecifiſche Dampfvolumen des expandirten Dampfes nach der Formel

2) $$\xi_1 = \frac{T_1}{w_1}\left(\xi\,\frac{w}{T} + \tau - \tau_1\right)$$ zu berechnen.

Macht die Dampfmaſchine pr. Minute n Spiele, ſo iſt das verbrauchte Dampfquantum pr. Secunde im Durchſchnitt

$$Q = \frac{2nAs}{60} = \frac{nV}{30},$$

und daher die Leiſtung derſelben pr. Secunde:

3) $$L = Q\left[A\gamma\,(n - n_1 + \xi r - \xi_1 r_1) + p - \frac{s_1}{s}\,q\right],$$

oder, wenn p und q die Drücke auf den Quadratzoll Kolbenfläche angeben und das Dampfquantum Q in Cubikfuß ausgedrückt wird,

4) $$L = Q\left[A\gamma\,(n - n_1 + \xi r - \xi_1 r_1) + 144\left(p - \frac{s_1}{s}\,q\right)\right]$$ Fußpfd.

Beiſpiel. Für die in dem Beiſpiel (von §. 480 u. ſ. w.) berechnete Dampfmaſchine war $p = 3\frac{1}{2}$ Atmoſphären und $q = 1$ Atmoſphäre $= 14{,}1$ Pfund pr. Quadratzoll, ſowie das Expanſionsverhältniß $\frac{s_1}{s} = \frac{5}{2}$, daher hat man für daſſelbe,

$$144\left(p - \frac{s_1}{s}\,q\right) = 144\,.\,14{,}1\,(3{,}5 - 2{,}5\,.\,1) = 2030{,}4 \text{ Pfund.}$$

Auch war der Inhalt der Kolbenfläche: $F = 254{,}47$ Quadratzoll und der

Kolbenhub während des Volldrucks: $s = 0{,}4\ s_1 = 16$ Zoll, daher das verbrauchte Dampfquantum pr. Kolbenhub:

$$V = \frac{Fs}{1728} = \frac{254{,}47 \cdot 16}{1728} = \frac{254{,}47}{108} = 2{,}356 \text{ Cubikfuß},$$

und, da die Maſchine $n = 24$ Spiele pr. Minute macht, das Dampfquantum pr. Secunde:

$$Q = \frac{nV}{30} = 0{,}8 \cdot 2{,}356 = 1{,}885 \text{ Cubikfuß}.$$

Bei $3\frac{1}{2}$ Atmoſphären Druck iſt die Temperatur des geſättigten Dampfes, $t = 139$ Grad und die abſolute Temperatur $T = 273^0 + t = 412$ Grad, ferner die Temperaturfunction

$$\tau = 1{,}0224\ Log.\ nat.\ \left(\frac{412}{273}\right) = 1{,}0224 = 0{,}4208,$$

und die Dichtigkeit des Dampfes, nach Tab. in §. 391,

$$\gamma = \frac{61{,}75}{\mu} = \frac{61{,}75}{508{,}2} = 0{,}1215 \text{ Pfund}.$$

Unter der Vorausſetzung, daß der Dampf am Ende des Kolbenſchubs wie anfangs noch geſättigt ſei und den Druck $p = 1{,}3$ Atmoſphären habe, iſt die Temperatur deſſelben $t_1 = 107{,}5$ Grad, ſo daß $T_1 = 380{,}5$, und $\tau = 0{,}3395$ ausfällt.

Da nach die Verdampfungswärme für

$t = 139^0$, $w = 606{,}50 - 0{,}695 \cdot 139 - 0{,}00002 \cdot 139^2 - 0{,}0000003 \cdot 139^3 = 508{,}7$

und für

$t_1 = 107{,}0$, $w_1 = 531{,}1$, ſowie $\xi = 1$ iſt,

ſo folgt das ſpecifiſche Volumen des Dampfes am Ende des Kolbenſchubs:

$$\xi_1 = \frac{380{,}5}{531{,}1}\left(\frac{508{,}2}{412} + 0{,}4208 - 0{,}3395\right)$$
$$= \frac{380{,}5}{531{,}1} \cdot 1{,}316 = 0{,}943.$$

Ferner iſt für $t = 139^0$, die Flüſſigkeitswärme

$$n = 139 + 0{,}00002 \cdot 139^2 + 0{,}0000003 \cdot 1393 = 140{,}19$$

und für $t_1 = 107{,}5^0$, $n_1 = 107{,}09$,

daher $n - n_1 = 140{,}19 - 107{,}09 = 33{,}10$,

ſowie für $t = 139^0$, die innere latente Wärme

$$r = 575{,}40 + 0{,}791\, t = 575{,}40 + 0{,}791 \cdot 139 = 464{,}5$$

und für $t_1 = 107{,}5^0$, $r_1 = 490{,}4$, folglich, da $\xi = 1{,}00$ und $\xi_1 = 0{,}943$,

$$\xi r - \xi_1 r_1 = 464{,}5 - 0{,}943 \cdot 490{,}4 = 2{,}10.$$

Noch hat man das mechaniſche Wärmeäquivalent $A = 1351$ Fußpfund, daher iſt ſchließlich die Leiſtung der gedachten Dampfmaſchine pr. Secunde.

$$L = Q\left[A\gamma\,(n - n_1 + \xi r - \xi_1 r_1) + 144\left(p - \frac{s_1}{s}q\right)\right]$$
$$= 1{,}885\ [1351 \cdot 0{,}1215\ (33{,}10 + 2{,}10) + 2030{,}4]$$
$$= 1{,}885\ (5625{,}4 + 2030{,}1) = 1{,}885 \cdot 7656 = 14431 \text{ Fußpfund}.$$

In dem Beiſpiel 1 zu §. 483 iſt bei dem Expanſionsverhältniß

$$\varepsilon = \frac{s_1}{s} = \frac{10}{4} = 2{,}50,$$

$L = 15500$ Fußpfund gefunden worden, während hier

$$\varepsilon = \frac{\xi_1 u_1}{u} = 0{,}943\,\frac{u_1}{u} = 0{,}943\,\frac{u_1}{u} = 0{,}943 \cdot \frac{1289}{508{,}2} = 2{,}39,$$

d. i. $4\frac{1}{2}$ Procent kleiner ausfällt.

Zur Erleichterung der Berechnung einer Dampfmaſchine nach der mechaniſchen Wärmetheorie iſt folgende Tabelle beigefügt worden, welche allerdings in den meiſten Fällen der Anwendung noch die Interpolation von Zwiſchenwerthen nöthig macht. Wie aus der Formel 4) zu erſehen, finden bei Berechnung der Leiſtung einer Dampfmaſchine vorzüglich die in der 7ten und 10ten Columne angegebenen Werthe ihre Anwendung.

Tabelle

zur Berechnung der theoretiſchen Leiſtung einer Dampfmaſchine nach der mechaniſchen Wärmetheorie.

Preſſung p in Atmoſphären	Temperatur t des Dampfes in Centeſimalgrad	Abſolute Temperatur $T = 243^0 + t$	Temperaturfunction τ	Specifiſches Dampfvolumen μ	Geſammtwärme W	Flüſſigkeitswärme n	Verdampfungswärme $w = W - n$	Aeußere latente Wärme $m = \frac{1}{A} p s$	Innere latente Wärme $r = w - m$
0,1	46,2	319,2	0,1584	14556	620,6	46,3	574,3	35,5	538,8
0,5	81,7	354,7	0,2627	3172	631,4	82,0	549,4	38,6	510,8
1,0	100,0	373.0	0,3136	1650	637,0	100,5	536,5	40,2	496,3
1,5	111,7	384,7	0,3475	1127	640,6	112,4	528,2	41,2	487,0
2.0	120,6	393,6	0,3681	859,8	643,3	121,4	521,9	41,9	480,0
2,5	127,8	400,8	0,3890	697,1	645,5	128,8	516,7	42,4	474,3
3,0	133,9	406,9	0,4020	587,4	647,3	135,0	512,3	42,9	469,4
4,0	144,0	417,0	0,4271	448,4	650,4	145,3	505,1	43,6	461,3
5,0	152.2	425,2	0,4469	363,6	652,9	153,7	499,2	44,2	455.0
6,0	159,2	432,3	0,4639	306,4	655,1	160,9	494,2	44,7	449,5
7,0	165,3	438,3	0,4784	265,2	656,9	167,2	489,7	45,1	444,6
8,0	170,8	443,8	0,4912	233,9	658,6	172,9	485,7	45,4	440,3

Brennſtoffmenge. Wir haben in dem Vorſtehenden die Leiſtung des Dampfes bei Dampfmaſchinen durch das verbrauchte Dampfquantum und durch die Dampfſpannung ausgedrückt; da aber die letzteren Factoren von dem Wärmequantum und dieſes wieder von dem Brennmaterialaufwand abhängt, ſo können wir nun auch die Leiſtung einer Dampfmaſchine durch den Brennſtoffaufwand ausdrücken. §. 488

Setzt man das ſpecifiſche Dampfvolumen, oder das Verhältniß des Dampfvolumens zum Waſſervolumen

$$\mu = \frac{\alpha}{\beta + p},$$

ſo bekommt man das in der Dampfmenge Q liegende Waſſerquantum

$$Q_1 = \left(\frac{\beta + p}{\alpha}\right) Q,$$

und deſſen Gewicht, da ein Cubikfuß Waſſer 61,75 Pfund wiegt,

$$Q\gamma = 61{,}75 \left(\frac{\beta + p}{\alpha}\right) Q \text{ Pfund.}$$

Nach §. 401 iſt die Wärmemenge, welche $Q\gamma$ Pfund Waſſer von der Temperatur t_1^0 zur Verwandlung in Dampf von t^0 Wärme erfordern:

$$W = (606{,}5 + 0{,}305\, t - t_1)\, Q\gamma \text{ Calorien;}$$

nehmen wir aber dafür den Mittelwerth

$$W = (640 - t_1)\, Q\gamma$$

an, ſo bekommen wir

$$W = 61{,}75\,(640 - t_1) \cdot \frac{\beta + p}{\alpha}\, Q,$$

ſowie umgekehrt:

$$Q = \frac{\alpha W}{61{,}75\,(640 - t_1)(\beta + p)}.$$

Kennen wir nun die Anzahl ψ der Wärmeeinheiten, welche aus der Verbrennung von 1 Pfund Brennſtoff hervorgeht, entnehmen wir dieſe Zahl z. B. aus der Tabelle in §. 400, ſo können wir nun auch den der Dampfmenge Q entſprechenden Brennſtoffaufwand K berechnen; wir ſetzen nämlich $W = \psi K$, alſo

$$K = \frac{W}{\psi} = 61{,}75\,(640 - t_1) \cdot \frac{\beta + p}{\alpha\psi}\, Q,$$

ſowie umgekehrt:

$$Q = \frac{\alpha\psi K}{61{,}75\,(640 - t_1)(\beta + p)}.$$

Nehmen wir an, daß ein Pfund Kohlenſtoff bei ſeiner Verbrennung 7500 Wärmeeinheiten giebt und daß hiervon nur 60 Procent zur Wirkung

kommen (vergl. §. 399), ſetzen wir ferner für t_1 den Mittelwerth $= 40°$, ſo erhalten wir

$$Q = \frac{0{,}6 \,.\, 7500\, \alpha K}{61{,}75 \,.\, 600\, (\beta + p)} = {}^4/_{33} \cdot \frac{\alpha}{\beta + p} K,$$

ſowie

$$K = {}^{33}/_4 \cdot \frac{\beta + p}{\alpha} Q.$$

Für Maſchinen mit Condenſation oder Tiefdruck iſt nach Pambour

$$\mu = \frac{\alpha}{\beta + p} = \frac{27238}{1{,}637 + p},$$

und für ſolche ohne Condenſation oder Hochdruck

$$\mu = \frac{\alpha}{\beta + p} = \frac{28961}{4{,}120 + p},$$

alſo im erſten Falle

1) $$Q = {}^4/_{33} \cdot \frac{27283}{1{,}637 + p} K = \frac{3307\, K}{1{,}637 + p},$$

und im zweiten

2) $$Q = {}^4/_{33} \cdot \frac{28961}{4{,}120 + p} K = \frac{3510\, K}{4{,}120 + p}.$$

Auch kann man das ſpecifiſche Dampfvolumen nach der Formel

$$\mu = 1649{,}8\, p^{-0{,}9393} \text{ Atmoſphären}$$

berechnen, oder aus der Tabelle in §. 391 entnehmen.

Anmerkung. Rechnet man mit Hülfe der Formel

3) $$\gamma = \frac{0{,}003539\, p}{1 + 0{,}00367\, t}$$ des Paragraphen 393 in Bd. I,

für die Dichtigkeit des Dampfes, ſo erhält man das Gewicht von Q Cubikfuß Dampf:

$$Q\gamma = \frac{0{,}003539\, p\, Q}{1 + 0{,}00367\, t},$$

daher die entſprechende Wärmemenge:

$$W = \frac{0{,}003539\, (640 - t_1)\, p\, Q}{1 + 0{,}00367\, t},$$

und den Brennmaterialaufwand bei Erzeugung der Dampfmenge Q:

$$K = \frac{0{,}003539\, (640 - t_1)\, p\, Q}{\psi\, (1 + 0{,}00367\, t)};$$

alſo umgekehrt, die Dampfmenge, welche bei Verbrennung der Kohlenmenge K erzeugt werden kann:

$$Q = \frac{(1 + 0{,}00367\, t)\, \psi K}{0{,}003539\, (640 - t_1)\, p}.$$

Setzen wir $t_1 = 40$ und $\psi = 4500$ ein, ſo erhalten wir

$$Q = 2119\, (1 + 0{,}00367\, t) \frac{K}{p},$$

und zwar für $t = 100^0,\quad 120^0,\quad 140^0,\quad 160^0,$

$$Q = \frac{2897\,K}{p},\quad \frac{3052\,K}{p},\quad \frac{3708\,K}{p},\quad \frac{3363\,K}{p}\ \text{Cubikfuß.}$$

Beiſpiel. Wie viel Dampf von $3^1/_2$ Atmoſphären Spannung giebt die Verbrennung von 1 Pfund Kohlenſtoff? Nach der Tabelle in §. 391 iſt hier $\mu = 508{,}2$, daher

$$Q = {}^1/_{33} . 5087 = 61{,}6\ \text{Cubikfuß;}$$

nach der Formel 1) hat man dagegen

$$Q = \frac{3307\,K}{1{,}637 + p} = \frac{3307}{1{,}637 + 3{,}5\,.\,14{,}11} = 64{,}8\ \text{Cubikfuß,}$$

und nach der Formel 2)

$$Q = \frac{3510\,K}{4{,}120 + p} = \frac{3510}{4{,}120 + 3{,}5\,.\,14{,}11} = 65{,}6\ \text{Cubikfuß.}$$

Ferner iſt nach der Formel $\mu = 1649{,}8\,p^{-0{,}0393}$, $\mu = 1649{,}8\,.\,3{,}5^{-0{,}0393} = 535{,}1$, und daher $Q = {}^1/_{33}\,\mu = 64{,}8$ Cubikfuß, und endlich nach der obigen Formel

$$Q = 2119\ (1 + 0{,}00367\,t)\ \frac{K}{p},$$

da der Spannung von $3^1/_2$ Atmoſphären die Temperatur von 140^0 entſpricht,

$$Q = \frac{3203}{3{,}5\,.\,14{,}10} = \frac{3203}{49{,}35} = 64{,}9\ \text{Cubikfuß.}$$

Leistungsformeln. Verbinden wir die Formeln des letzten Paragraphen mit den weiter oben gefundenen Leiſtungsformeln, ſo erhalten wir eine Gleichung, welche die Beziehung zwiſchen Leiſtung und Brennmaterialaufwand ausdrückt. Legen wir gleich die allgemeine Leiſtungsformel von Pambour, §. 489

$$L = 144\,Q\,(\beta + p)\left[1 + \mathit{Log.\,nat.}\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right]\ \text{Fußpfund}$$

zum Grunde, ſetzen wir darin

$$Q = \frac{\psi}{640 - t_1} \cdot \frac{\alpha}{\beta + p} \cdot \frac{K}{61{,}75},$$

ſo bekommen wir

$$L = \frac{144\,\psi}{640 - t_1} \cdot \frac{\alpha}{\beta + p} \cdot \frac{K}{61{,}75}(\beta + p)\left[1 + \mathit{Log.\,nat.}\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right]$$

$$= {}^{58}/_{25}\,\frac{\psi\,\alpha}{640 - t_1} \cdot \left[1 + \mathit{Log.\,nat.}\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right] K;$$

nehmen wir $t_1 = 40$ und $\psi = 4500$ an, ſo folgt daher

$$L = {}^{87}/_{5} \cdot \left[1 + \mathit{Log.\,nat.}\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right] \alpha\,K\ \text{Fußpfund.}$$

Für Tiefdruckmaſchinen iſt $\alpha = 27283$ und daher

$$L = 474724 \left[1 + \mathit{Log.\,nat.}\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right] K,$$

ſowie für Hochdruckmaſchinen, für welche ſich $\alpha = 28961$ ſetzen läßt,

$$L = 503922 \left[1 + \mathit{Log.\,nat.}\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right] K \text{ Fußpfund.}$$

Setzt man noch $F_1 = F$, ſo erhält man die Leiſtungsformeln für Dampfmaſchinen mit einem Cylinder, und nimmt man auch noch $s_1 = s$, ſowie $p_1 = p$ an, bekommt man die Leiſtungsformeln für Maſchinen ohne Expanſion, und zwar für Tiefdruck

$$L = 474724 \left(1 - \frac{\beta + q}{\beta + p}\right) K,$$

und für Hochdruck

$$L = 503922 \left(1 - \frac{\beta + q}{\beta + p}\right) K \text{ Fußpfund.}$$

Bei Condenſationsmaſchinen läßt ſich die Condenſation nur bis auf $^1/_{10}$ und die Expanſion bis auf circa $^1/_2$ Atmoſphäre treiben, während bei Maſchinen ohne Condenſation letztere nur bis auf $^3/_2$ Atmoſphären Druck geſteigert werden kann; legen wir dieſe Verhältniſſe zu Grunde, und drücken wir die Spannungen p, p_1 und q in Atmoſphären aus, ſo erhalten wir

1) für Dampfmaſchinen mit Tiefdruck und Expanſion

$$\frac{F_1 s_1}{Fs} = \frac{\beta + p}{\beta + p_1} = \frac{0{,}1161 + p}{0{,}1161 + 0{,}5} = \frac{0{,}1161 + p}{0{,}6161} = 0{,}188 + 0{,}1623\, p,$$

und

$$\frac{\beta + q}{\beta + p_1} = \frac{0{,}1161 + 0{,}1}{0{,}1161 + 0{,}5} = \frac{0{,}2161}{0{,}6161} = 0{,}351;$$

2) für Dampfmaſchinen mit Hochdruck und Condenſation

$$\frac{F_1 s_1}{Fs} = \frac{\beta + p}{\beta + p_1} = \frac{0{,}2922 + p}{0{,}2922 + 0{,}5} = \frac{0{,}2922 + p}{0{,}7922} = 0{,}369 + 1{,}262\, p$$

und

$$\frac{\beta + q}{\beta + p_1} + \frac{0{,}2922 + 0{,}1}{0{,}2922 + 0{,}5} = \frac{0{,}3922}{0{,}7922} = 0{,}495;$$

3) für Dampfmaſchinen mit Hochdruck und ohne Condenſation

$$\frac{F_1 s_1}{Fs} = \frac{\beta + p}{\beta_1 + p_1} = \frac{0{,}2922 + p}{0{,}2922 + 1{,}5} = \frac{0{,}2922 + p}{1{,}7922} = 0{,}163 + 0{,}558\, p$$

und

$$\frac{\beta + q}{\beta + p_1} = \frac{0{,}2922 + 1}{0{,}2922 + 1{,}5} = \frac{1{,}2922}{1{,}7922} = 0{,}721;$$

4) für Tiefdruckmaſchinen ohne Expanſion

$$\frac{\beta + q}{\beta + p} = \frac{0{,}1161 + 0{,}1}{0{,}1161 + p} = \frac{0{,}2161}{0{,}1161 + p};$$

5) für Maſchinen mit Hochdruck, ohne Expanſion und mit Condenſation

$$\frac{\beta + q}{\beta + p} = \frac{0{,}2922 + 0{,}1}{0{,}2922 + p} = \frac{0{,}3922}{0{,}2922 + p};$$

6) für Maſchinen mit Hochdruck, ohne Expanſion und ohne Condenſation

$$\frac{\beta + q}{\beta + p} = \frac{0{,}2922 + 1}{0{,}2922 + p} = \frac{1{,}2922}{0{,}2922 + p}.$$

Hiernach iſt die Leiſtung einer Dampfmaſchine vom Syſtem I:

$$L = 474724\ [0{,}649 + 2{,}3026\ \mathit{Log.\,nat.}\,(0{,}188 + 1{,}623\,p)]\,K;$$

ferner vom Syſtem II:

$$L = 503922\ [0{,}505 + 2{,}3026\ \mathit{Log.\,nat.}\,(0{,}369 + 1{,}262\,p)]\,K;$$

ferner vom Syſtem III:

$$L = 503922\ [0{,}279 + 2{,}3026\ \mathit{Log.\,nat.}\,(0{,}163 + 0{,}558\,p)]\,K;$$

ferner vom Syſtem IV:

$$L = 474724\left(1 - \frac{0{,}2161}{0{,}1161 + p}\right)K;$$

ferner vom Syſtem V:

$$L = 503922\left(1 - \frac{0{,}3922}{0{,}3922 + p}\right)K \text{ und}$$

ferner vom Syſtem VI:

$$L = 503922\left(1 - \frac{1{,}2922}{0{,}2922 + p}\right)K \text{ Fußpfund.}$$

Beiſpiel. Welche Leiſtung verſpricht eine eincylindrige Dampfmaſchine mit Expanſion und Condenſation, welche ſtündlich 40 Pfund Kohle verbraucht und mit Dampf von 4 Atmoſphären Spannung arbeitet? Nach Formel III. iſt

$$L = 503922\ [0{,}505 + 2{,}3026\ \mathit{Log.\,nat.}\,(0{,}369 + 1{,}262\,.\,4)]\,K$$
$$= 503922\ (0{,}505 + 2{,}1026\ \mathit{Log.\,nat.}\,5{,}417)\cdot\frac{40}{3600}$$
$$= 503922\ (0{,}505 + 1{,}689)\cdot 1/90 = \frac{503922\,.\,2{,}194}{90}$$
$$= 12285 \text{ Fußpfund} = 25{,}8 \text{ Pferdekräfte.}$$

Setzen wir in den letzten Formeln II, III, V und VI, $K = 1$ und §. 490
$p = 1, 2, 3, 4$ Atmoſphären u. ſ. w. ein, ſo erhalten wir für dieſe vier Maſchinenſyſteme die theoretiſchen Leiſtungen, welche einem Pfunde Kohlenſtoff bei verſchiedenen Dampfſpannungen entſprechen.

Folgende Tabelle giebt dieſe Leiſtungen in Pferdekräften, jede zu 480 Fußpfund für 1 Pfund Kohlenſtoff pr. Secunde an.

Dampfſpannung in Atmoſphären			1	1½	2	3	4	5	6	7	8	∞
Expanſions-maſchinen	mit	Condenſation	1044	1388	1646	2026	2304	2521	2701	2863	2996	∞
	ohne		0	293	551	931	1210	1430	1625	1766	1901	∞
Maſchinen ohne Expanſion	mit		731	820	870	925	954	972	985	993	1000	1050
	ohne		0	293	458	638	732	796	834	864	886	1050

Man erſieht aus dieſer Tabelle, daß die Maſchinen mit Expanſion und Condenſation weit größere Leiſtungen verſprechen als die übrigen Maſchinen, und daß die Leiſtungen um ſo größer ausfallen, je größer die Spannung des Dampfes iſt. Während bei der Spannung von 3 Atmoſphären die Leiſtung auf jedes Pfund Kohlenſtoff 2026 Pferdekräfte beträgt, iſt dieſelbe bei 8 Atmoſphären Spannung 2996 Pferdekräfte. Ferner zeigt dieſe Tabelle, daß die Expanſionsmaſchinen ohne Condenſation viel weniger leiſten als die mit Condenſation, und daß bei letzteren der Nutzen der Expanſion erſt bei höheren Dampfſpannungen hervortritt. Bei 3 bis 4 Atmoſphären Spannung iſt z. B. die Leiſtung der Expanſionsmaſchine mit Condenſation noch einmal ſo groß, als die einer ſolchen Maſchine ohne Condenſation. Ferner iſt aus dieſer Tabelle zu entnehmen, daß die Maſchinen ohne Expanſion und mit Condenſation eine mit der Spannkraft des Dampfes wenig wachſende Leiſtung geben, welche z. B. bei 3 Atmoſphären ungefähr gleichkommt der Leiſtung einer Expanſionsmaſchine ohne Condenſation, und bei 8 Atmoſphären ungefähr die Hälfte iſt von der Leiſtung der letztgenannten Maſchinen. Es gewährt alſo die Anwendung einer hohen Spannung hier keinen großen Gewinn. Endlich führt dieſe Tabelle vor Augen, daß die Dampfmaſchinen ohne Expanſion und ohne Condenſation bei kleinen und mittleren Dampfſpannungen ſehr wenig leiſten, und nur bei hohen Spannungen der dritten Claſſe an Wirkung nahe gleichkommen.

Obgleich es hiernach ſtets vortheilhafter iſt, Dämpfe mit hoher Spannung anzuwenden, als ſolche mit ſchwacher Spannung, ſo darf man doch erfahrungsmäßig mit der Spannkraft der Dämpfe nicht zu weit gehen, namentlich 8 Atmoſphären nicht überſteigen, weil bei hohen Spannungen die Nebenhinderniſſe, beſonders aber die Wärmeverluſte ſehr groß ausfallen, ſo daß der

Gewinn, welchen hohe Spannungen auf der einen Seite gewähren, durch einen Verluſt auf der anderen wieder aufgehoben oder gar übertroffen wird. Hierzu kommt noch, daß die Gefahr des Zerſpringens und die Verwüſtungen beim Zerſpringen der Keſſel viel größer ausfallen, wenn dieſe ſtark geſpannte Dämpfe erzeugen, als wenn ſie zur Erzeugung ſchwach geſpannter Dämpfe dienen.

Setzen wir das mechaniſche Aequivalent der Wärme 1351 Fußpfund (ſ. §. 379) und die durch die Verbrennung von 1 Pfund Kohlenſtoff erlangte Wärmemenge = 7500 Calorien, ſo erhalten wir die theoretiſche Leiſtung von 1 Pfund Kohlenſtoff:

$$1351 . 7500 = 10132500 \text{ Fußpfund} = 21094 \text{ Pferdekräfte},$$

alſo über 7mal ſo groß, als der größte Zahlenwerth (2996 Pferdekräfte) in der letzten Tabelle. Wenn bei der Verbrennung von 1 Pfund Kohle nur 4500 Calorien nutzbar gemacht werden, ſo iſt auch die entſprechende Leiſtung nur

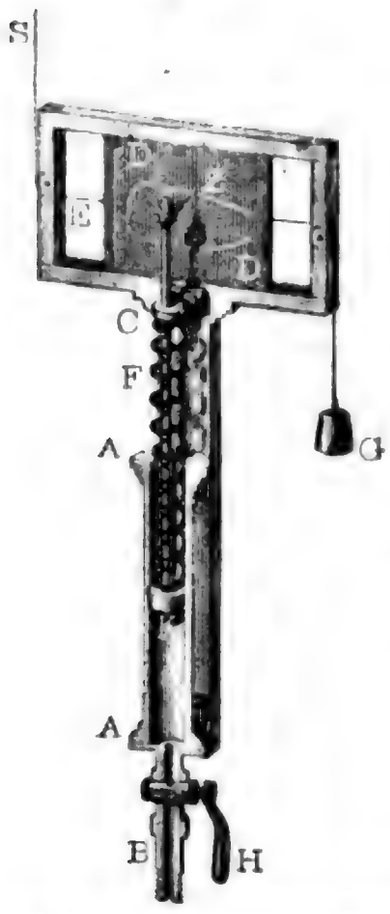
$$1351 . 4500 = 6079500 \text{ Fußpfund} = 12660 \text{ Pferdekräfte},$$

alſo nahe 4mal ſo groß als der größte Werth in der Tabelle.

Dampfindicator. Die Spannung des Dampfes in dem Treibcylinder wird durch ein Inſtrument angegeben, welches den Namen Indicator (franz. indicateur; engl. indicator) erhalten hat, und wohl auch Spannungsmeſſer genannt wird. Ein ſehr einfacher Indicator von Watt iſt in Fig. 787 abgebildet; ſeine Einrichtung iſt folgende: AA iſt ein genau ausgebohrter Cylinder von ungefähr $1\frac{1}{2}$ Zoll Weite und 1 Fuß Länge, unten in einer engeren Röhre B auslaufend, und oben durch einen Kolben K verſchloſſen. Das zu dieſem Zwecke ſchraubenförmig geſchnittene Ende der Röhre B wird in ein Loch im Deckel des Treibcylinders eingeſetzt, ſo daß nach Eröffnung eines in B ſitzenden Hahnes H der Dampf in AA treten und gegen K drücken kann. Die Kolbenſtange KC geht durch eine ringförmige Führung C und iſt mit einer Spiralfeder F umgeben, welche mittels K durch die Spannung des Dampfes ſo viel zuſammengedrückt wird, bis ſie dieſer das Gleichgewicht hält. Der Zeiger Z am Ende dieſer Stange giebt durch ſeinen höheren oder tieferen Stand die Stärke der Dampfkraft an.

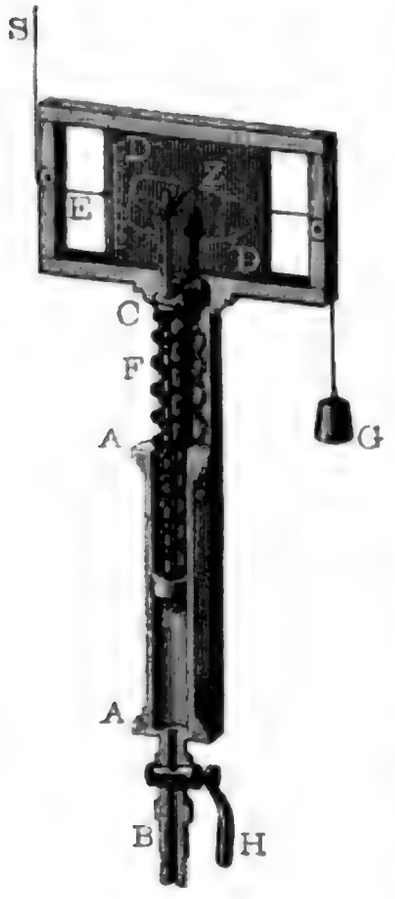
§. 491

Fig. 787.



Da dieſe Kraft, zumal bei den Expanſionsmaſchinen, während des ganzen Kolbenweges veränderlich iſt, ſo kommt es darauf an, den mittleren Werth der Spannung, oder, was am Ende einerlei iſt, den mittleren Stand von Z anzugeben. Deshalb erſetzt man auch den Zeiger durch einen Zeichnenſtift Z und läßt denſelben an eine Tafel DD drücken, die mittels einer Schnur ES durch die Stange des Treibkolbens nach der einen und durch ein Gegengewicht G nach der entgegengeſetzten Seite hin fortgezogen wird. Durch dieſen Stift wird während eines Kolbenſpieles eine Curve auf DD gezeichnet, deren Flächeninhalt als Maß der vom Treibkolben verrichteten Arbeit während eines Kolbenſchubes dienen kann: dividirt man daher die hiernach beſtimmte Arbeit durch den ganzen Kolbenweg, ſo erhält man natürlich die mittlere Kraft oder Dampfſpannung.

Fig. 788.



Iſt die Spannung des Dampfes unter K beim Aufgange des Treibkolbens, $= p$, der Atmoſphärendruck über K, $= a$ und die Spannung der Feder, auf jeden Quadratzoll der Kolbenfläche vertheilt, $= y_1$, ſo erhält man für den Aufgang des Treibkolbens:

$$p = y_1 + a;$$

bezeichnet man aber mit q die Spannung beim Niedergange, und mit y_2 die entſprechende Kraft zum Ausdehnen der Feder, ſo hat man:

$$a = q + y_2;$$

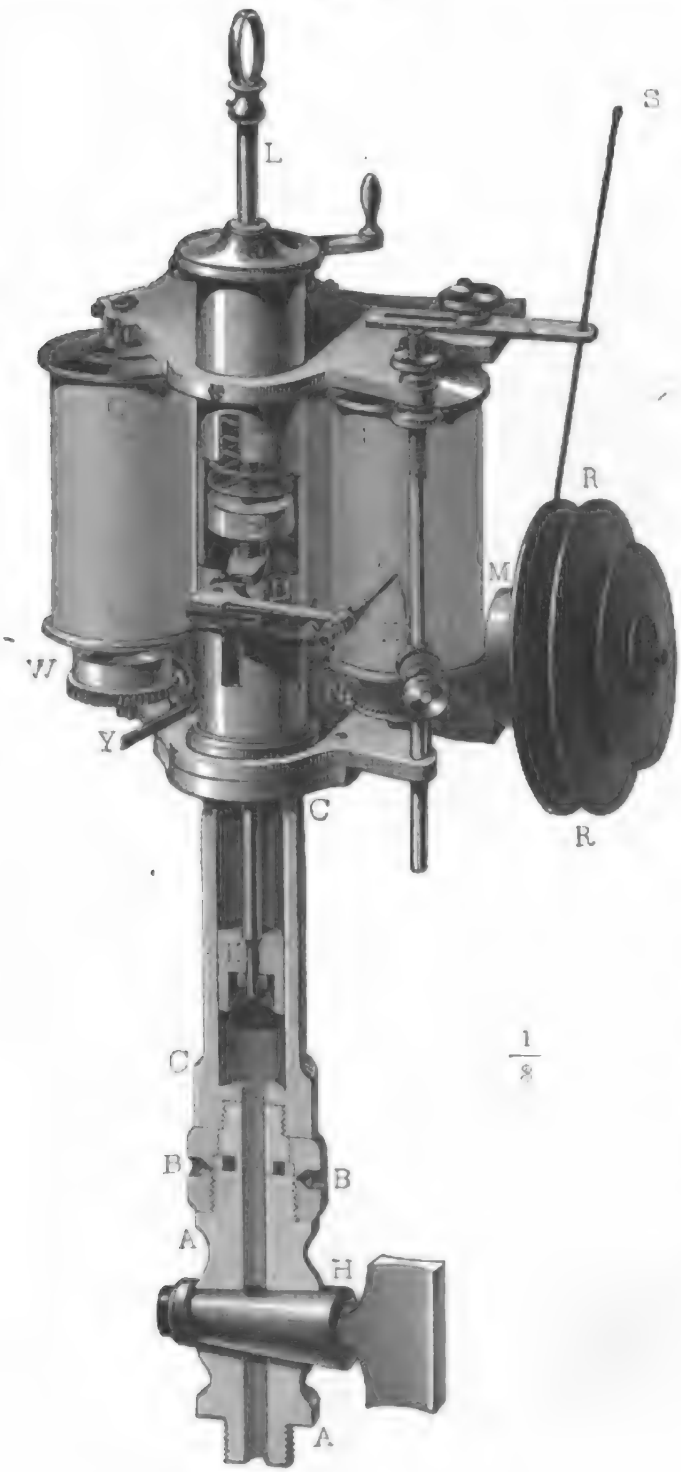
verbindet man daher beide Gleichungen mit einander, ſo ergiebt ſich die bewegende Kraft des Treibkolbens auf jeden Quadratzoll ſeiner Fläche:

$$p - q = y_1 + a - (a - y_2) = y_1 + y_2.$$

Sind die Ausdehnungs- und Zuſammendrückungskräfte der Feder den Ausdehnungen und Zuſammendrückungen derſelben proportional, ſo kann man y_1 und y_2 durch die Abſtände des Stiftes von einer horizontalen Grundlinie meſſen, welche der Stift beſchreiben würde, wenn die Feder weder zuſammengedrückt noch ausgedehnt wäre, wenn alſo der Kolben K von unten wie von oben mit der Atmoſphäre communicirte. Wenn nun die Tafel die verjüngte Bewegung des Kolbens annimmt, ſo wird daher auch das Product aus der mittleren Summe der Abſtände des Zeigers von der Grundlinie und aus der Länge des Tafelweges, oder die Summe der Inhalte der von

dem Stifte über und unter der Grundlinie während eines Kolbenſpieles beſchriebenen Figuren das Maß der Arbeit des Dampfes bei einem halben Spiele oder bei einem Auf- oder Niedergange des Kolbens angeben.

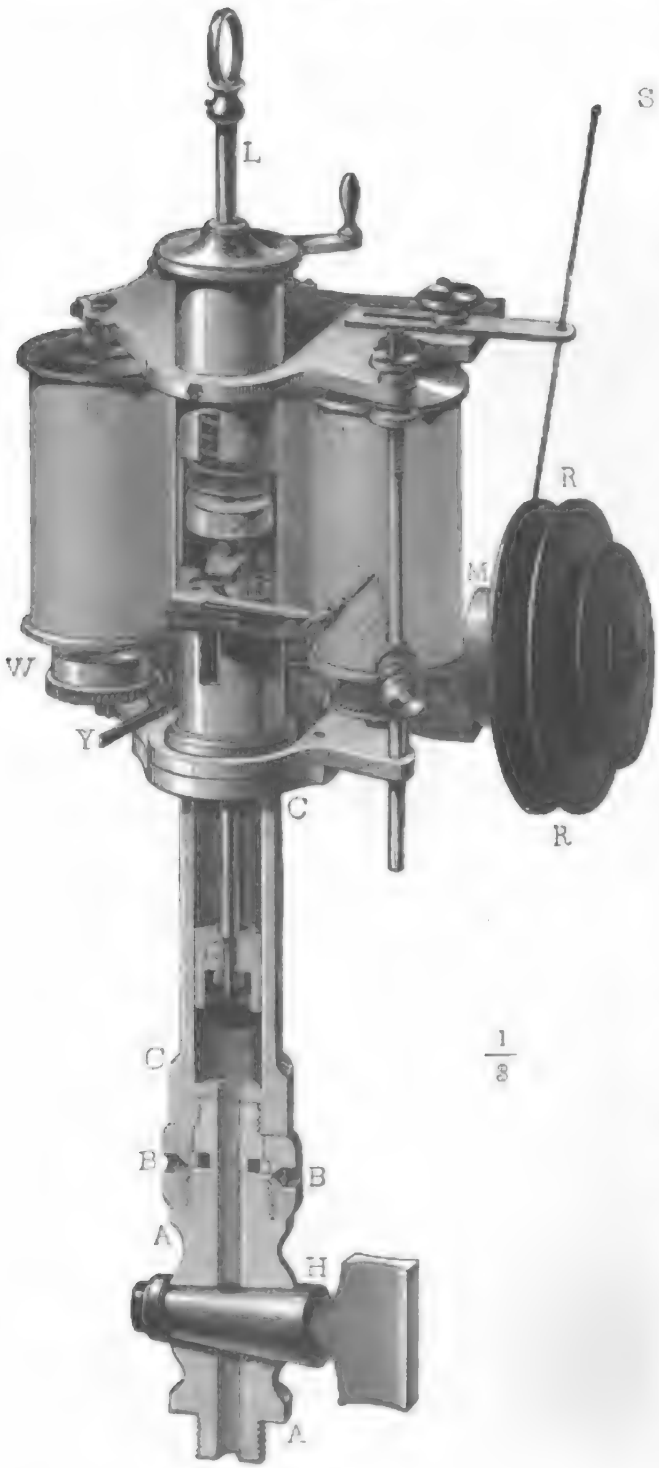
Fig. 789.



§. 492. Die Einrichtung eines Dampfindicators vom Herrn Clair in Paris führt Fig. 789 vor Augen. Es iſt hier *CC* der Cylinder, in welchem der Kolben *K* ſpielt, ferner *AA* ein Fußſtück mit dem Hahne *H*, welches auf den Deckel des Dampfcylinders aufgeſchraubt und durch das Gewinde *BB* mit dem Cylinder *CC* verbunden wird. Um die Kolbenſtange *KL* iſt eine Spiralfeder *F* gewunden, welche mittels eines Tellers *E* dieſe Stange nach unten drückt, während ſie von der Kraft des Dampfes aufwärts geſchoben wird. Unterhalb des Tellers *E* iſt die Kolbenſtange *KL* noch mit einem Querarme *D* verſehen, welcher mittels eines Gelenkes und einer Hülſe den Zeichnenſtift *Z* trägt. Die Spitze dieſes Stiftes berührt während des

Gebrauches einen Papierſtreifen, welcher den Umfang eines hohlen Metallcylinders *G G* bedeckt; wenn ſich folglich dieſer Papierſtreifen unter jenem Zeichnenſtift hinzieht, ſo entſteht auf dem erſteren eine Curve, deren verticale Ordinaten der Dampfkraft proportional ſind. Die Bewegung des Cylinders ſammt dem darauf liegenden Papierſtreifen erfolgt durch die Kolbenſtange der zu prüfenden Dampfmaſchine mittels einer Schnur *R S*, welche auf eine Trommel *R R* aufgewickelt und mit einem Ende am Kopfe der gedachten Kolbenſtange befeſtigt wird. Da dieſe Trommel durch die Dampfmaſchine mittels der Schnur nur nach der einen Richtung umgedreht wird, ſo iſt um die Welle derſelben noch eine in dem Gehäuſe *M* eingeſchloſſene Spiralfeder gewunden, welche dieſe Trommel bei dem Rückwege des Dampfkolbens zurückdreht.

Fig. 790.

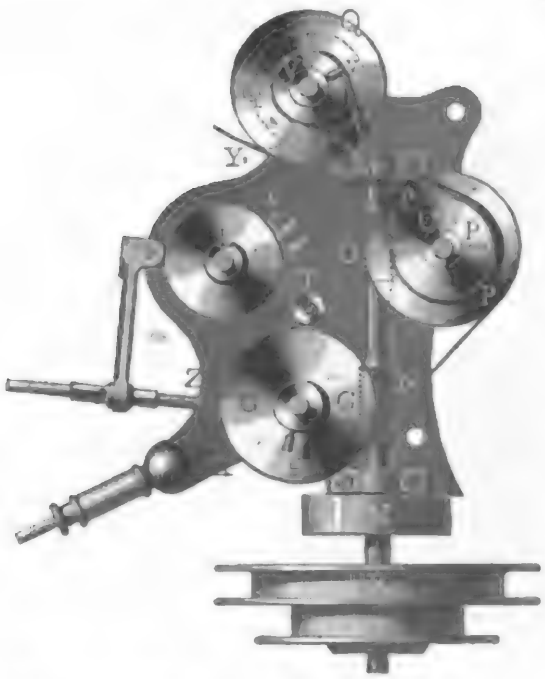


1/8

Die Welle *N O* der Trommel *G G* iſt, wie ſich aus dem Grundriß in Figur 791 erſehen läßt, an zwei Stellen *N* und *O* mit Schrau-

bengewinden verſehen, welche in die auf den Wellen der Trommeln $G\,G$ und $P\,P$ ſitzenden Schraubenräder N_1 und O_1 eingreifen und dieſelben in entgegengeſetzten Richtungen umdrehen. Da nun dieſe Welle mittels der Schnur u. ſ. w. während eines Kolbenſpieles um einen gewiſſen Winkel hin- und zurückgedreht wird, ſo wickelt ſich hierbei der auf der Trommel $P\,P$ befeſtigte Papierſtreifen erſt von $P\,P$ auf $G\,G$ und dann wieder zurück von $G\,G$ auf $P\,P$, und es beſchreibt hierbei der Zeichnenſtift Z auf demſelben eine geſchloſſene Curve. Aus der von dieſer Curve begrenzten Fläche läßt ſich dann, wie im vorigen Paragraphen gezeigt wurde, die Veränderlichkeit der Kraft des Dampfes erſehen, ſowie Arbeit und mittlere Größe derſelben beſtimmen.

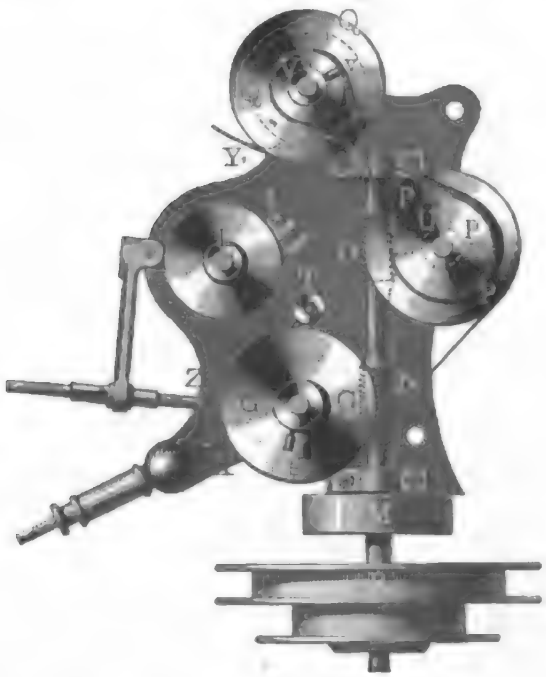
Fig. 791.



Der hier abgebildete Indicator von Clair unterſcheidet ſich von dem gewöhnlichen engliſchen Indicator von Mac-Naught dadurch, daß man mit Hülfe deſſelben nicht bloß geſchloſſene, ſondern auch fortlaufende Curven, wie z. B. mittels eines Dynamometers (ſ. §. 125), darſtellen kann. Zu dieſem Zwecke iſt die Welle der Trommel $G\,G$ mit zwei Zahnrädern, wie N_1, ausgerüſtet und das Stück N der horizontalen Welle $N\,O$ in entgegengeſetzten Richtungen doppelt ſchraubenförmig ausgeſchnitten. Wenn man nun durch Zurückziehen der Schraube p das Zahnrad O_1 von der Welle der Trommel $P\,P$ löſt, und dagegen durch Anziehen der Schraube g die feſte Verbindung des zweiten Zahnrades N_1 mit der Welle der Trommel $G\,G$ herſtellt, ſo wird, wenn auch die Welle $N\,O$ durch die auf ihr ſitzende Rolle R nur eine ſchwingende Bewegung erhält, dennoch die Trommel $G\,G$ eine fortlaufende Bewegung annehmen und natürlich auch der Zeichnenſtift Z eine fortlaufende Curve aufzeichnen. Damit ſich hierbei der Papierſtreifen gleichmäßig von der Trommel $P\,P$ ab- und auf eine dritte Trommel $Q\,Q$ aufwickele, iſt noch nöthig, daß die Scheibe V durch Anziehen der Schraube v mit der Welle der Trommel $Q\,Q$ feſt verbunden werde, weil dann mittels der um die Scheiben U und V liegenden Kreuzſchnur die Bewegung der Trommel $P\,P$ in

entgegengeſetzter Richtung auf die Trommel $Q\,Q$ übertragen wird. Um bei dieſer fortlaufenden Aufwickelung den Papierſtreifen in Spannung zu erhalten, iſt nöthig, daß die Spannrolle T mittels der Schraube t auf den Papierſtreifen $G\,Q$ aufgedrückt werde. Noch iſt für die Darſtellung fortlaufender Curven noch ein zweiter Zeichnenſtift X angebracht, welcher die Baſis oder Nullinie auf das Papier aufzeichnet.

Fig. 792.



Um bei Darſtellung einer geſchloſſenen Curve den Papierſtreifen zwiſchen G und Q ſtets geſpannt zu erhalten, iſt um die Welle von $Q\,Q$ eine Spiralfeder gewunden, welche ſich mittels des Sperrrades W und der Sperrklinke Y beliebig ſpannen läßt. Damit dieſe Spiralfeder auf die Welle von $Q\,Q$ wirken könne, hat man nur durch Anziehen einer Schraube w die Hülſe, welche das innere Ende der Spiralfeder trägt, feſt mit dieſer Welle zu verbinden.

Um endlich das Verhältniß zwiſchen Dampfkraft und Zeiger- oder Kolbenweg zu finden, hat man natürlich mit Gewichten, womit man die Feder F ausdehnt und zuſammendrückt, beſondere Verſuche anzuſtellen. An dem Inſtrumente, welches der Verfaſſer in ſeinen Händen hat, mißt der Durchmeſſer des Kolbens K, 22 Millimeter, und giebt bei 1 Kilogramm Spannung, die eine Spiralfeder 2 Millimeter, und die andere Spiralfeder 5 Millimeter Zeigerweg. Damit ſich eine möglichſt conſtante und vom Dampfdrucke unabhängige Kolbenreibung herausſtelle, lidert man den Kolben K nicht ab, ſondern dreht denſelben ſorgfältig ab und bedeckt ihn mit einer Oelſchicht. Wenn nun hiernach die Kolbenreibung bei dem Vorverſuche, wo die Feder durch Gewichte geſpannt wird, dieſelbe iſt wie beim wirklichen Gebrauch des Indicators, wo die Feder den Dampfdruck aufnimmt, ſo ſind die Angaben des Indicators gar nicht von dieſer Reibung abhängig und es iſt dieſelbe nicht weiter in Betracht zu ziehen.

Anmerkung. In der neueren Zeit hat man bei den Indicatoren ſtatt der Spiralfeder auch Federſchienen nach Poncelet angewendet. Die weſentlichſte Ein-

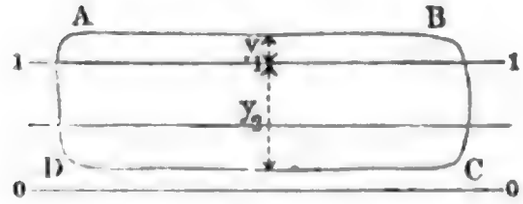
richtung eines solchen Indicators führt Fig. 793 vor Augen. Es ist hier der Cylinder A horizontal, und mit der Stange KE desselben die parabolische Feder FG sowie der Zeichnenstift Z verbunden, welcher seine Curve auf einen um zwei bewegliche Trommeln gelegten Papierstreifen aufzeichnet (vergl. §. 125 und §. 127, sowie Morin: Leçon de mécanique pratique, Ire partie, 1855). Einen anderen Dampfindicator mit zwei Federn hat Herr Welkner construirt (s. dessen Schrift, „die Locomotive," Göttingen 1859).

Fig. 793.

Indicatordiagramm. Je nachdem eine Maschine mit Tief- oder Hochdruck, mit oder ohne Expansion wirkt, je nachdem ferner die Steuerung dem Treibkolben voreilt oder nicht u. s. w., fällt die von dem Dampfindicator beschriebene und die Leistung des Dampfes angebende Curve sehr verschieden aus. Bei einer Maschine mit Tiefdruck und ohne Expansion hat diese Curve die Hauptform eines Rechteckes, wie $ABCD$, Fig. 794. Beim Anfange des Kolbenniederganges steht der Stift in A, während des Niederganges beschreibt er eine mit der Linie $0 \div 0$ ziemlich parallel laufende Linie; während des tiefsten Kolbenstandes legt der Stift den Weg BC zurück, beim darauf folgenden Aufgange beschreibt er den nur wenig über der Nullinie weggehenden Curventheil CD, und während des höchsten Kolbenstandes durchläuft er den ziemlich senkrechten Weg DA, da dann die Spannung von etwa $^1/_{10}$ Atmosphäre auf etwa $^6/_5$ Atmosphäre steigt. Die Ordinaten y_1 über der einer Atmosphäre Spannung entsprechenden Grundlinie $1 \div 1$ sind viel kleiner als die Ordinaten y_2 unter dieser Linie, weil jene den Ueberschuß des Dampfdruckes über eine Atmosphäre, diese aber den Ueberschuß des Atmosphärendruckes über den Druck im Condensator ausdrücken. Ein mit

§. 493

Fig. 794.



dem unteren Theile des Cylinders communicirender Indicator würde natürlich eine entgegengeſetzte Curve liefern.

Wenn der Dampf erſt am Anfange des Kolbennieder- oder Kolbenaufganges zugelaſſen wird, ſo fällt die Curve nicht ſo vollkommen aus, ſondern es hat dieſelbe bei *A* und *C*, Fig. 795, bedeutendere Abſtufungen. Es ſtellen ſich dieſe aber dann beſonders groß heraus, wenn, wie bei der Schiebersteuerung mit Kreisexcentrik, die Eröffnungen ſehr allmälig erfolgen, ſo daß der Dampf während des Umſteuerns durch verengte Mündungen ſtrömen muß, und dadurch an Spannung verliert. Durch das langſame Eröffnen des Abzugweges wird die Abſtumpfung bei *C* zumal noch deshalb ſehr groß, weil der ausſtrömende Dampf reagirend und anfänglich beinahe mit voller Kraft auf den Dampfkolben zurückwirkt. Zur Verhinderung dieſer großen Abſtumpfung iſt denn auch ein Voreilen der Steuerung beim Ablaſſen des Dampfes unbedingt nothwendig. Durch zu großes Voreilen beim Zu- und Ablaſſen wird aber auch leicht das Gegentheil, nämlich, wie in Fig. 796, eine zu große Abſtumpfung an den anderen Ecken *B* und *D* herbeigeführt.

Fig. 795.

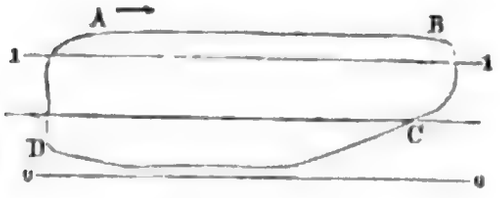
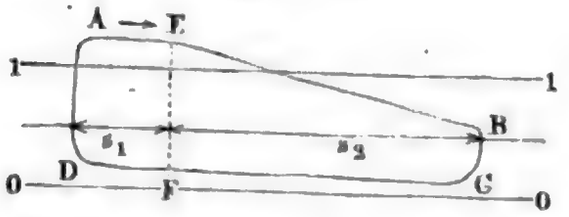


Fig. 796.

§. 494. Bei den Maſchinen mit Expanſion nimmt die Indicatorcurve nahe die Form einer aus einem Rechtecke und einem Trapeze zuſammengeſetzten Figur an; der rectanguläre Theil entſpricht der Wirkung des Dampfes vor, und der trapezoidale Theil der Wirkung deſſelben während der Expanſion.

Eine Niederdruckmaſchine mit Expanſion liefert eine Curve *AC*, Fig. 797. Dem Theile s_1 des Kolbenweges vor Eintritt der Expanſion entſpricht das Curvenſtück *AE*, welches ziemlich mit $0 \div 0$ oder $1 \div 1$ parallel läuft; dem übrigen Theile s_2 aber entſpricht das Curvenſtück *EB*, welches ſich allmälig tiefer herabzieht und der Linie $0 \div 0$ nähert. Der Flächenraum *EBCF* mißt die Leiſtung, welche durch die Expanſion allein gewonnen wird.

Fig. 797.



Die Curve *ABC* in Fig. 798 beſchreibt der Indicator einer Dampfmaſchine mit Hochdruck, Expanſion und Condenſation, die in

Fig. 799 aber eine solche ohne Condensation; während sich bei jener der rückläufige Theil CD nahe über der Nullinie hinzieht, läuft derselbe bei dieser nahe über der Linie $1 \div 1$ hin, ist also auch das Maß der Leistung der Maschine um ein zwischen den Linien $0 \div 0$ und $1 \div 1$ befindliches Rechteck kleiner.

Fig. 798.

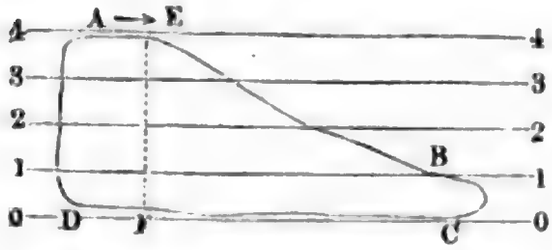
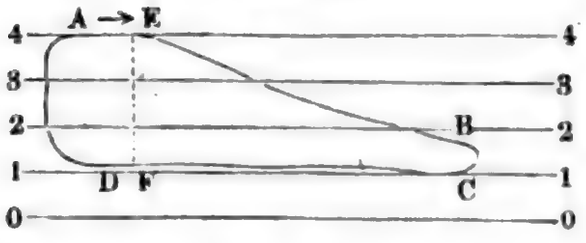


Fig. 799.



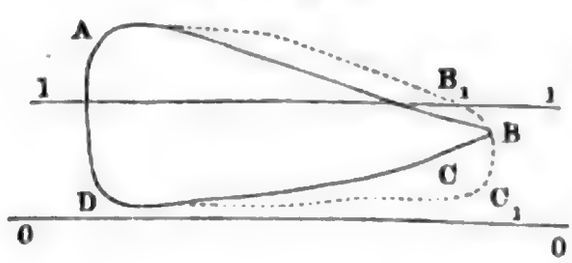
In Fig. 800 ist endlich noch die Indicatorcurve für eine Hochdruckmaschine (von 4 Atmosphären) ohne Expansion und Condensation vor Augen geführt. Es ist auch hier der Raum zwischen $0 \div 0$ und $1 \div 1$ leer, und daher die Leistung dieser Maschine um ein zwischen diese Linien zu legendes Rechteck kleiner, als wenn die Maschine mit Condensation arbeitete.

Fig. 800.

Der Dampfindicator ist nicht allein ein vorzügliches Instrument zur Bestimmung der Kraft und Leistung einer Dampfmaschine, sondern auch das beste Hülfsmittel zur Beurtheilung der Güte und Zweckmäßigkeit der Steuerung derselben, da die Gestalt der Indicatorcurve über die Wirksamkeit der Steuerung vielfache Aufschlüsse giebt und vor Allem die Mängel derselben nachweist. Die Mängel der Schiebersteuerung können folgende sein: §. 495

1) Die Dampfcanäle haben nicht die gehörige Weite. Ist der Querschnitt des Dampfcanals zu klein, so muß der Dampf mit einer zu großen Geschwindigkeit zu treten und abfließen, und dabei einen namhaften Theil seiner Spannung zusetzen. Deshalb nimmt auch dann die Indicatorcurve die zugespitzte Form $ABCD$, Fig. 801, an. Bei der gehörigen Größe dieser Mündungen würde das Indicatordiagramm etwa die durch die punktirte Linie AB_1C_1D angegebene Gestalt haben.

Fig. 801.



2) Die Schieberstange hat nicht die erforderliche Länge, wobei der Schieber auf der einen Seite der Dampfwege einen größeren Weg durch-

läuft, als auf der anderen Seite. Es findet dann bei einem Dampfwege eine längere Eröffnung Statt als beim anderen, wobei die Länge der Indicatorcurve auf der einen Seite eine größere und auf der anderen eine kleinere wird.

In gewiſſem Grade findet eine Verſchiedenheit in der Eröffnungszeit der Dampfwege auch deshalb Statt, weil der Dampfkolben die eine Hälfte ſeines Weges nicht in derſelben Zeit zurücklegt wie die andere. Bezeichnet r die Armlänge des Krummzapfens und l die Länge der Kurbelſtange, ſo beträgt (ſ. §. 458) der Kolbenweg, welcher dem erſten und vierten Quadranten der Umdrehung des Krummzapfens entſpricht:

$$s_1 = r - \frac{r^2}{2l},$$

und der, welcher dem zweiten und dritten Quadranten zukommt:

$$s_2 = r + \frac{r^2}{2l};$$

es iſt alſo die Differenz dieſer Wege:

$$s_2 - s_1 = \frac{r^2}{l},$$

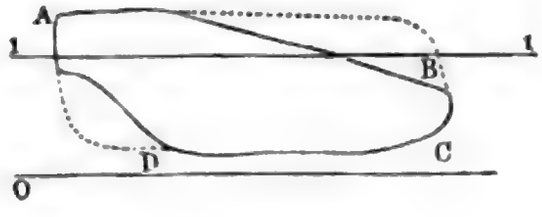
und folglich ihr Verhältniß zum ganzen Kolbenſchube $2r$:

$$\frac{s_2 - s_1}{2r} = \frac{r}{2l}.$$

Da die Expanſion des Dampfes vorzüglich in der zweiten Hälfte des Kolbenſchubes ſtatthat, ſo iſt auch die Wirkung des Dampfes auf der einen Seite des Kolbens nicht genau dieſelbe wie auf der anderen, und daher zur genauen Ermittelung der Leiſtung einer Dampfmaſchine noch nöthig, daß man mit dem Indicator auch auf der zweiten Seite des Dampfcylinders Beobachtungen anſtelle. Man kann zu dieſem Zwecke von dem Indicator aus ſowohl eine Röhre nach der einen als auch eine Röhre nach der anderen Seite des Dampfcylinders führen, muß jedoch während eines Verſuches ſtets nur die Communication mit einer Seite herſtellen. Am beſten iſt es gleichzeitig zwei Indicatoren in Anwendung zu bringen.

3) Die Schieberflächen haben nicht die angemeſſene Breite; es findet z. B. eine zu große Bedeckung Statt, welche dadurch angezeigt wird, daß die Indicatorcurve Fig. 802 ſich einerſeits zu zeitig herab- und andererſeits zu früh heraufzieht.

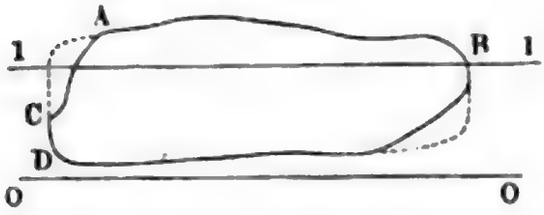
Fig. 802.



4) Das Excentrik hat nicht die richtige Stellung zur Warze des Krummzapfens, es findet daher nicht der zweckmäßige Grad des Voreilens Statt.

Iſt das Voreilen zu ſtark, ſo fällt die Indicatorcurve ähnlich wie Fig. 802 aus; iſt hingegen daſſelbe nicht vorhanden oder zu ſchwach, ſo tritt das umgekehrte Verhältniß ein, nämlich eine ſtarke Abſtumpfung der Ecken *A* und *C*, Fig. 803, der von der Schiebercurve umſchloſſenen Fläche.

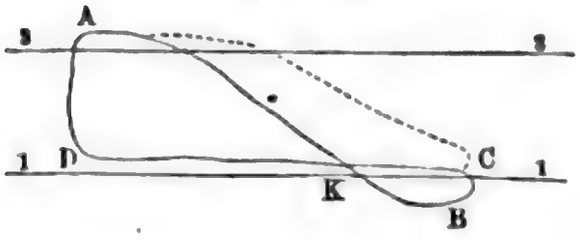
Fig. 803.



5) Das Excentrik hat nicht die richtige Excentricität oder der Schieberweg nicht die erforderliche Größe. Iſt dieſer Weg zu klein, ſo findet nicht die nöthige Eröffnung der Wege Statt, und es entſteht daher eine Indicatorcurve wie Fig. 802, iſt aber derſelbe zu groß, ſo fällt die Expanſion des Dampfes zu klein aus, und es findet ein zu großer Dampfverbrauch Statt, wie es auch bei einer zu kleinen Schieberbedeckung der Fall iſt.

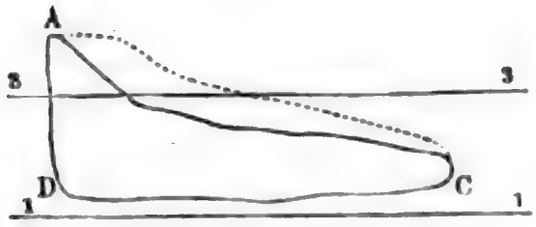
Eine eigenthümliche Geſtalt, Fig. 804, nimmt die Schiebercurve einer Dampfmaſchine ohne Condenſation dann an, wenn die Expanſion des Dampfes zu weit getrieben wird. Es iſt dann gegen Ende des Kolbenſchubes der Gegendruck größer als der Dampfdruck, und es bildet deshalb das Indicatordiagramm einen Knoten *K*.

Fig. 804.



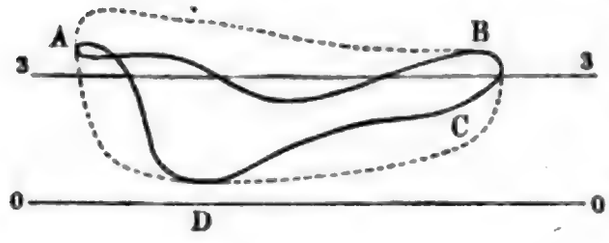
Iſt ferner die Dampfklappe oder das Regulirungsventil im Dampfrohre zu ſtark geſchloſſen, ſo findet ebenfalls eine ſchlechte Dampfbenutzung Statt, wie auch durch die Geſtalt der Indicatorcurve in Figur 805 angezeigt wird.

Fig. 805.



Wenn der Dampfkolben nicht dampfdicht abſchließt, ſo nimmt die Indicatorcurve ebenfalls eine eigenthümliche Form an, weil dadurch der Dampfdruck herabgezogen und der Gegendruck vergrößert wird. Findet dieſes undichte Abſchließen in ſehr hohem Grade Statt, ſo kann die Indicatorcurve die Geſtalt in Fig. 806 anneh-

Fig. 806.



men. Ein ähnliches Verhältniß findet Statt, wenn die Dampfſchieber nicht dampfdicht abſchließen.

Uebrigens iſt bei dem Gebrauche des Indicators auch darauf zu ſehen, daß er in gutem Zuſtande ſei, daß namentlich der Kolben deſſelben vor dem Gebrauche eingeölt werde und die Schnur deſſelben die richtige Länge erhalte.

Man kann auch den Dampfindicator an den Schieber anſchließen, wobei man ein ſogenanntes Schieberdiagramm erhält, welches die Dampfſpannung bei den verſchiedenen Schieberſtellungen angiebt und die Function der Steuerung gegen Anfang und Ende des Kolbenhubs ſehr gut erkennen läßt. Um einen vollſtändigen Aufſchluß über den Gang der Steuerung einer Dampfmaſchine zu erhalten, nimmt man bei Abſperrung des Dampfes ein drittes Diagramm ab, welches den Zuſammenhang zwiſchen Kolben- und Schieberweg direct anzeigt und, wie aus §. 459 folgt, nahe die Form einer Ellipſe hat.

Auch thut der Dampfindicator ſeine nützlichen Dienſte, wenn man ihn auf die Luft- und Warmwaſſerpumpe aufſetzt.

Anmerkung. Ausführliche Mittheilungen über die Indicatorcurven, welche bei Verſuchen mit verſchiedenen Maſchinen erhalten worden ſind, macht Morin im dritten Theile ſeiner Leçons de Mécanique pratique (ſ. auch die Schrift: Catéchisme du Mécanicien à vapeur, par E. Paris, art. Indicateur de P. Garnier, ſowie Bornemann's Abhandlung über den Indicator (von Combes) in der Zeitſchrift „der Ingenieur“). Beſonders iſt zu empfehlen der Indicator, Anleitung zum Gebrauch deſſelben bei der Prüfung von Dampfmaſchinen ꝛc. von J. Völckers, Berlin 1863.

§. 496 **Arbeitsverluſte einer Dampfmaſchine.** Die theoretiſche Leiſtung einer Dampfmaſchine, welche ſich mittels der im Obigen entwickelten Formeln berechnen läßt, wird durch mehrere Nebenhinderniſſe, wie z. B. Kolbenwirkung, Abkühlung, Druckverluſt in den Leitungen u. ſ. w., bedeutend herabgezogen, ſo daß die effective Leiſtung derſelben nur 40 bis 70 Procent der theoretiſchen ausfällt, wie insbeſondere durch Brems- und Indicatorverſuche nachgewieſen wird. Was zunächſt die Leitungen anlangt, wodurch der Dampf aus dem Keſſel in die Dampfkammer und von da durch die Dampfcanäle in den Dampfcylinder geführt wird, ſo verurſachen dieſelben jedenfalls eine Verminderung in der Dampfſpannung, und es iſt deshalb die Spannung p des Dampfes im Cylinder, welche man (ſ. oben §. 478) in die Leiſtungsformel einzuſetzen hat, nicht die Dampfſpannung p_0 im Keſſel, ſondern um einen den Hinderniſſen in der Dampfleitung entſprechenden Verluſt kleiner. Es entſpringen dieſe Verluſte aus der Reibung des Dampfes in den Leitungen, aus der wirbelnden Bewegung bei Querſchnitts- und Richtungsänderungen der Dampfwege, und aus der Abkühlung an den Umfangswänden derſelben. Die Verminderung des Dampfdrucks in den Leitungen beträgt bei ganz geöffneter Dampfklappe nur 1 bis 5 Procent. Durch

Stellung dieser gewöhnlich in einem Drosselventil bestehenden Klappe läßt sich, dem geforderten Gang der Maschine entsprechend, die Differenz $p_0 - p$ zwischen Dampfspannung im Kessel und der im Cylinder beliebig vergrößern. Bei dem Durchgang durch das Drosselventil bleibt der Dampf in seinem gesättigten Zustande; es nimmt daher auch die Dichtigkeit desselben mit der Spannung nahe gleichmäßig ab, und es bleibt die Arbeitsfähigkeit des Dampfes fast unverändert. Es ist hier das Bewegungsverhältniß ein ganz anderes als bei dem Wasser; das Arbeitsquantum $\frac{(v_1 - v)^2}{2g} Q\gamma$, welches eine Flüssigkeitsmenge $Q\gamma$ in Anspruch nimmt, wenn deren Geschwindigkeit v_1 durch Wirbelbildung in v übergeht, liefert ein entsprechendes Wärmequantum, welches nur beim Wasser verloren geht, dagegen beim Dampf während der Ausdehnung desselben mit nutzbar gemacht wird.

Ein anderer Arbeitsverlust geht beim Ausströmen des Dampfes aus dem nöthigen Ueberschuß des Dampfdrucks über dem Druck im Condensator oder, nach Befinden, über dem äußeren Luftdruck, hervor. Auch erwächst durch das Fortreißen von Kesselwasser, welches dem durch die Dampfleitung abgeführten Dampf mechanisch beigemengt ist, zuweilen ein nicht ganz unbedeutender Arbeitsverlust.

Die Kolbenreibung einer Dampfmaschine ist genau wie bei den Wassersäulenmaschinen (nach §. 320) in Rechnung zu ziehen, und ebenso sind die Arbeitsverluste, welche die Bewegung der Steuerung verursacht, ähnlich wie bei diesen Maschinen zu berechnen.

Schädlicher Raum. Durch den schädlichen Raum erwächst einer Dampfmaschine ein weiterer Verlust. Wir verstehen hier unter demselben den Raum, welchen der Dampfkolben am Ende seines Weges zwischen sich und zwischen dem Dampfschieber oder Ablaßventil übrig läßt, welcher also beim folgenden Rückwege von Neuem mit Dampf angefüllt werden muß, ehe dieser vollständig auf den Kolben wirken kann. Es besteht dieser Raum aus zwei ungleich weiten Theilen, ein Theil wird durch den Dampfweg und der andere von einem Theile des Dampfcylinders gebildet. Bezeichnet F_2 den Querschnitt sowie l_2 die Länge des Dampfcanals, so ist der Inhalt desselben $= F_2 l_2$, und setzen wir die Höhe des kleinsten Zwischenraumes zwischen der Kolbenfläche und dem Cylinderboden oder Cylinderdeckel, $= \sigma_1$, so erhalten wir für den Inhalt dieses Raumes $= F\sigma_1$. Es ist also der ganze schädliche Raum: §. 497

$$V_1 = F_2 l_2 + F\sigma_1 = F\left(\sigma_1 + \frac{F_2}{F} l_2\right).$$

Der Einfachheit wegen drückt man den den Dampfweg bildenden Raumtheil ebenfalls durch einen Cylindertheil aus, setzt deshalb die Höhe des schädlichen Raumes:

$$\sigma = \sigma_1 + \frac{F_2}{F} l_2,$$

und den ſchädlichen Raum ſelbſt:

$$V_1 = F\sigma.$$

In der Regel iſt σ nicht größer als $\frac{s}{20}$ oder 5 Procent des ganzen Kolbenweges; daher auch der ſchädliche Raum $= 1/20$ des ganzen vom Dampfkolben zurückgelegten Weges. Wäre der ſchädliche Raum Null, ſo würde bei einem einfachen Kolbenwege das Dampfquantum $V = Fs$ verbraucht werden, da aber derſelbe immer eine gewiſſe Größe $F\sigma$ hat, anfänglich mit Dampf von der Spannung q angefüllt iſt, und am Ende des Kolbenweges s Dampf von der Spannung p enthält, ſo erwächſt bei jedem Kolbenwege der Dampfverluſt $F\sigma\left(1 - \frac{q}{p}\right)$ oder annähernd $= F\sigma$, da, zumal bei Condenſationsmaſchinen, $\frac{q}{p}$ ein kleiner Bruch iſt. Hiernach iſt bei Maſchinen ohne Expanſion das verbrauchte Dampfquantum pr. Spiel:

$$V = F(s + \sigma),$$

daher umgekehrt:

$$Fs = \frac{s}{s + \sigma} V,$$

und die Leiſtung nach §. 478 zu ſetzen:

$$L = \frac{n}{30} Fs\,(p - q) = \frac{n}{30} \cdot \frac{s}{s + \sigma} V\,(p - q),$$

d. i.:

$$L = \frac{s}{s + \sigma}(p - q)\,Q,$$

oder, aus bekannten Gründen,

$$L = 144 \cdot \frac{s}{s + \sigma}(p - q)\,Q \text{ Fußpfund.}$$

Beiſpiel. Eine Dampfmaſchine ohne Expanſion hat bei dem ſchädlichen Raume $\sigma = 0{,}05\,s$, die Leiſtung:

$$L = \frac{s}{s + 0{,}05\,s} \cdot 144\,(p - q)\,Q = 0{,}952 \cdot 144\,(p - q)\,Q;$$

alſo ungefähr um 5 Procent kleiner als ohne ſchädlichen Raum; wäre alſo die theoretiſche Leiſtung (ſ. Beiſpiel §. 478) $L = 50$ Pferdekräfte, ſo würde ſie wegen des ſchädlichen Raumes auf $50 \cdot 0{,}95 = 47{,}5$ Pferdekräfte herabſinken.

§. 498 Bei den Expanſionsmaſchinen hat der ſchädliche Raum einen namhaften Einfluß, da hier bei jedem Kolbenwege das Dampfvolumen $F(s + \sigma)$ in das Dampfvolumen $F(s_1 + \sigma)$ übergeht. Es iſt daher auch die Expanſionsleiſtung pr. Kolbenſchub, nach der Mariotte'ſchen Regel

$$A_1 = F\,(s+\sigma)\,p\;Log.nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) = Vp\;Log.nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right).$$

Ueberdies iſt die durch den Gegendruck Fq verlorene Arbeit nicht Fsq, ſondern $= Fs_1 q = \frac{Vs_1}{s+\sigma} q$, daher folgt die Geſammtleiſtung pr. Kolbenſchub:

$$A = \frac{s}{s+\sigma} Vp - \frac{s_1}{s+\sigma} Vq + Vp\;Log.nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)$$

$$= Vp\left[\frac{s}{s+\sigma} - \frac{s_1}{s+\sigma}\frac{q}{p} + Log.nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)\right],$$

alſo pr. Secunde:

$$L = 144\;Qp\left[\frac{s}{s+\sigma} + Log.nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \frac{s_1}{s+\sigma}\frac{q}{p}\right].$$

Legt man die Pambour'ſche Theorie zu Grunde, ſo hat man nach §. 481 die Expanſionsleiſtung pr. Spiel, wenn man $s+\sigma$ ſtatt s und $s_1+\sigma$ ſtatt s_1 einführt:

$$A_1 = F\,(\beta+p)\,(s+\sigma)\;Log.nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - F\beta\,(s_1-s)$$

$$= V\left[(\beta+p)\;Log.nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \frac{\beta\,(s_1-s)}{s+\sigma}\right];$$

es iſt daher hiernach die Geſammtleiſtung pr. Kolbenſchub:

$$A = \left[\frac{ps}{s+\sigma} - \frac{qs_1}{s+\sigma} + (\beta+p)\;Log.nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \beta\,\frac{(s_1-s)}{s+\sigma}\right] V$$

$$= \left[\frac{s}{s+\sigma}(\beta+p) + (\beta+p)\;Log.nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \frac{s_1}{s+\sigma}(\beta+q)\right] V$$

$$= (\beta+p)\,V\left[\frac{s}{s+\sigma} + Log.nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \frac{s_1}{s+\sigma}\cdot\frac{\beta+q}{\beta+p}\right];$$

endlich die Leiſtung pr. Secunde:

$$L = 144\;Q\,(\beta+p)\left[\frac{s}{s+\sigma} + Log.nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \frac{s_1}{s+\sigma}\cdot\frac{\beta+q}{\beta+p}\right]$$

$$= {}^{58}/_{25}\,\frac{\psi\,\alpha}{640-t_1}\cdot K\left[\frac{s}{s+\sigma} + Log.nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \frac{s_2}{s+\sigma}\cdot\frac{\beta+q}{\beta+p}\right] \text{Fußpfund.}$$

Bei den zweicylindrigen oder Woolf'ſchen Maſchinen hat man zwei ſchädliche Räume σ und σ_1, den einen im kleinen, den anderen im großen Cylinder, deshalb iſt dann auch nach dem Mariotte'ſchen Geſetze:

$$\frac{p}{p_1} = \frac{F_1\,(s_1+\sigma_1) + F\sigma}{F\,(s+\sigma) + F_1\,\sigma_1},$$

daher die Leiſtung pr. Kolbenſchub:

$$A = Vp\left[\frac{s}{s+\sigma} - \frac{s_1}{s+\sigma}\cdot\frac{F_1}{F}\cdot\frac{q}{p} + Log.\,nat.\left(\frac{F_1(s_1+\sigma_1)+F\sigma}{F(s+\sigma)+F_1\sigma_1}\right)\right],$$

und die pr. Secunde:

$$L = 144\,Qp\left[\frac{s}{s+\sigma} - \frac{s_1}{s+\sigma}\cdot\frac{F_1}{F}\cdot\frac{q}{p} + Log.\,nat.\left(\frac{F_1(s_1+\sigma_1)+F\sigma}{F(s+\sigma)+F_1\sigma_1}\right)\right].$$

Nach der Pambour'ſchen Theorie folgt hingegen:

$$L = 144\,Q\,(\beta+p)\left[\frac{s}{s+\sigma} - \frac{s_1}{s+\sigma}\cdot\frac{F_1}{F}\cdot\frac{\beta+q}{\beta+p} + Log.\,nat.\left(\frac{F_1(s_1+\sigma_1)+F\sigma}{F(s+\sigma)+F_1\sigma_1}\right)\right]$$ Fußpfund.

Beiſpiel. Wie viel verliert eine eincylindrige Dampfmaſchine durch den ſchädlichen Raum an Leiſtung, wenn dieſer ein Zwanzigſtel des Kolbenweges beträgt, wenn ferner die Maſchine ohne Condenſation und mit Dämpfen von 4 Atmoſphären Spannung arbeitet, und wenn man dieſe bei $^3/_8$ des Kolbenweges abſperrt? Ohne ſchädlichen Raum wäre

$$L = 144\left(1 + Log.\,nat.\,{}^3/_8 - {}^3/_8\cdot\frac{0{,}2922+1}{0{,}2922+4}\right)(\beta+p)\,Q$$

$$= 144\,(1+0{,}9808-0{,}8028)\,(\beta+p)\,Q = 169{,}6\,(\beta+p)\,Q \text{ Fußpfund,}$$

mit dem ſchädlichen Raume hingegen, da $\frac{\sigma}{s_1} = {}^1/_{20}$ und $s = {}^3/_8\,s_1$, alſo:

$$\frac{\sigma}{s} = \frac{8}{3\,.\,20} = {}^2/_{15} \text{ iſt,}$$

$$L = 144\left(\frac{15}{15+12} + Log.\,nat.\frac{40+2}{15+2} - \frac{40}{17}\cdot\frac{1{,}2922}{4{,}2922}\right)(\beta+p)\,Q$$

$$= 144\,(0{,}8823+0{,}9045-0{,}7083)\,(\beta+p)\,Q = 155{,}3\,(\beta+p)\,Q;$$

folglich iſt der durch den ſchädlichen Raum herbeigeführte Arbeitsverluſt

$$= \frac{169{,}6-155{,}3}{169{,}6}\,.\,100 = 8{,}4 \text{ Procent.}$$

§. 499 **Kolbenreibung.** Ein bedeutender Arbeitsverluſt erwächſt jeder Dampfmaſchine aus der Kolbenreibung. Dieſelbe iſt wie bei den Waſſerſäulenmaſchinen (ſ. Bd. II, §. 320) in Rechnung zu ziehen. Bei der Breite e der Liderung, beim Kolbendurchmeſſer d und bei der Spannung p läßt ſich die Kraft, mit welcher die Liderung an die Cylinderwand andrückt oder andrücken muß, ſetzen $= \pi d e p$, und folglich die entſprechende Reibung:

$$R = \varphi\,.\,\pi d e p.$$

Da nun die Dampfkraft $P = \frac{\pi d^2}{4}\,p$ iſt, ſo hat man das Verhältniß:

$$\frac{R}{P} = \frac{4\varphi e}{d},$$

und daher den Dampfdruck auf den Kolben durch $1 - \frac{4\varphi e}{d}$ zu multipliciren, um die von der Kolbenwirkung übrig gelaſſene Bewegungskraft des Kolbens zu erhalten. Hierin iſt nach Bd. I, §. 174, und auch in Uebereinſtimmung mit den Annahmen Tredgold's für Metallliderung, $\varphi = 0{,}08$ und für Hanfliderung $\varphi = 0{,}15$ zu ſetzen.

Da während der Expanſion die Spannung abnimmt, ſo würde die Kolbenreibung auch kleiner ausfallen, wenn die Liderung eine autoclave wäre, d. h. wenn dieſelbe durch den Dampf an die Cylinderfläche angedrückt würde; da aber dieſelbe in der Regel nur durch Federn oder Schrauben angedrückt wird, ſo müſſen wir dieſelbe während des ganzen Kolbenſpieles conſtant annehmen. Uebrigens iſt auch noch der Gegendruck in Abzug zu bringen, da dem Durchdringen des Dampfes zwiſchen der Cylinderwand und der Liderung durch dieſen Druck entgegengewirkt wird. Es wird demnach durch die Kolbenreibung die Leiſtung einer Dampfmaſchine pr. Spiel um den Werth

$$\frac{4\varphi e}{d} F (p - q) s_1$$

herabgezogen, ſo daß ſich für eine Maſchine ohne Expanſion, wo $s_1 = s$ iſt,

$$L = 144\, Q\, (p - q) \left(1 - \frac{4\varphi e}{d}\right) \text{ Fußpfund},$$

für eine ſolche mit Expanſion aber:

$$L = 144\, Qp \left[1 + Log.nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1} - \frac{4\varphi e}{d} \cdot \frac{s_1}{s} \cdot \frac{p - q}{p}\right]$$

$$= 144\, Qp \left[1 + Log.nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1} - \frac{4\varphi e}{d} \cdot \frac{p - q}{p_1}\right],$$

oder nach Pambour:

$$L = 144\, (\beta + p)\, Q \left[1 + Log.nat\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1} - \frac{4\varphi e}{d} \cdot \frac{s_1}{s} \cdot \frac{p - q}{\beta + p}\right]$$

$$= 144\, (\beta + p)\, Q \left[1 + Log.nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta + q + \frac{4\varphi e}{d}(p - q)}{\beta + p_1}\right]$$

herausſtellt.

Hierzu gehört noch die Reibung der Kolbenſtange in der Stopfbüchſe, welche ſich übrigens genau ſo berechnen läßt, wie die Kolbenreibung. Iſt d_1 der Durchmeſſer dieſer Stange und e_1 die Breite der Stopfbüchſenliderung, ſo hat man dieſe Reibung:

$$R_1 = \varphi \pi d_1 e_1 (p - q),$$

wo q wieder den Gegendruck bezeichnet; es iſt daher bei gleicher Liderung

$$\frac{R_1}{R} = \frac{d_1 e_1}{d e},$$

und man hat folglich die Kolbenreibung um den Theil $\frac{d_1 e_1}{d e}$ zu vergrößern, um beide Reibungen zuſammen zu erhalten.

Durch den Querſchnitt der Kolbenſtange erwächſt der Druckfläche ein Verluſt, welcher macht, daß die Kraft beim Niedergange des Kolbens kleiner iſt als beim Aufgange; da aber der Niedergang dieſem Verluſte entſprechend weniger Dampf erfordert als der Aufgang, ſo hat man nicht nöthig, ihn beſonders zu beachten, vielmehr ſich damit zu begnügen, in der Berechnung der Leiſtung ſtatt F den Mittelwerth

$$F = \frac{\pi}{4}\left(d^2 - \frac{d_1^2}{2}\right)$$

einzuſetzen.

Anmerkung. Die Arbeitsverluſte, welche die Steuerung verurſacht, ſind zu mannigfaltig, als daß ſich zur Ermittelung derſelben beſondere Regeln angeben ließen; meiſt wird man ſich hier mit einer Abſchätzung oder oberflächlichen Rechnung begnügen können.

Beiſpiel. Welche Leiſtung verliert die in den Beiſpielen §. 478 und §. 480 behandelte Dampfmaſchine durch die Kolbenreibung? Nehmen wir nach §. 320, $\frac{e}{d} = 1/8$, ſowie $\varphi = 0{,}08$ an, ſo erhalten wir, da

$$p - q = (3{,}5 - 1) \,.\, 14{,}10 = 35{,}25 \text{ Pfund},$$

und da $d = 1{,}5$ Fuß iſt, die Kolbenreibung:

$$R = 0{,}08\,\pi \,.\, 1/8 \,.\, 1{,}5^2 \,.\, 35{,}25 \,.\, 144 = 3{,}24 \,.\, 35{,}25 \,.\, \pi = 359 \text{ Pfund};$$

daher die Arbeit der Reibung pr. Kolbenweg, da dieſer $10/3$ Fuß mißt,

$$Rs = 10/3 \,.\, 359 = 1197 \text{ Fußpfund},$$

und folglich bei 24 Spielen pr. Minute, der Arbeitsverluſt durch die Reibung pr. Secunde

$$Rv = 1197 \,.\, 24/30 = 1197 \,.\, 4/5 = 954 \text{ Fußpfund} = 2 \text{ Pferdekräfte}.$$

Da das Beiſpiel in §. 478 die Leiſtung 49,8 Pferdekräfte findet, ſo conſumirt hiervon die Reibung $= 2/49{,}8 \,.\, 100 = 4$ Procent der Leiſtung.

§. 500 **Maximalleiſtung.** Um zu vereinfachen, können wir die Kolbenreibung R mit Inbegriff der übrigen Nebenhinderniſſe als einen Druck Fr anſehen, welcher in Vereinigung mit dem Gegendrucke Fq im Condenſator u. ſ. w. der Bewegung des Kolbens entgegenwirkt, und nun in den obigen Formeln ſtatt q überall $q + r$ einſetzen. Hierbei bezeichnet natürlich r den Theil der Kolbenreibung u. ſ. w., welcher auf jeden Quadratzoll der Kolbenfläche kommt

$$\text{und} = \frac{R}{F} + \cdots = \frac{4\,\varphi\, e}{d}\,(p - q) + \ldots \text{ zu ſetzen iſt.}$$

Die allgemeinſte Pambour'ſche Leiſtungsformel für eincylindrige Expanſionsmaſchinen nimmt dann die Form

$$L = 144\ Q(\beta + p)\left[\frac{s}{s+\sigma} + Log.\,nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) + \frac{s_1}{s+\sigma}\cdot\frac{\beta+q+r}{\beta+p}\right]$$

an.

Es iſt nun die Frage, wie weit ſoll man die Expanſion treiben, um die Maximalleiſtung bei einer gegebenen Dampfmenge zu erlangen, welches Verhältniß muß man alſo für $\frac{s_1}{s}$ in Anwendung bringen? Die Expanſion bringt gewiß noch Vortheil, ſo lange ſie eine Leiſtung giebt, welche die Arbeit des Gegendruckes, der Kolbenreibung u. ſ. w. übertrifft, d. h. ſo lange die Dampfſpannung noch größer iſt als der Gegendruck $q + r$; wäre dieſelbe aber kleiner als der Gegendruck, ſo würde natürlich die arbeitende Kraft negativ ausfallen, und die Maſchine auf Koſten ihrer Totalleiſtung in Folge ihrer Trägheit die Expanſion noch weiter ausdehnen können. Damit ein ſolcher Verluſt nicht eintrete und gleichwohl von der Dampfkraft der größte Gewinn gezogen werde, iſt es nöthig, gerade ſo weit expandiren zu laſſen, daß die Dampfſpannung p_1 am Ende des Kolbenſpieles dem Gegendrucke $q + r$ gleichkomme. Nun iſt aber nach der Navier'ſchen Regel:

$$\frac{s+\sigma}{s_1+\sigma} = \frac{\beta+p_1}{\beta+p};$$

ſetzen wir daher ſtatt p_1, $q + q_1$, ſo bekommen wir die Regel:

$$\frac{s+\sigma}{s_1+\sigma} = \frac{\beta+q+r}{\beta+p},$$

oder wenn wir σ vernachläſſigen,

$$\frac{s}{s_1} = \frac{\beta+q+r}{\beta+p},$$

oder:

$$\frac{s}{s_1} = \frac{1}{\beta+p}\cdot\frac{1}{\beta+q+r},$$

alſo, wenn man die den Spannungen p und $q + q_1$ entſprechenden ſpecifiſchen Dampfvolumina $\frac{\alpha}{\beta+p}$ und $\frac{\alpha}{\beta+q+r}$ durch μ und μ_1 bezeichnet,

$$\frac{s}{s_1} = \frac{\mu}{\mu_1};$$

d. h. die vortheilhafteſte Dampfbenutzung findet dann Statt, wenn ſich der Kolbenweg vor der Expanſion zum ganzen Kolbenwege verhält, wie das ſpecifiſche Dampfvolumen, welches dem eintre-

tenden Dampfe entſpricht, zum Dampfvolumen, welches dem Gegendrucke $q + r$ angehört.

Nimmt man, dem Mariotte'ſchen Geſetze folgend, $\beta = 0$ an, ſo erhält man die Regel:

$$\frac{s}{s_1} = \frac{q + r}{p},$$

welche bei bedeutenden Dampfſpannungen auf zu kleine Werthe führt.

Beiſpiel. Wie weit iſt die Expanſion bei der im Beiſpiele zu §. 480 und §. 481 behandelten Maſchine zu treiben, um von dem Dampfe den größten Gewinn zu ziehen? Es iſt hier $p = 3{,}5 \,.\, 14{,}10 = 49{,}35$ Fußpfund, ferner $q = 14{,}10$, ſowie $r = \frac{R}{F} = \frac{359}{254{,}47} = 1{,}411$, rechnen wir indeſſen wegen anderer Verluſte das Doppelte, alſo $r = 2{,}821$, ſo bekommen wir:

$$q + r = 16{,}92.$$

Nun entſpricht der Spannung $p = 3{,}5$ Atmoſphären das ſpecifiſche Dampfvolumen $= 508$ und der Spannung $q + r = 16{,}92$ Pfund $= 1{,}2$ Atmoſphären das ſpecifiſche Dampfvolumen $= 1390$; daher iſt hier das zweckmäßigſte Expanſionsverhältniß:

$$\frac{s}{s_1} = \frac{508}{1390} \text{ oder ungefähr } {}^4/_{11},$$

nach der Mariotte'ſchen Regel hingegen:

$$\frac{s}{s_1} = \frac{1{,}2}{3{,}5} \text{ oder ungefähr } \frac{s}{s_1} = {}^{40}/_{117}.$$

§. 501 **Wirkungsgrade der Dampfmaſchinen.** Die effectiven Leiſtungen der Dampfmaſchinen laſſen ſich auch annähernd mit Zuhülfeziehung von Erfahrungscofficienten, welche ſich allerdings bei Maſchinen von verſchiedenen Größen und verſchiedenen Syſtemen etwas ändern, durch die Formeln für die theoretiſche Leiſtung berechnen. Dieſen Weg der Berechnung haben beſonders Poncelet und Morin eingeſchlagen, und der Letztere theilt in ſeinen Schriften, namentlich in ſeinem Aide-Mémoire de Mécanique pratique, und in ſeinen Leçons de Mécanique pratique folgende aus Beobachtungen und Verſuchen gezogene Erfahrungszahlen mit.

Für Maſchinen ohne Expanſion iſt die Leiſtung

$$L_1 = \eta \,.\, 144\ Q\,(p_0 - q_0) \text{ Fußpfund},$$

wo Q das verbrauchte Dampfquantum pr. Secunde, p_0 die Dampfſpannung im Keſſel und q_0 die im Condenſator oder, nach Befinden, die in der freien Luft bezeichnet. Der Erfahrungscoefficient η oder der ſogenannte Wirkungsgrad wächſt mit der Größe der Maſchine, ſcheint jedoch bei einer gewiſſen Größe der Maſchine ein Maximum zu erreichen; folgende Tabellen enthalten ſeine vorzüglichſten Werthe.

1) Für Tief- oder Niederdruckmaschinen.

Stärke der Maschine in Pferdekräften.	Wirkungsgrad η	
	bei gutem	bei gewöhnlichem
	Zustande der Unterhaltung.	
4 bis 8	0,50	0,42
10 „ 20	0,56	0,47
30 „ 50	0,60	0,54
60 „ 100	0,60	0,54

2) Für Hochdruckmaschinen.

Stärke der Maschine in Pferdekräften.	Wirkungsgrad η	
	bei gutem	bei gewöhnlichem
	Zustande der Unterhaltung.	
unter 10	0,50	0,40
10 bis 20	0,55	0,44
20 „ 30	0,60	0,48
30 „ 40	0,65	0,52
40 „ 50	0,70	0,56

Beispiel. Welche Leistung giebt eine Dampfmaschine mit Tiefdruck und ohne Expansion, welche bei einem Kolbenhub von 6 Fuß eine Cylinderweite von $2\frac{1}{2}$ Fuß hat, pr. Minute 18 Spiele macht, übrigens mit Dämpfen von 104° Temperatur gespeist wird und im Condensator eine Temperatur von 35° unterhält? Das pr. Spiel verbrauchte Dampfquantum ist

$$V = \pi \,.\, (5/4)^2 \,.\, 6 = 29{,}45 \text{ Cubikfuß},$$

und die den Temperaturen 104° und 35° entsprechenden Spannungen sind 1,148 und 0,057 Atmosphären, folglich ist die theoretische Leistung dieser Maschine pr. Kolbenweg:

$$Ps = 144\, V_s(p_0 - q_0) = 144 \,.\, 29{,}45 \,.\, 14{,}10\ (1{,}148 - 0{,}057)$$
$$= 4240{,}8 \,.\, 14{,}10 \,.\, 1{,}091 = 65236 \text{ Fußpfund},$$

oder, da die Maschine pr. Secunde diesen Weg $\frac{2 \,.\, 18}{60} = 0{,}6$mal macht, die theoretische Leistung pr. Secunde

$$L_1 = 0{,}6 \,.\, 65236 = 39142 \text{ Fußpfund} = 81{,}5 \text{ Pferdekräfte}.$$

Nehmen wir nun den Wirkungsgrad $\eta = 0{,}60$ an, ſo bekommen wir die effective Leiſtung dieſer Maſchine:

$$L_1 = 0{,}6 \,.\, 41779 = 23985 \text{ Fußpfund} = 48{,}9 \text{ Pferdekräfte.}$$

Das Dampfquantum $Q = 0{,}6 \,.\, 29{,}45 = 17{,}67$ Cubikfuß, welches dieſe Maſchine pr. Secunde verbraucht, wiegt nach der Tabelle in §. 391, bei 1,152 Atmoſphären Spannung,

$$Q\gamma = \frac{61{,}75 \,.\, 17{,}67}{1451} = \frac{1166{,}22}{1451} = 0{,}7520 \text{ Pfund,}$$

und erfordert, wenn das Speiſewaſſer mit 30° Wärme in den Keſſel tritt, annähernd die Wärmemenge

$$W = (640 - 30) \,.\, 0{,}7520 = 610 \,.\, 0{,}7520 = 459 \text{ Calorien.}$$

Wenn nun 1 Pfund Brennmaterial, welches zur Erzeugung dieſer Dämpfe angewendet wird, nur $^3/_4 \,.\, 7500 = 5625$ Calorien giebt und bei der Dampferzeugung hiervon nur 0,6 zu Gute gemacht werden, ſo folgt der nöthige Brennſtoffaufwand ſtündlich

$$= \frac{60 \,.\, 60 \,.\, 459}{0{,}6 \,.\, 5625} = \frac{27520300}{5625} = 489 \text{ Pfund.}$$

Da nun die Maſchine 48,9 Pferdekräfte leiſtet, ſo folgt hiernach der Brennmaterialaufwand ſtündlich und pr. Pferdekraft:

$$K = \frac{489}{48{,}9} = 10 \text{ Pfund.}$$

§. 502 Für Expanſionsmaſchinen iſt ebenſo die effective Leiſtung

$$L_1 = \eta \,.\, 144\, Q p_0 \left(1 + \mathit{Log.\,nat.}\, \frac{p_0}{p_1} - \frac{q_0}{p_1}\right) \text{ Fußpfund}$$

zu ſetzen, und hierin für $\frac{p_0}{p_1}$ der Werth $\frac{F_1 s_1}{f' s}$ einzuführen. Uebrigens bezeichnet natürlich auch hier p_0 die Spannung des Dampfes im Keſſel und q_0 die im Condenſator. Der Wirkungsgrad η wächſt hier ebenfalls mit der Stärke der Maſchine. Sein Werth für jede Maſchine von gegebener Stärke iſt aus folgender Tabelle zu entnehmen.

Stärke der Maſchine in Pferdekräften.	Wirkungsgrad η	
	bei gutem	bei gewöhnlichem
	Zuſtande der Unterhaltung.	
4 bis 8	0,33	0,30
10 „ 20	0,42	0,35
20 „ 30	0,47	0,38
30 „ 40	0,49	0,39
40 „ 50	0,57	0,46
50 „ 60	0,62	0,50
60 „ 70	0,66	0,53
70 „ 100	0,76	0,61

Diese Coefficienten sind sowohl bei den ein- als auch bei den zweicylindrigen Expansionsmaschinen anwendbar.

Es versteht sich von selbst, daß diese Coefficienten nur bei mittleren Geschwindigkeiten, mittleren Querschnitten der Dampfleitungen u. s. w. ihre Gültigkeit haben.

Anmerkung. Ueber die Leistungen der Locomotiven und über die der einfachwirkenden Maschinen, welche zum Wasserheben dienen, namentlich über die der Cornwaller Wasserhebungsmaschinen, wird im dritten Theile das Nöthige abgehandelt. Auch findet dann die Theorie der Schiebersteuerung eine ausführliche Behandlung.

Beispiel. Welche Leistung kann man von einer Woolf'schen Expansionsdampfmaschine erwarten, die, wie im Beispiele zu §. 482, die Dimensionen $d = 18$ Zoll, $s = 40$ Zoll, $d_1 = 30$ Zoll und $s_1 = 50$ Zoll hat, welche ferner 24 Spiele pr. Minute macht und im Dampfkessel $3\frac{1}{2}$, dagegen im Condensator $\frac{1}{8}$ Atmosphäre Spannung besitzt? Nach der im angeführten Paragraphen ausgeführten Berechnung ist die theoretische Leistung $L = 148$ Pferdekräfte; setzen wir den Wirkungsgrad $\eta = 0{,}7$, so erhalten wir die effective Leistung der Maschine:

$$L_1 = 0{,}7 \,.\, 148 = 103{,}6 \text{ Pferdekräfte;}$$

wofür jedoch der Sicherheit wegen nur 100 Pferdekräfte anzunehmen sein möchten. Das Dampfquantum pr. Secunde ist

$$Q = \frac{24}{30} \cdot (3/4)^2 \, \pi \cdot \frac{40}{12} = \frac{3\pi}{2} = 4{,}7124 \text{ Cubikfuß;}$$

dasselbe wiegt $\frac{61{,}75 \,.\, 4{,}7124}{535} = 0{,}5439$ Pfund, und erfordert $610 \,.\, 0{,}5813 = 354{,}6$ Calorien zu seiner Erzeugung. Wenn nun 1 Pfund Brennstoff bei der Verbrennung 5625 Calorien giebt, und hiervon nur 0,6 zur Wirkung gelangen, so folgt, daß diese Maschine an Brennstoff stündlich $\frac{60 \,.\, 60 \,.\, 354{,}6}{0{,}6 \,.\, 5439} = 391$ Pfund, und folglich pr. Pferdekraft die Brennstoffmenge $K = {}^{391}/_{100} = 3{,}91$ Pfund verbraucht.

Pambour's Theorie. Pambour setzt bei seiner Theorie der Dampfmaschinen die Kraft des Dampfkolbens der auf die Kolbenfläche reducirten Last der Maschine gleich und nimmt diese aus drei Theilen bestehend an, nämlich aus der Nutzlast P_1, aus einem constanten Theile R und aus einem veränderlichen, der Nutzlast P_1 proportionalen Theil δP_1 der Nebenlast (vergl. § 140). Es ist also hiernach die mittlere Kolbenkraft: §. 503

$$P = P_1 + R + \delta P_1 = P_1 (1 + \delta) + R,$$

sowie umgekehrt die Nutzlast:

$$P_1 = \frac{P - R}{1 + \delta}.$$

Ferner bezieht dieser Schriftsteller diese Kräfte auf die Einheit der Kolbenfläche

$$F = \frac{\pi d^2}{4},$$

z. B. auf den Quadratzoll, indem er

$$P = Fp,\ P_1 = Fp_1 \text{ und } R = Fr$$

ſetzt. Hiernach erhält er:

$$p = (1 + \delta)\ p_1 + r,$$

ſowie die Nutzlaſt pr. Quadratzoll Kolbenfläche:

$$p_1 = \frac{p - r}{1 + \delta}.$$

Der der conſtanten Nebenlaſt R entſprechende Druckverluſt r_1 beſteht wieder aus zwei Theilen; aus dem Drucke q, welchen der Kolben auf ſeiner Gegenfläche durch die Spannung im Condenſator oder in der freien Luft wirklich erleidet, und aus dem Theile r, welcher hauptſächlich durch die Kolben- und andere Reibungen verloren geht. Pambour ſetzt dieſen Theil

$$r = \frac{300}{d} \text{ engl. Pfund}$$

auf jeden engl. Quadratfuß; führen wir aber das preußiſche Maß ein, ſo erhalten wir dieſen Druckverluſt pr. Quadratzoll Kolbenfläche:

$$r = \frac{25}{d} \text{ Pfund},$$

wobei der Durchmeſſer d des Kolbens in Zollen auszudrücken iſt. Den Coefficienten δ giebt derſelbe $= 0{,}14$ an, weshalb man hiernach erhält:

$$p = 1{,}14\, p_1 + q + r,$$

und umgekehrt:

$$p_1 = \frac{p - (q + r)}{1{,}14} = 0{,}878\ [p - (q + r)].$$

Es iſt daher die Nutzlaſt einer Dampfmaſchine ohne Expanſion

$$P_1 = Fp_1 = \frac{F[p - (q + r)]}{1 + \delta} = 0{,}878\, F[p - (q + r)] \text{ Pfund},$$

und die Nutzleiſtung:

$$\begin{aligned} L_1 = P_1 v &= \frac{Fv}{1 + \delta}\ [p - (q + r)] \\ &= \frac{144\ Q}{1 + \delta}\ [p - (q + r)] \\ &= 0{,}878\ .\ 144\ Q\ [p - (q + r)] \\ &= 126{,}4\ Q\ [p - (q + r)] \text{ Fußpfund}. \end{aligned}$$

Bei den Expanſionsmaſchinen iſt p veränderlich und deshalb nach §. 500

$$L_1 = \frac{144\,Q}{1+\delta}\left[\left(\frac{s}{s+\sigma} + Ln.\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)(\beta+p) - \frac{s_1}{s+\sigma}(\beta+q+r)\right]$$

$$= 126{,}4\,Q\left(\left[\frac{s}{s+\sigma} + Ln.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)\right](\beta+p) - \frac{s_1}{s+\sigma}(\beta+q+r)\right)$$

Fußpfund zu ſetzen.

Herr Völkers nimmt den Gegendruck pr. Quadratzoll für Maſchinen mit Condenſation, $q = 2{,}4$ Pfd. und für ſolche ohne Condenſation, $q = 15$ Pfd. an. Uebrigens ſetzt derſelbe die übrige conſtante Nebenlaſt

$$r = r_1 + r_2 + r_3 + r_4,$$

indem er unter r_1 die Reibung des Schwungrades, unter r_2 die Reibung des Dampfkolbens, und unter r_3 den Widerſtand der Luftpumpe, ſowie unter r_4 den Widerſtand der Kaltwaſſerpumpe verſteht, und nimmt auf Grund ſeiner Verſuche

1) für Dampfmaſchinen ohne Condenſation

$$r = 0{,}00033\,\frac{G}{d^2} + \frac{1{,}212}{d},$$

2) für gewöhnliche Dampfmaſchinen mit Condenſation

$$r = 0{,}00033\,\frac{G}{d^2} + \frac{1{,}212}{d} + 0{,}48 + 0{,}009\,h,$$

3) ferner für Woolf'ſche Dampfmaſchinen

$$r = 0{,}00024\,\frac{G}{d^2} + \frac{1{,}32}{d} + 0{,}41 + 0{,}008\,h, \text{ und}$$

4) für Corliß-Dampfmaſchinen

$$r = 0{,}00033\,\frac{G}{d^2} + \frac{1{,}212}{d} + 0{,}41 + 0{,}008\,h$$

an, wobei das Gewicht G des Schwungrades in Pfunden, ferner der Durchmeſſer d des Dampfkolbens in Zollen, ſowie die Förderhöhe h der Kaltwaſſerpumpe in Fußen auszudrücken ſind, und r die conſtante Nebenlaſt in Pfunden pr. Quadratzoll Kolbenfläche angiebt.

Beiſpiel. Die in den Beiſpielen zu §. 481 und §. 482 berechnete eincylindrige Expanſionsmaſchine hat nach Morin, da die theoretiſche Leiſtung $L = 33{,}5$ Pferdekräfte gefunden wurde und deshalb $\eta = 0{,}50$ anzunehmen iſt, die effective Leiſtung $L_1 = 0{,}50 \,.\, 33{,}5 = 16{,}25$ Pferdekräfte. Nach der Pambour'ſchen Theorie iſt, wenn man $\sigma = {}^1/_{20}\,s_1$, $r = {}^{25}/_{18} = 1{,}39$ und die Spannung p im Dampfcylinder um 10 Procent kleiner als im Keſſel annimmt, alſo $p = 0{,}9 \,.\, p_0 = 0{,}9 \,.\, 3{,}5 \,.\, 14{,}10 = 44{,}415$ Pfund, und dagegen beim Austritt des Dampfes die Spannung im Dampfcylinder um 10 Procent größer als im Condenſator, alſo $q = 1{,}1\,q_0 = 1{,}1 \,.\, 14{,}10 = 15{,}51$ Pfund ſetzt, die effective Leiſtung

$$L_1 = 0{,}878 \,.\, 271{,}44\left(\left[\frac{0{,}4}{0{,}4+0{,}05} + Log.\,nat.\left(\frac{1{,}05}{0{,}45}\right)\right] . 48{,}53 - \frac{21{,}02}{0{,}45}\right)$$

$$= 238{,}3\,[(0{,}8888 + 0{,}8473) \,.\, 48{,}53 - 46{,}71]$$

$$= 238{,}3\,(1{,}7361 \,.\, 48{,}53 - 46{,}71) = 238{,}3\,(84{,}25 - 46{,}71)$$

$$= 238{,}3 \,.\, 37{,}54 = 8946 \text{ Fußpfund} = 18{,}6 \text{ Pferdekräfte},$$

also um 14,5 Procent größer, als nach Morin. Bei Annahme einer größeren Spannungsdifferenz würden die Resultate einander näher gekommen sein.

§. 504 **Leistungsformeln nach der Pambour'schen Theorie.** Führt man statt des Dampfquantums Q die entsprechende Speisewassermenge M ein, setzt man also

$$Q = \frac{\alpha M}{\beta + p},$$

so erhält man die Leistungsformel:

$$L_1 = \frac{144\ \alpha}{1+\delta} M\left[\frac{s}{s+\sigma} + Ln.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \frac{s_1}{s+\sigma}.\frac{\beta+q+r}{\beta+p}\right],$$

oder:

$$L_1 = \frac{144}{1+\delta}\left(\left[\frac{s}{s+\sigma} + Ln.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)\right]\alpha M - \frac{s_1}{s+\sigma}(\beta+q+r)\,Q\right),$$

und es ist hiernach zur Berechnung der Leistung einer Dampfmaschine die Dampfspannung p im Cylinder gar nicht nöthig.

Noch hat man $Q = \frac{n}{30} F(s+\sigma)$ und $v = \frac{n}{30} s_1$, daher läßt sich auch

$$Q = \frac{v}{s_1} F(s+\sigma) = \frac{s+\sigma}{s_1} F v$$

einführen, so daß sich ergiebt:

$$1)\ L_1 = \frac{144}{1+\delta}\left(\left[\frac{s}{s+\sigma} + Ln.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)\right]\alpha M - (\beta+q+r) F v\right) \text{ Fußpfd.}$$

Mittels dieser Formel läßt sich also die Leistung der Maschine vorzüglich aus dem Verdampfungsvermögen des Dampfkessels oder aus der Wassermenge M berechnen, welche durch denselben pr. Secunde in Dampf verwandelt wird.

Setzt man noch

$$M = \frac{\psi K}{61{,}75\ (640 - t_1)},$$

wobei ψ die Wärmemenge pr. Pfund Brennstoff bezeichnet, so erhält man die Leistung ausgedrückt durch den Brennmaterialaufwand K, nämlich:

$$2)\ L_1 = \frac{144}{1+\delta}\left(\left[\frac{s}{s+\sigma} + Ln.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)\right]\frac{\alpha\psi K}{61{,}75(640-t_1)} - (\beta+q+r) F v\right)$$

Fußpfund.

Herr Völker nennt das Verhältniß $\frac{L_1}{M\gamma}$ der Nutzleistung L_1 zur Dampfmenge, $M\gamma = \frac{Q\gamma}{\mu}$ das Güteverhältniß der Dampfmaschine.

Dieſes Verhältniß iſt dem Obigen zu Folge:

$$\frac{L_1}{M\gamma} = \frac{144}{1+\delta}\cdot\frac{\alpha}{\gamma}\left[\frac{s}{s+\sigma} + Ln.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \frac{s_1}{s+\sigma}\cdot\frac{\beta+q+r}{\beta+p}\right],$$

und wächſt mit der Dampfſpannung p und mit dem Expanſionsverhältniß

$$\varepsilon = \frac{s_1}{s}.$$

Uebrigens giebt Pambour keine Regel zur Beſtimmung der Dampfſpannung p_0 im Keſſel; um dieſelbe aus M und Q oder mittels der Formel

$$p = \frac{\alpha M}{Q} - \beta$$

zu berechnen, bleibt nichts übrig, als die Spannungsverluſte durch Verſuche zu ermitteln und dieſe zu der Spannung p im Cylinder zu addiren.

Herr Völker ſetzt auf Grund ſeiner Verſuche den Spannungsverluſt bei ganz geöffneter Dampfklappe, $p_0 - p = 0{,}031\ \frac{Fv}{F_1}$ Pfund, wobei F den Querſchnitt des Dampfkolbens, F_1 den der Dampfcanäle und v die Geſchwindigkeit des erſteren in Fußen bezeichnen.

Hat man ſo die Spannung p_0 im Keſſel beſtimmt, ſo erhält man das entſprechende Dampfvolumen, unter dieſer Spannung gemeſſen:

$$Q_0 = \left(\frac{\beta+p}{\beta+p_0}\right)Q,$$

während das Dampfquantum, gemeſſen unter dem mittleren Druck im Cylinder

$$Q = \frac{s+\sigma}{s_1}\,Fv$$

zu ſetzen iſt.

Um durch Verſuche den Factor r der conſtanten Nebenlaſt zu finden, vermindert man die Spannung p des Dampfes im Keſſel ſoweit bis ſie eben noch hinreicht, die unbelaſtete Maſchine in Bewegung zu ſetzen. Dann iſt die Nutzleiſtung der Maſchine = Null, alſo

$$\frac{s_1}{s+\sigma}(\beta+q+r) = \left[\frac{s}{s+\sigma} + Ln.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)\right](\beta+p_m),$$

wenn p_m die entſprechende Dampfſpannung bezeichnet, und daher das geſuchte Maß der conſtanten Nebenlaſt

$$r = \left[\frac{s}{s_1} + \frac{s+\sigma}{s_1}\,Ln.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)\right](\beta+p_m) - (\beta+q).$$

Um dagegen den Factor $1+\delta$ der variablen Nebenlaſt zu ermit-

teln, vergrößere man bei ganz geöffneter Dampfklappe die Laſt nach und nach ſo viel bis die Maſchine zum Stillſtand kommt, und beobachte die hierbei ſtattfindende Dampfſpannung p_n.

Es iſt dann zu ſetzen:

$$p_n = \frac{L_1}{Fv} = \frac{30}{n s_1}\frac{L_1}{F} = \frac{s+\sigma}{s_1}\frac{L_1}{144\,Q}$$

$$= \frac{1}{1+\delta}\left(\left[\frac{s}{s+\sigma} + Ln.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)\right](\beta+p_n)\frac{s+\sigma}{s_1} - (\beta+q+r)\right),$$

und daher der geſuchte Factor

$$1+\delta = \frac{1}{p_n}\left(\left[s+(s+\sigma)\,Ln.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)\right]\frac{\beta+p_n}{s_1} - (\beta+q+r)\right).$$

Beiſpiele. 1) Welche Leiſtung iſt von einer Hochdruckmaſchine zu erwarten, deren Keſſel ſtündlich 20 Cubikfuß Waſſer in Dampf verwandelt, und deren Treibcylinder $1^3/_4$ Fuß Durchmeſſer hat, die ferner pr. Minute 24 fünffüßige Spiele macht, bei $^1/_4$ des ganzen Kolbenweges ſchon abſperrt und im Condenſator eine Spannung von $^1/_{10}$ Atmoſphäre erhält? Nach der Leiſtungsformel 1) iſt

$$L_1 = 126{,}4\left(({}^5/_6 + Ln.{}^7/_2)\cdot\frac{31053.20}{60.60} - (4{,}120+1{,}410+{}^{25}/_{21})({}^7/_8)^2.\pi\cdot\frac{24.2.5}{60}\right)$$

$$= 126{,}4\left((0{,}8333+1{,}2528)\cdot\frac{31053}{180} - 6{,}720\cdot\frac{49}{16}\,\pi\right)$$

$$= 126{,}4\left(\frac{2{,}0861\,.\,31053}{180} - 6{,}720\,.\,3{,}0625\,\pi\right)$$

$$= 126{,}4\,(359{,}9-64{,}6) = 126{,}4\,.\,295{,}3 = 37326 \text{ Fußpfd.} = 77^3/_4 \text{ Pferdekräfte.}$$

Die Spannung des Dampfes im Keſſel bleibt hierbei unbekannt, die im Cylinder aber iſt vor der Expanſion, da das pr. Secunde im Cylinder verbrauchte Dampfvolum

$$Q = \frac{s+\sigma}{s_1}\,Fv = 0{,}3\cdot\frac{49\,\pi}{16} = 2{,}886 \text{ Cubikfuß}$$

beträgt,

$$p = \frac{\alpha M}{Q} - \beta$$

$$= \frac{28961}{180\,.\,2{,}886} - 4{,}120 = 55{,}750 - 4{,}120 = 51{,}630 \text{ Pfund.}$$

2) Welche Waſſermenge muß die letzte Maſchine pr. Secunde in Dampf verwandeln, damit ſie eine mittlere Kolbenkraft von 7500 Pfund ausübe? Da

$$v = \frac{24\,.\,2\,.\,5}{60} = 4 \text{ Fuß}$$

iſt, ſo hat man die geforderte Leiſtung:

$$L_1 = 4\,.\,7500 = 30000 \text{ Fußpfund.}$$

Setzen wir daher in der Formel

$$M = \frac{1{,}14\,L_1 + 144\,(\beta+q+r)\,Fv}{144\,\alpha\left[\frac{s}{s+\sigma} + Ln.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)\right]} \text{ Cubikfuß}$$

ſtatt L_1 dieſen Werth ein, ſo erhalten wir mit Beibehaltung der übrigen Werthe die geſuchte Waſſermenge pr. Secunde:

$$M = \frac{1{,}14 \,.\, 30000 + 144 \,.\, 64{,}6}{144 \,.\, 28961 \,.\, 2{,}0861} = \frac{34200 + 9302}{28961 \,.\, 300{,}39} = 0{,}005001 \text{ Cubikfuß},$$

also stündlich $= 3600 \,.\, 0{,}005001 = 18$ Cubikfuß.

Anordnung einer Dampfmaschine. Nachdem wir im Vorstehenden §. 505
die vorzüglichsten Regeln zur Berechnung der Leistung einer Dampfmaschine abgehandelt haben, bleibt uns nur noch übrig, die Auflösung der umgekehrten Aufgabe zu zeigen, nämlich Regeln mitzutheilen, nach welchen die Hauptdimensionen einer Dampfmaschine von gegebener Leistung zu berechnen sind.

Das erste der zu bestimmenden Elemente ist das Dampfquantum. Dasselbe ergiebt sich auch durch Umkehrung der Leistungsformel unmittelbar. Legen wir die Morin-Poncelet'sche Theorie zu Grunde, setzen wir also die Nutzleistung

$$\text{I.} \quad L_1 = \eta \,.\, 144 \; Q \; p_0 \left(1 + Ln. \frac{F_1 s_1}{F s} - \frac{q_0}{p_1}\right) \text{ Fußpfund},$$

so erhalten wir hiernach das Dampfquantum:

$$\text{II.} \quad Q = \frac{L_1}{\eta \,.\, 144 p_0 \left(1 + Ln. \frac{F_1 s_1}{F s} - \frac{q_0}{p_1}\right)} \text{ Cubikfuß},$$

wenn außer der Leistung L_1 nur noch die Spannungen p_0 und q_0, das Expansionsverhältniß

$$\varepsilon = \frac{F_1 s_1}{F s}$$

gegeben sind und der Wirkungsgrad η bekannt ist. In der Regel nehmen die Maschinenbauer η selbst noch etwas kleiner an, als die Versuche gegeben haben, weshalb die effectiven Leistungen meist noch größer ausfallen, als die nominellen.

Den oben (§. 501 und §. 502) angegebenen, sowie auch vielen anderen Versuchsresultaten zufolge, läßt sich annehmen, daß der Wirkungsgrad einer Dampfmaschine mit der Stärke der Maschine wachse, und sich hierbei einem gewissen Grenzwerthe immer mehr und mehr nähere. Deshalb läßt sich derselbe auch

$$\eta = \frac{L_1}{L} = \frac{\mu \sqrt{L}}{1 + \nu \sqrt{L}}$$

setzen, wobei μ und ν aus den Versuchsresultaten berechnete Coefficienten bezeichnen und L die theoretische Leistung in Pferdekräften ausdrückt.

1) Bei Watt'schen oder Niederdruckdampfmaschinen ist mit ziemlicher Sicherheit für $L = 4$ Pferdekräfte, $\eta = 0{,}40$ und für $L = 100$ Pferdekräfte, $\eta = 0{,}50$ zu setzen, daher folgt hier:

$$0{,}4 = \frac{2\mu}{1 + 2\nu} \text{ und } 0{,}5 = \frac{10\mu}{1 + 10\nu},$$

oder:

$$\mu = 0{,}2 + 0{,}4\,\nu \text{ und } = 0{,}05 + 0{,}5\,\nu,$$

ſo daß ſich nun

$$\nu = 1{,}5 \text{ und } \mu = 0{,}8,$$

alſo der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{0{,}8\sqrt{L}}{1 + 1{,}5\sqrt{L}}$$

ergiebt.

Hiernach iſt für

$L =$	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	114	225 Pferdekräfte.
$\eta =$	0,32	0,40	0,44	0,46	0,47	0,48	0,49	0,495	0,49	0,50	0,51	0,51

2) Bei Woolf'ſchen oder Mitteldruckdampfmaſchinen mit zwei Cylindern iſt nach Morin
für $L = 4$, $\eta = 0{,}30$ und für $L = 100$ Pferdekräfte, $\eta = 0{,}566$,
wonach ſich allgemein

$$\eta = \frac{0{,}255\sqrt{L}}{1 + 0{,}351\sqrt{L}}$$

berechnet, und folgt für

$L =$	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	144	225 Pferdekräfte
$\eta =$	0,19	0,30	0,37	0,42	0,46	0,49	0,52	0,54	0,55	0,565	0,585	0,61

3) Bei Hochdruckmaſchinen mit Condenſation hat man ferner für $L = 4$, $\eta = 0{,}34$ und für $L = 100$, $\eta = 0{,}465$;
wonach allgemein

$$\eta = \frac{0{,}506\sqrt{L}}{1 + 0{,}988\sqrt{L}}$$

iſt, und ſich ergiebt für

$L =$	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	144	225 Pferdekräfte
$\eta =$	0,25	0,34	0,38	0,41	0,43	0,44	0,45	0,45	0,46	0,465	0,47	0,48

4) Bei Hochdruckmaſchinen ohne Condenſation hat man endlich für $L = 4$, $\eta = 0{,}35$ und für $L = 100$, $\eta = 0{,}517$,

wonach allgemein

$$\eta = \frac{0{,}433\sqrt{L}}{1 + 0{,}738\sqrt{L}}$$

iſt, und ſich ergiebt für

$L =$	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	144	225 Pferdekräfte
$\eta =$	0,25	0,35	0,39	0,43	0,46	0,48	0,49	0,50	0,51	0,515	0,525	0,535

Iſt das Dampfquantum Q gegeben, oder hat man es mit Hülfe der §. 506
Formel II. des vorigen Paragraphen berechnet, ſo kommt es nun darauf an, die mittlere Kolbengeſchwindigkeit v zu kennen, und hierauf die nöthige Größe F der Kolbenfläche zu beſtimmen.

Um einen ſanften Gang der Maſchine zu erzielen, und um die Nebenhinderniſſe, zumal die Spannungsverluſte, in den Dampfleitungen möglichſt herabzuziehen, läßt man die Dampfmaſchinen nur mit einer mäßigen Geſchwindigkeit gehen. Nach Watt's Vorſchrift ſoll die mittlere Kolbengeſchwindigkeit $3\frac{1}{2}$ Fuß, und zwar 3 Fuß bei kleinen, und 4 Fuß bei großen Maſchinen, betragen. Das Wachſen der Geſchwindigkeit mit der Stärke der Maſchine gewährt den Vortheil, daß ſtärkere Dampfmaſchinen verhältnißmäßig kleinere Dimenſionen, kleinere Schwungräder u. ſ. w. erfordern, als ſchwache Maſchinen. Die Watt'ſche Scala der Kolbengeſchwindigkeiten v iſt folgende:

$L_1 =$	4 bis 8	8 bis 15	15 bis 25	25 bis 40	40 bis 60	60 bis 100 Pferdekräfte
$v =$	34	37	40	43	46	50 Zoll
$=$	2,83	3,08	3,33	3,58	3,83	4,17 Fuß.

Da jedenfalls dieſe mittlere Kolbengeſchwindigkeit eine gewiſſe Grenze hat, ſo kann man wieder

$$v = \frac{\mu\sqrt{L_1}}{1 + \nu\sqrt{L_1}}$$

ſetzen, wo μ und ν noch zu ermittelnde Zahlenwerthe bezeichnen.

Für $L_1 = 4$, iſt $v = 32$ Zoll, und für $L_1 = 100$, $v = 50$ Zoll, alſo

$$0{,}34 = \frac{2\mu}{1 + 2\nu} \text{ und } 0{,}50 = \frac{10\mu}{1 + 10\nu}$$

geſetzt, folgt für Niederdruck- oder Watt'ſche Dampfmaſchinen:

$$\text{I a.)}\quad v = \frac{42{,}5\sqrt{L_1}}{1 + 0{,}75\sqrt{L_1}} \text{ Zoll.}$$

Setzt man in dieſer Formel $L_1 = \infty$, ſo giebt ſie den größten Werth der mittleren Kolbengeſchwindigkeit:

$$v = \frac{42{,}5}{0{,}75} = 57 \text{ Zoll} = 4{,}75 \text{ Fuß.}$$

Uebrigens berechnet ſich nach dieſer Formel folgende Scala:

$L_1 =$	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	144	225 Pferdekräfte
$v =$	24	34	39	42,5	45	46	47	48	49	50	51	52 Zoll
	2,00	2,83	3,25	3,54	3,75	3,83	3,92	4,00	4,08	4,17	4,25	4,33 Fuß

Die Mittel- und Hochdruckmaſchinen läßt man nicht ſelten mit größeren Geſchwindigkeiten arbeiten; hier iſt

für $L_1 = 4$, $v = 40$ und für $L_1 = 100$, $v = 56$ Zoll

zu ſetzen, wonach nun

$$\text{I b.)}\quad v = \frac{56\sqrt{L_1}}{1 + 0{,}9\sqrt{L_1}}$$

folgt und ſich daher der Maximalwerth

$$v = \frac{56}{0{,}9} = 62 \text{ Zoll} = 5{,}17 \text{ Fuß}$$

ergiebt.

In der Praxis ſieht man eine mittlere Kolbengeſchwindigkeit von 6 Fuß als die äußerſte und bei Balanciermaſchinen ſogar nicht zuläſſige Geſchwindigkeit an.

Mittels dieſer Formel berechnet ſich folgende Geſchwindigkeitsſcala:

$L_1 =$	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	144	225 Pferdekräfte
$v =$	30	40	46	49	51	53	54	55	55,5	56	57	58 Zoll
	2,50	3,33	3,83	4,08	4,25	4,42	4,50	4,57	4,62	4,67	4,75	4,83 Fuß

Die in der letzten Tabelle enthaltenen Geſchwindigkeitswerthe ſind eigentlich nur die Maxima derſelben, da in den meiſten Fällen die Geſchwindigkeiten der Mittel- und Hochdruckmaſchinen zwiſchen den von beiden Tabellen enthaltenen Werthen mitten inne liegen. Nach Morin ſollen ſogar die

Hochdruckmaschinen dieselben Geschwindigkeiten erhalten wie die Niederdruckmaschinen.

Aus dem Dampfquantum Q und der mittleren Kolbengeschwindigkeit v folgt nun mittels des Ausdehnungsverhältnisses $\varepsilon = \frac{s_1}{s}$ oder genauer $\varepsilon = \frac{s_1 + \sigma}{s + \sigma}$, die Kolbenfläche:

$$\text{II.)}\quad F = \varepsilon \frac{144\,Q}{v} \text{ Quadratzoll,}$$

und hieraus die Cylinderweite:

$$\text{III.)}\quad d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = 1{,}128\sqrt{F} = 13{,}54\sqrt{\frac{\varepsilon Q}{v}} \text{ Zoll.}$$

Dimensionen der Dampfmaschinen. Um ferner den Hub- oder Kolbenweg, sowie die übrigen Elemente einer Dampfmaschine zu berechnen, ist es nöthig, die Anzahl n der Kolbenspiele pr. Minute zu kennen. Bei den bestehenden Maschinen ist diese Anzahl zwischen 16 und 38 enthalten; es findet also in Betreff dieser Zahl eine große Mannigfaltigkeit nicht Statt. Nach Morin ist die erforderliche Anzahl (n) der Kolbenspiele: §. 507

	Bei der effectiven Stärke der Dampfmaschine von					
	4—8	8—15	15—25	25—40	40—60	60—100
	Pferdekräften					
1) für Watt'sche Maschinen . . .	28	25	22	20	18	16
2) für Woolf'sche Maschinen . .	30	27	25	23	21	19
3) für eincylindrige Hochdruckmaschinen mit Condensation:						
a. ohne Balancier	38	34	30	28	26	25
b. mit Balancier oder oscillirendem Cylinder	30	25	22	19	17	16
4) für Hochdruckmaschinen ohne Condensation	38	34	30	28	26	24

Hat man aus der vorstehenden Tabelle die angemessene Anzahl n der Spiele pr. Minute entnommen, so kann man nun auch mittels der Formeln

$$s_1 = \frac{30\,v}{n}$$

und

$$s = \frac{s_1}{\varepsilon} = \frac{30\,v}{\varepsilon\,n}$$

ſowohl den ganzen Hub s_1 als auch den Hub s im Augenblicke der Abſperrung des Dampfes berechnen.

Da das Verhältniß $\frac{s_1}{d}$ des ganzen Kolbenhubes s_1 zu dem Kolbendurchmeſſer d bei den ſtationären Dampfmaſchinen mittlerer Größe meiſt innerhalb der Grenzen 2 und $2^3/_4$ enthalten iſt, und dieſe Grenzen nur bei ſehr kleinen und bei ſehr großen ſtationären Maſchinen etwas überſchritten werden, ſo iſt es angemeſſener, die verſchiedenen Werthe von $\frac{s_1}{d}$ bei verſchiedenen Maſchinenſyſtemen und verſchiedenen Durchmeſſern im Voraus zu berechnen, und hiernach den Kolbenſchub s_1 ſelbſt, ſowie die Anzahl der Spiele

$$n = \frac{30\,v}{s}$$

zu beſtimmen.

Die Anzahl der Spiele iſt bei ſtarken Maſchinen kleiner als bei ſchwachen; es erhalten aus dieſem Grunde die erſteren verhältnißmäßig kleinere Kolbenſchübe als die letzteren, und es iſt deshalb angemeſſen

$$\frac{s_1}{d} = \frac{\varphi}{1 + \varphi\,d}$$

zu ſetzen.

1) Bei den Watt'ſchen oder Tiefdruckmaſchinen hat man gewöhnlich

$$\text{für } d = 12 \text{ Zoll}, \frac{s_1}{d} = 2{,}7 \text{ und}$$

$$\text{für } d = 48 \text{ Zoll}, \frac{s_1}{d} = 2{,}0;$$

wonach das Verhältniß des Kolbenhubes zum Kolbendurchmeſſer

$$\frac{s_1}{d} = \frac{3{,}058}{1 + 0{,}01106\,d} \text{ folgt, und für}$$

$d =$	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60 Zoll
$\frac{s_1}{d} =$	2,87	2,70	2,56	2,42	2,30	2,19	2,09	2,00	1,91	1,84

iſt.

2) Bei Woolf'ſchen oder doppelcylindrigen Mitteldruckmaſchinen kann man daſſelbe Verhältniß in Anwendung bringen, nur iſt hier

$$\frac{s_1}{d_1} = \frac{3{,}058}{1 + 0{,}01106\, d_1}$$

zu ſetzen, und unter s_1 und d_1 der Hub und Durchmeſſer des Kolbens im großen Cylinder zu verſtehen.

3) Bei Hochdruckmaſchinen mit Condenſation iſt zu unterſcheiden, ob dieſelben mit oder ohne einen Balancier arbeiten. Die Maſchinen ohne Balancier können mehr Spiele machen als die mit Balancier, und erhalten deshalb einen kleineren Hub als dieſe.

a) Bei Hochdruckmaſchinen ohne Balancier hat man

$$\text{für } d = 12 \text{ Zoll}, \frac{s_1}{d} = 2{,}50 \text{ und}$$

$$\text{für } d = 36 \text{ Zoll}, \frac{s_1}{d} = 1{,}75,$$

wonach allgemein das Verhältniß des Kolbenhubes zum Kolbendurchmeſſer

$$\frac{s_1}{d} = \frac{3{,}182}{1 + 0{,}02273\, d}$$ folgt, und für

$d =$	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60 Zoll
$\frac{s_1}{d} =$	2,80	2,50	2,25	2,06	1,89	1,75	1,63	1,52	1,43	1,35

iſt.

b) Bei Hochdruckmaſchinen mit Balancier hat man

$$\text{für } d = 12 \text{ Zoll}, \frac{s_1}{d} = 3{,}25 \text{ und}$$

$$\text{für } d = 36 \text{ Zoll}, \frac{s_1}{d} = 2{,}70;$$

wonach allgemein das Verhältniß des Kolbenhubes zum Kolbendurchmeſſer

$$\frac{s_1}{d} = \frac{3{,}618}{1 + 0{,}00945\, d}$$ folgt und für

$d =$	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60 Zoll
$\frac{s_1}{d} =$	3,42	3,25	3,09	2,95	2,82	2,70	2,59	2,49	2,40	2,31

iſt.

4) Die Hochdruckmaſchinen ohne Condenſation erfordern bei gleicher Leiſtung einen im Mittel um 8 Procent größeren Kolbendurchmeſſer,

als die Maſchinen mit Condenſation; da nun aber für beide Maſchinen der Hub $s_1 = \frac{30\,v}{n}$ einer und derſelbe iſt, ſo folgt, daß für dieſe Maſchinen das Verhältniß $\frac{s_1}{d}$ kleiner ausfallen muß als für die Dampfmaſchinen mit Condenſation von gleicher Leiſtung. Deshalb iſt

a) für Maſchinen ohne Condenſation und ohne Balancier:

$$\frac{s_1}{d} = \frac{3{,}182\ (1 - 0{,}08)}{1 + 0{,}02273\ (1 - 0{,}08)\,d} = \frac{2{,}927}{1 + 0{,}02091\,d},$$ und für

$d =$	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60 Zoll
$\frac{s_1}{d} =$	2,60	2,34	2,13	1,95	1,80	1,67	1,56	1,46	1,37	1,30

Endlich iſt

b. bei Hochdruckmaſchinen ohne Condenſation und mit Balancier:

$$\frac{s_1}{d} = \frac{3{,}618\ (1 - 0{,}08)}{1 + 0{,}00945\ (1 - 0{,}08)\,d} = \frac{3{,}3285}{1 + 0{,}00869\,d},$$

wonach für

$d =$	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60 Zoll
$\frac{s_1}{d} =$	3,16	3,01	2,88	2,76	2,64	2,54	2,44	2,35	2,27	2,19

folgt.

§. 508. Bei einer Maſchine ohne Expanſion iſt natürlich $s = s_1$; bei einer zweicylindrigen oder Woolf'ſchen Maſchine iſt aber der Kolbenhub s_1 im großen oder Expanſionscylinder vom Kolbenhube s im kleinen Cylinder zu unterſcheiden. Bei Balanciermaſchinen ſtellt oder legt man die Cylinder nicht neben, ſondern hinter einander, ſo daß der kleine Cylinder der Axe des Balanciers näher zu ſtehen kommt als der große Cylinder, und s ungefähr nur $^3/_4\,s_1$ ausfällt. Es iſt alſo ſtets das Verhältniß $v = \frac{s_1}{s}$ zwiſchen s und s_1 als gegeben anzuſehen, und nur das Verhältniß zwiſchen F und F_1 zu finden. Eine im vorigen Paragraphen gegebene Regel dient zur Beſtimmung der Geſchwindigkeit v des Kolbens im großen Cylinder, und die folgende Formel zur Berechnung der Fläche F des Kolbens im kleinen Cylinder. Da das Expanſionsverhältniß

$$\varepsilon = \frac{F_1 s_1}{F s}$$

als gegeben anzuſehen iſt, ſo folgt die Fläche F_1 des großen Kolbens:

$$\text{IV.)}\quad F_1 = \varepsilon \frac{F s}{s_1} = \frac{\varepsilon}{\nu} F,$$

und der Durchmeſſer der größeren Kolbenfläche:

$$\text{V.)}\quad d_1 = 1{,}128 \sqrt{\frac{\varepsilon F}{\nu}}.$$

Wenn, wie nicht ſelten, auch im kleinen Cylinder eine gewiſſe Expanſion des Dampfes ſtatthat, wobei der Dampf am Ende des Kolbenweges s_0 abgeſperrt wird, ſo hat man das Expanſionsverhältniß

$$\varepsilon = \frac{F_1 s_1}{F s_0}$$

zu ſetzen, oder, wenn man noch das Expanſionsverhältniß des Dampfes im kleinen Cylinder durch ε_0 bezeichnet, alſo $s = \varepsilon_0 s_0$ ſetzt,

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \frac{F_1 s_1}{F s}.$$

Hiernach iſt nun die kleine Kolbenfläche F und deren Durchmeſſer d durch die Formeln

$$\text{IV a.)}\quad F = \varepsilon_0 \frac{144\, Q}{\nu} \text{ Quadratzoll},$$

$$\text{V a.)}\quad d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = 1{,}128 \sqrt{F} = 13{,}54 \sqrt{\frac{\varepsilon_0 Q}{\nu}} \text{ Zoll},$$

ſowie die große Kolbenfläche F_1 und deren Durchmeſſer d_1 durch die Ausdrücke

$$\text{IV b.)}\quad F_1 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \frac{F s}{s_1} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \frac{F}{\nu} = \frac{\varepsilon}{\nu} \frac{144\, Q}{\nu} \text{ Quadratzoll und}$$

$$\text{V b.)}\quad d_1 = \sqrt{\frac{4F_1}{\pi}} = 1{,}128 \sqrt{F_1} = 13{,}54 \sqrt{\frac{\varepsilon Q}{\nu\nu}} \text{ Zoll}$$

beſtimmt.

Hat man nun aus der Tabelle in §. 507 die angemeſſene Anzahl n der Spiele entnommen, ſo berechnen ſich endlich die Kolbenſchube s_1 und s mittels der Formeln

$$\text{VI a.)}\quad s = \frac{30\nu}{n}$$

und

$$\text{VII a.)}\quad s_1 = \nu s = \nu \frac{30\nu}{n}.$$

Auch kann man mittels der (in §. 507) berechneten Verhältnißzahlen

$$\frac{s_1}{d_1} = \frac{\varphi}{1 + \varphi d}$$

dieſe Kolbenſchübe s_1 und s unmittelbar beſtimmen, indem man

$$\text{VI b.)} \quad s_1 = \frac{s_1}{d_1} \cdot s$$

und

$$\text{VII b.)} \quad s = \frac{s_1}{v} = \frac{30\,v}{vn}$$

ſetzt.

Beiſpiel. Man will eine Woolf'ſche Dampfmaſchine von 25 Pferdekräften Nutzleiſtung conſtruiren, und ſoll nun die hierbei anzuwendenden Verhältniſſe angeben. Nehmen wir $p_0 = 3{,}6$, $p_1 = 0{,}6$ und $q_0 = 0{,}1$ Atmoſphäre, ſowie $\varepsilon_0 = 3/2$ an, ſo erhalten wir das Expanſionsverhältniß:

$$\varepsilon = \frac{F_1 s_1}{F s_0} = \frac{3{,}6}{0{,}6} = 6,$$

und das fragliche Dampfquantum pr. Secunde, da hier $\eta = 0{,}48$ zu ſetzen iſt,

$$Q = \frac{25 \,.\, 480}{0{,}48 \,.\, 144 \,.\, 3{,}6 \,.\, 14{,}10 \left(1 + Ln.\, 6 - \frac{0{,}1}{0{,}6}\right)}$$

$$= \frac{12000}{3509\,(1 + 1{,}7918 - 0{,}1666)} = \frac{12000}{3509 \,.\, 2{,}6252} = 1{,}303 \text{ Cubikfuß.}$$

Setzen wir die Geſchwindigkeit des großen Kolbens:

$$v_1 = 48 \text{ Zoll} = 4 \text{ Fuß},$$

ſo folgt die des kleinen Kolbens:

$$v = \frac{s}{s_1} v_1 \frac{v}{\nu} = 3/4 \; v_1 = 36 \text{ Zoll} = 3 \text{ Fuß},$$

daher der Inhalt dieſes Kolbens:

$$F = \varepsilon_0 \cdot \frac{144\,Q}{v} = 3/2 \cdot \frac{1{,}303}{3} = 0{,}6515 \text{ Quadratfuß} = 93{,}8 \text{ Quadratzoll},$$

und der Durchmeſſer deſſelben:

$$d = 1{,}128 \sqrt{93{,}8} = 10{,}92 \text{ Zoll}.$$

Ferner iſt der Inhalt der großen Kolbenfläche:

$$F_1 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \frac{F}{\nu} = \frac{6}{3/2} \cdot \frac{0{,}6515}{4/3} = 3 \,.\, 0{,}6515 = 1{,}9545 \text{ Quadratfuß}$$

$$= 312{,}7 \text{ Quadratzoll},$$

und daher der Durchmeſſer deſſelben:

$$d_1 = 1{,}128 \sqrt{3127} = 19{,}95 \text{ Zoll, alſo nahe 20 Zoll}.$$

Nimmt man $\frac{s_1}{d_1} = 2{,}40$ an (ſ. Tabelle in §. 507), ſo erhält man den Hub des großen Kolbens:

$$s_1 = 2{,}40 \,.\, 20 = 48 \text{ Zoll} = 4 \text{ Fuß},$$

folglich den des kleinen Kolbens:

$$s = \frac{s_1}{\nu} = {}^3/_4 \,.\, 48 = 36 \text{ Zoll} = 3 \text{ Fuß},$$

und endlich die Anzahl der Spiele der Maſchine pr. Minute:

$$n = \frac{30\, v_1}{s_1} = \frac{30\, v}{s} = \frac{30\,.\,4}{4} = 30.$$

Injectionswassermenge. Bei den Maſchinen mit Condenſation §. 509
erfordert der Condenſator mit ſeinen Pumpen eine beſondere Berechnung. Zunächſt iſt die Injectionswaſſermenge M_1 zu ermitteln.

Aus dem zu condenſirenden Dampfquantum Q Cubikfuß oder

$$61{,}75\, M = \frac{61{,}75\, Q}{\mu} = \frac{61{,}75}{27238}\,(1{,}637 + p)\, Q = \frac{(1{,}637 + p)\, Q}{441} \text{ Pfd.},$$

ſowie aus der Temperatur t_0 des Injectionswaſſers und aus der Temperatur t_2 im Inneren des Condenſators folgt nach der Regel von Watt u. ſ. w. für das Quantum M_1 des Waſſers, indem man die Wärmemenge

$$61{,}75\; M_1\; (t_2 - t_0),$$

welche M_1 bei der Condenſation in ſich aufnimmt, gleich ſetzt der Wärmemenge

$$61{,}75\; M\; (640 - t_2),$$

welche der Dampf bei der Umſetzung in Waſſer von t_2 Wärme verliert, die Gleichung: $(t_2 - t_0)\, M_1 = (640 - t_2)\, M$,

daher iſt:

$$M_1 = \left(\frac{640 - t_2}{t_2 - t_0}\right) M = \left(\frac{640 - t_2}{t_2 - t_0}\right) \frac{Q}{\mu} \text{ Cubikfuß}.$$

Nach Regnault (ſ. §. 380) hat man

$$(t_2 - t_0)\, M_1 = (606{,}5 + 0{,}305\, t - t_2)\, M$$

zu ſetzen, weil hiernach die Geſammtwärme des Dampfes von t^0 Temperatur $606{,}5 + 0{,}305\, t$ iſt, alſo Dampf von t^0 Wärme $606{,}5 + 0{,}305\, t$ Wärmeeinheiten zu ſeiner Bildung aus kaltem Waſſer erfordert. Es iſt alſo hiernach das zur Condenſation nöthige Waſſerquantum:

$$M_1 = \left(\frac{606{,}5 + 0{,}305\, t - t_2}{t_2 - t_0}\right) M,$$

oder das Verhältniß des Injectionswaſſerquantums zum Speiſewaſſerquantum:

$$\frac{M_1}{M} = \frac{606{,}5 + 0{,}305\, t - t_2}{t_2 - t_0}.$$

Nimmt man die Temperatur des Injectionswaſſers $= 12^0$ und die im Condenſator $= 35^0$ an, ſo erhält man durch die erſte Regel das Verhältniß:

$$\frac{M_1}{M} = \frac{640 - 35}{35 - 12} = \frac{605}{23} = 26{,}3;$$

und durch die zweite, wenn man $t = 105^0$ setzt,

$$\frac{M_1}{M} = \frac{606{,}5 + 32 - 35}{35 - 12} = \frac{603{,}5}{23} = 26{,}2;$$

also sehr unbedeutend weniger.

Etwas größer stellt sich aber die Differenz bei Mitteldruckmaschinen heraus. Nehmen wir z. B. $p = 4$ Atmosphären an, und führen wir die entsprechende Temperatur $t = 144^0$ ein, so erhalten wir nach der zweiten Formel:

$$\frac{M_1}{M} = \frac{606{,}5 + 43{,}9 - 35}{35 - 12} = \frac{615{,}4}{23} = 26{,}8;$$

während die erste Formel wieder

$$\frac{M_1}{M} = 26{,}3$$

giebt.

Da hiernach die Condensationswassermenge über 26mal so groß ausfällt als das Speisewasserquantum, so läßt sich ermessen, daß die Anwendung von Condensationsmaschinen nicht überall möglich ist.

§. 510 **Kaltwasserpumpe und Speisepumpe.** Aus dem Injections- oder Kaltwasserquantum M_1 kann man nun auch die Dimensionen der dieses Wasser liefernden Kaltwasserpumpe berechnen. Es ist

$$M_1 = \left(\frac{640 - t_2}{t_2 - t_0}\right) M = \left(\frac{640 - t_2}{t_2 - t_0}\right) \frac{Q}{\mu};$$

setzen wir nun $\frac{640 - t_2}{t_2 - t_0} = 26$ und für Tiefdruck $\mu = 1390$, dagegen für den Mitteldruck $p = 4$ Atmosphären, $\mu = 448$, so erhalten wir das Injectionswasserquantum für Maschinen mit Nieder- oder Tiefdruck:

$$M_1 = \frac{26\,Q}{1390} = 0{,}0187\,Q,$$

und dagegen für Mitteldruckmaschinen mit 4 Atmosphären Dampfdruck:

$$M_1 = \frac{26\,Q}{448} = 0{,}0580\,Q.$$

Wenn die Kaltwasserpumpe einfachwirkend ist, so läßt sich das Product V_1 aus der Fläche und dem Wege des Kolbens dieser Pumpe gleichsetzen dem pr. Spiel von dieser Pumpe gehobenen Wasserquantum. Vergleichen wir nun dieses Wasserquantum mit dem Volumen $2\,V = 2\,Fs$ des pr. Spiel verbrauchten Dampfquantums, setzen wir also

$$\frac{V_1}{2\,V} = \frac{M_1}{Q} = \frac{M_1}{\mu\,M},$$

so erhalten wir

$$\frac{V_1}{V} = \frac{2\,M_1}{\mu\,M} = \frac{2\,(640 - t_2)}{\mu\,(t_2 - t_0)} = 0{,}0375 \text{ für Niederdruck,}$$

und

$$= 0{,}1160 \text{ für Mitteldruck.}$$

Da aber immer etwas Wasser zurückfällt, muß man bei V_1 mindestens 10 Procent zusetzen, also bei Tiefdruckmaschinen den Fassungsraum der Kaltwasserpumpe

$$V_1 = 0{,}041\,V$$

machen.

Nach Watt ist

$$V_1 = {}^1/_{24}\,V,$$

und nach Anderen sogar

$$V_1 = {}^1/_{18}\,V$$

in Anwendung zu bringen.

Bei den Dampfmaschinen mit Mitteldruck ist, wenn man ebenfalls 10 Procent zusetzt,

$$V_1 = 0{,}128\,V.$$

In der Regel nimmt man auch wirklich $V_1 = {}^1/_8$ bis ${}^1/_6$ des Cylinderraumes V, welcher mit frischem Dampf angefüllt wird.

Aus dem Speisewasserquantum $M = \frac{Q}{\mu}$ ergiebt sich sehr leicht der Fassungsraum V_2 der Speisepumpe, oder das Product aus der Fläche und dem Wege des Kolbens dieser Pumpe. Jedenfalls ist

$$\frac{V_2}{2\,V} = \frac{M}{Q} = \frac{1}{\mu},$$

daher der Fassungsraum der Speisepumpe:

$$V_2 = \frac{2}{\mu}\,V.$$

Für Tiefdruckmaschinen mit 1,2 Atmosphären Spannung, wo $\mu = 1390$ zu setzen ist, hat man daher

$$V_2 = {}^2/_{1390}\,V = \frac{V}{695} = 0{,}00144\,V,$$

dagegen für Maschinen mit 4 Atmosphären Spannung, wo $\mu = 448$ anzunehmen ist,

$$V_2 = {}^2/_{448}\,V = \frac{V}{224} = 0{,}00446\,V.$$

Um nach Bedürfniß schnell speisen lassen zu können, macht man aber diesen Raum drei- bis sechsmal so groß, als diese Formeln angeben.

Luft- und Warmwasserpumpe. Die Luft- und Warmwasserpumpe muß, da sie das aus dem Dampfe und aus dem Injectionswasser §. 511

ſich bildende warme Waſſer nebſt dem übrigbleibenden Dampfe von etwa $^1/_{10}$ Atmoſphäre Spannung und der ſich aus dem Waſſer entwickelnden Luft fortzuſchaffen hat, eine gewiſſe Größe haben. Das pr. Secunde fortzuſchaffende Waſſerquantum iſt $M + M_1$, oder ungefähr 28 M. Da aber das Injectionswaſſer ungefähr $^1/_{14}$ ſeines Volumens an Luft enthält, und dieſe im Condenſator aus der Spannung von 1 Atmoſphäre in die von $^1/_{10}$ Atmoſphäre, ſowie aus der Temperatur von 12° in die von 35° übergeht, ſo nimmt dieſes Luftquantum im Condenſator den

$^{10}/_{14}[1 + 0{,}00367(35 - 12)] = {}^5/_7(1 + 0{,}00367 . 23) = 0{,}775$ſten Theil

von dem Raume des Waſſers ein; da ferner dieſe Luft mit Dampf von gleicher Temperatur und Spannung gemengt iſt, ſo findet ſich auch ein faſt gleiches Volumen Dampf vor (ſ. §. 394), und es iſt deshalb das pr. Secunde durch die Luftpumpe fortzuſchaffende Waſſer-, Luft- und Dampfvolumen

$$= M + M_1 (1 + 2 . 0{,}775) = M + 2{,}55\, M_1,$$

oder ungefähr

$$= (1 + 2{,}55 . 26)\, M = 67\, M.$$

Bezeichnen wir nun den Raum, welchen der Kolben der Luftpumpe bei einem Aufgange durchläuft, durch V_3, ſo erhalten wir wie oben, indem wir ſetzen:

$$\frac{V_3}{2\,V} = \frac{67\,M}{Q},$$

den Faſſungsraum der Luft- und Warmwaſſerpumpe:

$$V_3 = \frac{134}{\mu} \cdot V.$$

Bei Tiefdruckmaſchinen, wo $\mu = 1390$ iſt, hat man demnach:

$$V_3 = {}^{134}/_{1390}\, V = {}^1/_{10}\, V;$$

bei Maſchinen von 4 Atmoſphären Spannung, wo $\mu = 448$ geſetzt werden kann, iſt dagegen

$$V_3 = {}^{134}/_{448}\, Q = {}^3/_{10}\, V.$$

Nach Watt ſoll man der Sicherheit wegen dieſen Faſſungsraum verdoppeln. Bei den Watt'ſchen Maſchinen iſt übrigens der Hub der Luftpumpe $= {}^1/_2$ von dem des Dampfkolbens und der Durchmeſſer derſelben $= {}^2/_3$ von dem des Dampfkolbens, folglich hat man hier

$$V_3 = {}^1/_2 . ({}^2/_3)^2\, V = {}^2/_9\, V,$$

alſo reichlich das Doppelte von dem theoretiſch beſtimmten Werthe.

Was endlich den Condenſator ſelbſt anlangt, ſo giebt man dieſem den Faſſungsraum

$$V_4 = \frac{V}{4} \text{ bis } \frac{V}{3}.$$

Dimensionen der Dampfmaschinen. Aus dem Dampfquantum $V = Fs$ ergeben sich auch noch die Dimensionen der übrigen Theile einer Dampfmaschine. Um den Querschnitt der Dampfleitung $= 1/25$ der Kolbenfläche zu erhalten, macht man die Weite derselben, $d_1 = 1/5$ des Kolbendurchmessers d. Bei Maschinen mit Hochdruck und wenig Expansion, wie z. B. bei Locomotiven, soll dieses Querschnittverhältniß wie bei dem Austragerohr, sogar $2/25$ sein, weshalb man hier die Weite $d_1 = 2/7\, d$ macht. §. 512

Ferner hängen noch die Hauptdimensionen der Kessel- und Feuerungsanlage von dem Dampfquantum Q oder der Wärmemenge W ab. Die allgemeinen Regeln, nach welchen dieselben berechnet werden müssen, sind schon §. 404 u. f. w. mitgetheilt worden, weshalb hier nur nöthig ist, das Wesentlichste hervorzuheben.

Den Fassungsraum des Dampfkessels macht man 15- bis 20mal so groß als das Wasserquantum 3600 W, welches der Kessel in jeder Stunde verdampft; es ist also hiernach dieser Raum $= 54000\, W$ bis $72000\, W$ und es kommen hiervon (s. §. 405) 0,4 auf den Dampf- und 0,6 auf den Wasserraum. Das Hauptelement eines Dampfkessels ist natürlich die Heiz- oder Erwärmungsfläche. Wir haben schon oben (§. 404) angegeben, daß man auf einen Quadratfuß Erwärmungsfläche stündlich 4 Pfund Dampf rechnen kann. Legt man diese Regel zu Grunde, so hat man für W Cubikfuß stündlich in Dampf zu verwandelndes Wasser die nöthige Erwärmungsfläche:

$$F = {}^{66}/_{4} . 3600\, W = 32400\, W \text{ Quadratfuß.}$$

Nach den Versuchen von Wicksteed ist die Wassermenge, welche 1 Quadratfuß Erwärmungsfläche stündlich verdampft, bei Kofferkesseln in Cornwall

$$= 0{,}09 \text{ Cubikfuß} = 5{,}94 \text{ Pfund;}$$

dagegen bei den Cornwaller Cylinderkesseln mit innerer Heizung, wo eine sehr langsame Verbrennung statthat, nur

$$= 0{,}0143 \text{ Cubikfuß} = 0{,}94 \text{ Pfund.}$$

Bei den Dampfschiff- und Dampfwagenkesseln findet eine viel lebhaftere Verbrennung Statt; hier ist das Dampfquantum zwei- bis dreimal so groß als das der gewöhnlichen Dampfkessel stehender Maschinen bei gleicher Heizfläche.

Was endlich noch den Brennmaterialaufwand anlangt, welcher zur Verdampfung der Wassermenge $M = \frac{Q}{\mu}$ nöthig ist, so hängt allerdings dieser auch von der Güte dieses Materials ab. Nach den Versuchen von Wicksteed, sowie nach vielfältigen neueren Versuchen giebt 1 Pfund gute englische Steinkohle 7 bis 8 Pfund Dampf; umgekehrt erfordern daher $M\gamma$ Pfund Dampf:

$$K = \frac{M\gamma}{8} \text{ bis } \frac{M\gamma}{7} \text{ Pfund gute Steinkohle.}$$

Bei Watt'ſchen Maſchinen ohne Expanſion rechnet man ſtündlich auf jede Pferdekraft 10 bis 13 Pfund gute Steinkohle, bei Maſchinen mit Hochdruck und ohne Condenſation aber nur 8 bis 11 Pfund, bei ſolchen mit Condenſation 5 bis 7 Pfund, und endlich bei Hochdruckmaſchinen ohne Expanſion und ohne Condenſation ſogar 17 bis 20 Pfund Kohle.

Anmerkung. Mehrere ſpecielle Angaben, Regeln über Dampfmaſchinenanlagen u. ſ. w. enthält der „Ingenieur".

Von den zu den Dampfmaſchinen gehörigen Maſchinentheilen: der Krummzapfen, das Schwungrad, der Centrifugalregulator u. ſ. w., wird im dritten Theile dieſes Werkes gehandelt. Ebenſo findet hier die Theorie der Steuerung insbeſondere der Schieberſteuerung einen Platz.

Anhang.

§. 513 **Princip der calorischen Maschinen.** Wenn ein Luftquantum V durch Ausdehnung von der Preſſung p in die Preſſung p_1 verſetzt wird, ohne daß die Temperatur eine andere wird, ſo verrichtet daſſelbe die mechaniſche Arbeit:

$$L = Vp\ Ln.\left(\frac{p_1}{p}\right)$$

(ſ. Bd. I, §. 388).

Wird aber dieſes Luftvolumen bei unveränderter Spannung durch Erwärmung in V_1 umgeändert, z. B. in $2\,V$, alſo verdoppelt, ſo geht dadurch die Arbeitsfähigkeit deſſelben in

$$L_1 = V_1 p\ Ln.\left(\frac{p_1}{p}\right),$$

alſo im angenommenen ſpeciellen Falle in

$$L_1 = 2\,Vp\ Ln.\left(\frac{p_1}{p}\right)$$

über, fällt alſo dann doppelt ſo groß aus als vor der Erwärmung.

Allgemein iſt die durch die Vergrößerung des Luftvolumens um $V_1 - V$ hervorgebrachte Vergrößerung der Arbeitsfähigkeit

$$L_1 - L = (V_1 - V)\ p\ Ln.\left(\frac{p_1}{p}\right).$$

Iſt t die anfängliche Temperatur und t_1 die Temperatur der Luft nach der Erhitzung, ſo hat man:

$$\frac{V_1}{V} = \frac{1 + \delta t_1}{1 + \delta t} \text{ (ſ. Bd. I, §. 392),}$$

daher:

$$\delta t_1 = (1 + \delta t) \frac{V_1}{V} - 1,$$

und die Temperaturerhöhung:

$$t_1 - t = \frac{(V_1 - V)(1 + \delta t)}{\delta V}.$$

Iſt ferner die ſpecifiſche Wärme der Luft bei gleichem Drucke:

$$\omega = \varkappa \omega_1 = 1{,}41 \,.\, 0{,}2375 = 0{,}335,$$

ſo folgt der zu dieſer Temperaturerhöhung nöthige Aufwand an Wärme:

$$W = \omega (t_1 - t) V\gamma = 0{,}335 \,.\, (V_1 - V) \left(\frac{1 + \delta t}{\delta}\right) \gamma,$$

wobei noch γ die Dichtigkeit der gegebenen Luftmenge V bezeichnet.

Setzen wir endlich noch das mechaniſche Aequivalent der Wärme 1351 Fußpfund (ſ. §. 379), ſo erhalten wir hiernach das Verhältniß des durch die angegebene Temperaturerhöhung erlangten Gewinnes an Arbeitsvermögen zum entſprechenden Wärmeaufwand:

$$\eta = \frac{A_1 - A}{1351\, W} = \frac{(V_1 - V)\, p\, Ln. \left(\frac{p_1}{p}\right)}{0{,}335 \,.\, 1351\, (V_1 - V)(1 + \delta t) \frac{\gamma}{\delta}}$$

$$= \frac{\delta}{453} \cdot \frac{p}{\gamma (1 + \delta t)} \cdot Ln. \left(\frac{p_1}{p}\right),$$

da noch $\delta = 0{,}00367$ und $\gamma = \frac{0{,}005672\, p}{144 (1 + \delta t)}$,

alſo

$$\frac{p}{(1 + \delta t)\gamma} = \frac{144}{0{,}005672}$$

iſt, ſo folgt einfacher der Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{144 \,.\, 0{,}00367}{0{,}005672 \,.\, 453} Ln. \left(\frac{p_1}{p}\right) = 0{,}2057\, Ln. \left(\frac{p_1}{p}\right).$$

Iſt z. B. das Spannungsverhältniß $\frac{p_1}{p} = 2$, ſo hat man dieſen Wirkungsgrad:

$$\eta = 0{,}2057\, Ln.\, 2 = 0{,}0257 \,.\, 0{,}6931 = 0{,}1425,$$

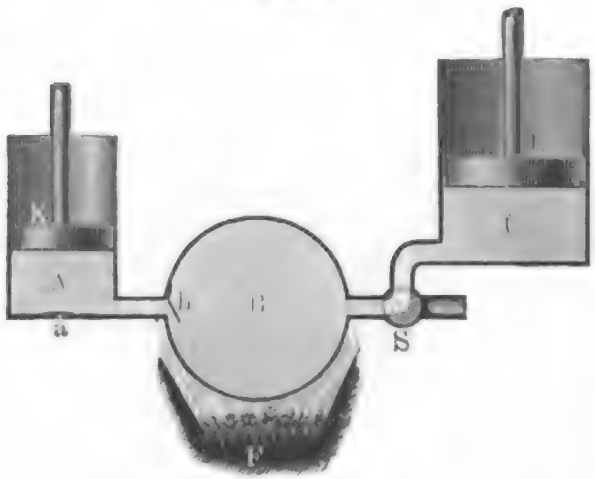
alſo circa $^1/_7$.

Es wird alſo bei dieſer Arbeitsverrichtung der Luft von der ganzen Arbeitsfähigkeit des verbrauchten Wärmequantums ein Siebentel nutzbar gemacht. Nach der Zuſammenſtellung und Berechnung in §. 490 iſt dieſer

theoretiſche Wirkungsgrad bei einer Dampfmaſchine unter den günſtigſten Umſtänden, und nur bei ſehr hohen Dampfſpannungen ebenfalls nur $1/7$.

§. 514 **Calorische Maschinen.** Die ideelle Einrichtung einer caloriſchen Maſchine iſt aus Fig. 807 zu erſehen. Es iſt A der kleinere Cylinder, deſſen Kolben K beim Aufgange äußere Luft durch das Ventil a einſaugt und beim Niedergange durch das Ventil b in das Reſervoir B eindrückt; ferner iſt F ein Feuerheerd, wodurch die Luft in B erwärmt wird, bevor ſie in den größeren Cylinder C tritt und den Kolben L deſſelben in Bewegung ſetzt; endlich iſt noch S ein Steuerungsmechanismus, wodurch der Zutritt der Luft von B nach C und der Ausfluß derſelben aus C in die äußere Luft abwechſelnd geſtattet und aufgehoben wird.

Fig. 807.



Bezeichnet p die Spannung der äußeren Luft und p_1 die im Reſervoir oder Ueberhitzer B, ferner s_0 den Hub des Kolbens L vor der Expanſion und s_1 den ganzen Kolbenhub, ſo hat man:

$$\frac{s_0}{s_1} = \frac{p}{p_1},$$

und daher

$$s_0 = \left(\frac{p}{p_1}\right) s_1.$$

Iſt ferner $V = Fs$ der Raum der Druckpumpe A, und alſo auch das pr. Kolbenſpiel in den Hitzer eingedrückte Luftquantum, gemeſſen unter dem äußeren Drucke p, ſo hat man für den ganzen Raum des Arbeitscylinders, und alſo auch das pr. Kolbenſpiel verbrauchte und in die freie Luft geführte Luftquantum von der Temperatur t_1 und gemeſſen unter dem äußeren Drucke p:

$$V_1 = F_1 s_1 = \left(\frac{1 + \delta t_1}{1 + \delta t}\right) V.$$

Bei Beginn der Expanſion nimmt dieſes Luftquantum natürlich nur den Raum

$$V_0 = F_1 s_0 = F_1 s_1 \left(\frac{p}{p_1}\right) = \frac{1 + \delta t_1}{1 + \delta t} \cdot \frac{p}{p_1} \cdot V$$

ein.

Iſt $\frac{1 + \delta t_1}{1 + \delta t} = \frac{p_1}{p}$, ſo fällt $V_0 = V$, alſo der von der erhitzten Luft bei Beginn der Expanſion eingenommene Raum des Arbeitscylinders C gleich dem Raume des Cylinders A aus. In dieſem Falle hat man für die entſprechende Temperatur der erhitzten Luft:

$$t_1 - t = \frac{p_1 - p}{p}\left(\frac{1}{\delta} + t\right),$$

z. B. für $\frac{p_1}{p} = 2$ und $t = 10^0$,

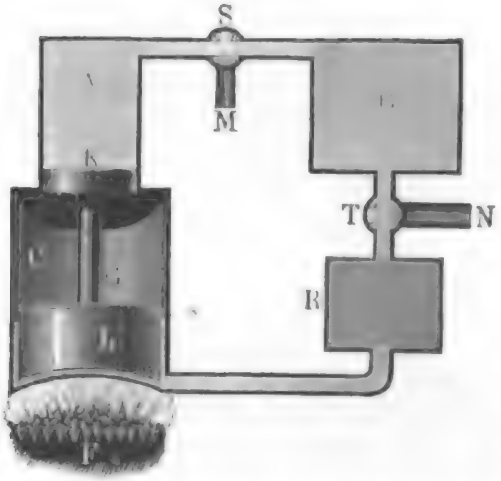
$$t_1 - t = \frac{1}{0{,}00367} + 10 = 282{,}5^0.$$

Dieſe hohe Temperatur iſt das vorzüglichſte praktiſche Hinderniß, welches der Einführung der caloriſchen Maſchinen entgegenſteht. Um der Verdampfung der Kolbenſchmiere möglichſt entgegenzuwirken, macht man den Treibkolben L hohl und füllt ihn mit ſchlechten Wärmeleitern, z. B. mit klarer Kohle u. ſ. w. aus.

Um ferner die mit der in das Freie abſtrömenden Luft verbundene Wärme ſo viel wie möglich in der Maſchine zurückzuhalten, und dieſelbe zur Erwärmung der Luft beim folgenden Kolbenſpiele benutzen zu können, ließ Erikſon dieſelbe vor ihrem Austritte durch einen ſogenannten Regenerator ſtrömen, welcher in ſeinem Innern eine Reihe von Drahtnetzen enthielt. Da ſich derſelbe nicht ausdauernd bewährt hat, ſo iſt er bei neueren Maſchinen weggefallen.

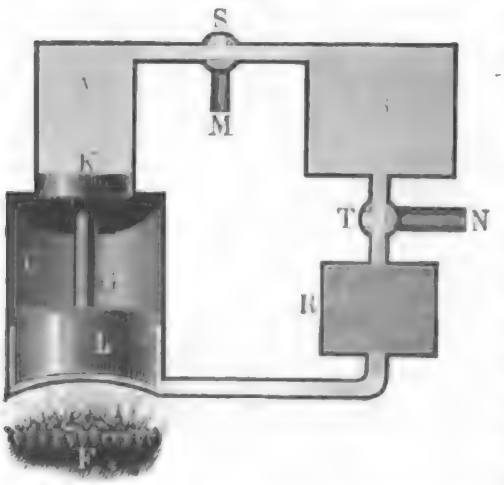
Die weſentliche Einrichtung der erſten caloriſchen Maſchine von Erikſon iſt aus Fig. 808 zu erſehen. Es ſind hier die in den Cylindern A und C ſpielenden Kolben K und L durch eine Stange G feſt mit einander verbunden, und es befindet ſich der Brennheerd F unmittelbar unter dem Treibcylinder C, ſo daß folglich dieſer zugleich als Erhitzer dient. Ferner iſt B ein beſonderes Luftreſervoir und R der Regenerator. Endlich ſind S und T die beiden Steuerungsmechanismen, wodurch der Zu- und Austritt, ſowie die Fortführung der Luft von A nach B und von B nach R regulirt wird. Um die Drücke auf die inneren Flächen der Kolben K und L aufzuheben, wird der Raum zwiſchen dieſen Kolben luftleer erhalten.

Fig. 808.



Beim Anfange der Kolbenverbindung KL wird die vorher durch M eingeſaugte Luft von A nach B, ſowie weiter nach R und unter L gedrückt; und nach Zurücklegung eines gewiſſen Kolbenweges, wird durch Drehung des Steuerhahnes T die Communication der Luft in RL mit dem Reſervoir B aufgehoben, ſo daß folglich bei Zurücklegung des übrigen Kolbenweges die Luft mit Expanſion arbeitet. Iſt die Kolbenverbindung oben angekommen, ſo werden die Steuerhähne S und T ſo weit herumgedreht, daß A bei M, ſowie R bei N mit der äußeren Luft in Communication tritt, und nun die ganze Kolbenverbindung durch ihr eigenes Gewicht niedergehen kann. Hierbei wird durch M friſche Luft eingeführt, dagegen durch N die verbrauchte Luft ausgeblaſen, und zugleich ein Theil ihrer Wärme an die Drahtnetze im Reſpirator abgeſetzt. Iſt die Kolbenverbindung in die erſte Stellung zurückgekehrt, ſo werden die Steuerhähne S und T wieder ſo geſtellt, daß die Luft von Neuem von A nach B, R u. ſ. w. treten und ein neues Spiel beginnen kann.

Fig. 809.



Der von dieſer Maſchine erlangte Arbeitsgewinn pr. Spiel iſt auch hier

$$L = (V_1 - V)\, p\ \mathit{Log.nat.} \left(\frac{p_1}{p}\right),$$

oder, wenn während der Ausdehnung der Luft keine Wärmezuführung ſtatthat,

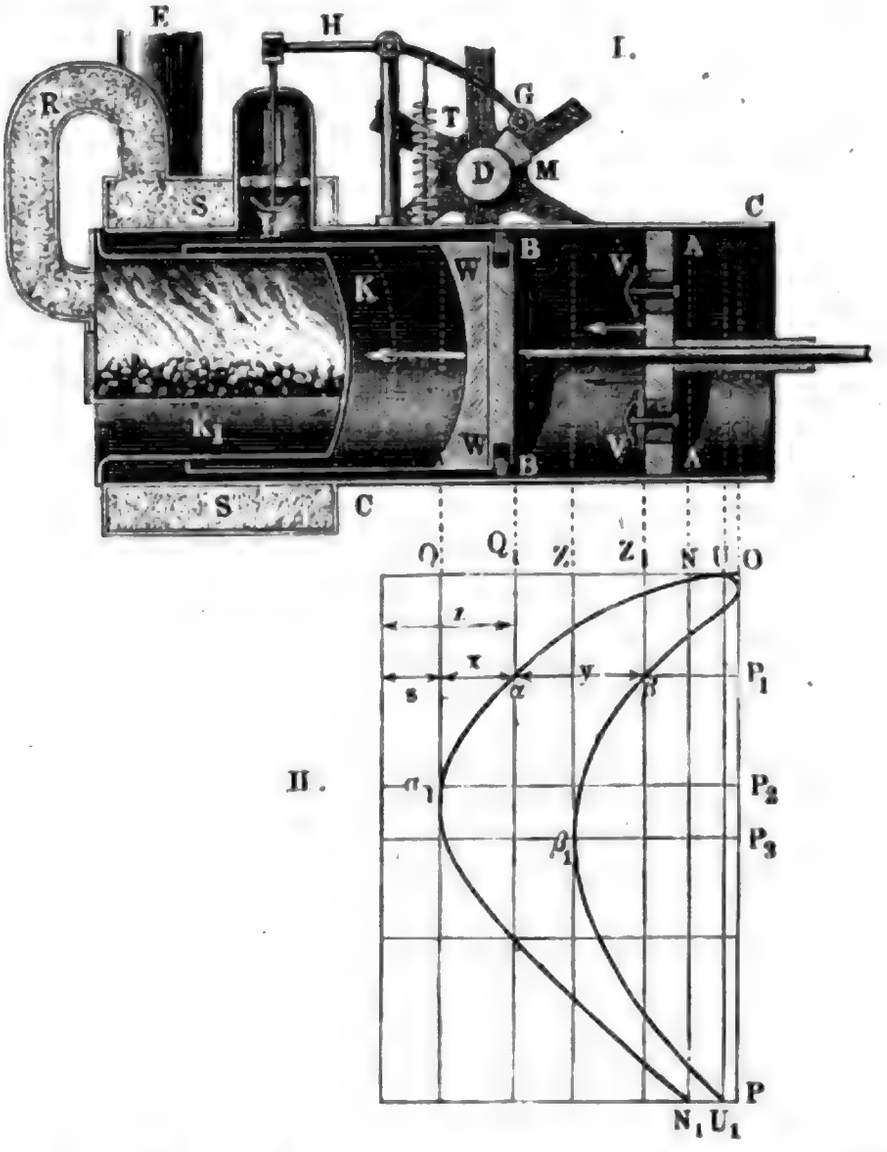
$$L = (V_1 - V)\, p \cdot \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \left[1 - \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right],$$

wobei V den vom Kolben K, und V_1 den vom Kolben L durchlaufenen Raum, ferner p die Preſſung der äußeren Luft und p_1 die Preſſung der erhitzten Luft beim Eintritte der Expanſion und $\varkappa$ das bekannte ſpecifiſche Wärmeverhältniß $\frac{\omega}{\omega_1}$ bezeichnet.

§. 515 Eine ſchematiſche Darſtellung der neueren caloriſchen Maſchinen von Ericsſon führt Fig. 810 vor Augen. Der Feuerherd F befindet ſich im Inneren eines Keſſels KK_1, welcher von der einen Seite her in den Arbeits- oder Treibecylinder CC eindringt, und die Verbrennungsluft durch ein Rohr R in eine rund um den Cylinder herumlaufende Kammer SS führt, von welcher aus ſie dann in die Eſſe E ſtrömt. Im Treibecylinder CC bewegen ſich zwei Kolben, der Arbeits- oder Treibkolben AA, und

der Verdränger oder Speiſekolben BB, und zwar ſo, daß ſie während eines Spieles ſich anfangs von einander entfernen und nachher einander wieder

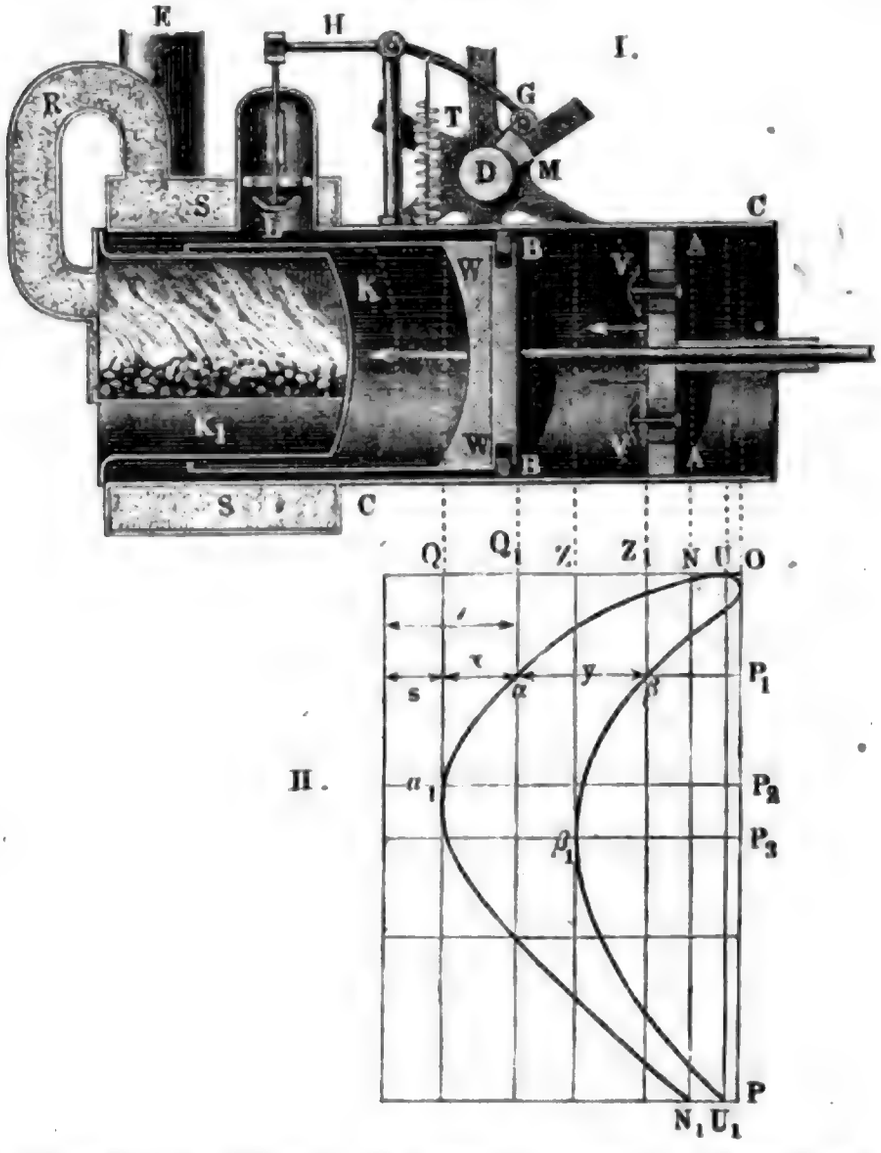
Fig. 810.



näher rücken, ſo daß ſie am Ende des Spieles, wieder wie anfangs, nahe hinter einander zu ſtehen kommen. Beide Kolben ſind ventilirt; die Ventile V, V des Treibkolbens haben einen axialen Ausſchub, das eigenthümlich conſtruirte Ventil WW des Verdrängers hat dagegen einen radialen Ausſchub, wodurch es abwechſelnd gegen die Cylinderwand angedrückt und von derſelben zurückgezogen, ſo daß im letzteren Falle Communication zwiſchen beiden Seiten dieſes Kolbens hergeſtellt wird. Eigenthümliche Kurbel-, Stangen- und Hebelmechanismen ſetzen dieſe Kolben mit der Schwungradwelle D in Verbindung. Beim Rückgange oder der Bewegung der beiden Kolben in der Pfeilrichtung, wobei der Abſtand derſelben von einander allmälig größer und größer wird, ſind die Ventile V, V geöffnet und iſt das Ventil WW geſchloſſen; es ſtrömt deshalb durch die erſteren friſche Luft in den Raum zwiſchen beiden Kolben, während die Luft vor dem

Kolben BB vom Verdränger zurück und unter das Austrittsventil L gedrückt wird. Letzteres wird mittels eines doppelarmigen Hebels GH durch einen auf einen auf der Schwungradwelle D aufſitzenden Daumen eröffnet,

Fig. 811.



dagegen durch eine Spiralfeder T wieder geſchloſſen. Während des Rückganges der beiden Kolben iſt ſowohl der Raum $BBVV$ zwiſchen denſelben als auch der Raum $WWKL$ vor dem Verdränger BB mit der äußeren Luft in Communication; es iſt daher hierbei der Druck auf beiden Seiten der beiden Kolben nahe einer und derſelbe, nämlich der Atmoſphärendruck, und die mechaniſche Arbeit Null.

Während des Hinganges der beiden Kolben (entgegengeſetzt der Pfeilrichtung), wobei die Ventile V, V und L verſchloſſen und das Ringventil WW eröffnet iſt, befindet ſich in beiden Räumen BBV und WWK vor und hinter dem Verdränger erhitzte Luft, deren mittlerer Druck den Atmoſphärendruck übertrifft, es wird daher dann der Arbeitskolben AA mit einer der Differenz zwiſchen dieſem inneren Luft- und dem äußeren Atmoſphärendruck

gleichen Kraft vorwärtsgeſchoben, wogegen ſich die Drücke der erhitzten Luft auf den beiden Seiten des Verdrängers das Gleichgewicht halten. Die Leiſtung dieſer caloriſchen Maſchine pr. Kolbenſpiel iſt hiernach das Product aus der gedachten Kraft des Arbeitskolbens und dem Wege deſſelben beim Rückgange.

Das Diagramm II. in Fig. 811 giebt eine graphiſche Darſtellung des Zuſammenhanges der beiden Kolbenbewegungen und der Veränderung des zwiſchen beiden Kolben befindlichen Raumes. Die Horizontalen deſſelben meſſen die Kolbenwege, und die Verticalen entſprechen den Wegen der Warze des Krummzapfens an der Schwungradwelle D. Während die Kurbelwarze bei einer Umdrehung den durch die Gerade OP angegebenen Weg $2\pi r$ macht, geht der Speiſekolben BB auf dem Wege NQ ſowie der Arbeitskolben AA auf dem Wege UZ hin und zurück. Steht die Warze in P_1, ſo iſt der Speiſekolben in Q_1 und der Arbeitskolben in Z_1, ſteht ferner die Kurbelwarze in P_2 ſo iſt der Speiſekolben in Q, und befindet ſich die Kurbelwarze in P_3, ſo ſteht der Arbeitskolben am Ende Z ſeines Weges u. ſ. w. Während ferner die beiden Kolben am Anfang und am Ende ihres Weges um NU von einander abſtehen, iſt nach Zurücklegung des Warzenweges OP_1 der Abſtand zwiſchen den beiden Kolben: $y = Q_1 Z_1$ u. ſ. w. Schiebt man dieſen Abſtand herab auf die Horizontale durch P_1, ſo erhält man zwei zuſammengehörige Punkte α und β der Curven $N\alpha\alpha_1 N_1$ und $U\beta\beta_1 U_1$, welche die Abhängigkeit der Kolbenbewegungen von der Kurbelbewegung und unter einander vor Augen führen.

Theorie der Ericsson'ſchen caloriſchen Maſchine. Mit Hülfe (§. 516) der mechaniſchen Wärmetheorie läßt ſich die Leiſtungsfähigkeit einer Ericsſon'ſchen caloriſchen Maſchine (nach Zeuner) wie folgt berechnen.

Bezeichnet F den Inhalt der Kolbenfläche, p den inneren Ueberdruck über den äußeren Atmoſphärendruck und ∂s ein Wegelement des Arbeitskolbens, ſo iſt die Arbeit deſſelben bei Zurücklegung des erſteren:

$$\partial L_1 = Fp\partial s.$$

Iſt T_1 die abſolute Temperatur der Luft im Raume zwiſchen der Feuerung und dem Kolben BB, und T dieſelbe im Raume zwiſchen beiden Kolben, ſo hat man (nach §. 364) die entſprechenden ſpecifiſchen Luftvolumina (pr. Gewichtseinheit)

$$v_1 = \frac{RT_1}{p} \text{ und } v_2 = \frac{RT}{p}, \text{ daher folgt aus}$$

$$F\partial s = (v_1 - v_2)\,\partial G_1,$$

$$\partial L_1 = R\,(T_1 - T)\,\partial G_1,$$

wo ∂G_1 das Luftquantum bezeichnet, welches bei Zurücklegung des Wegelementes ∂s von der einen Seite des Verdrängers nach der anderen ſtrömt.

Ferner iſt das geſammte Luftquantum $G = G_1 + G_2$ in der Maſchine die conſtante Summe aus den Luftmengen zu beiden Seiten des Verdrängers, daher

$$\partial G_1 + \partial G_2 = 0, \text{ oder } \partial G_1 = -\partial G_2;$$

auch hat man $G_2 v_2 = Fy$, wenn y den veränderlichen Abſtand $\alpha\beta$ der beiden Kolben von einander bezeichnet, folglich iſt

$$G_2 = \frac{Fy}{v_2} = \frac{Fpy}{RT}, \text{ ſowie}$$

$$\partial G_1 = -\partial G_2 = -\frac{F}{RT}\partial(py) \text{ und}$$

$$\partial L_1 = -\left(\frac{T_1 - T}{T}\right) F\partial(py),$$

ſo daß durch Integration

$$L_1 = -\left(\frac{T_1 - T}{T}\right) Fpy + Con. \text{ folgt.}$$

Iſt die anfängliche Preſſung p_1 und der Kolbenabſtand y_1, ſo hat man

$$0 = -\frac{T_1 - T}{T} Fp_1 y_1 + Con.,$$

und ſchließlich die Leiſtung der Maſchine

$$L_1 = \left(\frac{T_1 - T}{T}\right) F(p_1 y_1 - py).$$

Ferner iſt

$$G = G_1 + G_2 = \frac{Fp}{R}\left(\frac{s}{T_1} + \frac{y}{T}\right) \text{ auch } = \frac{Fp_1}{R}\left(\frac{s}{T_1} + \frac{y_1}{T}\right),$$

wenn unter s die Länge des anfänglichen Luftprismas hinter dem Verdränger verſtanden und die veränderliche Länge $s + x$ deſſelben durch z bezeichnet wird; daher

$$p = \frac{zT + y_1 T_1}{zT + yT_1} p_1, \text{ ſowie}$$

$$p_1 y_1 - py = \frac{(zy_1 - sy) Tp_1}{zT + yT_1},$$

und das geſuchte Arbeitsvermögen

$$L_1 = \frac{(T_1 - T)(zy_1 - sy)}{zT + yT_1} Fp_1.$$

Bringt man noch die Arbeit

$$L_2 = Fp \cdot \overline{ZU} = Fp(\overline{QU} - QZ)$$
$$= Fp(x + y - y_1) = Fp(z - s + y - y_1)$$

des äußeren Gegendrucks Fp in Abzug, ſo bleibt die Nutzarbeit

$$L_0 = L_1 - L_2 = \left(\frac{(T_1 - T)(zy_1 - sy)}{zT + yT_1} - (x + y - y_1)\right) Fp$$

übrig, und zwar unter der Vorausſetzung, daß die innere Luftſpannung p_1 am Ende des Kolbenſpieles bis zum äußeren Luftdruck p herabgeſunken ſei.

Macht die Maſchine pr. Minute n Spiele, ſo iſt das Gewicht des verbrauchten Luftquantums pr. Secunde:

$$G = Q\gamma = F(y_1 - y)\frac{p}{RT}\cdot\frac{n}{60},$$

und daher die geſuchte Leiſtung dieſer caloriſchen Maſchine pr. Secunde:

$$L = \frac{n}{60}L_0 = \left(\frac{(T_1 - T)(z y_1 - s y)}{z T + y T_1} - (x + y - y_1)\right)\frac{RT}{y_1 - y}\cdot G.$$

In der praktiſchen Anwendung iſt das verbrauchte Luftquantum G viel größer als das nach der vorletzten Formel berechnete, und daher auch die Leiſtung anſehnlich kleiner als die letzte Formel angiebt.

Beiſpiel. Bei einer Ericsſon'ſchen caloriſchen Maſchine iſt der Durchmeſſer der Kolbenfläche: $d = 2$ Fuß, die Länge des Luftraumes hinter dem Verdränger bei Beginn des Rückganges: $s = 1/4$ Fuß, der ganze Schub des Speiſekolbens: $x = 1{,}5$ Fuß, der anfängliche Abſtand zwiſchen den beiden Kolbenflächen: $y_1 = 1{,}1$ Fuß und der am Ende deſſelben: $y = 0{,}1$ Fuß, ferner die mittlere Temperatur der heißen Luft während des Kolbenſchubs: $t_1 = 300^0$, und die der äußeren Luft: $t = 10^0$, daher $T_1 = 573$ und $T = 283^0$; wenn nun dieſe Maſchine pr. Secunde 50 Spiele macht, und der äußere Luftdruck $p = 14{,}1$ Pfund pr. Quadratzoll angenommen wird; welche Leiſtung iſt dann von dieſer Maſchine zu erwarten?

Es iſt hier $T_1 - T = t_1 - t = 290^0$, $F = \frac{n d^2}{4} = 3{,}14$ Quadratfuß, $p = 14{,}1 \cdot 144 = 2030$ Pfund, $z_1 = s = 0{,}25$, $z = s + x = 1{,}75$.

$$z y_1 - s y = 1{,}75 \cdot 1{,}1 - 0{,}25 \cdot 0{,}1 = 1{,}90,$$
$$z T + y T_1 = 1{,}75 \cdot 283 + 0{,}1 \cdot 573 = 552,$$
$$x + y - y_1 = 1{,}5 + 0{,}1 - 1{,}1 = 0{,}5,$$

daher folgt die geſuchte theoretiſche Leiſtung der Maſchine pr. Spiel:

$$L_0 = \left(\frac{290 \cdot 1{,}9}{552} - 0{,}5\right) 3{,}14 \cdot 2030 = (0{,}998 - 0{,}5)\, 6374$$
$$= 0{,}498 \cdot 6374 = 3174 \text{ Fußpfund, folglich die pr. Secunde:}$$

$$L = \frac{n}{60}L_0 = 5/6 \cdot 3174 = 2645 \text{ Fußpfund, wobei das Luftquantum}$$

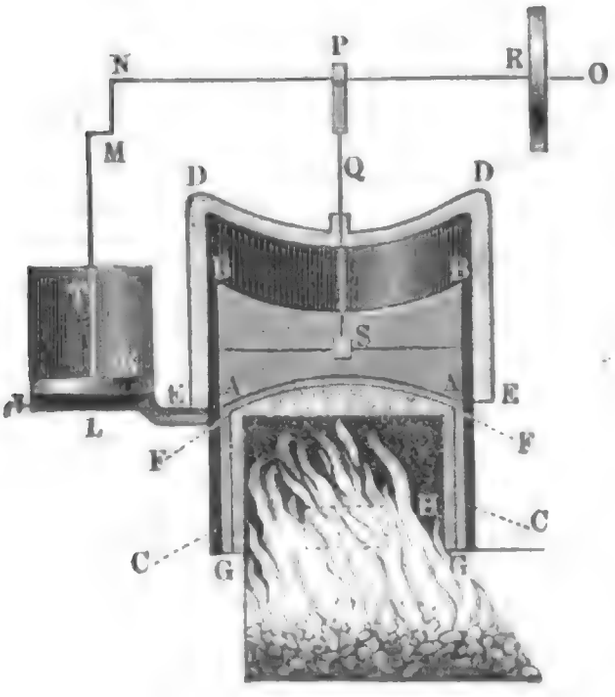
$$G = F(y_1 - y)\frac{p}{RT}\cdot\frac{n}{60} = F(y_1 - y)\gamma\cdot\frac{n}{60}$$
$$= 3{,}14 \cdot 1 \cdot 0{,}0800 \cdot 5/6 = 0{,}2093 \text{ Pfund verbraucht wird.}$$

Geſchloſſene caloriſche Maſchinen. Während bei den offenen caloriſchen Maſchinen von Ericsſon bei jedem Spiel eine neue Luftmenge zur Wirkſamkeit gelangt, arbeiten dagegen die geſchloſſenen caloriſchen Maſchinen mit einem und demſelben Luftquantum, indem man daſſelbe nach vollbrachter Arbeit bei jedem Kolbenſpiele wieder von §. 517

Neuem erwärmen läßt. Zu dieſen caloriſchen Maſchinen gehören die von Schwarzkopf und Laubereau ſowie die von Belou u. ſ. w.

Eine ſchematiſche Darſtellung der Laubereau'ſchen geſchloſſenen caloriſchen Maſchinen führt Fig. 812 vor Augen. Der Verdränger *AABB*, welcher auch hier mit einem mantelförmigen Blechanſatz *ACCA* verſehen iſt, bewegt ſich im Inneren eines Doppelcylinders *DEED* zwiſchen deſſen Wänden kaltes Waſſer circulirt, welches durch eine beſondere Pumpe auf der einen Seite ſtetigen Zufluß erhält, während es auf der anderen Seite ſtetigen Abfluß hat. Die durch Verbrennung auf dem Herd *H* erzeugte heiße Luft trifft den concaven Deckel *FF* des Ofens und geht von da an dem cylindriſchen Mantel *FGFG* herab nach dem Boden *GG* und von da in die Eſſe (deren Einmündung in der Abbildung durch ein punktirtes Rechteck dargeſtellt iſt).

Fig. 812.



Es iſt hiernach leicht zu ermeſſen, daß beim Aufgang des Kolbens *AABB* die kalte Luft aus der Kammer *BBDD* in die erwärmte Kammer *AAFF* herab-, und daß umgekehrt, beim Niedergange dieſes Kolbens die erhitzte Luft aus dem Raume *AAFF* unter demſelben in die kühle Kammer *BBDD* hinaufgepreßt wird. Während des Kolbenaufganges dehnt ſich die aus der kalten in die warme Kammer ſtrömende Luft aus, ſtrömt durch das Communicationsrohr *EL* in den Arbeits- oder Treibcylinder *T* und drückt hier den Treibkolben *K* in die Höhe, welcher mittels des Stangen- und Krummzapfenmechanismus *KMN* die Welle *NO* in Umdrehung ſetzt. Letztere trägt außer einem (nicht abgebildeten) Schwungrad und dem Transmiſſionsrad *R* ein Excentrik in Form eines Bogendreiecks (Fig. 777), welches von einem der den Kopf der Kolbenſtange *QS* bildenden Rahmen umgeben wird, und die regelrechte Auf- und Niederbewegung des Kolbens *AABB* hervorbringt. Beim Niedergang des letzteren kühlt ſich die aus *AAFF* nach *BBDD* ſtrömende Luft an den Umfangswänden von *EDDE* wieder ab, in Folge deſſen ſie eine kleinere Preſſung annimmt, und der äußere Luftdruck auf den Kolben *K* das Uebergewicht über den inneren gewinnt, ſo daß letzterer zum Niedergange genöthigt wird. Sind beide Kolben unten ange-

kommen, so gewinnt der Druck der in $AAFF$ von Neuem erwärmten Luft wieder das Uebergewicht über dem Druck in $BBDD$; es steigt in Folge dessen dieser Kolben wieder in die Höhe und beginnt auf diese Weise ein neues Spiel der Maschine, wobei jedes Mal ein gewisses Arbeitsquantum der erwärmten Luft auf den Arbeitskolben K und von diesem durch den Krummzapfenmechanismus auf die Umtriebswelle NO übertragen wird.

Die Belou'sche Heißeluftmaschine besteht aus zwei doppeltwirkenden Gebläsecylindern, einem kleineren, dem Speisecylinder, einem größeren, dem Arbeitscylinder, und aus einem zwischen beiden Cylindern liegenden geschlossenen Feuerherd. Durch den ersten Cylinder wird atmosphärische Luft angesaugt und in den Feuerherd getrieben, aus welchem sie in erhitztem und verdünntem Zustande nach dem großen Cylinder strömt, wo sie den Arbeitskolben in Bewegung setzt und dessen Kraft durch einen gewöhnlichen Kurbelmechanismus auf die mit einem Schwungrade versehene Umtriebswelle überträgt. Dieselbe setzt durch einen anderen Kurbelmechanismus den Speisekolben sowie durch gewöhnliche Kreisexcentriks die beiden Ventile des Arbeitscylinders in Bewegung, wodurch das abwechselnde Zulassen der warmen Luft auf der einen Seite und Ablassen der verbrauchten Luft auf der anderen bewirkt wird.

Auch diese Heißeluftmaschine verbraucht wie alle übrigen calorischen Maschinen viel mehr Brennstoff als eine Dampfmaschine von gleicher Leistung.

S. Tresca's Bericht über die Versuche mit einer Belou'schen Heißeluftmaschine im Bulletin de la Société d'Encouragement, Jan. 1867; ebenso Dingler's polytechn. Journal, Bd. 185, Delabar's Aufsätze über die Heißeluftmaschine von Belou sowie von Lauberau.

Gaskraftmaschinen. Mit dem Erfolg in der Anwendung der Gaskraftmaschinen ist man bis jetzt nicht glücklicher gewesen, als bei den calorischen Maschinen, auch diese Maschinen verbrauchen bei gleicher Leistung eine viel größere Menge Brennmaterial als die Dampfmaschinen. Man hat bis jetzt vorzüglich dreierlei Systeme von Gaskraftmaschinen in Anwendung gebracht. §. 518

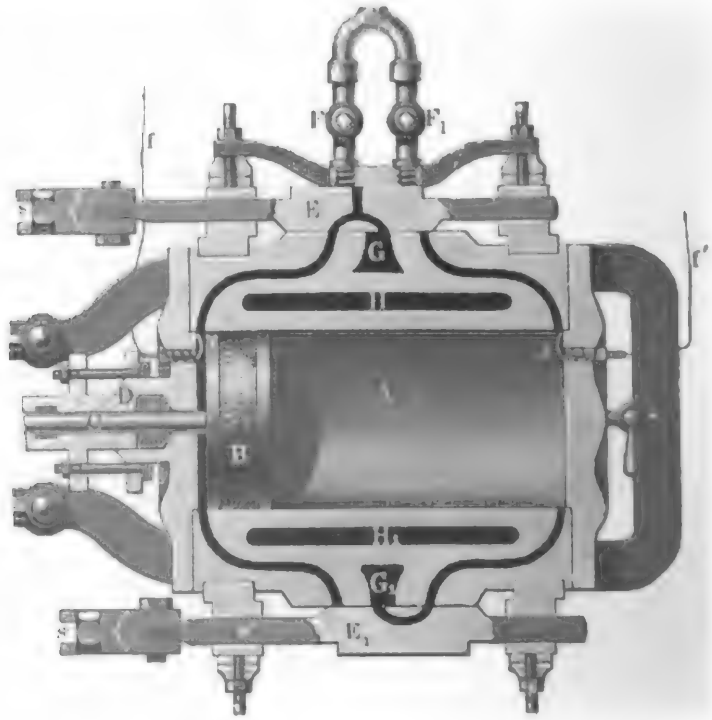
1) Das System von Lenoir,
2) das System von Hugon und
3) das System von Otto und Langen.

Bei allen diesen Maschinen wird die bewegende Kraft durch ein entzündetes Gasgemisch, bestehend aus gewöhnlichem Leuchtgas und einem 10- bis 40mal größeren Quantum atmosphärischer Luft, hervorgebracht. Die beiden ersteren Gasmaschinensysteme sind doppeltwirkend; dort wird das Gasgemisch abwechselnd auf beiden Seiten des Kraftkolbens in den Treibcylinder eingeführt und entzündet, und daher dieser Kolben durch die Explosion des ersteren

hin- und zurückbewegt, das dritte Maſchinenſyſtem iſt dagegen nur einfachwirkend. Hier wird nur auf der einen Seite des Kraftkolbens Gas in den Treibcylinder geleitet und entzündet. Auch dient hierbei die Exploſion des Gasgemenges nicht als Umtriebskraft, ſondern nur dazu, einen luftverdünnten Raum zu erzeugen, wobei die Atmoſphäre in den Stand geſetzt wird, Arbeit zu verrichten. Bei einer ſolchen Gasmaſchine wird hiernach der Rückgang des Kolbens durch den Druck der äußeren Luft hervorgebracht, dieſelbe wirkt deshalb genau wie eine ſogenannte atmoſphäriſche Dampfmaſchine (ſ. §. 439) und läßt ſich deshalb mit Recht eine atmoſphäriſche Gasmaſchine nennen. Was die Entzündung des Gasgemenges betrifft, ſo erfolgt dieſelbe bei der Lenoir'ſchen Gasmaſchine durch die elektriſchen Funken eines Rhumkorff'ſchen Apparats, dagegen bei den Gasmaſchinen von Hugon ſowie bei denen von Otto und Langen durch eine gewöhnliche Gasflamme.

Die Lenoir'ſche Gasmaſchine (Moteur à air dilaté par la combustion du gaz d'éclairage) hat im Ganzen das Anſehen einer gewöhnlichen Dampfmaſchine mit liegendem Cylinder. Nur hat dieſelbe wie die Corliß-Dampfmaſchine (Fig. 770) vier Gaswege und zwei Vertheilungsſchieber, wodurch abwechſelnd je zwei der erſteren eröffnet und geſchloſſen werden. Die weſentliche Einrichtung und Wirkungsweiſe einer Lenoir'ſchen Gasmaſchine iſt aus Fig. 813 zu erſehen. Es iſt *A* der Kraftcylinder, *B* der Treibkolben und *C* die Kolbenſtange, wodurch die Kraft dieſes Kolbens auf einen ge-

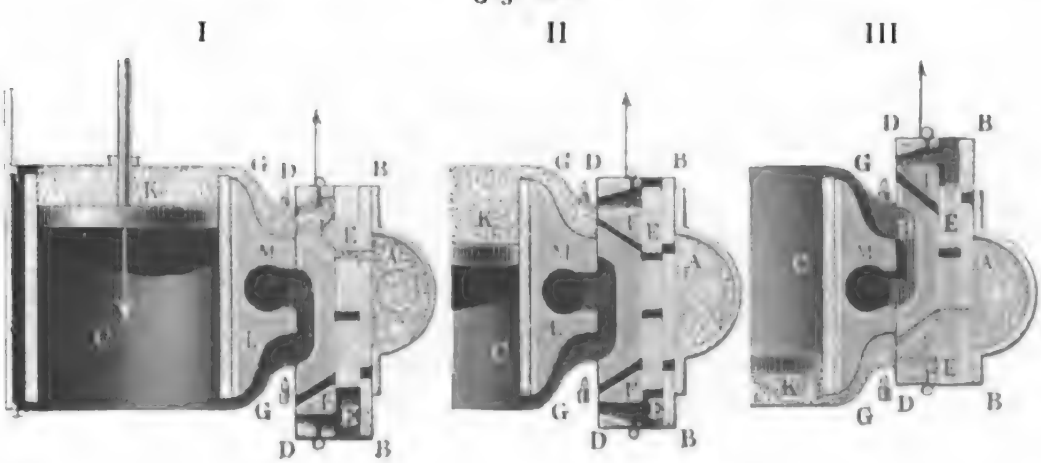
Fig. 813.



wöhnlichen Kurbelmechanismus ſammt Schwungrad übergetragen wird, ferner ſind E und E_1 die beiden durch Excentriks zu bewegenden Vertheilungsſchieber, F und F_1 die das Leuchtgas zuführenden Röhren, und ſchließlich G und G_1 die mit der äußeren Luft communicirenden Canäle, wodurch die atmoſphäriſche Luft zu- und das Verbrennungsgas abgeleitet wird. Bei der Schieberſtellung in der Abbildung ſtrömt die äußere Luft aus G, ſowie bald nachher auch das Gas aus F in den linken Gascanal und wird von demſelben auf die linke Seite des Kolbens B geführt, wogegen das Verbrennungsgas auf der rechten Seite durch G_1 in die äußere Luft geleitet wird. Rückt hierauf der Schieber E nach der rechten Seite, ſo wird G und F mit dem rechten Luftcanal in Verbindung geſetzt; es ſtrömt nun das Gasgemiſch auf der rechten Seite des Kolbens B in den Arbeitscylinder und treibt nun nach erfolgter Entzündung den Kraftkolben B wieder nach der linken Seite zurück, während die Verbrennungsgaſe vom Hingange durch den unteren linken Luftcanal nach G_1 und von da in die freie Luft ſtrömen. Nach erfolgtem Rückgange beginnt nun ein neues Spiel. Zur Entzündung des Gasgemenges dienen die elektriſchen Ströme der durch die Cylinderdeckel iſolirt hindurchgeführten Platin- oder Kupferdrähte x und y, welche mit ihren Spitzen gegen die Cylinderwand gerichtet ſind. Bei der Verbrennung verbindet ſich ein Theil des Sauerſtoffs der Luft mit dem Kohlenſtoff zu Kohlenſäure und ein anderer Theil derſelben mit dem Waſſerſtoff des Leuchtgaſes zu Waſſer, und die hierbei entſtehende Wärme geht dann theils als Arbeit auf den Treibkolben, theils auf das Kühlwaſſer über, welches in dem hohlen Raum H rings um den Cylinder circuliren muß, um die große Erhitzung deſſelben zu verhindern. Die Lenoir'ſche Gasmaſchine eignet ſich vorzüglich zum Umtrieb kleiner Maſchinen von $^1/_2$ bis 2 Pferdekräften, und verbraucht ſtündlich pr. Pferdekraft nahe $2^1/_2$ Cubikmeter Gas.

Bei der Hugon'ſchen Gasmaſchine, wovon Fig. 814, I, II, III, eine

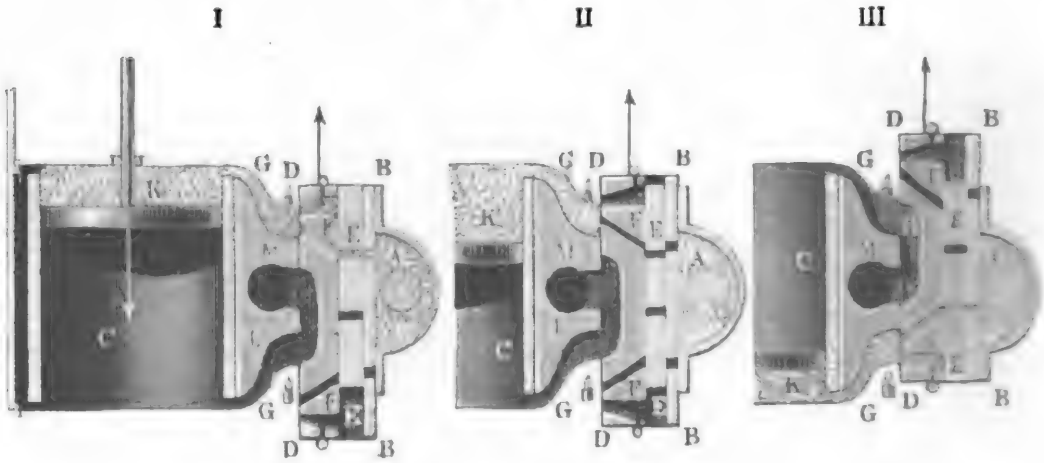
Fig. 814.



ſchematiſche Darſtellung liefert, wird das Gasgemiſch durch zwei mit dem Vertheilungsſchieber verbundene Gasbrenner, welche bei gewiſſen Stellungen des letzteren vor zwei anderen feſtſtehenden Gasbrennern vorbeigehen, entzündet.

Außer der Speiſung dieſer Maſchine durch Gas und Luft wird derſelben bei jedem Kolbenſchube noch eine kleine Menge Waſſer zugeführt, wodurch nicht allein die zur Erhaltung der Maſchine nöthige Abkühlung, ſondern auch eine Erhöhung der Leiſtungsfähigkeit derſelben erzielt werden ſoll. Ueberdies iſt der Arbeitscylinder noch durch eine Umhüllung von fließendem Waſſer vor zu ſtarker Erhitzung geſchützt. In der Abbildung iſt *C* der Arbeitscylinder mit dem Kolben *K*, *A* die Gaskammer, welcher das Gasgemiſch durch eine Luftpumpe unter dem Drucke von einer 0,6 bis 0,7 Meter hohen Waſſerſäule zugeführt wird, ferner *BB* der Sperr- und *DD* der Vertheilungs-

Fig. 815.



ſchieber. Beide Schieber umgiebt die mit zwei Durchgangsöffnungen verſehene Scheidewand *EE* zu beiden Seiten, und werden vereinigt durch ein gewöhnliches Kreisexcentrik auf- und niederbewegt. Der Vertheilungsſchieber *DD* hat außer den gewöhnlichen Durchgangswegen noch zwei Canäle *F*, *F*, worin die beweglichen Gasbrenner ausmünden, welche beim Vorbeigehen an den permanenten Entzündungsbrennern *G*, *G* entzündet werden, und die Entzündung des im Cylinder *C* angeſammelten Gasgemiſches bewirken.

Bei der Schieberſtellung in Fig. 815 I. ſtrömt friſches Gas aus der Kammer *A* durch die Schiebercanäle über den Kolben *K* im Cylinder *C*; wird hierauf die Schieberverbindung etwas gehoben und in die Stellung II. gebracht, ſo tritt die Exploſion des nun von der Kammer *A* abgeſperrten Gaſes im Cylinder ein, und es treibt die ſich hierbei entwickelnde Expanſiv-

Digitized by Google

kraft deſſelben den Treibkolben K abwärts, wobei das beim vorhergegangenen Kolbenſchub verbrauchte Gasquantum auf dem gewöhnlichen Wege LM durch den Schieber DD hindurch und nach dem Austragerohr M geleitet wird. Hat ſchließlich die Schieberverbindung ihren höchſten Stand III. erreicht, ſo ſtrömt durch die unteren Schiebercanäle Gas in den Kraftcylinder, welches bei Beginn des darauf erfolgenden Niedergangs der Schieberverbindung entzündet wird, und nun den Kolben K wieder emportreibt, während das beim Niedergange verbrauchte Gas auf dem Wege HM fortgeht.

§. 519

Die atmosphärische Gaskraftmaschine. Trotz der Abkühlung des Treibcylinders durch eine Kaltwaſſerhülle und durch Einſpritzen von kaltem Waſſer ſtrömt doch das verbrauchte Gasgemenge der Hugon'ſchen Gaskraftmaſchine noch mit der bedeutend hohen Temperatur von circa 186 Grad ab, wodurch daher dieſe Maſchine noch einen beträchtlichen Arbeitsverluſt erleidet. Um denſelben zu vermeiden oder wenigſtens möglichſt zu vermindern, läßt man bei der Otto-Langen'ſchen Gaskraftmaſchine den Treibkolben während der Gasexploſion unbelaſtet, und verwendet die bei der letzteren freiwerdende mechaniſche Arbeit nur auf die Ueberwindung des Gewichts G und der Trägheit des armirten Kolbens, wobei derſelbe auf die ganze Hubhöhe emporgeſchleudert wird. Iſt F die Kolbenfläche, p_1 der mittlere Werth des Gasdrucks während der Exploſion, q der Gegendruck der Atmoſphäre und s_1 der Kolbenweg während der Exploſion, wobei die Kolbengeſchwindigkeit den Maximalwerth v erlangt, ſo hat man die Exploſionsarbeit der Maſchine

$$A = \frac{G v^2}{2g} = [F(p_1 - q) - G]\, s_1.$$

Bei Eintritt der gedachten Maximalgeſchwindigkeit iſt die Ueberwucht oder bewegende Kraft $F(p_1 - q) - G$ des Kolbens $=$ Null, und daher der innere Gasdruck

$$p_1 = q + \frac{G}{F};$$

bei Fortſetzung des Kolbenweges fällt $p_1 < q + \frac{G}{F}$ und daher die treibende Kraft negativ aus. Hierbei nimmt die Kolbengeſchwindigkeit allmälig ab und wenn nun das Arbeitsvermögen $A = \frac{G v^2}{2g}$ des Kolbens durch dieſe negative Kraft aufgezehrt iſt, ſo kommt der Kolben wieder in Ruhe. Bezeichnet p_2 den mittleren Gasdruck, s_2 den Kolbenweg während derſelbe ſtatt hat, und die Kolbengeſchwindigkeit aus v in Null übergeht, ſo hat man auch

$$A = \frac{G v^2}{2g} = [F(q - p_2) + G]\, s_2,$$

daher $[F(q - p_2) + G]\, s_2 = [F(p_1 - q) - Gs_1]$,

und das Wegverhältniß

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{F(p_1 - q) - G}{F(q - p_2) + G}.$$

Nach Zurücklegung des Kolbenweges s_2 wird die Kolbenſtange mit der Schwungradwelle der Maſchine verbunden, welche bei dem darauf folgenden Niedergang des Kolbens das Arbeitsquantum $A = Ps_2 = [F(q - p_2) + G]\, s_2$ aufnimmt, welches der Atmoſphärendruck Fq in Vereinigung mit dem Kolbengewichte G nach Abzug des mittleren Gegendrucks Fp_2 beim Rückweg s_2 des Kolbens verrichtet. Am Ende dieſes Wegs iſt der Ueberdruck $F(q - p_3)$ ſammt Kolbengewicht G mit der gewonnenen Arbeitskraft P im Gleichgewicht, alſo $F(q - p_3) + G = P$, daher der Gasdruck:

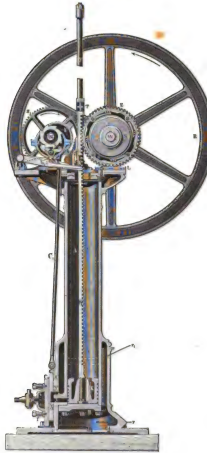
$$p_3 = q + \frac{G}{F} - \frac{P}{F} = p_1 - \frac{P}{F}.$$

Schließlich legt hierauf der Kolben noch einen kleinen Weg s zurück, wobei er das verbrauchte Gas zum Austritt nöthigt, wie er auch bei dem folgenden Aufgang zuerſt nur die zu demſelben nöthige Gasmenge anſaugt.

Die allgemeine Einrichtung einer Otto-Langen'ſchen Gaskraftmaſchine iſt aus dem ſenkrechten Durchſchnitt Fig. 816 zu erſehen. Der Treib- oder Arbeitscylinder A iſt unten durch eine Fußplatte B verſchloſſen und von einem Mantel C mit Bodenplatte B_1 umgeben, welcher die Kammer des Kühlwaſſers bildet, deſſen Circulation durch die beiden Röhrchen r und r_1 vermittelt wird. Der Treibkolben K hat eine gezahnte Kolbenſtange K_1, welche mittels eines Querhauptes T von einer Senkrechtführung F umgeben iſt und beim Rückgang in das auf der Schwungradwelle W ſitzende Zahnrad Z eingreift, wobei die Kolbenkraft P auf dieſe Welle übergetragen wird. Damit die durch das Schwungrad R in ſtetiger Umdrehung erhaltene Welle W dem Rückgang des Kolbens kein Hinderniß in den Weg lege, iſt das Zahnrad Z nicht feſt mit W verbunden, ſondern über einer auf W feſtſitzenden Scheibe S verſchiebbar, und ſind in den ringförmigen Raum zwiſchen Z und S loſe Keile und Rollen angebracht, welche ſich beim Niedergang des Kolbens zwiſchen den Keilflächen und dem inneren Umfang des Zahnrades einkeilen, und dadurch die Verbindung des letzteren mit der Welle W vermitteln, wogegen ſich beim Aufgang des Kolbens dieſe Rollen frei bewegen und das Zahnrad Z durch die gezahnte Kolbenſtange K_1 in umgekehrter Richtung umgedreht wird, ohne die in der erſten Richtung umlaufende Welle W zu ſtören.

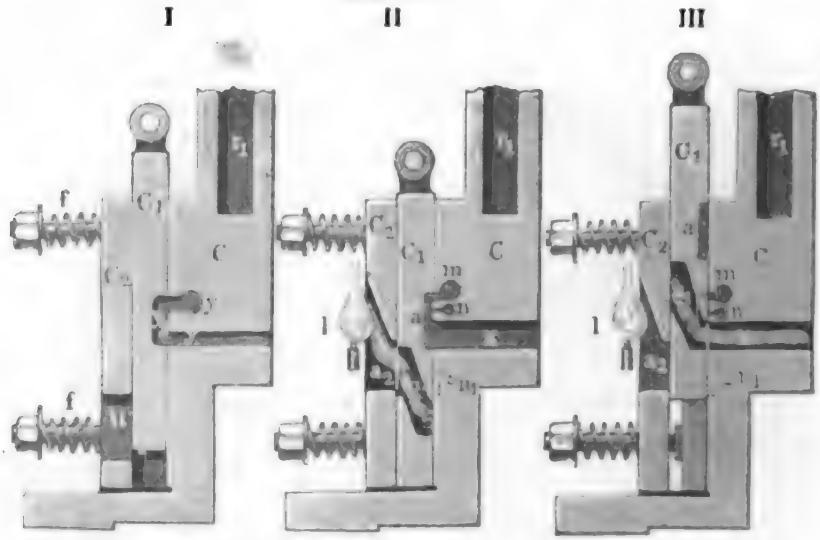
Die Steuerung dieser Maschine, wodurch in gehöriger Aufeinanderfolge das Zulassen und Anzünden des Gasgemisches, sowie die Expansion und

Fig. 816.



das Vorlaſſen deſſelben erfolgt, wird in der Hauptſache durch einen Schieber C_1 beſorgt, welcher mittels Stange, Excentrik, Sperrrad u. ſ. w. an eine Welle W_1 angeſchloſſen iſt, deren Umdrehung das Zahnräderwerk z, z_1 vermittelt. Die verticalen Durchſchnitte I, II, III in Fig. 817 führen den

Fig. 817.

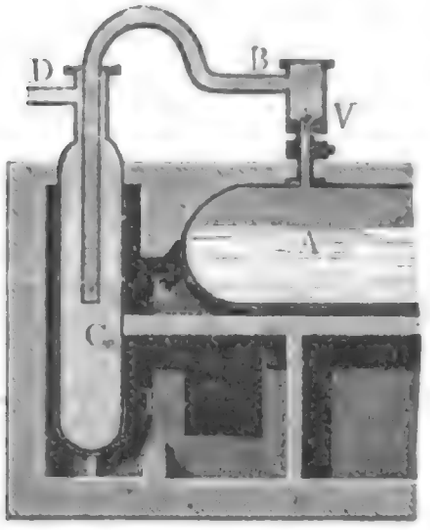


Steuerſchieber in drei verſchiedenen Stellungen vor Augen. In der mittleren Stellung I. tritt, während der Treibkolben das Ende ſeines Niederganges erreicht, das verbrauchte Gas durch den Canal y in die Höhlung y_1 des Schiebers und von da in den Canal y_2, welcher es nach dem mit einem Kugelventil verſehenen Austragrohre führt. Kommt hierauf bei Beginn des Kolbenaufgangs der Schieber in die tiefſte Stellung II, ſo füllt ſich der Raum unter dem Kolben mit dem Gasgemiſch, welches durch die Canäle m und n zugeleitet wird, auch gelangt ein Theil des Gaſes durch den Canal n_1 nach der Kammer a_1 und entzündet ſich daſelbſt an der Gasflamme l. Gelangt endlich der Schieber in die Stellung III, ſo wird der Canal a_1 mit dem Canal x in Verbindung geſetzt und das ganze Gasgemenge unter dem Kolben entzündet u. ſ. w.

§. 520 **Maſchinen mit überhitzten Dämpfen.** Man hat in neueren Zeiten das Princip der caloriſchen Maſchinen auch auf den Dampf angewendet und zu dieſem Zwecke denſelben nicht gleich vom Dampfkeſſel aus in den Dampfcylinder, ſondern erſt in ein beſonderes Gefäß, den ſogenannten Ueberhitzer, geführt und ihn durch Zuführung von neuer Wärme in überhitzten Dampf (ſ. §. 382) umgeändert. Die weſentliche Einrichtung eines Dampfkeſſels mit Ueberhitzer, nach Chaigneau und Bichon, iſt aus Fig. 818 zu erſehen. Es iſt hier A das hintere Ende des Dampfkeſſels, C der Ueberhitzer, B das vom erſteren nach dem letzteren, ſowie D das vom

letzteren nach dem Dampfcylinder führende Dampfrohr. Die Erwärmung des Ueberhitzers erfolgt durch die bei E aus den Zügen abziehende Heizluft, welche erſt den ganzen Ueberhitzer einmal umſpielen muß, bevor ſie bei F in den Schornſtein treten kann. Ein leicht bewegliches Ventil V in der Röhre B regulirt die Dampfſpannung im Ueberhitzer ſo, daß ſie von der Dampfſpannung im Keſſel nur wenig übertroffen wird und folglich die Wirkung des Ueberhitzers hauptſächlich nur in der Ausdehnung des Dampfvolumens beſteht.

Fig. 818.



Iſt p die Dampfſpannung und V das pr. Kolbenſchub verbrauchte Dampfvolumen, ſowie ε das Expanſionsverhältniß, mit welchem die Dampfmaſchine arbeitet, ſo läßt ſich (ſ. §. 480) die Arbeit dieſer Maſchine pr. Kolbenſchub

$$A = Vp\,(1 + Log.\,nat.\,\varepsilon)$$

ſetzen; wird nun aber dieſes Volumen V im Ueberhitzer in V_1 umgeändert, ohne daß ſich p anſehnlich ändert, ſo beträgt dieſe Arbeitsfähigkeit:

$$A_1 = V_1 p\,(1 + Log.\,nat.\,\varepsilon),$$

und es iſt daher das Verhältniß:

$$\frac{A_1}{A} = \frac{V_1}{V} = \frac{1 + \delta t_1}{1 + \delta t}.$$

Zur Erzeugung des Dampfquantums $V\gamma$ iſt annähernd die Wärmemenge

$$W = 630\,V\gamma$$

nöthig (ſ. §. 401), und es erfordert die Umänderung dieſer Dampfmenge in überhitzten Dampf das Wärmequantum:

$$W_1 = 0{,}480\,.\,(t_1 - t)\,V\gamma,$$

wobei vorausgeſetzt wird, daß die ſpecifiſche Wärme des Waſſerdampfes $= 0{,}480$ ſei. Hiernach iſt das Verhältniß der Wärmemenge bei Anwendung von überhitztem Dampfe zu der bei Anwendung von geſättigtem Dampfe:

$$\frac{W + W_1}{W} = 1 + \frac{0{,}480\,(t_1 - t)}{630} = 1 + 0{,}000762\,(t_1 - t),$$

und folglich das Verhältniß des Wirkungsgrades der Dampfmaſchine mit überhitztem Dampfe zu dem der Dampfmaſchine mit geſättigtem Dampfe:

$$\frac{\eta_1}{\eta} = \frac{A_1}{A} \cdot \frac{W}{W + W_1} = \frac{1}{1 + 0{,}001344\,(t_1 - t)} \cdot \frac{1 + \delta t_1}{1 + \delta t}$$

$$= \frac{1 + 0{,}00367\,t_1}{[1 + 0{,}000762\,(t_1 - t)]\,(1 + 0{,}00367\,t)},$$

z. B. für $t = 120$ und $t_1 = 300$ Grad:

$$\frac{\eta_1}{\eta} = \frac{2{,}001}{1{,}137 \,.\, 1{,}4404} = \frac{2{,}001}{1{,}633} = 1{,}25;$$

es fällt alſo die Leiſtung der Maſchine im erſteren Falle um 25 Procent größer aus als im letzteren.

Bei den Verſuchen an einer ſolchen Maſchine von der Pariſer Ausſtellung im Jahre 1855 ſoll dieſes Verhältniß auf 1,58 geſtiegen ſein.

Die Verwendung überhitzter Dämpfe bei Dampfmaſchinen ſcheint in neueren Zeiten beſonders im Elſaß eine größere Verbreitung erlangt zu haben, wie aus einer Abhandlung im Bulletin de la soc. ind. de Mulhouse, Avril et Mai 1867, auch deutſch im polytechniſchen Centralblatt 1868, Lief. 1, hervorgeht. Die Ueberhitzungsapparate ſind Syſteme neben- und übereinanderliegender gußeiſerner Röhren, worin der aus dem Dampfdom eines gewöhnlichen Dampfkeſſels kommende Waſſerdampf auf 220° C. erwärmt wird. In der neueſten Zeit ſind auch vom Herrn Profeſſor Hartig in Dresden Verſuche über die Leiſtung einer Dampfmaſchine mit erhitztem Dampf angeſtellt worden, welche ebenfalls die Nützlichkeit der Ueberhitzung nachzuweiſen ſcheinen (ſiehe den „Civilingenieur“, Jahrgang XIII, Heft 3). Der hierbei zur Anwendung gekommene Dampfkeſſel war nach dem patentirten Syſtem von Herrn J. T. Romminger in Dresden conſtruirt und beſtand aus einem gußeiſernen Gerippe, in deſſen Knoten 14 ſchmiedeeiſerne Röhren von 25 Millimeter Weite und 1,6 Meter Länge ſaßen, worin das durch eine Pumpe gedrückte Speiſewaſſer faſt momentan in Dampf verwandelt wurde, und wobei natürlich die Gefahr einer Keſſelexploſion ganz vermieden wird.

Die Gebrüder Wethered in Baltimore wenden ſtatt der einfachen überhitzte Dämpfe, ein Gemiſch aus 1 Theil geſättigtem und 3 Theilen überhitztem Dampf, zum Betrieb der Dampfmaſchinen an, und verhindern dadurch das zu ſtarke Verdampfen der Schmiere, Ablöſen der Dichtungsmittel u. ſ. w. Zu dieſem Zwecke iſt außer dem gewöhnlichen Dampfrohre, welches den geſättigten Dampf nach der Dampfkammer führt, noch ein ſchlangenförmiges Dampfrohr angebracht, welches durch den Feuercanal geht, und daher den Dampf in überhitztem Zuſtande in die Dampfkammer leitet.

Ferner hat man noch Dampfmaſchinen mit combinirten Dämpfen in Anwendung gebracht, wobei die Condenſation des abſtrömenden Waſſerdampfes durch Verdampfen einer anderen Flüſſigkeit erfolgt, und der ſo

erzeugte Dampf dieſer Flüſſigkeit zum Umtriebe einer anderen Maſchine benutzt wird. Da der Schwefeläther ſchon bei 37,8° verdampft (ſ. §. 372), und derſelbe bei gleicher Temperatur eine viel höhere Spannung hat als der Waſſerdampf (ſ. §. 392), ſo iſt er zur Anwendung bei ſolchen Maſchinen mit combinirten Dämpfen ganz beſonders geeignet. Es gehören hierher die Maſchinen von Trembley (ſ. Annales des mines 1853, T. 4, auch „Polytechn. Centralblatt“ 1854).

Endlich hat man in neuerer Zeit auch Dampfmaſchinen mit regenerirten Dämpfen in Anwendung gebracht, wo der Dampf, nachdem er ſeine Arbeit verrichtet hat, wieder von Neuem erwärmt (regenerirt) und der Maſchine als Motor zugeführt wird. Es gehört hierher die Dampfmaſchine von Siemens ſowie die von Seguin. Bei dieſen Maſchinen kommt es weſentlich darauf an, den Dampf abwechſelnd zu überhitzen und in den Zuſtand der Sättigung zurückzuführen; er wirkt im erſten Zuſtande activ, indem er den Dampfkolben ausſchiebt, im zweiten Zuſtande dagegen paſſiv, wo er vom zurückgehenden Dampfkolben in den Condenſator getrieben wird. Um ein regelmäßiges Maſchinenſpiel zu erhalten, iſt es nöthig, zwei ſolche Maſchinen ſo mit einander zu verbinden, damit die Kraft beim Hingange des einen Dampfkolbens zugleich auch den Rückgang des anderen Dampfkolbens bewirkt.

Ueber die Dampfmaſchinen von Siemens ſiehe: Cosmos, Revue encyclopédique 1855, ſowie Dingler's polytechn. Journal 1855, über die von Seguin ſiehe: le Génie industrielle par Armengaud, T. XIII, 1857.

Schlußanmerkung. Die Literatur über Dampfmaſchinen hat eine ſo große Ausdehnung erlangt, daß es nicht möglich iſt, hier eine vollſtändige Anzeige derſelben zu liefern. Namentlich ſind wir nicht im Stande, auf die vielen einzelnen Aufſätze und Abhandlungen über Dampfmaſchinen einzugehen, ſondern es iſt uns nur geſtattet, die größeren Werke und die ſich durch Eigenthümlichkeit auszeichnenden Schriften über dieſen Gegenſtand anzuführen. Eine Schrift, welche die neueren Fortſchritte des Dampfmaſchinenweſens behandelt, iſt folgende: R. Schmidt, die Fortſchritte in der Conſtruction der Dampfmaſchine während 1854 bis 1857 und während 1857 bis 1862, 2 Bände, Leipzig 1857 und 1862.

Immer noch als vorzügliche Werke über Dampfmaſchinen ſind anzuſehen: Tredgold's ſowie Farey's Treatise on the Steam-Engine; vorzüglich aber die franzöſiſche Ueberſetzung des erſten Werkes von Mellet, welche 1828 unter dem Titel: Traité des machines à vapeur etc. erſchienen iſt. Eine gedrängte, vorzüglich aber nur hiſtoriſches Intereſſe habende Abhandlung über Dampfmaſchinen findet man in Barlow's Treatise on the Manufactures and Machinery of Great-Britain. Dem jetzigen Standpunkt entſprechender abgehandelt iſt: A Treatise on the Steam-Engine etc. by the Artizan-Club, edited by J. Bourne, 5th. edition, London 1861; auch Catechism of the Steam-Engine, by Bourne, new edition 1865, ſowie Traité sur les machines à vapeur, par Bataille et Jullien. Die erſte Abtheilung dieſes Werkes iſt eine bloße Ueberſetzung des engliſchen Werkes. Die zweite Abtheilung, welche von der

Conſtruction der Dampfmaſchinen handelt, hat beſonders praktiſchen Werth, zumal auch wegen ihrer vielen Kupfertafeln. Ferner gehört hierher das Handbuch über den Bau, die Aufſtellung, Behandlung u. ſ. w. der Dampfmaſchinen, nach dem Franzöſiſchen von Grouvelle, Jaunez und von Jullien, Weimar 1848. Vorzüglich in theoretiſcher Beziehung iſt zu empfehlen die zweite Ausgabe von Pambour's Théorie des machines à vapeur, Paris 1844. Eine deutſche Ueberſetzung hiervon theilt Crelle mit in ſeinem Journal der Baukunſt, Bd. 23 ꝛc. Das vorzüglichſte theoretiſche Werk über Dampfmaſchinen iſt der dritte Theil der Leçons de Mécanique pratique etc., par A. Morin, Paris 1846. Daſſelbe enthält auch Auszüge aus der intereſſanten Abhandlung von Thomas Wicksteed „On the Cornish Engines etc.“ Formeln, Tabellen und Regeln zur Berechnung der Dampfmaſchinen enthalten Redtenbacher's Reſultate über den Maſchinenbau. Speciell über Wärme, Dampf und Dampfmaſchinen handelt auch Redtenbacher's Maſchinenbau, Bd. II, Mannheim 1863.

Bernoulli's Handbuch der Dampfmaſchinenlehre iſt in der 5. Auflage, Stuttgart 1865, vom Hrn. Prof. Böttcher in Chemnitz gänzlich umgearbeitet und vermehrt worden, und Denjenigen, welche ſich nur allgemeine Kenntniſſe im Dampfmaſchinenweſen verſchaffen wollen, ſehr zu empfehlen. Ebenſo iſt Rühlmann's Allgemeine Maſchinenlehre, Bd. I, beſonders wegen literariſcher und geſchichtlicher Notizen ſehr ſchätzbar. Noch immer werthvoll, namentlich wegen ſeiner Gründlichkeit, iſt auch das Werk von Verdam: „Die Grundſätze, nach welchen alle Arten von Dampfmaſchinen zu beurtheilen und zu behandeln ſind, deutſch von Schmidt u. ſ. w.“ Neue theoretiſche Anſichten über die Wirkung des Dampfes von Clapeyron und Holzmann findet man in der Abhandlung von Erſterem über die bewegende Kraft der Wärme, Poggendorff's Annalen, Bd. 59, und in der Schrift des Zweiten: „Ueber die Wärme und Elaſticität der Dämpfe und Gaſe.“ Ueber die Anwendung der Wärmetheorie auf die Dampfmaſchinen von Clauſius ſiehe Poggendorff's Annalen, Bd. 97. Auch gehört hierher die Abhandlung von M. Rankine: „On the mechanical action of heat, in Philosophical-Magazine, Vol. VII, 1854. Tyndall, die Wärme als Art der Bewegung, Braunſchweig 1867.

Die mechaniſche Wärmetheorie iſt vertreten vorzüglich: 1) in den Abhandlungen über die mechaniſche Wärmetheorie von R. Clauſius, Braunſchweig 1864 und 1867. 2) in Zeuner's Grundzügen der mechaniſchen Wärmetheorie, 2. Auflage, Leipzig 1866. 3) im Manual of the Steam-Engine and other prime movers by W. J. Macquorn Rankine, London and Glasgow 1859. Ferner 4) Théorie mécanique de la chaleur, par G. A. Hirn, seconde édition, Paris 1865. Auch gehört hierher: Die Theorie der Dampfmaſchinen von Guſtav Schmidt, Freiberg 1861, ſowie: Die Dampfmaſchinen-Berechnung mittels praktiſcher Tabellen und Regeln u. ſ. w. von Joſef Hrabák, 2. Auflage, Prag 1869.

Gute Zeichnungen und Beſchreibung von neuen Dampfmaſchinen findet man in der Schrift von Rottebohm: „Sammlung von Zeichnungen einiger ausgeführten Dampfkeſſel und Dampfmaſchinen u. ſ. w., Berlin 1841;“ ebenſo von alten Maſchinen in der Abhandlung von Severin: Beiträge zur Kenntniß der Dampfmaſchinen, Berlin 1826 („Abhandlung der königl. Deputation der Gewerbe).“ Uebrigens iſt noch zu empfehlen: Reech, „Mémoire sur les machines à vapeur, Paris 1844“, auch Alban, „die Hochdruckdampfmaſchine, Roſtock 1843.“ Ferner „The Steam-Engine etc. by Hodge, Newyork 1840,“

und der Catéchisme du mécanicien à vapeur ou traité des machines à vapeur etc., par E. Paris, Paris 1850. Neuerlich iſt erſchienen: Jul. Gaudry „Traité élément et prat. des machines à vapeur", 2. Vol., Paris 1856. Zum praktiſchen Gebrauche iſt zu empfehlen: „Der Führer des Maſchiniſten" von Scholl, Braunſchweig 1864, 6. Auflage. Ferner: „Anleitung für Anlage und Wartung der ſtationären Dampfkeſſel" von Marin, Brünn 1859. Mehrere andere Schriften über Dampferzeugung u. ſ. w. ſind oben am Schluß des dritten Capitels citirt worden. Noch iſt anzugeben: Les applications de la chaleur etc., par Valerius, Bruxelles 1867, in zweiter Auflage. Ferner: der Indicator und ſeine Anwendung u. ſ. w. von Roſenkranz, Berlin 1868.

Das Dampfmaſchinenweſen iſt ferner ſtark vertreten in G. Weissenborn's American engineering, embracing various branches of mechanics, Newyork 1861 etc., mit 52 Tafeln. Ueber die Dampf- und Gasmaſchinen in der letzten Pariſer Weltausſtellung 1867 iſt nachzuſehen: die Motoren der Pariſer Weltausſtellung 1867, vom Bergrath Prof. Jenny, Wien 1868; ferner: Oppermann, Visite d'un Ingenieur à l'exposition universelle de 1867, ſowie: Revue de l'exposition de 1867; mines, métallurgie, chimie, mécanique etc. par Noblet, Paris et Liège 1868. Aus den Verhandlungen des Vereins für Gewerbefleiß in Preußen iſt beſonders abgedruckt: Die atmoſphäriſche Gaskraftmaſchine von Otto und Langen, Berlin 1868. Die Heißluftmaſchine von Windhauſen und Huch, ſo wie die Roper'ſche Heißluftmaſchine iſt behandelt von Herrn Conrector Delabar in Dingler's Journal Band 187.

Digitized by Google

Alphabetiſches Sachregiſter.

Die beigefügten Ziffern geben die Seitenzahl an.

A.

Abkühlung 828. 979.
Abkühlungsgeſchwindigkeit 830. 832.
Abkühlungsmethode 840. 841.
Ablaßrohr 972.
Abſchläge, Abläſſe 377.
Abſorptionsvermögen (Wärme) 826.
Abſperrventil 387. 988. 1025.
Abzugscanal 379.
Admiſſionsklappe 987.
Aequivalent, mechaniſches, d. Wärme 852.
Aether 799.
Aggregatzuſtände 801.
Aichpfahl, Pegel 343.
Alban's Dampfmaſchine 1057.
Anemometer 781.
Angewäge, Angewelle 454.
Angriffspunkt des Erddrucks 12.
Angriffspunkt des Gewölbſchubes 49.
Anthracit 893.
Aquäducte 341.
Arbeit der Thiere an Maſchinen 324.
Arbeit der Wärme 848.
Arbeitsmaſchinen 257.
Arbeitsvermögen der Thiere 316.
Arbeitsvermögen des Waſſers 399.
Aſchenraum 926.
Aſpirator 888.
Aufſchlagwaſſer 341.
Ausblaſeklappe, Ausblaſeventil 999.
Ausblaſeröhre 973. 999.
Ausdehnung, abſolute, ſcheinbare 818.
Ausdehnung, permanente 818.
Ausdehnungscoefficient 808.
Ausdehnung der Flüſſigkeiten 818.
Ausdehnungskraft der Wärme 813.
Ausgleiten der Gewölbe 44.
Auslaßventil 1025.
Ausſchlag einer Wage 268.
Ausſtrahlung der Wärme 825.
Austragerohr 691. 997.
Austrittsventil 719.
Ausübungsmaſchinen 257.

B.

Bäche 342.
Balanciermaſchinen (Dampfmaſchinen) 1002. 1003.
Balancier, mechaniſcher und hydrauliſcher 735. 736.
Balken, Träger 84.
Balken, krumme oder Bogen 168.
Balken, verbundene, geſprengte, eiſerne u. ſ. w. 148. 150. 152. 156.
Balkenwehr 350.
Barker's Mühlenrad 563.
Barometer 1000.
Beaufſchlagung 547. 603.
Bedeckung, Deckung des Dampfſchiebers 1011. 1030.
Beharrungszuſtand einer Maſchine 261.
Berme, Wallweg 30.
Berſten, Zerſpringen der Dampfkeſſel 974.
Beweger, Motor 257.
Bewegung des Waſſers in Röhrenleitungen 382.
Biegungsverhältniſſe der Bögen 168.
Blaſerohr, Ausblaſerohr 999.
Blechträger 161.
Bockmühle, Bock u. ſ. w. 771.
Böſchung, größte oder natürliche 8.
Bogengeſpärre 229.
Bogen, waſſerhaltende 429.
Bogenträger 164. 166. 182.
Bohlenwand 5.
Bolzen, Pflock 85.
Borda'ſche Turbine 538.
Bramah-Kolben, Mönchskolben 699.
Braunkohle (Lignit) 893.
Brems, Preßring 776.
Bremsdynamometer 264. 306.
Brennſtoffe 889. 892. 932.
Brennſtoffmenge 898. 1083. 1114.
Bruchfuge, Bruchwinkel 44. 46.
Brücken, ſteinerne 71.
Brücken, hölzerne 237.
Brücken, gußeiſerne 241.

Digitized by Google

Brücken, schmiedeeiserne 243.
Brückenpfeiler 73. 215. 342. 352.
Brückenwagen 273.
Buhnen 342. 351.
Burdin'sche Turbine 541.

C.

Cadiat'sche Turbine 573. 591.
Callon'sche Turbine 598.
Calorie 840.
Calorische Maschinen 1134.
Canäle 341. 373. 378.
Capacität für die Wärme 840.
Centesimalscala, Centesimaleintheilung 802.
Centrifugalkraft des Wassers 434. 519. 543. 583.
Centrifugalregulator 1009.
Centrifugalturbinen 543.
Cohäsion lockerer Massen 9.
Colladon's schwimmendes Wasserrad 531.
Combes'sches Reactionsrad, Turbine 571. 597.
Communicationsrohr 691.
Compensationspendel 810.
Compensationsröhren 384.
Compressionsluftpumpe 641.
Condensation 977.
Condensationshygrometer 888.
Condensator 883. 998. 1007.
Corliß-Dampfmaschine 1047.
Coulissenschütze 462. 473.
Coulissensteuerung 1018.

D.

Dachgespärre, Dachconstructionen 117. 219.
Dalton's Gesetz 884.
Dampf 837. 839. 856.
Dampf, gesättigter und überhitzter 857.
Dampfcylinder 979. 981.
Dampfhaube, Dampfdom 972.
Dampfindicator 1089.
Dampfkammer 986. 990. 1007.
Dampfkessel 902. 908. 929.
Dampfkolben 982.
Dampfkünste 977. 1002.
Dampfleitung 1100.
Dampfmaschinen, atmosphärische 976.
Dampfmaschinen mit und ohne Condensation 977.
Dampfmaschinen mit und ohne Expansion 978.
Dampfmaschinen mit gemischten, combinirten, regenerirten Dämpfen 1152.
Dampfmaschinen mit überhitzten Dämpfen 1150.
Dampfmaschinen, stationäre und locomobile 1001.
Dampfmaschinensysteme 1001.
Dampfraum 908.
Dampfrohr 972. 987.
Dampfschieber 1030.
Dampfschiffkessel 905.
Dampfventile 992. 994.
Dampfvolumen, specifisches 878.
Dampfwagenkessel 904. 907. 923.
Dampfwege, Dampfcanäle 988.
Danaiden 533. 558.
Decimalwage 272.
Deckungs- oder Dockungwinkel 408.
Deutsche oder Bock-Windmühle 771.
Destillation 883.
Diagonalarme 451.
Dichtigkeit der Dämpfe 876. 882.
Dichtigkeit des Wassers 820.
Differenzialanemometer 784.
Differenzialdynamometer 297.
Differenzialmanometer 959.
Diffuser von Boyden 642.
Directwirkende Dampfmaschinen 1002.
Doppelercentrik 1017.
Doppelfeuerung 929.
Doppelheerde 927.
Doppelschieber 1037. 1053.
Doppelturbinen 659. 685. 686.
Doppelventile 995.
Dreikolbensteuersystem 727. 756.
Drehklappe, Drosselventil 658. 988.
Drehschieber 989.
Druck lockerer Massen 9.
Druckräder, Druckturbinen 532. 597. 599.
Durchlaßwehr, Schleusenwehr 342. 348.
Durchstrahlung der Wärme 827.
Dynamometer 264.

E.

Edward's oder Woolf'sche Dampfmaschine 1050.
Effect, Leistung einer Maschine 258.
Eimerkettenrad 765.
Einfachwirkende Dampfmaschine 1002. 1024.
Einfachwirkende Wassersäulenmaschinen 691.
Einfallkasten 693.
Einfallröhre 576. 691. 694.
Einfallwinkel 826.
Einlaßventil 1025.
Einspritzwasser 998.
Eintrittswinkel 408. 586. 606. 650.
Eintrittssteuerventil 717.
Eisenblechträger 159. 244.

Emanationstheorie 801.
Empfindlichkeit einer Wage 265. 268.
Entlastungsschieber 992. 1046.
Erddruck, activer und passiver 4.
Erddruck, allgemeine Theorie desselben 18.
Erdmasse, belastete 14.
Erdwinde 333.
Erwärmungsfläche 906.
Erwärmungskraft 889.
Essen, auch Oessen Schornstein 934. 936.
Etagenräder 597.
Excentriks, excentrische Scheibe 1005. 1013.
Excentrikstange 1006.
Excentriksteuerung 1015.
Expansion und Expansions-Dampfmaschine 978. 1062.
Expansionsschieber 1030.
Expansivkraft der Wasserdämpfe 857. 862. 881.

F.

Fachwerksträger 139. 145. 166. 247.
Fahrenheit'sche Scala 802.
Fahrloch, Mannloch 972.
Fallbocksteuerung 714.
Federsteuerung 714.
Federwagen, Federdynamometer 264. 284. 286.
Felgen (Radkranzfelgen) 403. 451.
Feuchtigkeit, Feuchtigkeitsgrad der Luft 886.
Feuerbrücke 928.
Feuercanäle, Züge 928.
Feuerfläche 906.
Feuerraum 925.
Feuerröhren 904. 918.
Fischgerinne 371.
Flächenausdehnung 807. 816.
Fließende Wasser, Flüsse 342.
Flügel, Flügelräder 768. 769.
Flügelmauern 74.
Flügelwelle 769. 773.
Flüsse 342.
Fluther, Fluthgerinne 345. 371. 373. 377.
Fontain'sche Turbine 645.
Fourneyron'sche Turbine 573. 576.
Francis'sche Turbinen 578. 625.
Freihängende Räder 508.
Frostpunkt 802.
Füllungscoefficient 407. 466. 493. 520.
Futtermauern 5. 23.
Futtermauern, Gleiten derselben 26.
Futtermauern, Kippen derselben 28.
Futtermauern, geböschte 32.
Futtermauern, geneigte 34.

G.

Gasheizung 932.
Gaskraftmaschine 1143.
Gefälle 342. 378. 388. 399. 402.
Gefäßmanometer 955.
Gefrierpunkt, Frostpunkt 802.
Gegenkolben 703. 708. 995.
Gemenge von Gasen und Dämpfen 884.
Gentilhomme's Turbinen 598.
Gerinne 341. 371. 375.
Gerstner's Formel 499. 510.
Geschwindigkeit des fließenden Wassers 342. 378.
Geschwindigkeitsquadrat, mittleres 749.
Gewichtssteuerung 714. 717. 1023.
Gewichtsthermometer 819.
Gewölbe, Gewölbsteine 37.
Gewölbe, schiefe 79.
Gewölbe, scheidrechte 42.
Gewölbe, unsymmetrische 78.
Gewölbe, verschiedene Arten derselben 38.
Gewölbfugen 37.
Gewölblinien 40. 74.
Gewölbdruck, Gewölbschub 40. 46. 58. 66. 74.
Gewölbstärke 61.
Girard's Turbinen 640.
Gitterbalken, Gitterbrücken 159. 237.
Gleichgewicht der Gewölbe 38. 42. 46.
Gleichgewichtsventil 1026.
Glockenventile 995. 1045.
Göpel, Hand- und Pferdegöpel 333.
Graben 341.
Grießsäulen 345.
Großwasser 343.
Grundwehre 342.

H.

Hahnsteuerung 703. 705. 721. 727. 989.
Hammerräder 529.
Hammersteuerung 714.
Hänel'sche Turbinen 670.
Häng- und Sprengwerke 128. 220.
Hängebögen 187.
Hängebrücke 188. 189.
Hängesäule 124.
Hängewerke 124. 189.
Handgöpel, Menschengöpel 333.
Haspel, Hornhaspel u. s. w. 329.
Haube einer Windmühle 772.
Haube eines Pfeilerkopfes. 73.
Hausbaum der Bockmühlen 771.
Hebekraft der Erdmassen 5.
Hebel als Maschine zur Aufnahme der Menschenkraft 326.
Hebelade 496.

Digitized by Google

Hebelsteuerung 714. 1021.
Hebermanometer 956. 959.
Heizfläche 906. 907.
Henschel's Dampfkessel 947.
Henschel's Turbine 645. 649.
Hochdruckdampfmaschinen 977.
Hochdruckturbinen 576.
Hohofengase 933.
Holz, Holzkohle 893. 894.
Holz- und Eisenconstructionen 84.
Horizontale Wasserräder 400. 532.
Hornblower's Ventile 993.
Hornhaspel 329.
Howd's United State wheels 578.
Hülfswassersäulenmaschinen 714. 721.
Hydraulische Nebenhindernisse 741.
Hydropneumatisation 640. 659.
Hygrometer, Hygrometrie 887. 889.

I.

Immerwasser 343.
Indicator, Dampfindicator 1089.
Indicatorcurven, Indicatordiagramm 1095.
Injectionswasser 998.
Injector von Giffard 949.
Instrumente, Werkzeuge 257.
Jonval'sche Turbine 645. 647.

K.

Kämpfer (Gewölbstein) 38.
Kaltwasserpumpe 1008. 1128.
Kanäle (Canäle) 373.
Kastendämme 73.
Katarakt (Catarakt) 1028.
Kegelventile 992. 995.
Kehlbalken 220.
Kellerhalsgewölbe 38. 80.
Kessel- oder Kuppelgewölbe 38.
Kesselanlage 929.
Kesselprobe 973.
Kesselwandstärke 912.
Kesselwände, ebene 921.
Ketten von gleichem Widerstande 200.
Ketten, Stärke derselben 196.
Kettenbrücke, Hängebrücken 188. 250.
Kettenrad 764.
Kippen der Gewölbe 45. 47.
Kleinwasser 343.
Kloster- und Kreuzgewölbe 38. 81.
Knagge, Steuerknagge 716. 1022.
Kochen, Sieden 839.
Köchlin'sche Turbinen 649.
Königsbaum 773.
Kofferkessel, Wagenkessel 903. 909.
Kohle, Kohlenstoff 889. 892.
Kohlensäure und Kohlenoxydgas 890. 891.
Kolben, Treibkolben 691. 699.
Kolbenmanometer 961.
Kolbenmaschinen 400. 976.
Kolbenhub, Kolbenschub, Kolbenweg 696. 738. 980. 1121.
Kolbenrad 764.
Kolbenreibung 740. 1104.
Kolbenstange 701. 984.
Kolbensteuerung 703. 706. 989.
Korbbogen 74.
Kraft und Last 257.
Kräfte, thierische 316.
Kraftformeln (für Thiere u. s. w.) 319.
Kraftmaschinen, Umtriebsmaschinen 258.
Kraft und Geschwindigkeit der Thiere 319.
Kränze an Röhren 383. 694.
Kreiscercentrik 1006. 1013.
Kreiselräder 532.
Kropfgerinne 401.
Kropf und Kropfräder 401. 468. 474.
Kropfröhren 385.
Kropfschaufeln 410.
Kropfschwellen 475.
Kufenräder 540.
Kühlgefäß, Condensator 997.
Kuppelgewölbe 38. 82.
Kurbel, Krummzapfen 329. 1000. 1012.
Kurbelhaspel, Kreuzhaspel 329. 330.
Kurbelstange, Pleylstange, Lenkstange 1000. 1012.

L.

Längenausdehnung, lineäre Ausdehnung durch die Wärme 807.
Last, Lastmaschinen 258.
Larven, Schaufellarven 403.
Latente Wärme 853.
Laternenventil 995.
Laufrad und Tretrad 336.
Laufring, Rollring 775.
Lehrgerüste 219.
Leistungen (Nutz-, Neben- und Totalleistung) 258.
Leistungsvermögen der Thiere 316.
Leistungsvermögen des Wassers 399.
Leitschaufeln 463. 473. 576. 606. 647.
Leitschaufelturbine 576. 606. 647.
Leitungsröhren 382.
Lenkstange, Kurbelstange 1000. 1012.
Liderung 699. 981. 983.
Locomobile und stationäre Dampfmaschinen 1001.
Locomotive Dampfmaschinen 1002.
Luft, Ausdehnung derselben 822.
Luftcanäle 927.
Luftmanometer 955.

Luftmenge zur Verbrennung 890. 894.
Luftpyrometer 805.
Luftständer, Windstöcke 985.
Luft- und Warmwasserpumpe 999. 1129.
Luftventil 965.
Luftwiderstand 485.

M.

Mannloch, Fahrloch 972.
Manometer 955.
Mansarddächer 119.
Mantel, Radmantel 468. 474.
Mariotte'sches Gesetz 823. 1062.
Maschine 257.
Masse, lockere 3.
Masse, träge 262.
Mauthwage 273.
Metallmanometer 962.
Metallliderung 983. 1105.
Metallpyrometer 803.
Metallthermometer 804.
Mischungsmethode 840.
Mitteldruckdampfmaschine 977.
Mittelpunkt des Erddruckes 9.
Mittelschlägige Räder 400. 468.
Mittelwasser 343.
Moment des Erddruckes 12.
Mönchskolben 699.
Motoren, Beweger 257.
Muffe 694. 695.
Mühlgerinne 371.
Murdoch's Ventile 994.

N.

Nadelwehre 350.
Navier's Formel 878. 1065.
Nebenhindernisse, hydraulische 741.
Neben- und Nutzleistung 258.
Niederdruckdampfmaschine 977.
Niederdruckturbine 576.
Nieten, Nietnägel 156. 902. 925.

O.

Oberflächencondensator 1000.
Obturator 737.
Ofen 925.
Orkan 781.
Oscillirende Dampfmaschine 1001. 1057.

P.

Pambour's Formel 878. 1065.
Panemoren 769.
Pansterzeuge 496.
Pegel, Aichpfahl 343.
Pendelsteuerung 714.
Perspectivschütze 658.
Pfähle, Pfahlrost 73.
Pfannenstein 973.
Pfanne der Zapfen 454. 632.
Pfeiler der Gewölbe und Brücken 37. 73. 191. 215. 246.
Pferdegöpel 333.
Pferdekraft, Pferdestärke 258. 321.
Piepe, Steuerpiepe 705. 737. 746. 764.
Piezometer 887.
Planimeter 312.
Platte, Sohlplatte u. s. w. 455. 634.
Poisson'sches Gesetz 845.
Poncelet'sche Wasserräder 401. 514.
Psychrometer 889.
Puddelofenflamme 934.
Punkt, todter 458.
Pyrometer 801. 803.

Q.

Quecksilber, Ausdehnung und specif. Gewicht desselben 819.
Quecksilberthermometer 801.

R.

Radarme 401. 438. 451. 476.
Raddampfmaschinen 1001.
Radhalbmesser 404. 606. 650.
Radkranz, Radreifen 401. 451. 571.
Radteller 630.
Radmaschinen, Wasserräder 400.
Radwelle, liegende und stehende 260. 329. 333.
Rankine's Formel für Dampfmaschinen 1070.
Raumausdehnung 816.
Rauchröhren, Feuerröhren 918.
Reaction des ausfließenden Wassers 532. 562.
Reactionsräder, Reactionsturbinen 532. 563. 571.
Reaumur'sche Scala 802.
Reduction der Kraft und Last 259.
Reflexionsvermögen 826.
Reflexionswinkel 826.
Regenerator 1135.
Register 927.
Regulirungshähne u. s. w. 387. 746.
Regulirungsklappe 988.
Reibung der Gewölbsteine 42.
Reibungs- oder Ruhewinkel 3.
Riegelschaufel 410.
Ring, Rollring, Laufring 775.
Rohrbirne 387.
Röhrenbrücken, Röhrenträger 159. 244.

Digitized by Google

Röhrenleitungen, Wasserleitungen 341. 382.
Röhrenschieber 990.
Röhrenventile 992. 997.
Rohrturbinen 649.
Röschen 341.
Roschkoffturbinen 686.
Rost, Roststäbe 926.
Rostpendel 811.
Rotationsdynamometer 290. 292.
Rückenschlägige Wasserräder 401. 462.

S.

Sammelrevier 365.
Sattel- und Sternräder 402.
Säulen 84. 87. 109. 124.
Sauerstoff 889. 892.
Schädlicher Raum 1101.
Schaufeln und Schaufelräder 401.
Schaufelconstruction 610. 655.
Schaufelungsmethoden 408. 410.
Scheibendampfmaschine 1002.
Schieber, Schubkastenventile 712. 990.
Schiebercurve, Schieberdiagramm 1013. 1100.
Schieberstellungen 1010.
Schiebersteuerung 990. 1030.
Schiele'sche Turbinen 673. 675.
Schiffmühle 508.
Schiffmühlenräder 401. 508. 512.
Schiffswagen 279.
Schiffswinde 333.
Schlammkästen 387.
Schleusenwehre 342. 348.
Schlußstein 37.
Schmelzen, Schmelzmethode 837. 841.
Schmelzpunkte 837.
Schmierbüchse 455.
Schmierpresse 703.
Schmierung, atmosphärische 632. 634.
Schnauzen 383. 695.
Schnellwagen 271. 273.
Schnellwage, dynamometrische 293.
Schnurgerinne 493. 495. 504.
Schornstein, Esse, Oesse 926. 934.
Schottische Turbinen 570. 619.
Schraubenrad 687.
Schraubenturbine 676.
Schußgerinne 412.
Schützen, Schutzbrett 401. 412. 421. 462. 469.
Schüttelroste 926.
Schwamkrug'sche verticale Druckturbinen 553.
Schwellen 84.
Schwengel 333.
Schwimmer 945.
Schwinden der Metalle 838.
Schwungkugelregulator 1009. 1042. 1049.
Schwungrad 1000. 1009. 1042.
Schwungradhaspel 331.
Schwungring 625.
Schwungröhren 563.
Segner's Wasserrad 563.
Setzschaufel 410.
Sicherheitscoefficient 55.
Sicherheitspfeife, Allarmpfeife 953.
Sicherheitsventile 963. 966.
Sicherheitsventile mit Federdruck 970.
Sieden, Siedepunkt 839. 881.
Sieder, Siederöhren 904. 910. 931.
Sims'sche Dampfmaschine 1055.
Smeaton's Regeln für Windmühlen 796.
Spannung, Expansivkraft der Dämpfe 857.
Spannungsmesser, Indicator 1089.
Spannriegel 125.
Spannschütze 413. 469. 472.
Sparren 84. 113.
Sparrenschub 117.
Specifisches Dampfvolumen 878.
Specifische Wärme 840. 843.
Speiseapparate, neuere 948.
Speisepumpe 946. 949.
Speiserohr 945.
Speisewasser 945.
Sperrklinke, Sperrhaken 714. 1021.
Sperrventil 387. 988.
Spielraum, schädlicher Raum 474. 497.
Spillenhaspel 330.
Sprengwerke 87. 126. 130.
Sprossenrad 337.
Spundstücke 341.
Spurplatte 634.
Stabilität, Standfähigkeit der Gewölbe 43. 45. 62.
Stabilität der Widerlager 54.
Stabilität einer Wage 269.
Stabilität der Teichdämme 368.
Stabilitätscoefficient 28. 55.
Stabe- und Straubräder 476.
Ständer der Bockmühlen 771.
Standsäule 86.
Staucurve 357. 360.
Stauung, Stauhöhe und Stauweite 342. 346. 353.
Stauung durch lichte Wehre, Brückenpfeiler und Buhnen 351.
Stehbolzen 923.
Steinkohle 893.
Stellhähne bei Wassersäulenmaschinen, Obturatoren 737.
Stephenson'sche Coulisse 1018. 1019.
Sternräder 402. 477.
Stert, Sterz bei Windmühlen 773.
Steuercylinder 703. 725.

Digitized by Google

Steuerbaumen 1054.
Steuerhahn 691. 705. 721.
Steuerkolben 703. 706. 753.
Steuerstange, Steuerbaum 716. 1023. 1027.
Steuerung 691. 703. 711. 988.
Steuerventile 717. 719.
Steuerwasserquantum 726. 759.
Stichbogen 74.
Stiefel 691. 696.
Stirnflächen der Gewölbe 38.
Stockpanster 496.
Stopfbüchse 702. 981.
Stoß- oder Setzschaufeln 410.
Stoßräder, Stoßturbinen 533. 538.
Stoßwirkung des Wassers 427. 534.
Strahlende Wärme 825.
Strahlturbine 555.
Straßenschleußen 375.
Straßen-Wage 273.
Straubräder 476.
Streben 85. 113.
Stulpliderung 699.
Sturm 781.

T.

Tafelwage 273. 280.
Tagepipe, Tagehahn 737.
Tangentialrad (Turbine) 543. 553.
Teiche, Teichdämme 365. 366.
Teichgerinne, Teichfluther 371. 373.
Temperatur 801.
Theilkreis 410.
Theilwinkel 408. 610.
Thermometer 801. 963.
Thierische Kräfte 316. 321.
Thomson's Turbinen 681.
Thurmmühle 771. 773.
Tonnengewölbe 38.
Totaliseur 290.
Tragbögen, eiserne und hölzerne 182.
Tragketten, Tragseile 188.
Tragkraft der Balken 86.
Tragkraft der Bögen 178.
Treibcylinder, Stiefel 691. 696.
Treibkolben, Treibkolbenstange 691. 699. 701.
Treppenrost 928.
Tretrad, Tretscheibe 336. 339.
Turbinen 532. 541. 570. 576. 625.
Turbinenwellen 629.

U.

Ueberfallwehre 342. 344.
Ueberfallschützen 469.
Ueberhitzer 1150.
Umtriebsmaschinen 257.
Umtriebsmaschinen, hydraulische 400.
Undulationstheorie 801.
Unterschlägige Wasserräder 400. 493.

V.

Ventile, Steuerventile 387. 708. 963. 992. 1025.
Ventilsteuerung 708. 992. 1018.
Veränderliche Expansion 1033. 1041.
Verbrennung 889.
Verbrennungswärme 890.
Verdampfung, Verdunstung 837. 838.
Verkohlung 894.
Vertheilungsschieber 1030.
Viertelstöcke 402.
Vierweghahn 989.
Volumen- oder Raumausdehnung 807. 816.
Voreilen der Steuerung (des Schiebers) 1010.
Vorsatz, Vorsprung 85.
Vorwärmer 904. 932. 997.

W.

Wage, gemeine, gleicharmige 265.
Wage, ungleicharmige 271.
Wärme, Wärmestoff 799. 801.
Wärme specifische 840. 843.
Wärme, strahlende 825.
Wärmeabsorption 826.
Wärmecapacität 840.
Wärmeeinheit 840.
Wärmeleitung und Wärmeleiter 827.
Wärmemenge des Dampfes 854.
Wärmestrahlen 825.
Wagenkessel 903. 909.
Wagensteuerung 714.
Walzenkessel 903. 910.
Wandstärke der Cylinder 697. 981.
Wandstärke der Dampfkessel 912.
Wasser, fließendes 342.
Wasser, Ausdehnung und Dichtigkeit desselben 820.
Wasserbänke 475.
Wasserdrucksteuerung 714.
Wasserkraft 398. 431.
Wasserleitungen 341.
Wasserräder, ihre Eintheilung 400. 402. 476.
Wasserradwellen 443. 448.
Wasserraum und Dampfraum 908.
Wassersäulenmaschinen 400. 690.
Wassersäulenrad 765.
Wassersprung, Wasserschwelle 358.
Wasserstandshähne und Wasserstandsröhren 953. 954.

Digitized by Google

Wasserstoff 890.
Wasserverlust 468. 481. 497.
Watt'sches Wärmegesetz 899.
Watt'sche Dampfmaschinen 1007.
Wechselhäuschen 387.
Wedgwood's Pyrometer 804.
Wehre, bewegliche 350.
Wehre, dichte und lichte 342. 351.
Weingeistthermometer 803.
Welle, stehende 333.
Wellen und Wellenzapfen 438. 443. 453. 629.
Wetterhahn 780.
Whitelaw'sche Turbinen 570.
Widerlager, Widerlagsmauer, Widerlagspfeiler 37. 54. 193. 215.
Widerlagsflächen 38.
Widerstand, passive Kraft 257.
Widerstandscoefficient 372. 546. 601.
Widerstandslinie 24. 52.
Winde, Erd- und Schiffswinde 333.
Wind- oder Wetterfahne 780.
Windflügel, Windruthen 770.
Windgeschwindigkeiten 780.
Windkessel 735. 744.
Windmesser 781.
Windmühle, Windräder 768.
Windschiefe Windflügel 790.
Windsprossen, Windscheiben 770.
Windstöcke 386.
Windstoß 785. 786.
Windthüren 771.
Wirkung, Wirkungsgrad 258. 326. 399.
Wirkung, Leistung des Dampfes 1060.
Wirkungsgrad, größter, eines Wasserrades 459.
Wirkungsgrad der Dampfkessel 943.
Wölbflächen, Wölbungen 38.
Woolf'sche Dampfmaschine 1004. 1049. 1053.

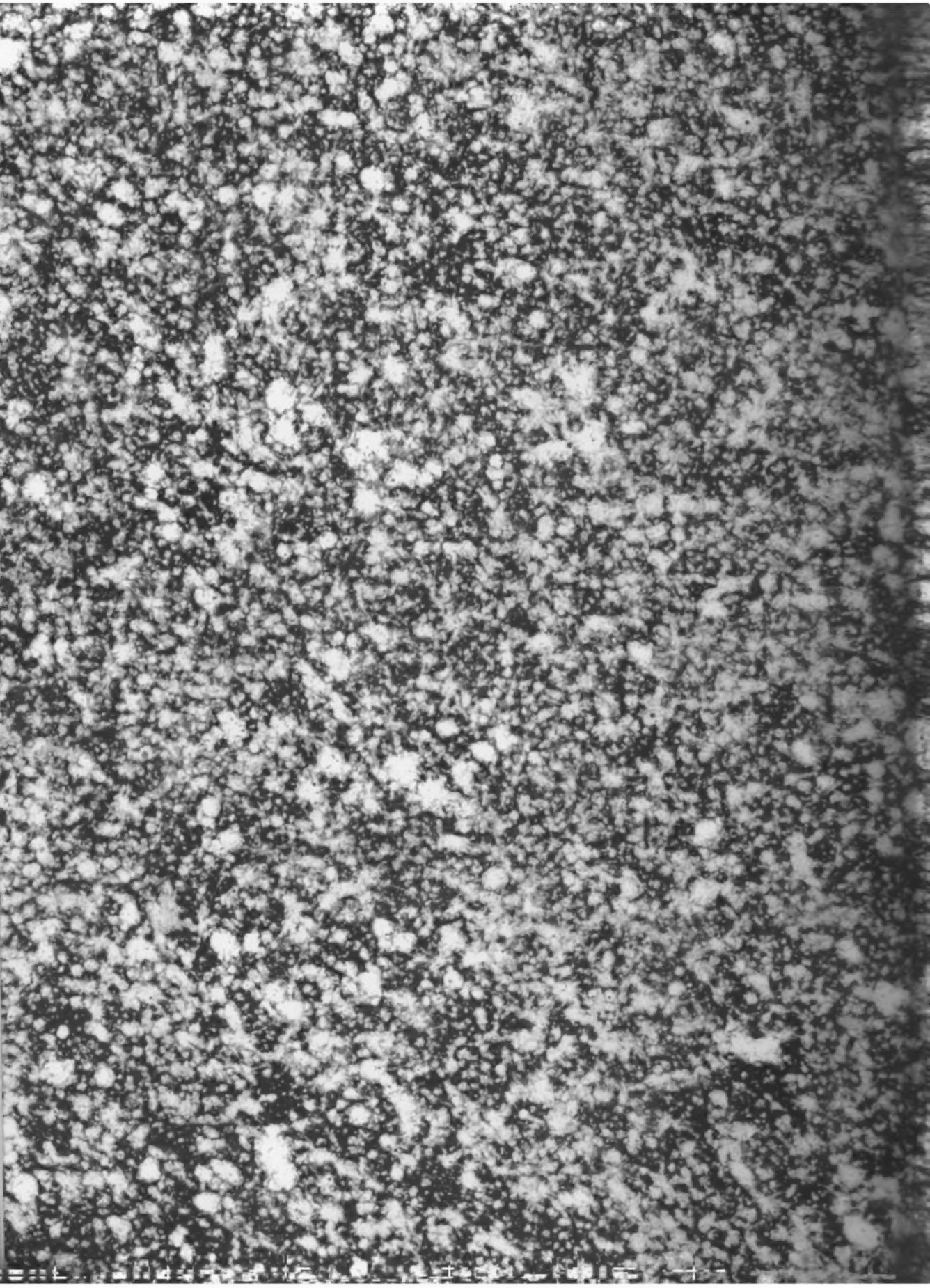
Z.

Zählapparat, dynamometrischer 288.
Zapfen, Verzapfen 85.
Zapfen oder Striegel der Teiche 371.
Zapfen und Zapfenlager der Räder 453.
Zapfenlager, dynamometrisches 295.
Zapfenlager bei Turbinen 632.
Zapfenreibung 327. 335. 455.
Zaum, Prony's Zaum 306.
Zeichnenapparat, dynamometrischer 288.
Zeigerwagen 282.
Zellenräder 401.
Zerspringen (Explosion) der Dampfkessel 974.
Ziehpanster 496.
Zugstangen, Zugbänder, Zugschienen, Spannschienen 128.
Züge, Feuercanäle 926.
Zuppinger's Wasserrad 530.
Zweikolbensteuersystem 753.
Zwischenmaschinen 258.

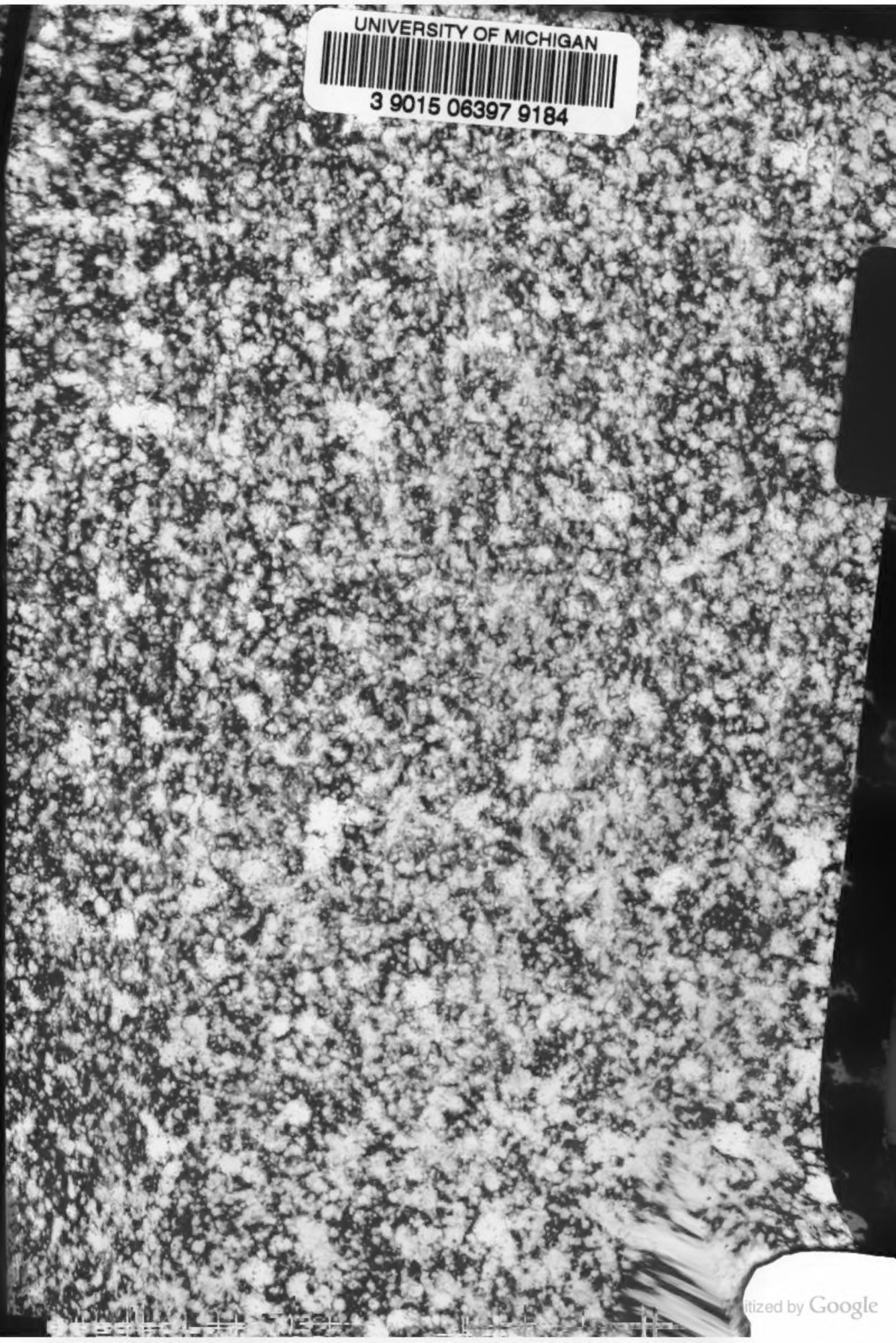
UNIV. OF MICHIGAN,
OCT 3 1912

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google


UNIVERSITY OF MICHIGAN
3 9015 06397 9184
itized by Google

Digitized by Google